

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR

Forschungsbereich Kosmische Physik

ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde

Nr. 15

**Photographische Positionsbestimmung
künstlicher Erdsatelliten
mit einer Tracking-Kamera**

von

Karl-Heinz Marek

Als Manuskript gedruckt

Potsdam 1973

Von der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen des
Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor eines Wissenschaftszweiges

(Dr.-Ing)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Karl-Heinz Marek

Tag der Einreichung: 2.4.1971

Gutachter: Prof.Dr.phil.habil.H.-U.Sandig

Prof.Dr.-Ing.H.Peschel

Dr.-Ing.habil.L.Stange

Tag der öffentlichen Verteidigung: 24.1.1972

Vorsitzender der Prüfungskommission:

Prof.Dr.-Ing.habil.H.Werner

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	9
1.1. Aufgabenstellung	9
1.2. Reduktion von Beobachtungen mit mehrachsiger montierten Instrumenten auf das Stationszentrum	11
1.2.1. Allgemeines	11
1.2.2. Ableitung des Zentrierungsvektors	13
1.2.3. Berechnung der Zentrierungskorrekturen	16
1.2.4. Anwendungen	18
Literatur zum Kapitel 1	21
2. Approximation der topozentrischen Satellitenbewegung	23
2.1. Grundlagen der programmgesteuerten Bahnverfolgung von Satelliten	24
2.1.1. Ableitung der Kleinkreisparameter	24
2.1.1.1. Beziehungen im Bahnkoordinatensystem	25
2.1.1.2. Ableitung der Kleinkreisparameter aus gegebenen Satellitenpositionen	28
2.1.1.3. Gewichtsfestlegung	31
2.1.1.4. Ableitung der Kleinkreisparameter aus Bahnelementen	32
2.1.1.5. Beziehungen des Bahnkoordinatensystems zu anderen Koordinatensystemen	39
2.1.1.6. Genauigkeitsbetrachtungen zu den Kleinkreisparametern	41
2.1.2. Bestimmung der Nachführgeschwindigkeit	45
2.1.2.1. Geozentrische Winkelgeschwindigkeit	45
2.1.2.2. Mittlere topozentrische Winkelgeschwindigkeit	46
2.1.2.3. Ableitung der Nachführgeschwindigkeit	47
2.1.2.4. Realisierung der Nachführgeschwindigkeit für Zenitbahnen durch eine Lochstreifensteuerung	51
2.1.2.5. Approximation beliebiger Satellitenbahnen durch Zenitbahnen	56
2.1.2.6. Genauigkeitsbetrachtungen zur Nachführgeschwindigkeit	60
2.2. Bewegungsgleichung eines Satelliten in der Bildebene	66
2.2.1. Allgemeines	66
2.2.2. Die Bewegungsgleichung für die Umgebung des Kulminationspunktes	67
2.2.3. Die Bewegungsgleichung im allgemeinen Falle	70
2.2.4. Praktische Anwendung	71
2.2.4.1. Berechnung der Koeffizienten \bar{a}_j aus Elementen der Satellitenbahn	71
2.2.4.2. Ermittlung der äquivalenten Flughöhe H_a	73
2.2.4.3. Bestimmung des notwendigen Grades der Polynomdarstellung einer Beobachtungsreihe	76
Literatur zum Kapitel 2	79

4		Seite
3.	Photographische Beobachtung lichtschwacher passiver Satelliten	82
3.1.	Die Tracking-Kamera SBG	82
3.1.1.	Allgemeines	82
3.1.2.	Optisches System	83
3.1.2.1.	Geometrisch-optische Daten	84
3.1.2.2.	Fokussierung	85
3.1.2.3.	Temperaturverhalten	87
3.1.2.4.	Bildgüte	88
3.1.2.5.	Reichweite	90
3.1.2.6.	Optisches Zentrum und Verzeichnungskoeffizient	98
3.1.3.	Positions- und Zeitmarkierung	105
3.1.4.	Zuordnung von Lage und Zeitmoment der Satellitenposition	107
3.1.4.1.	Erforderliche Genauigkeit	107
3.1.4.2.	Bestimmung systematischer Zeitfehler	108
3.2.	Technik der Satellitenbeobachtung	110
3.2.1.	Belichtungszeit	111
3.2.2.	Beobachtungsverfahren	114
3.2.3.	Berechnung äquatorialer Satellitenpositionen	117
3.2.3.1.	Berechnung zugehöriger Plattenkoordinaten	117
3.2.3.2.	Berechnung der Kassettenverschiebung	118
3.2.3.3.	Blockschema	120
3.3.	Genauigkeit der Positionsbestimmungen	120
3.3.1.	Einige charakteristische Fehlerquellen	122
3.3.1.1.	Plattenmeßfehler	122
3.3.1.2.	Fehler der Kamerakonstanten	123
3.3.1.3.	Nachführfehler	124
3.3.2.	Praktische Genauigkeit der Positionsbestimmung	126
	Literatur zum Kapitel 3	129
4.	Rückblick	132

Vorwort

Im letzten Jahrzehnt hat sich die Technik der photographischen Positionsbestimmung künstlicher Erdsatelliten zu einem umfangreichen Spezialgebiet der Meßtechnik entwickelt, zu dessen Formierung eine Vielzahl von Wissensgebieten beigetragen hat.

Während in der Vergangenheit - der logischen Entwicklung des Gerätebaus und der damit eng verbundenen praktischen geodätischen Nutzung der Ergebnisse entsprechend - meist Probleme der Satellitenbeobachtung mit fest (azimutal oder parallaktisch) montierten Apparaturen untersucht wurden, unternimmt der Verfasser der vorliegenden Arbeit den Versuch, die theoretischen und praktischen Grundlagen des Satellitentracking für die Zwecke der photographischen Positionsbestimmung darzustellen.

Die experimentellen Arbeiten waren mit der Herstellung der Funktionsfähigkeit und der Erprobung des gegenwärtig in der Welt modernsten Trackingteleskops, des SBG 420/500/760 vom VEB Carl Zeiss Jena, verbunden.

Ich bin meinem ehemaligen Abteilungsleiter, Herrn Prof. Dr. phil. habil. H.-U. SANDIG, für die Anregung zu dieser Arbeit und die allseitige Unterstützung bei ihrer Durchführung sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. H. PESCHEL für die wertvolle Hilfe zur Überwindung organisatorischer Schwierigkeiten bei der Herstellung der Betriebsfähigkeit des SBG zu besonderem Dank verpflichtet. - Herrn Dr.-Ing. habil. L. STANGE danke ich für wertvolle Hinweise, ebenso meinen technischen Mitarbeitern Frau M. SIEBERT und Herrn A. BARTELS für ihre langjährige Mitarbeit bei den Vorbereitungen zur Inbetriebnahme des Großgeräts.

Abbildungen, Tabellen und Formeln der vorliegenden Arbeit sind kapitelweise nummeriert. Jedem Kapitel ist ein Literaturverzeichnis nachgestellt.

Potsdam, den 20. November 1970

Karl-Heinz Marek

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die praktischen Aspekte des Prinzips der Approximation topozentrischer Satellitenbahnen durch Kleinkreise theoretisch vertieft und zu einer technologischen Reife geführt. Die theoretischen und praktischen Grundlagen der Beobachtungstechnik für Satellitenbeobachtungsgeräte der 2. Generation werden erarbeitet und bei der Erprobung des gegenwärtig modernsten Geräts dieser Art, des SBG, experimentell bestätigt.

Summary

The present paper deals with the theoretical extension of the approximation of topocentric satellite orbits by small circles and leads this principle to a technological ability. The theoretical and practical foundations of the observation technique for satellite-observation devices of the 2nd generation are developed. They have been confirmed experimentally during the test of camera SBG, the recently most modern device of this kind.

Résumé

Dans le travail présent les aspects pratiques du principe de l'approximation des orbits topocentriques des satellites par cercles petits sont approfondis en théorie et menés à une perfection technologique. Les principes théoriques et pratiques de la technique d'observation pour des instruments d'observation des satellites de la 2^e génération sont dérivés et confirmés par expérience par l'épreuve de l'instrument le plus moderne à présent de ce genre, le SBG.

Резюме

В работе дается обоснование для некоторых практических приложений принципа аппроксимации топоцентрических орбит спутников малыми кругами. Этот принцип доведен до стадии некоторого технологического совершенства. Разрабатываются теоретические и практические основы техники наблюдения со спутниковыми камерами второго поколения. Методы наблюдения и обработки успешно применялись при введении в строй камеры СБГ, одной из наиболее совершенных камер такого типа.

