

DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN

Forschungsbereich Kosmische Physik

ZENTRALINSTITUT PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts Physik der Erde

Nr. 11

**Analyse der Beobachtungsergebnisse der
astronomisch-geodätischen Längenbestimmung
Borowiec - Dresden - Potsdam
aus dem Jahre 1966**

von

Joachim Höpfner

Als Manuskript gedruckt

Potsdam 1971

Von der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen
des Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden

zur
Erlangung des akademischen Grades
Doktor eines Wissenschaftszweiges
Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation in gekürzter Fassung

von
Dipl.-Ing. Joachim Höpfner
aus Grünberg (Schles.)

Tag der Einreichung: 21. Januar 1970

Gutachter: Prof. Dr. phil. habil. H.-U. Sandig
Prof. Dr.-Ing. H. Peschel
Dr.-Ing. E. Buschmann

Tag der öffentlichen Verteidigung: 21. September 1970
Vorsitzender der Prüfungskommission: Prof. Dr.-Ing. W. Rüger

Vorwort

Die astronomisch-geodätische Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam aus dem Jahre 1966 wurde im Rahmen der Zusammenarbeit zwischen der Polnischen Akademie der Wissenschaften und der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgenommen, nachdem Herr Prof. Dr. J. WITKOWSKI, Poznan, im Jahre 1963 den Vorschlag hierfür unterbreitet hatte. Es geschah in der Absicht, das Unternehmen nach einer gewissen Zeit zu wiederholen, um eventuell vorhandene horizontale Verschiebungen der Stationen bestimmen zu können. An der Ausführung der Längenbestimmung waren beteiligt:

die Astronomische Breitenstation der Polnischen Akademie der Wissenschaften in Borowiec (bei Poznań),

das LOHRMANN-Institut an der Technischen Universität Dresden und

das Geodätische Institut Potsdam der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Die erhaltenen Meß- und Beobachtungswerte wurden, wie vereinbart, ausgetauscht. Einer Absprache gemäß hat der Verfasser das Datenmaterial zu umfangreichen Untersuchungen benutzt. Daraus ist die vorliegende Arbeit hervorgegangen.

Mein besonderer Dank gebührt den Herren Dr. J. MOCZKO und Dr. I. DOMINSKI von der Astronomischen Breitenstation der Polnischen Akademie der Wissenschaften in Borowiec und Herrn Dr.-Ing. S. WÄCHTER vom LOHRMANN-Institut, jetzt LOHRMANN-Observatorium, an der TU Dresden für ihre Vorbereitungsarbeiten und ausgeführten Beobachtungen und für die Übergabe ihres Beobachtungsmaterials.

Vom Geodätischen Institut Potsdam, inzwischen aufgegangen im Zentralinstitut Physik der Erde, der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin nahmen neben dem Verfasser die Herren Verm.-Ing. H. SCHABACKER und Verm.-Ing. H. KRÜGER sowie Herr Dipl.-Ing. H. KIRSCHNER die Beobachtungen vor. Auch ihnen möchte ich hiermit danken. Darüber hinaus bin ich all denen dankbar, die ebenfalls durch ihre Arbeiten zum Erfolg der Längenbestimmung beigetragen haben.

Wertvolle Anregungen und kritische Hinweise zu meinen Untersuchungen gab mir Herr Prof. Dr. phil. habil. H.-U. SANDIG, wofür ich ihm an dieser Stelle herzlich danken möchte. Außerdem schulde ich großen Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. H. PESCHEL für die gewährte Unterstützung. Herrn Dr.-Ing. E. BUSCHMANN bin ich ebenso für seine Arbeit zu Dank verpflichtet.

Bei den Rechenarbeiten halfen mir vor allem die math.-techn. Assistentin Fräulein E. FELSMANN und Frau Berechn.-Ing. I. MEISTER in verständnisvoller Weise. Mein Dank gilt diesen Mitarbeiterinnen für ihre Hilfe.

Potsdam, im Oktober 1970

Joachim Höpfner

Zusammenfassung

Es wurden die Ergebnisse der Zeitbestimmungen auf Homogenität der Gruppenvarianzen, Normalverteilung der Beobachtungen, Unterschiede für die Ausgleichsvarianten und systematische Abweichung der Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen untersucht. Nachdem die Einzelergebnisse der Längenbestimmung als zweiseitige Längenunterschiede und einseitige Längen gegen Greenwich berechnet waren, wurden verschiedene Verfahren (allgemeine arithmetische Mittelbildung, Verfahren der Regressionsanalyse nach SCHÄDLICH, "direktes" Verfahren nach RADECKI) angewandt, um Endergebnisse der Längenbestimmung zu erhalten. Diese wurden durch Vergleich eingeschätzt. Dann ergaben sich die definitiven Ergebnisse für die Längenunterschiede und Längen auf Grund der obenerwähnten Untersuchungen. Aus ihrem Vergleich mit den Ergebnissen früherer Längenbestimmungen (1903, 1929, 1960) folgte, daß keine systematischen Fehleranteile in den definitiven Längenunterschieden zu erkennen sind. Somit können die erhaltenen mittleren Fehler von $\cong 3,5$ ms als wahre äußere Genauigkeiten betrachtet werden. Als Schlußfolgerung ergibt sich, daß auch die Beobachtungsergebnisse an Passageinstrumenten zum Studium rezenter horizontaler Erdkrustenbewegungen beitragen können.

Summary

The results of time determinations obtained at Borowiec, Dresden and Potsdam stations in 1966 were tested with respect to homogeneity of group variances, normal distribution of observations, differences for adjustment variants, and systematic deviations between the local sidereal times of principal and parallel observations. After having calculated the individual results of longitude determination in terms of two-sided longitude differences and of one-sided longitudes referred to Greenwich, several methods (general arithmetic mean calculation, method of regression analysis by SCHÄDLICH, "direct" method by RADECKI) were employed to obtain final results of longitude determination. The latter were estimated by comparison. The definitive results for the longitude differences and the longitudes of the stations were obtained on the base of the above-mentioned examinations. These results were compared with previous measurements (1903, 1929, 1960). There do not seem to be any systematic deviations between the definitive longitude differences of the various measurements. Therefore, the obtained mean square errors of $\cong 3,5$ ms can be regarded as real external accuracies. The conclusion is drawn that observations performed by means of transit instruments also can contribute to the investigation of recent horizontal crustal movements.

Sommaire

Les résultats des déterminations de l'heure réalisées aux stations de Borowiec, Dresde et Potsdam en 1966 sont analysés par rapport à l'homogénéité des variances de groupe, à la distribution normale des observations, aux différences pour les variantes de compensation et aux écarts systématiques des temps sidéraux locaux des observations principales et parallèles. La calculation des observations isolées de la détermination de la longitude comme différence des longitudes bilatérales et des longitudes unilatérales vers Greenwich faite, des méthodes diverses (former la moyenne pondérée, méthode d'analyse de régression d'après SCHÄDLICH, méthode "directe" d'après RADECKI) ont été appliquées pour gagner des résultats finals de la détermination de la longitude. Ceux-ci ont été estimés par comparaison. Les résultats définitifs pour les différences des longitudes ainsi que pour les longitudes des stations s'ensuivent des vérifications citées plus haut. D'une comparaison avec les résultats précédents des déterminations des longitudes (1903, 1929, 1960) il suit que des parts d'erreur systématiques dans les différences définitives des longitudes ne sont pas à reconnaître. Ainsi on peut prendre les erreurs moyennes de $\leq 3,5$ ms pour de vraies précisions extérieures. Conclusion: Aussi les résultats des observations avec des instruments de passage peuvent contribuer à l'étude de récents mouvements horizontaux de l'écorce terrestre.

Резюме

Результаты определений времени на станциях Боровец, Дрезден и Потсдам 1966 года исследовались в отношении однородности групповых дисперсий, нормального распределения наблюдений, разностей между вариантами уравнивания и систематического отклонения местного звездного времени главных наблюдений от параллельных наблюдений. После вычисления отдельных результатов определения долгот как двухсторонних разностей долгот и односторонних долгот от Гринича были применены различные способы для получения конечных результатов (общее арифметическое осреднение, способ регрессивного анализа по ШЭДЛИХУ, "прямой" способ по РАДЕЦКОМУ). Конечные результаты определения долгот оценивались посредством сравнения. На основании вышеуказанных исследований были получены окончательные значения разностей долгот и долгот станций. Сравнение с результатами более ранних определений долгот (1903 г., 1929 г., 1960 г.) не выявило систематических искажений в выведенных разностях долгот. Полученные средние ошибки $\leq 3,5$ мсек можно поэтому рассматривать как внешнюю точность. Сделан вывод, что и результаты наблюдений на пассажных инструментах могут быть использованы для изучения современных горизонтальных движений земной коры.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Verwort	3
1. Einleitung	9
2. Die Richtlinien der Längenbestimmung	12
2.1. Die Beobachtungsstationen	12
2.2. Die Zeitbestimmungen	12
2.2.1. Das Beobachtungsverfahren	12
2.2.2. Das Beobachtungsprogramm	13
2.2.3. Die Durchführung der Beobachtungen	14
2.2.4. Die Bestimmung der Instrumentenkonstanten	16
2.2.5. Das Auswertungsverfahren	17
2.3. Uhrvergleiche und Signalaufnahmen	19
3. Die Berechnung der scheinbaren Rektaszensionen	20
4. Durchgeführte Zeitbestimmungen	22
5. Die Berechnung von Ergebnissen der Zeitbestimmungen und deren Untersuchung	25
5.1. Auswertung der Beobachtungen	25
5.1.1. Die Instrumentenkonstanten	25
5.1.2. Reduktion der Beobachtungen	26
5.1.3. Beurteilung extrem abweichender Beobachtungen	27
5.1.4. Ausgleichung der Beobachtungen	30
5.2. Berechnung wahrer Ortssternzeiten	31
5.3. Untersuchung der Ergebnisse der Zeitbestimmungen	33
5.3.1. Prüfung der Gruppenvarianzen auf Homogenität	34
5.3.2. Prüfung der Beobachtungen auf Normalverteilung	38
5.3.3. Vergleich der Ergebnisse der Zeitbestimmungen für die Ausgleichungsvarianten	43
5.3.4. Prüfung der Unterschiede für die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen	47
6. Die Reduktionen wegen der Änderungen des Erdrotationsvektors	51
6.1. Reduktion wegen Polschwankung	51
6.2. Reduktion wegen Rotationsschwankung	55

	Seite	
7.	Die Berechnung der Einzelergebnisse der Längenbestimmung	57
7.1.	Die Sendezeiten der Zeitsignale	57
7.2.	Die Greenwicher Sternzeiten	58
7.3.	Zweiseitige Längenbestimmung	61
7.4.	Einseitige Längenbestimmung	64
8.	Die Berechnung von Endergebnissen der Längenbestimmung nach verschiedenen Verfahren	68
8.1.	Zweiseitige Längenunterschiede	69
8.2.	Einseitige Längen	80
8.2.1.	Allgemeine arithmetische Mittel	80
8.2.2.	Das Verfahren der Regressionsanalyse nach SCHÄDLICH	92
8.2.3.	Das "direkte" Verfahren nach RADECKI	98
9.	Vergleich der Endergebnisse der Längenbestimmung und Schlußfolgerungen	108
10.	Rückblick	116
Literatur		119

1. Einleitung

Hauptaufgaben der Geodätischen Astronomie sind die koordinatenmäßige Festlegung der Lotrichtungen von Punkten der Erdoberfläche in einem geeigneten Koordinatensystem sowie die Bestimmung der Azimute von terrestrischen Richtungen. Die Geodäsie verfolgte dabei bislang das Ziel, die Figur und das äußere Schwerefeld der Erde zu bestimmen und die Erdoberfläche darzustellen. In der jüngsten Zeit wurde diese Aufgabenstellung noch erweitert, indem es gilt, auch Änderungen der einzelnen Größen zu erfassen.

Das mit der Erde verbundene, am leichtesten zu realisierende Koordinatensystem ist ein sphärisches Koordinatensystem, das durch die Richtung der Rotationsachse und einen nach internationaler Übereinkunft festgelegten Bezugsmeridian, den Ortsmeridian von Greenwich, bestimmt ist. In diesem Koordinatensystem wird die Lotrichtung eines Beobachtungsortes eindeutig durch

die geographische Breite φ , den durch die Lotrichtung mit einer Normalebene zur Rotationsachse gebildeten Winkel, und

die geographische Länge λ , den durch die Meridianebene vom Beobachtungsort mit derjenigen von Greenwich gebildeten Winkel,

angegeben. Die Meridianebene ist durch die Lotrichtung und eine Parallele zur Rotationsachse bestimmt. Es kommt hinzu, daß die Kenntnis der Lage der Meridianebene zur Orientierung am Beobachtungsort interessiert. Darauf bezieht sich

das astronomische Azimut a der Richtung nach einem irdischen Zielpunkt, d. i. der Winkel, den die durch die Lotrichtung und den Zielpunkt gelegte Vertikalebene mit der Meridianebene bildet.

Auf der Grundlage der Erkenntnisse über die Rotation der Erde wurden die Methoden der astronomisch-geodätischen Ortsbestimmung entwickelt. Die Definition der Zeiteinheit, von der Unveränderlichkeit und Reproduzierbarkeit gefordert wird, bezog man auf den periodischen Vorgang der Erdrotation mangels eines anderen, besseren Normalen. Dabei wurde zunächst von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Rotationsgeschwindigkeit gleichförmig ist und die Rotationsachse im Erdkörper eine feste Lage einnimmt. Diese Annahmen sind jedoch an einen frei beweglichen, starren Körper gebunden, der eine zur Rotationsachse symmetrische Massenverteilung aufweist. Für den Fall der Erde entsprechen sie nicht den wirklichen Verhältnissen.

Bereits Ende des 17. Jahrhunderts wurden von HALLEY Unstimmigkeiten bei der Bearbeitung antiker und mittelalterlicher Mondfinsternisse bemerkt, die eine Folge der fortschreitenden Verlangsamung der Erdrotation waren. Aus der Analyse der Beobachtungen des Mondes, der Sonne und der Planeten Merkur und Venus sind gegenwärtig die säkulare Verlangsamung und unregelmäßig auftretende Beschleunigungen oder Verzögerungen der Rotationsgeschwindigkeit bekannt. Jahreszeitliche Schwankungen der Tageslänge konnten durch die Gangleistungen von Quarzuhren nachgewiesen werden. Die variable Rotationsgeschwindigkeit erforderte eine schärfere Definition der Zeiteinheit. War die Zeitdauer einer Sekunde zuerst als Bruchteil

eines mittleren Sonnentages festgelegt worden, so bezog man sie daraufhin auf die Länge des tropischen Jahres zur Epoche 1900.0.

Im Jahre 1885 wurden von KÜSTNER Polhöhen- (Breiten-) Schwankungen entdeckt. Falls man von den sehr kleinen Bewegungen der Erdkruste zunächst absieht, ist das Horizontsystem, in dem die Polhöhe gemessen wird, im Beobachtungsort fest mit dem Erdkörper verbunden. Somit war nachgewiesen, daß eine Verlagerung der Rotationsachse auftritt. Die Polschwankungen bedingen sowohl Polhöhenschwankungen als auch Längen- und Azimutänderungen.

Die Forschungsergebnisse über das Rotationsverhalten der Erde führten zu einer Erweiterung der geodätischen Aufgabenstellung. Ermittelte geographische Koordinaten beziehen sich auf den während der Beobachtung wirksamen Rotationsvektor. Durch ihn wird weder ein erdfestes noch ein zeitunabhängiges Koordinatensystem realisiert. Deshalb ist es notwendig, auf Stationen laufend Präzisions-Zeit- und -Breitenbestimmungen auszuführen, um die Änderungen der Rotationszeit und der Lage der Rotationsachse zu erfassen und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen. Indem man den Betrag und die Richtung des mittleren Erdrotationsvektors festlegt, worauf Änderungen bezogen werden, ist ein erdfestes, zeitunabhängiges Bezugssystem geschaffen.

Bekanntlich weist der Erdkörper zeitliche Veränderungen auf, wie es zahlreiche Erscheinungen an der Erdoberfläche zeigen. Sind tektonische Beben als spontane, örtlich begrenzte Bewegungen besonders augenfällig, so wurde der Nachweis rezenter Erdkrustenbewegungen auch in anderen Gebieten durch geodätische und geophysikalische Methoden erbracht.

Im "Upper Mantle Project" der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik wird das komplexe Studium des Aufbaus und Verhaltens des Erdmantels durch alle Geowissenschaften koordiniert. In diesem Rahmen fällt der Geodäsie eine neue Aufgabe, die Erforschung rezenter Erdkrustenbewegungen, zu. So kommt zur Bestimmung von Punktkoordinaten an der Erdoberfläche noch diejenige ihrer Veränderungen hinzu. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß genaue Messungen zeitabhängig sind, bilden wiederholte Präzisionsnivelements und Mareographenregistrierungen die Grundlage für die Bestimmung vertikaler Erdkrustenbewegungen. Aufgabe der geodätischen Ortsbestimmung und der geodätischen Astronomie ist es, Beiträge zum Problem der horizontalen Erdkrustenbewegungen zu leisten.

Erfolgen Präzisions-Zeit- und -Breitenbestimmungen zu dem Zweck, daß dadurch der momentane (instantane) Erdrotationsvektor nach Größe und Lage festgelegt wird, so gestatten sie auch, aus den zeitlichen Längen- und Breitendifferenzänderungen nichtpolaren Ursprungs zwischen den beteiligten Stationen Krustenbewegungen nach Geschwindigkeit und Richtung abzuleiten.

Während das durch die Methoden der geodätischen Ortsbestimmung erfaßte Gebiet unterschiedlich, meist staatlich begrenzt ist, trifft diese Einschränkung für die geodätische Astronomie nicht zu. Außerdem ermöglicht sie, das Problem der Kontinentaldrift zu studieren.

In den letzten Jahren wurde das Passageinstrument auf Beobachtungsstationen vielfach in seinem Einsatz durch moderne Instrumente, das Astrolab DANJON und das Photo-Zenit-Teleskop, verdrängt. Das zeigen auch die Empfehlungen des Symposiums über Kontinentaldrift, Polbewegung und Erdrotation vom März 1967 in Stresa, Italien /657. Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, die Genauigkeitsleistung des klassischen Verfahrens der Längenbestimmung für das Studium horizontaler Erdkrustenbewegungen kritisch zu beleuchten. Zu diesem Zweck wurden die Beobachtungsergebnisse der Längendifferenzbestimmungen mit Passageinstrumenten zwischen den Stationen Borowiec - Dresden - Potsdam aus dem Jahre 1966 gründlich analysiert.

2. Die Richtlinien der Längenbestimmung

Bei jeder astronomisch-geodätischen Längenbestimmung handelt es sich grundsätzlich um die Aufgabe, eine Längendifferenz zu ermitteln, da auf einen Meridian Bezug genommen werden muß. Das Problem umfaßt lokale Zeitbestimmungen und den Vergleich der Ortszeiten.

Die Messungen und Beobachtungen zur Bestimmung der Längendifferenzen zwischen den Stationen Borowiec - Dresden - Potsdam wurden unter der Beteiligung

der Astronomischen Breitenstation der Polnischen Akademie der Wissenschaften in Borowiec (bei Poznań),

des LOHRMANN-Instituts an der Technischen Universität Dresden und

des Geodätischen Instituts Potsdam der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ausgeführt. In jedem Institut war zunächst ein Vorschlag über ihre Durchführung erarbeitet worden. Durch eine gemeinsame Absprache wurden schließlich diese Konzeptionen aufeinander abgestimmt und letzte Einzelheiten geklärt. Die zusammengestellten Richtlinien [66] bildeten die verbindliche Anweisung für die geplante Längenbestimmung. Die Station Potsdam wurde zur Leitstelle des Unternehmens bestimmt.

2.1. Die Beobachtungsstationen

An dieser Stelle erübrigt es sich, über die Lage und Örtlichkeit der Beobachtungsstationen zu berichten und eine Beschreibung der Beobachtungshäuser zu geben. Dies ist für die Station Borowiec speziell in der Veröffentlichung [61] geschehen; entsprechende Ausführungen über die Stationen Dresden [33] und Potsdam [17, 27] liegen ebenfalls vor.

Die genäherten geographischen Koordinaten der Beobachtungsstationen sind:

Station		φ	λ
Borowiec	(Bo)	+52°16'38"	-1 ⁿ 08 ^m 19 ^s
Dresden	(Dr)	+51 03 15	-0 54 56
Potsdam	(Pt)	+52 22 55	-0 52 16

2.2. Die Zeitbestimmungen

2.2.1. Das Beobachtungsverfahren

Die Zeitbestimmungen wurden an Zeiss-Passageninstrumenten 100/1000 mit Registriermikrometern nach der Methode der Durchgangsbeobachtungen im Meridian durchgeführt. Hierbei nahmen die Beobachter einen Stationswechsel vor. Ein Austausch der Instrumente erfolgte nicht, da durch ihren Transport eine nicht kontrollierbare Änderung der instrumentel-

len Gleichung eintreten kann. Zusätzlich wurden an weiteren stationären Instrumenten Parallelbeobachtungen ohne Beobachterwechsel vorgenommen. Diese ermöglichten es, das "Zeitsystem" des jeweiligen Hauptbeobachters zu kontrollieren.

Der Beobachtungszyklus der Hauptbeobachter bestand aus 4 Perioden. Für jeden Beobachter begann und endete er auf seiner Heimatstation, wobei der Stationswechsel im Uhrzeigersinn durchgeführt wurde. Während des Unternehmens waren mindestens 30 Zeitbestimmungen, davon je 5 in der 1. und 4. Periode und je 10 in der 2. und 3. Periode, auszuführen. Unter diesen Zeitbestimmungen wurden 3 bzw. 6 in den entsprechenden Perioden gefordert, die auf jeweils zwei Stationen an gleichen Abenden erhalten sein sollten. Als Hauptbeobachter waren eingesetzt:

Station	Hauptbeobachter
Bo	Dr. J. MOCZKO (M)
Dr	Dipl.-Ing. S. WÄCHTER (W)
Pt	Dipl.-Ing. J. HÖPFNER (Ho)

Parallelbeobachtungen wurden auf jeder Station mit den Instrumenten vorgenommen, die sonst noch zur Verfügung standen. Auf der Station Borowiec wurde an einem zweiten Zeiss-Passageninstrument 100/1000 beobachtet. Das Askania-Passageninstrument 70/650 der Station Dresden wurde mit den für die regelbare Nachführung und photographische Aufnahme entwickelten Zusatzrichtungen eingesetzt. Die Parallelbeobachtungen auf der Station Potsdam wurden an den Passageninstrumenten, die der Zeitdienst benutzt, durchgeführt. Es handelt sich um ein Askania- und ein Askania-Zeiss-Instrument 90/860. Außerdem wurde die Beobachtungstätigkeit am Astrolab DANJON intensiviert, da diese Ergebnisse zur Analyse derjenigen von den Passageninstrumenten nützlich sind. Die Beobachtungen an diesen Instrumenten führten aus:

Station	Instrument	Beobachter
Bo	Zeiss	Dr. I. DOMINSKI (Do)
Dr	Askania	Dipl.-Ing. S. BÖHME (B)
Pt	Askania	Verm.-Ing. H. KRÜGER (K)
	Askania-Zeiss	math.-techn. Ass. H. SCHABACKER (Sch)
	Astrolab	Dipl.-Ing. H. KIRSCHNER (Ki)

2.2.2. Das Beobachtungsprogramm

Die Durchgangsbeobachtungen an den Passageninstrumenten erfolgten auf den Stationen nach dem gleichen Beobachtungsprogramm, damit die Ergebnisse der Längenbestimmung nicht durch Rektaszensionsfehler beeinflusst wurden [66]. Das Programm wurde nur aus Fundamentalsternen des FK 4 zusammengestellt und umfaßte den Rektaszensionsbereich

$$8^{\text{h}}27^{\text{m}} < \alpha < 21^{\text{h}}45^{\text{m}}.$$

Je 10 Zeitsterne sowie 1 Polstern in oberer (OK) und 1 Polstern in unterer Kulmination (UK) bildeten eine Untergruppe. Indem der Deklinationsbereich

$$+40^{\circ}00' < \delta < +62^{\circ}30'$$

bevorzugt wurde, betrug die auf eine mittlere Breite der drei Stationen von $+52^{\circ}00'$ bezogenen Zenitdistanzen der Zeitsterne

$$-10^{\circ}30' < z < +12^{\circ}00'.$$

Die Polsterne befanden sich in dem Deklinationsbereich

$$+69^{\circ}00' < \delta < +82^{\circ}30'.$$

Übergreifend wurden zwei Untergruppen zu einer Gruppe für den Beobachtungsabend zusammengefaßt. Für eine Zeitbestimmung erfolgten also die Beobachtungen solch einer Sterngruppe.

Zur Ermittlung des Achsazimutes k vom Beobachtungsinstrument dienten die in das Programm aufgenommenen Polsterne. Um den Einfluß eines Azimutfehlers auf die zu bestimmende Zeit gering zu halten, wurden die Zeitsterne aufeinanderfolgender Untergruppen so ausgewählt, daß die Summe ihrer Azimutkoeffizienten für die Stationen Borowiec und Potsdam $\sum K \cong \pm 0,1$ ist. Für die Station Dresden ergab sich auf Grund ihrer Breitendifferenz zu den beiden anderen Stationen $-0,6 < \sum K < -0,8$. Das Beobachtungsprogramm bestand aus 6 Gruppen, deren Sterngruppierung, Beobachtungszeit und Beobachtungszeitraum in Tab. 1 angegeben sind.

Tab. 1. Beobachtungsgruppen

Gr. Nr.	Sterne der lfd. Nr.	Beobachtungszeit	Beobachtungszeitraum
1	2	3	4
1	1 bis 24	$8^{\text{h}}27^{\text{m}}$ bis $12^{\text{h}}03^{\text{m}}$	Februar 15 bis April 5
2	13 36	10 28 13 36	März 28 April 25
3	25 48	12 14 15 24	April 17 Mai 15
4	37 60	13 46 16 45	Mai 7 Juni 4
5	54 77	16 01 19 29	Mai 27 Juli 4
6	66 89	17 42 21 44	Juni 26 August 13

Ein Gruppenwechsel geschah nach Möglichkeit mit dem Stationswechsel der Hauptbeobachter. Außerdem wurde er vorgenommen, wenn auf der Station Potsdam, die am westlichsten liegt, die Beobachtung der Gruppe bereits eine Stunde nach Sonnenuntergang hätte beginnen müssen. Die Leitstelle Potsdam gab den genauen Zeitpunkt der Gruppen- und Beobachterwechsel an. - Am Astrolab DANJON wurden die üblichen beiden Gruppen 17, 18 des regulären Programms beobachtet, wobei jede Kombination zu Monatsbeginn gewechselt wurde.

2.2.3. Die Durchführung der Beobachtungen

Die Haupt- und Parallelbeobachter nahmen an ihren Instrumenten auf folgenden Pfeilern der Beobachtungshäuser von den Stationen ihre Durchgangsbeobachtungen vor:

Station	Haupt- Beobachtungspfeiler	Parallel-
Bo	Pfeiler des östlichen Meridianhauses	Pfeiler des westlichen Meridianhauses
Dr	Nordpfeiler des Meridianhauses	Südpfeiler des Meridianhauses
Pt	Mittelpfeiler des westlichen Meridianhauses	Nordpfeiler des östlichen Meridianhauses (K) Südpfeiler des östlichen Meridianhauses (Sch) Pfeiler des Astrolabhauses (Ki)

Eine Stunde vor dem Beginn der Beobachtungen war jedes Beobachtungshaus zu öffnen, um eine möglichst gute Angleichung zwischen der Außen- und der Innen- sowie der Instrumententemperatur zu erreichen. Die Durchlüftung wurde zusätzlich durch die vorhandenen, einzuschaltenden Ventilatoren unterstützt, solange noch keine Beobachtungen erfolgten. - Indem man das Passageinstrument in Achsenhöhe während der Beobachtungszeit dem Luftstrom eines kleinen Ventilators aussetzte, wurden lokale Umwelteinflüsse, die die Beobachtungen verfälschen, gemindert. Der Ventilator wurde zu diesem Zweck meridional in einem Abstand von etwa 2 m aufgestellt.

Die Ausführung der Zeitbestimmungen erfolgte bei roter Feld- und Gesichtsfeldbeleuchtung. Dadurch wurde ein ständiger Wechsel zwischen der Hell- und Dunkeladaptation des Auges, der sich ungünstig auf die Empfindungszeit eines Lichtreizes auswirkt, vermieden [54].

Die Neigung der Kippachse des Passageinstrumentes wurde vor Beobachtungsbeginn mit der Hängelibelle geprüft und auf $i \approx \pm 1$ Pars horizontalisiert. Vor Beginn und nach Abschluß jeder Sternbeobachtung wurden die Blasenstellungen der Hängelibelle zur Ermittlung der mittleren Achsneigung i registriert.

Mit dem Beobachten der Sterndurchgänge wurde begonnen, nachdem die Achslage zunächst einige Male durch Umlegen gewechselt worden war. Um eine hohe Achsstabilität zu erhalten, durch die das Azimut und die Neigung am genauesten erfaßt werden können, wurden die Zenitdistanzen des Fernrohres nach empfohlenen Vorschriften [55] auf die Sterne eingestellt.

Die Beobachtung der Sterne wurde in Achslage Okular Ost (E) oder West (W), wie es nach dem Programm vorgesehen war, begonnen. Da der Beobachtungsbeginn bei den Polsternen unbedingt in verschiedenen Lagen erfolgen sollte, mußte die Achslage dreimal gewechselt werden. Die festgelegte Achslagenfolge, von der auch bei Ausfall einzelner Sterne nicht abgegangen wurde, schließt den Einfluß von Instrumentalfehlern, die sich darauf beziehen könnten, weitgehend aus. - Durch Verdrehen des mit einem Reversionsprisma ausgerüsteten

Pupillenversetzers wurde erreicht, daß alle Sterndurchgänge in horizontaler Laufrichtung beobachtet wurden.

Die Achse wurde während des Sterndurchgangs umgelegt. In jeder Lage waren mindestens 10 zueinander symmetrische einwandfreie Kontakte mit einem Druckchronographen zu registrieren. Nach wahlweisem Umlegen eines Kontaktschalthebels wurde das Kontaktrad des Mikrometers bei Zeitsternen mit 5 und bei Polsternen mit 10 Kontakten pro Revolution benutzt, so daß die ersteren über zwei, die letzteren über eine Revolution nachgeführt werden mußten.

Am Anfang, zur Mitte und am Ende der Beobachtung einer Gruppe waren folgende Daten zu notieren:

Innen- und Außentemperatur,
Luftdruck,
relative Feuchte,
Bewölkung,
Bildruhe und -schärfe der Sterne und
nach Möglichkeit Richtung und Geschwindigkeit des Bodenwindes.

Die Angaben über die Bewölkung und die Güte der Sternbilder wurden entsprechend 18 eingestuft.

Für eine Zeitbestimmung mußten mindestens 17 bis 18 Sterndurchgänge der Gruppe, davon zwei Durchgänge von den Polsternen, beobachtet sein. Die Beobachtung von Ersatzsternen wurde nicht vorgenommen. Zeitbestimmungen der Hauptbeobachter auf jeweils zwei Stationen an jeweils gleichen Abenden wurden als gemeinsam gewertet, wenn die Durchgänge von mindestens 10 gleichen Zeitsternen beobachtet worden waren (s. Abschnitt 2.2.1.).

2.2.4. Die Bestimmung der Instrumentenkonstanten

Vor und nach jeder Beobachtungsperiode wurden die Konstanten des Passageinstrumentes, der Skalenwert p der Hängelibelle, die Kontaktbreite KB auf der Kontakttrommel und der tote Gang TG der Mikrometerschraube,

bestimmt. Hierbei war besonders sorgfältig zu verfahren, da die vor der Beobachtungsperiode ermittelten Konstanten gleich für die Verbesserung der Sterndurchgangszeiten benutzt wurden (s. Abschnitt 2.2.5.). Die wiederholt bestimmten Konstanten dienten nur zur Kontrolle, falls sich keine größeren verbürgten Änderungen ergeben hatten. Dadurch trat keine Verzögerung bei der Auswertung der Beobachtungen ein.

Der Skalenwert der Hängelibelle wurde auf einem Libellenprüfer bei möglichst konstanter Temperatur bestimmt. Dabei verblieb die Libelle in ihrer Fassung. Die Blasenlänge

sollte derjenigen während der Beobachtungen von angenähert $2/3$ der Skalenlänge entsprechen.

Messungen der Kontaktbreite erfolgten mit Hilfe eines Durchgangsprüfers oder Chronographen. Jeweils von fünf Messungen wurden die Werte für die Breite des einzelnen Kontaktes zusammengefaßt. Für die Verbesserung der Durchgangszeiten fand das Mittel der Kontaktbreiten, das sich für 5 bzw. 10 Kontakte (s. Abschnitt 2.2.3.) ergab, Verwendung.

Zur Bestimmung des toten Ganges der Mikrometerschraube wurde der bewegliche Faden in Verbindung mit den festen Fäden benutzt. Von den vier festen Fäden jeder Gesichtsfeldhälfte dienten die im Registrierbereich befindlichen beiden mittleren als Markierung. Jede der Einstellungen an den Fäden erfolgte fünfmal, so daß sich durch Doppelmessung insgesamt 40 Einzelwerte ergaben. Die Messungen wurden in den Zenitdistanzen $12^{\circ}30'$ Nord, 0° (Zenit) und $12^{\circ}30'$ Süd vorgenommen. Falls der tote Gang von der Zenitdistanz abhängig war, wurden die Durchgangszeiten mit interpolierten Werten korrigiert, andernfalls wurde der aus allen Messungen berechnete Mittelwert verwendet.

Der Revolutionswert R der Mikrometerschraube wurde für jede Periode aus den Durchgangszeiten der Zeitsterne von zwei beobachteten Gruppen abgeleitet. Mit seiner Hilfe wurden die Ergebnisse für die Kontaktbreite und den toten Gang von Teilungseinheiten in Zeitsekunden umgerechnet.

2.2.5. Das Auswertungsverfahren

Die Auswertung der Beobachtungen wurde im Hinblick auf den Austausch des Beobachtungsmaterials vorgenommen. Aus den Blasenstellungen vor und nach dem Umlegen wurde die mittlere Achsneigung i ermittelt:

$$i = \pm 1/4 [(l_E + r_E) - (l_W + r_W)] ; \quad \pm \text{ für } l_E \leq r_E .$$

l, r sind die Ablesungen am linken (l) und rechten (r) Blasenende. Unter Benutzung des Skalenwertes wurden diese Neigungswerte von Pars in Zeitsekunden umgewandelt.

Die 10 registrierten Kontaktmomente (Einheit: $0^{\text{S}}01$) von jeder Achslage der beobachteten Sterndurchgänge wurden zu Werten für die Durchgangszeit U gemittelt. Als nächstes wurden die Durchgangszeiten U wegen der Kontaktbreite und des toten Ganges sowie wegen der täglichen Aberration korrigiert. Im Hinblick auf den gemeinsamen Faktor $\sec \delta$ ist bekanntlich die Kombination der Korrekturen zweckmäßig. Es gilt:

$$[1/2 (KB + TG) \mp 0^{\text{S}}0213 \cos \varphi] \sec \delta ; \quad \begin{array}{l} - \text{ obere} \\ + \text{ untere} \end{array} \text{ Kulm.}$$

Der in eckige Klammern eingeschlossene Ausdruck wurde folgendermaßen bezeichnet:

c_{Zeit} für Zeitsterne,
 $c_{\text{OK}}, c_{\text{UK}}$ für Polsterne.

Für die Reduktion der Durchgangszeiten wegen der Aufstellungs- und Instrumentalfehler wurde die MAYERSche Formel benutzt:

$$(1) \bar{U} = U^* + I i + K k \pm C c,$$

wobei

\bar{U} die Meridiandurchgangszeit,
 U^* die wegen Kontaktbreite, toten Ganges und täglicher Aberration korrigierte beobachtete Durchgangszeit,
 I den Neigungskoeffizienten,
 K den Azimutkoeffizienten und
 C den Kollimationskoeffizienten

bedeuten. Da der Kollimationseinfluß durch die Beobachtung in beiden Achslagen ausgeschaltet wurde, entfiel der letzte Term dieser Formel. Die benötigten Werte der Koeffizienten I und K konnten Tafeln in [2] entnommen werden.

Aus der Grundgleichung der Meridianzeitbestimmung

$$(2) \Theta = \alpha = \bar{U} + \Delta U$$

ergibt sich unter Verwendung von (1) die lineare Verbesserungsgleichung

$$(3) v = \Delta U + K k - I$$

mit dem Absolutglied der Beobachtung

$$(4) -1 = - [\alpha - (U^* + I i)].$$

Indizes, die die Nummer des beobachteten Sterns bezeichnen, sind in den Gleichungen fortgelassen worden. Unter Θ ist die wahre Ortssternzeit für die Epoche des Sterndurchgangs zu verstehen.

Die Tageswerte der scheinbaren Rektaszensionen α der Sterne des Beobachtungsprogramms wurden zur Berechnung des Absolutgliedes der Beobachtungen für die in Tab. 1 angegebenen Zeiträume der Gruppen durch die Station Potsdam bereitgestellt.

Neben der gesuchten Uhrkorrektur ΔU ist in Gleichung (3) das Achsazimut k als zweite Unbekannte enthalten. Die Bestimmung der beiden Unbekannten erfolgte nach dem auf der Station Potsdam üblichen Verfahren (s. Abschnitt 5.1.4.).

2.3. Uhrvergleiche und Signalaufnahmen

Vergleiche von Ortszeiten werden durch Uhrvergleiche und durch die Aufnahme der gleichen Zeitsignale auf den Beobachtungsstationen möglich. Uhrvergleiche waren vor und nach den Beobachtungen einer Gruppe sowie während der festgelegten Beobachtungspausen zwischen dem Chronographen und der Quarzuhr durchzuführen. Später ließen sich eingetretene Standardsprünge des Chronographen durch die einander dicht folgenden Uhrvergleiche berücksichtigen. Als Hauptuhren dienten die Zeitzeichen OMA 50, HBG, DIZ und DGI. Die Empfangszeiten ihrer Zeitsignale wurden auf den Stationen mit Zeitzeichenoszillographen registriert. Die Aufnahmezeiten waren:

Signal kHz	OMA 50	HBG 75	DIZ 4525	DGI 185
TU	5.45	bis	6.00	6.00
	17.45		18.00	18.00

Auf der Station Dresden wurden die Zeitsignale im LOHRMANN-Institut aufgenommen. Gegenüber befanden sich die Chronographen und eine Kleinquarzuhr in einem Raum des Zwingers in unmittelbarer Nähe des Meridianhauses. Die Sekundenimpulse der Kleinquarzuhr wurden über eine Postleitung der Aufnahme zugeführt. Zur Bestimmung ihrer Laufzeit erfolgte ein Transport der Uhr zwischen den genannten Standorten.

Die im Empfänger aufgetretenen Verzögerungszeiten für die einzelnen Signale mußten als Korrekturen an die Empfangszeiten angebracht werden. Mit dem Beginn und nach dem Abschluß der Beobachtungen der Längenbestimmung wurden deswegen Messungen dieser Größen vorgenommen, ebenso nach Reparaturen am Empfänger. Dabei waren die Ergebnisse der Abschlußmessungen zur Kontrolle vorgesehen.

3. Die Berechnung der scheinbaren Rektaszensionen

Für die Stationen Borowiec, Dresden und Potsdam wurden die Tageswerte der scheinbaren Rektaszensionen α der Sterne des Beobachtungsprogramms unter Benutzung des Zeiss-Rechenautomaten ZRA 1 berechnet. Im Jahrbuch "Apparent places of fundamental stars" (APFS) [57] sind die scheinbaren Örter der Sterne des FK 4 mit Deklinationen zwischen $\pm 81^\circ$ für jede zehnte obere Kulmination Greenwich gegeben. Die kurzperiodischen Nutationsglieder sind in den Koordinaten nicht enthalten. Der Rechenweg gestaltete sich demzufolge für jeden Tag als Interpolation der Rektaszensionen mit 2. Differenzen auf die Kulminationen in den Stationsmeridianen bei Berücksichtigung einer Korrektur $\Delta \alpha$ wegen der kurzperiodischen Nutationsglieder.

Bei der Interpolation der Tageswerte wurde die BESSELSche Interpolationsformel verwendet. Die Formel

$$(5) \Delta \alpha = d \alpha (\psi) d\psi + d \alpha (\varepsilon) d\varepsilon$$

berücksichtigt den Einfluß der kurzperiodischen Nutationsglieder in Länge ($d\psi$) und Schiefe ($d\varepsilon$). Unmittelbar unter der Rektaszension sind im APFS für jeden Stern die konstanten Größen

$$(6) \begin{cases} d \alpha (\psi) = 1/15 (\cos \varepsilon + \sin \alpha \tan \delta \sin \varepsilon), \\ d \alpha (\varepsilon) = -1/15 \cos \alpha \tan \delta \end{cases}$$

gegeben. Die Werte von $d\psi$ und $d\varepsilon$, die in Tab. I des APFS von Tag zu Tag für 0^h E. T. zusammengestellt sind, müssen für die Kulminationszeit interpoliert werden.

