

DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN

Forschungsbereich Kosmische Physik

ZENTRALINSTITUT PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts Physik der Erde

Nr. 8

Die Bestimmung des Richtungsvektors Riga - Sofia aus Beobachtungen des Satelliten " Echo 2 "

von

K. Arnold, Vi. Hristov, J. Klētnieks,
N. Georgiev, K. Lapuška, D. Schoeps,
J. Balodis Z. Darakčiev, K.-H. Marek,
H. Montag

Als Manuskript gedruckt

Potsdam 1971

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	5
2. Theoretische Grundlagen	11
3. Die Beobachtungsinstrumente	14
4. Das Beobachtungsmaterial	18
4.1. Vorausberechnung von Ephemeriden für "Echo 2"	18
4.2. Statistik des Beobachtungsmaterials	18
4.3. Geographische Verteilung der Subsatellitenpunkte	21
4.4. Beschreibung des Beobachtungsmaterials	22
5. Die Ausmessung der Platten am Komparator ASCORECORD	23
5.1. Normale Ausmessung	23
5.2. Verfeinerte Ausmessung	24
5.3. Vergleich der beiden Meßmethoden	25
6. Die Reduktion der Satellitenaufnahmen	27
6.1. Die Berechnung von α , δ für die Spurpunkte	27
6.2. Die Reduktion der Zeitmessungen	28
7. Das elektronische Rechenprogramm	30
8. Die Ausgleichung der Beobachtungen	43
8.1. Die Ausgleichung der nach der verfeinerten Ausmessung ausgewerteten Bildpaare	43
8.1.1. Übersicht über die Fehlergleichungen	43
8.1.2. Die verwendeten Gewichte	44
8.1.3. Die Ergebnisse der verschiedenen Ausgleichungen	47
8.1.4. Das Azimut und sein Fehler	47
8.1.5. Eine spezielle Ausgleichung	48
8.2. Ausgleichungen nach dem normalen Plattenausmeßverfahren	50
8.2.1. Ausgleichung der ersten sieben Bildpaare	51
8.2.2. Ausgleichung der übrigen sechs Bildpaare	51
8.2.3. Zusammenfassung aller Bildpaare	53
8.3. Das endgültige Azimut	54
8.4. Schlußfolgerungen und Einschätzung der Ergebnisse	58
Literaturverzeichnis	60

Zusammenfassung

In den Jahren 1967 und 1968 wurden in Riga und Sofia Simultanbeobachtungen des Satelliten "Echo 2" durchgeführt. Daraus wurde das Azimut des Verbindungsvektors zwischen diesen beiden Stationen nach einem schon früher veröffentlichten Verfahren der Stellartriangulation berechnet.

Aus insgesamt 13 Simultanpaaren wurde ein mittlerer Azimutfehler von $\pm 0,28$ erhalten. Bei einer Entfernung von 1600 km entspricht das einem relativen Fehler von 1 : 740 000.

Summary

Simultaneous observations of the satellite "Echo 2" were made in Riga and Sofia during the period 1967 to 1968. From these observations the azimuth of the vector connecting these two stations was computed by a method published formerly.

Using 13 pairs of simultaneous observations a standard error in azimuth of $\pm 0,28$ was obtained. At a distance of nearly 1600 km this corresponds to a relative error of 1 : 740 000.

Sommaire

Pendant les années 1967 et 1968 on a effectué des observations simultanées du satellite "Echo 2" en Riga et Sofia. De ces observations on calculait l'azimut du vecteur de jonction entre ces stations en utilisant une méthode publiée précédemment.

De 13 paires d'observations simultanées on obtenait une erreur moyenne d'azimut de $\pm 0,28$. Par rapport à une distance de 1600 km cette erreur moyenne correspond à l'erreur relative de 1 : 740 000.

Резюме

В 1967-ом и 1968-ом годах на станциях Рига и София были получены синхронные наблюдения спутника "Эхо-2". Из этих наблюдений был вычислен азимут вектора, соединяющего обе станции, по специальному, уже раньше опубликованному методу космической триангуляции.

Использованные 13 синхронных пар снимков позволили определить азимут со средней ошибкой в $\pm 0,28$, что при расстоянии между станциями в 1600 км соответствует относительной погрешности в 1 : 740 000.

1. Einleitung

Im Jahre 1965 wurde der Richtungsvektor Potsdam - Bukarest aus Beobachtungen des Satelliten "Echo 1" unter Einsatz von relativ einfachen Kameras mit einer Genauigkeit von etwa 1 : 130 000 bestimmt [3]. Damit hatte es sich gezeigt, daß man mit den Methoden der kosmischen Triangulation die Genauigkeit der klassischen Triangulation erreichen kann.

Im Anschluß an diese Arbeiten entstand der Plan zu zeigen, welche Genauigkeit etwa maximal mit den Methoden der kosmischen Triangulation erreicht werden kann. Dieses Vorhaben wurde nach bestimmten Grundsätzen ausgerichtet. Es kamen dabei leistungsfähigere Kameras zum Einsatz. Ferner wurde das Projekt so angelegt, daß die Geometrie der Bestimmungsfigur ein besonders genaues Ergebnis erwarten ließ.

Mit dem Auflassen des Ballonsatelliten "Echo 2" bot sich folgendes Projekt an: Beobachtet man den die Erde etwa in einer Polbahn umkreisenden Satelliten "Echo 2" an zwei Stationen, die etwa auf dem gleichen Meridian gelegen sind, so bilden die Subsatellitenkurve und die Verbindungslinie der beiden Stationen relativ kleine Winkel miteinander. Unter Ausnutzung der im zweiten Kapitel entwickelten theoretischen Beziehungen wird man mit diesen Voraussetzungen eine besonders hohe Genauigkeit erhalten. Es bot sich daher an, den Satelliten "Echo 2" an den Stationen Riga und Sofia zu beobachten; denn beide Punkte liegen etwa auf dem gleichen Meridian, und ihre gegenseitige Entfernung (1600 km) ist etwa von der gleichen Größenordnung wie die Höhe des Satelliten über der Erde. Bestimmt man aus den dabei erhaltenen Simultanbeobachtungen nach der im zweiten Kapitel entwickelten Variante der Stellartriangulation von VÄISÄLÄ den Richtungsvektor zwischen diesen beiden Stationen, so ist ein besonders genaues Ergebnis zu erwarten.

Den Stationen Riga und Sofia wurden vom ehemaligen Geodätischen Institut in Potsdam leihweise geeignete Satellitenkameras für dieses Projekt zur Verfügung gestellt. Die Koordinierung und Auswertung lag bei dem Potsdamer Institut. Das gesamte Projekt wurde durchgeführt im Rahmen der Zusammenarbeit der Akademien der Wissenschaften sozialistischer Länder auf dem Gebiet der Beobachtung künstlicher Erdsatelliten. Das Vorhaben wurde tatkräftig von Frau Dr. A. MASEVIČ, Vizepräsident des Astronomischen Rates bei der Akademie der Wissenschaften der UdSSR in Moskau, unterstützt. Die Beobachtungen in Riga erfolgten an der Satellitenbeobachtungsstation der Universität Riga unter der erfahrenen Leitung von Dr. K. LAPUSKA. Die Beobachtungen selbst wurden von Dr. J. KLĒTNIĒKS vom Geodätischen Institut der Technischen Hochschule zu Riga ausgeführt; er wurde von J. BALODIS unterstützt.

Das Zentrallaboratorium für Geodäsie bei der Bulgarischen Akademie der Wissenschaften unter der Leitung von Akad. Vl. HRISTOV war bereit, für dieses "Azimutprojekt" eine neue Satellitenbeobachtungsstation in Sofia einzurichten. Die Beobachtungen selbst wurden in Sofia von Dr. N. GEORGIEV und Z. DARAKČIEV vorgenommen. Die beiden Satellitenkameras, die in Sofia und Riga zum Einsatz gekommen sind, wurden in Potsdam unter maßgeb-

licher Beteiligung von K.-H. MAREK konstruiert. Die Ephemeridenrechnungen, die gewissenhafte Sichtung und Auswertung des bulgarischen und sowjetischen Materials erfolgten in Potsdam vor allem durch Dr. D. SCHOEPS und Dr. H. MONTAG. Zu Beginn unserer Ephemeridenrechnungen unterstützte uns Dr. L. SEHNAL in Ondřejov bei Prag durch Parallelrechnungen für Kontrollzwecke.

Die Konzipierung und Koordinierung des "Azimutprojektes" lag in den Händen von Dr. K. ARNOLD in Potsdam. Dieser hat auch die Richtlinien zu dem Programm für die Auswertung mittels der elektronischen Rechenmaschine entwickelt. Die Beobachtungen begannen im September 1967 und endeten im Mai 1969. Im Jahre 1968 wurde die Kamera in Sofia auf einem neuen Pfeiler wenige Meter von dem alten entfernt aufgestellt. Die Beobachtungen sind auf den neuen Pfeiler zentriert. Die Genauigkeit des sich ergebenden Richtungsvektors Riga - Sofia beträgt in der horizontalen Komponente, also im Azimut, etwa 1 : 1 Mill., in der vertikalen Komponente etwa 1 : 500 000; sie steht den besten international erreichten Ergebnissen nicht nach. Unter Ausnutzung der während des "Azimutprojektes" gesammelten Erfahrungen würde es möglich sein, die Genauigkeit noch weiter zu erhöhen.

In der vorliegenden Veröffentlichung wurden die Kapitel 2 und 7 von Dr. ARNOLD, das Kapitel 3 von K.-H. MAREK, die Kapitel 4, 6 und 8 von Dr. D. SCHOEPS, das Kapitel 5 von Dr. H. MONTAG verfaßt.

I. Въведение

През 1965 г. се определи посочният вектор Потсдам – Бухарест от наблюдения на спътника "Ехо I" при употреба на релативно прости камери с точност около
 $I : I30\ 000 \quad 3$. С това се показва, че с методите на космичната триангулация може да се постигне точността на класичната триангулация.

Във връзка с тези работи се яви планът да се покаже, каква точност може да се постигне максимално с методите на космичната триангулация. Това мероприятие се проведе по определени основни положения. Приложиха се при това по-мощни камери. По-нататък се построи проектът така, че можеше да се очаква от геометрията на определящата фигура особено точен резултат.

С пускането на балонния спътник "Ехо 2" се яви следният проект. Ако се наблюдава спътника "Ехо 2", който обикаля Земята в една полярна орбита, от две станции, които се намират на един и същ меридиан, то подспътниковата крива и линията, съединяваща двете станции, образуват релативно малки ъгли. Като се използват развитите във втората глава теоретични връзки, то при тия предпоставки се получава особено висока точност. По тази причина се предложи да се наблюдава спътникът "Ехо 2" на станциите Рига и София, защото двете точки лежат почти на един и същ меридиан и тяхното взаимно разстояние (1600 км) е почти от същия порядък, както височината на спътника от Земята. Ако се определи от така получените симултанни наблюдения посочният вектор между тия две станции според развития във втората глава вариант на стеларна триангулация по Вейселе, то следва да се очаква един особено точен резултат.

На станциите Рига и София се заеха на разположение от бившия Геодезически институт в Потсдам за този проект подходящи спътникови камери. Координирането и изчислението лежеше на Института в Потсдам. Целият проект се проведе в рамките на съвместна работа на Академиите на науките на социалистическите страни в областта на наблюдения на изкуствените спътници на Земята. Мероприятието беше силно подкрепено от г-жа проф. д-р А. МАСЕВИЧ, подпредседател на Астрономичния съвет при Академията на науките в СССР. Наблюденията в Рига се извършиха в станцията за спътникови наблюдения на Университета в Рига под опитното ръководство на д-р К. ЛАПУШКА. Самите наблюдения се извършиха от д-р Й. КЛЕТНИК от Геодезическия институт на Висшето техническо училище в Рига; той беше подкрепен от Й. БАЛОДИС.

Централната лаборатория по геодезия при Българската академия на науките под ръководството на акад. ВЛ. ХРИСТОВ беше готова да уреди в София за този "азимутен проект" нова станция за спътникови наблюдения. Самите наблюдения в София се проведоха от д-р Н. ГЕОРГИЕВ и Ц. ДАРАКЧИЕВ. Двете спътникови камери, които се включиха в действие, в София и в Рига, се конструираха в Потсдам при меродавното участие на К.-Х. МАРЕК. Ефимеридното изчисление, добросъвестното преглеждане и изчисление на българския и съветския материали се извърши в Потсдам преди всичко от д-р Д. ШЪОПС и д-р Х. МОНТАГ. При започване на нашите ефимеридни изчисления ни подкрепи д-р Л. ЗЕХНАЛ в Онджеов при Прага чрез паралелни изчисления за контролни цели.

Проектирането и координирането на "азимутния проект" лежеше в ръцете на д-р К.АРНОЛД в Потсдам. Той разви също и насоките за изчислителната програма за електронна изчислителна машина. Наблюденията започнаха през септември 1967 г. и завършиха през май 1969 г. През 1968 г. в София се премести камерата на нов стълб отдалечен на няколко метра от стария. Наблюденията са центрирани към новия стълб. Точността на получения посочен вектор Рига - София възлиза в хоризонталната компонента, т. е. в азимут около $1 : 1\ 000\ 000$, а във вертикалната компонента около $1 : 500\ 000$; тя не отстъпва и на най-добрите интернационално постигнати резултати. При използване на събрания опит по време на "азимутния проект" би било възможно точността да се повиши още повече.

В настоящата публикация са съставени: главите 2 и 7 от д-р К.АРНОЛД, глава 3 от К.-Х.МАРЕК, главите 4, 6 и 8 от д-р Д.ШЪОПС и глава 5 от д-р Х.МОНТАГ.

I. Введение

В 1965 г. по наблюдениям спутника "Эхо-1" на сравнительно простых камерах был определён вектор направления Потсдам - Бухарест с точностью $1 : 130\ 000$ [3]. Тем самым было показано, что методы космической триангуляции позволяют получить такую же точность, как и классические триангуляционные определения.

В связи с этими работами было решено выяснить, какую максимальную точность возможно получить методами космической триангуляции. Работа эта выполнялась по определённой программе. Уже имелись в производстве более мощные камеры, и, кроме того, проект работы был составлен так, что геометрия определяемых фигур позволяла получить более точный результат.

В проекте предполагалось использование наблюдений спутника "Эхо-2". Если наблюдать этот спутник, движущийся вокруг Земли по полярной орбите, с двух станций, которые расположены на одном меридиане, то подспутниковая кривая и линия, связывающая обе станции, образуют друг с другом малый угол. С использованием некоторых теоретических предпосылок, изложенных далее во второй главе, при этих условиях можно получить более высокую точность. Поэтому было предложено наблюдать спутник "Эхо-2" на станциях в Риге и Софии, т.к. оба пункта лежат примерно на одном меридиане и расстояние между ними (1600 км) почти такого же порядка, как высота спутника над поверхностью Земли. Если определить по синхронным наблюдениям вектор направления между двумя станциями по теории, изложенной во второй главе (вариант звёздной триангуляции Вьясала), то можно ожидать результата высокой точности.

На станциях в Риге и Софии были установлены камеры, переделанные специально для этой работы в Потсдамском геодезическом институте. Координация работы и обработка результатов производились в Потсдамском институте. Проект осуществлялся в рамках международного сотрудничества академий наук социалистических стран по проблеме "Научные исследования с помощью наблюдений искусственных спутников Земли" при поддержке Председателя Комиссии проф. А.Г.МАСЕВИЧ. Наблюдения в Риге производились на станции оптических наблюдений искусственных спутников Земли Рижского университета под руководством доктора К.ЛАПУШКИ. В наблюдениях принимали участие доктор И.КЛЕТНИЕКС и Я.БАЛОДИС.

Центральная лаборатория геодезии Болгарской академии наук под руководством академика ВЛ.ХРИСТОВА специально для осуществления этой "программы азимутов" организовала новую станцию наблюдений в Софии. Наблюдения вели доктор Н.ГЕОРГИЕВ и З.ДАРАКЧИЕВ. Камеры, установленные в Риге и Софии, были созданы в Потсдамском геодезическом институте главным образом силами К.-Х.МАРЕКА. Вычисление эфемерид, просмотр и обработка болгарских и советских материалов производились в Потсдаме (доктор Д.ШЕПС и доктор Х.МОНТАГ). Измерение пластинок выполнялось также в Потсдаме. В начале работы для контроля вычисление эфемерид производилось также параллельно в Онджейове (ЧССР) под руководством доктора Л.СЕХНАЛА.

Идейное и организационное руководство "программы азимутов" осуществлял доктор К.АРНОЛЬД в Потсдаме. Им были также намечены основные направления для постановки за-

дачи на электронной вычислительной машине. Наблюдения начались в сентябре 1967 г. и закончились в мае 1969 г. В 1968 г. камера в Софии была установлена на новом столбе несколькими метрами дальше от старого места. Наблюдения приведены к новому столбу. Точность полученного вектора направления Рига - София составляет по горизонтальной компоненте, т.е. по азимуту, около $1 : 1\ 000\ 000$, по вертикальной компоненте около $1 : 500\ 000$; она не уступает лучшим международным результатам. Используя опыт, полученный в рамках "программы азимутов", было бы возможно ещё более повысить точность.

В предлагаемой публикации главы 2 и 7 написаны доктором К.АРНОЛЬДОМ, глава 3 - К.- Х.МАРЕКОМ, главы 4, 6 и 8 - доктором Д.ШЕПСОМ и глава 5 - доктором Х.МОНТАГОМ.

2. Theoretische Grundlagen

Wird ein Satellit S simultan an zwei Stationen P_1 und P_2 beobachtet, so erhält man die zum Satelliten weisenden Einheitsvektoren \underline{a}_1 und \underline{a}_2 . Diese spannen eine Ebene auf (Abb. 1). Der Normalenvektor dieser Ebene errechnet sich nach

$$\underline{n}_{12} = \frac{\underline{a}_1 \times \underline{a}_2}{|\underline{a}_1 \times \underline{a}_2|}$$

In der Schnittgeraden mehrerer solcher Ebenen befindet sich der zu bestimmende Einheitsvektor, der vom Punkte P_1 zum Punkt P_2 weist.

Für die Ableitung der Fehlergleichung geht man von folgendem Ansatz [2]:

$$s_1 \underline{a}_1 - s_2 \underline{a}_2 - (\underline{x}_2 - \underline{x}_1) = 0.$$

Setzt man

$$\underline{\kappa} = \underline{x}_2 - \underline{x}_1,$$

führt man die Differentiale $\delta \underline{a}_1$, $\delta \underline{a}_2$, $\delta \underline{\kappa}$ ein und multipliziert man mit dem Normaleinheitsvektor \underline{n}_{12} , so folgt die Fehlergleichung

$$s_1 \underline{n}_{12} \delta \underline{a}_1 - s_2 \underline{n}_{12} \delta \underline{a}_2 - \underline{n}_{12} \delta \underline{\kappa} - \underline{n}_{12} \underline{\kappa}_0 = 0.$$

$\underline{\kappa}_0$ ist ein Näherungswert für $\underline{\kappa}$.