Bedeutung häufig benutzter Symbole

Wegen der großen Anzahl der eingeführten Symbole wurde in einigen Fällen für verschiedene Begriffe das gleiche Symbol verwendet. Mißverständnisse dürften jedoch ausgeschlossen sein. Es bedeuten:

A	- Azimut (von Nord über Ost)
A_0, D_0	- äquat. Koordinaten des Bildzentrums
C	= R/r
D	- Objektivdurchmesser
E	- Beleuchtungsstärke
F	- Fokusstellung
H	- Lichtmenge
H	- Höhe über der Erdoberfläche
I	- Lichtstärke
P	- Pol der scheinbaren Satellitenbahn
R	- Erdradius
S	- Sternzeit
T	- Zeitmoment (Weltzeit)
U	- Umlaufperiode
a	- große Halbachse
a'	- Albedo
a, b, c, e	- Zentrierungskonstanten
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$	- Polynomkoeffizienten
c	- Indexfehler
d	- Bildfleckdurchmesser
d	- topozentrische Objektentfernung
\bar{d}	- Beobachtungsvektor
e	- Exzentrizität
f	- Objektivbrennweite
h	- Höhenwinkel
i	- Bahnneigung
i	- lfd. Nr. der Satellitenposition ($i = 1, 2, 3, \dots, \nu$)
\bar{i}	- lfd. Nr. der Sternposition ($\bar{i} = 1, 2, 3, \dots, n$)
j	- Grad des Polynoms ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)
k M'	- geozentrische Gravitationskonstante
l	- Absolutglied
m	- Sternhelligkeit

m_i	- mittlerer Fehler des Arguments i
n	- Gesamtanzahl (Zeichen, Positionen usw.)
p	- SCHWARZSCHILD-Exponent
$r = R + H$	- geozentrische Objektentfernung
r_0	- Radius des Satelliten
r_m	- Mittelwert der Größen r
t	- Stundenwinkel
t	- Zeitdifferenz zwischen Beobachtungs- und Kulminationsmoment
\bar{T}	- Beobachtungsdauer (Belichtungszeit)
$t [^{\circ}\text{C}]$	- Temperatur
v	- Restverbesserung
v	- wahre Bahnanomalie
\bar{v}	- lineare Geschwindigkeit
x, y	- Plattenkoordinaten (allgem.)
x_0, y_0	- Koordinaten des Bildzentrums
\bar{x}, \bar{y}	- Koordinaten der Anhaltsterne
Δ	- Großkreisdistanz
ΔA	- Korrektur des Arguments A
ΔT	- Sichtbarkeitsdauer
Δd	- Vergrößerung des Bildfleckdurchmessers
$\Delta \psi$	- Winkelabstand zwischen zwei Objekten
θ	- Greenwicher Sternzeit
q	- Knotenlänge
α, δ	- Rektaszension und Deklination
ϵ	- geozentrische Bahnbogenlänge
ξ, η	- gemessene Plattenkoordinaten
$\bar{\xi}, \mu$	- Winkel zwischen Koordinatenachsen verschiedener Systeme
η	- Winkelgeschwindigkeit in der Bildebene
λ	- Lichtwellenlänge
ν	- Phasenwinkel
τ	- Zentrierungswinkel
σ	- topozentrische Bahnbogenlänge (gezählt vom Kulminationspunkt)
δ	- topozentrische Winkelgeschwindigkeit des Satelliten bzw. Nachführge- schwindigkeit des Teleskops
φ, λ	- geographische Koordinaten
ψ	- Winkelabstand vom Bildzentrum
$\bar{\psi}$	- linearer Abstand vom Bildzentrum
ω	- geozentrische Winkelgeschwindigkeit
$\bar{\omega}$	- Argument des Perigäums
z	- lineare Exzentrizität

1. Einleitung

1.1. Aufgabenstellung

Das Ziel einer jeden photographischen Satellitenbeobachtung besteht darin, mit möglichst hoher Genauigkeit topozentrische Einheitsvektoren von der Beobachtungsstation zur momentanen Position des Satelliten zu ermitteln. Neben den entsprechenden linearen Entfernungen stellen diese topozentrischen Richtungsvektoren - bezogen auf ein bestimmtes Zeitsystem - die Grundelemente für die praktische Nutzung dieser Beobachtungen in der Geodäsie dar.

In den vergangenen Jahren war die geodätische Nutzung von Satellitenbeobachtungen meist auf die Beobachtungsergebnisse heller passiver Satelliten beschränkt. Die Beobachtung der für zahlreiche Aufgaben der Geodäsie und Geophysik besonders interessanten lichtschwachen passiven Satelliten erfordert eine größere Reichweite des Aufnahmesystems bei sonst gleichen Bedingungen. Eine solche Reichweitenvergrößerung ist u. a. durch Verlängerung der effektiven Belichtungszeit für die Abbildung einer Satellitenposition möglich, indem die Bewegung des Satelliten in der Bildebene des Beobachtungsgeräts kompensiert wird.

Die spezifischen Besonderheiten der Technik der photographischen Satellitenbeobachtung ergeben sich i. allg. sowohl aus der Tatsache, daß von einem lichtschwachen Objekt im gleichen Zeitpunkt drei Koordinaten mit maximaler und einander entsprechender Genauigkeit zu bestimmen sind, als auch aus den ständig sich ändernden Relativbewegungen zwischen dem zu beobachtenden Objekt, dem das Bezugssystem repräsentierenden Fixsternhimmel und dem Beobachtungsort. Oft ist auch die Helligkeit der Beobachtungsobjekte variabel. Die Lösung dieses Problems erforderte die Entwicklung neuartiger Instrumentarien sowie entsprechender Beobachtungs- und Auswerteverfahren.

Nach der Art der durch die o.g. Relativbewegungen bedingten konstruktiven Besonderheiten kann man die Apparaturen zur photographischen Satellitenbeobachtung zwei Generationen zuordnen - der ersten Generation alle azimutal und parallaktisch montierten Geräte, die nur die Positionen aktiver und heller passiver Satelliten registrieren können, und der zweiten alle die Geräte, die auch Positionen schwacher passiver Satelliten registrieren können und aus diesem Grunde mit einem Kompensationsystem der topozentrischen Satellitenbewegung ausgerüstet sein müssen.

Die Satellitenbeobachtungsgeräte der zweiten Generation haben folgende zwei Hauptbedingungen zu erfüllen:

1. Es muß mit ausreichender Genauigkeit die Bewegung des zu beobachtenden Objekts

in der Plattenebene kompensiert werden, denn erst dies garantiert die Beobachtbarkeit.

2. Der Mechanismus der Positions- und Zeitmarkierung muß gestatten, die Satellitenpositionen mit einer geodätischen Ansprüchen genügenden Genauigkeit (Position $\pm 1''$, Zeitmoment etwa ± 1 ms) zu bestimmen.

Solche Beobachtungsgeräte wurden bisher in den USA (BAKER-NUNN [1]), der UdSSR (AFU-75 [2]) sowie in Einzelexemplaren in Frankreich (Antares [3]) konstruiert und eingesetzt. Theoretische Grundlagen über das Satellitentracking mit diesen Kameras wurden bisher jedoch kaum veröffentlicht. Im Jahre 1966 wurde vom VEB Carl Zeiss Jena als universelle zweckbestimmte Großkamera das Satellitenbeobachtungsgerät SBG 420/500/760 [4, 5] vorgestellt, das auf eine Konzeption von STEINBACH [7] zur Approximation topozentrischer Satellitenbahnen durch Kleinkreise und auf die Realisierung letzterer durch eine vierachsige Montierung des Beobachtungsgeräts zurückgeht.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit bestand darin, die praktischen Aspekte des Prinzips der Kleinkreisapproximation topozentrischer Satellitenbahnen theoretisch zu vertiefen und zu einer technologischen Reife zu führen sowie die theoretischen und praktischen Grundlagen der Beobachtungstechnik für Satellitenbeobachtungsgeräte der zweiten Generation zu erarbeiten.

Im 1. Kapitel werden die Besonderheiten einer vierachsigen Montierung des Beobachtungsgerätes am Problem der Zentrierung beobachteter Richtungen auf das Stationszentrum deutlich. Ein solches Zentrierungsproblem wird erstmalig bei mehrachsigen montierten Großgeräten praktisch bedeutsam. Die bisher in der Vermessungskunde bekannten Zentrierungsformeln erscheinen als Sonderfälle des dargestellten allgemeinen Zentrierungsproblems.

Das 2. Kapitel ist der ersten der o.g. Hauptbedingungen gewidmet und behandelt die topozentrische Satellitenbewegung nach dem Prinzip der Kleinkreisapproximation sowohl für den gesamten sichtbaren Durchgang als auch für das nur kurze Bahnstück auf einer Aufnahme. Theoretische Untersuchungen zur Trigonometrie der Kleinkreise und zur topozentrischen Satellitengeschwindigkeit liefern die Grundlage für die praktische Realisierung einer programmgesteuerten Satellitenbahnverfolgung mit einer Tracking-Kamera und die Ableitung einer Bewegungsgleichung des Satelliten in der Bildebene als Zeitpolynom.

Aufbauend auf den theoretischen Untersuchungen in den vorausgegangenen Abschnit-

ten, werden schließlich im 3. Kapitel der Arbeit die technologischen Richtlinien zum praktischen Einsatz von Tracking-Kameras, insbesondere vom Typ SBG, bei der Beobachtung passiver Satelliten abgeleitet. Diese experimentellen Arbeiten waren mit der Herstellung der Funktionsfähigkeit und der Erprobung eines Funktionsmusters des SBG sowie der erarbeiteten Beobachtungs- und Auswertemethodik am Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW der DDR verbunden.

Obwohl sich zahlreiche Untersuchungen der vorliegenden Arbeit konkret auf das von seiner Konzeption her in der Welt gegenwärtig modernste Gerät, das SBG 420/500/760 vom VEB Carl Zeiss Jena, beziehen, erscheinen sie in vielen Fällen verallgemeinerungsfähig für andere Geräte der zweiten Generation.

1.2. Reduktion von Beobachtungen mit mehrachsiger montierten Instrumenten auf das Stationszentrum

Mehrachsiger montierte Instrumente sind Beobachtungsgeräte, deren Montierung über mehr als zwei Achsen verfügt [6, 7]. Wie leicht zu sehen ist, können mit solchen Geräten beobachtungstechnisch beliebige Kleinkreise auf einer Kugel um den Beobachtungsort realisiert werden.

Die Erläuterung der Grundprinzipien einer vierachsigen Montierung - auf die sich die folgenden Untersuchungen zur Satellitenbahnverfolgung beziehen - soll im folgenden verbunden werden mit der Darlegung eines über die Satellitenbeobachtung hinausgehenden allgemeinen geodätischen Problems, welches jedoch erst mit dem Erscheinen des vierachsiger montierten Großgeräts SBG praktische Bedeutung erlangte: der Zentrierung von Beobachtungen auf das Stationszentrum bei veränderlichem Projektionszentrum (Scheitelpunkt).