Für das Datum des jeweils ersten zu berechnenden Rektaszensionwertes wurden die genannten Zeitpunkte der Sterne des Beobachtungsprogramms für die Station Borowiec streng von Sternzeit in Weltzeit umgewandelt:

$$(\alpha + \lambda_{Bo} - \Theta_{0^h_{TU}}) - \text{Red.}_{TU}$$

Als Interpolationsfaktoren sind die Weltzeitwerte in Tagesbruchteilen zu benutzen. Die Werte der beiden anderen Stationen wurden aus denjenigen der Station Borowiec erhalten, indem ihre Längendifferenz berücksichtigt wurde. Dabei kam es vor, daß die Interpolationsfaktoren dann nicht für denselben Tag galten.

Unter Beachtung der Tatsache, daß ein mittlerer Sterntag um $3^m 55^s 9094$ kürzer ist als ein mittlerer Sonnentag, wurden die weiteren Werte der Faktoren durch fortlaufende Subtraktion von $0^d,002\ 730$ für den darauffolgenden Tag berechnet. Zusätzlich mußte auf den Tag, an dem ein Stern zweimal kulminiert, achtgegeben werden. Aus diesem Grunde wurde geprüft, ob der Wert des Interpolationsfaktors kleiner als $0^d,002\ 730$ ist. Am Tage der Doppelkulmination trifft das zu, und es wurde für die folgende Rechnung $1^d,000\ 000$ addiert. Der Wert, der sich daraufhin ergab, galt für dasselbe Datum wie der vorige.

Für einen Polstern - lfd. Nr. 3, FK 4 Nr. 915 UK - erübrigte sich die Berechnung der Tageswerte der scheinbaren Rektaszensionen, weil die scheinbaren Örter der Polsterne mit Deklinationen über $+81^{\circ}$ im APFS für jede obere Kulmination in Greenwich gegeben sind. Diese Sternörter enthalten auch die kurzperiodischen Glieder der Nutation. Die Rektaszensionswerte wurden zu den Beobachtungstagen für die Zeitpunkte der unteren Kulmination an den Stationen direkt interpoliert.

4. Durchgeführte Zeitbestimmungen

Die Zeitbestimmungen für die Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam wurden im Zeitraum 1966 April 1 bis August 10 durchgeführt. Davon umfassen die vier Beobachtungsperioden folgende Zeitabschnitte:

Periode	Beobachtungszeitabschnitt
1.	April 1 bis April 30
2.	Mai 3 Mai 30
3.	Juni 4 Juli 1
4.	Juli 4 August 10

Den durchgeführten Zeitbestimmungen entspricht die Anzahl der beobachteten Gruppen des Beobachtungsprogramms.

Da der Wechsel von Gruppe und Station wegen der obengenannten Bedingungen (s. Abschnitte 2.2.1. und 2.2.2.) durch die Leitstelle Potsdam nicht immer gleichzeitig veranlaßt werden konnte, sind als Beobachtungszeiträume der Gruppen zu verzeichnen:

Gr.	Beobachtungszeitraum
1	Nicht beobachtet
2	April 1 bis April 25
3	April 26 Mai 15
4	Mai 16 Mai 30
5	Juni 4 Juli 1
6	Juli 4 August 10

In Tab. 2 sind die durchgeführten Zeitbestimmungen sowie vergleichsweise ihre Soll-Anzahl für Periode, Station und Hauptbeobachter zusammengestellt.

Tab. 2. Durchgeführte Zeitbestimmungen der Hauptbeobachter

Per.	Stat.			Soll
	Bo	Dr	Pt	
1.	8 (M)	6 (W)	9 (Ho)	5
2.	10 (Ho)	11 (M)	12 (W)	10
3.	12 (W)	9 (Ho)	10 (M)	10
4.	9 (M)	9 (W)	11 (Ho)	5
Gesamt	39	35	42	30

Diejenige Anzahl Zeitbestimmungen der Stationen, die an denselben Abenden auf zwei der Stationen und davon wiederum auf allen drei Stationen gleichzeitig beobachtet werden konnten, gibt Tab. 3 an. Dieselbe Übersicht enthält auch die geforderte Anzahl der zuerst genannten Zeitbestimmungen.

Tab. 3. Gleichzeitig durchgeführte Zeitbestimmungen der Hauptbeobachter

Stat. Per.	Stat.		Stat.		Soll	Stat.	
	Bo, Dr	Bo, Pt	Dr, Pt	Bo, Dr, Pt			
1.	5	6	5	3	4		
2.	8	6	8	6	5		
3.	6	5	8	6	5		
4.	3	4	5	3	2		
Gesamt	22	21	26	18	16		

Aus den Tab. 2 und 3 geht hervor, daß im Durchschnitt mehr Zeitbestimmungen durchgeführt worden sind, als verlangt waren.

Da der Stationswechsel anfänglich zur Sicherheit nicht während des andauernden guten Beobachtungswetters erfolgte, wurde das Beobachtungspensum der 1. Periode überboten; in der 2. Periode wurde es kurz, mühelos erreicht. Deshalb ist dem Abschluß der 3. Periode stattgegeben worden, nachdem etwa der gleiche Zeitabschnitt wie bei den vorigen Perioden verstrichen war und lediglich noch eine Zeitbestimmung auf der Station Dresden und eine simultane auf den Stationen Borowiec, Potsdam fehlten. Die 4. Periode verlängerte sich, weil die 3. gleichzeitige Zeitbestimmung auf den Stationen Borowiec und Dresden zunächst nicht zustande kam. Dadurch ist abermals eine größere Anzahl Zeitbestimmungen auf jeder Station beobachtet worden. - Der Summe von 116 Zeitbestimmungen der Hauptbeobachter entsprechen 2577 einzeln beobachtete Sterndurchgänge.

Von den Parallelbeobachtern wurde auch in der Zeit der Stationswechsel der Hauptbeobachter das Beobachtungswetter ausgenutzt. Sämtliche Zeitbestimmungen, die die Parallelbeobachter auf den Stationen Borowiec und Potsdam durchführten, sind in Tab. 4 den Zeitabschnitten der Hauptbeobachter gemäß periodisiert angegeben. Die Zusammenstellung enthält ebenfalls die von Beobachter Ki am Astrolab DANJON beobachteten Zeit-(und Breiten-) Bestimmungen, wobei zusätzlich die in Klammern gesetzten Zahlen die Summe der dafür unterschiedlich eingegangenen Gruppen (1, 2 oder 3 Gruppen) $\sqrt{17}$, $\sqrt{23}$ bedeuten.

Tab. 4. Parallel durchgeführte Zeitbestimmungen

Stat. (Beob.) Per.	Bo (Do)	Pt		
		(K)	(Sch)	(Ki)
1.	9	3	10	11 (23)
2.	10	4	8	7 (13)
3.	11	5	10	8 (16)
4.	6	9	2	7 (12)
Gesamt	36	21	30	33 (64)

Schließlich sind in Tab. 5 für jeden Beobachter die durchgeführten Zeitbestimmungen (= Anzahl der beobachteten Gruppen) N und

die zugehörigen Summen der beobachteten Sterndurchgänge $\sum_{i=1}^N n$

mit

n = Anzahl der beobachteten Sterndurchgänge für die einzelne Zeitbestimmung aufgeführt. In ihre (Gesamt-)Summen wurden die Werte der Astrolab-Beobachtungen nicht direkt einbezogen.

Tab. 5. Zusammenstellung der Beobachtungen

Lfd. Nr.	Beobachter	N	$\sum_{i=1}^N n$
1	M	38	843
2	W	39	872
3	Ho	39	862
4	Do	36	777
5	K	21	475
6	Sch	30	674
7	Ki	33	1494
Gesamt		203 + 33	4503 + 1494

Bedauerlicherweise sind die auf der Station Dresden erhaltenen Parallelbeobachtungen (s. Abschnitt 2.2.1.) auf Grund von aufgetretenen instrumentellen Mängeln sehr inhomogen. Angaben hierzu wurden nicht gemacht, weil sich das Beobachtungsmaterial für diese Analyse nicht eignete.

5. Die Berechnung von Ergebnissen der Zeitbestimmungen und deren Untersuchung

Die Meß- und Beobachtungswerte der Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam wurden so bald wie möglich ausgetauscht. Ihre Auswertung lieferte fürs erste wahre Ortssternzeiten. Diese beziehen sich jeweils auf die wahre Lage des Äquatorialsystems und den für jede einzelne Station gültigen momentanen individuellen Erdrotationsvektor (s. Kap. 6), der praktisch mit dem momentanen instantanen Erdrotationsvektor zusammenfällt.

5.1. Auswertung der Beobachtungen

Durch die Richtlinien der Längenbestimmung wurde das Verfahren für die Auswertung der Beobachtungen bis auf die Ableitung der beiden Unbekannten, der Uhrkorrektion ΔU und des Achsazimutes k , festgelegt. Im Abschnitt 2.2.5. ist es umrissen. Bevor jedoch über die vollständige Auswertung der Beobachtungen wesentliche Einzelheiten berichtet werden, wird zunächst auf die Instrumentenkonstanten eingegangen.

5.1.1. Die Instrumentenkonstanten

Aus den Messungen der verschiedenen Größen - des Skalenwertes, der Kontaktbreite, des toten Ganges und des Revolutionswertes - wurden die in Tab. 6 zusammengestellten Ergebnisse für die Hauptinstrumente der Stationen hergeleitet, die dann zur Reduktion der Beobachtungen dienten. Neben den Skalen- und den c-Werten der kombinierten Korrekturen wegen Kontaktbreite, toten Ganges und täglicher Aberration sind die Revolutionswerte ebenfalls mit aufgeführt. Ferner ist die den c-Werten zuzuordnende Anzahl Kontakte eingeklammert gegeben, falls sie nicht der vorgesehenen (s. Abschnitt 2.2.3.) entspricht. Eine Korrelation zwischen dem toten Gang und der Zenitdistanz wurde nicht festgestellt. Fast immer konnten die für jede Periode erhaltenen Mittelwerte der Instrumentenkonstanten verwendet werden. Auch für die Parallelinstrumente wurden nach Möglichkeit die Einzelwerte der Instrumentenkonstanten zu Mitteln zusammengefaßt.

Tab. 6. Zur Reduktion der Hauptbeobachtungen benutzte Skalen- und c-Werte

Stat.	Instr.	Per.	p	c _{Zeit}	c _{OK}	c _{UK}	R
1	2	3	4	5	6	7	8
Bo	Zeiss Nr. 14566	1.	0,0600	0,0234	0,0235	0,0495	5,443
		2.	0,0602	0,0235	0,0250	0,0510	5,450
		3.	0,0600	0,0203	0,0220	0,0480	
		4.	0,0600	0,0185	0,0192	0,0452	5,449
Dr	Zeiss Nr. 16070	1.		0,0038	0,0036	0,0304	3,421
		2.	0,0642	0,0093 (4)	0,0093 (4)	0,0361 (4)	3,425
		3.		0,0054 (4)	0,0063	0,0331	3,424
		4.		0,0048	0,0049	0,0317	
Pt	Zeiss Nr. 14567	1.	0,0575	0,0136	0,0129	0,0389	5,442
		2.	0,0575	0,0136	0,0129	0,0389	
		3.	0,0575	0,0124	0,0124	0,0384	5,439
		4.	0,0576	0,0138	0,0132	0,0392	

Lediglich über den toten Gang der Mikrometerschraube des Parallelinstrumentes der Station Borowiec ist Besonderes zu berichten. Meistens ergaben sich hohe negative Werte in der Zenitdistanz $12^{\circ}30'$ Süd (Nord) der Achslage Okular Ost (West). Dadurch traten zwischen diesen und den übrigen positiven Werten erhebliche Differenzen auf. Erst nachträglich wurde festgestellt, daß die Schlittenbewegung des Mikrometers nicht völlig einwandfrei war und den gemessenen Effekt verursacht hatte. Auf Grund dieser Tatsache wurden mittlere c-Werte für die vier Beobachtungsperioden in Abhängigkeit von ihrer Zenitdistanz berechnet. Dafür lagen die Werte der Kontaktbreite und des "toten Ganges" aus 5 Bestimmungen vor. Sodann wurde die Reduktion der Beobachtungen mit interpolierten c-Werten ausgeführt.

Tab. 7. Zur Reduktion der Parallelbeobachtungen benutzte Skalen- und c-Werte

Stat.	Instr.	Per.	p	cZeit		c _{OK}	c _{UK}	R
				0°	12°30'			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bo	Zeiss Nr. 14564	1.	0,0626	+0,0312	+0,0247	+0,0256	+0,0516	5,446
		2.		+0,0312	+0,0151	+0,0159	+0,0419	
		3.		+0,0312	+0,0056	+0,0064	+0,0324	
		4.		+0,0312	-0,0040	-0,0033	+0,0227	
Pt	Askania/ Zeiss	-	0,0702	+0,0230			+0,0486	8,009
	Askania	-	0,0692	+0,0704			+0,0964	8,000

Tab. 7 enthält die zur Reduktion der Beobachtungen benutzten Skalen- und c-Werte für die Parallelinstrumente der Stationen. Zusätzlich wird auch der Revolutionswert der Mikrometerschraube jedes Instruments mitgeteilt. Wie ersichtlich, brauchte bis auf die genannte Ausnahme keine weitere zeitliche Differenzierung der Beträge vorgenommen zu werden.

5.1.2. Reduktion der Beobachtungen

Die Beobachtungen der Durchgangszeiten der Sterne lagen als Mittelwerte aus den vor und nach dem Umlegen der Achse an den gleichen Kontakten beobachteten 20 Uhrzeiten im System des Druckchronographen vor. Unter Verwendung der vorher ermittelten c-Werte erfolgte die Korrektur der beobachteten Durchgangszeiten wegen Kontaktbreite, toten Ganges und täglicher Aberration. Weiter wurde der Einfluß der Achsneigung mit den für jeden Stern gemessenen mittleren, also ungeglätteten Neigungswerten berechnet und zur Reduktion auf eine horizontale Achse benutzt. - Durch einen Gang der Quarzuhr, die den Chronographen steuert, sind die Beobachtungen beeinflusst. Das traf für alle Beobachtungen von den Stationen Borowiec und Dresden zu.

Aus dem Vergleich von Zeitintervallen lassen sich Uhrgänge ableiten und kontrollieren. Allgemein gilt:

Sollzeit = Uhrangabe + Uhrstand.

Als zeitliche Änderung des Uhrstandes ist der Uhrgang definiert:

$$(7) \quad g = \frac{d(\Delta U)}{dT} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta(\Delta U)}{\Delta T} = \lim_{T(2) \rightarrow T(1)} \frac{\Delta U(2) - \Delta U(1)}{T(2) - T(1)} .$$

Für die Beobachtungstage wurden tägliche mittlere Gänge der Quarzuhren abgeleitet. Dazu sind die Empfangszeiten von den um 18.00 TU vor und 6.00 TU nach der durchgeführten Zeitbestimmung aufgenommenen Signalen benutzt worden. Der Gang auf der Station Borowiec änderte sich im Beobachtungszeitraum allmählich von $+0,0338$ bis auf $+0,0302$ je Tag. Die Dresdener Kleinquarzuhr ist fünfmal getrimmt worden, wodurch ihr täglicher Gang im Bereich zwischen $-0,0022$ und $-0,0410$ gehalten wurde.

Wegen des Uhrganges sind die Beobachtungen auf eine gemeinsame Epoche zu reduzieren:

$$(8) \quad \Delta g = g (U - U_0) .$$

Der Zeitpunkt für den ersten beobachteten Sterndurchgang wurde dabei als Epoche U_0 gewählt. - Schließlich ergaben sich die Werte für das Absolutglied jeder Beobachtung nach Formel (4), worin allerdings die Gangkorrektion Δg nicht mit angegeben ist.

5.1.3. Beurteilung extrem abweichender Beobachtungen

Wenn die gesuchten Größen einer direkten Beobachtung nicht zugänglich sind, besteht die Aufgabe darin, ihre Werte aus vermittelnden Beobachtungen zu bestimmen. Dazu ist die Kenntnis der mathematischen Beziehungen zwischen den Beobachtungsgrößen und den Unbekannten nötig. Sollte die Anzahl der Beobachtungen größer sein als die der Unbekannten, so wird das Problem zweckmäßig mit Hilfe der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst. Das Ganze trifft für Zeitbestimmungen zu. Ihre Beobachtungsgröße, die Durchgangszeit, ist bereits in Gleichung (3) als lineare Funktion der Unbekannten dargestellt.

Bevor die numerische Ausgleichung der vermittelnden Beobachtungen vorgenommen wurde, ist ihre graphische Darstellung dazu benutzt worden, extrem abweichende Beobachtungen zu erkennen und auszuschließen, falls das berechtigt erschien.

Auf Grund der Erfahrungen sind bisher in der Ausgleichsrechnung meistens die Beobachtungen, deren Fehler den dreifachen Betrag des zu erwartenden mittleren Fehlers der beobachteten Größe - m_0 - überschritt, verworfen worden. Der mittlere Fehler sowie der Maximalfehler haben aber nur bei unendlich vielen Beobachtungen konstante Wahrscheinlichkeitsaussagen von $S = 0,683$ bzw. $0,997$. Die statistische Betrachtungsweise führt dazu, daß die Qualitätsunterschiede wegen des Umfangs der Stichprobe, der Anzahl der Beobachtungen n , berücksichtigt werden müssen.

Für jeden Merkmalswert y gilt die Beziehung zur normierten Normalverteilung

$$(9) \quad \lambda^* = \left| \frac{y - \mu}{\sigma} \right|$$

mit dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2 der Grundgesamtheit. Mit einer statistischen Sicherheit S fällt die variable Zufallsgröße λ^* zwischen die Grenzen $-u_S$ und $+u_S$:

$$(10) \quad P(-u_S \leq \lambda^* \leq +u_S) = S.$$

Die Maßzahlen der Grundgesamtheit sind grundsätzlich "mathematische Erwartungen". Nach dem Gesetz der großen Zahlen weichen ihre Schätzwerte \bar{y} und m_0^2 um so weniger von ihnen ab, je größer n wird:

$$(11) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{y} = \mu; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} m_0^2 = \sigma^2.$$

Unter Umständen besteht die Möglichkeit, zwei Gruppen von Beobachtungen nach den Beziehungen, die für wahre Fehler ϵ gelten, auszuwerten, wenn die eine Gruppe praktisch als fehlerfrei gegenüber der anderen angesehen werden darf. Andernfalls treten in der Praxis an die Stelle der wahren die günstigsten Werte, die aus den Beobachtungen durch eine Ausgleichung bestimmt wurden.

Vergleichbar werden die Verbesserungen v mit den wahren Fehlern ϵ , indem sie mit $\sqrt{n/(n-u)}$ multipliziert werden. Da u die Anzahl der Unbekannten, über die die Verbesserungen ermittelt wurden, ist, entspricht $(n-u)$ der Anzahl überschüssiger Beobachtungen. Im Falle, daß verschiedene genaue Verbesserungen vorliegen, sind sie außerdem noch mit der Wurzel aus ihrem Gewicht p auf Werte vom Gewicht 1 zu reduzieren.

Der Parameter

$$(12) \quad t = \left| v \sqrt{p} \sqrt{\frac{\frac{n}{n-u}}{m_0}} \right|$$

hat eine symmetrische STUDENTsche Verteilung der Wahrscheinlichkeiten, die vom Umfang der Stichprobe abhängt und für $n \rightarrow \infty$ in die Normalverteilung übergeht. Nach dieser Relation kann eine Abschätzung der größten zulässigen Verbesserung der Beobachtungen durchgeführt werden:

$$(13) \quad v_{\max} \sqrt{p} = \pm t m_0 \sqrt{\frac{n-u}{n}}.$$

Auf der Station Potsdam ist es üblich, den Beobachtungen Gewichte p zuzuteilen, die nach dem Ansatz

$$(14) \quad p = F \cos^2 \delta$$

für die Sterne festgelegt wurden. Dabei ist der Faktor F empirisch aus einer großen Anzahl von Beobachtungen ermittelt worden [58].

Unter Zugrundelegung von Beobachtungen mittlerer Güte mit einem mittleren Fehler

$$m_0 = \pm 0,022,$$

der durchschnittlich zu erwartenden Anzahl Beobachtungen

$$n = 22$$

und einer statistischen Sicherheit für Maximalfehler

$$S = 0,997$$

sind für die Gewichtsbereiche der Pol- und Zeitsterne Grenzwerte zulässiger Verbesserungen berechnet worden (Tab. 8). Bei der genannten zweiseitigen statistischen Sicherheit beträgt die Sicherheitsgrenze t_S der STUDENTischen Verteilung für die Anzahl überschüssiger Beobachtungen $n - u = 20$ [59]:

$$t_S = 3,38.$$

Die zulässigen Grenzen für die v sind auf Grund der Zahlenwerte der verschiedenen Größen, die für ihre Berechnung gewählt wurden, so weit gefaßt, daß die Überschreitung als praktisch unmöglich anzusehen ist:

Tab. 8. Größte zulässige Verbesserungen der Beobachtungen

Polsterne		Zeitsterne	
p	v_{\max}	p	v_{\max}
0,050	$\pm 0,317$	0,350	$\pm 0,120$
0,075	0,259	0,400	0,112
0,100	0,224	0,500	0,100
0,150	0,183	0,600	0,091
0,200	0,158	0,800	0,079

Im Hinblick auf die Zufälligkeit größerer Fehler wurden die damit behafteten Beobachtungen an Hand der abgeschätzten, in Tab. 8 enthaltenen v_{\max} -Werte sowie durch den Vergleich der an verschiedenen Tagen durchgeführten Beobachtungen derselben Sterne individuell beurteilt. Falsch wäre es, schematisch zu verfahren, wo zur Testierung eine unterschiedliche Stellung bezogen wird [62]. Nach eigener Ansicht konnte das Problem unter Berücksichtigung der Zusammenhänge recht sachlich behandelt werden. Diese Einschätzung brauchte im allgemeinen nur für einzelne Beobachtungen vorgenommen zu werden. Vorausgesetzt, daß die Beobachtungen nicht zu derselben Grundgesamtheit, aus der die anderen stammen, zu zählen waren, wurden sie verworfen.

Allein bei den anfänglichen Hauptbeobachtungen (IV. 1 bis IV. 9) auf der Station Potsdam zeigte die Mehrzahl von ihnen eine größere Streuung, was auf eine geringere Genauigkeit der Beobachtungen hinwies. Weil ein vorzeitiges Einrichten des Instrumentes in den Meridian infolge des schlechten Beobachtungswetters nicht möglich gewesen war, geschah es am ersten Beobachtungstag. Im Ergebnis wurde das Achsazimut noch relativ groß erhalten, so daß für die folgende Zeitbestimmung eine Verbesserung der Aufstellung des Instruments erfolgte. Als die Beobachtungen vom 2. IV. beträchtlich voneinander abwichen, lag der Verdacht auf einen außergewöhnlichen Störeinfluß vor.

Die Azimuteinstellung ist mit Hilfe eines verschiebbaren Schlittens über eine Kreuzlochschaube an einer Fußplatte vorzunehmen. Nach den Beobachtungen vom 5. IV. wurde sie noch einmal verändert. Es bestätigte sich später, daß die Stellung des Schlittens, der sich im äußeren Bereich der angegebenen Skala befand, keine Stabilität des Instrumentes gewährleistete. Bis die Ursache endlich gefunden und beseitigt wurde, sind die Beobachtungen unterschiedlich beeinflusst worden. Bei ihrer Beurteilung in bezug auf das Ausschließen extrem abweichender Beobachtungen wurde in der gleichen Weise, wie es oben beschrieben ist, vorgegangen.

5.1.4. Ausgleichung der Beobachtungen

Aus der Einführung des vorigen Abschnittes geht hervor, warum die Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen für Zeitbestimmungen in Frage kommt. Zunächst ist diese Ausgleichungsarbeit mit Hilfe von Tischrechenmaschinen vorgenommen worden. Dabei wurden den Beobachtungen die erwähnten Gewichte p (s. Abschnitt 5.1.3.) zugeordnet. Es soll kurz auf die Gleichungen eingegangen und der Rechengang dargestellt werden.

Aus der allgemeinen Verbesserungsgleichung (3) ergibt sich das Normalgleichungssystem in der Form:

$$(15) \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \Delta U & k & -1 \\ \hline [p] & [pK] & -[pL] \\ \hline & [pKK] & -[pKL] \\ \hline \end{array}$$

Die Auflösung dieses Systems nach Determinanten

$$(16) \quad \begin{cases} D = [p] [pKK] - [pK]^2, \\ D_{\Delta U} = [pL] [pKK] - [pKL] [pK], \\ D_k = [p] [pKL] - [pK] [pL], \\ \Delta U = D_{\Delta U} / D, & k = D_k / D \end{cases}$$

führt unter spezieller Substitution der umgeformten Gewichtskoeffizienten

$$(17) \quad Q_{11} = \frac{[pKK]}{D}, \quad Q_{12} = \frac{-[pK]}{D}, \quad Q_{22} = \frac{[p]}{D}$$

zu den Bestimmungsgleichungen

$$(18) \quad \begin{cases} \Delta U = [pI] Q_{11} + [pKI] Q_{12}, \\ k = [pI] Q_{12} + [pKI] Q_{22}. \end{cases}$$

Sonach gestaltet sich der Rechengang einschließlich der Fehlerrechnung als Berechnung folgender Größen:

- der Koeffizientendeterminanten D ,
- der Gewichtskoeffizienten Q_{11} , Q_{12} und Q_{22} ,
- der Unbekannten ΔU und k ,
- der Verbesserungen v der Beobachtungen, $[pvv]$,
- des mittleren Fehlers einer Beobachtung vom Gewicht 1

$$(19) \quad m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - u}},$$

der mittleren Fehler der Unbekannten

$$(20) \quad m_{\Delta U} = m_0 \sqrt{Q_{11}}, \quad m_k = m_0 \sqrt{Q_{22}}.$$

Das Beobachtungsmaterial gibt die Möglichkeit, den Einfluß der Beobachtungen von Polsternen auf die Ergebnisse der Zeitbestimmungen für unterschiedliche äußere Bedingungen (Örtlichkeit, Wetter) zu untersuchen. Ferner wird der Gestaltung des Beobachtungsprogramms (s. Abschnitt 2.2.2.) dadurch Rechnung getragen, daß die Ausgleichungen nach gleichgewichtigen Beobachtungen von den Zeitsternen erfolgen. Weil sich aufschlußreiche Ergebnisse erhoffen ließen, sind die begonnenen Rechnungen unter Benutzung des Zeiss-Rechenautomaten ZRA 1 fortgesetzt worden. Insgesamt wurden die nachstehenden Varianten berechnet:

Ausgleichung der Beobachtungen

- mit den Gewichten p (s. Abschnitt 5.1.3.)
 - a) von allen Sternen (Zeit- und Polsternen),
 - b) von den Zeitsternen und Polsternen in OK (ohne Polsterne in UK),
 - c) von den Zeitsternen (ohne Polsterne) und
- mit den Gewichten 1
 - d) von den Zeitsternen (ohne Polsterne).

5.2. Berechnung wahrer Ortssternzeiten

Die Zeitbestimmungen liefern wahre Ortssternzeiten für ihre Beobachtungsepochen T_{obs} . Auf Grund der im Abschnitt 5.1.2. gegebenen Definition der Solzeit wird die Sternzeit des Beobachtungsortes unter Berücksichtigung des Uhranges wie folgt erhalten:

$$(21) \Theta_1 = U_1 + \Delta U_0 + g (T_1 - T_0).$$

Dabei bedeuten die Bezeichnungen:

Θ_1, U_1 die Ortssternzeit bzw. Uhrzeit für die Epoche des Uhrvergleichs,
 ΔU_0 die Uhrkorrektur für die Epoche des ersten Sterndurchgangs ($\Delta U_0 \cong \Delta U$),
 T_1, T_0 die Epoche des Uhrvergleichs bzw. des ersten Sterndurchgangs in Weltzeit.

Zweckmäßig ist es, die Ortssternzeiten für die verschiedenen Epochen der Uhrvergleiche gleich auf die am nächsten liegenden Aufnahmezeiten der Zeitsignale 18.00 und 6.00 TU zu reduzieren und als arithmetisches Mittel zusammenzufassen. Dafür gilt die Gleichung

$$(22) \Theta_2 = \Theta_1 + (T_2 - T_1) + \text{Red}_\Theta + g (T_2 - T_1)$$

mit

Θ_2 = Ortssternzeit für die Aufnahmezeit der Zeitsignale,
 T_2 = Aufnahmezeit der Zeitsignale und
 Red_Θ = Reduktion von $(T_2 - T_1)$ auf mittlere Sternzeit.

Indem für Θ_1 der entsprechende Ausdruck aus der obigen Gleichung (21) eingeführt wird, ergibt sich

$$(23) \Theta_2 = U_1 + \Delta U_0 + (T_2 - T_1) + \text{Red}_\Theta + g (T_2 - T_0).$$

Hierbei wird aber auf die wirklichen Verhältnisse, die bei der Rotation der Erde vorhanden sind, keine Rücksicht genommen.

Die wahre Sternzeit ist kein Inertialzeitmaß. Ihre Schwankungen gegenüber der mittleren Sternzeit werden als Gleichung der Äquinoktien bezeichnet:

wahre Sternzeit = mittlere Sternzeit + Gleichung der Äquinoktien.

Die Gleichung der Äquinoktien ist nur zeit-, aber nicht ortsabhängig. Im APFS Tafel II ist sie für 0^h TU jedes Tages, getrennt in die lang- und kurzperiodischen Nutationsglieder, gegeben.

Da die Sternzeiten nicht für die Beobachtungsepochen T_{obs} , sondern für die Aufnahmezeiten der Zeitsignale T_2 berechnet wurden, galt es, eine Korrektur wegen Änderung der Nutation in dem dazwischenliegenden Zeitintervall anzubringen. Der Übergang auf eine andere Epoche geschieht in mittlerer Sternzeit. Dadurch, daß der Nutationseffekt berücksichtigt wurde, ergaben sich wahre Sternzeiten. Aus den täglichen Differenzen der Gleichung der Äquinoktien wurden die Korrekturen der Werte für 18.00 TU unmittelbar, diejenigen für 6.00 TU infolge des Überwechsels auf den nächstfolgenden Tag in zwei Schritten interpoliert.

Strenggenommen wäre in diesem Zusammenhang wegen der vorkommenden Änderungen des Erdrotationsvektors (s. Kap. 6) noch dem Einfluß von T_{obs} auf T_2 Rechnung zu tragen. Hierfür ist der Betrag jedoch sehr gering ($\cong 0,0005$). Die Reduktion dieser Art wurde unterlassen, da sie einen unnötigen Reduktionsschritt bedeuten würde, insofern als es im weiteren Verlauf der Arbeit u. a. galt, die Ergebnisse der Längenbestimmung auf ein erdfestes, zeitunabhängiges Koordinatensystem zu beziehen.

Die Auswertung der Zeitbestimmungen ist damit komplett. Weil die Astrolab-Beobachtungen vom Potsdamer Zeitdienst ausgeglichen vorlagen, brauchte für diese Zeitbestimmungen nur letztere Berechnung durchgeführt zu werden.

5.3. Untersuchung der Ergebnisse der Zeitbestimmungen

Die Ergebnisse der Zeitbestimmungen können näher beurteilt werden, falls sie in bezug auf bestimmte Eigenschaften analysiert wurden. Das gilt zuerst für die Resultate jeder Ausgleichungsvariante, woran sich deren Vergleich anschließen soll. Ferner sind die Ergebnisse der Haupt- und Parallelbeobachtungen zu prüfen, ob ihre Unterschiede zufallsbedingt oder als signifikant anzusehen sind. Hierbei stellen die Methoden der mathematischen Statistik ein wertvolles Hilfsmittel dar.

In der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate wird vorausgesetzt, daß die Verteilung auftretender Fehler dem GAUSSschen Fehlergesetz, d. i. in der Statistik die Normalverteilung, entspricht. Die Prüfung dieser Voraussetzung separat für die Beobachtungen jeder Zeitbestimmung muß sich wegen des geringen Umfanges der Beobachtungsgruppen ($n \cong 24$) in ihrer Aussage verhältnismäßig unsicher ergeben. Deshalb ist es zweckmäßig, anders zu verfahren. Angenommen, die Beobachtungen sind Stichproben normalverteilter Grundgesamtheiten, so kann getestet werden, ob ihre empirischen Gruppenvarianzen m_0^2 nicht signifikant verschieden sind. Sofern das zutrifft, läßt sich rückwirkend gleich das gesamte Material auf Normalverteilung prüfen. Ist beides erfüllt, so entstammen die Stichproben einer gemeinsamen normalverteilten Grundgesamtheit [45]. Hierbei sind die Beobachtungsergebnisse getrennt für die beteiligten Beobachter zu untersuchen; denn für jeden Beobachter ist eine Systemgleichung, die alle systematischen Fehlereinflüsse enthält, charakteristisch. Korrekterweise wäre der Instrumentenwechsel, der im Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung mit dem Stationswechsel der Hauptbeobachter erfolgte, auch zu berücksichtigen, obgleich es sich um Passageinstrumente des gleichen Typs handelte. Um die Untersuchungen so wenig wie möglich kompliziert zu gestalten, wurde darauf verzichtet. Mithin entspricht die in Tab. 5 enthaltene Zusammenstellung der Beobachtungen in ihrer Aufgliederung gleich der benutzten Einteilung nach sogenannten Registriersystemen.

5.3.1. Prüfung der Gruppenvarianzen auf Homogenität

Astronomisch-geodätische Zeitbestimmungen sind dadurch gekennzeichnet, daß ihre Beobachtungswerte in Form voneinander unabhängiger Gruppen vorliegen. Für die Ausgleichungsverbesserungen v der Einzelbeobachtungen ist der mittlere Fehler einer Beobachtung vom Gewicht 1

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - u}}$$

die wichtigste Rechengröße. Er wird in der mathematischen Statistik Standardabweichung genannt, wo daneben allerdings meist die empirische Varianz m_0^2 gebräuchlich ist.

Da die Zeitbestimmungen im wesentlichen auf Grund der unterschiedlichen Beobachtungsbedingungen nur selten gleichgroße Stichproben darstellen, ist zur Prüfung der Gruppenvarianzen m_0^2 auf Homogenität der BARTLETT-Test zu benutzen. Für jedes Registriersystem werden hierbei u. a. folgende Größen der Gruppen und innerhalb der Gruppen benötigt:

Größe	Gruppe	Innerhalb der Gruppen
Summe der Verbesserungsquadrate	$[pvv]$	$Q_0 = \sum_{i=1}^N ([pvv])$
Anzahl der Freiheitsgrade	$f_0 = n - u$	$\bar{f}_0 = \sum_{i=1}^N f_0$
Empirische Varianz	$m_0^2 = \frac{[pvv]}{f_0}$	$\bar{m}_0^2 = \frac{Q_0}{\bar{f}_0}$

Darin bedeuten:

- i Nr. der beobachteten Gruppe ($i = 1, 2, 3, \dots, N$),
- N Anzahl der beobachteten Gruppen.

Die Prüfgröße von BARTLETT [60]

$$(24) \quad (\chi^2) = \frac{2,3026}{c} (\bar{f}_0 \lg \bar{m}_0^2 - \sum_{i=1}^N f_0 \lg m_0^2)$$

mit

$$c = 1 + \frac{1}{3(N-1)} \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{f_0} - \frac{1}{\bar{f}_0} \right)$$

hat annähernd die χ^2 -Verteilung für $(N - 1)$ Freiheitsgrade, so daß die Hypothese von einer gemeinsamen Grundgesamtheit gemäß

$$(25) \quad P(\chi^2 < \chi_S^2) \approx S$$

getestet werden kann. Hierbei handelt es sich nach einem Hinweis von SCHÄDLICH [28] um einen relativ scharfen Test, was die Wahl einer statistischen Sicherheit

$$S = 0,999$$

rechtfertigt.

Die berechneten (χ^2) -Werte wurden den aus der χ^2 -Tafel in [32] entnommenen Sicherheitsgrenzen χ_S^2 gegenübergestellt. Tab. 9 enthält neben diesen Zahlenangaben noch die Werte für \bar{m}_0^2 und \bar{m}_0 . Daraus geht hervor, daß die Hypothese über die Identität der Gruppenvarianzen σ_i^2 der Registriersysteme bis auf einige wenige Ausnahmen, die für das Registriersystem 2, Variante c) und d), und das Registriersystem 3 insgesamt (Tab. 9, α -Zeilen) bestehen, angenommen werden kann.

Wie aus Abschnitt 5.1.3. bekannt ist, wurden die anfänglichen Hauptbeobachtungen auf der Station Potsdam durch eine außergewöhnliche Störung am Instrument beeinflusst. Ohne Rücksicht hierauf zu nehmen, sind die Ergebnisse dieser Zeitbestimmungen mitgetestet. Sie gehören zum Registriersystem 3. Darum überrascht es nicht, daß die Ergebnisse des BARTLETT-Testes in diesem Falle anders ausgefallen sind.

Der mittlere Fehler des mittleren Fehlers m_0 einer Beobachtung vom Gewicht 1 der Gruppen ist nach der Formel

$$(26) \quad m_{(m_0)} = m_0 \sqrt{\frac{1}{2(n-u)}}$$

zu berechnen. Er soll dazu dienen, den Vertrauensbereich für den unbekanntem fundamentalen mittleren Fehler σ eines Registriersystems abzuschätzen. Die Unterschiede $(m_0 - \sigma)$ bzw. $(\bar{m}_0 - \sigma)$ sind wahre Fehler ε . Man darf erwarten, daß die Veränderliche

$$(27) \quad t \approx \frac{m_0 - \sigma}{m_{(m_0)}}$$

annähernd der STUDENTischen Verteilung folgt, falls sich das GAUSSsche Fehlergesetz für eine unendlich große Anzahl Fehler bestätigen würde. Hierbei ist ohne weiteres die Parallelität zur Formel (12) ersichtlich. Danach ist die Intervallschätzung unter Zugrundelegung der Relation

$$(28) \quad P(m_0 - t_S m_{(m_0)} < \sigma < m_0 + t_S m_{(m_0)}) \approx S$$

möglich. Diese Rechnungen sind für das Registriersystem 3 durchgeführt worden. Es ergaben sich folgende untere und obere Vertrauensgrenzen:

Tab. 9. Ergebnisse des BARTLETT-Testes und die Genauigkeitsmaße \bar{m}_0^2 , \bar{m}_0

Var.	Reg.- System	(χ^2)	χ_S^2	Erg.	\bar{m}_0^2	\bar{m}_0
1	2	3	4	5	6	7
a)	1	58,8	69,3	$(\chi^2) < \chi_S^2$	487,23	± 221
	2	64,1	70,7	<	564,02	237
	3 α	139,4	70,7	> !	722,56	(269)
	3 β	42,8	68,0	<	582,54	241
	4	49,3	66,6	<	969,07	311
	5	14,1	45,3	<	386,83	197
b)	6	37,4	58,3	<	496,93	223
	1	54,2	69,3	<	398,78	± 200
	2	39,6	70,7	<	508,90	226
	3 α	193,8	70,7	> !	589,55	(243)
	3 β	57,2	68,0	<	436,19	209
	4	55,1	66,6	<	750,37	274
c)	5	22,7	45,3	<	322,92	180
	6	28,5	58,3	<	396,39	199
	1	42,4	69,3	<	346,81	± 186
	2 α	72,6	70,7	> !	442,11	210
	2 β	55,2	69,3	<	452,57	(213)
	3 α	195,2	70,7	> !	544,02	(233)
d)	3 β	52,3	68,0	<	387,23	197
	4	28,8	66,6	<	475,46	218
	5	23,6	45,3	<	305,32	175
	6	32,2	58,3	<	375,91	194
	1	42,4	69,3	<	638,64	± 253
	2 α	72,3	70,7	> !	793,92	282
-	2 β	55,5	69,3	<	812,63	(285)
	3 α	208,2	70,7	> !	1015,96	(319)
	3 β	52,5	68,0	<	706,01	266
	4	15,6	66,6	<	880,29	297
	5	23,6	45,3	<	556,65	236
	6	31,3	58,3	<	689,60	263
-	7	56,9	103,4	<	726,42	270

Einheit für \bar{m}_0 : $0,001$

Var.	f_0	t_S	σ_u	σ_0
a)	20	3,38	± 125	± 413
b)	18	3,43	104	382
c)	16	3,49	89	377
d)	16	3,49	122	516

Einheit für σ_u, σ_0 : 0,0001

mit der statistischen Sicherheit

$$S = 0,997,$$

wobei die Fraktilen t_S aus der in $\sqrt{527}$ aufgeführten Tabelle der t-Verteilung entnommen wurden. Wie in Abschnitt 5.1.3. gründet sich die Vorgabe der statistischen Sicherheit auf den seither in der Geodäsie verwendeten Maximalfehler. Die berechneten Vertrauensgrenzen können als extrem zulässige mittlere Fehler m_0 betrachtet werden. Bei jeder Ausgleichungsvariante wurden sie zweimal überschritten. Der BARTLETT-Test wurde ohne die m_0 -Werte wiederholt (Tab. 9, Zeile 3 β). Da das Testergebnis nun positiv ausgefallen ist, kann man schlußfolgern, daß lediglich diese zwei weniger genauen Zeitbestimmungen nicht zu den Stichproben einer gemeinsamen Grundgesamtheit zu zählen sind. Ihre Ergebnisse des weiteren unberücksichtigt zu lassen wurde jedoch nicht als notwendig erachtet. Im wesentlichen muß solch eine Entscheidung davon abhängig gemacht werden, welche Abweichungen voneinander vergleichbare Resultate aufweisen. Das sind im vorliegenden Falle die aus den Zeitbestimmungsergebnissen ermittelten Einzellängen (s. Abschnitt 7.4.), die in Tab. 21 aufgeführt sind. Hierbei wurde es als ausreichend angesehen, daß die Längen für die Zeitbestimmungen zwischen dem größten und dem kleinsten Wert der 1. Periode liegen und demzufolge den bestehenden Unterschied nicht vergrößern.