Drückt man die Beobachtungsvektoren durch die Rektaszension, Deklination und Sternzeit aus, so gilt

$$\underline{a} = \begin{Bmatrix} \cos \delta \cos (\alpha - \theta) \\ \cos \delta \sin (\alpha - \theta) \\ \sin \delta \end{Bmatrix}.$$

Für den Vektor $\underline{\kappa}$ gilt in Polarkoordinaten

$$\underline{\kappa} = r \begin{Bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{Bmatrix}.$$

Geht man zu den zufälligen Verbesserungen der α, δ -Werte und zu den unbekanntenen Korrekturen der φ, λ -Werte über, so erhält man die folgende Fehlergleichung:

$$(1) \quad c_{\delta 1} v_{\delta 1} + c_{\alpha 1} v_{\alpha 1} - c_{\delta 2} v_{\delta 2} - c_{\alpha 2} v_{\alpha 2} + c_{\varphi} d\varphi + c_{\lambda} d\lambda - \underline{n}_{12} \underline{\kappa}_0 = 0$$

mit

$$c_{\delta i} = s_i \cdot n_{12} \frac{\partial a_i}{\partial \delta_i},$$

$$c_{\alpha i} = s_i \cdot n_{12} \frac{\partial a_i}{\partial \alpha_i},$$

$$c_{\varphi} = -n_{12} \frac{\partial \kappa}{\partial \varphi},$$

$$c_{\lambda} = -n_{12} \frac{\partial \kappa}{\partial \lambda}.$$

Die ausführlichen Formeln für die Differentialquotienten sind in Kapitel 7 zu finden.

Nimmt man an, die zufälligen Verbesserungen $v_{\delta i}$ und $\cos \delta \cdot v_{\alpha i}$ sind gleichgewichtig und voneinander unabhängig, und faßt man die vier zufälligen Variablen der obigen Fehlergleichung zu einer einzigen zusammen, dann erhält man

$$(2) \quad v + c_{\varphi} d\varphi + c_{\lambda} d\lambda - n_{12} \kappa_{\sigma} = 0.$$

Diese Gleichung hat das Gewicht

$$\frac{\sin^2 (\bar{u} + \bar{v})}{\sin^2 \bar{u} + \sin^2 \bar{v}}.$$

Die Winkel \bar{u} und \bar{v} ergeben sich aus Abb. 1. Bei der Ausmessung der Platten im

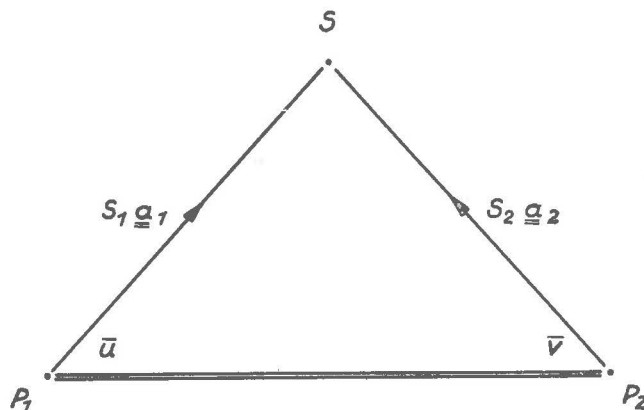


Abb. 1. Geometrie einer Beobachtungsebene

Komparator wurden diese so orientiert, daß die Satellitenspur in möglichst guter Annäherung parallel zur x-Achse zum Komparator verläuft (Abb. 2). Der eine Faden des Fadenkreuzes ist dann parallel und der andere senkrecht zur Satellitenspur ge-

richtet. Es werden jeweils die Spurunterbrechungen und 9 Äquidistant zwischen ihnen gelegene (ideelle) Punkte ausgemessen.

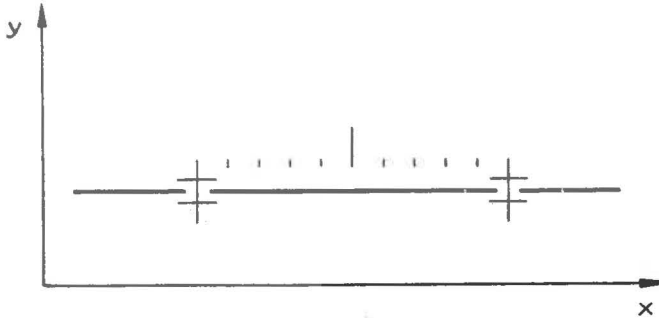


Abb. 2. Zur Ausmessung der Satellitenspur

Schließlich werden die zufälligen Verbesserungen der Rektaszension und Deklination in Gleichung (1) durch die voneinander unabhängigen und als zufällige Variable aufzufassenden Ausmeßfehler in Richtung der Satellitenspur v_{li} und senkrecht dazu v_{qi} substituiert mittels der Gleichungen

$$\cos \delta v_{\alpha} = \frac{1}{f} (v_l \sin M + v_q \cos M),$$

$$v_{\delta} = \frac{1}{f} (v_l \cos M - v_q \sin M).$$

(M ist der Positionswinkel der Satellitenspur am Himmel, f ist die Brennweite.)

Eine einzelne Fehlergleichung hat dann beispielsweise folgende Form:

$$-0,4 v_{l.R} - 7,5 v_{q.R} + 0,3 v_{l.S} + 7,3 v_{q.S} - 4,2 \Delta\varphi + 4,9 \Delta\lambda - 21,2 = 0.$$

Die Verbesserungen $v_{l.R}$, $v_{q.R}$, $v_{l.S}$, $v_{q.S}$ und die Unbekannten $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ sind in Sekunden, das freie Glied in Metern genommen. Durch die Besonderheiten des Azimutprojektes sind die Koeffizienten bei den Längsfehlern v_l immer wesentlich kleiner als die bei den Querfehlern v_q .

Ist φ_1 die ellipsoidische geographische Breite des Punktes P_1 , ist \underline{g}_1 bzw. \underline{g}_n der Normaleneinheitsvektor des Ellipsoids im Punkte P_1 bzw. im Nordpol und ist

$$k^0 = \frac{\underline{x}_2 - \underline{x}_1}{|\underline{x}_2 - \underline{x}_1|},$$

dann errechnet sich das Azimut des Vertikalschnittes P_1P_2 nach

$$\cos A = \frac{(\underline{k}^0 \underline{g}_n) - (\underline{k}^0 \underline{g}_1) \sin \varphi_1}{|\underline{g}_1 \times \underline{k}^0| \cos \varphi_1}.$$

3. Die Beobachtungsinstrumente

Die Beobachtungen auf den Stationen Riga und Sofia wurden mit Satellitenkameras vom Typ PSK (Abb. 3) ausgeführt, die im Jahre 1964 zur Beobachtung heller passiver Satelliten am damaligen Geodätischen Institut Potsdam entwickelt wurden.

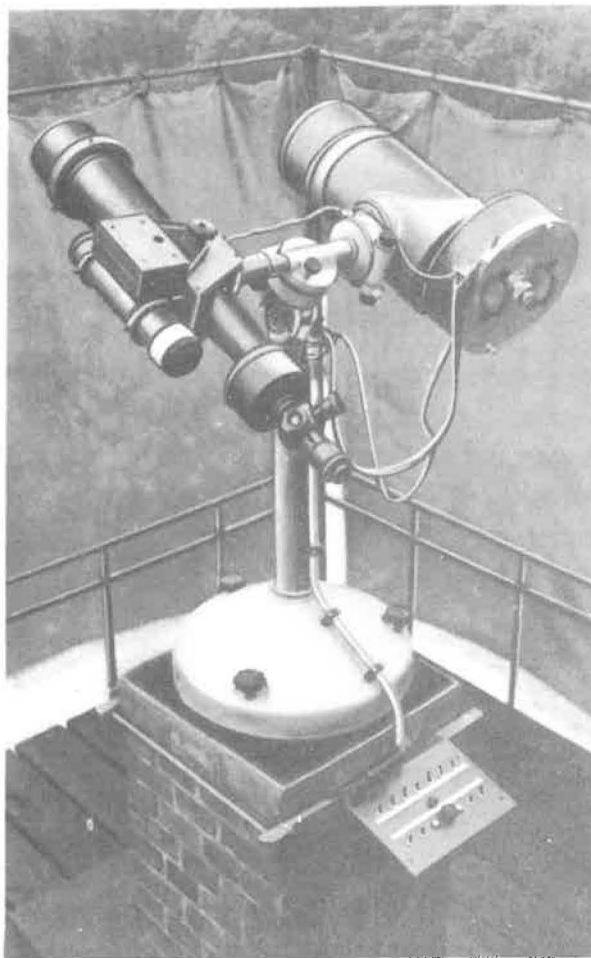


Abb. 3. Die Satellitenkamera PSK

Konstruktive Besonderheiten und spezifische Handhabung dieser Geräte leiten sich ab aus den bei der Konzeption der PSK gestellten prinzipiellen Anforderungen:

- geodätischen Ansprüchen genügende Genauigkeit bei der Registrierung der Satellitenpositionen,
- mobile Einsatzmöglichkeit auf Feldstationen,
- relativ geringer Kostenaufwand.

Aufbau und Wirkungsweise der PSK sind u. a. in [6] und [8] ausführlich beschrieben, so daß hier lediglich ihre charakteristischen technischen Parameter nochmals zusammengestellt sind:

Dimensionen: Höhe 1,2 m, Breite 1,0 m, Gewicht ca. 120 kp

Montierung: parallaktische Zeiss-Montierung Ib, ständige Sternnachführung mit Synchronmotor

Optisches System: Zeiss-Spiegelobjektiv 5,6/1000

Cassegrain-Reflektor mit $D = 200 \text{ mm}$, $f = 1000 \text{ mm}$,
Gesichtsfeld $3,5^\circ \times 4,7^\circ$, Verzeichnungskoeffizient $2,1 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$

Reichweite für Sterne bei 10 s Belichtungszeit bis 10^m , für Satelliten bei $0,5^\circ/\text{s}$ bis $3 - 4^m$

Statistische Sternhäufigkeit: ca. 57 Sterne mit $m \leq 9^m$

2 Spezialkassetten mit je 3 Glasplatten ORWO-NP 27 $6,5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$

Hilfseinrichtungen an der Kamera: 2 AT-1-Fernrohre als Sucher (11° Gesichtsfeld), Zeiss-Aussichtsfernrohr 110/750 zur parallaktischen Aufstellung und Kontrolle der parallaktischen Nachführung (Vergrößerung ca. 50fach)
Elektronisches Steuerpult mit Signallampen

Positionsmarkierung: Manuell zu betätigender Kassettenverschluß zur Freigabe der Belichtung und unmittelbar vor der Fokalebene rotierender Sektorverschluß mit besonders dimensioniertem Spalt zur kontinuierlichen Spurmarkierung (theoretische Grundlagen s. [7]). Steuerung durch Synchronmotor mit Normalfrequenz, 1 Umdrehung pro Sekunde

Belichtungszeit der Sterne 10 - 15 s, dazwischen Markierung von etwa 10 Satellitenpositionen (s. Abb. 4)

Zeitmarkierung: Kopplung des Kassettenverschlusses mit der Kontaktgabe

Die bei jedem Umlauf des Sektorverschlusses abgegebenen Zeitkontakte von etwa $0,6 \text{ ms}$ Länge werden über einen trägheitslos arbeitenden Monovibrator geleitet, der einen ca. 150 ms langen Impuls liefert. Genauigkeit der Umlaufzeit des Sektorverschlusses $\pm 0,001 \text{ s}$.

Die Zeitregistrierung erfolgt auf mit Normalfrequenz betriebenen Druckchronographen (± 1 bis 2 ms). Das Blockschema einer PSK-Anlage ist in Abb. 5 dargestellt.

Die Einrichtungen zum Anschluß der von der Kamera abgegebenen Zeitimpulse an ein bestimmtes Zeitsystem (Zeitsignal) stellten die jeweiligen Beobachtungsstationen zur Verfügung. In Sofia wurde der Zeitanschluß durch Empfang der Zeitsignale über einen Impulsformer mit dem bei der Satellitenbeobachtung verwendeten Druckchronographen - auch unter Verwendung einer Quarzuhr - ausgeführt; in Riga erfolgte der Zeitanschluß über Quarzuhren "Riga" und "Rohde u. Schwarz" und die oszilloskopisch aufgenommenen Zeitsignale FTN 13875 kHz und OMA 50 kHz . In Riga wurden außerdem Verbesserungen an der Montierung der Kamera zur Erhöhung der Stabilität der Aufstellung sowie an der Zeitgabeeinrichtung ausgeführt.



Abb. 4. Ausschnittvergrößerung einer Satelliten-Positionsregistrierung mit der PSK

Bei der Zeitzuordnung der mit der PSK beobachteten Satellitenpositionen ist die Berücksichtigung einer Reihe instrumententypischer Korrekturen notwendig, u. a. auf Grund der fertigungstechnisch bedingten Nichtsymmetrie des Sektorverschlusses, der Kontaktbreite, der Relaisverzögerung und der unterschiedlichen Lage der Satellitenpositionen auf der Photoplatte. Von besonderem Interesse ist die letztgenannte Korrektur ("Gesichtsfeldkorrektur" [7]), die sich - ebenso wie die bei der Reduktion der Positionsbestimmungen benötigte Lage des optischen Zentrums jeder Aufnahme - mit Hilfe zweier auf der Photoplatte abgebildeter Rahmenmarken ableiten läßt. In der Praxis werden zu diesem Zwecke spezielle Paletten benutzt, zu deren Konstruktion die Resultate der mit elektronischen, photographischen und geometrischen Methoden ausgeführten Verschlußuntersuchungen erforderlich sind.

Die bei der Plattenreduktion verwendeten Kamerakonstanten (Lage des optischen Zentrums, Verzeichnungskoeffizient) wurden als Optimalwerte unmittelbar aus dem Beobachtungsmaterial abgeleitet.

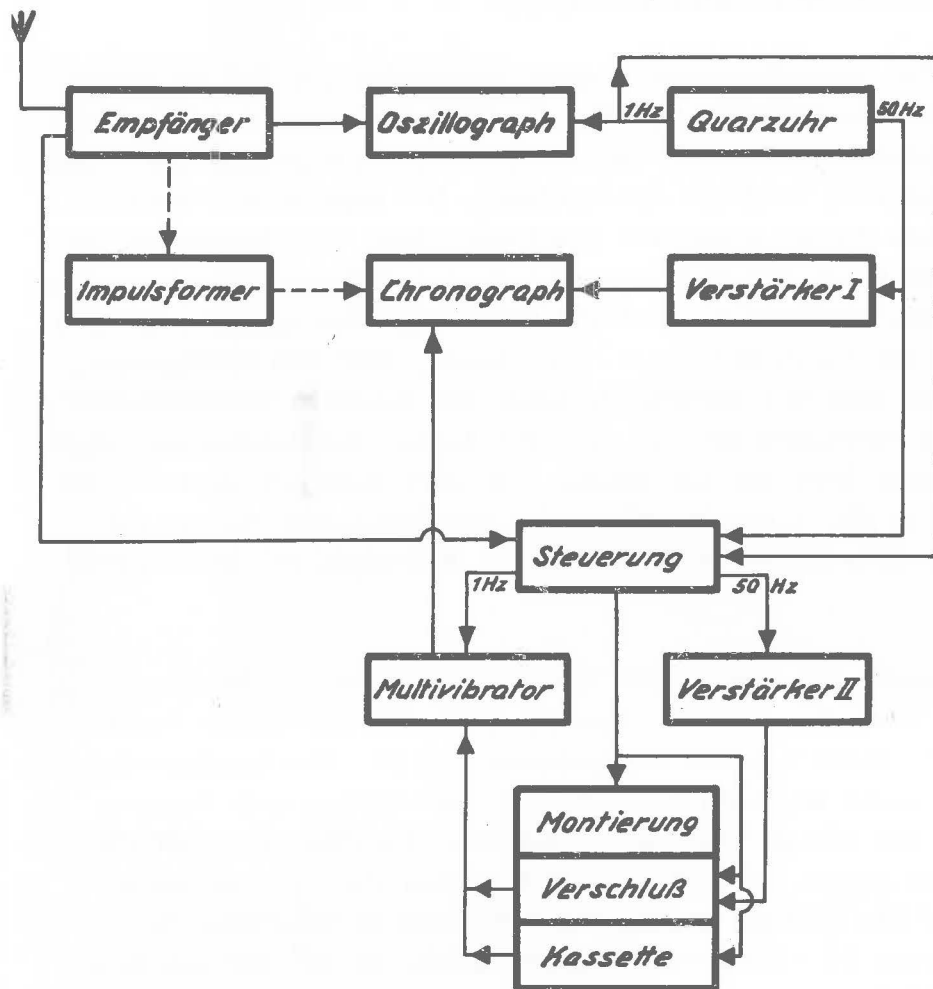


Abb. 5. Blockscheema der Satellitenbeobachtungsanlage

4. Das Beobachtungsmaterial

4.1. Vorausberechnungen von Ephemeriden für "Echo 2"

Bei der Durchführung der Azimutbestimmung wurde ausschließlich der Ballon-Satellit "Echo 2" verwendet. Die Vorausberechnung der Ephemeriden wurde am Rechenzentrum der Sternwarte Babelsberg bei der DAW auf einer Rechenmaschine ZRA 1 nach einem schon früher erarbeiteten Programm durchgeführt. Die ungefähren Beobachtungszeiträume wurden schon vorher graphisch ermittelt. Etwa vier Wochen vor Beginn der Beobachtungen erhielten die Stationen die ersten Beobachtungsephemeriden. Sie bestanden aus folgenden Angaben: 1. laufende Nummer des Durchganges, jeweils in einer Beobachtungsperiode durchgezählt; 2. Tag, Monat, Jahr des Durchganges; 3. T_{Riga} und T_{Sofia} , das sind die Zeiten, zu denen der Satellit den Parallelkreis von Riga bzw. Sofia überschreitet; 4. zwei Positionen des Satelliten, gegeben durch die topozentrische Höhe und das Azimut (von Nord über Ost gezählt) und die dazugehörigen Zeiten in WZ. - Als Grundlage für die Rechnungen wurden die 14täglichen herausgegebenen Ephemeriden des Smithsonian Astrophysical Observatory (USA) verwendet.

Ballonsatelliten allgemein und damit auch "Echo 2" werden durch Strahlungsdruck, verschiedenartige Erwärmung und Reibungswirkungen der Atmosphäre verhältnismäßig stark beeinflusst. Daher ist die Vorausberechnung der Durchgangszeiten schwierig und nicht sehr exakt möglich. Bis zum Juli 1968 ließen sich dennoch Voraussagen treffen, die nur wenige (maximal 8) Minuten gegenüber der tatsächlichen Durchgangszeit falsch waren. Im September 1968 machte sich die Tatsache, daß der Satellit kurz vor dem Absturz stand, insofern bereits bemerkbar, als hier die Voraussagen um etwa 16 - 20 Minuten falsch waren. In der letzten Beobachtungsperiode, im Mai 1969, konnten praktisch überhaupt keine gültigen Voraussagen mehr gemacht werden. Der Satellit "Echo 2" stürzte am 7. Juni 1969 ab.