1.2.1. Allgemeines

Der Einfluß einer exzentrischen Aufstellung des Beobachtungsgeräts auf das Meßresultat wird bekanntlich in der Astronomie wegen der praktisch unendlich großen Entfernung zum Beobachtungsobjekt und in der Geodäsie durch genaues "Zentrieren" des Beobachtungsgeräts bzw. durch Beobachtung in zwei symmetrisch zum Stationszentrum befindlichen Instrumentenlagen i.allg. nicht wirksam. Bei der genauen Positionsbestimmung sich schnell bewogender Himmelskörper (Satelliten, Raketen, Ballons) kommen bei-

Zuvor soll jedoch noch die Lage des Projektionszentrums D im Aufnahmegerät definiert werden. Nach SCHWIDEFESKY [11] gilt allgemein als Projektionszentrum eines photographischen Objektivs

- in erster Näherung und bei einfachen Objektiven: die Mitte des Objektivs,
- im praktisch-physikalischen Sinne: die Mitten der Eintritts- und Austrittspupillen des Objektivs, denn sie sind die Mittelpunkte der wirksamen Lichtbündel,
- bei theoretischen Erörterungen der geometrischen Optik: der Ding- bzw. der Bildknotenpunkt (bei Objektiven in Luft fallen bekanntlich die Knotenpunkte mit den entsprechenden Hauptpunkten zusammen).

Dieser allgemeinen Definition entsprechend stellen der bildseitige Hauptpunkt des Kameraobjektivs das Zentrum für die Zentralprojektion eines Teiles der Himmelskugel auf die photographische Platte und der dingseitige Hauptpunkt den Scheitelpunkt für die Winkelmessung dar [12]. Für den Fall eines Kugelspiegels läßt sich nach SONNEFELD [13] mit genügender Genauigkeit sowohl für sagittale als auch für tangentielle (meridionale) Strahlenbündel der Mittelpunkt der Kugelfläche als Projektionszentrum annehmen.

Die angegebenen Definitionen zeigen, daß für das vorliegende Zentrierungsproblem bei Kameras vom Typ SBG (vgl. Abschnitt 3.1.) die Mitte der Eintrittspupille (Mittelpunkt der Korrekptionsplatte) als dingseitiges Projektionszentrum D der Aufnahmekamera angesehen werden kann.

1.2.2. Ableitung des Zentrierungsvektors

Beim Beobachtungsvorgang mit einem vierachsrig montierten Teleskop treten um die einzelnen Achsen die folgenden Drehwinkel auf (s. Abb. 1):

um die 1. Achse AB : Azimut A_p , in welches die Projektion der 3. Achse BC auf die Horizontalebene EAC' zeigt;

um die 2. Achse \overline{BB} : Höhenwinkel h_p zwischen 3. Achse und Horizontalebene;

um die 3. Achse BC : Bahnlänge σ ;

um die 4. Achse \overline{CC} : Neigungswinkel $90^\circ - \Delta$ der optischen Achse CD gegen die 3. Achse.

Vom Instrumentenstandpunkt A schließen Nordrichtung und Richtung zum Stationszen-

trum E den (konstanten) Winkel τ_4 ein. Bei zentrischer Achslagerung schneiden sich 1., 2. und 3. Achse im Punkt B, 3. und 4. Achse im Punkt C.

Aus Abb. 2 erhält man für den Zentrierungsvektor

$$(1) \quad \bar{z} = \bar{z}_{DA} + \bar{z}_{AE} = -\bar{a} - \bar{b} - \bar{c} + \bar{e}$$

und mit Abb. 1 seine Komponenten im Horizontalsystem von A

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{a} = a \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \\ \bar{b} = b \begin{Bmatrix} \cos h_p & \cos A_p \\ \cos h_p & \sin A_p \\ \sin h_p \end{Bmatrix}, \\ \bar{e} = e \begin{Bmatrix} \cos \tau_4 \\ \sin \tau_4 \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{array} \right.$$

Zur Ableitung des Vektors \bar{c} verschieben wir die Drehwinkel längs der entsprechenden Achsen so, daß sie sämtlich vom Punkt C aus abgetragen werden können. Diese Parallelverschiebungen ändern natürlich nichts an der räumlichen Bewegung des Punktes D. Man erhält dann um den Punkt C ein Bündel von Vektoren (Abb. 3), von denen miteinander komplanar sind:

in der Horizontalebene von C : \bar{y}' , \bar{x}' , \bar{c}_5 , \bar{c}_1 , \bar{c}_2 ,

in der Vertikalebene von C : \bar{z}' , \bar{c} und \bar{c}_1 ,

im Bahnhorizont (Großkreisebene): \bar{c}_5 , \bar{c}_3 und \bar{c}_4 ,

im Bahnvertikal (durch D) : \bar{p} , \bar{c}_3 , \bar{c} und \bar{c}_2 .

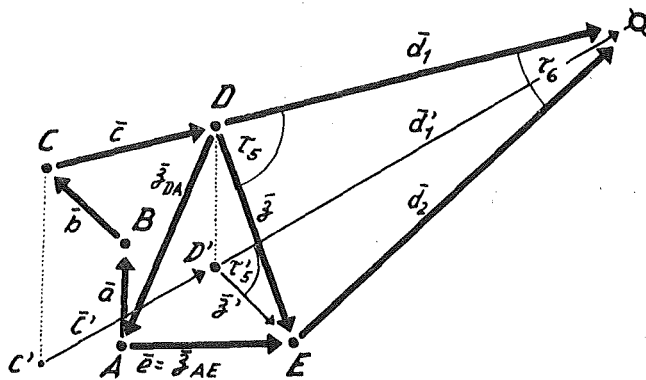


Abb. 2. Zum Zentrierungsproblem bei einer vierachsigen Montierung

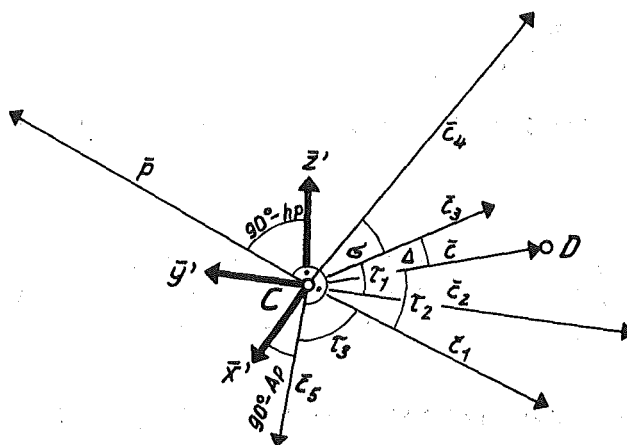


Abb. 3. Vektorbündel im Punkt C

Es lassen sich folgende Beziehungen ableiten:

$$\sin \tau_1 = \frac{\cos h_p \cos \sigma}{\sqrt{1 - \cos^2 h_p \sin^2 \sigma}},$$

$$\begin{aligned} \sin \tau_2 &= \sqrt{1 - \sin^2 \sigma \cos^2 h_p} \sin(\tau_1 - \Delta) = \\ &= \cos \Delta \cos h_p \cos \sigma - \sin \Delta \sin h_p, \end{aligned}$$

$$(3) \quad \tau_3 = 90^\circ - A_p + (\widehat{c_5, c_2}) - (\widehat{c_1, c_2});$$

$$(4) \quad \sin(\widehat{c_5, c_2}) = \cos \sigma (1 - \cos^2 h_p \sin^2 \sigma)^{-1/2},$$

$$\begin{aligned} (5) \quad \sin(\widehat{c_1, c_2}) &= \frac{\sin(\tau_1 - \Delta)}{\cos \tau_2} \cos h_p \sin \sigma = \\ &= \frac{\cos h_p \sin \sigma}{\sqrt{1 - \cos^2 h_p \sin^2 \sigma}} \tan \tau_2. \end{aligned}$$

Nach Einsetzen von (4) und (5) in (3) erhält man:

$$\begin{aligned} \sin \tau_3 &= \cos[A_p - (\widehat{c_5, c_1})] = \cos[A_p - (\widehat{c_5, c_2}) + (\widehat{c_1, c_2})] = \\ &= \cos[A_p - (\widehat{c_5, c_2})] \cos(\widehat{c_1, c_2}) - \sin[A_p - (\widehat{c_5, c_2})] \sin(\widehat{c_1, c_2}) = \\ &= \frac{1}{\cos \tau_2} \frac{\sqrt{\cos^2 \tau_2 - \sin^2 \sigma \cos^2 h_p}}{1 - \cos^2 h_p \sin^2 \sigma} (\cos A_p \sin \sigma \sinh h_p + \sin A_p \cos \sigma) - \\ &= \tan \tau_2 \frac{\sin \sigma \cos h_p}{1 - \cos^2 h_p \sin^2 \sigma} (\sin A_p \sin \sigma \sinh h_p - \cos A_p \cos \sigma). \end{aligned}$$

In abgekürzter Form ist

$$(6) \quad \bar{c} = c \begin{Bmatrix} \cos \tau_2 & \cos \tau_3 \\ -\cos \tau_2 & \sin \tau_3 \\ & \sin \tau_2 \end{Bmatrix} .$$

Die Zusammenfassung der einzelnen Komponenten (2) und (6) ergibt schließlich den gesuchten Zentrierungsvektor

$$(7) \quad \bar{z} = \begin{Bmatrix} X_{DSE} \\ Y_{DSE} \\ Z_{DSE} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -b \cos h_p \cos A_p - c \cos \tau_2 \cos \tau_3 + e \cos \tau_4 \\ -b \cos h_p \sin A_p + c \cos \tau_2 \sin \tau_3 + e \sin \tau_4 \\ -a - b \sin h_p - c \sin \tau_2 \end{Bmatrix} ,$$

der die räumliche Bewegung des Projektionszentrums D gegenüber dem Stationszentrum E charakterisiert. Hierbei sind a, b, c, e und τ_4 die von der Aufstellung des Beobachtungsgeräts abhängigen Zentrierungskonstanten der Beobachtungsstation, A_p und h_p die von der Lage der beobachteten Satellitenbahn am Himmel abhängigen Zentrierungsparameter und τ_2 und τ_3 die von der Lage der beobachteten Einzelposition am Himmel abhängigen Zentrierungsparameter.