Die flüchtige Überprüfung der m_0 vom Registriersystem 2 unter Benutzung vorstehender Vertrauensgrenzen lenkte das Augenmerk auf eine Zeitbestimmung. Hier haben sich die Zeitbestimmungsergebnisse der Ausgleichungsvarianten c) und d) mit einer so hohen Genauigkeit ergeben, daß die unteren Vertrauensgrenzen noch unterschritten werden. Daher dürfte auch das Ergebnis des BARTLETT-Testes (Tab. 9, Zeile 2 α)

$$(\chi^2) > \chi_S^2$$

erhalten worden sein, und die Nullhypothese

$$H_0 (\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \dots = \sigma_N)$$

müßte eigentlich abgelehnt werden. Jeweils die empirischen Gruppenvarianzen m_0^2 dieser Zeitbestimmung ausgenommen, wurde der Test ein zweites Mal durchgeführt. Er ist nunmehr erfüllt (Tab. 9, Zeile 2 β), was die getroffene Annahme bestätigt. In diesem Falle darf man jedoch nicht die gleiche Entscheidung treffen wie über die zwei Zeitbestimmungen des

Registriersystems 3. Es wäre mit Rücksicht auf die formale Anwendung des statistischen Testverfahrens fehl am Platz, weil die Gründe, die zu diesen Resultaten führten, völlig im Gegensatz zu den obigen stehen. Eindeutig lassen die zu den Ausgleichungsvarianten a) bis d) gehörenden Genauigkeitsmaße m_0^2 bzw. m_0 für das Registriersystem 2 auf ihre Zufälligkeit schließen.

Die innere Genauigkeit der einzelnen Registriersysteme wird durch die mittleren Fehler innerhalb der Gruppen \bar{m}_0 der Tab. 9 repräsentiert. Das gilt nicht für die in runde Klammern eingeschlossenen Werte, die im Zusammenhang mit dem BARTLETT-Test berechnet wurden und nur zum Vergleich angegeben sind. An anderer Stelle (s. Abschnitt 5.3.3.) soll darauf noch näher eingegangen werden.

5.3.2. Prüfung der Beobachtungen auf Normalverteilung

Zur Prüfung der Beobachtungen auf Normalverteilung sind in diesem Falle an Stelle der Beobachtungen selbst die Ausgleichungsverbesserungen zu benutzen; denn die einzelnen Beobachtungen beziehen sich nicht auf ein und dieselbe Beobachtungsgröße. Es handelt sich vielmehr um vermittelnde, gruppenweise Beobachtungen (s. Abschnitt 5.1.4.), woraus die günstigsten Werte für die Unbekannten durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt wurden.

Im Abschnitt 5.3.1. wurde der Nachweis erbracht, daß die Unterschiede zwischen den empirischen Varianzen m_0^2 der Registriersysteme zufallsbedingt sind, falls nicht von vornherein wegen besonderer Störeinflüsse wie beim Registriersystem 3 auf das Gegenteil geschlossen werden muß. Deshalb steht nichts im Wege, sogleich das gesamte Beobachtungsmaterial eines Registriersystems nachträglich hinsichtlich seines Verhaltens auf Normalverteilung zu prüfen. Es ist zu klären, ob sich die empirische Häufigkeitsverteilung der Verbesserungen v_{ij} einer Normalverteilung anpaßt. Der Index i gibt die Nummer der Gruppe, der Index j die Nummer der Beobachtung in der entsprechenden Gruppe an. Zur Beantwortung der gestellten Frage können graphische und numerische Verfahren dienen [52, 59, 60].

Um zu sicheren Aussagen zu kommen, wurden der χ^2 -Anpassungstest von PEARSON und die Momentenmethode angewendet. Daneben sind die relativen Häufigkeiten der Verbesserungen v_{ij} durch ein Histogramm zusammen mit der Normalkurve veranschaulicht worden.

Der Anpassungstest ist ein umfassendes Kriterium für das zu untersuchende Beobachtungsmaterial. Wird der Bereich der Verbesserungen in gleichgroße Klassen r eingeteilt, so kann die zu jeder Klasse m gehörende empirische Häufigkeit h_m ($m = 1, 2, 3, \dots, r$) festgestellt werden. Die Normalverteilung ist allein durch Mittelwert μ und Varianz σ^2 bestimmt. Mit Hilfe der Schätzwerte für diese Größen lassen sich die theoretisch zu erwartenden Häufigkeiten k_m in den Klassen berechnen.

Um die Güte der Anpassung zwischen der empirischen und der theoretischen Verteilung objektiv beurteilen zu können, ist als Prüfgröße [59]

$$(29) \chi^2 = \sum_{m=1}^r \frac{(h_m - k_m)^2}{k_m}$$

zu bilden, wozu nachweislich eine χ^2 -Verteilung gehört. Bei einer statistischen Sicherheit S kann die Nullhypothese einer bestehenden Normalverteilung angenommen werden, wenn

$$\chi^2 < \chi_S^2$$

ist. Da den Rechnungen, wie oben ausgeführt, Schätzwerte für μ, σ^2 zugrunde gelegt werden müssen, beträgt die Anzahl Freiheitsgrade $f = r - 3$. Hiermit erhält man für die gewählte statistische Sicherheit den χ_S^2 -Wert aus der χ^2 -Tabelle [32].

Die extremen Werte der Verteilung fallen im Anpassungstest relativ wenig ins Gewicht. Aus diesem Grunde wurde gleichzeitig die Momentenmethode angewandt. Mit ihren Prüfgrößen für Normalität λ_1 und λ_2 kann näher analysiert werden, ob die empirische Verteilungskurve gegenüber der Normalkurve asymmetrisch, überhöht oder flacher verläuft.

In einer normalverteilten Grundgesamtheit zufälliger Fehler, deren Erwartungswert die Bezeichnung $E(\epsilon)$ hat, ergeben sich für die zentralen Momente k . Ordnung ($k = 1, 2, 3, 4$)

$$(30) \mu_k = E(\epsilon^k)$$

folgende Ergebnisse [11]:

$$\mu_1 = 0, \quad \mu_2 = \sigma^2, \quad \mu_3 = 0, \quad \mu_4 = 3\mu_2^2.$$

Davon weichen die empirischen Momente naturgemäß ab. Sie werden zur Definition der Schiefe g_1 und des Exzesses g_2 benutzt [32], wobei die zugehörigen mittleren Fehler mit m_{g_1} und m_{g_2} bezeichnet seien. Die Prüfgrößen

$$(31) \lambda_1 = \left| \frac{g_1}{m_{g_1}} \right| \quad \text{und} \quad \lambda_2 = \left| \frac{g_2}{m_{g_2}} \right|$$

sind mit dem Mittelwert Null und der Varianz Eins asymptotisch normal verteilt [59]. Demgegenüber gelten für die statistische Sicherheit S die Fraktile u_S , die aus einer Tabelle der normierten Normalverteilung, z. B. in [60], zu entnehmen sind. Je nachdem, ob $\lambda_{1;2} < u_S$ oder $\lambda_{1;2} > u_S$ ist, kann die Nullhypothese über Normalität der Beobachtungen angenommen oder abgelehnt werden.

Bei astronomisch-geodätischen Beobachtungen liegen erfahrungsgemäß selten Störungen der Normalität in der Grundgesamtheit vor. Davon ausgehend ist zu erwarten, daß auf Grund der Ergebnisse des Abschnittes 5.3.1. die Gesamtheit der Ausgleichungsverbesserungen für jedes Registriersystem eine reale Stichprobe repräsentiert und ihre Häufigkeitsverteilung nur zufällig von einer Normalverteilung abweicht. Deshalb wurde auch lediglich das Beobachtungsmaterial für ein Registriersystem in der angegebenen Weise geprüft.

Wegen des aufgetretenen Mikrometereffektes beim Parallelinstrument der Station Borowiec (s. Abschnitt 5.1.1.) könnte man vermuten, daß in das Beobachtungsmaterial des Registriersystems 4 größere Abweichungen von der Normalität hineingetragen wurden. Darum sind die Kriterien hierauf angewandt worden. Es war nötig, die Ausgleichungsverbesserungen für die Varianten a) bis c) durch Multiplikation mit \sqrt{p} zu homogenisieren.

In Abb. 1 a) bis d) sind die erhaltenen relativen Häufigkeiten sowie die theoretische Normalverteilung für die Ausgleichungsvarianten dargestellt. Es ist ersichtlich, wie die Normalkurven bei wachsendem s flacher und breiter verlaufen. Die empirischen Verteilungen stimmen ziemlich gut mit den Normalverteilungen überein. Der erste Überblick läßt also keine Störung der Normalität vermuten.

Die Ergebnisse des χ^2 -Anpassungstestes und der Momentenmethode gehen aus Tab. 10 hervor. Hierbei wurde für die statistische Sicherheit

$$S = 0,95$$

gewählt, so daß eine Überschreitung der dadurch definierten Sicherheitsgrenze als signifikant anzusehen ist [62].

Tab. 10. Ergebnisse der Prüfung von den Beobachtungen des Registriersystems 4 auf Normalverteilung

Var.	a)	b)	c)	d)
χ^2	4,9	4,6	14,4	18,0
χ^2_S	16,9	15,5	16,9	19,7
Erg.	<	<	<	<
g_1	+0,020	-0,078	-0,094	-0,110
m_{g_1}	$\pm 0,088$	$\pm 0,091$	$\pm 0,096$	$\pm 0,096$
λ_1	0,23	0,86	0,98	1,15
Erg.	<	<	<	<1,96
g_2	-0,297	+0,049	+0,063	+0,209
m_{g_2}	$\pm 0,175$	$\pm 0,183$	$\pm 0,191$	$\pm 0,191$
λ_2	1,70	0,27	0,33	1,09
Erg.	<	<	<	<1,96

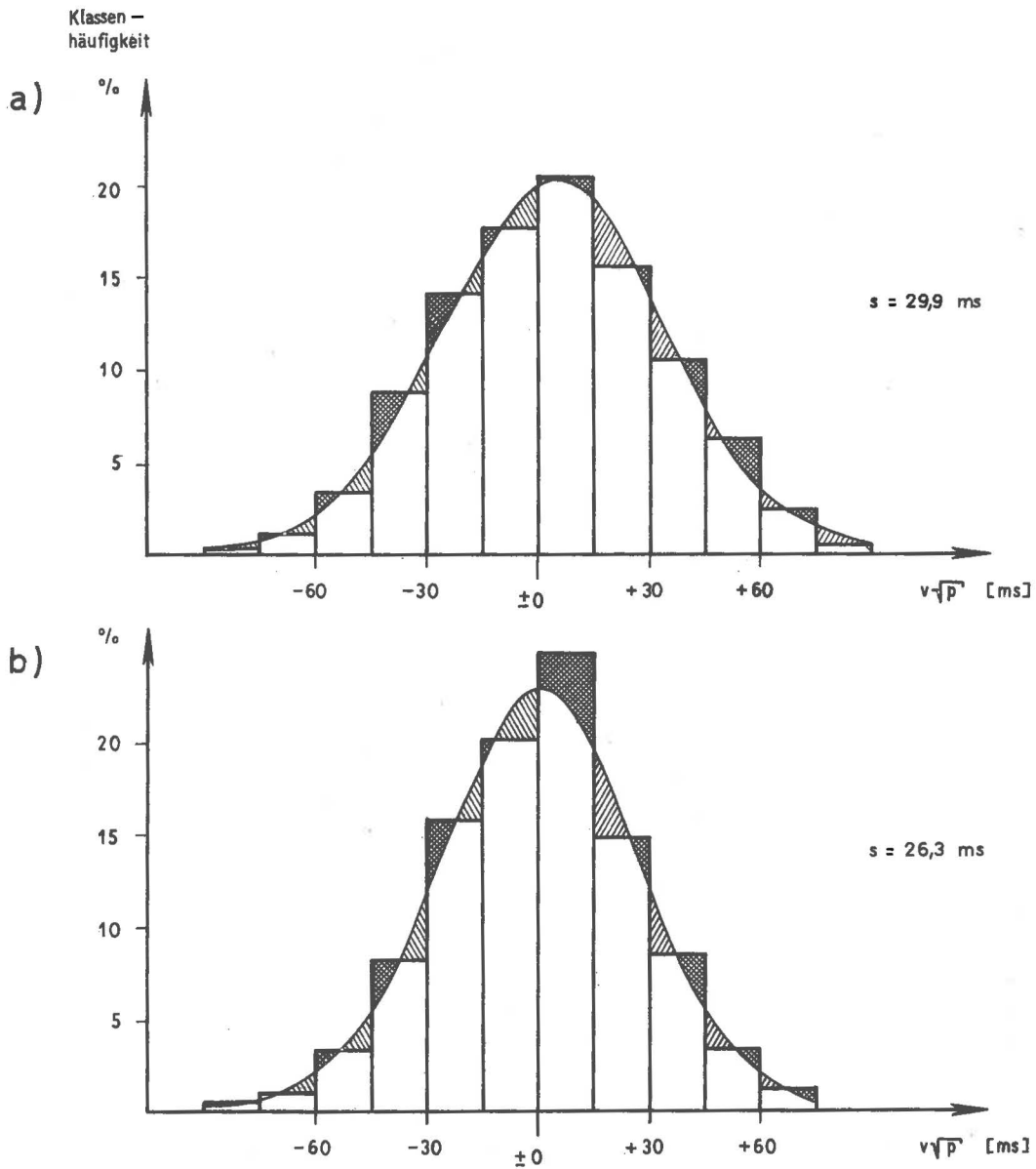


Abb. 1. Histogramm und Normalkurve der Ausgleichungsverbesserungen des Registrier-systems 4

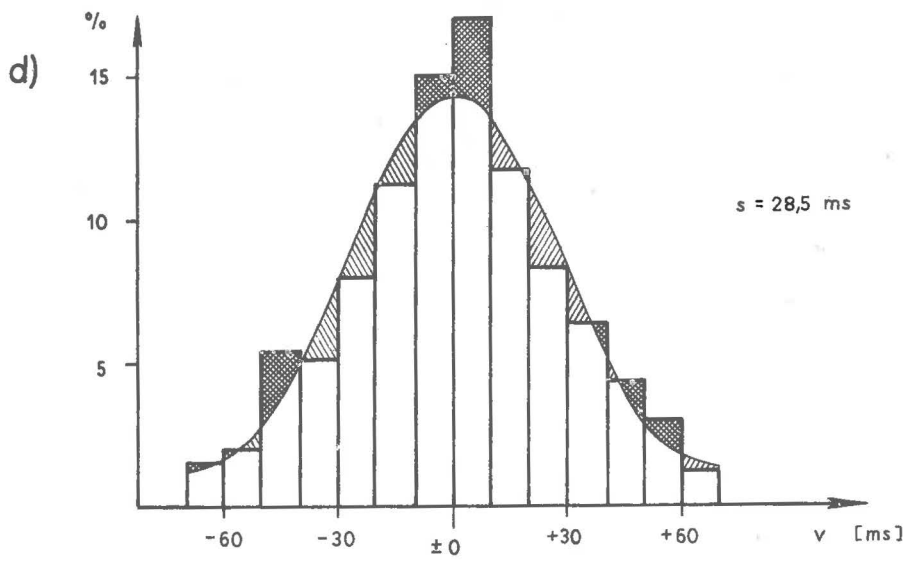
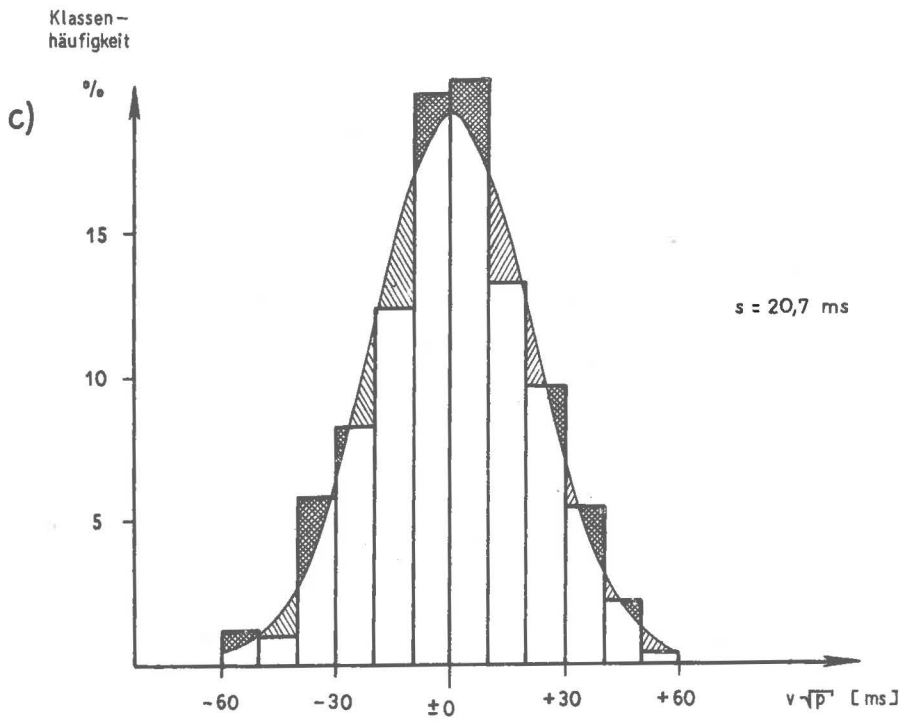


Abb. 1. (Fortsetzung)

Um die χ^2 -Verteilung anwenden zu dürfen, wird in der einschlägigen Literatur teilweise gefordert, die theoretische absolute Häufigkeit in jeder Klasse sollte mindestens 5 oder 10 betragen. Indessen hat die genauere Prüfung dieser Frage ergeben [597], daß nur bei sehr wenigen Freiheitsgraden ($f = 1$ oder 2) Vorsicht geboten ist. Deswegen brauchte darauf keine Rücksicht genommen zu werden.

Das PEARSONSche Kriterium bestätigt die Nullhypothese über eine vorhandene Normalverteilung der Verbesserungen. Geringere signifikante Ungleichartigkeiten werden durch die Momentenmethode ebenfalls nicht aufgedeckt. Deshalb kann mit Bezug auf die erhaltenen Ergebnisse gefolgert werden, daß für die anderen Registriersysteme die Beobachtungen jeder Zeitbestimmung auch Stichproben einer gemeinsamen normalverteilten Grundgesamtheit sind.

5.3.3. Vergleich der Ergebnisse der Zeitbestimmungen für die Ausgleichsvarianten

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert die günstigsten Werte für die Unbekannten mit den kleinsten mittleren Fehlern. Das gilt unter der Voraussetzung, daß positive und negative Beobachtungsfehler von ungefähr gleichem Betrag gleich häufig vorkommen. Trifft das GAUSSSche Fehlergesetz in vollem Umfang zu, so erhält man die wahrscheinlichsten Werte für die Unbekannten. Auf Grund der Untersuchungsergebnisse des vorigen Abschnittes kann daher die Einschätzung gegeben werden, daß die aus den Ausgleichungen der Beobachtungen hervorgegangenen Zeitbestimmungsergebnisse zur Längenbestimmung qualitativ die günstigsten Resultate sind. Bekanntlich wurden sie für vier Ausgleichsvarianten (s. Abschnitt 5.1.4.) berechnet. Soweit es möglich ist, sollen durch den Vergleich ihre Unterschiede herausgestellt werden.

Eine große Stichprobe liegt den Berechnungen der mittleren Fehler innerhalb der Gruppen \bar{m}_0 zugrunde. Folglich kommt den in Tab. 9 aufgeführten Genauigkeitsangaben eine hohe statistische Sicherheit zu. Der mittlere Fehler der mittleren Fehler $m(\bar{m}_0)$ liegt im Bereich von $\pm 0,5$ ms bis $\pm 0,9$ ms. Vergleichbar sind die inneren Genauigkeiten der Registriersysteme für die Ausgleichsvarianten a), b) und c), weil sie sich auf dasselbe Gewichtssystem p beziehen. Aus diesem Grunde sind sie auch in Abb. 2 durch unterteilte Streifen-diagramme veranschaulicht. In derselben Reihenfolge, wie die Ergebnisse der Zeitbestimmungen für die Ausgleichsvarianten alphabetisch bezeichnet sind, zeigen die mittleren Fehler innerhalb der Gruppen \bar{m}_0 eine Genauigkeitssteigerung. Welche Beträge erreicht werden, ist neben den Diagrammen angegeben. Von den \bar{m}_0 für c) ausgehend, sind die Werte $\Delta\bar{m}_0$ der Spalten (a - c) und (b - c) der Genauigkeitsverlust der \bar{m}_0 für a) und b). Die Resultate des Registriersystems 4 weichen im Vergleich mit denen der anderen Registriersysteme erheblich ab. Deshalb muß angenommen werden, daß der beim Parallelinstrument auf der Station Borowiec aufgetretene Mikrometereffekt infolge seiner approximativen und damit nur unvollständigen Berücksichtigung in den reduzierten Beobachtungen für die obengenannte Eigenheit verantwortlich zu machen ist.

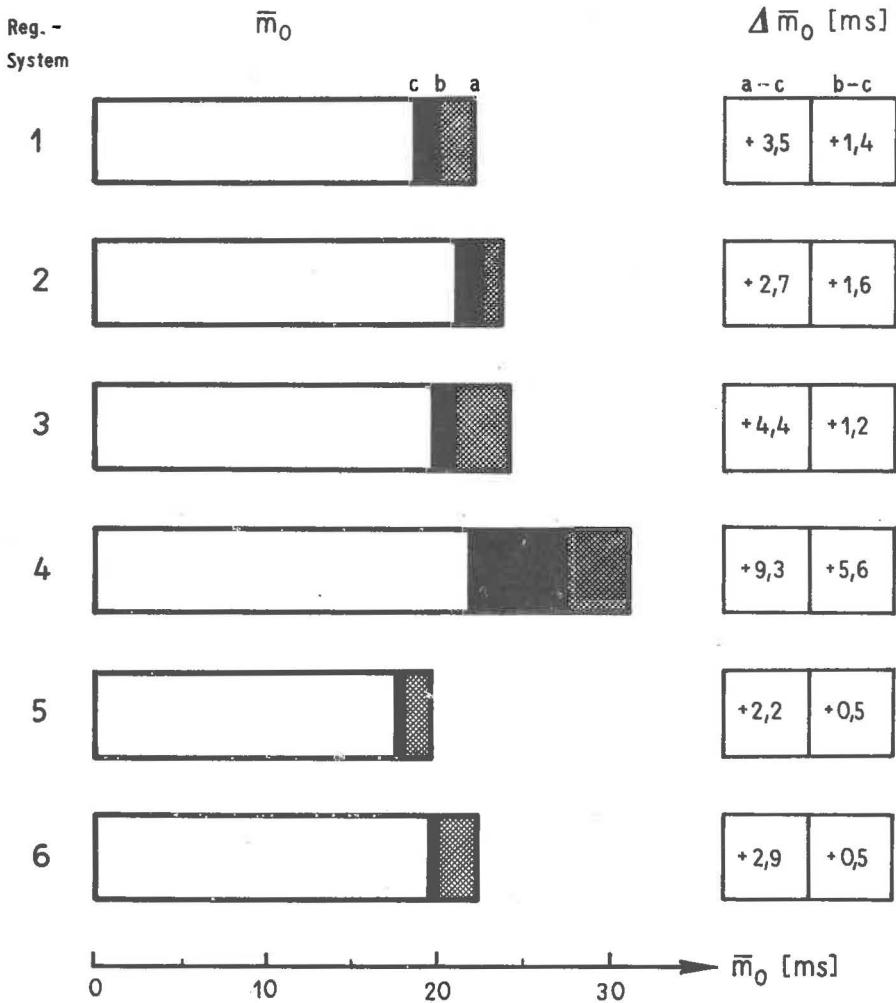


Abb. 2. Innere Genauigkeit der Registriersysteme für die Ausgleichungsvarianten

Weiter stehen für die Beurteilung der erhaltenen Genauigkeiten die mittleren Fehler der Ortssternzeiten $m_{\Delta U}$ und der Azimute m_k zur Verfügung. Zwischen diesen Werten für die Ausgleichungsvarianten sind durchschnittlich die in Tab. 11 gegebenen Differenzen erhalten worden. Sie gelten in dem gleichen Sinn wie die $\Delta \bar{m}_0$. Da jeweils auf die Genauigkeitsmaße für c) Bezug genommen wird, sind diese Beträge ebenfalls mitgeteilt worden.

Tab. 11. Die Differenzen $\Delta \bar{m}_{\Delta U}$ und $\Delta \bar{m}_k$ zwischen den mittleren Fehlern für die Ausgleichungsvarianten

Reg.- System	$\bar{m}_{\Delta U}$	$\Delta \bar{m}_{\Delta U}$			\bar{m}_k	$\Delta \bar{m}_k$		
	c)	a - c	b - c	d - c	c)	a - c	b - c	d - c
1	+58	+ 9	+ 4	+0	+315	-175	- 90	-6
2	65	+ 6	+ 3	+0	351	-192	- 93	-9
3	62	+11	+ 0	+0	330	-171	- 98	-4
4	70	+26	+12	+0	383	-167	- 69	-6
5	54	+ 4	- 1	+0	293	-160	- 86	-5
6	61	+ 6	- 1	+0	340	-186	-109	-5
7	78							

Einheit: 0⁸,0001

Aus vergleichenden Betrachtungen erkennt man, daß sich für c) und d) gleichgroße mittlere Fehler der Sternzeiten ergeben haben. Durch die Verwendung der Beobachtungen von Polsternen in OK (Variante b)) tritt z. T. eine geringe Genauigkeitsminderung für die Sternzeiten ein, sie bedeutet aber eine beachtenswerte Genauigkeitssteigerung für die Azimute. Die Sternzeiten verlieren an Genauigkeit, wenn mit Hilfe der Beobachtungen der Polsterne in UK (Variante a)) die Genauigkeit der Azimute noch mehr gesteigert wird.

Schließlich sollen nun die Unterschiede der Ortssternzeiten und Azimute für die Ausgleichungsvarianten analysiert werden. Die aus einer Ausgleichung hervorgegangenen Unbekannten korrelieren untereinander, was in der Q-Matrix durch die gemischten Gewichtskoeffizienten zum Ausdruck kommt. Diese Art der Abhängigkeit bezeichnet man als algebraische Korrelation. Dagegen entsteht physikalische Korrelation, indem äußere Parameter in gleicher Weise die Beobachtungsreihen verfälschend beeinflussen. Hierbei kann die Straffheit des funktionalen Zusammenhanges jeweils quantitativ durch den Korrelationskoeffizienten r angegeben werden.

Gemäß der Formel [62]

$$(32) \quad r = \frac{Q_{12}}{\sqrt{Q_{11} Q_{22}}}$$

wird die algebraische Korrelation der Ausgleichungsergebnisse erhalten. Sie beträgt für die Station und die Ausgleichungsvariante bei vollständig beobachteten Gruppen, deren Beobachtungswerte der entsprechenden Ausgleichung unterzogen werden:

Station	Korrelationskoeffizient r			
	a)	b)	c)	d)
Bo	-0,08 ... -0,16	-0,01 ... -0,07	-0,20 ... -0,25	-0,00 ... +0,02
Dr	-0,01 ... -0,08	+0,06 ... +0,12	-0,07 ... +0,02	+0,17 ... +0,22
Pt	-0,09 ... -0,16	-0,02 ... -0,08	-0,21 ... -0,26	-0,03 ... +0,00

Das mathematische Modell beinhaltet die mathematischen Beziehungen zwischen den Beobachtungsgrößen und den Unbekannten der Ausgleichung. Aus den oben mitgeteilten Zahlenangaben erkennt man, daß sich erwartungsgemäß das Modell Variante d) für die Stationen Borowiec und Potsdam wegen $\sum k \cong +0,1$ (s. Abschnitt 2.2.2.) am besten der Wirklichkeit anpaßt. Für die Station Dresden ist es das Modell Variante c). Ferner bestehen die größten Unterschiede der Korrelationskoeffizienten für die Ausgleichungsvarianten c) und d). Da diesen Ausgleichungen genau dasselbe Beobachtungsmaterial zugrunde liegt, differieren ihre Ausgleichungsergebnisse allein infolge der unterschiedlichen mathematischen Korrelation. Die Ortssternzeiten und Azimute zeigen hierbei Unterschiede, die im Bereich

$$- 0,7 \text{ ms} \cong \Delta \Theta \cong + 0,5 \text{ ms}$$

d - c:

$$-19,7 \text{ ms} \cong \Delta k \cong +18,4 \text{ ms}$$

liegen. Die erhaltenen Werte führen zu der Schlußfolgerung, daß der Einfluß mathematischer Korrelationen auf die Ausgleichungsergebnisse in den vorliegenden Fällen nur unbedeutende Veränderungen zur Folge haben kann.

Nach Beobachtungsgruppen getrennt eingeschätzt, unterscheiden sich die zu einem jeden Passageinstrument gehörenden Zeitbestimmungsergebnisse für die Varianten a) und b) von denen für c) jedoch um höhere Beträge. Soweit die Unterschiede der Gruppen ein einheitliches systematisches Verhalten insgesamt erkennen ließen, wurden sie zu ihrem arithmetischen Mittel zusammengefaßt. Diese Werte sind nachstehend aufgeführt:

Station	Instr. (Beob.)	a - c		b - c	
		$\overline{\Delta \Theta}$	$\overline{\Delta k}$	$\overline{\Delta \Theta}$	$\overline{\Delta k}$
Bo	Parallelinstr. (Do)	+45	-1526	+51	-829
Pt	Hauptinstr.	+28	- 950	+33	-526
	Parallelinstr. (K)	+18	- 549	+20	-294
	Parallelinstr. (Sch)	-11	- 273	- 8	+ 78

Einheit: 0,0001

Unter diesen Umständen muß man annehmen, daß das benutzte Modell Unzulänglichkeiten hat. Das ist bei den übrigen Ergebnissen, deren Beobachtungen an den Hauptinstrumenten der Stationen Borowiec und Dresden vorgenommen wurden, ebenfalls nicht auszuschließen; denn die Beträge liegen in der gleichen Größenordnung.

Abgesehen von dem schon genannten Mikrometereffekt, der einen merklichen Fehlereinfluß bewirkt, sind die Beobachtungen der Polsterne aus physikalischen Gründen in stärkerem Maße als die der Zeitsterne von Einflußgrößen, wie Seitenrefraktion, Temperaturdifferenzen und ihren Änderungen, Örtlichkeit der Beobachtungsstation u. a., abhängig. Um die Unzulänglichkeiten des Modells infolge bisher nicht meßtechnisch erfassbarer systematischer Fehler zu beseitigen, sind umfangreiche Untersuchungen in dieser Angelegenheit erforderlich.

Inwieweit die Endergebnisse der Längenbestimmung für die Ausgleichsvarianten voneinander abweichen, wird an anderer Stelle (s. Kap. 9) mitgeteilt.

5.3.4. Prüfung der Unterschiede für die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen

Die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen können unmittelbar zu ihrer Untersuchung auf systematische Abweichungen benutzt werden. Dabei sind zunächst noch die Längendifferenzen zwischen den Beobachtungspfeilern (s. Abschnitt 2.2.3.) zu berücksichtigen. Sie betragen:

Station	$\lambda_{\text{Hpt.}} = \lambda_{\text{Par.}}$
Bo	-0,051
Pt	+0,043
	+0,017 (Astrolab)

Ist das geschehen, so lassen sich die Resultate für die Zeit miteinander vergleichen.

Zufällige Fehler der Beobachtungen haben die wichtige Eigenschaft, daß ihr Erwartungswert Null ist:

$$(33) \quad E(\varepsilon_{ij}) = 0.$$

Im Gegensatz zu ihnen sind die systematischen Fehler zu sehen. Dafür gilt:

$$(34) \quad E(c_i) \neq 0.$$

Nun ist der Gesamtfehler als die algebraische Summe aus der zufälligen und der systematischen Fehlerkomponente definiert:

$$(35) \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} + c_i.$$

Folglich ergibt sich der Mittelwert des Gesamtfehlers gleich dem Mittelwert des systematischen Fehlers:

$$(36) \quad E(e_{ij}) = E(c_i) = \bar{c}.$$

Auf die Ausgleichungsergebnisse für die Unbekannten wirken sich die Gesamtfehler der Beobachtungen unterschiedlich aus, je nachdem wie sich das benutzte mathematische Modell der Wirklichkeit anpaßt. Unabhängig davon sind hierbei ebenfalls ein zufälliger (ε_i') und ein systematischer (c_i') Fehleranteil vorhanden. Deswegen unterscheiden sich auch die Ergebnisse parallel durchgeführter Beobachtungen, obgleich sie aus theoretischer Sicht übereinstimmen müßten.

Sofern Wertereihen für den Unterschied von Ausgleichungsergebnissen vorliegen, berechnet man daraus den Mittelwert und seinen mittleren Fehler:

$$D = \bar{m}_D.$$

Dann erfolgt der Übergang zum Vertrauensintervall mit dem t_S -Wert der t-Verteilung [59] für das gewählte S, wozu

$$(37) \quad P(|D| > t_S \bar{m}_D) = S$$

gilt.

Die Nullhypothese

$$H_0 (\Delta \bar{c}' = 0)$$

wird bei

$$(38) \quad t > t_S, \quad t = \left| \frac{D}{\bar{m}_D} \right|$$

abgelehnt. Das heißt, D ist in diesem Fall als der systematische Unterschied

$$(39) \quad D = \Delta c'$$

anzusehen, weil der wahrscheinlichste Wert für den Unterschied zufälliger Fehler

$$\Delta \epsilon' = 0$$

ist.

Im allgemeinen ist der systematische Fehleranteil c'_i von Gruppe zu Gruppe veränderlich, und es erweist sich als zweckmäßig, seine Zerlegung in einen konstanten und einen veränderlichen Bestandteil

$$(40) \quad c'_i = c'_0 + \gamma'_i$$

vorzunehmen. Beim Übergang auf mittlere Fehler führt das zu der Formel:

$$(41) \quad m_{c'}^2 = (c'_0)^2 + m_{\gamma'}^2.$$

Hiernach wird an anderer Stelle (s. Abschnitt 8.2.1.) die Berechnung von c'_0 vorgenommen werden. Die mittleren Fehler $m_{c'}$ können zu diesem Zweck bereits abgeschätzt werden. Dafür erhält man nämlich mit Hilfe der Formel aus [10] die Werte

$$(42) \quad m_{c_0}^2 = \frac{1}{2} (D^2 - m_D^2).$$

In der angegebenen Art sind die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen ausgewertet worden. Dabei ergaben sich die in Tab. 12 mitgeteilten Ergebnisse. Reale Werte für m_{c_0} lassen sich bei $|D| < m_D$ nicht berechnen.

Mit Bezug auf eine vereinfachte Regel für die Praxis 9, S. 847 sind in den meisten Fällen systematische Unterschiede vorhanden. Dieser Tatsache muß Rechnung getragen werden. Neben der zusätzlichen Berücksichtigung der mittleren Fehlerkomponente des systematischen Fehlers m_{γ_0} bei der Bestimmung von Vertrauensintervallen erfordert das gleichzeitig noch, die Ortssternzeiten von dem systematischen Fehleranteil c'_0 zu befreien.

Infolge des Zusammenwirkens zufälliger und systematischer Fehler setzt sich der mittlere Gesamtfehler der Ortssternzeiten gemäß

$$(43) \quad m_{\Theta}^2 = m_{\Delta U}^2 + m_{\gamma_0}^2 + (c'_0)^2$$

zusammen, so daß die Vertrauensintervalle wie folgt aufzustellen sind:

$$(44) \quad P \left\{ (\Theta - c'_0) - \sqrt{I_{\Delta U}^2 + I_{\gamma_0}^2} < \mu_{\Theta} < (\Theta - c'_0) + \sqrt{I_{\Delta U}^2 + I_{\gamma_0}^2} \right\} = S.$$

Hierin bedeuten

$$I_{\Delta U} = t_S m_{\Delta U} \quad \text{und} \quad I_{\gamma_0} = t_S m_{\gamma_0}.$$

Mit der Anzahl der Freiheitsgrade, die zur Bildung der mittleren Fehler führten, gelten die Fraktilen t_S für die gewählte statistische Sicherheit S .

Tab. 12. Die Unterschiede für die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen

Station		Bo				Pt											
Beob.-Beob.		Hauptbeob. - Do				Hauptbeob. - K				Hauptbeob. - Sch				Hauptbeob. - Ki			
Per.	Var.	D	m _D	t	m _{c'}	D	m _D	t	m _{c'}	D	m _D	t	m _{c'}	D	m _D	t	m _{c'}
1	2	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4	5	6
1	a)	-236	±47	5,1	±164	- 93	±87	1,1	± 23	-223	±50	4,5	±154	+109	±40	2,7	± 72
	b)	-235	45	5,2	163	- 89	85	1,0	18	-222	50	4,4	153	+110	40	2,7	72
	c)	-206	47	4,4	142	-106	92	1,2	36	-247	51	4,9	171	+ 94	41	2,3	60
	d)	-205	46	4,4	140	-109	93	1,2	38	-248	51	4,9	171	+ 94	42	2,3	60
2	a)	-201	±34	5,9	±140	+ 14	±71	0,2	-	-197	±66	3,0	±131	+110	±24	4,6	± 76
	b)	-209	34	6,2	146	+ 18	71	0,3	-	-196	67	2,9	130	+115	24	4,8	79
	c)	-140	33	4,3	96	- 0	71	0	-	-254	70	3,6	173	+ 72	23	3,1	48
	d)	-139	33	4,2	95	+ 0	70	0	-	-256	70	3,7	174	+ 72	22	3,2	49
3	a)	-407	±32	12,9	±287	+ 21	±81	0,3	-	+ 67	±48	1,4	± 33	+255	±28	9,1	±179
	b)	-413	31	13,3	291	+ 19	77	0,3	-	+ 67	47	1,4	34	+263	27	9,6	185
	c)	-371	34	10,8	261	- 9	74	0,1	-	+ 27	47	0,6	-	+226	27	8,3	159
	d)	-371	34	10,8	261	- 6	76	0,1	-	+ 28	47	0,6	-	+226	26	8,5	159
4	a)	-252	±46	5,5	±175	+213	±49	4,3	±146	+ 87	±58	1,5	± 45	+132	±26	5,1	± 91
	b)	-254	47	5,4	176	+214	49	4,3	147	+ 89	54	1,7	50	+135	27	5,1	94
	c)	-236	56	4,2	162	+227	46	4,9	157	+ 66	86	0,8	-	+106	29	3,6	72
	d)	-235	56	4,2	161	+228	46	5,0	158	+ 66	87	0,8	-	+105	29	3,7	71

Einheit für D-, m_D- u. m_{c'}-Werte: 0,0001

6. Die Reduktionen wegen der Änderungen des Erdrotationsvektors

Die Rotation der Erde muß unter dem Einfluß der äußeren Kräfte, die auf einen elastischen Erdkörper einwirken, betrachtet werden. Dabei kommt noch hinzu, daß die ständig stattfindenden Massenverlagerungen im Erdinneren wie in der Lufthülle nicht außer acht gelassen werden dürfen. Weil die Kenntnisse über den Erdaufbau bruchstückhaft sind und darüber hinaus Hypothesen vorliegen, ist die theoretische Behandlung dieses Problems sehr schwierig. Massenbewegungen bedeuten, daß für jeden Punkt des gesamten Erdkörpers ein momentaner individueller Erdrotationsvektor gilt. Es treten Änderungen sowohl der Richtung als auch des Betrages des Vektors auf, so daß sie die astronomisch-geodätischen Zeitbestimmungen beeinflussen.

Die Ableitung der Änderungen des Erdrotationsvektors ist derzeit nur empirisch aus den Ergebnissen von Präzisions-Zeit- und -Breitenbestimmungen und durch die Analyse beobachteter Bahnbewegungen von Körpern des Sonnensystems (Mond, Sonne, Merkur, Venus) möglich, wozu das Beobachtungsmaterial eines weltweiten Beobachtungsnetzes notwendig ist [307]. Von den momentanen individuellen Rotationsvektoren, die strenggenommen gelten, wird hierbei jedoch abgesehen, und es werden an ihrer Stelle momentane instantane Rotationsvektoren angenommen. Da die Bewegungen benachbarter Punkte nur unbedeutend voneinander abweichen werden, bilden die momentanen individuellen Rotationsvektoren ein dichtes Büschel. Ein solcher Rotationsvektor, der von ihnen allen umhüllt und sich ihnen am besten annähern würde, wird als momentaner instantaner Rotationsvektor bezeichnet. In der Annahme, daß die Unterschiede zwischen den momentanen individuellen und den momentanen instantanen Rotationsvektoren von zufälliger Art sind, können sie vernachlässigt werden. Das ist auch gerechtfertigt auf Grund des hinreichend großen Beobachtungsmaterials, das im internationalen Rahmen für die Bearbeitung zur Verfügung steht.