4.2. Statistik des Beobachtungsmaterials

Auf Grund der Ephemeridenberechnungen wurden innerhalb des Zeitraumes von September 1967 bis zum Mai 1969 in acht Perioden Beobachtungen durchgeführt. Eine schematische Übersicht darüber zeigt Tab. 1. Es ist daraus folgendes zu entnehmen: Von den 157 angegebenen Beobachtungstagen konnten nur weniger als ein Drittel ausgenutzt werden, und nur an 10 Tagen wurden Simultanbeobachtungen erzielt. Diese unbefriedigenden Resultate gehen vor allem zu Lasten der ungünstigen Wetterverhältnisse. So konnten in den drei Winterperioden 2, 3 und 7 von 78 möglichen Beobachtungstagen in Riga nur 12 und in Sofia nur 16 ausgenutzt werden. Entsprechend gering war die Ausbeute; denn es wurde nur eine Simultanbeobachtung erhalten. Als günstigste Beobachtungszeiten erwiesen sich die Monate April bis September. In diesen Monaten wurden dann auch fast alle Simultanbeobachtungen erhalten. Die Großwetterlage in den beiden 1600 km von-

ab. 1. Statistik des Beobachtungsmaterials

Nr.	Beob.-Periode Zeitraum	Anzahl der Beob.-Tage	Anzahl der Durchgänge	Anzahl d. Beobachtungen		Simultanbeob.		Bemerkungen
				in Riga Tage Beob.	in Sofia Tage Beob.	Tage	Anzahl	
1	3. 9.67-11. 9.67	8	9	6 19	3 5	1	1	vor Umbau d. Station Sofia
2	6.11.67- 1.12.67	22	39	6 20	7 17	1	1	
3	29. 1.68-20. 3.68	33	36	5 14	9 18	-	-	wetterbedingt
4	22. 4.68- 9. 5.68	9	9	10 32	5 11	2	4	
5	18. 6.68-28. 7.68	31	35	11 36	14 35	5	10	3 Beob. erwiesen sich später als nicht simultan
6	9. 9.68-25. 9.68	14	16	2 8	4 13	1	5	
7	26.11.68-19.12.68	23	37	1 3	- -	-	-	wetterbedingt
8	1. 5.69-19. 5.69	17	17	3 5	5 12	-	-	Voraussagen sehr unsicher
	Summen	157	198	44 137	47 111	10	21(18)	

einander entfernten Beobachtungsstationen erwies sich in den angegebenen Monaten als noch am besten in Übereinstimmung. In der letzten Beobachtungsperiode im Mai 1969, die bis etwa 3 Wochen vor Absturz des Satelliten reichte, konnten auf beiden Stationen nur Zufallsaufnahmen gemacht werden, da die Voraussagen sehr unsicher waren und der Satellit sich in den Breiten von Sofia teilweise im Erdschatten befand.

In Tab. 2 soll eine Übersicht über die erhaltenen Simultanbeobachtungen gegeben werden. Es ist daraus erkennbar, daß fast immer mehrere Simultanbeobachtungen am gleichen Tage erhalten wurden. Hier bewährte sich die Einrichtung der Kamera, die es gestattete, drei Platten im Abstand von 2 Minuten hintereinander zu belichten. Allein am 18. 9. 1968 wurden fünf Simultanpaare gewonnen, allerdings bei zwei aufeinanderfolgenden Satellitenumläufen.

Tab. 2. Übersicht über die Simultanaufnahmen

Nr.	Datum	Zeit in WZ	Nr. des Negativs		Bemerkungen
			Riga	Sofia	
1	10. 9. 67	0 ^h 36 ^m	20	7	
2	7.11. 67	17 50	88	10	
3	26. 4. 68	21 34	40	58	
4	26. 4. 68	21 36	41	59	
5	29. 4. 68	21 08	54	60	
6	29. 4. 68	21 10	55	61	
7	6. 7. 68	22 38	77	75	
8	6. 7. 68	22 40	78	76	
9	9. 7. 68	21 50	79	77	
10	9. 7. 68	21 52	80	78	
11	13. 7. 68	21 22	82	79	Bild S 79 nicht identifizierbar
12	13. 7. 68	21 24	83	80	Bild R 83 keine Zeitregistrierung
13	23. 7. 68	20 54	93	81	} Aufnahmen waren nicht simultan
14	23. 7. 68	20 56	94	82	
15	23. 7. 68	20 58	95	83	
16	28. 7. 68	20 42	106	84	
17	18. 9. 68	1 04	114	89	
18	18. 9. 68	1 06	115	90	
19	18. 9. 68	2 46	116	92	
20	18. 9. 68	2 48	117	93	
21	18. 9. 68	2 50	118	94	

4.3. Geographische Verteilung der Subsatellitenpunkte

Für die reine Azimutbestimmung ist es besonders günstig, wenn die Subsatellitenpunkte zum Zeitpunkt der Beobachtung in der Nähe des Verbindungsvektors der beiden Beobachtungsstationen liegen. Für die in Tab. 2 angegebenen Bildpaare (ohne die Paare 13, 14, 15) wurden die Subsatellitenpunkte berechnet. Sie wurden anschließend in eine Kartenskizze eingetragen (Abb. 6). Nur 5 Subsatellitenpunkte liegen östlich der Verbindung Riga - Sofia, davon 2 verhältnismäßig weit entfernt, während 13 Subsatellitenpunkte westlich von den Stationen liegen. Die Subsatellitenpunkte der Bildpaare 2, 9, 10, 12 und 21 liegen in unmittelbarer Nachbarschaft des Verbindungsvektors, d. h. weniger als drei Längengrade entfernt.

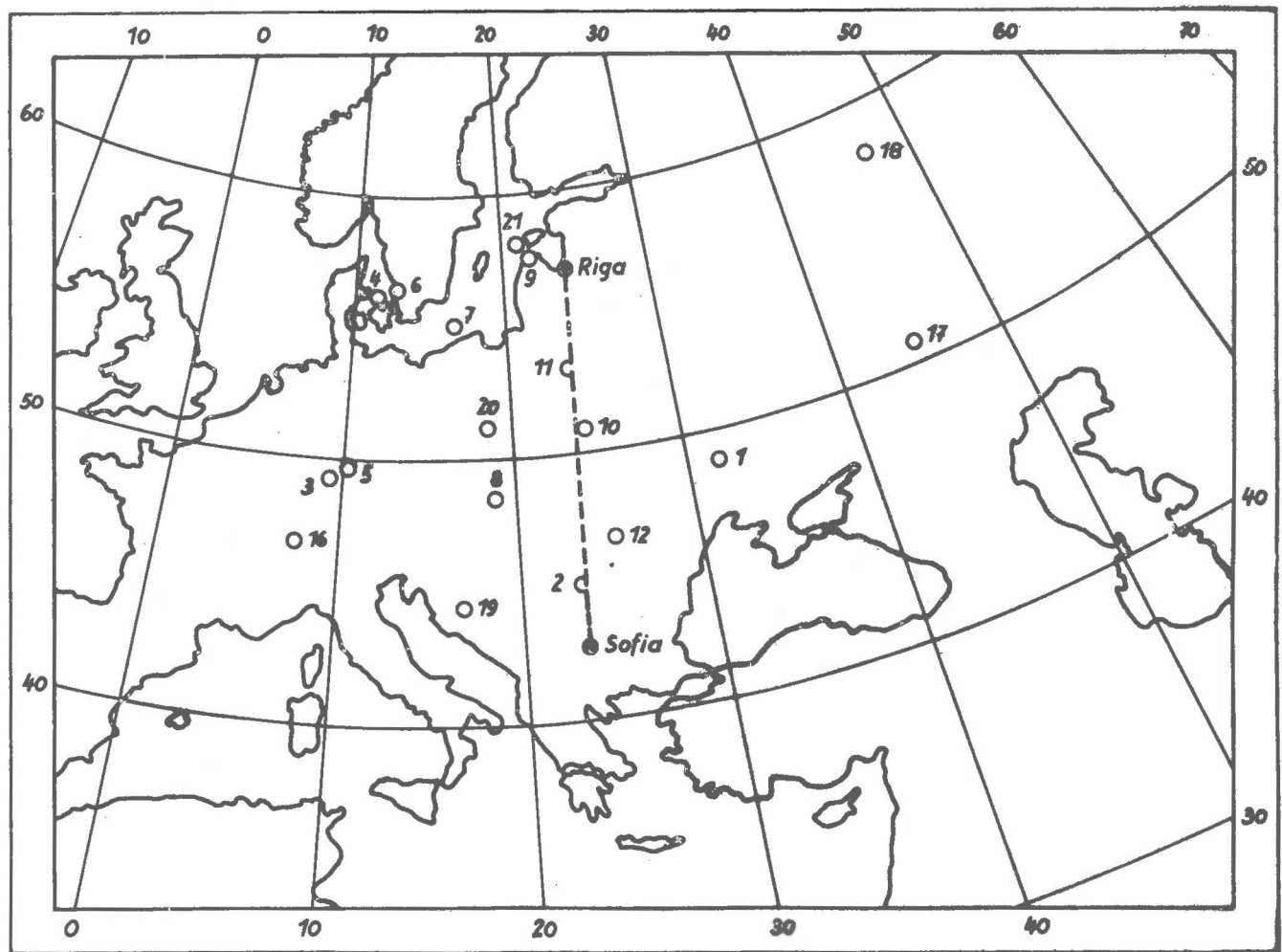


Abb. 6. Verteilung der Subsatellitenpunkte

Die relativ wenig günstige Ost-West-Verteilung kommt dadurch zustande, daß die Beobachtungen hauptsächlich in den späten Abendstunden durchgeführt wurden. Zu dieser Zeit steht die Sonne unter dem Horizont im Nordwesten, und östlich der Stationen befindet sich der Erdschatten.

4.4. Beschreibung des Beobachtungsmaterials

Für ein gutes Gelingen einer Auswertung ist es notwendig, daß die Negative eine gute scharfe Darstellung der Fixpunkte und der Satellitenspur und ihrer Unterbrechungen aufweisen. Ferner ist die Güte und Sorgfalt der Chronographenregistrierung ein wesentliches Kriterium für die Genauigkeit des zu berechnenden Azimutes.

Nicht alle Negative erfüllten vollständig die Ansprüche, die an sie zu stellen waren. Auf einem Teil der Platten waren die Sterne nicht kreisförmig, sondern ellipsenförmig dargestellt. Teilweise waren die Sterne schwierig zu erkennen, wahrscheinlich wegen dünnen Hochnebels über der Station. Bei einigen Platten zeigten sich Runzeln auf der Photoschicht, manche Platten waren auch insgesamt mit einem Grauschleier bedeckt. Sie hatten entweder Nebenlicht bekommen oder waren möglicherweise schon überlagert. Trotzdem gelang es, alle Platten - bis auf eine - auszuwerten.

Die Satellitenkamera PSK ist in bezug auf die einwandfreie Zeitzuordnung teilweise automatisiert. Beim Öffnen des Verschlusses, der sich vor der Platte befindet, wird ein Kontakt ausgelöst, der auf dem Chronographenstreifen aufgezeichnet wird. Erst nach dem Öffnungskontakt werden die Kontakte des sich drehenden Sektors zum Chronographen übertragen. Nach dem Durchlauf des Satelliten wird der Verschuß wieder geschlossen, wodurch ebenfalls ein Kontakt ausgelöst und registriert wird. Wird nun noch vom Beobachter darauf geachtet, daß sowohl der Anfang als auch das Ende der Satellitenspur sich auf der Platte befinden, so ist eine eindeutige Zuordnung der auf dem Chronographen registrierten Zeiten zu den auf der Platte vorhandenen Spurpunkten wohl immer möglich. Das ordnungsgemäße Funktionieren der Kontaktgabe setzte allerdings eine sehr sorgfältige Justierung voraus, die außerdem ständig überprüft und überwacht werden mußte.

Es war ursprünglich vorgesehen, daß die Beobachter die Auswertung der Chronographenstreifen und die Zuordnung zu den Unterbrechungen der Satellitenspur selbst vornehmen sollten. Bei der Bearbeitung traten jedoch Schwierigkeiten in bezug auf die Zuordnung zutage, so daß es notwendig wurde, die Chronographenstreifen, die nur teilweise zugänglich waren, in Potsdam noch einmal auszuwerten. Dabei stellte sich heraus, daß in den meisten Fällen die Öffnungs- und Schließkontakte des Verschlusses nicht gekommen waren. Wenn dazu noch entweder der Anfang oder das Ende der Satellitenspur oder sogar beide außerhalb des Bildes lagen, so war eine exakte Zuordnung teilweise sehr erschwert. So ergaben sich etwa bei der Hälfte aller Bilder Schwierigkeiten in der genauen Zeitzuordnung, die umfangreiche und aufwendige zusätzliche Rechnungen erforderten.

5. Die Ausmessung der Platten am Komparator ASCORECORD

5.1. Normale Ausmessung

Der für die Ausmessung verwendete Komparator ASCORECORD wurde in der Literatur schon ausführlich beschrieben [4], so daß hier darauf verzichtet werden kann. Im Normalfall wird die Photoplatte mit ihrer Längsseite etwa parallel zur x-Achse in den Komparator gelegt, und es werden neben den möglichst gleichmäßig um die Satellitenspur verteilten Anhaltsternen die bei Aufnahmen mit der PSK im Abstand von einer Zeitsekunde markierten Spurpunkte koordinatenmäßig ausgemessen. Um systematische persönliche Einstellfehler auszuschalten, erfolgte die Messung aller Objekte in beiden Stellungen des Prismas vor dem Okularmikrometer. In jeder Prismastellung wurden die Meßpunkte zweimal unabhängig ausgemessen.

Die Messungen der einzelnen Platten wurden von verschiedenen Beobachtern ausgeführt. Im Durchschnitt wurde für das Mittel der vier Messungen ein mittlerer zufälliger Fehler aus den Streuungen der einzelnen Werte in beiden Koordinaten von $\pm 1,0 \mu\text{m}$ erhalten. Diesem zufälligen Lagefehler von $\pm 1,4 \mu\text{m}$ entsprechen auch etwa die Angaben in [5]. Aus zwei völlig unabhängigen Messungen - ausgeführt zu verschiedenen Zeiten, von verschiedenen Beobachtern - wurde nach Herstellung der gleichen Orientierung und Nullpunktage durch affine Transformation ein mittlerer Lagefehler des Mittels aus vier Messungen für einen Stern oder Spurpunkt von $\pm 2,0 \mu\text{m}$ bestimmt. In diesem Betrag ist auch ein Teil der systematischen Fehler enthalten. Bei einer Brennweite des Aufnahmeobjektivs von 1000 mm ergibt das einen mittleren Fehler von $\pm 0,4''$ sowohl für die topozentrischen Richtungen nach den Anhaltsternen als auch nach den Spurpunkten. Die Meßfehler der Anhaltsterne wirken sich bei der Berechnung der topozentrischen Koordinaten der Spurpunkte (Kap. 6) auch auf die innere Genauigkeit dieser Spurpunkte aus. Um den mittleren Fehler der topozentrischen Koordinaten der Spurpunkte zu bestimmen, wurden 12 Platten jeweils zweimal unabhängig ausgemessen und nach dem in Kap. 6 dargestellten Programm reduziert. Aus den Differenzen der Koordinaten der identischen Spurpunkte ergab sich als quadratischer Mittelwert ein mittlerer topozentrischer Richtungsfehler der Spurpunkte von $\pm 0,7''$.

Die Anzahl der ausgemessenen Anhaltsterne betrug jeweils etwa 10 bis 15; ebenso groß war im allgemeinen die Anzahl der Spurpunkte, denen Zeiten zugeordnet waren. Durchschnittlich waren es aber nur 6 bis 7 quasi simultane Spurpunkte, die der weiteren Auswertung zugeführt werden konnten. Hinzu kommt, daß die wenigen momentanen Abbildungen des Satelliten durch Szintillation bzw. kurzzeitige Refraktionsschwankungen sowie andere Fehler beträchtlich verfälscht sein können. Nach Literaturangaben erreichen diese Störeinflüsse zuweilen $5''$ bis $10''$. Bei den Sternabbildungen werden diese Fehler durch die lange Belichtungszeit kompensiert. Um auch ihren Einfluß bei der Bestimmung der Satellitenposition weitgehend zu eliminieren, müssen neben den wenigen eigentlichen Spurpunkten weitere Punkte der Satellitenspur ausgemessen werden [2].

5.2. Verfeinerte Ausmessung

Die als verfeinerte Ausmessung bezeichnete zusätzliche Auswertung von Punkten der Satellitenspur geschah auf die Weise, daß die Distanz zweier benachbarter Spurpunkte in 10 äquidistante Intervalle unterteilt wurde und die so entstandenen zusätzlichen neun Spurpunkte ebenfalls ausgemessen wurden (Abb. 2). Dazu wurde zunächst die Satellitenspur parallel zur y-Achse des Komparators orientiert. Darauf erfolgte die Messung der y-Werte der eigentlichen Spurpunkte, um die neun Zwischenpunkte linear interpolieren zu können. Bei der anschließenden genauen Messung der Spurpunkte und der Zwischenpunkte auf der Spur mußten natürlich für die Zwischenpunkte die vorher interpolierten y-Werte eingestellt werden, und nur die für das Azimut wesentliche x-Koordinate (senkrecht zur Spur) wurde genau gemessen. Somit wurde die Anzahl der Satellitenpunkte verzehnfacht. Alle Punkte gingen gleichgewichtig in die weitere Auswertung ein. Vor der endgültigen Ausgleichung der Richtung des Verbindungsvektors Riga - Sofia wurden aber jeweils 10 Fehlergleichungen zu einer durchschnittlichen zusammengefaßt (Kap. 7).