1.2.3. Berechnung der Zentrierungskorrekturen

Aus Abb. 2 erhält man den zentrierten Beobachtungsvektor

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \bar{z}$$

und den Zentrierungswinkel

$$(8) \quad \tau_e'' = \frac{180^\circ}{\pi} \sin \tau_s \frac{z}{d_2} .$$

Die Projektionen dieses Winkels in die Ebenen desjenigen Koordinatensystems, in dem die Beobachtungen ausgeführt werden, stellen die gesuchten Zentrierungskorrekturen dar. Der Ableitung dieser Korrekturen seien jedoch Angaben über die erforderliche Genauigkeit der in (8) eingehenden Größen vorangestellt.

Die Differentiation von (8) ergibt:

$$d\tau_e = \cos \tau_s \frac{z}{d_2} d\tau_s + \frac{\sin \tau_s}{d_2} dz - \sin \tau_s \frac{z}{d_2^2} dd_2 .$$

Bei einer zulässigen Ungenauigkeit von $d\tau_e = \pm 0,1$ erhält man für den ungünstigsten Fall und bei $d_2 = 800$ km und $z_{\max} = 5$ m eine erforderliche Genauigkeit

im linearen Zentrierungselement von

$$d\bar{z} = d_2 d\tau_6 = \pm 0,4 m,$$

im angulären Zentrierungselement von

$$d\tau_5 = \frac{d_2}{z \cos \tau_6} d\tau_6 = \pm 4,4$$

und in der topozentrischen Entfernung d_2 von

$$dd_2 = \frac{d_2^2}{z} d\tau_6 = \pm 64 km.$$

Aus diesen Größen ist ersichtlich, daß in allen Fällen auf Unterschiede zwischen \bar{d}_2 und \bar{d}_1 sowie deren Projektionen in die Ebenen der genannten Koordinatensysteme verzichtet werden kann. Damit vereinfachen sich die Ausdrücke für die Zentrierungskorrekturen erheblich. Die Projektionen der Zentrierungselemente \bar{z} und τ_6 in die Horizontalebene sind deshalb

$$(9) \quad \begin{aligned} \bar{z}' &= \sqrt{X_{DE}^2 + Y_{DE}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{b^2 \cos^2 h_p + c^2 \cos^2 \tau_2 + e^2 + 2bc \cos h_p \cos \tau_2 \cos(A_p + \tau_3) - \\ &\quad - 2be \cos h_p \cos(A_p - \tau_4) - 2ce \cos \tau_2 \cos(\tau_3 + \tau_4)}}{z'} \end{aligned}$$

und

$$\tau_5' = |\widehat{\bar{d}_1', \bar{z}'}|,$$

wobei

$$\bar{d}_1' = \bar{c} \{c \cos \tau_2 \cos \tau_3, -c \cos \tau_2 \sin \tau_3\},$$

$$\bar{z}' = \{X_{DE}, Y_{DE}\}$$

und damit

$$(10) \quad \cos \tau_5' = \frac{\bar{d}_1' \bar{z}'}{|\bar{d}_1'| |\bar{z}'|} = \frac{-b \cos h_p \cos(A_p + \tau_3) - c \cos \tau_2 + e \cos(\tau_3 + \tau_4)}{z'}$$

bedeuten.

Für im horizontalen Koordinatensystem ausgeführte Beobachtungen erhält man die folgenden, an die exzentrisch gemessenen Azimute A und Höhenwinkel h anzubringenden Korrekturen:

$$(11) \quad \begin{cases} \Delta A'' = \frac{180^\circ}{\pi} \sin \tau_5' \frac{\bar{z}'}{d_2}, \\ \Delta h'' = \frac{180^\circ}{\pi} \cos \tau_2 \frac{a + b \sin h_p + c \sin \tau_2}{d_2}. \end{cases}$$

Der Einfluß von ΔA und Δh auf Stundenwinkel und Deklination kann aus den Differentialformeln [14]

$$d\delta = \cos p \, dh + \cos t \, d\varphi + \cos h \sin p \, dA \quad ,$$

$$dt = \frac{1}{\cos \delta} (\sin \delta \sin t \, d\varphi - \sin p \, dh + \cos h \cos p \, dA)$$

ermittelt werden. Mit den Ausdrücken für den parallaktischen Winkel p

$$\sin p = \frac{\cos \varphi \sin t}{\cos h}$$

und

$$\cos p = \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t}{\cos h}$$

erhält man

$$(12) \quad d\delta = \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\cos h} \, dh + \cos \varphi \sin t \, dA$$

$$\text{und} \quad dt = - \frac{\cos \varphi \sin t}{\cos \delta \cos h} \, dh + \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\cos \delta} \, dA \quad .$$

Wegen $t = \theta - \alpha$ ist

$$(13) \quad d\alpha = \frac{1}{\cos \delta} \left[\frac{\cos \varphi \sin t}{\cos h} \, dh - (\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t) \, dA \right] \quad .$$

Nach Einsetzen von $h = \tau_2$, $dh = \Delta h$ und $dA = \Delta A$ sowie der Gleichungen (11) in (12) und (13) erhält man

$$(14) \quad \begin{cases} \Delta \delta'' = \frac{1}{d_2} (z_{ED} Q_1 + z' Q_2 \sin \tau'_s) \frac{180^\circ}{\pi} \quad , \\ \Delta \alpha^S = \frac{1}{15 d_2 \cos \delta} (z_{ED} Q_2 - z' Q_1 \sin \tau'_s) \frac{180^\circ}{\pi} \end{cases}$$

mit

$$Q_1 = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t \quad ,$$

$$Q_2 = \cos \varphi \sin t \quad ,$$

$$z_{ED} = a + b \sin h_p + c \sin \tau_2 \quad .$$

1.2.4. Anwendungen

Für das vierachsrig montierte Satellitenbeobachtungsgerät SBG auf dem HELMERT-Turm in Potsdam ($\varphi = 52^\circ,4$, $\lambda = -13^\circ,1$) gilt

$$a = 1,36 \text{ m} \quad , \quad b = 0,97 \text{ m} \quad , \quad c = 1,11 \text{ m} \quad , \quad e = 1,64 \text{ m} \quad ;$$

$$\tau_4 = 14,5.$$

Bei der praktischen Berechnung werden zunächst mit den Einstelldaten an den vier

Achsen der Kamera die Zentrierungselemente z' und τ'_s nach den Formeln (9) und (10) sowie

$$z_{ED} \approx 1,36 + 0,97 \sin h_p + 1,11 \cos h_p \cos \sigma$$

ermittelt. Die Koeffizienten

$$Q_1 = 0,79 \cos \delta - 0,61 \sin \delta \cos t,$$

$$Q_2 = 0,61 \sin t$$

können mit Hilfe bekannter Näherungswerte für die beobachteten Positionen den Abb. 5 und 6 entnommen werden. Die gesuchten Zentrierungskorrekturen in die topozentrischen Richtungen erhält man schließlich unmittelbar aus Formel (14). - In Abb. 4 sind die für einen Zenitdurchgang eines Satelliten mit $H = 500$ km nach den o.g. Formeln berechneten Zentrierungskorrekturen angegeben. (Hierfür wurden angenommen: $A_p = 0^\circ$ und $\Theta = 0^h$.)

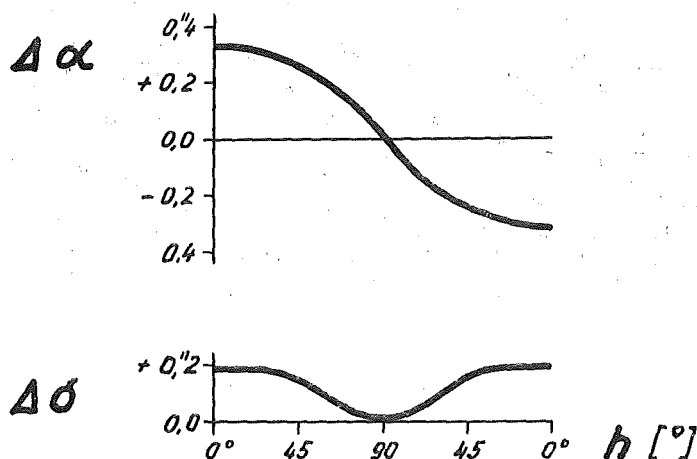


Abb. 4. Zentrierungskorrekturen für Zenitdurchgang mit $H = 500$ km

Aus den Formeln (11) bzw. (14) für eine vierachsige Aufstellung des Beobachtungsgeräts lassen sich als Sonderfälle die Zentrierungsformeln für Gerätemontierungen mit weniger als vier Achsen ableiten. So gilt z.B. für zweiachsig montierte Geräte

$$b = c = 0, \quad \tau_2 = h, \quad z' = e,$$

und man erhält die in der Vermessungskunde üblichen Zentrierungsformeln

$$\begin{aligned}
 \Delta A'' &= \frac{180^\circ}{\pi} \frac{e}{d_2} \sin \tau_4, \\
 \Delta h'' &= \frac{180^\circ}{\pi} \frac{a}{d_2} \cos h \\
 \text{und} \\
 \Delta \delta'' &= \frac{1}{d_2} (a Q_1 + e Q_2 \sin \tau_4) \frac{180^\circ}{\pi}, \\
 \Delta \alpha^\circ &= \frac{1}{15 d_2 \cos \delta} (a Q_2 - e Q_1 \sin \tau_4) \frac{180^\circ}{\pi}.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