Die Reduktionen wegen der Änderungen des Erdrotationsvektors werden nach Richtung und Betrag des wirksamen Erdrotationsvektors, der Pollage und der Tageslänge, getrennt behandelt.

6.1. Reduktion wegen Polschwankung

Die Richtung der momentanen instantanen Rotationsachse der Erde bestimmt die Richtung des momentanen instantanen Erdrotationsvektors. Auf Grund der Tatsache, daß die Rotationsachse eine sehr komplizierte Bewegung vollführt, ändert sich die Lage der Erdpole als der Schnittpunkte der Rotationsachse mit der Erdoberfläche auch fortwährend, d. h., es entstehen Polschwankungen.

Durch eine Theorie ist das Problem der Bewegungen der momentanen instantanen Rotationsachse selbst in absehbarer Zeit formelmäßig nicht zu lösen, weil die dafür benötigten Informationen aus prinzipiellen und praktischen Gründen unvollständig sein werden. Demnach ist es weiterhin notwendig, wie bisher aus astronomisch-geodätischen Beobachtungsergebnissen die Richtung des Erdrotationsvektors nachträglich zu berechnen.

Die für Beobachtungsstationen ermittelten Ortssternzeiten oder geographischen Längen, Polhöhen und auch die Azimute der Richtung nach einem irdischen Zielpunkt beziehen sich jeweils auf die momentane individuelle Rotationsachse zur Beobachtungsepoche. Deshalb besteht eigentlich die Möglichkeit, aus den Ergebnissen jeder genannten Größe Änderungen der Richtung der Rotationsachse abzuleiten.

Am richtigsten erfolgt die lagemäßige Beschreibung des momentanen instantanen Erdrotationsvektors in bezug auf die Figurenachse des Erdkörpers. Indem im Trägheitspol - dem Schnittpunkt der Figurenachse mit der Erdoberfläche - als Ursprung ein ebenes rechtwinkliges Koordinatensystem x, y festgelegt wird, könnte der momentane Pol darin angegeben werden. Die Realisierung scheidet aber, weil die Lage der Figurenachse unbekannt ist. Aus diesem Grunde bleibt nichts weiter übrig, als eine mittlere Rotationsachse zu definieren. An die Stelle der Figurenachse und des Trägheitspols treten die mittlere Rotationsachse und der mittlere Pol.

Im Koordinatensystem zeigen die positive x -Achse in Richtung des Meridians von Greenwich und die positive y -Achse in Richtung des Meridians $+90^\circ$ West. Der momentane instantane Pol ist gegenüber dem gewählten mittleren Bezugspol zur Epoche T durch die Koordinaten $(x_T; y_T)$ gegeben. Infolge des Einflusses der Polschwankungen weichen die Ergebnisse astronomisch-geodätischer Breiten-, Zeit- und Azimutbestimmungen einer Station von ihren mittleren Werten mit dem Index 0 wie folgt ab:

$$(45) \begin{cases} \Delta \varphi = \varphi_T - \varphi_0 = x_T \cos \lambda_0 + y_T \sin \lambda_0, \\ \Delta \lambda = \lambda_T - \lambda_0 = (x_T \sin \lambda_0 - y_T \cos \lambda_0) \tan \varphi_0, \\ \Delta a = a_T - a_0 = -(x_T \sin \lambda_0 - y_T \cos \lambda_0) \sec \varphi_0. \end{cases}$$

Hierbei tritt die Abweichung für Ortszeiten durch eine Änderung der Länge des Meridians vom Beobachtungsort auf. Die obenstehenden Beziehungen gelten nur in der Annahme, daß die Beobachtungsfehler und Fehlereinflüsse der Umwelt, Sternkoordinatenfehler sowie die Stationsänderungen nichtpolaren Ursprungs unwirksam sind.

Seitdem die Polschwankungen als Breitenänderungen bemerkt wurden, ist die Polbahn allein aus den Ergebnissen von Breitenbestimmungen abgeleitet worden. Demzufolge genügte es, den mittleren Pol über die Definition mittlerer Breiten zu ermitteln.

Dadurch, daß die Richtung der momentanen instantanen Rotationsachse als Polschwankung erfaßt wird und schließlich koordinatenmäßig festliegt, ist es möglich, die Ergebnisse astronomisch-geodätischer Ortsbestimmungen mit interpolierten Gebrauchswerten auf eine mittlere Lage der Rotationsachse, die durch das gewählte Bezugssystem realisiert wird, zu reduzieren. Zufolge der umgekehrten Aufgabenstellung, die der Ableitung der Polbahn gegenüber vorliegt, sind dafür auch die bereits angeführten Gleichungen (45) zu benutzen.

Wie ersichtlich, werden Ortsbestimmungsergebnisse durch Polschwankungen nicht nur zeitlich, sondern auch örtlich verschieden beeinflusst, was ihre Reduktion auf einen mittleren Bezugspol unerlässlich macht. Das gleiche gilt es bei den Ergebnissen geographischer Längenbestimmungen, die aus den Zeitbestimmungen als wesentlichem Bestandteil in Erweiterung der Zielstellung hervorgehen, zu berücksichtigen. Auf Grund der Tatsache, daß sich geographische Längen nur relativ bestimmen lassen - im speziellen werden lediglich die Differenzen gegen den Meridian von Greenwich abgeleitet -, gehen hier die differentiellen Beträge aus den Längenänderungen der beiden Meridiane von den jeweils beteiligten Stationen ein.

Für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung stehen die Polkoordinaten in zwei Bezugssystemen zur Verfügung. Vom Service Rapide International des Latitudes (SIR) beim Bureau International de l'Heure (BIH) in Paris wurden die Koordinaten zur Ableitung einer provisorisch gleichförmigen Zeitskala TU 2 berechnet [13]. Der mittlere Bezugspol des SIR-Systems ist durch den "mittleren Pol der Epoche" festgelegt. Langperiodische und säkulare Polbewegungen sind somit in diesen Polkoordinaten nicht enthalten. - Dagegen leitet der International Polar Motion Service (IPMS), Mizusawa, die Polkoordinaten in bezug auf den "Konventionellen Internationalen Pol, Conventional International Origin (CIO)" ab [63]. Diese Bezeichnung gilt neuerdings für den "Mittleren Pol von 1900 bis 1905", der durch die von CECCHINI neu erhaltenen mittleren Breiten der fünf klassischen Breitenstationen (Mizusawa, Kitab, Carloforte, Gaithersburg, Ukiah) definiert ist [30]. Das vom IPMS angehaltene Bezugssystem ist derzeit das homogenste, obgleich noch nicht beurteilt werden kann, inwieweit es auch erdfest ist.

Der Veröffentlichung [13] wurden die Polkoordinaten im SIR-System entnommen. Die endgültigen Werte des CIO-Systems werden in [63] mitgeteilt. Tab. 13 enthält die Polkoordinaten und Längenkorrekturen der Beobachtungsstationen in beiden Systemen sowie ihre Differenzen insoweit, als sie benötigt wurden. Zweckmäßigerweise sind die Werte einheitlich im Intervall von 10 Tagen für 0^h TU, wie die Angaben des BIH vorliegen, gegeben. Deshalb waren zunächst die CIO-Koordinaten von 0,05 Dezimalteilen des Jahres auf diese Daten zu reduzieren, bevor hierfür die eigentlichen Rechnungen vorgenommen wurden. In Abb. 3 ist die Polbahn nach beiden Bezugssystemen für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung dargestellt. - Diejenigen Längenkorrekturen, die letztlich als Differenzbetrag an die Längen angebracht sind, müssen sich in jedem Falle auf dasselbe Polkoordinatensystem beziehen, worauf besonders zu achten ist.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß seit Oktober 1967 die gemeinsame Auswertung der Ergebnisse der Zeit- und Breitenbestimmungen zur Ableitung der Polkoordinaten und der Differenzen zwischen dem provisorisch gleichförmigen Zeitsystem TU 2 und dem koordinierten Zeitsystem TU C (s. Abschnitt 7.2.) durch das BIH vorgenommen wird [14]. Wegen der international beschlossenen Änderung des mittleren Bezugspols auf den "Konventionellen Internationalen Pol" sind hierbei modifizierte Längen und Breiten der beteiligten Beobachtungsstationen mit dazugehörigen Gewichten, die in summa die "mittlere Station 1968" bilden, festgelegt worden. Der genannte mittlere Bezugspol definiert zusammen mit dem äquatorialen Bezugspunkt der mittleren Station 1968 das "System BIH 1968".

Tab. 13. Polkoordinaten und Längenkorrekturen für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung

Datum O ^h TU	SIR-System					CIO-System					CIO - SIR				
	x	y	$\Delta\lambda$			x	y	$\Delta\lambda$			Δx	Δy	$\Delta(\Delta\lambda)$		
			Bo	Dr	Pt			Bo	Dr	Pt			Bo	Dr	Pt
1	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
III. 25	-115	-88	+102	+93	+97	-75	+118	-78	-80	-85	+40	+206	-180	-173	-182
IV. 4	126	74	93	84	87	89	128	83	85	90	37	202	176	169	177
14	139	55	80	71	73	99	141	91	94	99	40	196	171	165	172
24	150	35	67	57	60	108	157	102	105	111	42	192	169	162	171
V. 4	158	-14	52	42	43	114	174	115	117	124	44	188	167	159	167
14	161	+ 2	39	30	30	117	193	129	132	140	44	191	168	162	170
24	164	25	20	+12	+11	119	211	144	146	155	45	186	164	158	166
VI. 3	160	47	+ 1	- 6	- 8	117	232	162	163	173	43	185	163	157	165
13	154	61	-11	19	21	115	254	180	181	193	39	193	169	162	172
23	144	76	27	33	36	109	278	202	202	214	35	202	175	169	178
VII. 3	126	91	43	48	52	103	300	222	221	234	23	209	179	173	182
13	108	105	60	63	68	93	318	239	238	251	15	213	179	175	183
23	88	113	71	73	78	81	332	254	251	265	7	219	183	178	187
VIII. 2	65	118	81	82	86	65	340	265	261	275	+ 0	222	184	179	189
12	39	119	88	88	92	44	344	273	268	282	- 5	225	185	180	190
22	14	119	94	93	97	19	345	280	274	288	5	226	186	181	191

Einheit: 0,001 für x-, y-Werte,

0,0001 mittl. Sternzeit für $\Delta\lambda$ -Werte

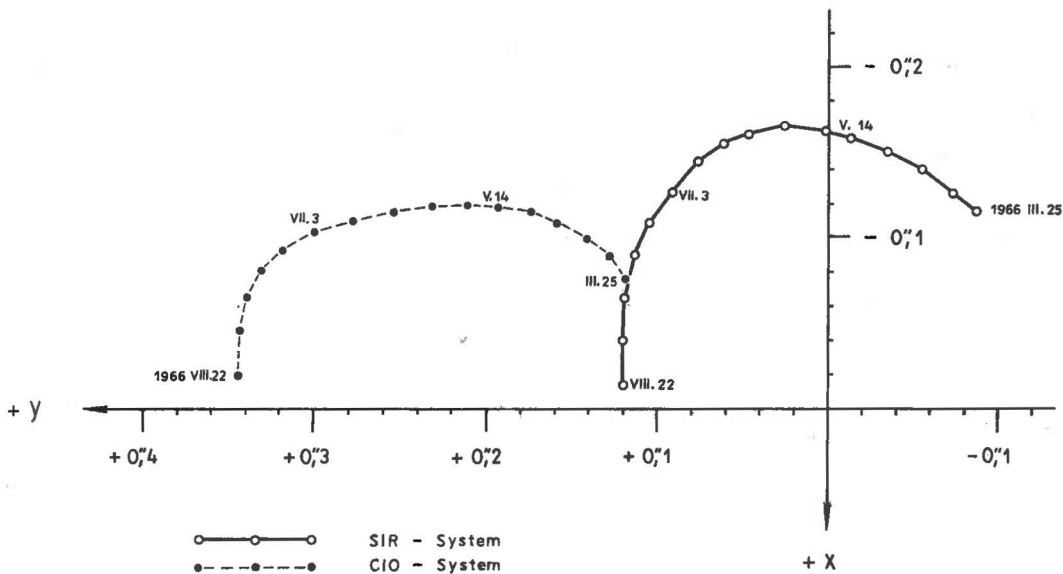


Abb. 3. Die Polbahn im SIR- und CIO-System für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung

Um die definitiven Weltzeit-Ergebnisse des BIH für die Zeit von 1955 bis 1967 ebenfalls auf das neue System beziehen zu können, sind in [14] daran anzubringende Korrekturen mitgeteilt worden. Diese berücksichtigen auch die Änderung des Wertes für die Aberrationskonstante von $20,47$ auf $20,496$ seit dem 1. Januar 1968. Für das Jahr 1966 werden folgende Angaben im Hinblick auf solch eine Reduktion der Ergebnisse gemacht:

$x_{\text{CIO}} - x_{\text{BIH}}$	$y_{\text{CIO}} - y_{\text{BIH}}$	$\Delta\lambda_{\text{CIO}} - \Delta\lambda_{\text{BIH}}$
$+0,022$	$+0,229$	$+0,0034$

6.2. Reduktion wegen Rotationsschwankung

Der Betrag des momentanen instantanen Erdrotationsvektors ist die Rotationsgeschwindigkeit der Erde. - Exakte numerische Ergebnisse über Betragsänderungen des Erdrotationsvektors lassen sich gegenwärtig auf dem Wege geophysikalischer Untersuchungen ebensowenig erhalten, wie das über Richtungsänderungen gesagt wurde. In der näheren Zukunft kann damit ebenfalls nicht gerechnet werden. Aus diesem Grunde werden die Geschwindigkeitsänderungen mit den gleichen Mitteln [19, 34, 37], die zu ihrer Erschließung führten (s. Kap. 1), quantitativ verfolgt. Lediglich die Benutzung atomarer Zeitnormale ist noch hinzugekommen.

Wie sich gezeigt hat, stellt die Rotationsgeschwindigkeit der Erde eine Funktion der Zeit dar. Falls die Bestimmung von Ortszeiten auf verschiedenen Stationen gleichzeitig vorgenommen wurde, sind ihre Ergebnisse in der gleichen Weise davon beeinflusst, und das bleibt für Längenbestimmungen ohne Folgen. Obwohl es sich qualitativ sowohl bei der säkularen Verlangsamung und den Fluktuationen als auch bei den jahreszeitlichen Schwankungen (s. Kap. 1) um jeweils gleiche Erscheinungen handelt, ist leicht zu ersehen, daß höchstens wegen der letztgenannten eine Reduktion geographischer Längenunterschiede in Frage käme. Solange die Beobachtungsepochen einander zugeordneter Zeitbestimmungen nur geringfügig differieren, was hier zumindest der Fall ist, wirken sich jahreszeitliche Rotationschwankungen jedoch noch nicht spürbar aus.

Unter Ansatz von Jahres- und Halbjahresgliedern ist für den Einfluß jahreszeitlicher Rotationsschwankungen näherungsweise die Gleichung ζ_{57}

$$(46) \Delta T_S = +0,022 \sin 2\pi (T) - 0,012 \cos 2\pi (T) - 0,006 \sin 4\pi (T) + 0,007 \cos 4\pi (T)$$

erhalten worden, wobei (T) in Jahresbruchteilen vom 1. Januar an zählt. Die danach berechneten Werte beziehen sich systematisch auf das System des FK 4.

Werden geographische Längen gegen den Meridian von Greenwich bestimmt, so sind für diesen Bezugsmeridian die entsprechenden wahren Ortssternzeiten aus den provisorisch gleichförmigen Weltzeiten TU 2 abzuleiten (s. Abschnitt 7.2.). Das bedeutet, daß dazu die Kenntnis der berücksichtigten ΔT_S -Werte notwendig ist. Deswegen sind diese Korrekturen für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung aus ζ_{13} entnommen und in Tab. 14 zusammengestellt worden. Sie gelten von 5 zu 5 Tagen für 0^h TU.

Tab. 14. Korrekturen wegen der jahreszeitlichen Rotationsschwankungen für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung

Datum 0^h TU	ΔT_S	Datum 0^h TU	ΔT_S	Datum 0^h TU	ΔT_S	Datum 0^h TU	ΔT_S
1	2	1	2	1	2	1	2
III. 30	+137	V. 4	+270	VI. 8	+291	VII. 13	+125
IV. 4	+157	9	+284	13	+278	18	+ 90
9	+178	14	+294	18	+262	23	+ 54
14	+199	19	+301	23	+241	28	+ 16
19	+219	24	+305	28	+216	VIII. 2	- 21
24	+238	29	+304	VII. 3	+188	7	- 57
29	+255	VI. 3	+300	8	+158	12	- 92

Einheit: $0,0001$

Die Längenunterschiede und Längen beziehen sich auf einen mittleren Rotationsvektor der Erde und sollten damit zeitunabhängig sein, wenn ihre Reduktion wegen Polschwankung und, soweit wie erforderlich, wegen Rotationsschwankung vorgenommen wurde.

7. Die Berechnung der Einzelergebnisse der Längenbestimmung

Durch die astronomisch-geodätischen Zeitbestimmungen werden wahre Ortssternzeiten erhalten. Im gleichen Zeitmoment ist die Differenz der Ortszeiten der Erdorte A und B gleich dem geographischen Längenunterschied der beiden Orte:

$$(47) \quad (\lambda^A - \lambda^B)_{\text{obs}} = \Theta^B - \Theta^A.$$

Die geographische Länge des Ortes A ergibt sich direkt, im Fall daß die Ortssternzeit Θ^B für den Nullmeridian von Greenwich gilt:

$$(48) \quad \lambda_{\text{obs}}^A = \Theta^{\text{Gr}} - \Theta^A.$$

Hierbei zählen die geographischen Längen nach Osten negativ. Die Ergebnisse sind durch den Index obs in der Hinsicht gekennzeichnet, daß sie sich noch auf die zu den Beobachtungsepochen der Zeitbestimmungen gehörenden momentanen individuellen Erdrotationsvektoren beziehen.

Je nachdem, ob die geographischen Längenunterschiede zwischen den Stationen oder die geographischen Längen der Stationen selbst unter Anwendung obiger Gleichungen ermittelt werden, lassen sich "zweiseitige" und "einseitige Längenbestimmungen" unterscheiden. Zum Zwecke des Zeitvergleichs der beteiligten Stationen brauchen bei der zweiseitigen Längenbestimmung lediglich die gleichen Zeitsignale aufgenommen zu werden. Demgegenüber ist der Zeitvergleich bei der einseitigen Längenbestimmung erst dann möglich, wenn die Greenwicher Sternzeiten in bezug auf die definierten Sendezeiten der empfangenen Zeitsignale berechnet worden sind.

Unabhängig vom angewandten Verfahren muß neben der Registrierverzögerung für die Zeitsignale die Laufzeit der elektromagnetischen Wellen berücksichtigt werden. Das bedeutet aber, daß für den Zeitvergleich allein die Sendezeiten registrierter Zeitsignale in Frage kommen.

Aus den obenerwähnten Gründen wird zunächst einmal auf die Sendezeiten der Zeitsignale und die Greenwicher Sternzeiten eingegangen. Im nachfolgenden ist die Berechnung der Einzelergebnisse der Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam sowohl als einer zweiseitigen als auch als einer einseitigen Längenbestimmung aufgezeigt.

7.1. Die Sendezeiten der Zeitsignale

Die Empfangszeiten von Zeitsignalen garantieren nicht die geforderte Gleichzeitigkeit für die Berechnung geographischer Längenunterschiede; deshalb sind sie mit der Beziehung

$$\text{Empfangszeit} = \text{Sendezeit} + \text{Laufzeit} + \text{Empfängerverzögerungszeit}$$

auf deren Sendezeiten zurückzuführen. Für die Beobachtungsstationen sind die Empfangszeiten der Zeitsignale OMA 50, HBG, DIZ und DGI im System der Quarzuhr unter Berücksichtigung der im Empfänger auftretenden Verzögerung in all den Fällen berechnet worden, wenn wahre Ortssternzeiten für die Aufnahmezeiten 18.00 und 6.00 TU berechnet vorlagen.

Um die Korrekturen wegen der Laufzeit der elektromagnetischen Wellen abschätzen zu können, werden die Entfernungen zwischen den Sende- und Beobachtungsstationen benötigt. Diese wurden mit Hilfe der Formel aus [12, S. 209] ermittelt. Im Ergebnis gelten nachstehende Entfernungen:

Station \ Signal	Bo	Dr	Pt
OMA 50	290	136	287
HBG	1021	754	829
DIZ	284	187	31
DGI	235	139	38 km

Für Langwellen wurde eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von 252 000 km/s und für Kurzwellen eine von 274 000 km/s angesetzt, womit an Hand der obigen Entfernungen die in Tab. 15 aufgeführten Laufzeiten erhalten werden.

Tab. 15. Die Laufzeiten für die verwendeten Zeitsignale

Station \ Signal	Bo	Dr	Pt
OMA 50	11	5	11
HBG	41	30	33
DIZ	21	20	1
DGI	9	6	2

Einheit: $0,0001$

So standen für jede beteiligte Station die Sendezeiten der Zeitsignale im System der Quarzuhr zur Verfügung, indem an den wegen der Empfängerverzögerungen korrigierten Empfangszeiten noch die Laufzeiten in Abzug gebracht wurden.

7.2. Die Greenwicher Sternzeiten

Für die Aufnahmezeiten der Zeitsignale

$$T_2 = 18.00 \quad \text{und} \quad 6.00 \text{ TU}$$

waren die wahren Greenwicher Sternzeiten nach der Gleichung

$$(49) \Theta^{Gr} = \Theta_{0^h TU} + T_2 + Red_{\Theta} + Gl. d. \ddot{A}qu.$$

zu berechnen, wobei

Red_Θ die Reduktion von T₂ auf mittlere Sternzeit,
 Gl.d.Äqu. die Korrektion wegen der Nutationsänderung in der von 0^h TU bis T₂
 verflissenen Zeit

bedeuten. Dann bestand die weitere Aufgabe darin, diese Sternzeiten auf die definierten Signalsendezeiten zu beziehen. Das ist möglich, weil die Zeitpunkte der Signale durch die Zeitdienste in provisorisch gleichförmigen Weltzeitsystemen TU 2 fixiert und die erhaltenen Resultate publiziert werden.

Grundsätzlich muß man bei den abgeleiteten Zeitsystemen TU 2 zwischen Heure demi-définitive und Heure définitive unterscheiden. Da die Heure définitive [13] als die derzeit beste Realisierung einer von der Erdrotation abgeleiteten, gleichförmigen Zeit aufgefaßt werden kann [30], wurden die Greenwicher Sternzeiten für die definitiven Signalsendezeiten berechnet.

Bis auf wenige Ausnahmen werden die Zeitzeichen wie die benutzten OMA 50, HBG, DIZ und DGI in einer gemeinsamen Zeitskala, der koordinierten Zeit TU C, ausgesendet. Die Sendezeiten von Zeitsignalen beziehen sich also durch die Angaben

TU C - Signal_{gesendet}

auf das System TU C, und die Heure définitive TU 2_{def} ist mit den Differenzen

TU 2_{def} - TU C

gegeben. Daraus wurden die benötigten definitiven Signalsendezeiten nach

$$TU 2_{def} - Signal_{gesendet} = (TU 2_{def} - TU C) + (TU C - Signal_{gesendet})$$

berechnet. - In Tab. 16 sind die Monatsmittelwerte der Sendezeiten im Zeitsystem TU C für die Zeitsignale OMA 50, HBG, DIZ und DGI zusammengestellt.

Tab. 17 enthält die Zahlenangaben für das auf TU C bezogene definitive Zeitsystem TU 2_{def}. Hierbei sind die Differenzen TU 2_{def} - TU C für 0^h TU im Intervall von 5 Tagen gegeben. Die Werte der Tab. 16 und 17 wurden für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung aus den Bulletins [13] entnommen.

Tab. 16. Sendezeiten ausgewählter koordinierter
Zeitsignale im System TU C

Signal kHz	OMA 50	HBG 75	DI2 4525	DGI 185
1	2	3	4	5
1966 III.	- 6	-21	-19	-116
IV.	-15	-20	-22	-124
V.	+13 ^{+))}	-16	-20	-122
VI.	+13	+ 0	-18	-117
VII.	+17	+ 0	-11	-114
VIII.	+21	+ 0	- 8	-112
IX.	+20	+ 0	-11	-113

Einheit: 0^s,0001

^{+))} am V. 1, 6^h TU um -0^s,0020 verstellt

Tab. 17. Heure définitive TU 2_{def}

Datum 0 ^h TU	TU 2 _{def} - TU C	Datum 0 ^h TU	TU 2 _{def} - TU C
1	2	1	2
1966		1966	
III. 30	9735	VI. 8	9833
IV. 4	9746	13	9845
9	9757	18	9860
14	9766	23	9879
19	9773	28	9898
24	9779	VII. 3	9912
29	9784	8	9927
V. 4	9788	13	9942
9	9792	18	9956
14	9797	23	9966
19	9802	28	9972
24	9808	VIII. 2	9976
29	9815	7	9978
VI. 3	9823	12	9977

Einheit: 0^s,0001

Auf die definitiven Signalsendezeiten wurden die nach (49) berechneten Greenwicher Sternzeiten bezogen, indem Signalkorrekturen daran angebracht wurden. Interpolierte Werte TU 2_{def} - Signal_{gesendet} der Zeitzeichen waren zu diesem Zweck von mittlerer Sonnenzeit in mittlere Sternzeit umzuwandeln und den genannten Sternzeiten zuzuschlagen. Auf diese Weise ergaben sich je 4 Sternzeitwerte für die Aufnahmezeiten 18.00 und 6.00 TU. Dabei war im weiteren nicht außer acht zu lassen, daß sie auf dem System TU 2_{def} fußen. Unter Anwendung der Formel

$$(50) \Delta(\Delta\lambda)_{(BIH)}^s = A \Delta x'' + B \Delta y''$$

kann man jedoch zu jeder Zeit von dem Polkoordinatensystem des SIR auf ein anderes, z. B. das CIO-System, übergehen. Dafür betragen die Größen $\sqrt{12}$

$$A = -0,019, \quad B = -0,026.$$

Ferner lassen sich die angebrachten Korrekturen wegen der jahreszeitlichen Rotationschwankungen wieder rückgängig machen.

7.3. Zweiseitige Längenbestimmung

Bei einer zweiseitigen Längenbestimmung können die geographischen Längenunterschiede nur aus den Ergebnissen von Zeitbestimmungen, die jeweils auf zwei Stationen an gleichen Abenden durchgeführt wurden, abgeleitet werden. Da die persönlichen Fehleranteile im Endergebnis so weit wie möglich ausgeschaltet werden sollen, waren der Beobachtungsanordnung zufolge (s. Abschnitt 2.2.1.) dazu die betreffenden Zeitbestimmungsergebnisse der Hauptbeobachter heranzuziehen. Es ist verständlich, daß deswegen der größte Teil des vorliegenden Datenmaterials für die zweiseitige Längenbestimmung nicht von Nutzen war.

Zur Berechnung der einzelnen zweiseitigen Längenunterschiede wurden zunächst die wahren Ortssternzeiten auf die Signalsendezeiten bezogen, und zwar durch Anbringen von Signalkorrekturen wie bei den Greenwicher Sternzeiten. Diese Rechnungen beruhen auf den Angaben, die aus den Abschnitten 5.2. und 7.1. stammen. Dann wurden die Längenunterschiede nach Gleichung (47) gebildet. Hierbei ergeben sich 8 Werte für jeden Längenunterschied, vorausgesetzt, daß die Zeitsignale OMA 50, HBG, DIZ und DGI auch auf jeder Station zu den Aufnahmezeiten 18.00 und 6.00 TU registriert werden konnten.

Nach der eingeschätzten Qualität des Signalempfanges wurden den Ortssternzeiten die in Tab. 18 zusammengestellten Gewichte zugeordnet.

Tab. 18. Gewicht $p_{A;B}$ der Ortssternzeit

Qualität des Signalempfanges	Gewicht $p_{A;B}$ der Zeit
sehr gut, gut	3
schwach, gestört	2
sehr schwach, sehr gestört	1

Damit sind unter Anwendung des Gewichtsfortpflanzungsgesetzes die Gewichte der Längenunterschiede festgelegt worden, wozu die Gleichung

$$(51) \quad p_{A-B} = 4 \frac{p_A p_B}{p_A + p_B}$$

benutzt wurde. Es ergaben sich die in Tab. 19 enthaltenen Werte.

Tab. 19. Gewichte p_{A-B} der einzelnen zweiseitigen Längenunterschiede

p_A	p_B	p_{A-B}
1	1	2
1	2	3
1	3	3
2	2	4
2	3	5
3	3	6

Schließlich wurden die einzelnen zweiseitigen Längenunterschiede mit den Gewichten p_{A-B} im allgemeinen arithmetischen Mittel zusammengefaßt. Da meistens je 4 Einzelwerte für die Aufnahmezeiten der Zeitsignale 18.00 und 6.00 TU gemittelt werden konnten, ist zu folgern, daß der Mittelwert für die Epoche O^h TU gilt. Korrekterweise wären die Reduktionen wegen Polschwankung für die Beobachtungsepochen T_{obs} der entsprechenden Zeitbestimmungen vorzunehmen (s. Abschnitt 5.2.), doch werden die hierauf bezüglichen Längenkorrekturen der zweiseitigen Längenunterschiede bereits mit hinreichender Genauigkeit erhalten, wenn sie für die Epoche O^h TU aus Tab. 13 interpoliert werden.

Nachdem die Einzelergebnisse der zweiseitigen Längenbestimmung für eine Ausgleichungsvariante (a) vorlagen, ließen sich die Ergebnisse der anderen Varianten an Hand der auftretenden Differenzen zwischen den Zeitbestimmungsergebnissen in einfacher Weise ermitteln.

In Erweiterung der Gleichung (47) werden die auf den mittleren Erdrotationsvektor reduzierten Längenunterschiede nach den Gleichungen

$$(52) \quad (\lambda^A - \lambda^B)_{SIR} = \theta^B - \theta^A + (\Delta\lambda^B - \Delta\lambda^A)_{SIR} = (\lambda^A - \lambda^B)_{obs} + (\Delta\lambda^B - \Delta\lambda^A)_{SIR}$$

im SIR-System und

$$(53) \quad (\lambda^A - \lambda^B)_{CIO} = (\lambda^A - \lambda^B)_{obs} + (\Delta\lambda^B - \Delta\lambda^A)_{CIO} = (\lambda^A - \lambda^B)_{SIR} + (\Delta(\Delta\lambda^B) - \Delta(\Delta\lambda^A))_{CIO-SIR}$$

mit

$$\Delta(\Delta\lambda^{A,B})_{CIO-SIR} = \Delta\lambda_{CIO}^{A,B} - \Delta\lambda_{SIR}^{A,B}$$

im CIO-System erhalten.

Die berechneten Zahlenwerte sind in Tab. 20 zusammengestellt, wobei sie sich auf das Polkoordinatensystem des SIR beziehen. Mit Hilfe der in Spalte 6 gegebenen Korrekturen kann man diese Angaben aber auch in das CIO-System transformieren.

Datum 0 ^h TU	SIR-System				CIO	SIR-System				CIO	SIR-System				CIO
	$\lambda^{Bo} - \lambda^{Dr}$				$\Delta(\Delta\lambda^{Dr})_{Bo}$	$\lambda^{Dr} - \lambda^{Pt}$				$\Delta(\Delta\lambda^{Pt})_{Dr}$	$\lambda^{Bo} - \lambda^{Pt}$				$\Delta(\Delta\lambda^{Pt})_{Bo}$
	a)	b)	c)	d)	-	a)	b)	c)	d)	-	a)	b)	c)	d)	-
1	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
1966	-0 ^h 13 ^m 22 ^s ,....					-0 ^h 02 ^m 39 ^s ,....					-0 ^h 16 ^m 02 ^s ,....				
IV. 2					+0 ^s ,0007	9304	9287	9347	9351	-0 ^s ,0009	4559	4564	4622	4624	-0 ^s ,0001
3	5314	5338	5301	5304							4618	4625	4648	4655	2
4	5209	5196	5184	5185	7										
6											4657	4659	4600	4602	1
10	5292	5304	5286	5288	6	9276	9265	9279	9271	7	4568	4569	4565	4559	1
23	5298	5307	5287	5288	6	9064	9050	9110	9110	9	4361	4356	4396	4397	2
27	5423	5421	5411	5410	7	9243	9241	9294	9297	9	4666	4662	4705	4707	2
28						9194	9183	9223	9225	8					
V. 4	5305	5324	5397	5393	8										
12						9277	9259	9283	9283	8					
13						9361	9371	9387	9388	8					
14	5242	5245	5263	5267	6	9326	9317	9341	9344	8	4568	4562	4604	4611	2
15	5341	5339	5374	5374	6	9454	9446	9474	9472	8	4795	4785	4848	4846	2
16											4685	4679	4704	4698	2
17	5155	5159	5134	5136	6	9296	9283	9310	9311	8	4451	4442	4444	4447	2
18	5284	5288	5293	5287	6	9133	9124	9169	9169	8	4416	4411	4461	4455	2
19	5275	5265	5291	5289	6	9346	9346	9378	9382	8	4620	4610	4668	4670	2
21						9570	9568	9619	9616	8					
23	5241	5253	5267	5269	6										
25	5158	5179	5173	5175	6										
VI. 6	5394	5394	5385	5386	6	8906	8906	8929	8929	8	4299	4299	4313	4314	2
10						9027	8971	8986	8986	9					
11						9297	9248	9292	9298	10					
12	4915	4931	4904	4906	7										
14						9311	9293	9316	9318	10					
15	5172	5192	5152	5154	7	9118	9092	9138	9136	10	4290	4284	4290	4290	3
16	5093	5104	5095	5095	7	9029	9018	9049	9047	10	4122	4122	4144	4142	3
17	5322	5300	5276	5277	6	8927	8943	8966	8968	9	4249	4243	4242	4245	3
23	5060	5078	5079	5079	6	9256	9234	9276	9276	9	4316	4312	4355	4355	3
VII. 9						8807	8800	8803	8803	9					
19	5508	5526	5516	5521	4	9070	9094	9096	9101	8	4577	4619	4611	4621	4
23											4736	4739	4763	4762	4
25						9021	9018	9015	9011	9					
VIII. 1											4495	4485	4435	4437	5
3	5335	5334	5307	5314	5	9198	9209	9219	9217	10	4534	4544	4527	4532	5
10						8984	9001	9049	9046	10					
11	5769	5761	5710	5714	5										

7.4. Einseitige Längenbestimmung

Jede wahre Ortssternzeit, die durch eine Zeitbestimmung ermittelt wurde, liefert das Ergebnis einer einseitigen Längenbestimmung, weil die Möglichkeit besteht, die dafür benötigten Greenwicher Sternzeiten aus definierten Signalsendezeiten herzuleiten. Das ist gegenüber der Berechnung zweiseitiger Längenunterschiede von eindeutigem Vorteil. Es gibt aber auch Nachteile. So sind die einseitigen Längen u. a. nicht frei von Fehlern der Rektaszensionen der Sterne.

Man gelangt zu den Ergebnissen der einseitigen Längenbestimmung durch Gleichung (48), wobei der Rechenweg dem im Abschnitt 7.3. aufgezeigten ähnlich ist. Nachdem die wahren Ortssternzeiten auf die Signalsendezeiten bezogen wurden, ergeben sich daraus mit Hilfe der Greenwicher Sternzeiten die Einzelwerte für die geographischen Längen. Zu ihrer Mittelbildung sind die Gewichte $p_{A;B}$ der Ortssternzeiten (Tab. 18) benutzt worden; denn die Greenwicher Sternzeiten sind untereinander gleichgenau, wodurch auf deren Gewichtsberücksichtigung verzichtet werden konnte.

Die Reduktion wegen der Änderungen des Erdrotationsvektors hat für einseitige Längen entsprechend den Gleichungen (52) und (53) unter Verwendung von

$$(54) \quad \lambda_{\text{SIR}}^A = \Theta^{\text{Gr}} - \Theta^A - (\Delta\lambda_{\text{SIR}}^A + \Delta T_S) = \lambda_{\text{obs}}^A - (\Delta\lambda_{\text{SIR}}^A + \Delta T_S)$$

bzw.

$$(55) \quad \lambda_{\text{CIO}}^A = \lambda_{\text{obs}}^A + \Delta(\Delta\lambda)_{(\text{BIH})} - (\Delta\lambda_{\text{CIO}}^A + \Delta T_S) = \lambda_{\text{SIR}}^A + (\Delta(\Delta\lambda)_{(\text{BIH})} - \Delta(\Delta\lambda^A))_{\text{CIO-SIR}}$$

zu erfolgen. Danach wurden die Einzelergebnisse der einseitigen Längenbestimmung berechnet. Voneinander getrennt enthalten Tab. 21 und 22 die Werte für die Haupt- und Parallelbeobachtungen. Diese Tabellen sind in der gleichen Art aufgebaut wie Tab. 20. Weiter haben sich aus den Zeitbestimmungsergebnissen am Astrolab DANJON die Werte der Tab. 23 ergeben. Sämtliche Zahlenangaben, denen die Polkoordinaten im SIR-System zugrunde liegen, können auch in diesem Falle durch Addition der Beträge für

$$(\Delta(\Delta\lambda)_{(\text{BIH})} - \Delta(\Delta\lambda^A))_{\text{CIO-SIR}}$$

(Spalte 6) auf das CIO-System bezogen werden.

Tab. 22. Einzelergebnisse der einseitigen Längenbestimmung (Parallelbeobachtungen)

Datum O ^h TU	SIR-System				CIO	SIR-System								CIO	
	$\lambda^{Bo}(Do)$				$\Delta(\Delta\lambda)_{(BIH)}$	$\lambda^{Pt}(K)$				$\lambda^{Pt}(Sch)$				$\Delta(\Delta\lambda)_{(BIH)}$	
	a)	b)	c)	d)	$-\Delta(\Delta\lambda^{Bo})$	a)	b)	c)	d)	a)	b)	c)	d)	$-\Delta(\Delta\lambda^{Pt})$	
1966	2	3	4	5	6	2	3	4	5	2	3	4	5	6	
	-1 ^h 06 ^m 18 ^s ,....					-0 ^h 52 ^m 16 ^s ,....					-0 ^h 52 ^m 16 ^s ,....				
IV. 2	4412	4408	4395	4398	+0,0117										
3	4523	4517	4520	4520	116					0620	0619	0624	0626	+0,0118	
4	4336	4344	4334	4333	116					0640	0636	0637	0635	117	
6	4338	4339	4291	4292	115					0680	0679	0668	0668	116	
7	4397	4390	4339	4339	115										
10	4402	4402	4364	4365	114					0741	0741	0730	0732	115	
17	4419	4408	4336	4334	112										
21										0638	0627	0634	0634	113	
23										0631	0625	0666	0666	113	
26										0663	0658	0697	0700	112	
27	4545	4542	4517	4513	110	0436	0437	0418	0418	0682	0680	0691	0691	112	
28										0883	0880	0877	0879	111	
30	4520	4525	4485	4479	110	0532	0532	0524	0527	0710	0712	0738	0736	111	
V. 3						0616	0619	0595	0596					110	
4	4313	4336	4311	4311	110					0691	0719	0719	0721	110	
7										0790	0785	0813	0814	110	
12						0503	0501	0491	0491					111	
13						0530	0531	0512	0512					112	
14	4433	4435	4363	4362	110									112	
15	4476	4473	4437	4434	110	0540	0542	0524	0523					111	
16	4347	4347	4322	4316	109					0656	0657	0668	0669	111	
17	4357	4357	4249	4249	109					0542	0544	0542	0540	111	
18	4359	4380	4320	4318	108	0394	0394	0367	0365	0612	0617	0642	0645	110	
19	4226	4239	4164	4162	108					0860	0862	0896	0897	110	
21										0698	0698	0734	0734	110	
23	4238	4240	4134	4128	107										
24										0688	0692	0690	0691	109	
25	4179	4185	4134	4132	107										
31	4303	4279	4182	4181	107										
VI. 5	4547	4548	4465	4466	107										
6										0630	0634	0648	0646	110	
7	4457	4457	4378	4380	108										
9										0634	0640	0653	0653	112	
10										0541	0553	0572	0572	113	
11										0500	0506	0518	0517	114	
12	4416	4421	4353	4352	111										
13	4415	4420	4374	4373	111					0654	0657	0650	0649	115	
14										0440	0451	0424	0423	115	
15	4383	4392	4324	4323	112	0528	0551	0538	0538	0442	0449	0443	0442	116	
16	4371	4372	4334	4334	113					0769	0773	0766	0765	116	
17	4280	4289	4207	4207	113										
18	4220	4231	4134	4134	114										
19	4303	4328	4272	4272	114										
22						0604	0608	0586	0584	0619	0622	0632	0632	118	
23	4433	4441	4372	4372	116					0546	0551	0540	0539	119	
24	4449	4445	4381	4379	116										
VII. 2						0688	0683	0648	0646					123	
VII. 8										0638	0641	0670	0673	124	
9										0592	0596	0588	0588	125	
15						0462	0462	0438	0433					126	
19	4412	4412	4398	4399	123	0678	0681	0650	0646					127	
20	4519	4523	4493	4493	124	0441	0436	0404	0401						
23															
24						0091	0095	0093	0097					129	
25						0266	0266	0246	0243					129	
26						0487	0491	0464	0462					129	
28	4572	4580	4531	4534	125	0348	0353	0334	0335					130	
30	4596	4603	4563	4564	126	0439	0450	0425	0426					130	
VIII. 1	4583	4590	4529	4530	126										
3						0344	0344	0329	0331					131	
11	4517	4533	4471	4473	127										

Tab. 23. Ergebnisse der einseitigen Längenbestimmung (Parallelbeobachtungen am Astrolab DANJON)

Datum O ^h TU	SIR λ^{Pt}	CIO $\Delta(\Delta\lambda)_{(\text{BIH})}$ $-\Delta(\Delta\lambda^{\text{Pt}})$	Datum O ^h TU	SIR λ^{Pt}	CIO $\Delta(\Delta\lambda)_{(\text{BIH})}$ $-\Delta(\Delta\lambda^{\text{Pt}})$
1	2	6	1	2	6
1966	$-0^{\text{h}}52^{\text{m}}16^{\text{s}}, \dots$			$-0^{\text{h}}52^{\text{m}}16^{\text{s}}, \dots$	
IV. 3	0014 0234 0250	+0 ^s ,0118	VI. 2 6	0027 0192	+0 ^s ,0109 110
4	0069 0021	117	9	15,9940 16,0142	112
6	0066 0278	116	10	0036 0136 0196	113
10	15,9998 16,0104	115	15	0190 15,9949	115
20	0041	113	17	16,0201 0117	116
23	0266 0214	113	23	0174 0232	119
27	0060 0011	112	VII. 2	0316 0200	123
28	0040 0084	111	3	0165 0166	123
30	0237 0196	111	6 8	0395 0214	123 124
V. 2	0027 0329 0270	110	10 24	0214 0371 0152	125 129
3	0344 0064	110	26	0084 0350	130
12	0310 0229	111	VIII. 7	0245 0444	131
16	0110 0064	111	10	0142 0296	133
17	0079 0179	111		0142	
18	0171 0154	110			
24	0283 0170	109			
25	0219 0127	109			

8. Die Berechnung von Endergebnissen der Längenbestimmung nach verschiedenen Verfahren

Nachdem die Einzelergebnisse der Längenbestimmung vorlagen, konnte die Berechnung der Endergebnisse für die geographischen Längenunterschiede und Längen erfolgen. Hierbei war besonderes Augenmerk darauf zu richten, die systematischen Fehleranteile, die mit den wahren Ortssternzeiten in die Einzelergebnisse hineingetragen wurden, zu eliminieren.