Da a priori nur für die eigentlichen Spurpunkte Zeiten registriert waren, mußten für die jeweils neun Zwischenpunkte die Zeiten berechnet werden. Wegen der Ausrichtung der Spur parallel zur y-Achse ist die Zeit nur von den y-Werten abhängig. Es galt nun zu untersuchen, ob eine quadratische Zeitinterpolation gegenüber der linearen eine signifikante Genauigkeitssteigerung zur Folge hat. Interpolationsgleichungen noch höheren Grades wurden nicht beachtet, da sie bei den kurzen Intervallen von einer Zeitsekunde keine Verbesserung bringen dürften. Will man die Konstanten der quadratischen Gleichung

$$(3) \quad t = a_0 + a_1 (y - y_0) + a_2 (y - y_0)^2$$

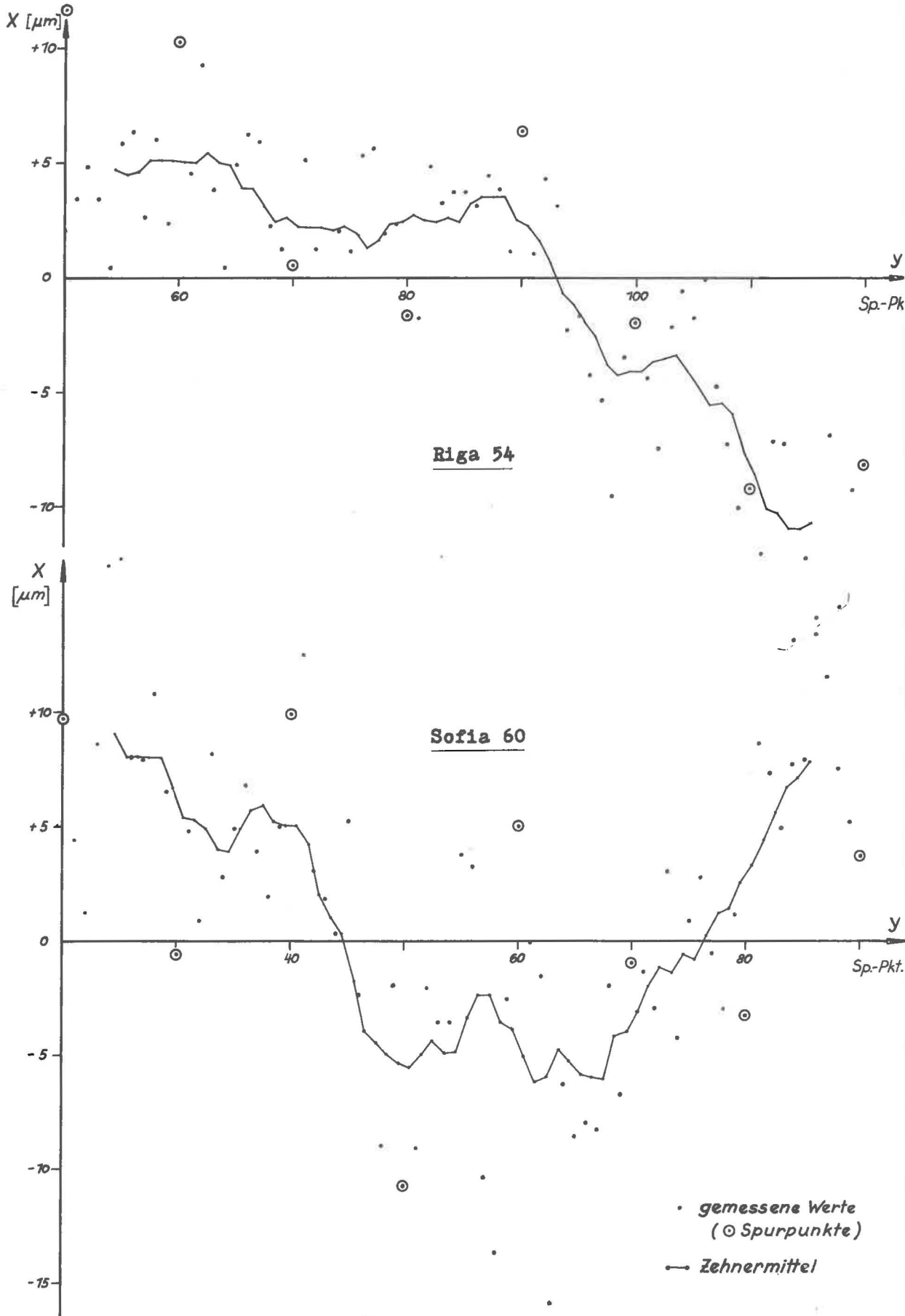
bestimmen, so benötigt man drei bekannte Punkte. Für das Intervall $P_3 \dots P_4$ könnte man also zur Bestimmung der Gleichung (3) die Punkte P_2, P_3 und P_4 oder die Punkte P_3, P_4 und P_5 verwenden. Wie mehrere Testbeispiele zeigten, kann die Differenz der Zeiten innerhalb eines Intervalls von 1 s in Abhängigkeit davon, welche drei Punkte man zugrunde legt, bis maximal etwa 1,5 ms betragen. Etwas geringer waren die maximalen Differenzen zwischen linearer und quadratischer Interpolation. Diese Tatsache in Verbindung mit der Genauigkeit der Zeitregistrierung bei der Beobachtung berechtigte dazu, die lineare Zeitinterpolation für die Zwischenpunkte als ausreichend anzusehen.

Auch die Interpolation der zeitlich benachbarten Punkte der Satellitenspuren der Stationen Riga und Sofia auf Simultaneität erfolgte linear. Da das im allgemeinen vor der Berechnung der topozentrischen Satellitenkoordinaten erfolgte, genügte auch hier eine Interpolation der y-Werte.

Ursprünglich war die verfeinerte Ausmessung für alle Platten geplant. Aus Zeitgründen war aber bei den Paaren 16 bis 21 eine Beschränkung auf die normale Messung notwendig.

5.3. Vergleich der beiden Meßmethoden

Es sollen nur die gemessenen, für das Azimut wesentlichen x -Koordinaten diskutiert werden. Zu diesem Zweck wurden für das Plattenpaar 5 (Riga 54 und Sofia 60) als Beispiel in Abb. 7 die gemessenen x -Werte (senkrecht zur Spur) sowohl für die eigentlichen Spurpunkte als auch für die Zwischenpunkte aufgetragen. Gleichzeitig sind noch die übergreifenden Zehnermittelwerte in Abhängigkeit von ihrem jeweiligen Zentralpunkt dargestellt, so daß an jeder Stelle die Differenz zwischen einem einzelnen Meßwert und dem dazugehörigen Mittel aus zehn Werten abgelesen werden kann. Diese Differenz beträgt z. B. bei der Platte Sofia 60 bis über $10\mu\text{m}$, was mehr als dem zehnfachen mittleren Meßfehler einer Koordinate entspricht. Wie sich weiterhin zeigt, streuen die eigentlichen Spurpunkte und auch die Zwischenpunkte überwiegend zufällig um die Zehnermittelwerte (ABBE-HELMERT-Kriterium). Man kann aus dieser Tatsache schlußfolgern, daß die verfeinerte Ausmessung insbesondere bei einer geringen Anzahl von simultanen Satellitenspurpunkten eine signifikante Genauigkeitssteigerung bringen wird.



6. Die Reduktion der Satellitenaufnahmen

6.1. Die Berechnung von α , δ für die Spurpunkte

Die Ermittlung der topozentrischen Koordinaten α , δ für die Punkte der Satellitenspur geschah nach dem in Potsdam entwickelten astrometrischen Reduktionsverfahren. Es ist in der Literatur mehrfach beschrieben worden, ausführlich in [9]. So sollen hier nur einige Grundsätze mitgeteilt werden.

Von den Mitarbeitern der Beobachtungsstationen Riga und Sofia wurden die meisten Platten bereits vorläufig ausgewertet, indem die darauf befindlichen Sterne identifiziert und ihre Nummern im Katalog des Smithsonian Astrophysical Observatory (SAOC) festgestellt wurden. Für alle Platten wurden in Potsdam die Sterne noch einmal zur Kontrolle neu identifiziert.

Die im Katalog enthaltenen mittleren Sternörter wurden in scheinbare Sternörter, bezogen auf das Äquinox zur Beobachtungszeit, umgerechnet. Ferner wurden noch die Einflüsse der täglichen Aberration und der astronomischen Refraktion angebracht.

Dann wurde eine affine Transformation zwischen den Äquatorialen und den gemessenen ebenen Plattenkoordinaten durchgeführt. Es zeigte sich, daß es bei der Bestimmung der Plattenkonstanten notwendig ist, in der Ausgleichung auch für die Koeffizienten die durch die Verzeichnung verbesserten Koordinatenunterschiede einzuführen. Die entsprechend verbesserten Formeln (29) und (30) aus [9] lauten dann:

$$\bar{v} = \bar{a} \Delta x' + \bar{b} \Delta y' + \bar{c} - \bar{I},$$

$$\bar{v} = \bar{d} \Delta x' + \bar{e} \Delta y' + \bar{F} - \bar{I},$$

wobei

$$\Delta x' = \Delta x - \kappa (\Delta x^2 + \Delta y^2) \Delta x,$$

$$\Delta y' = \Delta y - \kappa (\Delta x^2 + \Delta y^2) \Delta y$$

mit

$$\Delta x = x - x_0,$$

$$\Delta y = y - y_0$$

sind. Ferner lauten die Widersprüche

$$- \bar{I} = - F X + \Delta x' = - (F X - \Delta x) - \kappa (\Delta x^2 + \Delta y^2) \Delta x,$$

$$- \bar{I} = - F Y + \Delta y' = - (F Y - \Delta y) - \kappa (\Delta x^2 + \Delta y^2) \Delta y.$$

Mit Hilfe der 6 aus der Ausgleichung ermittelten Plattenkonstanten wurden dann nach den Formeln (31) aus [9]

$$\bar{X} = \frac{1}{F} \{ (1 + \bar{a}) \Delta \bar{x}' + \bar{b} \Delta \bar{y}' + \bar{c} \},$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{F} \{ \bar{d} \Delta \bar{x}' + (1 + \bar{e}) \Delta \bar{y}' + \bar{f} \}$$

die Tangentialkoordinaten \bar{X} , \bar{Y} berechnet und daraus die Koordinaten der Spurpunkte α , β . Nach Anbringen der parallaktischen Refraktion konnten diese Koordinaten in die weitere Rechnung einbezogen werden.

Zur Ableitung der äquatorialen Koordinaten für die Spurpunkte wurden pro Bild im Durchschnitt 11 Sterne verwendet. Die minimale Sternanzahl betrug auf einem Bild 5 Sterne, maximal wurden 16 Sterne in die Rechnung zur Reduktion einer Platte eingeführt. Aus der Ausgleichung ergaben sich für die Restverbesserungen der Sterne im Durchschnitt 0,94. Eine ausführliche Darstellung über die Anzahl der verwendeten Sterne und die durchschnittlichen Restfehler für alle Aufnahmen ist in Tab. 3 enthalten. Schon hier lassen sich gewisse Rückschlüsse auf die Güte der Negative machen.

6.2. Die Reduktion der Zeitmessungen

Die Kontakte des rotierenden Sektors wurden auf beiden Stationen mittels Druckchronographen registriert. Ebenso wurden zur Ermittlung des Chronographenstandes die Zeitzeichen aufgenommen und registriert. An den Ablesungen müssen auf den Stationen noch folgende Zeitreduktionen angebracht werden:

1. eine Reduktion wegen der Verzögerung zwischen Kamera und Chronograph;
2. eine Reduktion wegen der Verzögerung zwischen Rundfunkempfänger und Chronograph;
3. eine Reduktion wegen der Exzentrizität des Kontaktstiftes am Drehsektor, die sogenannte Sektorkonstante;
4. eine Reduktion wegen der Laufzeit der Radiowellen vom Zeitzeichensender zum Empfänger.

Die Werte der Reduktionen 1 bis 3 sollten von den Beobachtern vor jeder Beobachtungsperiode neu bestimmt werden. Mittels der Reduktion 4 wurden die Registrierungen auf die Zeit der Zeitzeichenaussendung bezogen.

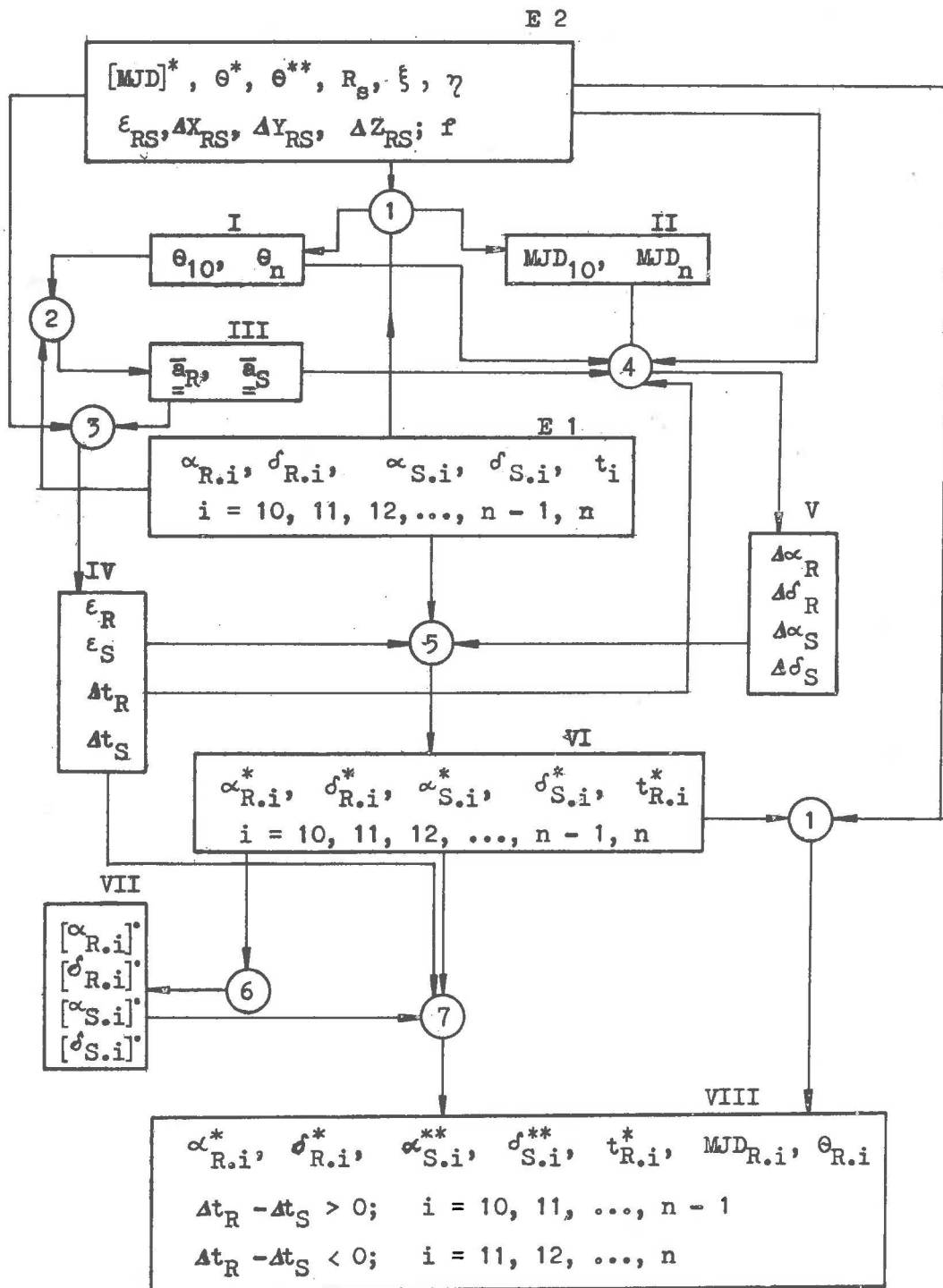
Die Stationen sollten ihre Beobachtungen auf das vom Geodätischen Institut Potsdam gesteuerte Zeitzeichen DIZ 4525 kHz beziehen. Da dieses Zeitzeichen aber nicht immer deutlich genug zu empfangen war, wurde den Stationen freigestellt, ein anderes Zeitzeichen zu verwenden und dann ihre Registrierungen auf DIZ umzu-

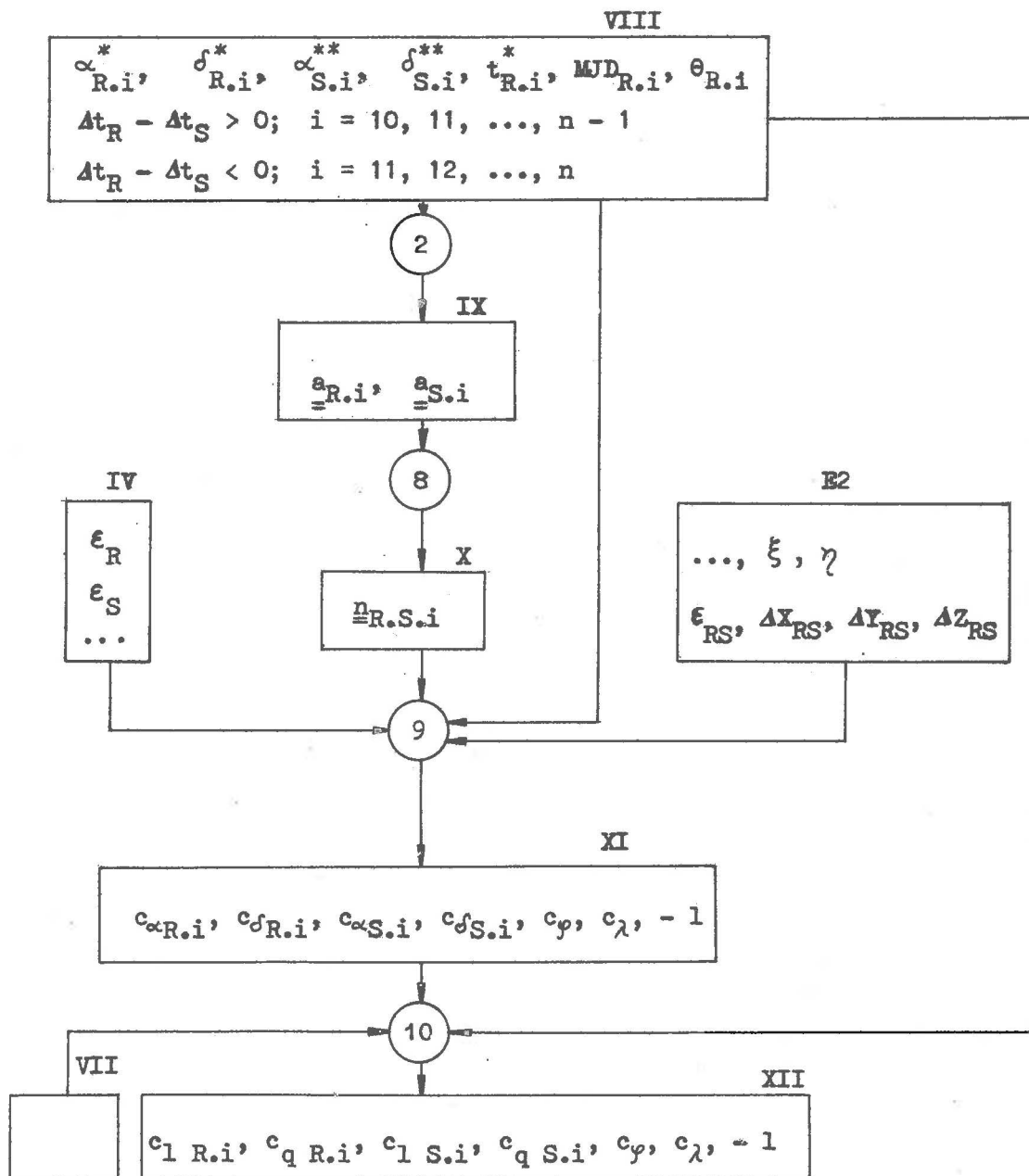
Tab. 3. Restfehler der Sterne, Chronographenstreifen und verwendete Zeitsysteme

Paar	Nummer		Anzahl der Sterne	Durchschnittl. Restverb.	Chronographenstreifen		Verwendetes Zeitsystem
	Riga	Sofia			vorh.	n. vorh.	
1	20	7	12 10	0,89 0,82		x	DIZ 4525 OMA 2500
2	88	10	10 9	0,70 0,46	x	x	DIZ OMA
3	40	58	14 12	1,08 1,27	x	x	DIZ DIZ
4	41	59	13 9	0,58 1,00	x	x	DIZ DIZ
5	54	60	10 10	1,14 0,62	x	x	DIZ DIZ
6	55	61	8 9	1,12 1,56	x	x	DIZ DIZ
7	77	75	11 10	0,73 0,78	x		DIZ RWM
8	78	76	12 13	0,58 0,73	x		DIZ RWM
9	79	77	12 11	0,69 1,27	x		DIZ OLB 3170
10	80	78	13 11	0,69 0,99	x		DIZ OLB
11	82	79	nicht nicht	ausge- identi-	x x	wertet fizierbar	
12	83	80	13 13	0,52 0,93	keine	Kontakte	DIZ DIZ
13	93	81	11 13	0,80 0,94	x	x	DIZ OLB
14	94	82	11 11	0,77 1,78	x	x	DIZ OLB
15	95	83	8 12	1,26 1,05	x	x	DIZ OLB
16	106	84	12 16	0,63 1,01	x	x	DIZ DIZ
17	114	89	13 6	0,62 0,72	x	x	DIZ OLB
18	115	90	12 5	0,75 1,15	x	x	DIZ OLB
19	116	92	13 15	0,89 1,54	x	x	DIZ OLB
20	117	93	10 12	0,64 1,23	x	x	DIZ OLB
21	118	94	13 14	1,22 1,46	x	x	DIZ OLB
21	21	21	452	0,94	26	15	-

rechnen. Das wurde im wesentlichen nur auf der Station Riga getan. In Sofia wurden verschiedene Zeitsysteme verwendet, die Beziehung auf DIZ mußte in Potsdam nachträglich gemacht werden. In Tab. 3 ist das auf den Stationen verwendete Zeitzeichen angegeben und außerdem vermerkt, ob uns die Originale der Chronographenstreifen zugänglich waren oder nicht. Die verschiedenen Zeitzeichensysteme wurden dann mit den Angaben des Bureau de l'Heure auf das System TUC reduziert, und damit konnte dann die Simultaneität hergestellt werden. Schließlich wurden noch die Reduktionen TU²_{def} - TUC und TU 1 - TU 2 angebracht, so daß die Beobachtungen im System TU 1 erhalten wurden. Die Zeitangaben dieses Systems wurden ins endgültige Rechenprogramm zur Ermittlung der Parameter des Verbindungsvektors aufgenommen.