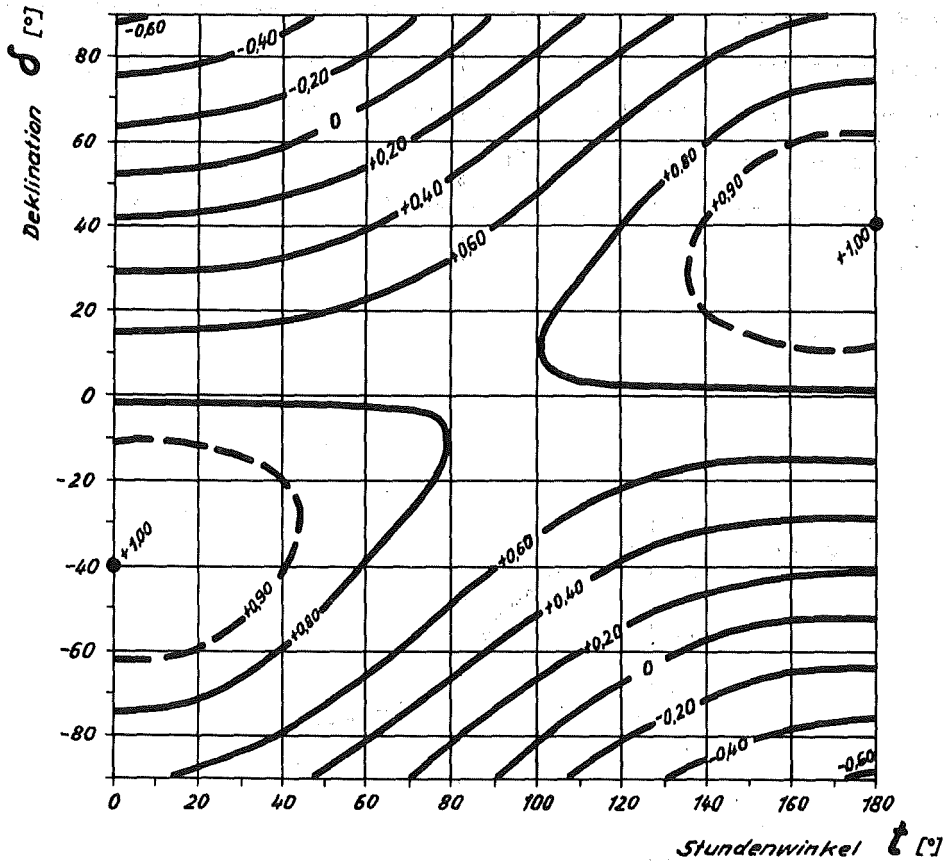


Abb. 5. $Q_1 = 0,79 \cos \delta - 0,61 \sin \delta \cos t$

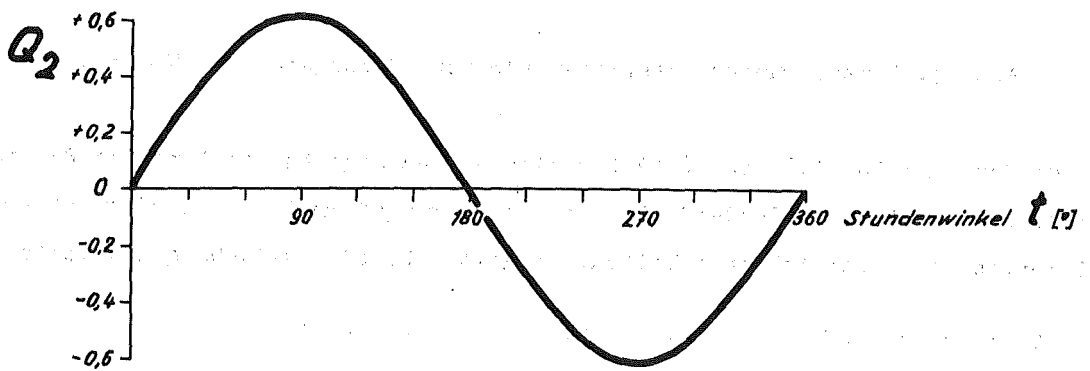


Abb. 6. $Q_2 = 0,61 \sin t$

Literatur zum Kapitel 1

- [1] HENIZE, K. Die Baker-Nunn-Satellitenbeobachtungskamera.
Techn. Rdsch., Bern 42 (1957) 29
- [2] ABELE, M.K. Eine dreiachsige automatische Kamera für Satellitenbeobachtungen (russ.).
Nabl. iskus. sputn. zemli 1957-1962, Moskva (1962) 1
- [3] MÜLLER, P. La camera de poursuite Antares.
GOSPAR-Tagung, London 1967
- [4] STEINBACH, M. Über das neue Zeiss-Satellitenbeobachtungsgerät 420/500/760 (russ.).
Nabl. iskus. sputn. zemli 1964, Berlin (1965) 3
- [5] ... Automatische Kamera für Astrogeodäsie. Allgemeine Beschreibung.
Druckschrift, VEB Carl Zeiss Jena 1969
- [6] LIIGANT, M.; EINASTO, J. Zur Theorie eines automatischen Teleskops für Satellitenbeobachtungen (russ.).
Astron. Ž., Moskva 37 (1960) 6
- [7] STEINBACH, M. Über die scheinbaren Bahnen der künstlichen Erdsatelliten und Möglichkeiten zur Bahnverfolgung.
Wiss. Z. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau 7 (1961)
- [8] LOZINSKIJ, A.M.; u. a. Erfahrungen bei der Photographie von Lichtblitzen auf dem Himmelshintergrund (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn.zemli, Moskva (1962) 38
- [9] STANGE, L. Zentrierung von Satellitenbeobachtungen auf das Stationszentrum.
Vermessungstechnik, Berlin 15 (1967) 9
- [10] KRINSKY, J. Exzentrische Satellitenbeobachtungen (russ.).
Symposium "Wissenschaftliche Untersuchungen mit Satellitenbeobachtungen", Warna (Bulgarien) 1969

- [11] SCHWIDEFSKY, K. Einführung in die Luft- und Erdbildmessung.
Leipzig u. Berlin: Teubner 1936
- [12] JORDAN, W.; EGGERT, O. Handbuch der Vermessungskunde II 2.
Stuttgart: Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1933
- [13] SONNEFELD, A. Über einfache projektive Beziehungen auf der Achse
und auf den Hauptstrahlen an der idealen spiegelnden
Kugelfläche.
Jenaer Jahrbuch, Jena 1953
- [14] BRÜNNOW, F. Lehrbuch der sphärischen Astronomie.
Berlin: Dümmler 1871

2. Approximation der topozentrischen Satellitenbewegung

Entsprechend der im 1. Kapitel formulierten Hauptbedingung muß bei einer Tracking-Kamera die Bewegung des zu beobachtenden Objektes in der Bildebene in geeigneter Weise kompensiert werden. Es gibt prinzipiell zwei Möglichkeiten, wie eine Kompensation der topozentrischen Satellitenbewegung erreicht werden kann:

- a) durch feststehendes Teleskoprohr und eine mit topozentrischer Satellitengeschwindigkeit bewegte Photoplatte (realisiert z.B. in PANAJOTOV-Kamera [30] und AFU-Kamera (s. [2] zum 1. Kapitel) oder
- b) durch ein mit topozentrischer Satellitengeschwindigkeit bewegtes Teleskoprohr und eine feststehende Photoplatte (realisiert z.B. in Kameras BAKER-NUNN und SBG).

Die in beiden Fällen notwendige Bahnverfolgung setzt die Kenntnis der Richtung und der Geschwindigkeit der topozentrischen Satellitenbewegung in jedem Moment der Beobachtung voraus. Neben der die gesamte scheinbare Bahn umfassenden topozentrischen Bewegung ist auch die Bewegung der Abbildung eines Satelliten in der Bildebene von Interesse.

Die grundlegenden Gesetze für die Bewegung eines erdnahen künstlichen Satelliten um die Erde ergeben sich aus dem Zweikörperproblem bzw. den sich daraus ableitenden KEPLERSchen Gesetzen. Während sich strenge analytische Darstellungen der geozentrischen Satellitenbewegung unmittelbar aus diesen Gesetzen ableiten lassen, können die Gesetzmäßigkeiten der topozentrischen Bewegung aus einer Transformation dieser geozentrischen Bewegung auf das Topozentrum gewonnen werden. Da sich diese Gesetzmäßigkeiten i.allg. jedoch als gerätetechnisch nur sehr schwer realisierbar erweisen, wird in der Praxis - Vorschlägen von LIIGANT, EINASTO [4] und STEINBACH [2] zufolge - die scheinbare Bahn eines Satelliten durch einen Kleinkreis approximiert, der neben der hierfür ausreichenden Genauigkeit [2] den Vorteil der einfachen Realisierbarkeit durch ein vierachsig montiertes Beobachtungsgerät bietet.