Die äußeren mittleren Fehler der Uhrvergleiche zwischen dem Chronographen und der Quarzuhr betragen $\pm 0,5$ ms. In der gleichen Größenordnung liegen auch die Genauigkeiten der Signalempfangszeiten. Indem mehrere Uhrvergleiche zur Berechnung der wahren Ortssternzeiten dienen und sämtliche Signalaufnahmen für die der Beobachtungsepoche der Zeitbestimmung am nächsten liegenden Aufnahmezeiten der Zeitsignale 18.00 und 6.00 TU zum Zeitvergleich benutzt wurden, sind die hierauf bezüglichen Ungenauigkeiten gering. Bei einer Gewichtsfestlegung für die Einzelergebnisse der Längenbestimmung brauchten sie deswegen nicht beachtet zu werden. Somit wurde das Gewicht eines einzelnen Längenunterschiedes oder einer Länge praktisch nur durch die Anzahl und Genauigkeit der beobachteten Sterndurchgänge bestimmt.

Werden die Endergebnisse mit Hilfe allgemeiner arithmetischer Mittelbildung berechnet, so ist die Berücksichtigung systematisch wirkender Fehler allein vom gewählten Gewichtsansatz abhängig. Man kennt nicht von vornherein das dem Gesamtfehler entsprechende Gewicht. Deshalb war es das Ziel zu untersuchen, ob bereits auf Grund eines einfachen Gewichtsansatzes in ausreichendem Maße der gewünschte Erfolg erreicht wird.

Andererseits besteht die Möglichkeit, die Längenunterschiede durch ein anzupassendes mathematisches Modell zu approximieren. Dieses Problem soll unter Anwendung der Varianz- und Regressionsanalyse der mathematischen Statistik gelöst werden [44, 45], wobei an die Stelle des allgemeinen arithmetischen Mittels das allgemeine Regressionspolynom n-ten Grades tritt. Auf diese Weise werden die von Gruppe zu Gruppe erfolgten Änderungen der Systemgleichung des jeweiligen Registriersystems in einem Ersatzpolynom erfaßt.

Schließlich können die systematischen Fehleranteile auch selbst als unbekannte Größen in ein mathematisches Modell eingeführt werden. In diesem Falle ist allerdings zu befürchten, daß die Zahl der Freiheitsgrade des zu lösenden Gleichungssystems keine vollständige Bestimmung der gesuchten Größen zuläßt. Sofern zutreffend, sind zur Beseitigung einer Unbestimmtheit Manipulationen erforderlich oder gewisse Randbedingungen festzulegen. Hiervon hat RADECKI bei dem sog. "direkten" Verfahren der Approximation "gemessener" astronomischer Längendifferenzen [39] Gebrauch gemacht. Dieses Verfahren wurde in modifizierter Form ebenfalls erprobt.

8.1. Zweiseitige Längenunterschiede

Die Gleichung für den Gesamtfehler der Ortssternzeiten lautet mit den im Abschnitt 5.3.4. zugrunde gelegten Bezeichnungen

$$(56) \quad e_{hi}' = \varepsilon_{hi}' + c_{hi}' = \varepsilon_{hi}' + c_o' + \gamma_{hi}', \quad \text{Gewicht } \bar{p}_{hi}.$$

Mit Bezug darauf soll der Gesamtfehler eines einzelnen Längenunterschiedes hergeleitet werden. Hierbei haben die Indizes nachstehende Bedeutung:

- h die Beobachtungsperiode und
- i die Nummer der Gruppe in der jeweiligen Beobachtungsperiode.

Zunächst erfolgt zu diesem Zweck noch eine weitere Aufspaltung des systematischen Fehleranteils, indem zwischen dem instrumentellen und dem persönlichen Fehleranteil unterschieden wird:

$$(57) \quad c_{hi}' = c_{hi}^I + c_{hi}^P$$

mit

$$c_{hi}^I = c_o^I + \gamma_{hi}^I \quad \text{und} \quad c_{hi}^P = c_o^P + \gamma_{hi}^P.$$

Hierin gelten wie oben ein konstanter und ein veränderlicher Bestandteil. Ferner enthält der instrumentelle Fehleranteil auch die äußeren Einflüsse.

Allgemein ergibt sich der Gesamtfehler eines einzelnen Längenunterschiedes zwischen den Stationen A und B aus den Gesamtfehlern der Ortssternzeiten gemäß

$$(58) \quad e_{hi}^{AB} = e_{hi}^B - e_{hi}^A,$$

so daß unter Benutzung der Ausdrücke (56) und (57) die Formel

$$(59) \quad e_{hi}^{AB} = (\varepsilon_{hi}' + c_o^I + \gamma_{hi}^I)^B + (c_o^P + \gamma_{hi}^P)^{(2)} - (\varepsilon_{hi}' + c_o^I + \gamma_{hi}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{hi}^P)^{(1)}$$

erhalten wird. Dazu gehöre das Gewicht

$$(60) \quad \frac{-AB}{p_{hi}} = 2 \frac{\frac{-A}{p_{hi}} \frac{-B}{p_{hi}}}{\frac{-A}{p_{hi}} + \frac{-B}{p_{hi}}},$$

wenn man das Gewichtsfortpflanzungsgesetz anwendet. Die persönlichen Fehleranteile der verschiedenen Beobachter sind durch die Zahlen 1, 2, ..., die für den Fall möglicher Verwechslungen mit Potenzexponenten eingeklammert sind, gekennzeichnet.

Nach Formel (59) gilt wegen des Beobachterwechsels für jede Periode der Längenbestimmung einzeln:

$$(61) \left\{ \begin{array}{l} e_{1i}^{AB} = (\varepsilon_{1i}^B + c_o^I + \gamma_{1i}^I)^B + (c_o^P + \gamma_{1i}^P)^{(2)} - \\ \quad - (\varepsilon_{1i}^A + c_o^I + \gamma_{1i}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{1i}^P)^{(1)}, \quad \overline{P}_{1i}^{AB}, \\ e_{2i}^{AB} = (\varepsilon_{2i}^B + c_o^I + \gamma_{2i}^I)^B + (c_o^P + \gamma_{2i}^P)^{(1)} - \\ \quad - (\varepsilon_{2i}^A + c_o^I + \gamma_{2i}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{2i}^P)^{(3)}, \quad \overline{P}_{2i}^{AB}, \\ e_{3i}^{AB} = (\varepsilon_{3i}^B + c_o^I + \gamma_{3i}^I)^B + (c_o^P + \gamma_{3i}^P)^{(3)} - \\ \quad - (\varepsilon_{3i}^A + c_o^I + \gamma_{3i}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{3i}^P)^{(2)}, \quad \overline{P}_{3i}^{AB}, \\ e_{4i}^{AB} = (\varepsilon_{4i}^B + c_o^I + \gamma_{4i}^I)^B + (c_o^P + \gamma_{4i}^P)^{(2)} - \\ \quad - (\varepsilon_{4i}^A + c_o^I + \gamma_{4i}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{4i}^P)^{(1)}, \quad \overline{P}_{4i}^{AB}. \end{array} \right.$$

Indem dort abkürzend gesetzt wird

$$(62) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{hi}^{AB} = (\varepsilon_{hi}^B) - (\varepsilon_{hi}^A), \quad c_o^{I,BA} = (c_o^I)^B - (c_o^I)^A, \\ \gamma_{hi}^{I,BA} = (\gamma_{hi}^I)^B - (\gamma_{hi}^I)^A, \quad c_o^{P,1} = (c_o^P)^{(1)} \text{ usw.}, \\ \gamma_{1i}^{P,21} = (\gamma_{1i}^P)^{(2)} - (\gamma_{1i}^P)^{(1)}, \quad \gamma_{2i}^{P,13} = (\gamma_{2i}^P)^{(1)} - (\gamma_{2i}^P)^{(3)}, \\ \gamma_{3i}^{P,32} = (\gamma_{3i}^P)^{(3)} - (\gamma_{3i}^P)^{(2)}, \quad \gamma_{4i}^{P,21} = (\gamma_{4i}^P)^{(2)} - (\gamma_{4i}^P)^{(1)}, \end{array} \right.$$

kann geschrieben werden:

$$(63) \left\{ \begin{array}{l} e_{1i}^{AB} = \varepsilon_{1i}^{BA} + c_o^{I,BA} + \gamma_{1i}^{I,BA} + c_o^{P,2} - c_o^{P,1} + \gamma_{1i}^{P,21}, \quad \overline{P}_{1i}^{AB}, \\ e_{2i}^{AB} = \varepsilon_{2i}^{BA} + c_o^{I,BA} + \gamma_{2i}^{I,BA} + c_o^{P,1} - c_o^{P,3} + \gamma_{2i}^{P,13}, \quad \overline{P}_{2i}^{AB}, \\ e_{3i}^{AB} = \varepsilon_{3i}^{BA} + c_o^{I,BA} + \gamma_{3i}^{I,BA} + c_o^{P,3} - c_o^{P,2} + \gamma_{3i}^{P,32}, \quad \overline{P}_{3i}^{AB}, \\ e_{4i}^{AB} = \varepsilon_{4i}^{BA} + c_o^{I,BA} + \gamma_{4i}^{I,BA} + c_o^{P,2} - c_o^{P,1} + \gamma_{4i}^{P,21}, \quad \overline{P}_{4i}^{AB}. \end{array} \right.$$

Daraus erhält man folgende Periodenmittel:

Soweit letztere für die verschiedenen Längenunterschiede dieselben systematischen Unterschiede aufweisen, sollen sie im allgemeinen arithmetischen Mittel zusammengefaßt werden. Hierbei sind die Verbesserungen der 1. und 4. Periode wegen ihrer gegenseitigen Abhängigkeit bereits gemittelt zu verwenden. Spaltenweise gehören zueinander:

$c_o^{P,2} - c_o^{P,1}$	$c_o^{P,1} - c_o^{P,3}$	$c_o^{P,3} - c_o^{P,2}$
$+v_1^{AB}, \bar{P}_1^{AB}$	$+v_2^{AB}, \bar{P}_2^{AB}$	$+v_3^{AB}, \bar{P}_3^{AB}$
$+v_2^{BC}, \bar{P}_2^{BC}$	$+v_3^{BC}, \bar{P}_3^{BC}$	$+v_4^{BC}, \bar{P}_4^{BC}$
$-v_3^{AC}, \bar{P}_3^{AC}$	$-v_4^{AC}, \bar{P}_4^{AC}$	$+v_1^{BC}, \bar{P}_1^{BC}$
$+v_4^{AB}, \bar{P}_4^{AB}$	$-v_1^{AC}, \bar{P}_1^{AC}$	$-v_2^{AC}, \bar{P}_2^{AC}$

Es ist einzusehen, daß auf diese Weise die besten Schätzungen für die Unterschiede konstanter persönlicher Fehleranteile berechnet werden können. Sind die Gewichtssummen \bar{P}_h der 1. und 4. Periode zusammen annähernd denen der 2. und auch der 3. Periode gleich, so wird jeweils der letzte, in geschwungene Klammern eingeschlossene Term der Verbesserungen V_h nur geringfügig von Null abweichen. Zudem erreicht man durch die Mittelbildung, daß die Glieder, die die zufälligen und veränderlich-systematischen Fehleranteile beinhalten, insgesamt ebenso als gegen Null gehend anzusehen sind. Da die Summe der zu ermittelnden Unterschiede die Bedingung

$$(68) \quad (c_o^{P,2} - c_o^{P,1}) + (c_o^{P,1} - c_o^{P,3}) + (c_o^{P,3} - c_o^{P,2}) = 0$$

erfüllen muß, ist der sich ergebende Widerspruch w_c gewichtsmäßig zu verteilen. Gleichzeitig ist er ein Kriterium dafür, wie gut obige Erwartungen erfüllt sind.

Die Berechnung endgültiger Längenunterschiede ist mit den wegen der Unterschiede konstanter persönlicher Fehleranteile korrigierten Periodenmitteln vorgenommen worden. In diesem Falle haben die Ergebnisse der Gleichung

$$(69) \quad (\bar{\lambda}^A - \bar{\lambda}^B) + (\bar{\lambda}^B - \bar{\lambda}^C) - (\bar{\lambda}^A - \bar{\lambda}^C) = 0$$

Genüge zu leisten, so daß sich auch hier die Verteilung eines auftretenden Widerspruchs w_λ erforderlich machte. Es ist nicht möglich, die Unterschiede konstanter instrumenteller Fehleranteile durch das Verfahren der Mittelbildung zu eliminieren. Also sind die erhaltenen Längenunterschiede damit noch behaftet.

Zur Berechnung mittlerer Fehler können die Verbesserungen v_{hi} und V_h^* dienen. In Gegenüberstellung zu den mittleren Fehlern innerhalb der Gruppen (s. Abschnitt 5.3.1.) erge-

ben sich aus den Verbesserungen zu den Periodenmitteln die mittleren Fehler innerhalb der Perioden. Sie müssen als innere Genauigkeiten gelten, weil die Streuung systematischer Fehleranteile in den Verbesserungen v_{hi} nicht vollständig enthalten zu sein braucht. Gesamte mittlere Fehler, äußere Genauigkeiten, erhält man über die Verbesserungen der wegen der Unterschiede konstanter persönlicher Fehleranteile korrigierten Periodenmittel zum Gesamtmittel V_h^* . Innere und äußere mittlere Fehler eines Längenunterschiedes vom Gewicht 1 sind:

$$(70) \quad \bar{m}_o^* = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^4 [\bar{p}v]_h}{\sum_{h=1}^4 (n-1)_h}}, \quad m^* = \sqrt{\frac{[\bar{F}v^*v^*]}{(4-1)}}.$$

Wie bekannt, lassen sich hiermit die mittleren Fehler von Größen anderen Gewichts berechnen. Wegen der Übersichtlichkeit ist folgende Zusammenstellung mit späterhin z. T. wieder benutzten Kurzbezeichnungen gegeben:

Größe	Innerhalb der Perioden	Zwischen den Perioden
Summe der Verbesserungsquadrate	$Q_o^* = \sum_{h=1}^4 ([\bar{p}v]_h)$	$Q^* = [\bar{F}v^*v^*]$
Anzahl der Freiheitsgrade	$\bar{f}_o^* = \sum_{h=1}^4 (n-1)_h$	$f^* = (4-1)$
Empirische Varianz	$(\bar{m}_o^*)^2 = \frac{Q_o^*}{\bar{f}_o^*}$	$(m^*)^2 = \frac{Q^*}{f^*}$

Es bestehen verschiedene Möglichkeiten, das Gewicht eines einzelnen Längenunterschiedes festzulegen, obwohl lediglich die Anzahl und die Genauigkeit der beobachteten Sterndurchgänge berücksichtigt werden müssen. Naheliegend ist es, den Gewichtsansatz nach ALBRECHT [2] zu benutzen, da ausschließlich zenitnahe Zeitsterne für das Beobachtungsprogramm gewählt wurden. Hierbei erfolgt die Gewichts festlegung mit Bezug auf die Anzahl der auf jeder Station beobachteten Zeitsterne:

$$(71) \quad \bar{p}_{hi}^{AB} = \frac{2}{(n)} \frac{a b}{a + b}.$$

Es bedeuten:

- a, b die Anzahl der beobachteten Zeitsterne auf den Stationen A, B;
- (n) die Gesamtzahl der programmgemäß zu beobachtenden Zeitsterne auf jeder Station.

Das k. k. Gradmessungsbüro in Wien [25] berechnete das Gewicht eines einzelnen Längenunterschiedes unter Berücksichtigung der Anzahl der beobachteten Zeit- und Polsterne. Dafür wird nachstehende Formel angegeben:

$$(72) \quad \bar{p}_{hi}^{A,B} = \frac{g^A g^B}{g^A + g^B}.$$

Hierin sind

$$g^A = \frac{a \bar{a}}{a + \bar{a}} \quad \text{und} \quad g^B = \frac{b \bar{b}}{b + \bar{b}}$$

mit den neuen Bezeichnungen \bar{a} , \bar{b} als Anzahl der beobachteten Polsterne auf den Stationen A, B.

Indem man von den zugeordneten Einzelgewichten der beobachteten Sterndurchgänge (s. Abschnitt 5.1.3.) ausgeht, ist in die Gewichtsformel (60) für das Gewicht der ermittelten Ortszeit

$$(73) \quad \bar{p}_{hi}^{A,B} = [p_j]_{hi}^{A,B}$$

einzuführen. Andererseits können auch die aus den Ausgleichungen der Beobachtungen hervorgegangenen Gewichtskoeffizienten oder mittleren Fehler der Ortszeiten zur Gewichtsrechnung der einzelnen Längenunterschiede verwendet werden:

$$(74) \quad \bar{p}_{hi}^{A,B} = (Q_{11}^{-1})_{hi}^{A,B} \quad \text{oder} \quad \bar{p}_{hi}^{A,B} = \left(\frac{\text{const}}{m_{\Delta U}^2} \right)_{hi}^{A,B}.$$

Vorausgesetzt, daß nur zufällige Fehler wirken, bleibt der Unterschied zwischen innerer und äußerer Genauigkeit in den Grenzen der mittleren Fehler dieser mittleren Fehler. Für diesen Fall kann die Nullhypothese

$$H_0 \quad (\sigma^* = \sigma_a^*)$$

nach der Varianzanalyse geprüft werden, indem als Prüfgröße der Quotient [62, S. 516]

$$(75) \quad F = \frac{(\bar{m}^*)^2}{(\bar{m}_0^*)^2}$$

gebildet wird. Gegenüber dem fundamentalen inneren mittleren Fehler

$$\sigma^* = E(\bar{m}_0^*)$$

ist der äußere mit

$$\sigma_a^* = E(m^*)$$

bezeichnet. Die Größe F weist in Abhängigkeit von den bei der Fehlerrechnung vorkommenden Freiheitsgraden \bar{f}_0^* und f^* eine FISHER-Verteilung auf, falls die aufgestellte Hypothese stimmt. Für eine gewählte statistische Sicherheit S und die Anzahl der Freiheitsgrade wird die Fraktile F_S aus einer entsprechenden Tabelle [59] entnommen. Daraufhin empfiehlt es sich, die Nullhypothese abzulehnen oder anzunehmen, je nachdem ob der berechnete F -Wert größer oder kleiner als der kritische F_S -Wert ist. Bei einem Testergebnis

$$F > F_S$$

hat man von der Wirkung eines systematischen Fehleranteils, der sich von Periode zu Periode ändert, überzeugt zu sein. Sein mittlerer Fehler kann nach der Formel [10]

$$(76) \quad m_{\gamma}^2 = \frac{[\bar{P}] f^*}{[\bar{P}]^2 - [\bar{P}^2]} \{ (m^*)^2 - (\bar{m}_0^*)^2 \}$$

berechnet werden. Damit besteht schließlich auch noch die Möglichkeit, bei einer wiederholten Mittelbildung die Gewichte a posteriori zu benutzen. Folgende Formel gilt zur Berechnung dieser Gewichte der Periodenmittel:

$$(77) \quad \frac{\bar{P}_{AB}}{P_h} = \frac{\text{const}}{\frac{(\bar{m}_0^*)^2}{\bar{P}_{AB}} + m_{\gamma}^2} .$$

Wegen der Voraussetzung der Normalität wird in der Fachliteratur teilweise gefordert, daß der F -Test nur dann vorgenommen werden darf, wenn nachstehende Bedingungen erfüllt sind:

- Normalverteilung der Einzelwerte jeder Periode bzw. Gruppe und
- Homogenität der empirischen Varianzen der Perioden bzw. Gruppen.

Dieses Problem ist näher untersucht worden. Auf Grund der dazu veröffentlichten Untersuchungsergebnisse [59, 62] brauchen die genannten Forderungen jedoch nicht in aller Strenge eingehalten zu werden. Die Resultate der Abschnitte 5.3.1. und 5.3.2. lassen deswegen die Schlußfolgerung zu, daß der F -Test auf das Beobachtungsmaterial der Längenbestimmung unbedenklich angewendet werden kann.

In der oben angegebenen Weise wurden die Rechnungen unter Benutzung elektronischer Tischrechner ETR 220 und des elektronischen Kleinrechenautomaten SER 2c mit den in Tab. 20 zusammengestellten einzelnen Längenunterschieden durchgeführt. Zum Zwecke der Übersicht enthält Abb. 4 die graphische Darstellung der Einzelwerte für die Ausgleichungsvariante c) in Abhängigkeit von der Zeit. Überdies ist der günstigste Mittelwert für jeden Längenunterschied zwischen den beteiligten Stationen als Gerade eingezeichnet. Die Ergebnisse der Berechnungen werden in Tab. 24 mitgeteilt. Nachdem sich zeigte, daß im wesentlichen die gleichen Resultate nach den verschiedenen Gewichtsansätzen mit Ausnahme von

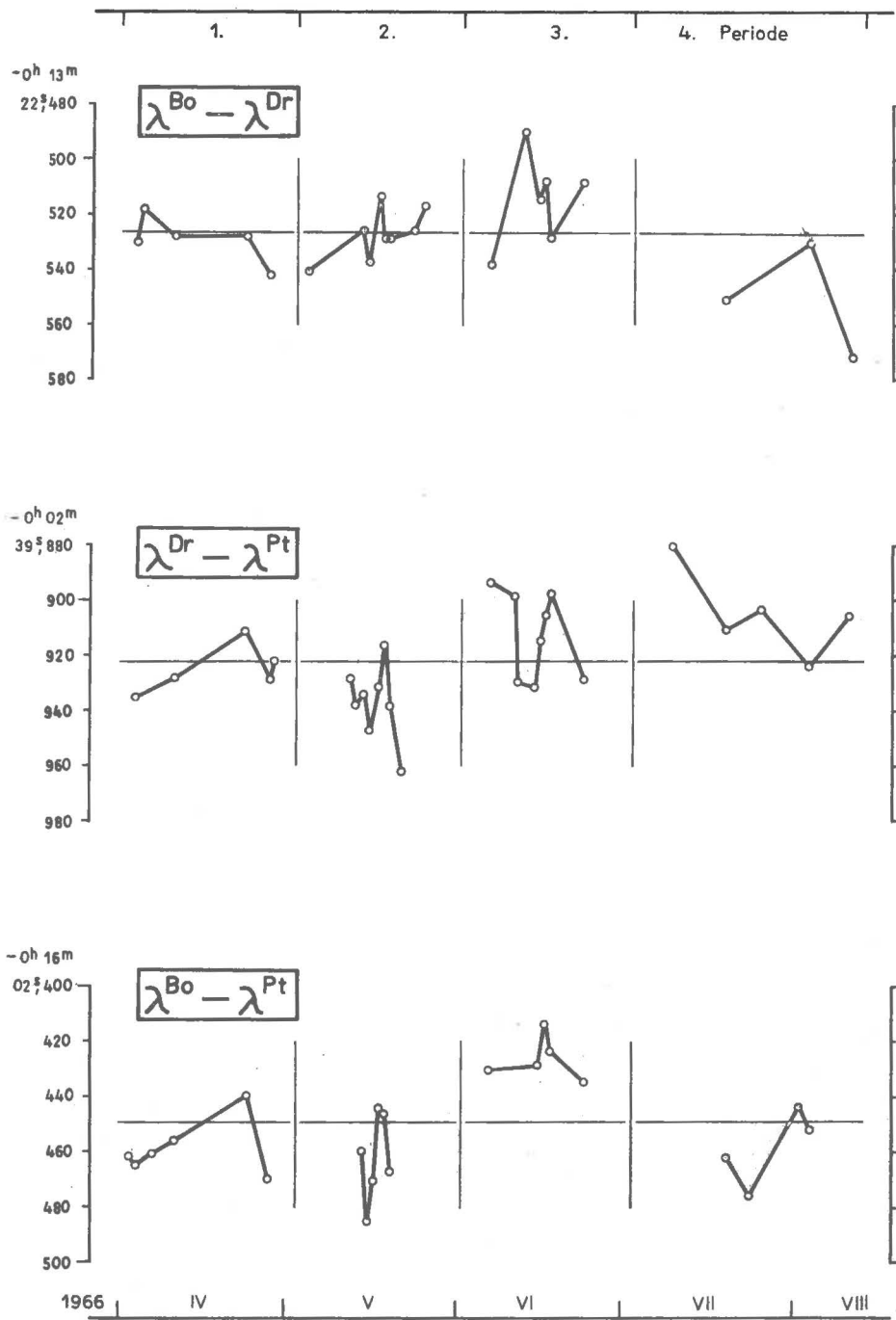


Abb. 4. Die Längenunterschiede für die Ausgleichsvariante c)

Tab. 24. Ergebnisse für die zweiseitigen Längenunterschiede

Var.	$\frac{A, B}{P}$	$\frac{w_c}{w_\lambda}$	$-c_{0,2}^P + c_{0,1}^P$	$-c_{0,1}^P + c_{0,3}^P$	$-c_{0,3}^P + c_{0,2}^P$	Bo-Dr	Dr-Pt	Bo-Pt	$\bar{\lambda}_{Bo} - \bar{\lambda}_{Dr}$	$\bar{\lambda}_{Dr} - \bar{\lambda}_{Pt}$	$\bar{\lambda}_{Bo} - \bar{\lambda}_{Pt}$
						$\frac{m_\lambda}{m_{0\lambda}}$	$\frac{m_\lambda}{m_{0\lambda}}$	$\frac{m_\lambda}{m_{0\lambda}}$			
1	2	3	4	5	6	7			8	9	10
a)	a	+16 +3	+162 ±33	-66 ±16	-96 ±13	±206 131	±183 138	±106 116	-0 ^h 13 ^m 22 ^s 5270 ± ⁴⁴ (28)	-0 ^h 02 ^m 39 ^s 9194 ± ³⁶ (27)	-0 ^h 16 ^m 02 ^s 4464 ± ²³ (25)
	$\frac{A}{P}$	+17 +15	+157 35	-64 15	-93 14	201 119	183 134	105 116	5272 ⁴³ (25)	9202 ³⁶ (26)	4474 ²³ (25)
	[p_j]	+17 +19	+161 33	-65 16	-96 13	206 130	183 137	102 116	5276 ⁴⁴ (28)	9200 ³⁶ (27)	4476 ²² (25)
	Q_{11}^{-1}	+18 +20	+162 33	-66 16	-96 13	206 131	183 137	101 116	5275 ⁴⁴ (28)	9200 ³⁶ (27)	4475 ²² (25)
	$\frac{const}{m_{\Delta U}^2}$	+1 +45	+169 33	-57 30	-116 10	191 127	174 142	112 116	5264 ⁴¹ (27)	9194 ³⁴ (28)	4458 ²⁴ (25)
b)	Q_{11}^{-1}	+18 +20	+163 34	-72 19	-91 15	210 125	168 136	103 116	5282 ⁴⁵ (27)	9191 ³³ (27)	4473 ²³ (25)
	$\frac{const}{m_{\Delta U}^2}$	+13 +52	+169 37	-57 28	-112 34	191 116	159 139	121 122	5273 ⁴¹ (25)	9191 ³¹ (27)	4464 ²⁷ (27)
c)	a	+16 +19	+158 39	-59 25	-99 19	215 130	203 139	115 124	5274 ⁴⁶ (28)	9221 ⁴⁰ (27)	4495 ²⁵ (27)
	[p_j]	+16 +19	+158 39	-59 24	-99 19	215 130	202 139	114 124	5274 ⁴⁶ (28)	9221 ⁴⁰ (27)	4495 ²⁵ (27)
	Q_{11}^{-1}	+16 +19	+158 38	-59 19	-99 19	216 130	204 139	115 124	5274 ⁴⁶ (28)	9220 ⁴⁰ (27)	4494 ²⁵ (27)
	$\frac{const}{m_{\Delta U}^2}$	-2 +53	+163 42	-42 35	-121 20	200 118	196 144	146 130	5261 ⁴³ (25)	9215 ³⁸ (28)	4476 ³² (28)
d)	Q_{11}^{-1}	+16 +19	+159 39	-60 24	-99 18	218 129	202 139	114 124	5275 ⁴⁷ (27)	9221 ⁴⁰ (27)	4496 ²⁵ (27)
	$\frac{const}{m_{\Delta U}^2}$	-1 +51	+166 43	-45 35	-121 18	205 119	198 143	149 129	5263 ⁴⁴ (25)	9217 ³⁹ (28)	4480 ³³ (28)

Einheit: 0,0001

$$\bar{p}_{hi}^{A,B} = \left(\frac{\text{const}^{A,B}}{m_{\Delta U}^2} \right)_{hi}$$

erhalten werden, wurde darauf verzichtet, die entsprechenden Rechnungen in vollem Umfang für alle Ausgleichungsvarianten vorzunehmen.

Die einzelnen Spalten der Tab. 24 enthalten:

- | | |
|----------|--|
| Spalte 1 | die Ausgleichungsvariante, |
| 2 | das gewählte Gewicht für die Ortszeit $\bar{p}^{A,B}$, |
| 3 | die verteilten Widersprüche w_c und w_λ , |
| 4, 5, 6 | die Unterschiede der konstanten persönlichen Fehleranteile und ihre mittleren Fehler, |
| 7 | die äußeren und inneren mittleren Fehler m_λ^* und $m_{o\lambda}^*$ eines Längenunterschiedes zwischen den beteiligten Stationen bei durchschnittlichem Gewicht, |
| 8, 9, 10 | die allgemeinen arithmetischen Mittel für die Längenunterschiede im SIR-System sowie die zugehörigen äußeren und inneren (eingeklammerte Werte) mittleren Fehler. |

Im Rahmen der gewählten statistischen Sicherheit

$$S = 0,999$$

konnte jeweils die Nullhypothese

$$H_0 (\sigma^* = \sigma_a^*)$$

angenommen werden, da stets

$$F < F_S$$

erhalten wurde. Die Folge davon war, daß die Weiterführung der Rechnungen, wie sie oben erwähnt ist, entfiel. Es wurde die Sicherheitswahrscheinlichkeit $S = 0,999$ vorgegeben, um keinesfalls eine richtige Hypothese zu Unrecht abzulehnen. Jedoch hat sich gezeigt, daß bei $S = 0,95$ noch dasselbe Testergebnis vorliegt.

Im voraus war die ausgezeichnete Übereinstimmung der Ergebnisse (Tab. 24) nicht zu vermuten. Das betrifft vor allem auch die Resultate für die einzelnen Ausgleichungsvarianten; kommt es doch in keinem Falle vor, daß die Abweichungen zwischen den Längenunterschieden außerhalb des Bereichs der mittleren Fehler liegen. Auf Grund der Ergebnisse des F-Testes muß sich die höhere äußere Genauigkeit für den Längenunterschied Borowiec - Potsdam ganz zufällig ergeben haben. Außerdem ist bemerkenswert, daß im Gegensatz zu den inneren Genauigkeiten der Zeitbestimmungsergebnisse für die Ausgleichungsvarianten (s. Abschnitt 5.3.3.) die ermittelten äußeren und inneren Genauigkeiten der Längenunterschiede keine gleichlau-

fenden Änderungen zeigen. Die Ergebnisse der Ausgleichsvariante b) sind gegenüber den übrigen geringfügig genauer.

Man darf den Totalfehler eines Längenunterschiedes vom Gewicht 1 $\sqrt{62}$

$$(78) \quad m_T^* = \sqrt{\frac{Q_0^* + Q^*}{F_0^* + f^*}}$$

berechnen, weil der F-Test zur Annahme der Nullhypothese führte. Die Schätzung für den fundamentalen mittleren Fehler σ^* wird nach Formel (78) mit der größten Anzahl von Freiheitsgraden durchgeführt. Darum stellt sie den zuverlässigsten Wert dar.

Gegenüber den Ergebnissen, die unter Zugrundelegung der Gewichte für die Ortssternzeiten

$$\bar{p}_{hi}^{A,B} = \left(\frac{\text{const}}{m_{\Delta U}^2} \right)_{hi}^{A,B}$$

erhalten wurden, sind die anderen Resultate vorzuziehen, da bei geringer oder auch hoher innerer Genauigkeit eines einzelnen Längenunterschiedes die äußere Genauigkeit nicht unbedingt ebenfalls diese Tendenz aufzuweisen braucht. Das gilt speziell für die Längenunterschiede der 1. Periode, deren Gewichte teilweise infolge des anfangs vorgekommenen Störeffektes bei den Potsdamer Hauptbeobachtungen (s. Abschnitt 5.1.3.) verhältnismäßig klein sind. Im Abschnitt 8.2. kommt den Ergebnissen der einseitigen Längenbestimmung mit den Gewichten

$$\bar{p}_{hi}^{A,B} = (Q_1^{-1})_{hi}^{A,B}$$

besondere Bedeutung zu. Schließlich gab letzteres den Ausschlag dafür, die entsprechenden Ergebnisse für die zweiseitigen Längenunterschiede als Endergebnisse (Tab. 25) zusammenzustellen. Hierbei beziehen sich die abgeleiteten Genauigkeitsangaben auf den Totalfehler m_T^* (Spalte 2). Die Größe $m_{T\lambda}^*$ ist der mittlere Fehler eines Längenunterschiedes zwischen den Stationen bei durchschnittlichem Gewicht. Unmittelbar unter den Längenunterschieden und ihren mittleren Fehlern der Ausgleichsvarianten sind in Tab. 25 auch die Korrekturen aufgenommen worden, die den Übergang vom SIR-System in das CIO-System ermöglichen. Es hat sich gezeigt, daß sie auch im Falle einer Reduktion auf das "System BIH 1968" (s. Abschnitt 6.1.) gelten. Bei einer statistischen Sicherheit für mittlere Fehler

$$S = 0,683$$

gelten die t_S -Werte der letzten Zeile. Damit sind die mittleren Fehler zu multiplizieren, um zu Vertrauensintervallen zu gelangen.

Tab. 25. Endergebnisse für die zweiseitigen Längenunterschiede

Var.	SIR-System		
	Bo-Dr	Dr-Pt	Bo-Pt
	m_T^*		
	$m_{T\lambda}^*$		
	$\frac{-Bo}{\lambda} - \frac{-Dr}{\lambda}$ $\frac{-Dr}{\lambda} - \frac{-Pt}{\lambda}$ $\frac{-Bo}{\lambda} - \frac{-Pt}{\lambda}$		
1	2		
	3		
	4		
	5		
a)	$\begin{matrix} +475 \\ 144 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +481 \\ 144 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +373 \\ 113 \end{matrix}$
b)	$\begin{matrix} 463 \\ 141 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 468 \\ 140 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 375 \\ 114 \end{matrix}$
c)	$\begin{matrix} 466 \\ 145 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 481 \\ 148 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 387 \\ 123 \end{matrix}$
d)	$\begin{matrix} 620 \\ 145 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 641 \\ 148 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 526 \\ 123 \end{matrix}$
CIO-System System BIH 1968			
S = 0,683 t_S			

$$\bar{p}^{A,B} = (Q_{11}^{-1})^{A,B}$$

Einheit: 0⁸,0001

8.2. Einseitige Längen

Der Gesamtfehler einer einzelnen Länge der Station A entsteht durch den Gesamtfehler der Ortssternzeit zu

$$(79) \quad e_{hi}^{A(Gr)} = -e_{hi}^A = -(\varepsilon_{hi}^* + c_o^* + \gamma_{hi}^*) = -(\varepsilon_{hi}^I + c_o^I + \gamma_{hi}^I)^A - (c_o^P + \gamma_{hi}^P)(.), \quad \bar{p}_{hi}^A.$$

Darin ist der persönliche Fehleranteil noch nicht speziell benannt. Das zugehörige Gewicht ist gleich dem der Ortssternzeit festzulegen, wofür die im Abschnitt 8.1. aufgeführten Ansätze gewählt werden können.

Mit den Gesamtfehlern von der Form der Gleichung (79) sind die in den Tab. 21 bis 23 enthaltenen Einzelwerte für die einseitigen Längen behaftet. In Abb. 5 sind dieselben für die Ausgleichungsvariante c) nach Registriersystemen zur Veranschaulichung dargestellt. Es besteht die nachfolgende Aufgabe darin, aus den einzelnen einseitigen Längen das günstigste Endergebnis zu berechnen.

8.2.1. Allgemeine arithmetische Mittel

Bei der allgemeinen arithmetischen Mittelbildung wurde das zu bearbeitende Zahlenmaterial nach Registriersystemen getrennt behandelt. Ferner erfolgten die Rechnungen unter Zuordnung von Gewichten für jede Länge entsprechend den obenstehenden Gewichtsansätzen.

Unabhängig von der betreffenden Beobachtungsperiode sind jeweils die für ein und dieselbe Länge ermittelten Einzelwerte im arithmetischen Mittel zusammengefaßt worden.