7. Das elektronische Rechenprogramm





Block E 1

$$\alpha_{R.i}, \delta_{R.i}, \alpha_{S.i}, \delta_{S.i}$$

sind simultane Beobachtungen auf den Stationen Riga und Sofia. Sie sind gegeben in der Dimension [° ' "].

t_i ist die zugehörige Beobachtungszeit im System UT - 1 (Polbewegung berücksichtigt). Die Dimension von t_i ist [h m s].

Block E 2

MJD*: MJD (Modifizierter Julianischer Tag) für O^h Weltzeit am Beobachtungstag, Dimension [d]. MJD* ist eine ganze Zahl.

Θ^* : Greenwicher Sternzeit für O^h Weltzeit am Beobachtungstag, Dimension [d]. Wird aus Jahrbuch entnommen.

Θ^{**} : Greenwicher Sternzeit für O^h Weltzeit am Tage nach der Beobachtung, Dimension [d]. Wird aus Jahrbuch entnommen.

f: Brennweite [Mm];

R_s : Radius des Satelliten [Mm].

Die Werte MJD*, Θ^* , Θ^{**} , R_s sind für dieselbe Platte konstant. Sie ändern sich von Platte zu Platte.

ξ, η : Tabelle der Parameter der Polbewegung vom 1. September 1967 bis 1. Oktober 1968, Dimension: Bogensekunden ["]. ξ, η werden aus den Veröffentlichungen des Polbewegungsdienstes entnommen.

ϵ_{RS} : Entfernung Riga - Sofia aus Näherungskoodinaten, Dimension [Mm].

$\left. \begin{array}{l} \Delta X_{RS} \\ \Delta Y_{RS} \\ \Delta Z_{RS} \end{array} \right\}$ Koordinatenunterschiede Sofia minus Riga aus
 Näherungskoodinaten, Dimension [Mm].

Es ist also

$$\epsilon_{RS}^2 = \Delta X_{RS}^2 + \Delta Y_{RS}^2 + \Delta Z_{RS}^2.$$

(1)

Berechnung der zu den Zeitmomenten t_{10} , t_n gehörigen Sternzeiten Θ_{10} , Θ_n und Modifizierten Julianischen Tage MJD_{10} , MJD_n .

Für die Berechnung des Blockes I werden nur die Sternzeiten Θ_{10} , Θ_n ermittelt. Die Berechnung der übrigen Sternzeiten Θ_{11} , Θ_{12} , ..., Θ_{n-1} folgt später nach dem gleichen Programm (1). Dann werden aber die Zeiten t_i nicht aus dem Block E 1, sondern aus einem anderen, später im Diagramm angegebenen Block errechnet. Analoges gilt für die Berechnung der ΔMJD_i -Werte.

Es ist

$$\Theta_i = \Theta^* + \Delta MJD_i + [\Theta^{**} - \Theta^*] \Delta MJD_i,$$

$$\Delta MJD_i = \frac{1}{24} [s_{i,1} + \frac{1}{60} [s_{i,2} + \frac{1}{60} s_{i,3}]],$$

wobei

$$t_i = s_{i,1} \text{ h } s_{i,2} \text{ min } s_{i,3} \text{ s}.$$

Die Werte Θ^* , Θ^{**} werden aus dem Block E 2 entnommen.

Zur Berechnung der zu den Zeitmomenten t_{10} , t_n gehörigen Daten in Modifizierten Julianischen Tagen MJD_{10} , MJD_n wird aus Block E 2 der Wert $[MJD]^*$ entnommen. Man erhält dann Block II

$$MJD_{10} = [MJD]^* + \Delta MJD_{10},$$

$$MJD_n = [MJD]^* + \Delta MJD_n.$$

(2)

Zur Berechnung des Vektors \bar{a}_R werden aus Block E 1 die Werte

$$\alpha_{R.10}, \alpha_{R.n}, \delta_{R.10}, \delta_{R.n}$$

entnommen und daraus die Mittelwerte

$$\bar{\alpha}_R = \frac{1}{2} (\alpha_{R.10} + \alpha_{R.n}),$$

$$\bar{\delta}_R = \frac{1}{2} (\delta_{R.10} + \delta_{R.n})$$

gebildet. Analog werden aus Block I die Werte Θ_{10} und Θ_n entnommen und der Mittelwert

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{2} (\Theta_{10} + \Theta_n)$$

erhalten. Der Vektor $\underline{\underline{a}}_R$ errechnet sich dann wie folgt:

$$\underline{\underline{a}}_R = \begin{bmatrix} \cos \delta_R & \cos (\bar{\alpha}_R - \bar{\Theta}) \\ \cos \delta_R & \sin (\bar{\alpha}_R - \bar{\Theta}) \\ \sin \delta_R & \end{bmatrix}.$$

$\underline{\underline{a}}_R$ ist in Block III zu finden.

Analog wird der Vektor $\underline{\underline{a}}_S$ in Block III aus den Daten in den Blöcken I und E 1 berechnet.

Das gleiche Rechenschema gilt für die Berechnung der Vektoren $\underline{\underline{a}}_{R.i}$ bzw. $\underline{\underline{a}}_{S.i}$ in Block IX aus den Werten $\alpha_{R.i}^*$, $\delta_{R.i}^*$ bzw. $\alpha_{S.i}^{**}$, $\delta_{S.i}^{**}$ und $\Theta_{R.i}$ des Blockes VIII.

③

Mit den Werten aus Block E 2 wird der Einheitsvektor

$$\underline{\underline{r}}_{RS} = \frac{1}{\epsilon_{RS}} \begin{vmatrix} \Delta X_{RS} \\ \Delta Y_{RS} \\ \Delta Z_{RS} \end{vmatrix}$$

berechnet; ferner wird aus Block III der Vektor $\underline{\underline{a}}_R$ entnommen. Wir bilden die Absolutbeträge des skalaren und vektoriellen Produktes beider Vektoren:

$$|\underline{\underline{r}}_{RS} \cdot \underline{\underline{a}}_R| = \cos \gamma_R,$$

$$|\underline{\underline{r}}_{RS} \times \underline{\underline{a}}_R| = \sin \gamma_R.$$

Analog werden aus den Daten der Blöcke E 2 und III die Absolutbeträge des skalaren und vektoriellen Produktes der beiden folgenden Vektoren berechnet:

$$|\underline{\underline{r}}_{RS} \cdot \underline{\underline{a}}_S| = \cos \gamma_S,$$

$$|\underline{\underline{r}}_{RS} \times \underline{\underline{a}}_S| = \sin \gamma_S.$$

Man entnimmt dem Block E 2 den Wert ϵ_{RS} . Mit diesen Daten wird der Wert

$$\epsilon_R = \epsilon_{RS} \frac{\sin \gamma_S}{\sin \gamma_S \cos \gamma_R - \cos \gamma_S \sin \gamma_R},$$

$$\epsilon_S = \epsilon_{RS} \frac{\sin \gamma_R}{\sin \gamma_S \cos \gamma_R - \cos \gamma_S \sin \gamma_R}$$

und weiter

$$\Delta t_R = -\frac{1}{c} \epsilon_R, \quad \Delta t_S = -\frac{1}{c} \epsilon_S, \quad c = 300 \text{ Mm/s.}$$

ϵ_R , ϵ_S , Δt_R , Δt_S werden in Block IV angegeben.

(4)

Aus den Werten des Blockes II wird der folgende Wert entnommen:

$$\overline{\text{MJD}} = \text{MJD}_{10}$$

Damit errechnen sich die mittlere Länge der Sonne L und die Schiefe der Ekliptik E zu

$$L = 279^\circ, 696\ 68 + 0^\circ,985\ 647\ 335\ 4 [\overline{\text{MJD}} - 15\ 019,5],$$

$$E = 23^\circ, 452\ 294 - 0^\circ,013\ 0125 \frac{1}{36\ 525} [\overline{\text{MJD}} - 15\ 019,5]$$

und daraus

$$\tan \alpha_\odot = \cos E \tan L,$$

$$\sin \delta_\odot = \sin E \sin L.$$

Aus dem Block I wird der Mittelwert

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2} [\theta_{10} + \theta_n]$$

entnommen. Nachdem α_\odot , δ_\odot , $\bar{\theta}$ bekannt sind, kann man den folgenden Vektor berechnen:

$$\underline{r}_\odot = \begin{bmatrix} \cos \delta_\odot \cos (\alpha_\odot - \bar{\theta}) \\ \cos \delta_\odot \sin (\alpha_\odot - \bar{\theta}) \\ \sin \delta_\odot \end{bmatrix}.$$

Mit den in den Blöcken III, IV, E 2 vorhandenen Werten errechnen sich die Vektoren \underline{a}_R und \underline{a}_S aus \underline{r}_0 wie folgt:

$$\underline{a}_R = \frac{\underline{a}_R + \frac{R_S (\bar{a}_R - \underline{r}_0)}{\epsilon_R \sqrt{(\bar{a}_R - \underline{r}_0)^2}}}{\sqrt{\left(\underline{a}_R + \frac{R_S (\bar{a}_R - \underline{r}_0)}{\epsilon_R \sqrt{(\bar{a}_R - \underline{r}_0)^2}} \right)^2}}$$

$$\underline{a}_S = \frac{\underline{a}_S + \frac{R_S (\bar{a}_S - \underline{r}_0)}{\epsilon_S \sqrt{(\bar{a}_S - \underline{r}_0)^2}}}{\sqrt{\left(\underline{a}_S + \frac{R_S (\bar{a}_S - \underline{r}_0)}{\epsilon_S \sqrt{(\bar{a}_S - \underline{r}_0)^2}} \right)^2}}$$

Wir bilden die Vektoren $\underline{a}_R - \bar{a}_R$ und $\underline{a}_S - \bar{a}_S$ und erhalten deren Komponenten

$$\underline{a}_R - \bar{a}_R = \begin{bmatrix} \delta X_{a.R} \\ \delta Y_{a.R} \\ \delta Z_{a.R} \end{bmatrix}; \quad \underline{a}_S - \bar{a}_S = \begin{bmatrix} \delta X_{a.S} \\ \delta Y_{a.S} \\ \delta Z_{a.S} \end{bmatrix}.$$

Aus den Rechnungen nach dem Programm (2) entnehmen wir $\bar{\alpha}_R, \bar{\delta}_R; \bar{\alpha}_S, \bar{\delta}_S$ und ermitteln schließlich

$$\Delta \alpha_R = \frac{1}{\cos \bar{\delta}_R \cos (\bar{\alpha}_R - \bar{\theta})} [\delta Y_{a.R} + \tan \bar{\delta}_R \sin (\bar{\alpha}_R - \bar{\theta}) \delta Z_{a.R}];$$

$$\Delta \delta_R = \frac{1}{\cos \bar{\delta}_R} \delta Z_{a.R};$$

$$\Delta \alpha_S = \frac{1}{\cos \bar{\delta}_S \cos (\bar{\alpha}_S - \bar{\theta})} [\delta Y_{a.S} + \tan \bar{\delta}_S \sin (\bar{\alpha}_S - \bar{\theta}) \delta Z_{a.S}];$$

$$\Delta \delta_S = \frac{1}{\cos \bar{\delta}_S} \delta Z_{a.S}.$$

Damit ist Block V gefunden.

⑤

Aus den Daten der Blöcke E 1, IV und V werden die des Blockes VI nach den folgenden Formeln errechnet:

$$\alpha_{R.i}^* = \alpha_{R.i} + \Delta\alpha_R;$$

$$\delta_{R.i}^* = \delta_{R.i} + \Delta\delta_R;$$

$$\alpha_{S.i}^* = \alpha_{S.i} + \Delta\alpha_S;$$

$$\delta_{S.i}^* = \delta_{S.i} + \Delta\delta_S;$$

$$t_{R.i}^* = t_i + \Delta t_R.$$

⑥

Aus den Daten des Blockes VI errechnen wir die Werte in Block VII nach folgenden Formeln:

$$[\alpha_{R.i}]^* = \frac{\alpha_{R.i+1}^* - \alpha_{R.i}^*}{t_{R.i+1}^* - t_{R.i}^*};$$

$$[\delta_{R.i}]^* = \frac{\delta_{R.i+1}^* - \delta_{R.i}^*}{t_{R.i+1}^* - t_{R.i}^*};$$

$$[\alpha_{S.i}]^* = \frac{\alpha_{S.i+1}^* - \alpha_{S.i}^*}{t_{R.i+1}^* - t_{R.i}^*};$$

$$[\delta_{S.i}]^* = \frac{\delta_{S.i+1}^* - \delta_{S.i}^*}{t_{R.i+1}^* - t_{R.i}^*};$$

$$i = 10, 11, 12, \dots, n-2, n-1.$$

(7)

Die Elemente des Blockes VIII ergeben sich aus den Blöcken IV, VI, VII nach folgenden Gleichungen:

$$\alpha_{R.i}^* = \alpha_{R.i}^*$$

$$\delta_{R.i}^* = \delta_{R.i}^*$$

$$\alpha_{S.i}^{**} = \alpha_{S.i}^* + [\alpha_{S.i}^*] (\Delta t_R - \Delta t_S); \quad \Delta t_R - \Delta t_S > 0;$$

$$i = 10, 11, 12, \dots, n - 2, n - 1.$$

$$\alpha_{S.i+1}^{**} = \alpha_{S.i+1}^* + [\alpha_{S.i}^*] (\Delta t_R - \Delta t_S); \quad \Delta t_R - \Delta t_S < 0;$$

$$i = 10, 11, 12, \dots, n - 2, n - 1.$$

$$\delta_{S.i}^{**} = \delta_{S.i}^* + [\delta_{S.i}^*] (\Delta t_R - \Delta t_S); \quad \Delta t_R - \Delta t_S > 0;$$

$$i = 10, 11, 12, \dots, n - 2, n - 1.$$

$$\delta_{S.i+1}^{**} = \delta_{S.i+1}^* + [\delta_{S.i}^*] (\Delta t_R - \Delta t_S); \quad \Delta t_R - \Delta t_S < 0;$$

$$i = 10, 11, 12, \dots, n - 2, n - 1.$$

Die in Block VIII erscheinenden Werte $MJD_{R.i}$ und $\Theta_{R.i}$ werden nach dem Programm (1) aus den Werten $t_{R.i}^*$ in Block VI und den Daten des Blockes E 2 berechnet. Die Formeln des Programms (1) gelten unverändert, wenn man nur nicht die Zeitwerte t_i aus Block E 1, sondern an ihrer Stelle die Zeiten $t_{R.i}^*$ einführt.