Im Abschnitt 2.1. werden die Gesetzmäßigkeiten der topozentrischen Satellitenbewegung für eine Approximation der Satellitenbahn durch einen Kleinkreis untersucht und die Grundlagen für eine programmgesteuerte Bahnverfolgung abgeleitet. Ausgehend von dieser Kleinkreisapproximation, werden in Abschnitt 2.2. eine Form der Bewegungsgleichung eines Satelliten in der Bildebene entwickelt und verschiedene Anwendungsmöglichkeiten derselben diskutiert.

2.1. Grundlagen der programmgesteuerten Bahnverfolgung von Satelliten

Die topozentrische Bewegung künstlicher Erdsatelliten wurde von einer Reihe Autoren (z.B. [1 - 12]) unter Berücksichtigung der verschiedensten Problemstellungen behandelt (Bahntheorie, Ephemeridenrechnung, verschiedene Interpretationen usw.). Von Interesse ist hier die Darstellung der topozentrischen Richtung und Geschwindigkeit eines Satelliten zum Zwecke der Bahnverfolgung mittels terrestrischer Einrichtungen. Eine solche Bahnverfolgung ist nicht nur erforderlich bei der Nachrichtenübermittlung zwischen Satellit und Bodenstation [21], sondern auch - mit höherer Genauigkeit - bei einer Reihe geodätischer und geophysikalischer Messungen zu Satelliten. Dazu gehören neben der optischen Richtungsbestimmung zu lichtschwachen Satelliten auch die Laser-Entfernungsmessung zum Satelliten (hier werden Nachführgenauigkeiten von $\pm 0,5$ angestrebt [22]) und die Satellitenphotometrie (mit Gesichtsfeldern in Abhängigkeit von der Flughöhe zwischen 2' und 20' [14]).

Im folgenden werden, ausgehend von Untersuchungen in [1 - 7], die Gesetzmäßigkeiten dargestellt, nach denen die Größe und die Lage des die Satellitenbahn approximierenden Kleinkreises sowie der Geschwindigkeitsverlauf des Satelliten auf diesem Kleinkreis ermittelt werden können. Bei einem Tracking-Teleskop werden die Kleinkreisparameter an den Achsen desselben fixiert und die Geschwindigkeitsbefehle zu den betreffenden Zeitmomenten (z.B. mit Hilfe von Lochbändern) in das Gerät eingegeben. Verbleibende Restverbesserungen gegenüber dieser so möglich gewordenen programmgesteuerten Bahnverfolgung, die ihre Ursache in den Abweichungen der momentanen Satellitenbahn vom Kleinkreis und vom Bewegungsgesetz längs desselben haben, sind gering und vom Beobachter in geeigneter Weise zu korrigieren.

2.1.1. Ableitung der Kleinkreisparameter

Die Praxis der internationalen Beobachtungsprogramme des vergangenen Jahrzehnts hat gezeigt, daß als Ausgangswerte für die Satellitenbeobachtung von den Ephemeridenzentren in Überwiegender Mehrzahl Vorhersagedaten im horizontalen Koordinatensystem (A_1, h_1) zur Verfügung gestellt werden. Deshalb erscheint es zweckmäßig, zunächst die Kleinkreisparameter aus diesen Positionen im Horizontalsystem abzuleiten.

Es sei an dieser Stelle betont, daß die durch Erdrotation, Refraktion u. a. Einflüsse hervorgerufenen Änderungen der Position des Zenits Z in bezug auf den Bahnpol P bei der praktischen Bahnverfolgung dazu führen, daß sich die Koordinaten (A_p, h_p) des Bahnpols ständig ändern. In der Praxis sind diese Änderungen allerdings

nur bei der Beobachtung höher fliegender Objekte von Bedeutung, da deren Winkelgeschwindigkeit mit der Erdrotation vergleichbar und die Verfolgungs-(Tracking-)dauer lang ist.

Wenn man diese Einflüsse bei der Berechnung der A_i, h_i aus den Bahnelementen berücksichtigt - wie das im allgemeinen der Fall ist [24] - und danach die Kleinkreisparameter ermittelt, so sind letztere keine oskulierenden, d.h. für einen bestimmten Beobachtungsmoment gültigen Parameter, sondern "mittlere" Parameter desjenigen Kleinkreises, der für die Dauer des jeweiligen Durchgangs die (durch Störungen beeinflusste) scheinbare Satellitenbahn am besten approximiert.

2.1.1.1. Beziehungen im Bahnkoordinatensystem

Bei einer vierachsrig montierten Kamera wird die Achse des Pols P der scheinbaren Satellitenbahn durch die erste und zweite Achse des Beobachtungsgeräts in einem horizontalen Koordinatensystem fixiert (vgl. Abb. 1). Die dritte und vierte Achse realisieren das sog. Bahnkoordinatensystem, wobei die "Bahnlänge" σ längs eines Großkreises und die Großkreisdistanz Δ senkrecht dazu zu zählen sind.

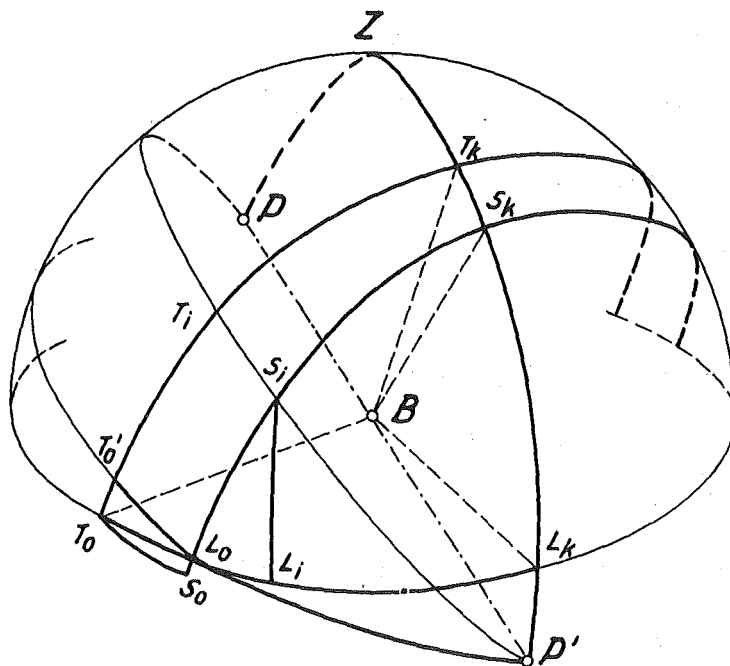


Abb. 1. Die Geometrie eines vierachsigen Tracking-Systems

In Abb. 1 sind auf der Einheitskugel

- $T_o B L_k L_i L_o$ - Horizontebene,
 B - Beobachter,
 $P P'$ - Normale zur Satellitenbahnebene,
 $S_k S_i L_o S_o$ - scheinbare Satellitenbahn, die durch einen Kleinkreis approximiert werden soll,
 $T_k T_i T_o$ - zugehöriger Großkreis,
 $T_k T_i = \sigma_i$ - Großkreisbogen, vom Kulminationspunkt gezählt;

Großkreisabweichungen der Satellitenbahn:

$$\Delta_k = T_k S_k, \quad \Delta_i = T_i S_i, \quad \Delta_o = T_o' L_o, \quad \Delta_o^o = T_o S_o;$$

Höhenwinkel:

$$h_k = L_k S_k, \quad h_i = L_i S_i, \quad h_p = -h_p' = P' L_k;$$

Azimutdifferenzen:

$$A_i - A_k = L_i L_k, \quad A_o - A_i = L_o L_i.$$

Die Indizes beziehen sich entsprechend bei

- k - auf den Kulminationspunkt,
- p - auf den Pol der Satellitenbahn,
- o - auf den Auf- bzw. Untergangspunkt (Horizont),
- i - auf beliebige Bahnpunkte.

Aus Abb. 1 erhält man

$$(1) \sin T_i T_o L_o = \sin \Delta_o \sec (A_o - A_k) = \sin (h_k + \Delta_k).$$

Für die Kleinkreisapproximation gilt:

$$(2) \Delta_i = \Delta_k = \Delta_o = \Delta.$$

Damit ist

$$\sin \Delta = \sin (h_k + \Delta) \cos (A_o - A_k)$$

bzw.

$$(3) \tan \Delta = \frac{\sin h_k \cos (A_o - A_k)}{1 - \cos h_k \cos (A_o - A_k)}.$$

Ebenso folgt aus Abb. 1 der Höhenwinkel h_p des Bahnpols

$$(4) h_p = 90^\circ - (h_k + \Delta).$$

Wegen

$$(5) \cos T_o S_i = \cos h_i \sin (A_i - A_k) = \sin \sigma_i \cos \Delta$$

ist die vom Kulminationspunkt gezählte Bahnlänge auf dem Großkreis

$$(6) \sin \sigma_i = \frac{\cos h_i \sin (A_i - A_k)}{\cos \Delta}$$

Ein Arbeitsdiagramm für die Bahnlänge zeigt Abb. 2.