Im vorliegenden Falle hat man den mittleren Fehler der Gewichtseinheit nach der Formel

$$(80) \quad m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{p}vV)}{N - r}}$$

mit

r als Anzahl der Beobachtungsstationen, für welche Stationsmittel gebildet wurden,

zu berechnen. Die Verbesserungen sind hierbei die Abweichungen der Einzelwerte vom zugehörigen Stationsmittel. Wiederum bezeichnet N die Anzahl der beobachteten Gruppen. Zweckmäßigerweise werden folgende Abkürzungen gebraucht:

Größe	Zwischen den Gruppen
Summe der Verbesserungsquadrate	$Q = \sum_{i=1}^N (\bar{p}vV)$
Anzahl der Freiheitsgrade	$f = N - r$
Empirische Varianz	$m^2 = \frac{Q}{f}$

Gegenüber den mittleren Fehlern innerhalb der Gruppen - \bar{m}_0 - (s. Abschnitt 5.3.1.) sind die mittleren Fehler zwischen den Gruppen - m - als äußere Genauigkeiten anzusehen. Bei einer Prüfung der einzelnen Längen eines Registriersystems auf Homogenität muß allerdings beachtet werden, daß die Ergebnisse der Zeitbestimmungen auf Grund von Ausgleichungen nach vermittelnden Beobachtungen berechnet wurden. Bekanntlich ergeben sich hieraus die Gewichte der Ortszeiten

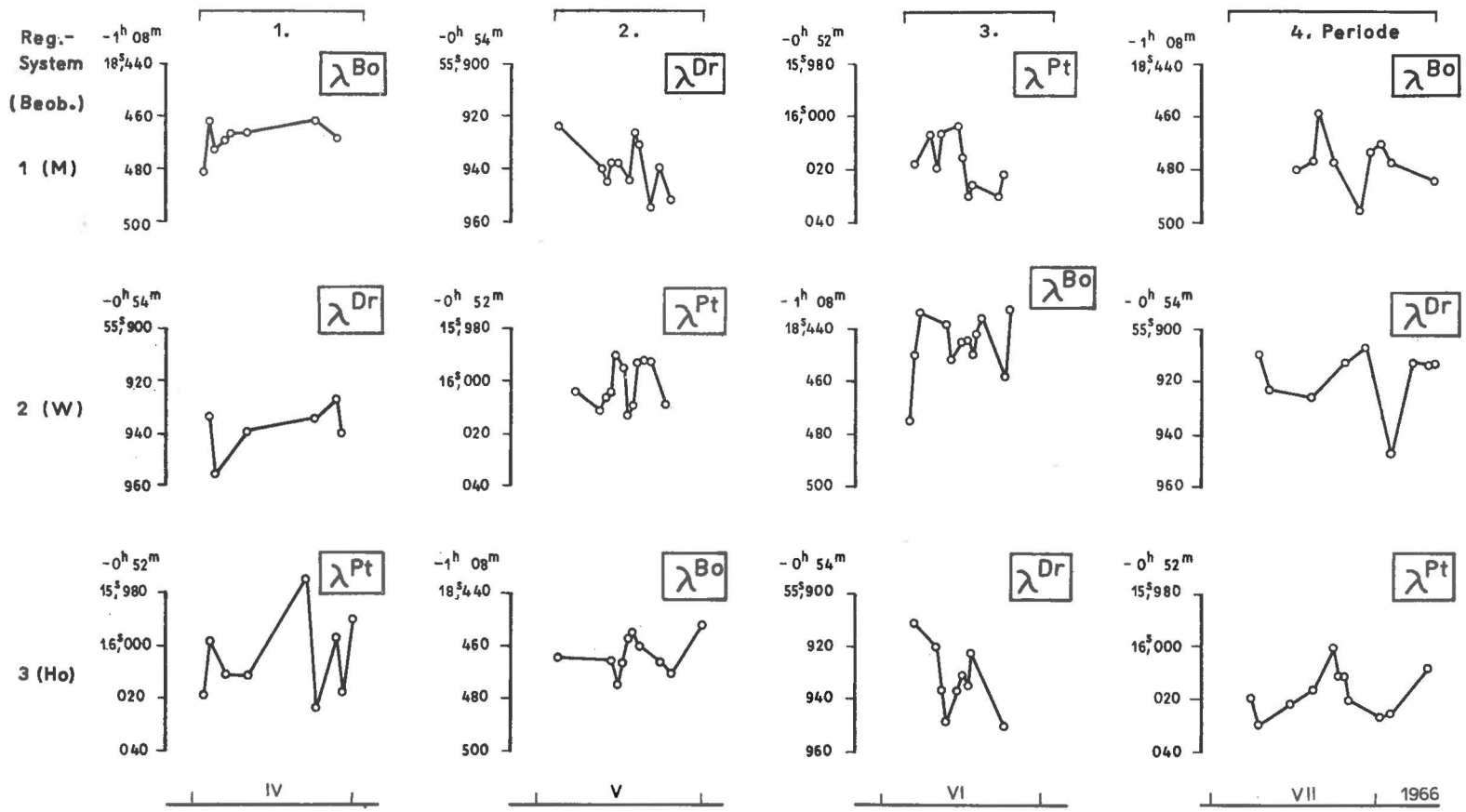
$$\bar{p}^A = (Q_1^{-1})^A.$$

Demzufolge darf der im Abschnitt 8.1. angewandte F-Test an dieser Stelle nur für den Fall vorgenommen werden, daß obengenannte Gewichte der Mittelbildung einschließlich der Fehlerrechnung zugrunde liegen [47]. Falls der erhaltene F-Wert der Prüfgröße

$$F = \frac{m^2}{\bar{m}_0^2}$$

die bei einer gewählten statistischen Sicherheit S geltende kritische Grenze F_S der

Abb. 5. Die Längen für die Ausgleichungsvariante c) nach Registrierensystemen



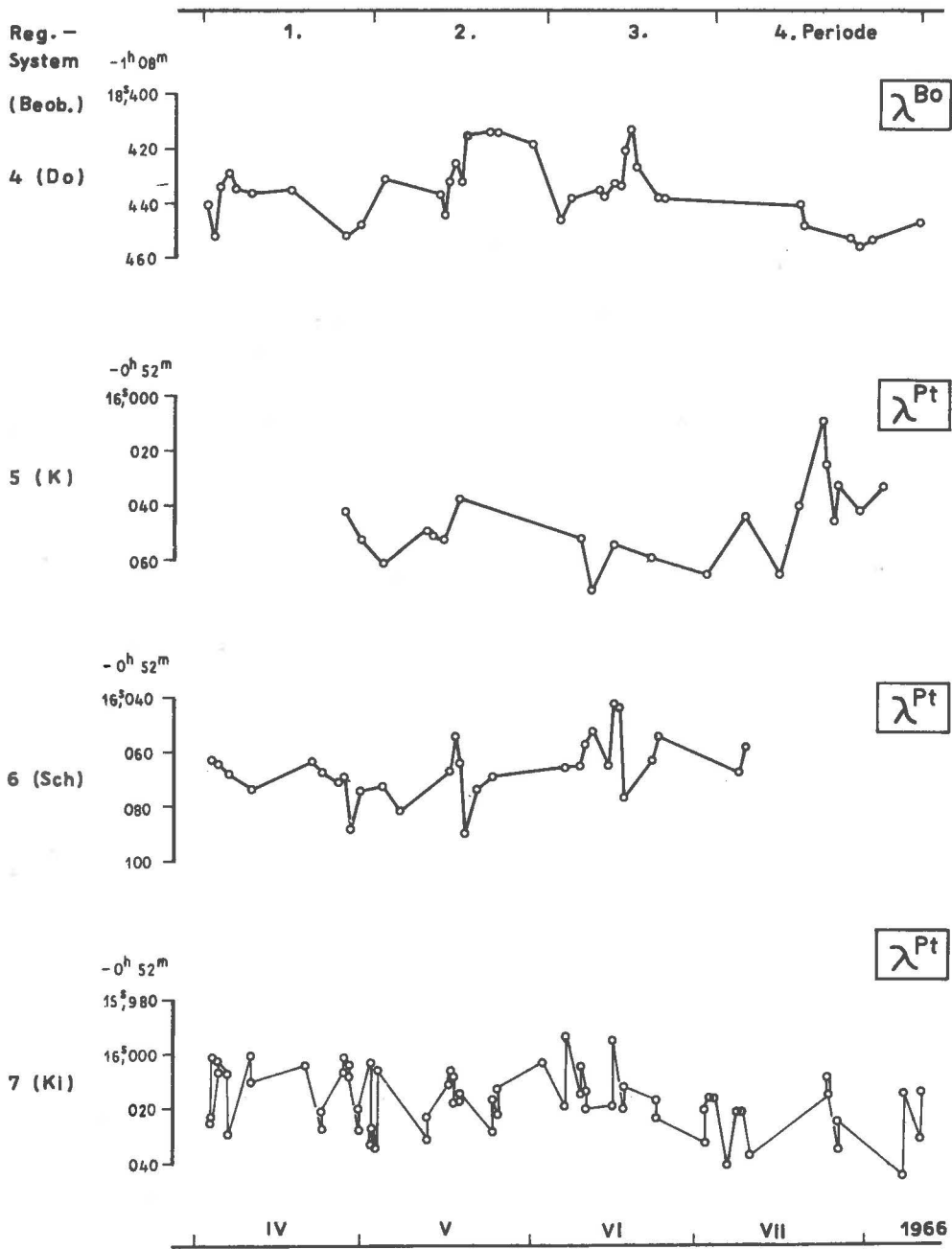


Abb. 5. (Fortsetzung)

F-Tabelle $\sqrt{59}$ für die Freiheitsgrade f und \bar{F}_0 überschreitet, wird die Nullhypothese abgelehnt. Dieses Ergebnis bedeutet gleichzeitig, daß veränderliche systematische Fehleranteile γ_i^I , die innerhalb der Gruppen nicht bemerkt werden können, vorhanden sind. Zur Schätzung des mittleren Fehlers dieser Fehleranteile dient $\sqrt{10}$

$$(81) \quad m_{\gamma_i^I}^2 = \frac{\left[\frac{\bar{p}}{p} \right] f}{\left[\frac{\bar{p}}{p} \right]^2 - \left[\frac{\bar{p}^2}{p^2} \right]} (m^2 - \bar{m}_0^2).$$

Bei einer erneuten Gewichts festlegung läßt sich somit der Einfluß des veränderlich-systematischen Gruppenfehlers berücksichtigen, indem

$$(82) \quad \bar{p} = \frac{\text{const}}{\frac{\bar{m}_0^2}{p} + m_{\gamma_i^I}^2}$$

gilt. Es ist am richtigsten, wenn man die arithmetischen Mittel unter Verwendung der Gewichte \bar{p} bildet.

Das arithmetische Mittel für den Gesamtfehler der Längen folgt aus dem Ausdruck (79). Bei den Längen der Hauptbeobachtungen lauten die Gleichungen beispielsweise für das Registriersystem 1

$$(83) \quad \begin{cases} e_{(1+4).}^{A(\text{Gr}),1} = -(\varepsilon_{(1+4).}^I + c_0^I + \gamma_{(1+4).}^I)^A - (c_0^P + \gamma_{(1+4).}^P)^{(1)} , \\ e_{2.}^{B(\text{Gr}),1} = -(\varepsilon_{2.}^I + c_0^I + \gamma_{2.}^I)^B - (c_0^P + \gamma_{2.}^P)^{(1)} , \\ e_{3.}^{C(\text{Gr}),1} = -(\varepsilon_{3.}^I + c_0^I + \gamma_{3.}^I)^C - (c_0^P + \gamma_{3.}^P)^{(1)} . \end{cases}$$

Indem man die Längenunterschiede bildet, ergibt sich deren Gesamtfehler von der Form

$$(84) \quad e_{-.}^{AB} = e_{h.}^{A(\text{Gr})} - e_{(h+1).}^{B(\text{Gr})} = e_{(h+1).}^B - e_{h.}^A .$$

Dementsprechend gilt hierbei speziell

$$\begin{aligned} e_{-.}^{AB,1} &= (\varepsilon_{2.}^I + c_0^I + \gamma_{2.}^I)^B - (\varepsilon_{(1+4).}^I + c_0^I + \gamma_{(1+4).}^I)^A + \gamma_{2.}^{P,1} - \gamma_{(1+4).}^{P,1} , \\ e_{-.}^{AB,2} &= (\varepsilon_{(1+4).}^I + c_0^I + \gamma_{(1+4).}^I)^B - (\varepsilon_{3.}^I + c_0^I + \gamma_{3.}^I)^A + \gamma_{(1+4).}^{P,2} - \gamma_{3.}^{P,2} , \\ e_{-.}^{AB,3} &= (\varepsilon_{3.}^I + c_0^I + \gamma_{3.}^I)^B - (\varepsilon_{2.}^I + c_0^I + \gamma_{2.}^I)^A + \gamma_{3.}^{P,3} - \gamma_{2.}^{P,3} . \end{aligned}$$

Wie ersichtlich, sind darin die konstanten persönlichen Fehleranteile nicht mehr enthalten, und die aus den Längenunterschieden der Registriersysteme 1 bis 3 berechneten Gesamtmittel kommen denen des Abschnittes 8.1. inhaltlich nahezu gleich.

Der im Abschnitt 5.3.4. gegebene Ausdruck (43) für den mittleren Gesamtfehler der Ortssternzeiten stimmt mit dem für den mittleren Gesamtfehler der einzelnen Längen überein, wie sich auf Grund ihrer Gesamtfehler gemäß Formel (79) zeigt. Dagegen ist der mittlere Gesamtfehler des arithmetischen Mittels für eine Länge $\sqrt{10}$

$$(85a) \quad \bar{m}_\lambda^2 = \frac{\bar{m}_0^2}{[\bar{p}]} + \frac{[\bar{p}^2]}{[\bar{p}]^2} m_{\gamma'}^2 + (c'_0)^2$$

oder abgekürzt geschrieben

$$(85b) \quad \bar{m}_\lambda^2 = \bar{m}_{\Delta U}^2 + \bar{m}_{\gamma'}^2 + (c'_0)^2 .$$

Für eine gewählte statistische Sicherheit S ergeben sich aus einer Tabelle der t-Verteilung $\sqrt{59}$ mit der Anzahl von Freiheitsgraden \bar{f}_0 und f die Fraktile

$$t_S(\bar{f}_0) \quad \text{und} \quad t_S(f) .$$

Sie dienen dazu, vom Anteil der einzelnen mittleren Fehler in Formel (85) zu Vertrauensintervallen der Komponenten überzugehen:

$$(86) \quad I_{\Delta U} = t_S(\bar{f}_0) \bar{m}_{\Delta U} , \quad I_{\gamma'} = t_S(f) \bar{m}_{\gamma'} .$$

Hiernach kann man das Vertrauensintervall des unbekanntem wahren Wertes für eine Länge bestimmen:

$$(87) \quad P \left\{ (\bar{\lambda} + c'_0) - \sqrt{I_{\Delta U}^2 + I_{\gamma'}^2} < \mu_\lambda < (\bar{\lambda} + c'_0) + \sqrt{I_{\Delta U}^2 + I_{\gamma'}^2} \right\} = S .$$

Durch die Berechnung der mittleren Fehler $m_{\gamma'}$ ist nunmehr auch die Möglichkeit gegeben, die konstanten systematischen Komponenten

$$c'_0 = c_0^I + c_0^P$$

nach der Formel (41) numerisch zu bestimmen und die arithmetischen Mittel für die Längen der Registriersysteme deswegen zu korrigieren. Dabei macht es sich zunächst erforderlich, jeden c'_0 -Wert des Hauptbeobachters mit dem des Parallelbeobachters auf den jeweiligen D-Wert (s. Tab. 12) abzugleichen. Ferner hat man als Verbesserung der Länge, die sich auf die 1. und 4. Periode bezieht, einen Mittelwert für c'_0 zu berechnen. Ist das geschehen, dann können die korrigierten Längen der Hauptbeobachtungen unmittelbar angegeben werden.

Im Falle, daß mehrere c'_0 -Werte durch verschiedene Parallelbeobachtungen zur Verbesserung einer Länge vorliegen, sind diese einfach zu mitteln. Da die verschiedenen Genauigkeitsgrade in die m_D^2 bzw. m_c^2 , und $m_{\gamma'}^2$ eingehen, braucht darauf in der Folge nicht geachtet zu werden.

Die korrigierten Längen der Haupt- und Parallelbeobachtungen sind voneinander abhängig. Daher sind nur aus den unkorrelierten Werten der Hauptbeobachtungen die korrigierten Gesamtmittel für die Länge von jeder Station zu bilden. Schließlich soll nicht unerwähnt bleiben, daß eine zahlenmäßige Trennung des konstanten systematischen Fehleranteils in die konstanten instrumentellen und persönlichen Komponenten leider nicht gelingt.

Soweit die Mittelbildung mit den verschiedenen Gewichten für dieselben Einzellängen vorgenommen wurde, führte das zu den gleichen Ergebnissen; ausgenommen sind davon lediglich die Resultate auf Grund des Gewichtsansatzes

$$\bar{p} = \frac{\text{const}}{m_{\Delta U}^2} .$$

Aus diesem Grunde werden in Tab. 26 auch nur die Ergebnisse mit den Gewichten

$$\bar{p} = Q_{11}^{-1} \quad \text{und} \quad \frac{\text{const}}{m_{\Delta U}^2}$$

aufgeführt. Hierbei gelten erstere bis auf den mittleren Fehler der Gewichtseinheit - m - ebenfalls als Resultate der Gewichtsvarianten

$$\bar{p} = a \quad \text{und} \quad [p_j] .$$

Für das Registriersystem 7 sind im gleichen Sinne an Stelle der Gewichte $\bar{p} = Q_{11}^{-1}$ näherungsweise die Gewichte $\bar{p} = [\sin^2 A]$ benutzt worden. Der äußere mittlere Fehler einer Länge bei durchschnittlichem Gewicht ist mit m_λ (Spalte 5) bezeichnet, wohingegen man den durchschnittlichen mittleren Fehler $\bar{m}_{\Delta U}$ der Tab. 11 als innere Genauigkeit zu sehen hat. Auch die gewogenen Mittel jeder Ausgleichungsvariante werden mitgeteilt. Zu ihrer Berechnung sind die $\bar{\lambda}$ -Werte der Registriersysteme 4 bis 7 einheitlich auf die Hauptbeobachtungspfeiler der Beobachtungsstationen (s. Abschnitte 2.2.3. und 5.3.4.) bezogen. Bemerkenswert muß noch werden, daß der Längenwert des Registriersystems 7 unabhängig von der Ausgleichungs- und Gewichtsvariante in allen Mitteln für $\bar{\lambda}^{\text{Pt}}$ berücksichtigt wurde.

Sind die systematischen Fehleranteile der einzelnen $\bar{\lambda}$ -Werte verschieden, so verhalten sie sich bei der Mittelbildung wie zufällige. Insofern wurden die mittleren Fehler der gewogenen Mittel auch auf Grund der Verbesserungen ermittelt, obwohl die Anzahl der Freiheitsgrade gering ist; denn eine bessere Möglichkeit bietet sich hierzu nicht.

Systematisch stehen die Resultate im System des SIR. Um auf das CIO-System oder das "System BIH 1968" (s. Abschnitt 6.1.) übergehen zu können, finden sich die betreffenden Korrekturen in den untersten beiden Zeilen der Tab. 26. Weitere Erläuterungen zu Tab. 26 erübrigen sich.

Tab. 26. Ergebnisse für die Längen

Var.	Reg.- System	\bar{p}	m	m_λ	SIR-System					
					$\bar{\lambda}^{Bo}$		$\bar{\lambda}^{Dr}$		$\bar{\lambda}^{Pt}$	
1	2	3	4	5	6		7		8	
					$-1^h 08^m 18^s$		$-0^h 54^m 55^s$		$-0^h 52^m 16^s$	
a)	1	Q_{11}^{-1}	± 320	± 97	4738	± 24	9414	± 29	0214	± 30
		const	108	95	4729	22	9409	28	0220	33
	2	$\frac{2}{m\Delta U}$	384	116	4489	34	9255	30	0057	33
			123	116	4495	29	9270	31	0055	39
	3		386	118	4630	37	9342	38	0132	27
			108	109	4639	32	9352	35	0159	26
	4		349	108	4911	18				
			106	98	4920	16				
	5		488	147					0057	32
			173	142					0056	31
	6		345	104					0217	19
			112	102					0224	19
	gew. Mittel				4765	92	9328	48	0094	40
					4716	92	9341	43	0098	42
b)	1		316	96	4741	24	9406	29	0220	30
			119	95	4730	22	9407	28	0227	35
	2		380	115	4490	33	9254	30	0060	33
			123	113	4494	29	9267	30	0050	35
	3		381	117	4626	36	9327	38	0134	27
			123	105	4646	29	9348	33	0152	27
	4		344	106	4915	18				
			102	96	4921	16				
	5		487	147					0059	32
			181	132					0062	29
	6		338	102					0219	19
			126	103					0221	19
	gew. Mittel				4767	93	9321	46	0096	40
					4730	87	9342	42	0103	41
c)	1		301	94	4731	23	9397	28	0181	30
			101	91	4725	22	9400	27	0194	30
	2		391	122	4465	35	9265	31	0019	35
			118	113	4466	31	9290	31	*9986	32
	3		382	121	4630	38	9323	39	0117	28
			116	113	4647	32	9344	34	0132	28
	4		369	118	4862	20				
			119	112	4859	19				
	5		456	143					0038	31
			152	129					0042	28
	6		345	109					0227	20
			117	112					0224	21
	gew. Mittel				4736	84	9322	40	0083	41
					4715	82	9345	33	0089	43
d)	1		406	95	4733	23	9397	28	0181	29
			101	92	4728	22	9401	27	0197	30
	2		518	121	4465	35	9264	32	0018	34
			116	111	4462	30	9290	31	*9987	31
	3		515	121	4630	38	9323	40	0117	27
			115	112	4648	32	9346	35	0131	27
	4		505	119	4861	20				
			119	112	4859	19				
	5		619	142					0038	31
			157	132					0042	29
	6		472	109					0227	20
			118	113					0227	21
	7	$[\sin^2 A]$	411	109					*9996	14
	gew. Mittel				4736	84	9322	40	0083	40
					4714	83	9346	33	0090	43
	CIO-System				+ 228		+ 222		+ 231	
	System BIH 1968				+ 114		+ 108		+ 117	

Einheit: 0,0001

Die Hypothese der Homogenität der Einzelwerte - ausgenommen ist das Datenmaterial, Ausgleichsvariante a) und b) des Registriersystems 4 - muß für die statistische Sicherheit $S = 0,999$ abgelehnt werden, wie Tab. 27 zeigt. Hierbei ergeben sich beide Ausnahmefälle wegen vergleichsweise geringerer innerer Genauigkeit (Tab. 9, Abb. 2). Das veranschaulicht auch die graphische Darstellung des äußeren mittleren Fehlers m in Abhängigkeit vom inneren mittleren Fehler \bar{m}_0 der Registriersysteme (Abb. 6). Somit wurden die minimalen F-Werte durch die hohe Variabilität innerhalb der Gruppen erhalten. Anders ist es beim Registriersystem 5, wo eine besonders große Variabilität zwischen den Gruppen maximale F-Werte zur Folge hat.

Tab. 27. Ergebnisse des F-Testes

Var.	Reg.-System	f	\bar{f}_0	F	F_S	Erg.	m_{y^*}
1	2	3	4	5	6	7	8
a)	1	35	767	2,12	1,96	$F > F_S$	\pm 69
	2	36	794	2,64	1,95	>	89
	3	36	784	2,09	1,95	>	82
	4	35	705	1,26	1,98	<!	49
	5	20	433	6,25	2,35	>	134
	6	29	614	2,43	2,07	>	80
b)	1		695	2,51	1,98	>	73
	2		727	2,84	1,96	>	90
	3		714	2,46	1,96	>	88
	4		643	1,58	1,98	<!	64
	5		396	7,34	2,36	>	136
	6		558	2,88	2,08	>	83
c)	1		629	2,72	1,98	>	72
	2		653	3,54	1,96	>	100
	3		641	2,82	1,96	>	93
	4		580	2,86	1,98	>	95
	5		356	7,25	2,37	>	132
	6		502	3,34	2,08	>	90
d)	1		629	2,58	1,98	>	72
	2		653	3,38	1,96	>	98
	3		641	2,61	1,96	>	92
	4		580	2,90	1,98	>	96
	5		356	6,88	2,37	>	132
	6		502	3,23	2,08	>	91
-	7	63	1302	1,94	1,70	>	76

Einheit für m_{y^*} : 0⁸,0001

Empirisch hat BUSCHMANN [15] den Zusammenhang zwischen der äußeren und der inneren Genauigkeit untersucht. Er kam zu dem Ergebnis, daß der äußere mittlere Fehler fast eine lineare Funktion des inneren mittleren Fehlers ist. Ohne die diskutierten Fälle ist solch eine Tendenz in Abb. 6 deutlich zu erkennen. Von Variante a) nach c) sieht das Testergebnis der Ungleichung

$$F > F_S \quad \text{bzw.} \quad F < F_S$$

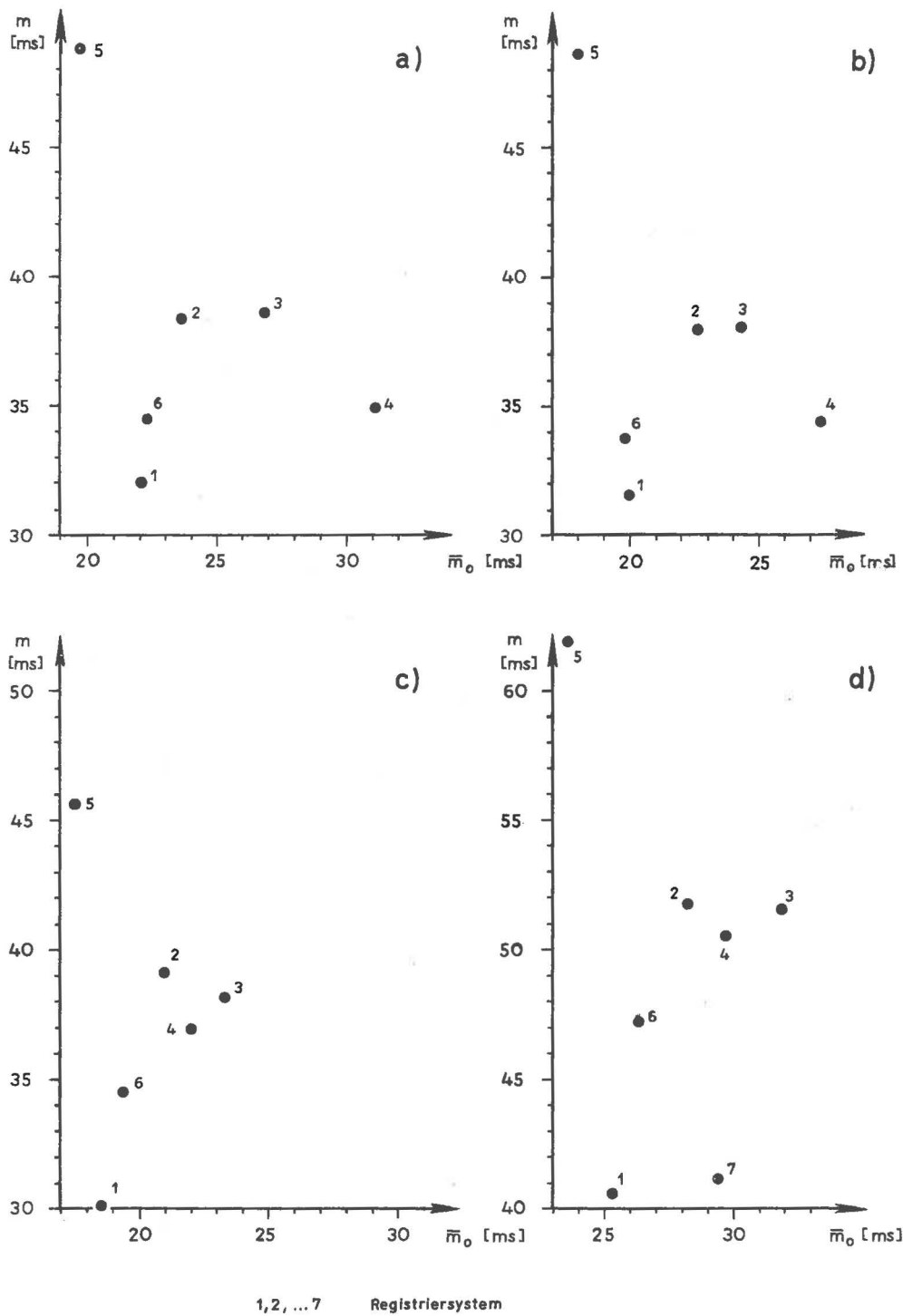


Abb. 6. Der äußere mittlere Fehler in Abhängigkeit vom inneren mittleren Fehler

jeweils ungünstiger aus. Da die äußere Genauigkeit nicht ebenso wie die innere ansteigt, ändern sich die F -Werte merklich, während die F_S -Werte nahezu gleich bleiben.

Auf Grund der in den Abschnitten 5.1.1. und 5.3.3. gegebenen Ausführungen wäre es ungerechtfertigt, die Nullhypothese für die obengenannten Ausnahmen wegen der Ergebnisse des F -Testes als richtig anzusehen. Daher ist die Berechnung des systematischen mittleren Fehlers m_{μ} für das gesamte Datenmaterial der Registriersysteme vorgenommen worden. Spalte 8 der Tab. 27 enthält die ermittelten Werte.

Soweit eine arithmetische Mittelbildung mit den Gewichten a posteriori (82) probeweise durchgeführt wurde, ergaben sich maximale Unterschiede zu den vorher bestimmten Ergebnissen von $\pm 0,0003$. Eine Änderung der aus den mittleren Gewichtseinheitsfehlern abgeleiteten Genauigkeiten trat nicht ein. Die Prüfung der inneren und der systematischen mittleren Fehler im Hinblick auf damit zu berechnende Vertrauensgrenzen unter Benutzung der Gleichungen (85) bis (87) zeigte, daß für die statistische Sicherheit für mittlere Fehler $S = 0,683$ unmittelbar der von den äußeren mittleren Fehlern eingeschlossene Bereich als Vertrauensintervall der allgemeinen arithmetischen Mittel für die Längen gelten kann. Diese Tatsache ist auf die große Anzahl der Freiheitsgrade (s. Tab. 27) zurückzuführen.

In Tab. 28 sind die Ergebnisse für die einseitigen Längenunterschiede der Hauptbeobachtungen zusammengestellt. Ihre Berechnung erfolgte mit den Angaben der Tab. 26. Jeweils unter den Einzelwerten der Registriersysteme 1 bis 3 stehen die arithmetischen Mittel. Die zugehörigen mittleren Fehler wurden nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ermittelt. Daneben sind zum Vergleich auch die Genauigkeiten der arithmetischen Mittel aus der Streuung der Einzelwerte berechnet worden. Um diese Zahlenwerte zu kennzeichnen, sind sie eingeklammert angegeben. Wegen der geringen Anzahl von Freiheitsgraden sollen dieselben nur zur Kontrolle dienen. Sie bestätigen, daß die durch Fehlerübertragung erhaltenen mittleren Fehler real sind.

Aus den gewogenen Mitteln für die $\bar{\lambda}$ der Tab. 26 wurden die Längenunterschiede ebenfalls gebildet. Diese Werte sind in den beiden Zeilen mit der Bezeichnung "gewogene Mittel" aufgeführt. Ihre mittleren Fehler erreichen beachtliche Beträge. Das ist auch verständlich, da sie den Einfluß systematischer Fehleranteile mit enthalten.

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, daß nur in Tab. 25 bzw. 26 die Korrekturen wegen des Übergangs auf die anderen Bezugssysteme (s. Abschnitt 6.1.) angegeben sind. Ferner sollen die Ergebnisse für die Gewichtsvariante

$$\bar{p}_{A,B} = (Q_1^{-1})_{A,B}$$

mit der gleichen Begründung, wie im Abschnitt 8.1. dargelegt, als Endergebnisse gelten.

Tab. 28. Ergebnisse für die einseitigen Längenunterschiede

Var.	Reg.- System	\bar{p}	$\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Dr}}$	$\bar{\lambda}^{\text{Dr}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}}$	$\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}}$									
1	2	3	4	5	6									
a)	1	Q_{11}^{-1}	$-0^{\text{h}}13^{\text{m}}22^{\text{s}}$		$-0^{\text{h}}02^{\text{m}}39^{\text{s}}$		$-0^{\text{h}}16^{\text{m}}02^{\text{s}}$							
			5324	± 38	9200	± 42	4524	± 38						
			5320	36	9189	43	4509	40						
	2	$\frac{\text{const}}{2}$	5234	45	9198	45	4432	47						
			5225	42	9215	50	4440	49						
	3	$\frac{m^2}{\Delta U}$	5288	53	9210	47	4498	46						
5287			47	9193	44	4480	41							
Mittel			5281	26(27)	9203	26(04)	4485	25(27)						
			5277	24(30)	9199	26(03)	4478	25(20)						
gew. Mittel			5437	104	9234	62	4671	100						
			5375	102	9243	60	4618	101						
b)	1	Q_{11}^{-1}	5335		38		9186		42		4521		38	
			5323		36		9180		45		4503		41	
			5236		45		9194		45		4430		47	
	2	$\frac{\text{const}}{2}$	5227		42		9217		46		4444		45	
			5299		52		9193		47		4492		45	
	3	$\frac{m^2}{\Delta U}$	5298		44		9196		43		4494		40	
Mittel			5289	26(30)	9191	26(02)	4482	25(26)						
			5286	23(29)	9197	26(10)	4483	24(18)						
gew. Mittel			5446	104	9225	61	4671	101						
			5388	97	9239	59	4627	96						
c)	1	Q_{11}^{-1}	5334		36		9216		41		4550		38	
			5325		35		9206		40		4531		37	
			5200		47		9246		47		4446		50	
	2	$\frac{\text{const}}{2}$	5176		44		9304		45		4480		45	
			5307		54		9206		48		4513		47	
	3	$\frac{m^2}{\Delta U}$	5303		47		9212		44		4515		43	
Mittel			5278	26(42)	9223	27(17)	4504	26(30)						
			5270	24(47)	9242	25(32)	4509	24(15)						
gew. Mittel			5414	93	9239	57	4653	93						
			5370	88	9256	54	4626	93						
d)	1	Q_{11}^{-1}	5336		37		9216		41		4552		37	
			5327		35		9204		40		4531		37	
			5201		47		9246		47		4447		49	
	2	$\frac{\text{const}}{2}$	5172		43		9303		44		4475		43	
			5307		55		9206		48		4513		47	
	3	$\frac{m^2}{\Delta U}$	5302		47		9215		44		4517		42	
Mittel			5279	26(43)	9224	27(12)	4505	26(30)						
			5269	24(49)	9242	25(32)	4508	24(17)						
gew. Mittel			5414	93	9239	57	4653	93						
			5368	89	9256	54	4624	93						

SIR-System

Einheit: 0,0001

In Tab. 29 sind die konstanten systematischen Fehlerkomponenten c'_0 , die auf Grund der systematischen Unterschiede der Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen berechnet wurden, verzeichnet. Ohne Mühe läßt sich erkennen, welchen Registriersystemen die Werte zuzuordnen sind, da im Kopf der Tabelle der Strich der Größe c'_0 für jede Spalte durch die oder das jeweils geltende Registriersystem ersetzt ist. Rechts neben jeder Wertereihe der Hauptbeobachter stehen die darauf bezüglichen Angaben für den betreffenden Parallelbeobachter. Es ergaben sich drei Wertereien der $c'_0(3,2,1)$ für die Station

Tab. 29. Ergebnisse für die konstanten systematischen Fehlerkomponenten

Station		Bo		Pt						
Per.	Var.	$c_o^{(1,3,2)}$	$c_o^{(4)}$	$c_o^{(3,2,1)}$	$c_o^{(5)}$	$c_o^{(3,2,1)}$	$c_o^{(6)}$	$c_o^{(3,2,1)}$	$c_o^{(7)}$	$\bar{c}_o^{(3,2,1)}$
1 u. 4	a)	-118	+126	+46	-14	- 34	+ 34	+ 58	- 62	+23
	b)	120	124	46	16	32	34	56	66	23
	c)	118	103	40	20	45	46	50	50	15
	d)	118	102	40	20	46	46	50	50	15
2	a)	- 92	+109	+ 7	- 7	- 95	+102	+ 54	- 56	-11
	b)	98	111	+ 9	+ 9	95	101	47	68	13
	c)	76	64	+ 0	+ 0	124	130	36	36	29
	d)	80	59	0	0	126	130	36	36	30
3	a)	-199	+208	+11	-10	+ 34	- 33	+129	-126	+58
	b)	203	210	+10	9	34	33	132	131	59
	c)	185	186	- 5	+ 4	14	13	114	112	41
	d)	185	186	- 3	+ 3	14	14	114	112	42

Einheit: 0,0001

Potsdam wegen der drei Parallelbeobachter. Hieraus wurden die in der letzten Spalte aufgeführten Mittelwerte $\bar{c}_o^{(3,2,1)}$ erhalten.

Tab. 30 weist die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längen der Hauptbeobachtungen aus. Unmittelbar unter den Einzelwerten der Registriersysteme 1 bis 3 sind für jede Ausgleichungsvariante die allgemeinen arithmetischen Mittel der Längen gegeben. Ihre mittleren Fehler wurden aus den Verbesserungen der Einzelwerte berechnet. Daneben sind die Längen von der Station Dresden (Spalte 4) unkorrigiert enthalten. Die aus all diesen Längenwerten hervorgehenden Längenunterschiede finden sich in den Spalten 6 bis 8 derselben Tabelle. Wie vorher (Tab. 28) werden sowohl die gemittelten Längenunterschiede der drei Registriersysteme (obere Zeile) als auch die Ergebnisse auf Grund der Mittelwerte der Längen selbst (untere Zeile) als Mittelwerte angegeben. Die Genauigkeitsmaße der erstgenannten Werte sind die aus den Verbesserungen berechneten mittleren Fehler, während diejenigen der letztgenannten durch Fehlerübertragung erhalten wurden.

8.2.2. Das Verfahren der Regressionsanalyse nach SCHÄDLICH

Das einfachste mathematische Modell liegt den Berechnungen endgültiger Längen im Abschnitt 8.2.1. zugrunde. Daran ist die Voraussetzung geknüpft, daß die verwendeten Einzelwerte λ_i jedes Registriersystems homogen sind. Es sollte sich also um unabhängige, normalverteilte, zufällige Elemente handeln [44]. Gesetzt den Fall, daß die Prüfung der Elemente auf Homogenität negativ ausfällt, wird von SCHÄDLICH [44, 45, 37] vorgeschlagen, an Stelle von

$$(88) \quad \lambda_i + v_i = \frac{[\bar{p}_i \lambda_i]}{[\bar{p}_i]} = \bar{\lambda}$$

ein statistisch gesichertes Regressionspolynom n-ten Grades

Tab. 30. Ergebnisse für die Längen und Längenunterschiede, korrigiert wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten

$$\bar{p} = Q_{11}^{-1}$$

SIR-System

Var.	Reg.- System	$\bar{\lambda}_{Bo}$ korr.	$\bar{\lambda}_{Dr}$	$\bar{\lambda}_{Pt}$ korr.	$\bar{\lambda}_{Bo}$ korr. - $\bar{\lambda}_{Dr}$	$\bar{\lambda}_{Dr}$ - $\bar{\lambda}_{Pt}$ korr.	$\bar{\lambda}_{Bo}$ korr. - $\bar{\lambda}_{Pt}$ korr.
1	2	3	4	5	6	7	8
a)	1	$-1^h 08^m 18^s$ 4856	$-0^h 54^m 55^s$ 9414	$-0^h 52^m 16^s$ 0156	$-0^h 13^m 22^s$ 5442	$-0^h 02^m 39^s$ 9258	$-0^h 16^m 02^s$ 4700
	2	4688	9255	0068	5433	9187	4620
	3	4722	9342	0109	5380	9233	4613
	Mittel	4768 ± 54	9328 ± 48	0108 ± 23	5422 ± 18 5440 ± 72	9223 ± 21 9220 ± 53	4644 ± 28 4660 ± 59
b)	1	4861	9406	0161	5455	9245	4700
	2	4693	9254	0073	5439	9181	4620
	3	4724	9327	0111	5397	9216	4613
	Mittel	4772 ± 54	9321 ± 46	0112 ± 23	5434 ± 16 5451 ± 71	9212 ± 18 9209 ± 51	4644 ± 28 4660 ± 59
c)	1	4849	9397	0140	5452	9257	4709
	2	4650	9265	0048	5385	9217	4602
	3	4706	9323	0102	5383	9221	4604
	Mittel	4749 ± 62	9322 ± 40	0096 ± 24	5409 ± 23 5427 ± 74	9230 ± 12 9226 ± 47	4638 ± 35 4653 ± 66
d)	1	4851	9397	0139	5454	9258	4712
	2	4650	9264	0048	5386	9216	4602
	3	4710	9323	0102	5387	9221	4608
	Mittel	4751 ± 63	9322 ± 40	0095 ± 24	5411 ± 23 5429 ± 75	9230 ± 13 9227 ± 47	4641 ± 36 4656 ± 67

Einheit: $0^s, 0001$

$$(89) \lambda_i + v_i = \bar{\lambda} + c_1 t_i + c_2 t_i^2 + \dots + c_n t_i^n$$

als Modell zu benutzen. Dabei sind

das Glied nullter Ordnung $\bar{\lambda}$

und die Entwicklungskoeffizienten c_k ($k = 1, 2, \dots, n$)

nach der Methode der kleinsten Quadrate zu schätzen. Als fehlerfrei gegeben darf man den Zeitparameter t_i ansehen. Im vorgegebenen Zeitintervall $t_1 \leq t_i \leq t_N$ handele es sich um eine stetige Ersatzfunktion.

Das Datenmaterial der Registriersysteme soll demnach wie im Abschnitt 8.2.1. separat bearbeitet werden. Hieraus folgt, daß der Ausdruck

$$\sum_{k=1}^n c_k t_i^k$$

die zeitlichen Änderungen der jeweiligen Systemgleichung beinhaltet. Andererseits sind die wahre Länge und alle systematischen Fehleranteile für die gewählte Bezugsepoche in der Größe $\bar{\lambda}$ enthalten.

$$S = 0,999$$

zu wählen. Hierdurch ist es möglich, eine untere Grenze für den Grad des Polynoms abzu-
stecken. Dennoch darf man nicht erwarten, daß das gewünschte Testergebnis in jedem Falle
erzielt wird. Für die empirische Varianz m^2 existiert eine bestimmte untere Grenze. Das
kann zur Folge haben, daß die Stichprobenfunktion F einen beliebig großen endlichen Wert
annimmt, wenn der innere mittlere Fehler entsprechend klein ist. Also besteht die Möglich-
keit, für alle $n < N - r$

$$F > F_S$$

zu erhalten. Durch einen derartigen Sachverhalt zeigt sich der enge Zusammenhang zwischen
Meßtechnik und Fehlertheorie.