(8)

Aus den in Block IX zu findenden Vektoren $\underline{a}_{R.i}$, $\underline{a}_{S.i}$ wird der zugehörige Normaleneinheitsvektor $\underline{n}_{R.S.i}$ berechnet und im Block X ausgedrückt. Die Rechenformeln lauten:

$$\underline{n}_{R.S.i} = \frac{\underline{a}_{R.i} \times \underline{a}_{S.i}}{|\underline{a}_{R.i} \times \underline{a}_{S.i}|}.$$

(9)

Die Werte $c_{\alpha_{R.i}}$, $c_{\sigma_{R.i}}$, $c_{\alpha_{S.i}}$, $c_{\sigma_{S.i}}$, c_{φ} , c_{λ} , - 1 in Block XI berechnen sich aus den Daten der Blöcke E 2, IV, VIII, X folgendermaßen:

$$c_{\alpha_{R.i}} = \varepsilon_R \cdot \frac{n_{R.S.i}}{r_{R.i}} \frac{\partial a_{R.i}}{\partial \alpha_{R.i}^*};$$

$$\frac{\partial a_{R.i}}{\partial \alpha_{R.i}^*} = \begin{bmatrix} -\cos \sigma_{R.i}^* & \sin (\alpha_{R.i}^* - \theta_{R.i}) \\ \cos \sigma_{R.i}^* & \cos (\alpha_{R.i}^* - \theta_{R.i}) \\ & 0 \end{bmatrix}.$$

$$c_{\sigma_{R.i}} = \varepsilon_R \cdot \frac{n_{R.S.i}}{r_{R.i}} \frac{\partial a_{R.i}}{\partial \sigma_{R.i}^*};$$

$$\frac{\partial a_{R.i}}{\partial \sigma_{R.i}^*} = \begin{bmatrix} -\sin \sigma_{R.i}^* & \cos (\alpha_{R.i}^* - \theta_{R.i}) \\ -\sin \sigma_{R.i}^* & \sin (\alpha_{R.i}^* - \theta_{R.i}) \\ \cos \sigma_{R.i}^* & \end{bmatrix}.$$

$$c_{\alpha_{S.i}} = \varepsilon_S \cdot \frac{n_{R.S.i}}{r_{S.i}} \frac{\partial a_{S.i}}{\partial \alpha_{S.i}^{**}};$$

$$\frac{\partial a_{S.i}}{\partial \alpha_{S.i}^{**}} = \begin{bmatrix} -\cos \sigma_{S.i}^{**} & \sin (\alpha_{S.i}^{**} - \theta_{R.i}) \\ \cos \sigma_{S.i}^{**} & \cos (\alpha_{S.i}^{**} - \theta_{R.i}) \\ & 0 \end{bmatrix}.$$

$$c_{\delta_{S.i}} = -\epsilon_S \underline{n}_{R.S.i} \frac{\partial a_{S.i}}{\partial \delta_{S.i}^{**}};$$

$$\frac{\partial a_{S.i}}{\partial \delta_{S.i}^{**}} = \begin{bmatrix} -\sin \delta_{S.i}^{**} & \cos (\alpha_{S.i}^{**} - \Theta_{R.i}) \\ -\sin \delta_{S.i}^{**} & \sin (\alpha_{S.i}^{**} - \Theta_{R.i}) \\ \cos \delta_{S.i}^{**} & \end{bmatrix}.$$

$$c_{\varphi_{RS}} = -\underline{n}_{R.S.i} \frac{\partial r_{RS}}{\partial \varphi_{RS}} \frac{10^6}{\varphi''}; \quad \varphi'' = 206\,265;$$

$$\frac{\partial r_{RS}}{\partial \varphi_{RS}} = \epsilon_{RS} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_{RS} & \cos \lambda_{RS} \\ -\sin \varphi_{RS} & \sin \lambda_{RS} \\ \cos \varphi_{RS} & \end{bmatrix};$$

$$\lambda_{RS} = \arctan \frac{\Delta Y_{RS}}{\Delta X_{RS}}; \quad \varphi_{RS} = \arctan \frac{\Delta Z_{RS}}{\sqrt{\Delta X_{RS}^2 + \Delta Y_{RS}^2}}.$$

$$c_{\lambda_{RS}} = -\underline{n}_{R.S.i} \frac{\partial r_{RS}}{\partial \lambda_{RS}} \frac{10^6}{\varphi''};$$

$$\frac{\partial r_{RS}}{\partial \lambda_{RS}} = \epsilon_{RS} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_{RS} & \sin \lambda_{RS} \\ \cos \varphi_{RS} & \cos \lambda_{RS} \\ 0 & \end{bmatrix}.$$

$$-l_i = -\underline{n}_{R.S.i} \cdot S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta X_{RS} \\ \Delta Y_{RS} \\ \Delta Z_{RS} \end{bmatrix} \cdot 10^6.$$

S ist die Matrix der Polbewegung, deren Elemente ξ, η aus dem Block E 2 erhalten werden. S berechnet sich nach folgender Formel:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{\xi}{\varphi''} \\ 0 & 1 & -\frac{\eta}{\varphi''} \\ -\frac{\xi}{\varphi''} & \frac{\eta}{\varphi''} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\varphi'' = 206\ 265.$$

(10)

Die Werte

$$c_{1\ R.i}, c_{q\ R.i}, c_{1\ S.i}, c_{q\ S.i}$$

des Blockes XII berechnen sich aus den Werten der Blöcke VII, VIII, XI, E 2 folgendermaßen:

$$c_{1\ R.i} = [c_{\delta\ R.i} \cos M_{R.i} + c_{\alpha\ R.i} \frac{1}{\cos \delta_{R.i}^*} \sin M_{R.i}] \frac{10^6}{\varphi''};$$

$$c_{q\ R.i} = [-c_{\delta\ R.i} \sin M_{R.i} + c_{\alpha\ R.i} \frac{1}{\cos \delta_{R.i}^*} \cos M_{R.i}] \frac{10^6}{\varphi''};$$

$$\sin M_{R.i} = [\alpha_{R.i}]' \cos \delta_{R.i}^* \frac{1}{\sqrt{[(\alpha_{R.i})' \cos \delta_{R.i}^*]^2 + [(\delta_{R.i})']^2}};$$

$$\cos M_{R.i} = [\delta_{R.i}]' \frac{1}{\sqrt{[(\alpha_{R.i})' \cos \delta_{R.i}^*]^2 + [(\delta_{R.i})']^2}}.$$

$$c_{1\ S.i} = [c_{\delta\ S.i} \cos M_{S.i} + c_{\alpha\ S.i} \frac{1}{\cos \delta_{S.i}^{**}} \sin M_{S.i}] \frac{10^6}{\varphi''};$$

$$c_{q\ S.i} = [-c_{\delta\ S.i} \sin M_{S.i} + c_{\alpha\ S.i} \frac{1}{\cos \delta_{S.i}^{**}} \cos M_{S.i}] \frac{10^6}{\varphi''};$$

$$\sin M_{S.i} = [\alpha_{S.i}]' \cos \delta_{S.i}^{**} \frac{1}{\sqrt{[(\alpha_{S.i})' \cos \delta_{S.i}^{**}]^2 + [(\delta_{S.i})']^2}};$$

$$\cos M_{S.i} = [\delta_{S.i}]' \frac{1}{\sqrt{[(\alpha_{S.i})' \cos \delta_{S.i}^{**}]^2 + [(\delta_{S.i})']^2}}.$$

$c_{\varphi.i}$, $c_{\lambda.i}$, $-l_i$ werden aus Block XI übernommen.

Fehlergleichung

$$c_{l R.i} v''_{l R.i} + c_{q R.i} v''_{q R.i} + c_{l S.i} v''_{l S.i} + c_{q S.i} v''_{q S.i} + c_{\varphi.i} d\varphi'' + c_{\lambda.i} d\lambda'' - l_i = 0;$$

$$v''_{l R.i} = v_{l R.i} \frac{\varphi''}{f_R} ["];$$

$$d\varphi'' = d\varphi \cdot \varphi'' ["];$$

$$d\lambda'' = d\lambda \cdot \varphi'' ["];$$

$$l_i = [m].$$

Beispielsweise lautet eine Fehlergleichung für das Bildpaar 7 numerisch:

$$-1,1269 v''_{l R.7} + 5,4484 v''_{q R.7} + 2,5742 v''_{l S.7} - 8,6584 v''_{q S.7} + 3,4298 d\varphi'' + 5,2508 d\lambda'' + 23,7814 = 0.$$

Durchschnittliche Fehlergleichung

Man bildet das Mittel aller Fehlergleichungen von einer Spurunterbrechung bis zur anderen (angegeben wird die Anzahl der zu mittelnden Werte), und man erhält

$$\bar{c}_{l R.i} \bar{v}''_{l R.i} + \bar{c}_{q R.i} \bar{v}''_{q R.i} + \bar{c}_{l S.i} \bar{v}''_{l S.i} + \bar{c}_{q S.i} \bar{v}''_{q S.i} + \bar{c}_{\varphi.i} d\varphi'' + \bar{c}_{\lambda.i} d\lambda'' - \bar{l}_i = 0.$$

Man bildet das Gewicht der Summe der vier zufälligen Variablen und findet

$$\frac{1}{P_i} = \bar{c}_{l R.i}^2 \frac{1}{P_{lR}} + \bar{c}_{q R.i}^2 \frac{1}{P_{qR}} + \bar{c}_{l S.i}^2 \frac{1}{P_{lS}} + \bar{c}_{q S.i}^2 \frac{1}{P_{qS}}$$

und kommt zu der Fehlergleichung

$$v_i = -\bar{c}_{\varphi.i} d\varphi'' - \bar{c}_{\lambda.i} d\lambda'' + \bar{l}_i \quad [\text{Gewicht } P_i].$$

8. Die Ausgleichung der Beobachtungen

8.1. Die Ausgleichung der nach der verfeinerten Ausmessung ausgewerteten Bildpaare

Bei den Bildpaaren 1 bis 15 wurde die Satellitenspur nach der vorn geschilderten Methode verfeinert ausgemessen (Kap. 5). Beim Bildpaar 11 konnte das Bild Sofia 79 nicht identifiziert werden; deswegen war dieses Paar nicht zu verwenden. Auch das Bildpaar 12 konnte nicht verwendet werden; hier waren in Riga infolge einer Störung keine Kontakte registriert worden. Die angegebenen Näherungswerte für die Kontakte erwiesen sich als ungeeignet. Die Bildpaare 13 bis 15 erwiesen sich nach der ersten Rechnung als nicht simultan, sie fielen ebenfalls weg.

Von den übrigbleibenden 10 Bildpaaren mußten weitere drei gestrichen werden. Beim Bild Sofia 7 hatte die Kameranachführung zu spät eingesetzt, der Zeitpunkt dafür konnte nicht genau genug ermittelt werden. Die Bildpaare 6 und 8 konnten aus ähnlichen Zeitgründen ebenfalls nicht verwendet werden. Es blieben 7 Bildpaare übrig, die insgesamt 43 Fehlergleichungen zur Ausgleichung lieferten.

8.1.1. Übersicht über die Fehlergleichungen

Die für die Ausgleichung verwendeten 7 Bildpaare lieferten für die Schlußausgleichung entsprechend der jeweils unterschiedlichen zeitlichen Überdeckung auch unterschiedliche Anzahlen von Fehlergleichungen. Während die Paare 2 und 9 nur je 3 Gleichungen lieferten, brachten die Paare 4, 7 und 10 je 7 Gleichungen, die Paare 3 und 5 je 8 Gleichungen in die Ausgleichung ein.

Wie bereits beschrieben, lieferten die elektronischen Rechnungen durchschnittlich Fehlergleichungen von der Art

$$v_i = -\bar{c}_{\varphi,i} d\varphi - \bar{c}_{\lambda,i} d\lambda + I_i.$$

Über die Größe der Koeffizienten $-\bar{c}_{\varphi,i}$ und $-\bar{c}_{\lambda,i}$ kann man allgemeine Aussagen machen. Diese gelten allerdings nur für den besonderen Fall der Bestimmung des Azimutes Riga - Sofia.

Der Koeffizient $-\bar{c}_{\varphi,i}$ ist positiv, wenn der Subsatellitenpunkt östlich des Verbindungsvektors liegt, und negativ, wenn der Subsatellitenpunkt westlich liegt; befindet sich der Subsatellitenpunkt auf dem Verbindungsvektor, dann wird der Koeffizient $-\bar{c}_{\varphi,i}$ Null. Die Größe nimmt sowohl nach Osten als auch nach Westen hin absolut zu und erreicht im gegenwärtigen Falle maximal + 6,96 bzw. - 6,27.

Der Koeffizient $-\bar{c}_{\lambda,i}$ ist dagegen immer negativ. Er erreicht seinen größten absoluten Wert dann, wenn der Subsatellitenpunkt auf der Verbindung Riga - Sofia liegt, und zwar

$$-\bar{c}_{\lambda,i} = -\varepsilon_{RS} \frac{\cos \varphi}{\rho} = 7,678 \cdot 0,7644 = 5,87.$$

Für φ ist hier die Richtung des Verbindungsvektors im Raum mit $\varphi = -40^{\circ}15'$ anzusetzen. Östlich und westlich davon werden die absoluten Werte des Koeffizienten kleiner, sie erreichen im gegenwärtigen Falle $-2,48$ bzw. $-3,39$. Schon aus der Größe der Koeffizienten läßt sich eine Schlußfolgerung ziehen, die später durch die numerischen Rechnungen bestätigt wird.

Das Gewicht des Azimutes Q_{AA} hängt im wesentlichen von der Größe des Gewichtskoeffizienten $Q_{\lambda\lambda}$ ab. Setzt man für eine Fehlergleichung

$$v_i = a_i d\varphi + b_i d\lambda - l_i,$$

so berechnet sich der Koeffizient $Q_{\lambda\lambda}$ nach der Formel

$$Q_{\lambda\lambda} = \frac{[aa]}{[aa][bb] - [ab][ab]}.$$

Um einen minimalen Azimutfehler zu bekommen, muß auch $Q_{\lambda\lambda}$ minimal werden. Da die Werte a_i sowohl positiv als auch negativ werden können, wird bei einer guten Verteilung der Beobachtungsebenen $[ab] \rightarrow 0$ gehen. Dann aber hängt $Q_{\lambda\lambda}$ nur noch von $[bb]$ ab. Dieser Wert muß zum Maximum werden, d. h., die Beobachtungsebenen müssen in der Nähe der Verbindung zwischen den Beobachtungspunkten liegen.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse beim mittleren Fehler der Zenitdistanz. Um diesen zu einem Minimum zu machen, muß auch $Q_{\varphi\varphi}$ minimal werden. Bei gleichmäßiger Verteilung der Beobachtungsebenen, wenn also $[ab] \rightarrow 0$ geht, wird $Q_{\varphi\varphi}$ ein Minimum, wenn $[aa]$ maximal wird. Große Werte von a_i sind dann zu erwarten, wenn die Subsatellitenpunkte bei der Beobachtung einen großen Abstand von der Verbindungslinie haben.

8.1.2. Die verwendeten Gewichte

Die in die Ausgleichung einzuführenden Gewichte sind ein besonders wichtiges Gebiet. Zunächst ist zu beachten, daß die Fehlergleichungen durchschnittliche Fehlergleichungen sind, die durch Mittelbildung über meist 10 einfache Fehlergleichungen entstanden sind. In einigen Fällen entstanden durchschnittliche Fehlergleichungen, die sich aus weniger als 10 Einzelgleichungen ergaben; so wurde das Teilgewicht $p_i = n/10$ eingeführt, wobei n die Anzahl der Einzelgleichungen war, aus denen sich die durchschnittliche Fehlergleichung zusammensetzte.

Es wäre ferner nicht richtig, alle Fehlergleichungen der verschiedenen Bilder gleich zu behandeln. Alle Fehlergleichungen eines Bildes sind durch restliche Zeitfehler und Fehler, die bei der Bestimmung der topozentrischen Satellitenkoordinaten entstanden sind, mit gewissen systematischen Restfehlereinflüssen behaftet und somit korreliert. Wegen der Anzahl der Einzelgleichungen, die ein Bildpaar liefert, wurde deswegen ein zweites Teilgewicht p_2 eingeführt: $p_2 = 45/N$. Dabei ist N die tatsächliche Anzahl der Einzelgleichungen eines Bildes. Durch Anbringen dieses Teilgewichtes werden die Bilder gleichgewichtig.

Ausgehend von der oben festgestellten Tatsache, daß die Bildpaare, deren Subsatellitenpunkte sich in der Nähe des Verbindungsvektors befinden, die stärkste Wirkung auf das Azimut und auf seinen Fehler haben, wird ein Teilgewicht p_3 für die Lage des Subsatellitenpunktes berechnet.

Als äußerste Grenze der verwertbaren Beobachtungen wird eine solche angesehen, bei der die Zenitdistanz 80° ist. Bei einer Höhe des Satelliten von etwa 1100 km beträgt der im Erdmittelpunkt entstehende Zentriwinkel ξ (Abb. 8) etwa 23° . Es wird nun das Teilgewicht p_3 so angesetzt, daß es bei einem ξ von 25° Null wird, während es bei $\xi = 0$ den Wert 1 erhält:

$$p_3 = \frac{25 - \xi}{25} .$$

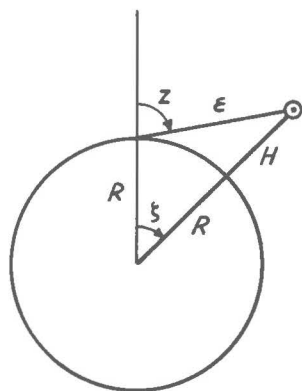


Abb. 8: Die Abhängigkeit der Zenitdistanz von Höhe und Zentriwinkel

Man drückt den Zentriwinkel ξ besser durch den einfach abzulesenden Wert der Längendifferenz ΔL zwischen dem Subsatellitenpunkt und dem Verbindungsvektor aus. Mit einer mittleren Breite zwischen Riga und Sofia von etwa 50° erhält man für das Gewicht

$$p_3 = \frac{25 - \Delta L \cos 50^\circ}{25} = \frac{25 - 0,64 \Delta L}{25} .$$

Die Längendifferenzen wurden aus der Skizze über die geographische Verteilung der Subsattelitenpunkte ermittelt.

Weiter ist es möglich, den Fehlergleichungen ein Gewicht entsprechend dem Schnittwinkel zwischen den Beobachtungsvektoren zu geben; es lautet:

$$p_4 = 2 \frac{\sin^2 (\bar{u} + \bar{v})}{\sin^2 \bar{u} + \sin^2 \bar{v}},$$

wenn hier mit \bar{u} und \bar{v} die Winkel zwischen den Richtungen vom Punkte Riga bzw. Sofia zum Satelliten und dem Verbindungsvektor bezeichnet sind (Abb. 1).

Mit den hier angegebenen Teilgewichten wurden drei Ausgleichungsvarianten durchgerechnet. Dafür betragen die Gesamtgewichte der Fehlergleichungen bei Variante 1

$$P_1 = p_1 p_2.$$

Bei Variante 2 wurde das Gewicht p_3 berücksichtigt, indem

$$P_2 = p_1 p_2 p_3$$

gesetzt wurde. Schließlich ergab sich das Gewicht bei Variante 3 aus

$$P_3 = p_1 p_2 p_4.$$

In der folgenden Übersicht (Tab. 4) sind diese Gewichte angegeben.

Tab. 4: Gewichte der Ausgleichungen

Paar Nr.	n	p_1	N	p_2	ΔL	p_3	p_4	P_1	P_2	P_3
2	10	1,00	29	1,55	1°	0,97	1,15	1,55	1,51	1,78
	9	0,90						1,395	1,359	1,602
3	10	1,00	80	0,56	14	0,64	0,83	0,56	0,36	0,46
4	10	1,00	68	0,66	12	0,69	0,82	0,66	0,46	0,54
	8	0,80						0,528	0,368	0,432
5	10	1,00	78	0,58	13	0,67	0,89	0,58	0,39	0,52
	9	0,90						0,522	0,351	0,468
7	10	1,00	70	0,64	7	0,82	1,04	0,64	0,53	0,67
9	10	1,00	30	1,50	2	0,95	0,96	1,50	1,42	1,44
10	10	1,00	70	0,64	1	0,97	1,39	0,64	0,62	0,89

Um die Gewichte p_4 alle in der Nähe von 1 zu erhalten, wurden sie mit dem Faktor 2 multipliziert.

8.1.3. Die Ergebnisse der verschiedenen Ausgleichungen

Die Ergebnisse der Ausgleichungen nach drei verschiedenen Varianten für die Festsetzung der Gewichte bestehen einmal in den ermittelten Zuschlägen $d\varphi$ und $d\lambda$ zu den Näherungswerten φ_0 , λ_0 , weiterhin sind von Interesse die mittleren Gewichtseinheitsfehler m_0 und die Gewichtskoeffizienten $Q_{\varphi\varphi}$, $Q_{\varphi\lambda}$ und $Q_{\lambda\lambda}$. Alle diese Werte sind hier in tabellarischer Form zusammengestellt.