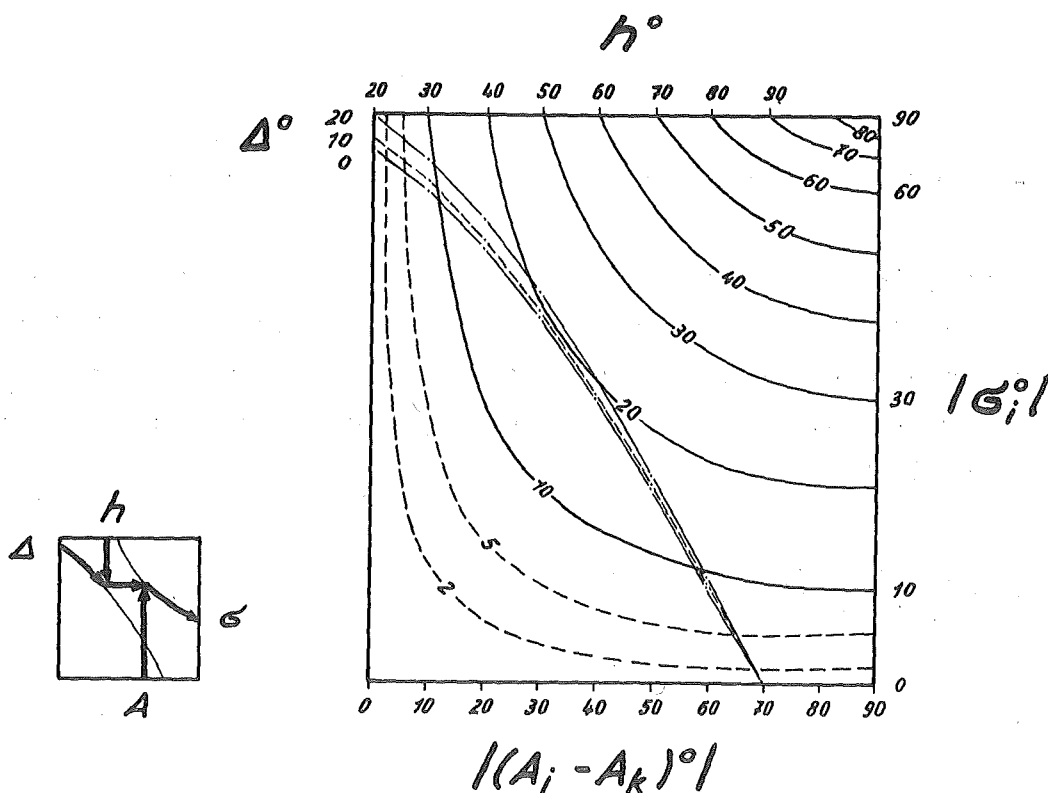


Abb. 2. Bahnlänge σ_i in Abhängigkeit von $|A_i - A_k|$, h_i und Δ

Wenn man die Formeln der sphärischen Trigonometrie auf den vom Satelliten auf dem Kleinkreis zurückgelegten Bogen $S_i - S_k$ anwendet - was in diesem Falle statthaft ist -, so gilt

$$(7) \cos \Delta = \sin S_i S_k \operatorname{cosec} \sigma_i,$$

und der vom Satelliten seit der Kulmination zurückgelegte Bahnbogen ist

$$(8) \sin S_i S_k = \cos h_i \sin (A_i - A_k).$$

Wenn man $S_i S_{i+1}$ ebenfalls durch einen Großkreisbogen ersetzt, ist

$$(9) \cos S_i S_{i+1} = \cos h_i \cos h_{i+1} \cos (A_i - A_{i+1}) + \sin h_i \sin h_{i+1}.$$

Mit dem Winkel

$$S_i \text{ Z } P' = A_i - A_k$$

folgt aus Abb. 1 die Großkreisabweichung für einen beliebigen Bahnpunkt zu

$$(10) \quad \cos S_i P' = \sin \Delta_i = \cos h_p \cos h_i \cos (A_i - A_k) - \sin h_p \sin h_i .$$

Die Gleichungen (6) und (10) charakterisieren die Satellitenbewegung im Bahnkoordinatensystem.

2.1.1.2. Ableitung der Kleinkreisparameter aus gegebenen Satellitenpositionen

Mit der Bedingung (2) erhält man aus (10) ein lineares Gleichungssystem für die Winkelfunktionen der drei Unbekannten Δ , h_p und A_k . Diese Größen werden als Kleinkreisparameter oder - da vor Beginn der Beobachtung am Gerät zu fixieren - als Aufstellungskonstanten bezeichnet. Die Lösungen dieses Systems bei drei gegebenen Bahnpunkten ($i = 1, 2, 3$) sind:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan A_k = - \frac{\sum_i \cos h_i \cos A_i (\sin h_{i+2} - \sin h_{i+1})}{\sum_i \cos h_i \sin A_i (\sin h_{i+2} - \sin h_{i+1})} , \\ \frac{\sum_i A_i}{3} - 90^\circ < A_k < \frac{\sum_i A_i}{3} + 90^\circ , \\ A_p = A_k + 180^\circ ; \end{array} \right.$$

$$(12) \quad \tan h_p = \frac{\cos h_{i+1} \cos (A_{i+1} - A_k) - \cos h_i \cos (A_i - A_k)}{\sin h_{i+1} - \sin h_i} ;$$

$$(13) \quad \sin \Delta = \cos h_p \cos h_i \cos (A_i - A_k) - \sin h_p \sin h_i .$$

Wenn mehr als drei Bahnpunkte gegeben sind, müssen die Aufstellungskonstanten aus einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt werden, da a priori nicht angenommen werden kann, daß die scheinbare Satellitenbahn am Himmel exakt einem Kleinkreis entspricht. Die Ausgleichung kann unter der Bedingung durchgeführt werden, daß entweder ein Kleinkreis erhalten wird, der an alle gegebenen Bahn-

punkte $S_i (A_i, h_i)$ am besten anschließt:

$$\sum (V_{A_i}^2 + V_{h_i}^2) = \min. ,$$

oder daß die Quadratsumme der verbleibenden Restverbesserungen in Δ minimal wird. Im ersten Falle liegt ein Ausgleichungsproblem mit Fehlergleichungen verschiedenartiger Beobachtungsgrößen vor [18]. Es sind hier sowohl die in die Grundgleichung (13) eingehenden Azimute A_i als auch die Höhenwinkel h_i mit Fehlern behaftet. Es müssen also in die Fehlergleichungen neben den Unbekannten Δ , h_p und A_k auch die Ausgangsgrößen mit ihren Fehlern eingehen. Die Fehlergleichungen lauten dann in allgemeiner Form:

$$f_i (\Delta, h_p, A_k, A_i + V_{A_i}, h_i + V_{h_i}) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, \nu) .$$

Wenn aus drei Bahnpunkten nach (11)-(13) Näherungswerte

$$(14) \quad \Delta^0 = \Delta - d\Delta, \quad h_p^0 = h_p - dh, \quad A_k^0 = A_k - dA$$

eingeführt werden, ergibt eine TAYLOR-Entwicklung

$$f_i(\Delta^0, h_p^0, A_k^0, A_i, h_i) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial \Delta}\right)_0 d\Delta + \left(\frac{\partial f_i}{\partial h}\right)_0 dh + \left(\frac{\partial f_i}{\partial A}\right)_0 dA + \frac{\partial f_i}{\partial A_i} V_{A_i} + \frac{\partial f_i}{\partial h_i} V_{h_i} = 0 .$$

Daraus erhält man mit den Bezeichnungen

$$(15) \quad \begin{cases} a_i = -\cos \Delta^0, \\ b_i = -[\sin h_p^0 \cos h_i \cos (A_i - A_k^0) + \cos h_p^0 \sin h_i], \\ c_i = \cos h_p^0 \cos h_i \sin (A_i - A_k^0), \\ l_i = \frac{180^\circ}{\pi} [-\sin \Delta^0 + \cos h_p^0 \cos h_i \cos (A_i - A_k^0) - \sin h_p^0 \sin h_i] \end{cases}$$

und der Bedingung

$$\sum_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial A_i} V_{A_i} + \frac{\partial f_i}{\partial h_i} V_{h_i} \right)^2 = \sum_i V_i^2 = \min.$$

ein System linearer Verbesserungsgleichungen:

$$(16) \quad \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_\nu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_\nu & b_\nu & c_\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\Delta \\ dh \\ dA \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_\nu \end{pmatrix} .$$

Dieses Gleichungssystem erhält man ebenfalls, wenn man annimmt

$$V_i = \sin \Delta_i - \sin (\Delta^0 + d\Delta) ,$$

wobei Δ_i die mit den verbesserten horizontalen Koordinaten des Bahnspols nach (13) berechnete Großkreisabweichung für den i-ten Bahnpunkt und $(\Delta^0 + d\Delta)$ die mittlere verbesserte Großkreisabweichung darstellen.

Wenn für die einzelnen Punkte in Abhängigkeit von ihrer Lage unterschiedliche Gewichte p_i eingeführt werden, so liefert die Lösung des Normalgleichungssystems

$$\begin{pmatrix} [aap] & [abp] & [acp] & [alp] \\ [abp] & [bbp] & [bcp] & [blp] \\ [acp] & [bcp] & [ccp] & [clp] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\Delta \\ dh \\ dA \end{pmatrix} = 0$$

Verbesserungen, mit denen nach (14) ausgeglichene Werte für die Aufstellungskonstanten erhalten werden. Die Ableitung der Gewichte p_i ist in Abschnitt 2.1.1.3. gegeben. Aus der Formel

$$\sin \Delta_i = \cos h_p \cos h_i \cos (A_i - A_k) - \sin h_p \sin h_i$$

erhält man schließlich die Abweichung eines jeden der einzelnen Punkte S_i vom Großkreis.

Umfangreiche praktische Berechnungen zeigten, daß bei der Kleinkreisapproximation die Differenzen $\Delta_i - \Delta$, die die Güte der Approximation der Satellitenbahn durch den entsprechenden Kleinkreis charakterisieren, nur selten die Größe von $0,1$ erreichen und daß damit eine Nachführung um die 4. Achse nur selten erforderlich ist. Der Einfluß der verbleibenden Restverbesserungen auf Bildgüte und Genauigkeit der Satellitenpositionen soll später abgeschätzt werden (vgl. Abschnitte 2.1.1.6., 3.3.1.3.).