Aus Abschnitt 8.2.1. folgt, daß das gesamte Datenmaterial der Registriersysteme inhomogen
ist. Deswegen ließ sich das Verfahren der Regressionsanalyse ausnahmslos anwenden.
Hierbei wurden die Rechnungen im wesentlichen mit Hilfe des Zeiss-Rechenautomaten ZRA 1
ausgeführt.

Wie sich zeigte, versagte der F-Test in den meisten Fällen. Es wäre angebracht, unter
solchen Umständen die Längen wegen systematischer Fehlereinflüsse wenigstens teilweise re-
duzieren zu können, wodurch die äußere Genauigkeit gesteigert würde. Im Abschnitt 5.3.3.
wurde dieses Problem auch schon angeschnitten und erwähnt, daß dazu noch eingehende For-
schungen erfolgen müssen.

Für Untersuchungen zum F-Test ist das Regressionspolynom meistens bis zu den Gliedern
der 4. Potenz erweitert worden. Erfüllte sich das obengenannte Kriterium nicht, so wurde
dasjenige Polynom als zuzuordnendes mathematisches Modell ausgewählt, bei dem die empiri-
sche Varianz m^2 ein erstes Minimum erreichte. Das wurde deshalb als zweckmäßig angese-
hen, weil ein einfacherer Anhaltspunkt nicht gegeben ist und die Untersuchungsergebnisse
die danach getroffene Festlegung durchaus rechtfertigen. In Tab. 31 ist zusammengestellt,
welcher Grad der Regressionspolynome sich jeweils für die Registriersysteme und Ausglei-
chungsvarianten ergab. Für den Fall, daß

$$F < F_S$$

erhalten wurde, ist zu dessen Kennzeichnung ein eingeklammertes Ausrufezeichen beigefügt.

Tab. 31. Der Grad der Regressionspolynome

Reg.- System	Ausgleichungsvariante			
	a)	b)	c)	d)
1	1 (1)	2	2	2
2	1 (1)	1	1	1
3	1 (1)	1	1	1
4	2	2	2	2
5	2	2	2	2
6	1 (1)	1	3	3
7	-	-	-	1

Beim Registriersystem 4 fanden die Testergebnisse für die Varianten a) und b) keine Beachtung. Vielmehr ist in diesen Fällen die Entscheidung über das zu wählende Polynom nur nach dem Minimumsprinzip getroffen worden.

Die Zusammenstellung der Ergebnisse der Berechnungen mit den jeweils zugrunde gelegten Regressionspolynomen ist in Tab. 32 aufgeführt. Hierzu sei bemerkt, daß auch die Entwicklungskoeffizienten c_x ($x = 1, 2, 3, \dots, n$) und ihre mittleren Fehler angegeben sind. Bei näherer Betrachtung der mittleren Fehler der "gemessenen" Längen fallen diejenigen der $\bar{\lambda}^{Bo}$ des Registriersystems 1 für die Varianten b) bis d) auf. Die verschiedenen Rechnungen für die Längenbestimmungen mit Stationswechsel haben ergeben, daß die Genauigkeit der Länge von der Ausgangs- (und End-) Station sprunghaft abnimmt, wenn an die Stelle des Regressionspolynoms 1. Grades ein Polynom 2. Grades tritt. Im übrigen ist ein allmählich wachsender Genauigkeitsverlust durch gradatim erfolgende Erweiterung des Regressionspolynoms wie bei den Ergebnissen der Längenbestimmungen ohne Stationswechsel zu verzeichnen. Für jede Ausgleichungsvariante wurde die Bildung der gewogenen Mittel entsprechend derjenigen im Abschnitt 8.2.1. vorgenommen. Die erhaltenen Resultate stehen jeweils unter den Einzelwerten der Registriersysteme.

Aus Tab. 33 sind die Ergebnisse für die Längenunterschiede zu ersehen, die unter Zugrundelegung des Datenmaterials der Tab. 32 berechnet wurden. Die Längenunterschiede der Registriersysteme sind Funktionen der aus der Ausgleichung hervorgegangenen Längen. Deswegen durften das Fehlerfortpflanzungsgesetz und das Gewichtsfortpflanzungsgesetz nicht angewandt werden. Vielmehr ergab sich durch Anwendung der TIENSTRASchen Regel für die Gewichtsreziproken der Längenunterschiede

$$(91) \quad Q_{\Delta\lambda}^{AB} = Q_{\lambda\lambda}^A - 2 Q_{\lambda\lambda}^{AB} + Q_{\lambda\lambda}^B,$$

wobei

$Q_{\lambda\lambda}^{A,B}$ die Gewichtskoeffizienten der Längen $\bar{\lambda}^{A,B}$ und
 $Q_{\lambda\lambda}^{AB}$ den zugehörigen gemischten Koeffizienten

bedeuten. Damit erhält man den mittleren Fehler zu

$$(92) m_{\Delta\lambda} = m \sqrt{Q_{\Delta\lambda}^{AB}}$$

Im übrigen wurde wie im Abschnitt 8.2.1. verfahren. Das bedeutet allerdings, daß eine Korrelation der gewogenen Mittel der Tab. 32 bei der Fehlerrechnung für deren Längenunterschiede unberücksichtigt blieb.

Tab. 32. Ergebnisse der Längenbestimmung nach dem Verfahren der Regressionsanalyse

$p = Q_{11}^{-1}$

SIR-System

Var.	Reg.-System	m	$\bar{\lambda}^{Bo}$	$\bar{\lambda}^{Dr}$	$\bar{\lambda}^{Pt}$	c ₁		c ₂		c ₃
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a)			$-1^h 08^m 18^s$	$-0^h 54^m 55^s$	$-0^h 52^m 16^s$					
	1	+299	4740 ± 22	9435 ± 28	0205 ± 29	- 66 ± 27				
	2	326	4506 29	9274 26	0018 30	+123 32				
	3	369	4651 36	9333 37	0128 26	- 71 34				
	4	297	4870 21			- 47 28	-151 ± 44			
	5	412			0171 48	- 2 67	+371 149			
	6	321			0192 21	+ 97 42				
	gew. Mittel			4719 77	9339 48	0092 38				
b)										
	1	288	4643 74	9417 28	0206 28	- 82 27	-143 ± 100			
	2	332	4506 29	9272 27	0024 30	+115 33				
	3	361	4648 35	9318 36	0129 25	- 74 33				
	4	289	4875 20			- 79 27	-148 43			
	5	411			0137 47	- 4 66	+374 148			
	6	318			0196 20	+ 90 41				
	gew. Mittel			4710 92	9326 43	0094 38				
c)										
	1	287	4651 76	9406 29	0170 29	- 66 28	-116 104			
	2	332	4482 30	9285 27	*9978 32	+128 33				
	3	362	4652 37	9314 37	0112 26	- 78 34				
	4	305	4808 22			- 73 30	-186 47			
	5	380			0150 46	+ 2 64	+361 143			
	6	299			0184 27	+244 75	-239 195	-485 ± 219		
	gew. Mittel			4674 79	9328 36	0067 35				
d)										
	1	385	4648 75	9405 29	0170 28	- 66 28	-124 103			
	2	440	4482 30	9284 27	*9978 31	+129 34				
	3	489	4652 37	9313 38	0112 26	- 76 34				
	4	414	4806 22			- 74 30	-190 74			
	5	516			0148 45	+ 5 64	+356 142			
	6	410			0184 27	+245 75	-244 195	-491 ± 220		
	7	394			0004 13	- 59 23				
gew. Mittel			4673 78	9327 36	0067 34					

Einheit: 0,0001

Tab. 33. Ergebnisse für die Längenunterschiede nach dem Verfahren der Regressionsanalyse

$$\bar{p} = Q_{11}^{-1}$$

SIR-System

Var.	Reg.-System	$\bar{\lambda}^{Bo} - \bar{\lambda}^{Dr}$	$\bar{\lambda}^{Dr} - \bar{\lambda}^{Pt}$	$\bar{\lambda}^{Bo} - \bar{\lambda}^{Pt}$
1	2	3	4	5
a)		$-0^h13^m22^s$	$-0^h02^m39^s$	$-0^h16^m02^s$
	1	5305 ± 34	9230 ± 41	4535 ± 36
	2	5232 ± 38	9256 ± 41	4488 ± 43
	3	5318 ± 52	9205 ± 45	4523 ± 45
	Mittel gew. M.	5282 23(27) 5380 91	9230 25(15) 9247 61	4517 24(14) 4627 86
b)	1	5226 72	9211 40	4437 76
	2	5234 39	9248 42	4482 43
	3	5330 52	9189 44	4519 44
	Mittel	5267 29(33)	9216 25(18)	4495 29(19)
	gew. M.	5384 102	9232 57	4616 100
c)	1	5245 74	9236 41	4481 78
	2	5197 40	9307 43	4504 45
	3	5338 53	9202 45	4540 46
	Mittel	5253 21(46)	9248 25(32)	4519 30(15)
	gew. M.	5346 87	9261 50	4607 86
d)	1	5243 73	9235 41	4478 77
	2	5198 40	9306 43	4504 44
	3	5339 54	9201 46	4540 46
	Mittel	5254 30(46)	9247 25(32)	4519 30(16)
	gew. M.	5346 86	9260 50	4606 85

Einheit: 0,0001

8.2.3. Das "direkte" Verfahren nach RADECKI

Für die Approximation "gemessener" Längenunterschiede empfiehlt RADECKI [39], systematische Fehleranteile durch eine Ausgleichung mit zu bestimmen. Dazu muß vorausgesetzt werden, daß sich die systematischen Komponenten bis zu einer gewissen Stufe umformen und damit vereinfachen lassen. Teilweise wird das auch erreicht, indem man sich den Stationswechsel der Beobachter zunutze macht. Insofern kam die Anwendung des beschriebenen Verfahrens [39] nur auf die Längen der Hauptbeobachtungen in Frage.

Gleichung (79) gibt den instrumentellen und persönlichen Fehleranteil einer einzelnen Länge eines Registriersystems in Form eines konstanten und eines veränderlichen Bestandteils an:

$$(93) \quad -c_{hi}^I, A = -(c_o^I + \gamma_{hi}^I)^A \quad \text{und} \quad -c_{hi}^P, \cdot = -(c_o^P + \gamma_{hi}^P)^{(\cdot)}.$$

Davon ausgehend soll angenommen werden, daß ein mittlerer konstanter Bestandteil

$$-c_h^{I,A} \quad \text{bzw.} \quad -c_h^{P,\cdot}$$

für jede Beobachtungsperiode eingeführt werden darf. Weiterhin möge

$$(94) \quad -dc_h^{I,A} = c_1^{I,A} - c_h^{I,A} \quad \text{und} \quad -dc_h^{P,\cdot} = c_1^{P,\cdot} - c_h^{P,\cdot}$$

den jeweiligen Unterschied gegenüber $-c_1^{I,A}$ bzw. $-c_1^{P,\cdot}$ darstellen. Hiernach wird folgende Zusammenstellung der instrumentellen Fehlerkomponenten für die Beobachtungsstationen erhalten:

Per.	Station		
	A	B	C
1	$-c_1^{I,A}$	$-c_1^{I,B}$	$-c_1^{I,C}$
2	$-c_2^{I,A} = -c_1^{I,A} - dc_2^{I,A}$	$-c_2^{I,B} = -c_1^{I,B} - dc_2^{I,B}$	$-c_2^{I,C} = -c_1^{I,C} - dc_2^{I,C}$
3	$-c_3^{I,A} = -c_1^{I,A} - dc_3^{I,A}$	$-c_3^{I,B} = -c_1^{I,B} - dc_3^{I,B}$	$-c_3^{I,C} = -c_1^{I,C} - dc_3^{I,C}$
4	$-c_4^{I,A} = -c_1^{I,A} - dc_4^{I,A}$	$-c_4^{I,B} = -c_1^{I,B} - dc_4^{I,B}$	$-c_4^{I,C} = -c_1^{I,C} - dc_4^{I,C}$

Für die persönlichen Fehlerkomponenten der Registriersysteme 1 bis 3 ergibt sich:

Per.	Registriersystem		
	1	2	3
1	$-c_1^{P,1}$	$-c_1^{P,2}$	$-c_1^{P,3}$
2	$-c_2^{P,1} = -c_1^{P,1} - dc_2^{P,1}$	$-c_2^{P,2} = -c_1^{P,2} - dc_2^{P,2}$	$-c_2^{P,3} = -c_1^{P,3} - dc_2^{P,3}$
3	$-c_3^{P,1} = -c_1^{P,1} - dc_3^{P,1}$	$-c_3^{P,2} = -c_1^{P,2} - dc_3^{P,2}$	$-c_3^{P,3} = -c_1^{P,3} - dc_3^{P,3}$
4	$-c_4^{P,1} = -c_1^{P,1} - dc_4^{P,1}$	$-c_4^{P,2} = -c_1^{P,2} - dc_4^{P,2}$	$-c_4^{P,3} = -c_1^{P,3} - dc_4^{P,3}$

Gilt zusätzlich noch

$$(95) \quad \begin{cases} -c_1^{P,2} = -c_1^{P,1} - \Delta c_1^{P,2} , \\ -c_1^{P,3} = -c_1^{P,1} - \Delta c_1^{P,3} , \end{cases}$$

so können letztlich sämtliche $-c_h^{P,\cdot}$ durch Ausdrücke mit $-c_1^{P,1}$ angegeben werden.

Die oben gemachten Angaben über die systematischen Fehleranteile ermöglichen es, ein System von Verbesserungsgleichungen aufzustellen, wie es Tab. 34 zeigt. Hierbei sind die Unbekannten $\bar{\lambda}^{A,B,C}$ unter Einführung von Näherungswerten $\lambda_0^{A,B,C}$ in

$$\bar{\lambda}^A = \lambda_0^A + d\lambda^A, \quad \bar{\lambda}^B = \lambda_0^B + d\lambda^B, \quad \bar{\lambda}^C = \lambda_0^C + d\lambda^C$$

zerlegt. Jede von ihnen enthält sowohl die wahre Länge als auch die systematischen Fehlerkomponenten

$$-c_1^I(A,B,C) \quad \text{und} \quad -c_1^{P,1}$$

Ferner bedeuten die verwendeten Größen

$$(96) \left\{ \begin{array}{lll} -dc_2^{A3} = -dc_2^{I,A} - dc_2^{P,3}, & -dc_3^{A2} = -dc_3^{I,A} - dc_3^{P,2}, & -dc_4^{A1} = -dc_4^{I,A} - dc_4^{P,1}, \\ -dc_2^{B1} = -dc_2^{I,B} - dc_2^{P,1}, & -dc_3^{B3} = -dc_3^{I,B} - dc_3^{P,3}, & -dc_4^{B2} = -dc_4^{I,B} - dc_4^{P,2}, \\ -dc_2^{C2} = -dc_2^{I,C} - dc_2^{P,2}, & -dc_3^{C1} = -dc_3^{I,C} - dc_3^{P,1}, & -dc_4^{C3} = -dc_4^{I,C} - dc_4^{P,3}. \end{array} \right.$$

Dadurch, daß die Unterschiede

$$-(c_{hi}^I - c_h^I)^{A,B,C} \quad \text{und} \quad -(c_{hi}^P - c_h^P)(.)$$

im zugrunde gelegten Modell vernachlässigt werden, sind sie als Modellfehler wirksam. Sie werden neben den zufälligen Fehleranteilen in den Verbesserungen $V_{hi}^{(.)}$ erfaßt.

Aus Tab. 34 ist zu ersehen, daß man die 14 Unbekannten nicht eindeutig durch die Beobachtungsgrößen der Verbesserungsgleichungen ausdrücken kann; denn dafür existieren nur 12 Gleichungen. Auf Grund dieser Tatsache läßt sich sogleich sagen, daß für den vorliegenden Fall bei der Bestimmung der Unbekannten ein unbestimmtes Normalgleichungssystem entstehen würde. Zur Beseitigung der Unbestimmtheit wird von RADECKI vorgeschlagen, durch eine Analyse zu klären, welche Unbekannten

$$-dc_h^{IP} \quad \begin{array}{l} (I = A, B, C; \quad P = 1, 2, 3) \\ (h = 2, 3, 4) \end{array}$$

Null oder einander gleich gesetzt werden können, und zwar in der Weise, daß mehrere Ausgleichungen bei unterschiedlichen Ansätzen für die $-dc_h^{IP}$ durchgeführt werden. Da die vorzugebenden Bedingungen unbegründet sind, steht das Vorgehen im Widerspruch zum Prinzip der Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Tab. 34. Das System der Verbesserungsgleichungen

$V_{1i}^{(1)} = d\lambda^A$								$-(\lambda_{1i}^A - \lambda_o^A)$
$V_{1i}^{(2)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A)$		$-\Delta c_1^{P,2}$						$-(\lambda_{1i}^B - \lambda_o^B)$
$V_{1i}^{(3)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A)$			$-\Delta c_1^{P,3}$					$-(\lambda_{1i}^C - \lambda_o^C)$
$V_{2i}^{(3)} = d\lambda^A$		$-\Delta c_1^{P,3}$		$-dc_3^{A3}$				$-(\lambda_{2i}^A - \lambda_o^A)$
$V_{2i}^{(1)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A)$				$-dc_2^{B1}$				$-(\lambda_{2i}^B - \lambda_o^B)$
$V_{2i}^{(2)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A)$		$-\Delta c_1^{P,2}$			$-dc_2^{C2}$			$-(\lambda_{2i}^C - \lambda_o^C)$
$V_{3i}^{(2)} = d\lambda^A$		$-\Delta c_1^{P,2}$				$-dc_3^{A2}$		$-(\lambda_{3i}^A - \lambda_o^A)$
$V_{3i}^{(3)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A)$			$-\Delta c_1^{P,3}$				$-dc_3^{B3}$	$-(\lambda_{3i}^B - \lambda_o^B)$
$V_{3i}^{(1)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A)$					$-dc_3^{C1}$			$-(\lambda_{3i}^C - \lambda_o^C)$
$V_{4i}^{(1)} = d\lambda^A$						$-dc_4^{A1}$		$-(\lambda_{4i}^A - \lambda_o^A)$
$V_{4i}^{(2)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A)$		$-\Delta c_1^{P,2}$					$-dc_4^{B2}$	$-(\lambda_{4i}^B - \lambda_o^B)$
$V_{4i}^{(3)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A)$			$-\Delta c_1^{P,3}$				$-dc_4^{C3}$	$-(\lambda_{4i}^C - \lambda_o^C)$

Wegen des Fehlens einer Rechenvorschrift, die eindeutige Ergebnisse zu berechnen gestattet, handelt es sich beim "direkten" Verfahren auch keineswegs um eine Näherungsausgleichung. Das gab den Anlaß, von der Anwendung des Verfahrens in der von RADECKI angegebenen Form Abstand zu nehmen. Der genannte Mangel ist bereits beseitigt, wenn Ausgleichungen für gleichartige, sich hinsichtlich der Unbekannten $-dc_h^{IP}$ ergänzende Verbesserungsgleichungen erfolgen und die erhaltenen Ergebnisse zu Mittelwerten zusammengefaßt werden, so daß eine solche Modifikation zur Berechnung der Resultate vorgenommen wurde.

Im speziellen sind zwei denkbare Ausgleichungsfälle durchgerechnet worden. Hierbei wurde vorgezogen, die $-dc_h^{IP}$ für verschiedene Beobachtungsperioden nicht in bezug auf dieselben Stationen (I), sondern auf dieselben Registriersysteme (P) gleichzusetzen. Sonach gilt:

Fall	Art	Bedingungen
1	a)	$-dc_2^{A3} = -dc_2^{B1} = -dc_2^{C2} = 0$
	b)	$-dc_3^{C1} = -dc_4^{A1}$ $-dc_3^{A2} = -dc_4^{B2}$ $-dc_3^{B3} = -dc_4^{C3}$
2	a)	$-dc_2^{A3} = -dc_2^{B1} = -dc_2^{C2} = 0$ $-dc_3^{A2} = -dc_3^{B3} = -dc_3^{C1} = 0$
	b)	$-dc_2^{A3} = -dc_2^{B1} = -dc_2^{C2} = 0$ $-dc_3^{C1} = -dc_4^{A1}$ $-dc_3^{A2} = -dc_4^{B2}$ $-dc_3^{B3} = -dc_4^{C3}$
	c)	$-dc_2^{B1} = -dc_3^{C1} = -dc_4^{A1}$ $-dc_2^{C2} = -dc_3^{A2} = -dc_4^{B2}$ $-dc_2^{A3} = -dc_3^{B3} = -dc_4^{C3}$

(97)

Wie daraus hervorgeht, ist die Anzahl der durch Ausgleichung zu ermittelnden Unbekannten um 3 bzw. 6 Größen vermindert.

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert aus n Verbesserungsgleichungen für u Unbekannte die Werte x, y, z, \dots mit den mittleren Fehlern m_x, m_y, m_z, \dots Anderer-

seits sollen nach einer beliebigen anderen Ausgleichungsmethode die Werte x', y', z', \dots vorliegen. Hier lautet dann die Fragestellung: Wie sind die mittleren Fehler $m_{x'}, m_{y'}, m_{z'}, \dots$ zu berechnen? Unter der Voraussetzung gleichgewichtiger Beobachtungen läßt sich beweisen, daß man dazu mit Hilfe der Beziehungen [24, S. 677]

$$(98) \left\{ \begin{array}{l} (m_{x'})^2 = m_x^2 + \frac{(x' - x)^2}{n - u}, \\ (m_{y'})^2 = m_y^2 + \frac{(y' - y)^2}{n - u}, \\ (m_{z'})^2 = m_z^2 + \frac{(z' - z)^2}{n - u}, \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

gelangt. Bei der Berechnung mittlerer Fehler der Mittelwerte für die genannten Ausgleichungsfälle wurde von den Gleichungen (98) Gebrauch gemacht.

Um ein bestimmtes Normalgleichungssystem zu erhalten, wurden die Verbesserungsgleichungen der Tab. 34 auch noch anders modifiziert. Hierbei wurde die zuvor getroffene Annahme über einen mittleren konstanten Bestandteil $-c_{hI}^A$ bzw. $-c_{hP}^P$ für jede Beobachtungsperiode fallengelassen. Vielmehr bilden jetzt die instrumentellen und persönlichen Fehlerkomponenten für eine bestimmte Epoche die Bezugsbasis, und Abweichungen dazu werden wie im Abschnitt 8.2.2. als Funktion der Zeit dargestellt. In den Verbesserungsgleichungen treten somit an die Stelle der Größen $-dc_{hI}^{IP}$ die zeitabhängigen Glieder der jeweils zugrunde gelegten Polynome für die betreffenden Registriersysteme.

Mit Bezug auf die Untersuchungsergebnisse des Datenmaterials der Registriersysteme hinsichtlich Regression im Abschnitt 8.2.2. sind zwei weitere Ausgleichungsfälle, nämlich unter Ansatz von Polynomen 1. und 2. Grades, bearbeitet worden. In allgemeiner Form lauten die Verbesserungsgleichungen:

Fall 3:

$$(99) \begin{array}{l} \hline V_{1,4i}^{(1)} = d\lambda^A - dc_{01}^{(1)} t_{1,4i}^{(1)} - (\lambda_{1,4i}^A - \lambda_0^A) \\ V_{1,4i}^{(2)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A) - \Delta c_{00}^{P,2} - dc_{01}^{(2)} t_{1,4i}^{(2)} - (\lambda_{1,4i}^B - \lambda_0^B) \\ V_{1,4i}^{(3)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A) - \Delta c_{00}^{P,3} - dc_{01}^{(3)} t_{1,4i}^{(3)} - (\lambda_{1,4i}^C - \lambda_0^C) \\ \hline V_{2i}^{(3)} = d\lambda^A - \Delta c_{00}^{P,3} - dc_{01}^{(3)} t_{2i}^{(3)} - (\lambda_{2i}^A - \lambda_0^A) \\ V_{2i}^{(1)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A) - dc_{01}^{(1)} t_{2i}^{(1)} - (\lambda_{2i}^B - \lambda_0^B) \\ V_{2i}^{(2)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A) - \Delta c_{00}^{P,2} - dc_{01}^{(2)} t_{2i}^{(2)} - (\lambda_{2i}^C - \lambda_0^C) \\ \hline V_{3i}^{(2)} = d\lambda^A - \Delta c_{00}^{P,2} - dc_{01}^{(2)} t_{3i}^{(2)} - (\lambda_{3i}^A - \lambda_0^A) \\ V_{3i}^{(3)} = d\lambda^A + (d\lambda^B - d\lambda^A) - \Delta c_{00}^{P,3} - dc_{01}^{(3)} t_{3i}^{(3)} - (\lambda_{3i}^B - \lambda_0^B) \\ V_{3i}^{(1)} = d\lambda^A + (d\lambda^C - d\lambda^A) - dc_{01}^{(1)} t_{3i}^{(1)} - (\lambda_{3i}^C - \lambda_0^C) \end{array}$$

Fall 4:

Hier ergeben sie sich durch Erweitern der obenstehenden Gleichungen um den Ausdruck

$$-dc_{o2}^{(1,2,3)} (t_{hi}^{(1,2,3)})^2.$$

Unter Beibehaltung der bisherigen Benennungen bedeuten die abgewandelten und hinzugekommenen Größen

$-\Delta c_{oo}^{P,2}$, $-\Delta c_{oo}^{P,3}$ die Unterschiede der persönlichen Fehlerkomponenten entsprechend den Gleichungen (95) für die festgelegte Bezugsepoche (1966 VI. 5),
 $-dc_{o1}^{(1,2,3)}$, $-dc_{o2}^{(1,2,3)}$ die Entwicklungskoeffizienten der Glieder 1. und 2. Grades der Polynome,
 $t_{hi}^{(1,2,3)}$ den Zeitparameter, transformiert in das Intervall ± 1 wie im Abschnitt 8.2.2.

Die eingeführten Doppelindizes oo, o1, o2 dienen dabei lediglich dem Zweck, Verwechslungen mit anderen Größen von vornherein auszuschließen.

Für die angegebenen vier Ausgleichungsfälle wurden die in den Verbesserungsgleichungen enthaltenen Unbekannten und ihre mittleren Fehler nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, wozu der Zeiss-Rechenautomat ZRA 1 zur Verfügung stand. Gleichzeitig waren damit die Summe der Verbesserungsquadrate, der mittlere Fehler der Gewichtseinheit und die Gewichtskoeffizienten-Matrix berechnet. Schließlich galt es, aus den erhaltenen Werten noch folgende Größen und die zugehörigen mittleren Fehler numerisch zu bilden:

$$\bar{\lambda}^{Dr}, \quad \bar{\lambda}^{Pt}, \quad (\bar{\lambda}^{Dr} - \bar{\lambda}^{Pt}).$$

Hinzu kamen bei den Ausgleichungsfällen 1 und 2 die Mittelung der Einzelwerte für die verschiedenen Arten und die Berechnung der mittleren Fehler dieser Ergebnisse.

In Tab. 35 sind die Resultate für die mittleren Gewichtseinheitsfehler, Längen und Längenunterschiede angeführt. Auf Grund ihres Vergleichs gelangt man zu dem Schluß, daß zunächst einmal die Ergebnisse des Ausgleichungsfalles 1 nicht als Endresultate in Frage kommen. Hierfür ist nämlich die Übereinstimmung der Längenunterschiede mit denen der anderen Ausgleichungsfälle am wenigsten vorhanden. Außerdem haben sich die mittleren Fehler insgesamt gesehen auch als etwas schlechter erwiesen als bei den Ausgleichungsfällen 2 und 3, was die oben getroffene Schlußfolgerung bekräftigt. Obwohl die den Längen zuzuordnenden Polynome für die Registriersysteme, wie es Tab. 31 zeigt, nur (Variante a) oder doch überwiegend (Variante b) bis d) 1. Grades sein sollten, sind die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Ausgleichungsfälle 2 und 4 geringer als zwischen denen der Ausgleichungsfälle 2 und 3. Das bedeutet, daß die Entscheidung darüber, welche dieser Resultate als Endergebnisse anzusehen sind, erschwert wird, zumal da sich die Bereiche der mittleren Fehler überschneiden. Gerechtfertigt war es, die Ergebnisse des Ausgleichungsfalles 4 wegen ihrer vergleichsweise geringeren Genauigkeit in der Folge noch unberücksichtigt zu

Tab. 35. Ergebnisse der Längenbestimmung nach dem "direkten" Verfahren

Var.	Fall	Art	m	$\bar{\lambda}^{Bo}$	$\bar{\lambda}^{Dr}$	$\bar{\lambda}^{Pt}$	$\bar{\lambda}^{Bo} - \bar{\lambda}^{Dr}$	$\bar{\lambda}^{Dr} - \bar{\lambda}^{Pt}$	$\bar{\lambda}^{Bo} - \bar{\lambda}^{Pt}$							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10							
a)	1	a)	±334 337	-1 ^h 08 ^m 18 ^s		-0 ^h 54 ^m 55 ^s		-0 ^h 52 ^m 16 ^s		-0 ^h 13 ^m 22 ^s		-0 ^h 02 ^m 39 ^s		-0 ^h 16 ^m 02 ^s		
		b)		4684 +32	9390 +65	0253 +58	5293 +39	9137 +40	4431 +39							
		M		4688 -36	9472 -52	0224 -52	5215 -37	9249 -38	4464 -38							
	2	a)	344	4686	32	9431	52	0238	53	5254	37	9193	38	4447	38	
		b)	344	4676	26	9351	48	0160	46	5326	28	9191	28	4516	27	
		c)	339	4708	28	9456	49	0260	44	5252	27	9197	28	4448	28	
		M	339	4688	36	9447	45	0165	44	5240	27	9282	26	4523	26	
	3	-	331	4691	26	9418	45	0195	44	5273	27	9223	26	4496	26	
		-	329	4728	20	9449	38	0242	38	5279	24	9207	24	4486	24	
	b)	1	a)	331 335	4683 32		9398 65		0249 57		5286 38		9149 40		4434 38	
			b)		4687 36	9476 52	0216 52	5211 37	9260 38	4471 38						
			M		4685 32	9437 52	0232 53	5249 37	9204 38	4453 38						
		2	a)	341	4678	26	9362	48	0158	46	5316	28	9204	28	4520	26
			b)	337	4706	28	9460	48	0253	44	5246	27	9208	28	4454	28
			c)	336	4687	36	9454	45	0161	44	5233	27	9293	26	4526	26
			M	336	4690	26	9425	45	0190	44	5265	27	9235	26	4500	26
3		-	329	4730	20	9459	38	0240	38	5271	24	9219	24	4490	23	
		-	327	4711	36	9449	63	0212	62	5262	33	9237	31	4499	31	
c)		1	a)	330 335	4676 33		9387 67		0285 59		5290 39		9101 41		4391 40	
			b)		4690 37	9462 53	0222 54	5228 38	9240 38	4468 40						
			M		4683 33	9424 53	0254 54	5259 38	9170 39	4429 40						
		2	a)	346	4667	27	9342	50	0173	48	5324	29	9169	29	4494	28
			b)	341	4696	29	9441	51	0266	46	5256	28	9175	29	4431	29
			c)	334	4690	37	9446	46	0181	45	5244	27	9265	26	4509	26
			M	334	4684	27	9410	46	0206	45	5275	27	9203	26	4478	27
	3	-	334	4714	21	9432	40	0246	40	5282	25	9186	25	4468	25	
		-	327	4702	37	9441	65	0232	64	5261	34	9209	32	4470	32	
	d)	1	a)	442 449	4678 32		9389 66		0286 58		5289 39		9103 41		4392 39	
			b)		4692 36	9466 53	0227 54	5226 38	9239 39	4464 39						
			M		4685 33	9427 53	0257 54	5257 39	9171 39	4428 39						
		2	a)	464	4669	26	9346	50	0176	48	5323	29	9170	29	4493	28
			b)	456	4698	29	9443	50	0268	46	5255	28	9175	29	4430	28
			c)	448	4692	36	9448	45	0183	45	5243	27	9266	27	4509	26
			M	448	4686	27	9412	45	0209	45	5274	27	9204	27	4477	26
3		-	448	4715	21	9434	39	0248	39	5281	25	9186	25	4467	24	
		-	438	4701	37	9440	65	0230	64	5261	34	9210	32	4471	32	

Einheit: 0^s0001

lassen. Anderenfalls blieb nichts weiter übrig, als die Ergebnisse für die Schlußbetrachtungen nebeneinander zu führen.

Zur Ergänzung der Angaben der Tab. 35 sind die in demselben Zusammenhang ermittelten Werte der nachstehenden Größen in Tab. 36 zusammengestellt:

Fall 1 und 2:

	$-dc_h^{I1}$
$-\Delta c_1^{P,2}$	$-\Delta c_h^{I2} = -\Delta c_1^{P,2} - dc_h^{I2}$
$-\Delta c_1^{P,3}$	$-\Delta c_h^{I3} = -\Delta c_1^{P,3} - dc_h^{I3}$

(I = A, B, C)
(h = 2, 3, 4)

A ≡ Bo, B ≡ Dr, C ≡ Pt

Fall 3:

	$-dc_{o1}^{(1)}$
$-\Delta c_{oo}^{P,2}$	$-dc_{o1}^{(2)}$
$-\Delta c_{oo}^{P,3}$	$-dc_{o1}^{(3)}$

Fall 4:

Da sind es die gleichen Größen wie im Fall 3 und zusätzlich

$-dc_{o2}^{(1)}$
$-dc_{o2}^{(2)}$
$-dc_{o2}^{(3)}$

Sonach wird man durch Tab. 36 über die relativen persönlichen Fehleranteile der Registriersysteme 2 und 3 in bezug auf das Registriersystem 1 für die Beobachtungsperiode 1 (Fall 1 und 2) bzw. die festgelegte Bezugsepoche (Fall 3 und 4) und zeitliche Änderungen der systematischen (instrumentellen + persönlichen) Fehleranteile der Registriersysteme 1, 2 und 3 informiert. Die Größen $-dc_{o1}^{(1,2,3)}$ und $-dc_{o2}^{(1,2,3)}$ sind, wie oben angegeben, die Entwicklungskoeffizienten, was besonders zu beachten ist.

Tab. 36. Ergebnisse der Längenbestimmung nach dem "direkten" Verfahren

Var. Fall Art			$-\Delta c_{2}^{B1}$	$-\Delta c_{3}^{O1}$	$-\Delta c_{4}^{A1}$	$-\Delta c_{1}^{P,2}$	$-\Delta c_{2}^{O2}$	$-\Delta c_{3}^{A2}$	$-\Delta c_{4}^{B2}$	$-\Delta c_{1}^{P,3}$	$-\Delta c_{2}^{A3}$	$-\Delta c_{3}^{B3}$	$-\Delta c_{4}^{O3}$	
			bzw. $-\Delta c_{01}^{(1)}$	$-\Delta c_{02}^{(1)}$		$-\Delta c_{00}^{P,2}$	$-\Delta c_{01}^{(2)}$	$-\Delta c_{02}^{(2)}$		$-\Delta c_{00}^{P,3}$	$-\Delta c_{01}^{(3)}$	$-\Delta c_{02}^{(3)}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
a)	1	a)	+ 0	-100+52	-104+48	+ 55+40	+ 55	+194+ 80	+239+ 78	+ 50+39	+50	+75+ 82	- 71+ 65	
		b)	-72+60	- 79 48	- 79 48	- 24 66	+ 95+114	+184 110	+184 110	+ 84 63	+57+114	+17 96	+ 17 96	
		M	-36 60	- 89 48	- 91 48	+ 15 40	+ 75 114	+189 80	+212 78	+ 67 39	+54 114	+46 82	- 27 65	
	2	a)	+ 0	+ 0	-111 45	+144 27	+144	+144	+264 60	+ 88 28	+88	+88	+ 08 57	
		b)	+ 0	- 67 37	- 67 37	+ 78 37	+ 78	+220 67	+220 67	+ 83 36	+83	+12 63	+ 12 63	
		c)	-46 44	- 46 44	- 46 44	+ 1 61	+180 101	+180 101	+180 101	+143 57	+36 90	+36 90	+ 36 90	
	3	-	-68 29				+195 23	+122 31			+ 90 24	-66 29		
		4	-68 29	- 56 59			+200 35	+129 31	- 84 61		+ 75 35	-66 29	- 5 62	
	b)	1	a)	+ 0	-102 52	-111 48	+ 55 40	+ 55	+193 80	+227 78	+ 54 39	+54	+82 82	- 71 65
			b)	-68 60	- 82 48	- 82 48	- 20 66	+ 98 114	+179 110	+179 110	+ 91 63	+61 114	-11 96	- 11 96
			M	-34 60	- 92 48	- 97 48	+ 17 40	+ 77 114	+186 80	+203 78	+ 73 39	+57 114	+36 82	- 41 65
		2	a)	+ 0	+ 0	-117 44	+145 27	+145	+145	+251 60	+ 94 27	+94	+94	+ 9 56
b)			+ 0	- 72 37	- 72 37	+ 78 37	+ 78	+214 66	+214 66	+ 86 36	+86	+16 63	+ 16 63	
c)			-50 44	- 50 44	- 50 44	+ 1 61	+175 101	+175 101	+175 101	+146 56	+40 90	+40 90	+ 40 90	
3		-	-72 28				+194 23	+113 31			+ 96 23	-69 29		
		4	-72 29	- 55 59			+202 35	+121 31	- 94 60		+ 81 35	-69 29	- 5 62	
c)		1	a)	+ 0	-113 53	- 95 49	+ 40 41	+ 40	+212 82	+222 79	+ 36 40	+36	+83 84	-108 67
			b)	-40 62	- 50 50	- 50 50	- 25 68	+138 117	+202 112	+202 112	+112 65	+59 118	+ 7 100	+ 7 100
			M	-20 62	- 81 50	- 72 49	+ 7 41	+ 89 117	+207 82	+212 79	+ 74 40	+48 118	+45 84	- 50 67
		2	a)	+ 0	+ 0	-105 47	+146 28	+146	+146	+247 62	+ 85 29	+85	+85	- 15 60
	b)		+ 0	- 63 38	- 63 38	+ 75 38	+ 75	+222 69	+222 69	+ 74 38	+74	+ 9 66	+ 9 66	
	c)		-25 45	- 25 45	- 25 45	- 9 62	+199 102	+199 102	+199 102	+154 58	+44 93	+44 93	+ 44 93	
	3	-	-8 45	- 29 38	- 64 38	+ 70 28	+140 102	+189 69	+222 62	+104 29	+68 93	+46 66	+ 13 60	
		4	-60 30	- 51 61			+191 24	+121 31			+ 81 25	-70 31		
	d)	1	a)	+ 0	-111 53	- 95 48	+ 43 41	+ 43	+213 82	+225 80	+ 38 40	+38	+85 84	-105 66
			b)	-40 62	- 50 49	- 50 49	- 26 68	+138 119	+205 114	+205 114	+110 64	+62 117	+ 6 98	+ 6 98
			M	-20 62	- 80 49	- 73 48	+ 9 41	+ 90 119	+209 82	+215 80	- 74 40	+50 117	+45 84	- 50 66
		2	a)	+ 0	+ 0	-104 46	+149 28	+149	+149	+250 63	+ 86 29	+86	+86	- 13 59
b)			+ 0	- 63 38	- 63 38	+ 77 39	+ 77	+224 69	+224 69	+ 75 38	+75	+ 6 65	+ 6 65	
c)			-24 44	- 24 44	- 24 44	- 8 62	+201 104	+201 104	+201 104	+155 57	+46 91	+46 91	+ 46 91	
3		-	-8 44	- 29 38	- 64 38	+ 73 28	+143 104	+191 69	+225 63	+105 29	+69 91	+46 65	+ 13 59	
		4	-59 29	- 55 60			+194 24	+123 32			+ 81 24	-70 30		
4		-	-58 29	- 55 60			+213 36	+137 33	-139 62		+ 71 36	-70 30	-23 64	

Einheit: 0,0001

9. Vergleich der Endergebnisse der Längenbestimmung und Schlußfolgerungen

Aus den Ausführungen des Kap. 8 geht hervor, daß es sich bei den nach verschiedenen Verfahren errechneten Endergebnissen der Längenbestimmung z. T. um Resultate handelt, die vom Inhalt her nahezu oder auch vollkommen gleich sind. Im einzelnen kann man die Endergebnisse in folgende Kategorien einordnen:

- die Längenunterschiede, behaftet mit den Unterschieden instrumenteller Fehleranteile. Diese sind enthalten in

Tab.	Nähere Bezeichnung	Bezugszeit der Werte
25	-	Beob.-Zeitraum
28	Mittel	Beob.-Zeitraum
33	Mittel	1966 VI. 5
35	Fall 2	Beob.-Periode 1
	Fall 3	1966 VI. 5

- die Längenunterschiede als gewogene Mittel. Hierzu gehören auch die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längenunterschiede, so daß entsprechend der oben gegebenen Zusammenstellung an dieser Stelle zu nennen sind:

Tab.	Nähere Bezeichnung	Bezugszeit der Werte
28	gew. Mittel	Beob.-Zeitraum
30	Mittel	Beob.-Zeitraum
33	gew. Mittel	1966 VI. 5

- die Längen als gewogene Mittel. Die soeben genannte Kategorie schließt die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längen mit ein. Folglich sind das die Angaben aus

Tab.	Nähere Bezeichnung	Bezugszeit der Werte
26	gew. Mittel	Beob.-Zeitraum
30	Mittel	Beob.-Zeitraum
32	gew. Mittel	1966 VI. 5

- die Unterschiede persönlicher Fehleranteile. In welchen Tabellen sich die Werte dafür finden, ist aus nachstehender Zusammenstellung ersichtlich, durch die man gleichzeitig über die verwendeten Größen bei den jeweils geltenden Bezugszeiten Auskunft erhält.