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
$d\varphi$	+ 11,86	+ 11,75	+ 11,76
$d\lambda$	- 10,65	- 10,60	- 10,52
m_0	± 8,95 m	± 8,09 m	± 8,99 m
$Q_{\varphi\varphi}$	+ 0,003 487	+ 0,004 588	+ 0,003 589
$Q_{\varphi\lambda}$	- 0,001 706	- 0,001 847	- 0,001 449
$Q_{\lambda\lambda}$	+ 0,002 080	+ 0,002 185	+ 0,001 759

Die berechneten Richtungszuschläge unterscheiden sich bei allen drei Varianten praktisch nicht, ein Beweis dafür, daß die Verwendung von Gewichten nicht sehr kritisch ist.

8.1.4. Das Azimut und sein Fehler

Der für die Rechnungen verwendete Näherungsvektor κ_{RS} lautet in seiner Form als Einheitsvektor κ_{RS}^0 , woraus sich φ_0 und λ_0 ergeben. Damit werden die endgültigen Richtungswinkel durch Addition der Zuschläge aus den Ausgleichungen ermittelt:

$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi,$$

$$\lambda = \lambda_0 + d\lambda.$$

Schließlich kann man nach den bekannten Umrechnungsformeln das Azimut A und die Zenitdistanz z des Verbindungsvektors ermitteln. Dazu gilt:

$$\cos z = \sin \varphi_R \sin \varphi + \cos \varphi_R \cos \varphi \cos (\lambda_R - \lambda),$$

$$\sin A = - \operatorname{cosec} z \cos \varphi \sin (\lambda_R - \lambda),$$

$$\cos A = \operatorname{cosec} z (\cos \varphi_R \sin \varphi - \sin \varphi_R \cos \varphi \cos (\lambda_R - \lambda)).$$

φ_R , λ_R sind die uns bekannten Koordinaten der Station Riga.

Vor allem interessieren auch die mittleren Fehler des Azimuts und der Zenitdistanz. Aus der Ausgleichung erhält man nur die Gewichtskoeffizienten der Unbekannten.

A und z sind als Funktionen der ausgeglichenen Werte φ und λ anzusehen. Die Funktionsgewichte Q_{ZZ} und Q_{AA} ergeben sich aus den Ansätzen

$$Q_{ZZ} = (a_z)^2 Q_{\varphi\varphi} + 2 (a_z) (b_z) Q_{\varphi\lambda} + (b_z)^2 Q_{\lambda\lambda},$$

$$Q_{AA} = (a_A)^2 Q_{\varphi\varphi} + 2 (a_A) (b_A) Q_{\varphi\lambda} + (b_A)^2 Q_{\lambda\lambda}.$$

Für die Koeffizienten erhält man

$$a_z = \operatorname{cosec} z (-\sin \varphi_R \cos \varphi + \cos \varphi_R \sin \varphi \cos (\lambda_R - \lambda)),$$

$$b_z = -\operatorname{cosec} z \cos \varphi_R \cos \varphi \sin (\lambda_R - \lambda),$$

$$a_A = \frac{\sin^2 A \cos \varphi_R}{\cos^2 \varphi \sin (\lambda_R - \lambda)},$$

$$b_A = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 (\lambda_R - \lambda)} (\cos \varphi_R \tan \varphi \cos (\lambda_R - \lambda) - \sin \varphi_R).$$

Es genügt, zur Berechnung der obigen Koeffizienten Näherungswerte zu verwenden, wodurch sich ergibt:

$$Q_{ZZ} = + 0,9993 Q_{\varphi\varphi} + 0,0392 Q_{\varphi\lambda} + 0,0004 Q_{\lambda\lambda},$$

$$Q_{AA} = + 0,0007 Q_{\varphi\varphi} - 0,0398 Q_{\varphi\lambda} + 0,5931 Q_{\lambda\lambda}.$$

Die Zahlenwerte der drei Ausgleichungen können jetzt einander gegenübergestellt werden, wobei hier wie bei den folgenden Übersichten die Angaben über Grade und Minuten weggelassen wurden:

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
z	5;17	5;28	5;26
A	39;67	39;63	39;57
m_z	$\pm 0;52$	$\pm 0;54$	$\pm 0;53$
m_A	$\pm 0;32$	$\pm 0;30$	$\pm 0;30$

Es zeigt sich bei allen drei Varianten, daß die Azimutfehler kleiner sind als die Fehler der Zenitdistanz.

8.1.5. Eine spezielle Ausgleichung

Zu einer weiteren Berechnung des Azimutes und seines mittleren Fehlers wurde eine Ausgleichung nur der vier Bildpaare 2, 7, 9 und 10 durchgeführt. Bei den

angegebenen Paaren liegen die Subsattelitenpunkte in der Nähe des Verbindungsvektors. Es seien hier nur die Endergebnisse mitgeteilt:

$$z = 6;72 \pm 1;47,$$

$$A = 39;45 \pm 0;36.$$

Das verwendete Gewichtssystem entspricht dem oben bei der Variante 2 angewendeten.

Es zeigt sich hier der große Einfluß von nahe der Verbindung gelegenen Beobachtungen auf das Azimut. Aus diesen vier Bildpaaren allein hätte man das Azimut also bestimmen können, wobei der mittlere Fehler nur wenig größer ist als der, der aus sieben Bildpaaren erhalten wurde. Allerdings wird die Zenitdistanz wesentlich ungenauer, was sich auch besonders klar in der Fehlerellipse zeigt (Abb. 9).

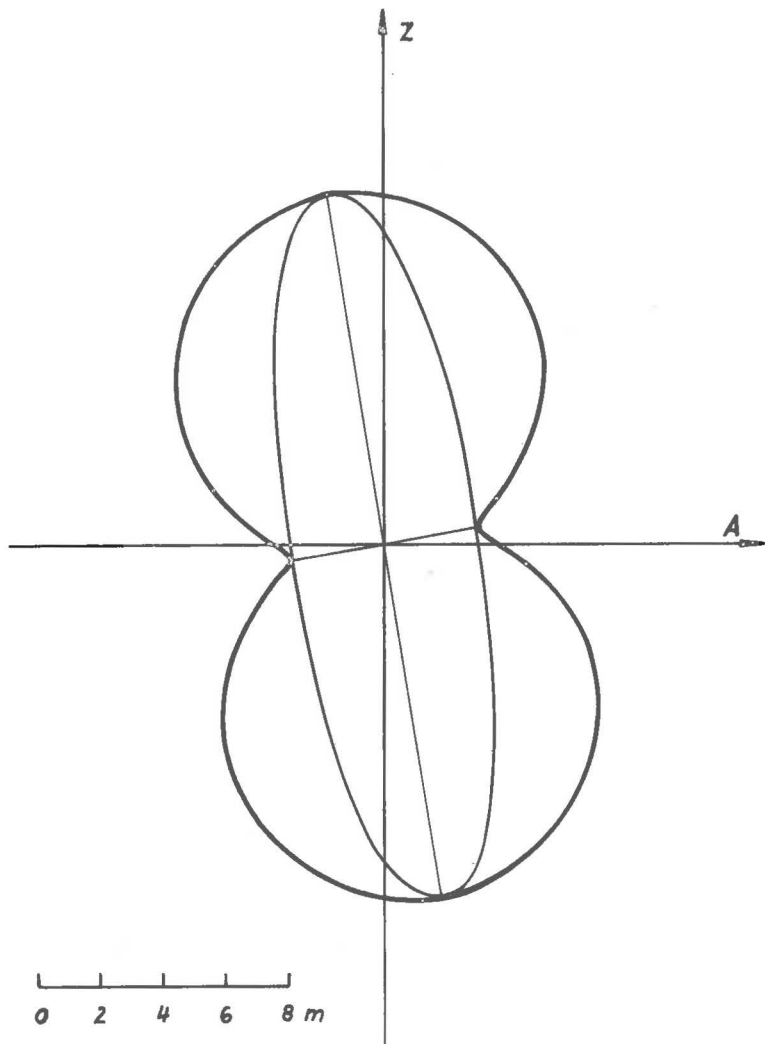


Abb. 9. Bildpaare 2, 7, 9, 10

8.2. Ausgleichungen nach dem normalen Plattenausmeßverfahren

Betrachtet man nur die Ausmessung der Spurpunkte, wie es bei dem einfachen normalen Meßverfahren der Platten geschieht, so kann man auch hier den oben angegebenen Varianten ähnliche Ausgleichungsvarianten angeben. Das Teilgewicht p_1 ist hier ohne Bedeutung, da wir es nicht mit durchschnittlichen Fehlergleichungen zu tun haben. Für das Teilgewicht p_2 setzen wir in Anlehnung an den Abschnitt 8.1.2.

$$p_2 = \frac{4,5}{n},$$

worin n die Anzahl der Spurunterbrechungen darstellt. Als weiteres Teilgewicht wird wieder, wie in Abschnitt 8.1.2. angegeben,

$$p_3 = \frac{25 - 0,64 \Delta L}{25}$$

verwendet. Weiterhin wurden schließlich wieder die Gewichte

$$p_4 = 2 \cdot \frac{\sin^2(\bar{u} + \bar{v})}{\sin^2 \bar{u} + \sin^2 \bar{v}}$$

benutzt.

Es wurden nun drei Ausgleichungsvarianten durchgerechnet, wobei die Gewichte

bei Variante 1: $P_1 = p_2,$

Variante 2: $P_2 = p_2 \cdot p_3,$

Variante 3: $P_3 = p_2 \cdot p_4$

angenommen wurden. In Tab. 5 sind die Gewichte für alle Bildpaare zusammengestellt.

Tab. 5. Gewichte der Ausgleichungen

Paar Nr.	n	p_2	ΔL	p_3	p_4	P_1	P_2	P_3
2	3	1,50	1 ⁰	0,97	1,15	1,50	1,46	1,72
3	8	0,56	14	0,64	0,83	0,56	0,36	0,46
4	6	0,75	12	0,69	0,82	0,75	0,52	0,62
5	8	0,56	13	0,67	0,89	0,56	0,38	0,50
7	8	0,56	7	0,82	1,04	0,56	0,46	0,58
9	3	1,50	2	0,95	0,96	1,50	1,42	1,44
10	7	0,64	1	0,97	1,39	0,64	0,62	0,89
16	6	0,75	16	0,59	0,69	0,75	0,44	0,52
17	1	4,50	22	0,44	0,59	4,50	1,98	2,66
18	5	0,90	24	0,39	0,49	0,90	0,35	0,44
19	6	0,75	6	0,85	1,04	0,75	0,64	0,78
20	7	0,64	5	0,87	1,33	0,64	0,56	0,85
21	4	1,12	3	0,92	0,94	1,12	1,03	1,05

8.2.1. Ausgleichung der ersten sieben Bildpaare

Neben der erwähnten Auswertung der Feinausmessungen läßt sich auch dadurch, daß man nur die Fehlergleichungen betrachtet, die sich direkt auf die Spurunterbrechungen beziehen, eine zweite Ausgleichung durchführen, die sich auf eine normale Plattenausmessung bezieht.

Die Ausgleichungen nach den drei Gewichtsvarianten bringen für die ersten sieben Bildpaare, die auch verfeinert ausgemessen worden sind, die folgenden Ergebnisse für Zenitdistanz und Azimut mit ihren mittleren Fehlern:

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
z	5,87	6,03	5,96
A	39,20	39,17	39,15
m_z	\pm 0,78	\pm 0,79	\pm 0,79
m_A	\pm 0,48	\pm 0,44	\pm 0,44

Alle drei Gewichtsvarianten ergeben praktisch die gleichen Werte.

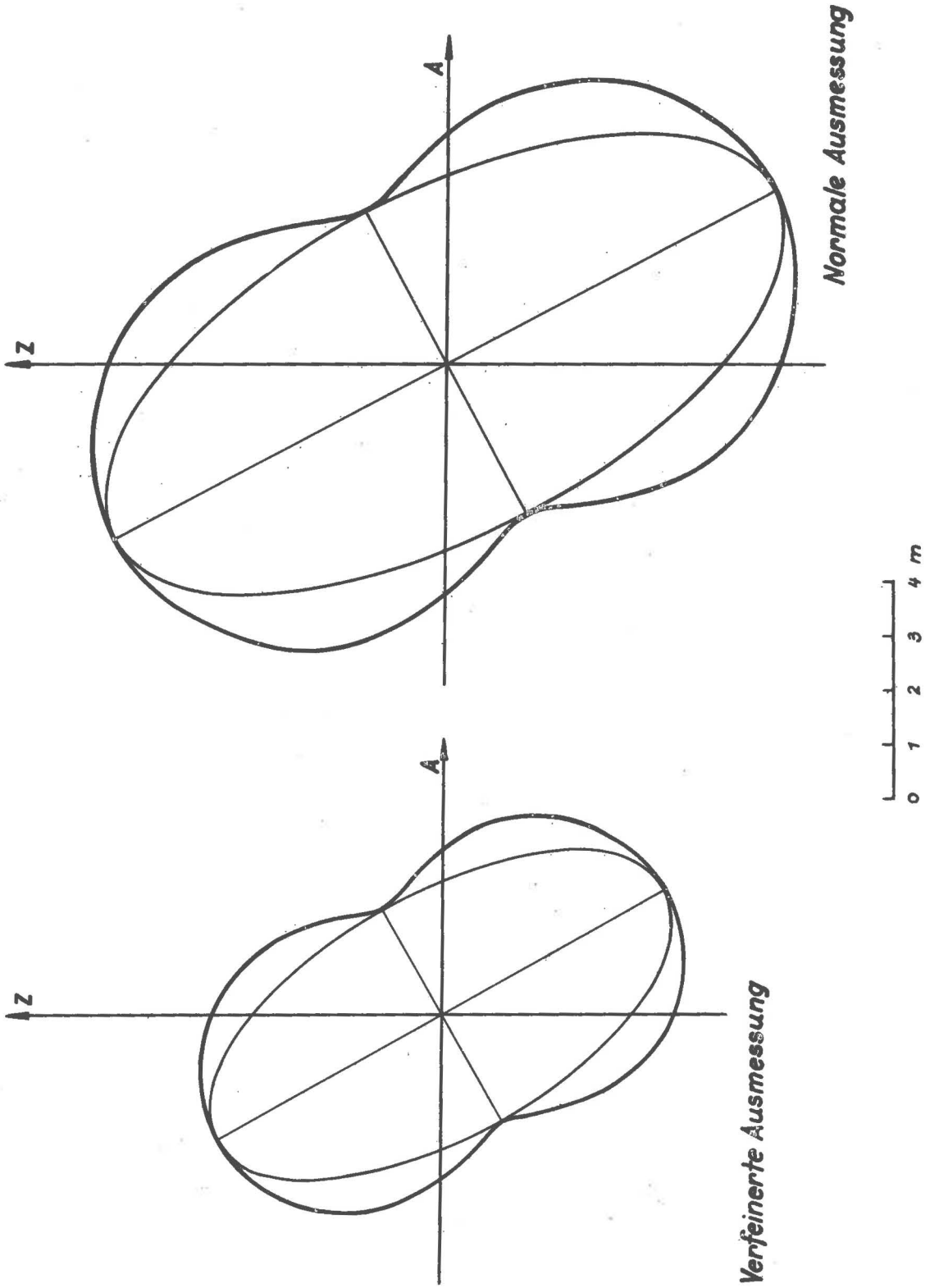
Es folgt eine Gegenüberstellung der Fehlerellipsen für die Ausgleichungen der ersten sieben Bildpaare, einmal nach der verfeinerten Ausmessung (Abschn. 8.1.4.) und zum anderen entsprechend den obigen Ergebnissen (Abb. 10).

8.2.2. Ausgleichung der übrigen sechs Bildpaare

Bei der Betrachtung der letzten sechs Bildpaare ist zu beachten, daß sie für sich allein gesehen eine recht ungünstige Verteilung haben. Bei drei Paaren liegen die Subsatellitenpunkte weit entfernt von der Verbindung Riga - Sofia (Paare 16, 17, 18); die restlichen drei Paare liegen zwar günstiger, aber alle westlich der Verbindung. Eine Azimutbestimmung aus diesen Paaren allein muß also mit wenig günstigen Ergebnissen rechnen. Trotzdem sind sie hier aufgeführt, auch um zu zeigen, daß eine gute Position der Subsatellitenpunkte eine Grundvoraussetzung für das Gelingen einer Azimutbestimmung ist.

Wieder wurden Ausgleichungen in drei Varianten gemacht, ihre Ergebnisse seien hier tabellarisch nebeneinandergestellt.

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
z	4,86	4,85	4,69
A	39,39	39,41	39,54
m_z	\pm 1,05	\pm 1,13	\pm 1,13
m_A	\pm 0,97	\pm 0,86	\pm 0,86



Auch hier zeigt sich die gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen. Die mittleren Fehler sind jedoch weitaus größer als bei den ersten Bildpaaren. Man kann das allerdings nicht allein auf die ungünstige Verteilung der Beobachtungsebenen zurückführen. Das läßt sich an Hand der mittleren Gewichtseinheitsfehler zeigen. In der Übersicht werden zunächst die mittleren Gewichtseinheitsfehler für die drei Ausglei- chungen nach Abschnitt 8.2.1. (7 Bildpaare) und dann die entsprechenden für die obi- gen Ergebnisse (6 Bildpaare) gebracht.

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
7 Bildpaare	$\pm 13,57$	$\pm 11,97$	$\pm 13,44$
6 Bildpaare	$\pm 27,68$	$\pm 20,29$	$\pm 22,75$

Die mittleren Gewichtseinheitsfehler werden bei den letzten sechs Bildpaaren bei allen Varianten erheblich größer, bei Variante 1, wo die Verteilung der Beobachtungs- ebenen im Gewicht keinerlei Berücksichtigung gefunden hat, sogar doppelt so groß. Das zeigt, daß im Material noch andere Fehlereinflüsse enthalten sein müssen.

8.2.3. Zusammenfassung aller Bildpaare

In der weiteren Betrachtung wurden alle 13 Bildpaare nach der normalen Ausmessung der Spurpunkte zusammengefaßt. Es ergaben sich insgesamt 72 Fehlergleichungen. Die Verteilung der Fehlergleichungen war sehr unterschiedlich; bei einem Bildpaar ent- stand wegen sehr geringer zeitlicher Überdeckung nur eine einzige Fehlergleichung, während andere Paare bis zu 8 Fehlergleichungen zum Ergebnis beisteuerten.

Wiederum wurde die Ausgleichung in drei verschiedenen Gewichtsvarianten gemacht. Zunächst sollen die Ergebnisse hier tabellarisch genannt werden.

	Variante 1	Variante 2	Variante 3
z	5,18	5,33	5,21
A	39,44	39,34	39,39
m_z	$\pm 0,63$	$\pm 0,67$	$\pm 0,67$
m_A	$\pm 0,48$	$\pm 0,42$	$\pm 0,43$

Auch hier unterscheiden sich die drei Ausgleichungsvarianten nur sehr wenig vonein- ander.

Vergleicht man mit den Ergebnissen, die aus der Ausgleichung der ersten sieben Bildpaare erhalten wurden, so läßt sich erkennen, daß durch die Hinzunahme der weite- ren sechs Bildpaare nur eine Verminderung des mittleren Fehlers der Zenitdistanz ein- getreten ist, der mittlere Azimutfehler ist praktisch gleich geblieben. Auch der Wert des Azimuts hat sich nur sehr gering verändert, während der Wert der Zenitdistanz doch merklich unterschiedlich ist.