Tab.	Größen			Bezugszeit der Werte
24	$-(c_o^{P,2} - c_o^{P,1})$	$(c_o^{P,1} - c_o^{P,3})$	$(c_o^{P,3} - c_o^{P,2})$	Beob.- Zeitraum
36	$-\Delta c_1^{P,2}$	$-\Delta c_1^{P,3}$	$\Delta c_1^{P,3} - \Delta c_1^{P,2}$	Beob.- Periode 1
	$-\Delta c_{oo}^{P,2}$	$-\Delta c_{oo}^{P,3}$	$\Delta c_{oo}^{P,3} - \Delta c_{oo}^{P,2}$	1966 VI. 5

- die Entwicklungskoeffizienten der zeitabhängigen Glieder der Polynome 1. und 2. Grades. Hierbei sind identische Bezeichnungen:

Tab.	Koeffizient	
32	c_1	c_2
36	$-\Delta c_{o1}$	$-\Delta c_{o2}$

In der gleichen Reihenfolge, wie die verschiedenen Ergebnisse der Längenbestimmung kategorisiert aufgezählt sind, sollen sie miteinander verglichen werden.

Bei den mit den Unterschieden instrumenteller Fehleranteile behafteten Längenunterschieden bleiben die Abweichungen zwischen den Werten der Tab. 25 und 28 unter 1,0 ms. Das bedeutet eine hervorragende Übereinstimmung der Ergebnisse. Die relativ geringere Genauigkeit der zweiseitigen Längenunterschiede überrascht insofern nicht, als zur Berechnung dieser Werte nicht das gesamte Datenmaterial der Registriersysteme 1 bis 3 (s. Abschnitt 7.3.) in Frage kam. - Obwohl sich die Resultate der Tab. 33 und 35, Fall 3 ebenfalls wie die gerade diskutierten auf eine gleiche Bezugszeit beziehen, differieren sie z. T. erheblich. Das ist u. a. damit zu begründen, daß nach dem Verfahren der Regressionsanalyse Polynome von verschiedenem Grade (1. und 2. Grades) als mathematisches Modell benutzt wurden. Falls an Stelle des Polynoms 1. Grades ein Polynom 2. Grades zugrunde gelegt wird, kommt es nämlich meistens zu einer merklichen zahlenmäßigen Änderung des zeitunabhängigen Gliedes $\bar{\lambda}$. - Theoretisch wäre einzuschätzen, daß sich wegen der verschiedenen Bezugszeiten die größten Differenzen zwischen den Werten, die für den Beobachtungszeitraum der Längenbestimmung bzw. die Bezugsepoche 1966 VI. 5 und die Beobachtungsperiode 1 gelten, zeigen müßten. Da hierfür keine Bestätigung gegeben wird, kann gefolgert werden, daß das im Fall 2 modifiziert angewandte "direkte" Verfahren eindeutige günstige Lösungen zu berechnen gestattet und somit als Näherungsverfahren einzustufen ist. Die in Tab. 35 enthaltenen Ergebnisse des Ausgleichungsfalles 3 hat man auf Grund ihrer kleinsten mittleren Fehler als die besten Endergebnisse anzusehen.

Der Vergleich der als gewogene Mittel berechneten Längenunterschiede der Tab. 28 mit den wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längenunterschieden der Tab. 30 zeigt lediglich geringfügige Abweichungen. Dagegen unterscheiden sich all die

Werte in stärkerem Maße von denen der Tab. 33, die durch Anwendung des Verfahrens der Regressionsanalyse bestimmt wurden. Dieser Sachverhalt dürfte auch auf den bereits obengenannten Grund zurückzuführen sein. - Durch systematische Fehleranteile sind die mittleren Fehler der Längenunterschiede der Tab. 30 gegenüber den übrigen mittleren Fehlern kaum (obere Zeile) bzw. geringer (untere Zeile) beeinflusst. Daher ist verständlich, daß sie deutlich besser sind. - Schließlich gilt es noch, die Resultate zu nennen, denen die größte Bedeutung zukommt. Mit Bezug auf den erklärten Tatbestand sind das natürlich die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längenunterschiede.

Vergleicht man die Werte der Kategorie "die Längen als gewogene Mittel", so ist festzustellen, daß ihre Einschätzung zu der eben gegebenen der Längenunterschiede, wie zu erwarten, analog ausfällt.

Recht gut stimmen die Unterschiede persönlicher Fehleranteile der Tab. 24 und 36, Fall 3 überein. Das ist um so bemerkenswerter, als ihrer Berechnung grundverschiedene Verfahren zugrunde liegen. Es sind also keine größeren Abweichungen dadurch bedingt, daß für die Werte nicht ein und dieselbe Bezugszeit gilt. - Die Unterschiede persönlicher Fehleranteile des Ausgleichungsfalles 2 (s. Tab. 36) liegen als eine diskrete Wertefolge für die Beobachtungsperioden 1 bis 4 vor. Bei ihrem Vergleich mit den oben besprochenen Werten verfährt man am richtigsten, wenn dazu die Mittelwerte, die aus den Einzelwerten für die 2. und 3. Periode zu bilden sind, herangezogen werden. Im Ergebnis stellt man fest, daß eine gute Übereinstimmung zu diesen Werten ebenfalls vorhanden ist.

Nur unbedeutend weichen die vergleichbaren Entwicklungskoeffizienten der Glieder 1. Grades, die in den Tab. 32 und 36 aufgeführt sind, voneinander ab. Bei den Koeffizienten $c_2 \equiv -dc_{02}$ hingegen sind die mittleren Fehler relativ groß, und es zeigen sich nennenswerte Unterschiede zwischen den Werten selbst. Folglich ist die Signifikanz der c_2 -Koeffizienten gering.

Von Nutzen ist gewesen, die Resultate für verschiedene Ausgleichungsvarianten a) bis d) berechnet zu haben, um sie in bezug auf statistische Eigenschaften (s. Abschnitte 5.3.1. und 8.2.1.) richtig zu beurteilen. Zudem erkennt man, daß sich die Unterschiede dieser Ergebnisse (s. Abschnitt 5.3.3.) in den Endergebnissen für die Längenunterschiede und Längen mehr oder weniger verwischen. Es stimmen zumindest die Endergebnisse der Varianten a) und b) sowie c) und d) nahezu überein, sofern das nicht insgesamt zutrifft.

Schließlich muß eine Entscheidung darüber getroffen werden, welcher Ausgleichungsvariante der Vorzug zu geben ist. Diese Entscheidung ist auf Grund der Darlegungen des Abschnittes 5.3.3. zugunsten der Variante c) ausgefallen. Das heißt also, daß die Polsternbeobachtungen in Zukunft entfallen könnten, falls $\sum K \approx 0$ ist.

Bei der Mehrzahl angewandter Verfahren zur Berechnung von Endergebnissen der Längenbestimmung werden die Einzellängen der Hauptbeobachtungen allein benutzt. Für den Fall, daß zwischen den erhaltenen Einzelergebnissen der Haupt- und Parallelbeobachtungen signifikante Abweichungen (s. Abschnitt 5.3.4.) bestehen, ist es jedoch nicht vertretbar, die Ergeb-

nisse der Parallelbeobachtungen unberücksichtigt zu lassen. Somit gelten die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längenunterschiede und Längen (s. Tab. 30) als definitive Ergebnisse für die Längenunterschiede (s. Tab. 37) und Längen (s. Tab. 38).

Tab. 37. Definitive Längenunterschiede

System	$(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Dr}})_{\text{def}}$	$(\bar{\lambda}^{\text{Dr}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}$	$(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}$
SIR	$-0^{\text{h}}13^{\text{m}}22^{\text{s}}$ 5409 \pm 23	$-0^{\text{h}}02^{\text{m}}39^{\text{s}}$ 8800 \pm 12	$-0^{\text{h}}16^{\text{m}}02^{\text{s}}$ 4209 \pm 35
CIO BIH 1968	5403 \pm 23	8809 \pm 12	4212 \pm 35

Einheit: 0^s,0001

Tab. 38. Definitive Längenwerte

System	$\bar{\lambda}_{\text{def}}^{\text{Bo}}$	$\bar{\lambda}_{\text{def}}^{\text{Dr}}$	$\bar{\lambda}_{\text{def}}^{\text{Pt}}$
SIR	$-1^{\text{h}}08^{\text{m}}18^{\text{s}}$ 4733 \pm 62	$-0^{\text{h}}54^{\text{m}}55^{\text{s}}$ 9324 \pm 40	$-0^{\text{h}}52^{\text{m}}16^{\text{s}}$ 0524 \pm 24
CIO	4619 \pm 62	9216 \pm 40	0407 \pm 24
BIH 1968	4505 \pm 62	9102 \pm 40	0293 \pm 24

Einheit: 0^s,0001

Hierbei beziehen sich die Angaben auf nachstehende Beobachtungspfeiler von den Stationen:

Station	Beobachtungspfeiler
Bo	Pfeiler des östlichen Meridianhauses
Dr	Pfeiler des Zwinger-Meridianhauses
Pt	Pfeiler des östlichen Meridianhauses

Die mittlere Bezugsepoche ist

1966,427.

Unabhängig davon, daß die mittleren Fehler der Längenunterschiede von $\approx 3,5$ ms als ausgezeichnet einzuschätzen sind, brauchen die systematischen Fehleranteile in den Längenunterschieden nur unvollständig eliminiert zu sein. Erst durch den Vergleich der Ergebnisse mit denen, die unter anderen Bedingungen erhalten wurden, läßt sich beurteilen, inwieweit das der Fall ist. Gleichzeitig folgt daraus auch, ob die mittleren Fehler als tatsächliche äußere Genauigkeiten angesehen werden können. Hierüber wird im folgenden noch berichtet.

Wegen der verschiedenen Polkoordinatensysteme differieren die Längenunterschiede nur um weniger als 1 ms. Je nach der geographischen Lage der Beobachtungsstationen ist es aber möglich, daß größere Beträge erreicht werden. Daher muß man für jeden speziellen Fall

prüfen, welche Abweichungen hervorgerufen werden, indem sich die Längenunterschiede auf verschiedene Polkoordinatensysteme beziehen.

Zu Vergleichszwecken können die Ergebnisse folgender Längenbestimmungen dienen:

- Bestimmung der Längenunterschiede der Landeszentralen im Jahre 1929 [36], ausgeführt im Rahmen der Arbeiten der Baltischen Geodätischen Kommission. Hiervon interessiert der Längenunterschied zwischen Posen (Poznań) und Potsdam.
- Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen Dresden und Potsdam im Jahre 1960 [33], ausgeführt vom LOHRMANN-Institut der TU Dresden.

Für den Längenunterschied Posen (Ps) - Potsdam ergab sich damals [36]

$$(\lambda^{\text{Ps}} - \lambda^{\text{Pt}})_{\text{def}}^{1929} = -0^{\text{h}}15^{\text{m}}14^{\text{s}}877 \pm 0^{\text{s}}006$$

mit den Beobachtungspfeilern

Station	Beobachtungspfeiler
Ps	Pfeiler des Meridianhauses
Pt	Pfeiler des östlichen Meridianhauses

als Bezugspunkten. In diesem Ergebnis ist der Einfluß der Polschwankungen berücksichtigt, indem bei der Auswertung des Datenmaterials die erforderlichen Korrekturen auf Grund der von KIMURA, Service International des Latitudes (SIL), mitgeteilten provisorischen Polkoordinaten berechnet wurden. Vorausgesetzt, daß der aufgeführte Längenunterschied durch Reduktion auf den betreffenden Pfeiler von der Station Borowiec bezogen wird, kann er mit dem definitiven Längenunterschied Borowiec - Potsdam der vorliegenden Arbeit verglichen werden.

BEM [6] bestimmte im Jahre 1964 den Längenunterschied zwischen Borowiec und Posen zu

$$(\lambda^{\text{Bo}} - \lambda^{\text{Ps}})_{\text{def}}^{1964} = -0^{\text{h}}00^{\text{m}}47^{\text{s}}5016 \pm 0^{\text{s}}0031,$$

wobei die Beobachtungspfeiler

Station	Beobachtungspfeiler
Bo	Pfeiler des westlichen Meridianhauses
Ps	Pfeiler des Meridianhauses

benutzt wurden. Der angegebene Wert ist wegen Polschwankung im SIR-System korrigiert, weil den Rechnungen die Angaben des BIH zugrunde liegen. Mit Bezug auf die Ergebnisse der Tab. 37 konnte jedoch angenommen werden, daß er genauso für das CIO-System gilt. Hiermit erhält man unter Berücksichtigung der Längendifferenz zwischen den Beobachtungspfeilern

lern des östlichen und des westlichen Meridianhauses von Borowiec (s. Abschnitt 5.3.4.) den Vergleichswert

$$(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}^{1929} = -0^{\text{h}}16^{\text{m}}02^{\text{s}},4296 \pm 0^{\text{s}},0068.$$

Geht man davon aus, daß dieser Wert ebenfalls auf das CIO-System bezogen ist, beträgt seine Abweichung gegenüber dem obenerwähnten Längenunterschied (s. Tab. 37) 8,4 ms. In der gleichen Größenordnung, und zwar bei $\pm 7,6$ ms, liegt der zugehörige mittlere Fehler. Nun kann wie im Abschnitt 5.3.4. geprüft werden, ob die erhaltene Abweichung als zufallsbedingt oder signifikant anzusehen ist. Für die Prüfgröße t ist das Ergebnis $t = 1,1$, so daß sich hierüber nichts Eindeutiges sagen läßt. Es wäre also denkbar, daß die Differenz von systematischer Natur ist. Abgesehen von möglicherweise eingetretenen Lotrichtungsänderungen durch horizontale Krustenbewegungen u. a. während des verflossenen Zeitraumes muß die Übereinstimmung in Anbetracht des relativ großen mittleren Fehlers für das Jahr 1929 mit gut bewertet werden.

Im Jahre 1960 wurde der Längenunterschied zwischen Dresden und Potsdam 337 zu

$$(\bar{\lambda}^{\text{Dr}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}^{1960} = -0^{\text{h}}02^{\text{m}}39^{\text{s}},880 \pm 0^{\text{s}},004$$

für das SIR-System erhalten. Dabei gelten dieselben Beobachtungspfeiler als Bezugspunkte wie für die Ergebnisse der Tab. 37 und 38. Deswegen kann der unmittelbare Vergleich mit dem Wert für $(\bar{\lambda}^{\text{Dr}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}^{1966}$ vorgenommen werden. Nicht zu erwarten war, daß sich beide Werte einander völlig gleichen, wobei sie sich allerdings in der Genauigkeit unterscheiden. Hierdurch wird ihre Richtigkeit bestätigt.

Ergänzend sollen zum Vergleich auch die Längenunterschiede, wie sie sich aus den seitherigen konventionellen Längen ergeben, genannt werden. Das sind:

$(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Dr}})_{\text{konv}}$	$(\bar{\lambda}^{\text{Dr}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{konv}}$	$(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{konv}}$
$-0^{\text{h}}13^{\text{m}}22^{\text{s}}$	$-0^{\text{h}}02^{\text{m}}39^{\text{s}}$	$-0^{\text{h}}16^{\text{m}}02^{\text{s}}$
539	880	419

Als Ergebnis der Vergleiche kann festgestellt werden, daß keine systematischen Fehleranteile in den definitiven Längenunterschieden für das Jahr 1966 zu erkennen sind und somit deren kleine mittlere Fehler keine extrem hohen Genauigkeiten vortäuschen.

Die definitiven Längenwerte der Stationen sind vermutlich mit einem konstanten Fehler behaftet, so daß ihnen keine große Bedeutung beigemessen werden kann. Um sie deswegen korrigieren zu können, wäre die Länge von einer Station direkt als Längenunterschied gegenüber Greenwich zu bestimmen. Durch den Einfluß systematischer Fehleranteile haben sich bereits ungenauere zugehörige mittlere Fehler ergeben. Trotzdem bleibt fraglich, ob die gesuchten wahren Längenwerte in den damit eingeschlossenen Bereichen erfaßt sind.

Für die verschiedenen Polkoordinatensysteme zeigt sich, daß die Längenwerte um beträchtliche Beträge verschieden sind, die etwa 11 ms (SIR-System/CIO-System) bzw. 23 ms (SIR-System/System BIH 1968) ausmachen.

Die Bestimmung der Längendifferenz Potsdam - Greenwich ist im Jahre 1903 von ALBRECHT [1] und WANACH ausgeführt worden. Zu dieser Zeit wurde noch keine Reduktion wegen Polschwankung vorgenommen. Deshalb ist eine solche zunächst unter Benutzung der zur Verfügung stehenden Polkoordinaten [4] für die mittlere Epoche erfolgt. Nachstehendes Resultat wurde erhalten:

$$(\bar{\lambda}^{\text{Pt}} - \bar{\lambda}^{\text{Gr}})_{\text{def}}^{1903} = -0^{\text{h}}52^{\text{m}}16^{\text{s}}.050 \pm 0^{\text{s}}.005.$$

Dazu gehören als Bezugspunkte:

Station	Bezugspunkt
Pt	Pfeiler des östlichen Meridianhauses
Gr	Transit Circle

Man darf annehmen, daß der Wert annähernd im CIO-System steht. Seine Gegenüberstellung mit dem entsprechenden Längenwert der Tab. 38 zeigt die Differenz von 9,3 ms \pm 5,5 ms. Das bedeutet wiederum, daß unklar bleibt, ob sich die Ergebnisse systematisch voneinander unterscheiden. Bezeichnenderweise wurden die Längenunterschiede für $(\bar{\lambda}^{\text{Pt}} - \bar{\lambda}^{\text{Gr}})_{\text{def}}^{1903}$ und $(\bar{\lambda}^{\text{Bo}} - \bar{\lambda}^{\text{Pt}})_{\text{def}}^{1929}$ jeweils dem Betrage nach größer erhalten als die vergleichbaren Werte der vorliegenden Arbeit.

Zum Vergleich sind auch noch diejenigen Werte aufgeführt, die als konventionelle Längen gelten:

$\lambda_{\text{konv}}^{\text{Bo}}$	$\lambda_{\text{konv}}^{\text{Dr}}$	$\lambda_{\text{konv}}^{\text{Pt}}$
$-1^{\text{h}}08^{\text{m}}18^{\text{s}}$	$-0^{\text{h}}54^{\text{m}}55^{\text{s}}$	$-0^{\text{h}}52^{\text{m}}16^{\text{s}}$
488	949	069

Gegenüberzustellen wären sie den Werten für das SIR-System. Wie ersichtlich, besteht dazwischen eine einseitige Abweichung.

Im Rahmen der Untersuchungen horizontaler Krustenbewegungen unter Verwendung der Ergebnisse astronomisch-geodätischer Zeit- und Breitenbestimmungen galt bisher dem Studium der Kontinentaldriften das besondere Interesse. Es ist aber äußerst schwierig, den Nachweis eventueller Kontinentalbewegungen zu erbringen. Indem das vorhandene Datenmaterial zu diesem Zweck ausgewertet wurde, zeigte sich nämlich, daß höchstens mit einem Betrag von wenigen Zentimetern je Jahr zu rechnen ist. Hierfür konnte insofern kein genügend aussagekräftiges Ergebnis erhalten werden, als das Ausgangsmaterial qualitativ unzureichend war.

Wie in der Einleitung erwähnt, wurden international Empfehlungen [657] gegeben, um durch zielstrebige Zusammenarbeit der Wissenschaftler zu sicheren Grundlagen für Forschungen über horizontale Erdkrustenbewegungen, Polbewegung und Erdrotation zu gelangen. Im speziellen sollen Photo-Zenit-Teleskope und Astrolabien jeweils auf Stationen eingesetzt werden, die zu gleichen Breitenkreisen gehören. Dabei ist es vorteilhaft, auf diese Weise Studien nicht nur in Länge, sondern auch in Breite vornehmen zu können. Man rechnet damit, daß während eines Jahres die relative Lage zweier Stationen mit Photo-Zenit-Teleskopen auf ± 1 m, mit Astrolabien auf ± 2 m bestimmt werden kann. Danach wäre es möglich, Kontinentaldriften in etwa 30 bis 50 Jahren nachzuweisen, falls Beträge von 3 cm/Jahr erreicht werden.

Schließlich ist die Frage von Bedeutung, ob nunmehr auf die Ergebnisse der Zeitbestimmungen mit Passageinstrumenten verzichtet werden sollte. Als Antwort auf diese Frage ergeben sich aus den Untersuchungen der Beobachtungsergebnisse der astronomisch-geodätischen Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam aus dem Jahre 1966 folgende Schlußfolgerungen:

Solange eine Anzahl systematischer Fehler noch ungenügend beherrscht werden, ist der Einsatz verschiedener Instrumente auf jeder Beobachtungsstation zweckmäßig. Auf diese Weise soll erreicht werden, daß die systematischen Fehleranteile, falls sich diese wie zufällige Fehler unterscheiden, im Endergebnis weitgehend eliminiert sind.

Die äußere Genauigkeit des angewandten Verfahrens der Längendifferenzbestimmung von $\approx 3,5$ ms entspricht derjenigen, die mit modernen Instrumenten, Photo-Zenit-Teleskopen und Astrolabien, erzielt wird. Also können auch die Beobachtungsergebnisse an Passageinstrumenten zur Lösung des bestehenden Problems beitragen.

10. Rückblick

Um beurteilen zu können, ob die Genauigkeitsleistung des klassischen Verfahrens der Längenbestimmung mit Passageinstrumenten für das Studium horizontaler Erdkrustenbewegungen ausreicht, wurden die Beobachtungsergebnisse der astronomisch-geodätischen Längenbestimmung Borowiec - Dresden - Potsdam aus dem Jahre 1966 gründlich analysiert.

Das Beobachtungsmaterial war auf der Grundlage der eigens dazu erarbeiteten Richtlinien erhalten worden. Darüber werden Einzelheiten mitgeteilt. Als zweckmäßig erwies es sich, die scheinbaren Rektaszensionen der Sterne des Beobachtungsprogramms unter Berücksichtigung der kurzperiodischen Nutationsglieder für jede obere (bzw. untere) Kulmination des vorgesehenen Beobachtungszeitraumes in den Stationsmeridianen elektronisch zu berechnen. Der Rechenweg hierfür ist aufgezeigt. Insgesamt lagen 203 Zeitbestimmungen an den Passageinstrumenten und 33 (64 Gruppen) am Astrolab DANJON zur Bearbeitung vor. Das sind rd. 6000 einzeln beobachtete Sterndurchgänge.

Die Auswertung der Beobachtungen lieferte fürs erste wahre Ortssternzeiten und zugehörige mittlere Fehler. Hierbei wurde besonderes Augenmerk auf die zur Reduktion zu verwendenden Instrumentenkonstanten gerichtet; aus der Sicht der mathematischen Statistik ist die Beurteilung extrem abweichender Beobachtungen vorgenommen worden. Anschließend wurden die reduzierten Beobachtungen für vier Varianten ausgeglichen. Indem der Weg beschritten wurde, die Ortssternzeiten für die verschiedenen Epochen der Uhrvergleiche gleich auf die am nächsten liegenden Aufnahmezeiten der Zeitsignale 18.00 und 6.00 TU zu reduzieren und zu mitteln, ergaben sie sich als Mittel-Wertepaare.

Soweit möglich, wurden bereits die Ergebnisse der Zeitbestimmungen untersucht. Das geschah hinsichtlich des statistischen Verhaltens auf Homogenität der Gruppenvarianzen und Normalverteilung der Beobachtungen. Es hat sich gezeigt, daß die Beobachtungen jeder Zeitbestimmung für die verschiedenen Registriersysteme Stichproben einer gemeinsamen normalverteilten Grundgesamtheit sind, falls nicht von vornherein bei bestimmten Zeitbestimmungen wegen besonderer Störeinflüsse auf das Gegenteil geschlossen werden muß. Ferner sind die erhaltenen Ergebnisse für die Ausgleichsvarianten miteinander verglichen worden. Hieraus geht hervor, daß aller Wahrscheinlichkeit nach das benutzte mathematische Modell Unzulänglichkeiten aufweist. Es wurde auch geprüft, ob die Unterschiede für die Ortssternzeiten der Haupt- und Parallelbeobachtungen als zufallsbedingt oder signifikant anzusehen sind. Nachweislich sind diese in den meisten Fällen von systematischer Natur.

Die ermittelten Ortssternzeiten beziehen sich jeweils auf den momentanen Erdrotationsvektor zur Beobachtungsepoche. Damit die geographischen Längenunterschiede und Längen in einem erdfesten, zeitunabhängigen Koordinatensystem erhalten werden, sind daran die Korrekturen wegen Polschwankung und, falls nötig, wegen Rotationsschwankung anzubringen. Hierbei muß darauf geachtet werden, daß sich letztlich die Längenskorrekturen aus solchen Werten ergeben, die für dasselbe Bezugssystem gelten.

Die Berechnung der Einzelergebnisse der Längenbestimmung erfolgte in der Weise, daß sowohl zweiseitige Längenunterschiede als auch einseitige Längen gegen Greenwich ermittelt wurden. Bis auf wenige Ausnahmen sind die Mittelwerte aus je 4 Einzelwerten für die Aufnahmezeiten der Zeitsignale 18.00 und 6.00 TU hervorgegangen. Folglich gehören dazu die Bezugsepochen O^h TU, die zwischen diesen Aufnahmezeiten liegen. Hierfür konnten an Stelle der Beobachtungsepochen der Zeitbestimmungen die Reduktionen wegen der Änderungen des Erdrotationsvektors mit hinreichender Genauigkeit vorgenommen werden.

Zur Berechnung von Endergebnissen der Längenbestimmung wurden verschiedene Verfahren angewandt, wobei es darauf ankam, die systematischen Fehleranteile, die in den Einzelergebnissen enthalten sind, zu eliminieren.

Die Ergebnisse für die zweiseitigen Längenunterschiede wurden durch allgemeine arithmetische Mittelbildung nach verschiedenen Gewichtsansätzen berechnet. Dazu sind die wegen der Unterschiede konstanter persönlicher Fehleranteile korrigierten Periodenmittel benutzt worden. Im wesentlichen ergaben sich die gleichen Resultate. Jedoch sind sie noch mit den Unterschieden konstanter instrumenteller Fehleranteile behaftet. Auf den Totalfehler durften ihre mittleren Fehler bezogen werden, da das Datenmaterial homogen ist, wie die Varianzanalyse zeigte.

Zunächst wurden auch die Einzelergebnisse der einseitigen Längenbestimmung arithmetisch gemittelt, und zwar getrennt nach Registriersystemen. Dann sind die erhaltenen Werte unterschiedlich zusammengefaßt worden, so daß die Endergebnisse für die Längen und Längenunterschiede von verschiedener Art vorliegen. U. a. handelt es sich um die wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längen und Längenunterschiede.

Die Prüfung der einzelnen einseitigen Längen der Registriersysteme auf Homogenität ist negativ ausgefallen. In Anbetracht dieser Tatsache kam das Verfahren der Regressionsanalyse zur Anwendung. Meistens war es aber nicht möglich, als mathematisches Modell statistisch gesicherte Regressionspolynome zu benutzen. Im übrigen wurden die Endergebnisse wie bei der allgemeinen arithmetischen Mittelbildung berechnet.

Das "direkte" Verfahren ließ sich nur auf die Längen der Hauptbeobachtungen anwenden. Um die Unbestimmtheit des zu lösenden Gleichungssystems zu beseitigen, wurde es insofern modifiziert, als Ausgleichungen für gleichartige, sich hinsichtlich systematischer Fehlerkomponenten ergänzende Verbesserungsgleichungen erfolgten und aus den Ergebnissen Mittelwerte gebildet wurden. Daneben ist auch von der Möglichkeit Gebrauch gemacht worden, durch zeitabhängige Glieder dem genannten Mangel abzuhelpen.

Schließlich erfolgte der Vergleich der nach den verschiedenen Verfahren errechneten Endergebnisse der Längenbestimmung. Dabei wurde eingeschätzt, daß den wegen der konstanten systematischen Fehlerkomponenten korrigierten Längenunterschieden die größte Bedeutung zukommt. Auf Grund der obenerwähnten Untersuchungen, wonach bei $\sum K \approx 0$ auf die Beobachtungen von Polsternen verzichtet werden kann, ergaben sich die definitiven Ergebnisse

für die Längenunterschiede und Längen. Sie wurden den Resultaten früherer Längenbestimmungen gegenübergestellt. Wie die vergleichenden Betrachtungen gezeigt haben, sind in den definitiven Längenunterschieden für das Jahr 1966 keine systematischen Fehleranteile zu erkennen. Somit täuschen die zugehörigen mittleren Fehler von $\approx 3,5$ m keine extrem hohen Genauigkeiten vor. Es läßt sich schlußfolgern, daß auch die Beobachtungsergebnisse an Passageinstrumenten zum Studium horizontaler Erdkrustenbewegungen beitragen können.

Literatur

- [1] ALBRECHT, T. Astronomisch-geodätische Arbeiten I. Ordnung. Bestimmung der Längendifferenz Potsdam - Greenwich im Jahre 1903. Veröff. kgl. preuß. geod. Inst. N. F. Nr. 15, Berlin (1904). 77 S.
- [2] ALBRECHT, T. Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. Leipzig: Verlag von W. Engelmann 1908
- [3] ALBRECHT, T.; SANDIG, H.-U. Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. Berlin: Akademie-Verlag 1967
- [4] ALBRECHT, T.; WANACH, B. Resultate des Internationalen Breitendienstes Bd. III. Zentralbureau Internat. Erdmessung N. F. Veröff. Nr. 18, Berlin 1909, 232 S.
- [5] Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg Apparent places of fundamental stars 1966. Karlsruhe: Verlag G. Braun GmbH 1964
- [6] BEM, J. The determination of the difference in longitude between Poznań and Borowiec. Acta astronom. 16 (1966) 4, S. 339 - 343
- [7] BÖHM, J. Zur Frage des größten zulässigen Fehlers. Vermess.-Technik, Berlin 6 (1958) 4, S. 80 - 85
- [8] BÖHM, J. Neue Wege in der Fehlertheorie. Wiss. Z. techn. Univ. Dresden 9 (1959/60) 2, S. 309-315
- [9] BÖHM, J. Statistische Prüfung von Meßergebnissen auf Normalverteilung. Z. Vermess.-Wes. 90 (1965) 3, S. 83 - 90
- [10] BÖHM, J. Theorie der gesamten Fehler. Z. Vermess.-Wes. 92 (1967) 3, S. 81-92, u. 4, S. 139 - 149
- [11] BÖHM, J. Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik in der Geodäsie. Vermess.-Technik, Berlin 15 (1967), 7 - 11, u. 16 (1968), 1 - 4
- [12] Bureau International de l'Heure Bulletin horaire, Serie F, No. 8, 10, 14, Paris (1956)
- [13] Bureau International de l'Heure Bulletin horaire, Serie J, No. 13 - 17, Paris (1966)
- [14] Bureau International de l'Heure Rapport annuel pour 1967. Paris (1968)
- [15] BUSCHMANN, E. Zufällige und systematische Fehler in geodätisch-astonomischen Zeitbestimmungen. Arb. Geod. Inst. Potsdam (1969) 25

- [16] DANJON, A. Le mouvement du pôle.
Bull. astron. 23 (1960)
- [17] Geodätisches Institut
Potsdam Beobachtungsergebnisse im Internationalen Geophysikalischen Jahr 1957/58.
Arb. Geod. Inst. Potsdam (1964) 1. 102 S.
- [18] Geodätische Institut
Potsdam Astronomische Zeit- und Breitenbestimmungen, Empfangszeiten von Zeitsignalen.
Potsdam (1965) 1
- [19] GONDOLATSCH, F. Erdrotation, Mondbewegung und das Zeitproblem der Astronomie.
Veröff. astron. Rechen-Inst. Heidelberg, Karlsruhe (1953) 5
- [20] GROSSMANN, W. Grundzüge der Ausgleichsrechnung.
Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1961
- [21] HEMMLEB, G. Bestimmung des Längenunterschiedes Potsdam - Borowa Göra (1956).
Abschlußbericht, Geod. Inst. Potsdam. 50 S. (unveröffentlicht)
- [22] HEMMLEB, G. Durchführung der Beobachtungen und Berechnungen astronomischer Längenunterschiede im Netz der astronomischen Hauptpunkte der Volksdemokratien.
Verwaltung Vermessungs- und Kartenwesen (1959), Manuskriptdruck. 20 S.
- [23] HÖPFNER, J. Sternkoordinatenkorrekturen aus dem Potsdamer Beobachtungsmaterial am Astrolab Danjon.
Arb. Geod. Inst. Potsdam (1966) 12. 60 S.
- [24] JORDAN/EGGERT/KNEISSL Handbuch der Vermessungskunde, Bd. I.
Stuttgart: J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1961
- [25] KNORR, H. Zur Gewichtsfestsetzung von astronomischen Längenbestimmungen für eine Längennetzausgleichung.
Veröff. Inst. angew. Geod. Bamberg (1952) 15, S. 5 - 33
- [26] KOPFF, A.;
GONDOLATSCH, F. Grundbegriffe der Sphärischen Astronomie, in: Astronomisch-Geodätisches Jahrbuch für 1951.
Karlsruhe: Verlag G. Braun GmbH 1950
- [27] KRÜGER, H. Atmosphärische Einflüsse auf astronomisch-geodätische Beobachtungen.
Vermess.-Technik, Berlin 2 (1954) 10, 11 und 3 (1955) 2
- [28] KRÜGER, W. Statistische Analyse astronomischer Längenmessungen.
Diplomarbeit, Lohrmann-Inst. d. Techn. Univ. Dresden (1967) 69
- [29] KRÜGER, W. Statistische Analyse astronomischer Längenmessungen.
Vermess.-Technik, Berlin 15 (1967) 12, S. 444 - 451
- [30] KUBE, R. Kritische Betrachtungen der Methoden zur Festlegung des Erdrotationsvektors und der daraus folgenden Reduktionen astronomisch-geodätischer Ortsbestimmungen.
Dt. geod. Komm., R. C, München (1966) 101. 140 S.

- 317 LEDERLE, T. Polschwankungen.
Sterne und Weltraum, Mannheim 6 (1967) 4
- 327 LINDER, A. Statistische Methoden.
Basel u. Stuttgart: Birkhäuser Verlag 1960
- 337 MEINIG, M.; SANDIG, H.-U.; SCHWARZ, G.; STEINERT, K.-G. Die Arbeiten des Lohrmann-Institutes für geodätische Astronomie im IGJ/IGC 1957 bis 1959, Teil I: Die Teilnahme am Internationalen Längenprogramm.
Mitt. Lohrmann-Inst. techn. Univ. Dresden (1962) 2. 193 S.
- 347 MÜHLIG, F. Astronomisch-geodätische Ortsbestimmung.
Berlin: H. Wichmann Verlag 1960
- 357 NIETHAMMER, T. Die genauen Methoden der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung.
Basel: Verlag Birkhäuser 1947
- 367 PAVEL, F.; BONSDORFF, I. Die Berechnung der Längendifferenzen der Landeszentralen. Bestimmung der Längenunterschiede der Landeszentralen im Jahre 1929.
Balt. geod. Komm., Helsinki (1934), Sonderveröff. Nr. 3
- 377 PAVEL, F.; UHINK, W. Die Quarzuhren des Geodätischen Instituts in Potsdam.
Astron. Nachr. 257 (1935), S. 365 - 390
- 387 PESCHEL, H. Der geodätische Beitrag zur Erforschung rezenter Erdkrustenbewegungen, in: Aus der geodätischen Lehre und Forschung, Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. W. Großmann.
Stuttgart: Verlag Konrad Wittwer 1967
- 397 RADECKI, J. Teoria metody bezpośredniego wyznaczenia różnic długości geograficznych.
Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa 8 (1961)
- 407 RADECKI, J. Międzynarodowa sieć różnic długości geograficznych.
Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa (1964)
- 417 RASCH, R. Elementare Einführung in die Mathematische Statistik.
Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften 1968
- 427 REISSMANN, G. Die Festlegung der statistischen Sicherheit bei der Anwendung der mathematischen Statistik auf geodätische Probleme.
International Conference on geodetic measuring technique and instrument problems, Budapest 1966
- 437 REISSMANN, G. Die Ausgleichsrechnung.
Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1968
- 447 SCHÄDLICH, M. Zur Fehlertheorie gruppen- und satzweiser Beobachtungsreihen.
Vermess.-Technik, Berlin 14 (1966) 9, S. 321 - 325
- 457 SCHÄDLICH, M. Die Approximation astronomischer Längendifferenzen aus gruppenweisen Beobachtungen.
Astron. Nachr. 289 (1967) 5, S. 197 - 203

- [46] SCHAUB, W. Vorlesungen über sphärische Astronomie.
Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig
K.-G. 1950
- [47] SCHILDHEUER, E. Zur Ermittlung systematisch wirkender Ursachen.
Vermess.-Technik, Berlin 14 (1966) 12, S. 470 - 476
- [48] SCHRICK, K.-W. Astronomisch-geodätische Beobachtungen 1960 auf Borkum,
Norderney, Pilsun und Niederreifenberg.
Dt. geod. Komm., R. B, Frankfurt a. M. (1963) 102.
42 S.
- [49] SIGL, R. Astronomisch-geodätische Arbeiten 1955.
Dt. geod. Komm., R. B, München (1958) 40. 67 S.
- [50] SIGL, R. Astronomisch-geodätische Längenbestimmungen am Bodensee
1956.
Dt. geod. Komm., R. B, München (1958) 41. 30 S.
- [51] SIGL, R. Über die Beobachtung genauer astronomischer Längen.
Dt. geod. Komm., R. C, München (1960) 41. 98 S.
- [52] SMIRNOW, N. W.;
DUNIN-BARKOWSKI, I. W. Mathematische Statistik in der Technik.
Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften 1963
- [53] STECHER, R. Atomare Frequenznormale und ihre Verwirklichung.
Nachrichtentechnik 14 (1964) 9, S. 344 - 349
- [54] STEINERT, K.-G. Die persönlichen Fehler bei Zeitbestimmungen mit dem
Passageinstrument.
Vermess.-Technik, Berlin 9 (1961) 9, S. 280 - 282
- [55] STEINERT, K.-G. Die äußere Genauigkeit von Zeitbestimmungen mit dem
Passageinstrument und die persönlichen und instrumen-
tellen Fehler.
Mitt. Lohrmann-Inst. techn. Univ. Dresden, Nr. 5
(= Astron. Nachr. 287 (1963) 3, S. 137 - 147)
- [56] STEINERT, K.-G. Die Achsstabilität bei Passageinstrumenten.
Vermess.-Technik, Berlin 12 (1964) 4, S. 129 - 134
- [57] STOYKO, A. et N. La variation saisonnière de la rotation de la Terre et
son extrapolation pour l'année 1962.
Bull. horaire, Serie 5, No. 15, Paris (1961)
- [58] UHINK, W. Über den mittleren Fehler eines Kontaktes bei Durch-
gangsbeobachtungen mit dem unpersönlichen Mikrometer.
Z. Vermess.-Wes. (1940) 14, S. 321 - 326
- [59] VAN DER WAERDEN, E. L. Mathematische Statistik.
Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1965
- [60] WEBER, E. Grundriß der biologischen Statistik.
Jena: VEB G. Fischer Verlag 1961
- [61] WITKOWSKI, J. Latitude station of the Polish Academy of Sciences at
Borowiec.
Acta geophys. polon. Poznań (1959)

- [62] WOLF, H. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.
Hamburg: Hanseatische Verlagsanstalt GmbH, und Bonn: F. Dümmers Verlag 1961 bis 1967 (12 Lieferungen)
- [63] YUMI, S. Annual report of the International Polar Motion Service for the year 1966.
Central Bureau of the IPMS, Mizusawa (1968)
- [64] - Astronomisch-geodätische Arbeiten, Heft 14, Längenbestimmungen in den Jahren 1932 - 1936.
Veröff. bayer. Komm. internat. Erdmess., München (1949). 46 S.
- [65] - Symposium on continental drift, motion of the pole and rotation of the earth.
I.U.G.G. Chronicle No. 68 (1967), publiée par le Secrétaire Général G. D. GARLAND
- [66] - Richtlinien für die Bestimmung der Längendifferenzen zwischen den Stationen Borowiec - Dresden - Potsdam, zusammengestellt im Okt. 1965 von J. HÖPFNER, Geod. Inst. Potsdam (unveröffentlicht). 10 S.