Die Form der Fehlerellipse für die Ausgleichung nach Variante 2 ist der gegenübergestellt, die allein aus den ersten sieben Bildpaaren erhalten wurde (Abb. 11).

8.3. Das endgültige Azimut

Zur Berechnung eines endgültigen Wertes für das Azimut des Verbindungsvektors Riga - Sofia werden die durchschnittlichen Fehlergleichungen der ersten sieben Bildpaare (Abschn. 8.1.) mit den Fehlergleichungen der weiteren sechs Bildpaare kombiniert. Bei allen Fehlergleichungen werden die Gewichte nach dem Gewichtssystem der Variante 2 angewendet. Offensichtlich sind die durchschnittlichen Fehlergleichungen der ersten sieben Bildpaare erheblich genauer als die einfachen Fehlergleichungen der weiteren sechs Paare. Es liegt also nahe, für diese ein weiteres Gewicht einzuführen, das im folgenden abgeschätzt werden soll.

In einem System von Fehlergleichungen, die mit dem richtigen Gewicht versehen sind, wird es weitgehend gleichgültig sein, aus welchem Kollektiv von Fehlergleichungen nach der Ausgleichung der mittlere Gewichtseinheitsfehler m_0 berechnet wird. Betrachten wir nunmehr zwei Gruppen von Fehlergleichungen, nämlich als erste Gruppe die 43 durchschnittlichen Fehlergleichungen der sieben ersten Bildpaare und als zweite Gruppe die 29 Fehlergleichungen der sechs weiteren Paare. Ergibt sich aus einer Ausgleichung mit beliebigem Gewichtsansatz aus der ersten Gruppe der Gewichtseinheitsfehler m_{01}

$$m_{01} = \sqrt{\frac{[pvv]_1}{n_1 - u}}$$

und aus der zweiten Gruppe der Fehlergleichungen

$$m_{02} = \sqrt{\frac{[pvv]_2}{n_2 - u}},$$

so werden nur im Falle richtiger Gewichtsannahmen m_{01} und m_{02} hinreichend gleich groß sein. Sind die Gewichtsannahmen nicht zutreffend, so werden sich m_{01} und m_{02} voneinander unterscheiden. Durch ein weiteres Gewicht P kann man die Forderung $m_{01} = m_{02}$ erreichen. Dabei ist

$$\frac{[pvv]_1}{n_1 - u} = P \frac{[pvv]_2}{n_2 - u}$$

oder

$$P = \frac{m_{01}^2}{m_{02}^2}.$$

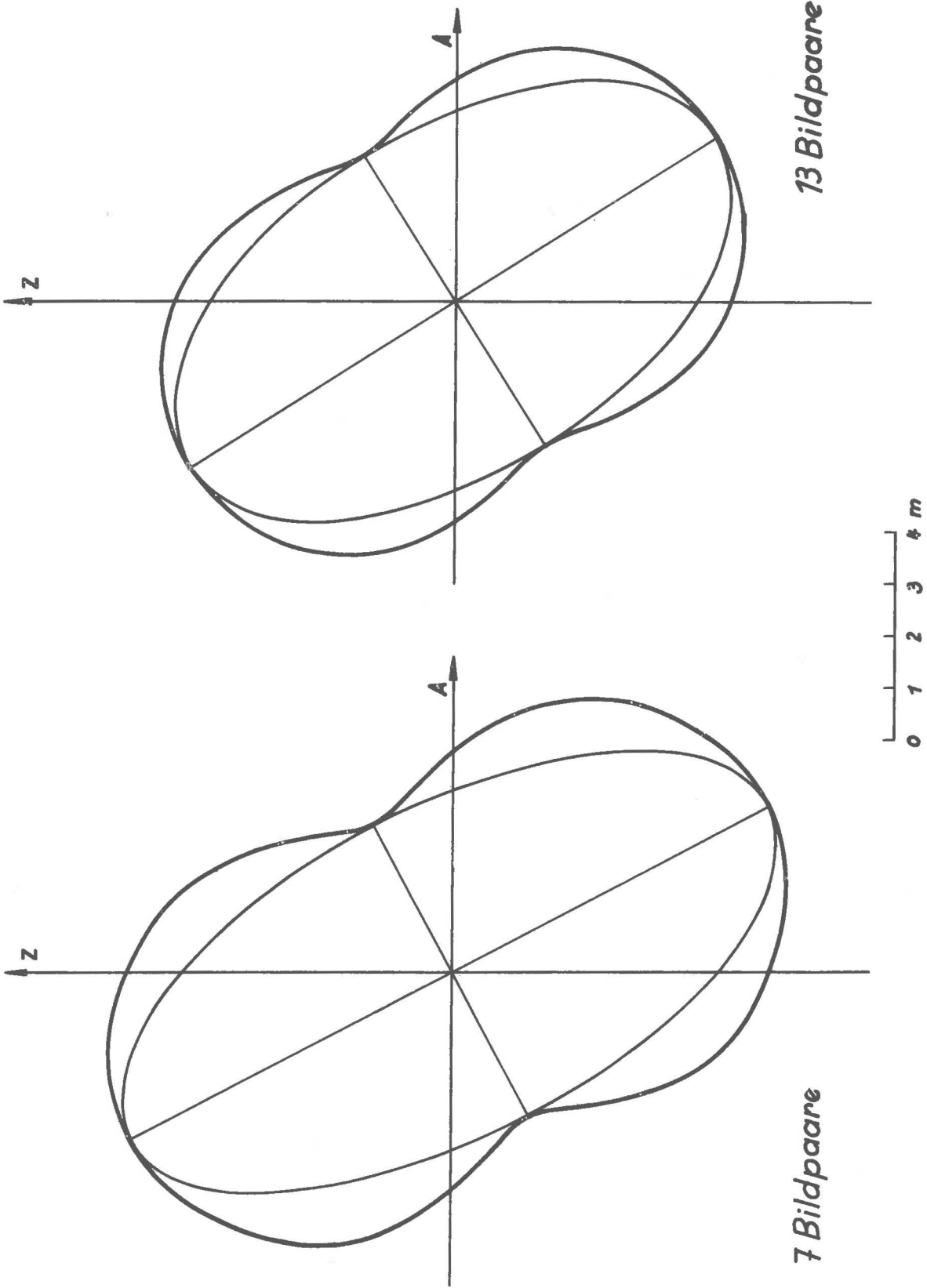


Abb. 11. Normale Ausmessung

Zur Abschätzung des richtigen Wertes von P geht man von zwei Extremannahmen aus. Im Fall I setzt man $P_I = 1$, macht also keinen Genauigkeitsunterschied zwischen den beiden Gruppen von Fehlergleichungen. Das muß dazu führen, daß

$$m_{02} > m_{01}$$

wird. Im Fall II wird $P_{II} = 0,01$ gesetzt, das führt sicher zu

$$m_{02} < m_{01}$$

Von beiden Extremfällen aus kann P berechnet werden. So wurde dann auch vorgegangen.

Im Fall I $P_I = 1$ gesetzt, ergaben sich

$$m_{01} = \pm 8,14, \quad m_{02} = \pm 20,36;$$

$$H_I = m_{01}^2 : m_{02}^2 = 0,1598, \quad P = H_I P_I = 0,1598.$$

Im Fall II mit $P_{II} = 0,01$ wurden folgende Werte erhalten:

$$m_{01} = \pm 8,09, \quad m_{02} = \pm 2,05;$$

$$H_{II} = m_{01}^2 : m_{02}^2 = 15,57.$$

Hier wäre also das richtige Gewicht $P = H_{II} P_{II} = 15,57 \cdot 0,01 = 0,1557$ gewesen.

Von beiden Extremlösungen aus bietet sich als zusätzliches Gewicht für die 29 Fehlergleichungen der letzten sechs Bildpaare $P = 0,16$ an. Damit wurde dann die Ausgleichung auch durchgeführt. Es ergaben sich

$$m_{01} = \pm 8,09, \quad m_{02} = \pm 8,17$$

in hinreichender Übereinstimmung.

Die in Tab. 6 zusammengestellte Liste der Verbesserungen v zeigt deutlich den Genauigkeitsunterschied zwischen den durchschnittlichen Fehlergleichungen der ersten sieben Paare und den Fehlergleichungen der restlichen sechs Bildpaare.

Tab. 6. Restverbesserungen in m

$v_{2.1} = - 10,09$	$v_{5.7} = + 12,61$	$v_{16.6} = + 25,34$
$v_{2.2} = + 11,37$	$v_{5.8} = + 8,11$	$v_{17.1} = - 39,35$
$v_{2.3} = + 13,22$	$v_{7.1} = - 4,13$	$v_{18.1} = - 7,13$
$v_{3.1} = + 9,62$	$v_{7.2} = - 5,11$	$v_{18.2} = + 53,10$
$v_{3.2} = + 11,15$	$v_{7.3} = - 7,93$	$v_{18.3} = + 54,04$
$v_{3.3} = + 6,71$	$v_{7.4} = - 3,85$	$v_{18.4} = + 31,42$
$v_{3.4} = + 4,46$	$v_{7.5} = + 0,36$	$v_{18.5} = + 41,08$
$v_{3.5} = + 6,86$	$v_{7.6} = + 3,72$	$v_{19.1} = - 55,35$
$v_{3.6} = + 15,42$	$v_{7.7} = + 3,93$	$v_{19.2} = - 28,36$
$v_{3.7} = - 6,56$	$v_{9.1} = + 0,29$	$v_{19.3} = - 12,40$
$v_{3.8} = - 11,07$	$v_{9.2} = - 10,03$	$v_{19.4} = - 3,97$
$v_{4.1} = - 7,68$	$v_{9.3} = - 11,96$	$v_{19.5} = + 1,27$
$v_{4.2} = - 16,28$	$v_{10.1} = + 17,28$	$v_{19.6} = + 17,52$
$v_{4.3} = - 6,56$	$v_{10.2} = + 12,75$	$v_{20.1} = - 14,91$
$v_{4.4} = - 8,37$	$v_{10.3} = + 14,48$	$v_{20.2} = - 5,91$
$v_{4.5} = - 28,76$	$v_{10.4} = + 1,10$	$v_{20.3} = + 0,55$
$v_{4.6} = - 5,83$	$v_{10.5} = - 3,74$	$v_{20.4} = + 11,08$
$v_{4.7} = - 3,69$	$v_{10.6} = - 7,26$	$v_{20.5} = + 12,22$
$v_{5.1} = - 0,99$	$v_{10.7} = - 12,38$	$v_{20.6} = + 23,67$
$v_{5.2} = + 8,23$	$v_{16.1} = + 20,11$	$v_{20.7} = + 11,01$
$v_{5.3} = + 8,73$	$v_{16.2} = - 4,50$	$v_{21.1} = - 5,35$
$v_{5.4} = + 2,62$	$v_{16.3} = - 9,97$	$v_{21.2} = + 12,47$
$v_{5.5} = + 14,81$	$v_{16.4} = + 3,79$	$v_{21.3} = + 16,70$
$v_{5.6} = + 7,85$	$v_{16.5} = + 13,43$	$v_{21.4} = + 25,61$

Es sollen hier noch die Ergebnisse der eben beschriebenen drei Ausgleichungen, die Zenitdistanzen und die Azimute mit ihren mittleren Fehlern, zum Vergleich gegeben sein. Dabei sind die drei Varianten durch die verwendeten Werte von P , so wie sie oben beschrieben wurden, gekennzeichnet.

	$P = 1$	$P = 0,01$	$P = 0,16$
z	$5''03$	$5''28$	$5''21$
A	$39''58$	$39''63$	$39''63$
m_z	$\pm 0''60$	$\pm 0''42$	$\pm 0''48$
m_A	$\pm 0''38$	$\pm 0''23$	$\pm 0''28$

Es zeigt sich weitgehende Übereinstimmung zwischen diesen drei Ergebnissen, selbst bei den sicherlich außerordentlich ungünstig angenommenen Gewichten der ersten beiden Varianten.

Als eigentliches Ergebnis sollen noch einmal die Werte der obigen dritten Variante herausgehoben sein.

$z = 5;21 \pm 0;48$
$A = 39;63 \pm 0;28$

Abb. 12 zeigt die dazugehörige Fehlerellipse. Die Reduktion auf die geodätische Linie ist in Anbetracht der Richtung des Azimutes nur sehr klein, sie beträgt $- 0;17$.

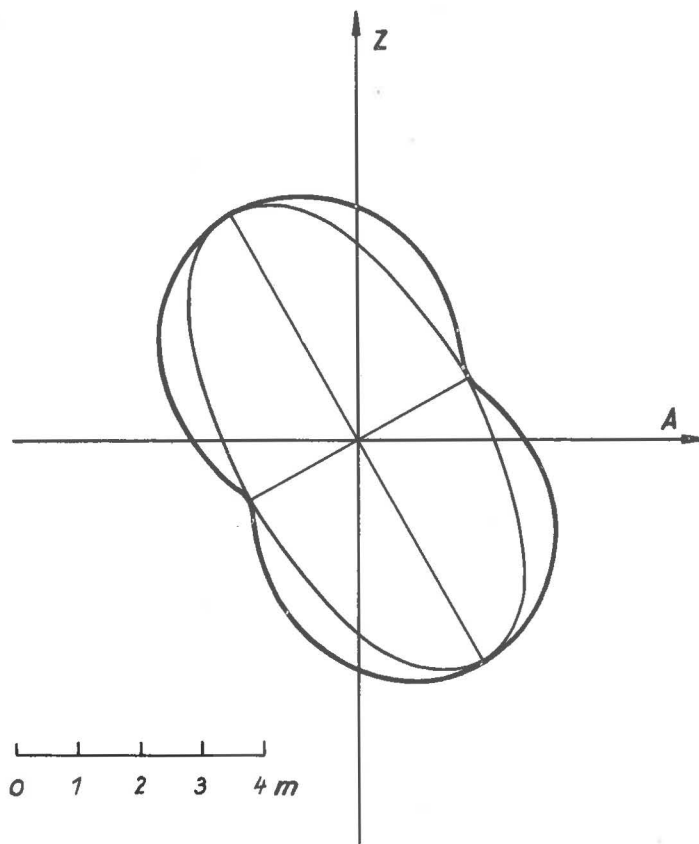


Abb. 12. Kombination aller Bildpaare

8.4. Schlußfolgerungen und Einschätzung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der verschiedenen Berechnungen sollen hier noch einmal nebeneinandergestellt und verglichen werden (Tab. 7).

Tab. 7. Zusammenstellung der Ergebnisse

	z	m _z	A	m _A
Abschnitt 8.1.4.				
Variante 1	5,17	± 0,52	39,67	± 0,32
Variante 2	5,28	0,54	39,63	0,30
Variante 3	5,26	0,53	39,57	0,30
Abschnitt 8.1.5.	6,72	1,47	39,45	0,36
Abschnitt 8.2.1.				
Variante 1	5,87	0,78	39,20	0,48
Variante 2	6,03	0,79	39,17	0,44
Variante 3	5,96	0,79	39,15	0,44
Abschnitt 8.2.2.				
Variante 1	4,86	1,05	39,39	0,97
Variante 2	4,85	1,13	39,41	0,86
Variante 3	4,69	1,13	39,54	0,86
Abschnitt 8.2.3.				
Variante 1	5,18	0,63	39,44	0,48
Variante 2	5,33	0,67	39,34	0,42
Variante 3	5,21	0,67	39,39	0,43
Abschnitt 8.3.	5,21	± 0,48	39,63	± 0,28

Aus der Gegenüberstellung läßt sich erkennen, daß das Azimut trotz verschiedenartiger Auswertung und erheblicher Genauigkeitsunterschiede nur wenig streut. Die Abweichung zwischen den extremen Azimutwerten beträgt nur 0,52. Etwas ungünstiger liegen die Verhältnisse bei der Zenitdistanz, dort beträgt die maximale Streuung 2,03. Daß die verschiedenen Ausgleichungen unter Ansetzung verschiedenster Gewichtsannahmen so wenig voneinander abweichende Azimutwerte liefern, ist ein Beweis für die Homogenität des Materials. Ein mittlerer Azimutfehler von ± 0,28 entspricht etwa einem mittleren Querfehler von ± 2,15 m. Bei einer Entfernung von 1583 km zwischen den Beobachtungsstationen entspricht das einem Querfehler von etwa 1 : 740 000.

Es zeigt sich, daß unter den gegebenen Umständen, wenn also ein Satellit in besonders günstiger Lage zum gesuchten Verbindungsvektor beobachtet wird, das Azimut dieser Verbindungslinie mit einer hervorragenden Genauigkeit bestimmbar ist, auch wenn die Zeitnahme nicht mit der höchsten Genauigkeit erfolgt. Das Verfahren läßt sich ohne weiteres zum Aufbau eines großräumigen Satellitennetzes mit hoher Genauigkeit oder zur Kontrolle bereits bestehender Netze verwenden. Für weitgespannte Vorhaben, wie für die geplante Verbindung Arktis - Antarktis, dürfte es ebenfalls Bedeutung haben.

Literaturverzeichnis

- [1] ARNOLD, K. Laplace-Azimute zwischen weit entfernten Stationen aus Satellitenbeobachtungen.
Veröff. Geod. Inst. Potsdam Nr. 23, Berlin 1963, 38 S.
- [2] ARNOLD, K. Zur Bestimmung geodätischer Azimute aus Simultanbeobachtungen von Satelliten.
Gerlands Beitr. Geophysik 74 (1965) 6, S. 441 - 450
- [3] ARNOLD, K.; SCHOEPS, D. Die Bestimmung des Azimutes Potsdam.- Bukarest aus Beobachtungen des Satelliten Echo 1.
Veröff. Geod. Inst. Potsdam Nr. 29, Berlin 1965, 28 S.
- [4] FEHLKAMM, G. ASCORECORD-Zeiss-Präzisionskoordinatenmeßgerät mit automatischer Registrierung.
Jenaer Rdsch. 12 (1967) 6, S. 327 - 333
- [5] MAREK, G. Die Genauigkeit der Koordinatenmessung mit dem ASCORECORD.
Vermessungstechnik 17 (1969) 10, S. 381 - 385
- [6] MAREK, K.-H. Eine Kamera für genaue Satellitenbeobachtungen.
Wiss. Z. TU Dresden 14 (1965) 3, S. 679 - 681
- [7] MAREK, K.-H. Ob odnoj voznožnosti preryvanija sleda pri fotografirovanii sputnikov.
Nabljudenija iskusstvo sputnikov zemli 1964, Berlin 1965, 3, S. 161 - 168
- [8] MAREK, K.-H. Die Beobachtung geodätischer Satelliten in Potsdam.
Vermessungstechnik 18 (1970) 2, S. 52 - 56
- [9] SCHOEPS, D. Die Berechnung topozentrischer Satellitenkoordinaten aus photographischen Aufnahmen.
Arb. Geod. Inst. Potsdam Nr. 23, Potsdam 1968, S. 75 - 95
- [10] VÄISÄLÄ, Y.; OTERMA, L. Anwendung der astronomischen Triangulationsmethode.
Suomen Geodeet Laitoksen Julkaisuja Nr. 53, 21 S.