Wenn für den jeweiligen Satellitendurchgang nur zwei Bahnpunkte außerhalb der Kulmination bekannt sind, muß dieser durch einen Großkreis approximiert werden. Dafür gelten die folgenden, aus der Kleinkreisdarstellung (13) leicht zu erhaltenden Beziehungen:

$$(17) \begin{cases} \Delta = 0, \\ \tan A_k = - \frac{\tan h_2 \cos A_1 - \tan h_1 \cos A_2}{\tan h_2 \sin A_1 - \tan h_1 \sin A_2}, \\ \tan h_p = \cos (A_i - A_k) \cot h_i. \end{cases}$$

Nach [2] können bei einer solchen Großkreisapproximation Abweichungen von der tatsächlichen Satellitenbahn bis zu 12° auftreten. Um während der Beobachtung eines Durchgangs ein Herauslaufen des Satelliten aus dem Gesichtsfeld des Beobachtungsgeräts zu verhindern, wird ein mehrmaliges Nachstellen der Kamera in Richtung senkrecht zur scheinbaren Bahn erforderlich sein. Ein auf dieser Großkreisapproximation beruhendes Ephemeridenprogramm der amerikanischen BAKER-NUNN-Stationen ist in [19] angegeben.

2.1.1.3. Gewichtsfestlegung

Für grobe Übersichtsrechnungen kann angenommen werden, daß die in die Grundgleichungen (6) und (13) eingehenden Ausgangswerte A_i und h_i und die abgeleiteten Größen Δ , A_k und h_p sämtlich voneinander unabhängig sind. Dann erhält man aus (13):

$$(18) \quad m_{\Delta}^2 = \left[\frac{\cos h_p \cos h_i \sin(A_i - A_k)}{\cos \Delta} \right]^2 m_{A_i}^2 + \left[\frac{\cos h_p \sin h_i \cos(A_i - A_k) + \sin h_p \cos h_i}{\cos \Delta} \right]^2 m_{h_i}^2$$

Hieraus folgt für den Kulminationspunkt

$$m_{\Delta}^k = m_{h_k}$$

und für den Horizont im allgemeinen Falle

$$m_{\Delta}^h = \frac{1}{\cos \Delta} \sqrt{\cos^2 h_p \sin^2(A_i - A_k) m_{A_i}^2 + \sin^2 h_p m_{h_i}^2}$$

und bei einem Zenitdurchgang ($\Delta = 0^\circ$, $h_p = 0^\circ$)

$$\bar{m}_{\Delta}^h = \sin(A_i - A_k) m_{A_i} = m_{A_k}$$

Zur Bestimmung von Näherungswerten der Gewichte p_i für die einzelnen Bahnpunkte wollen wir annehmen, daß die Unsicherheit der gegebenen Bahnpunkte in Azimut und Höhenwinkel gleich groß ist:

$$m_{A_i} = m_{h_i} = m_i$$

Dann ist mit (18) für eine Zenitbahn

$$m_{\Delta} = m_i \sqrt{\cos^2 h_i \sin^2(A_i - A_k) + \sin^2 h_i \cos^2(A_i - A_k)}$$

Wegen $p_{\Delta}/p_i = m_i^2/m_{\Delta}^2$ und $p_{\Delta} = 1$ geht jeder Punkt $S_i (A_i, h_i)$ mit dem Gewicht

$$(19) \quad p_i = \cos^2 h_i \sin^2(A_i - A_k) + \sin^2 h_i \cos^2(A_i - A_k) = \sin^2(A_i - A_k) + \sin^2 h_i - 2 \sin^2(A_i - A_k) \sin^2 h_i$$

in die Berechnung der Kleinkreisparameter ein. — Für die Praxis können bei der Gewichtsfestlegung der Einfachheit halber alle Bahnen wie Zenitbahnen behandelt und die Gewichte der Abb.3 entnommen werden.

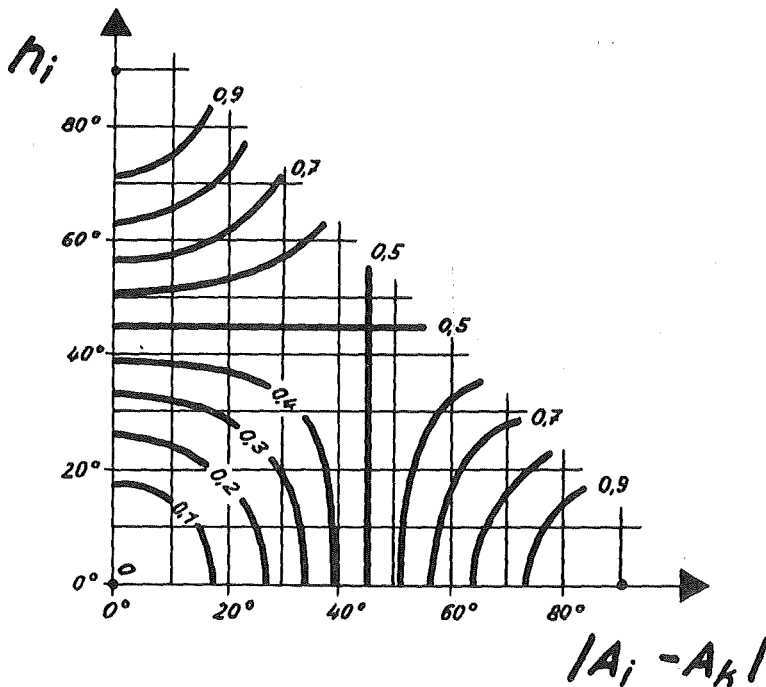


Abb. 3. Gewichte der einzelnen Bahnpunkte bei der Berechnung der Kleinkreisparameter

2.1.1.4. Ableitung der Kleinkreisparameter aus Bahnelementen

Im folgenden sollen noch Näherungsformeln angegeben werden, aus denen man unmittelbar die Kleinkreisparameter ermitteln kann, wenn lediglich Angaben über die Bahn des zu beobachtenden Satelliten vorliegen. Bei den Ableitungen werden die Erde als Kugel und die Elemente der Satellitenbahn für einen Umlauf als konstante Größen angenommen. Dadurch können alle Bahnstörungen, die u.a. vom Gravitationsfeld der Erde, vom Luftwiderstand, vom Strahlungsdruck, von der Sonnen- und Mondgravitation hervorgerufen werden, vernachlässigt werden. Die geometrischen Verhältnisse sind in den Abb. 4 und 5 dargestellt. In diesen Abbildungen sind:

O - Erdzentrum,

B - Beobachter mit den geographischen Koordinaten φ und λ ,

S - Satellit, der sich auf einer Bahn mit der Neigung i und der Knotenlänge ϱ bewegt,

M, J, K - Subsatellitenpunkte.

Das vorliegende Problem soll durch Transformation der aus den KEPLERschen Gesetzen folgenden geozentrischen Satellitenbewegung gelöst werden.

Wenn man die Erdrotation vernachlässigt, lassen sich auf elementare Weise aus

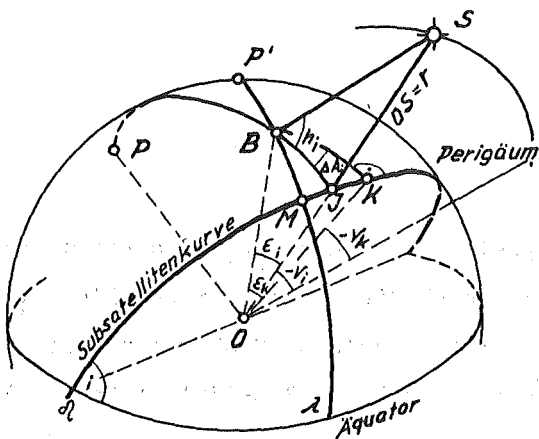


Abb. 4

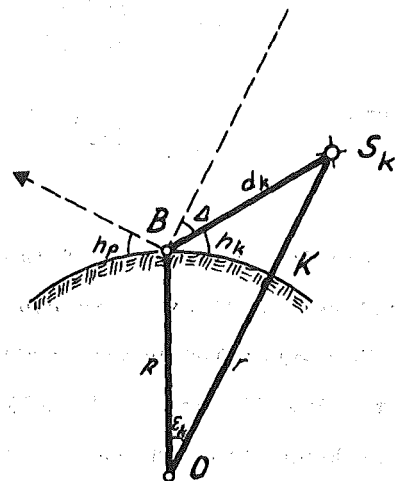


Abb. 5

Zur Ableitung der Kleinkreisparameter aus Bahnelementen

Abb. 4 die folgenden, näherungsweise gültigen Bewegungsgleichungen im horizontalen Koordinatensystem für einen sich von West nach Ost bewegendem Satelliten ableiten:

$$(20) \quad \begin{cases} \tan(A_i - A_k) = \tan \Delta A_i = \tan(V_k - V_i) \operatorname{cosec} \epsilon_k, \\ \tan h_i = \left(\cos \epsilon_i - \frac{R}{r} \right) \operatorname{cosec} \epsilon_i, \\ \cos \epsilon_i = \cos \epsilon_k \cos(V_k - V_i). \end{cases}$$

In der Praxis muß man bei zu einer Ausgangsepoche T_0 gegebenen Stationskoordinaten (φ, λ) und Bahnelementen $(\varrho, i, e, a, \bar{\omega}, M)$ zunächst die mittlere Bewegung

$$n = \sqrt{\frac{k M^{\text{III}}}{a^3}} \approx \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{a^3}}$$

und die zeitproportionale mittlere Anomalie

$$M_i = M_0 + n(T_i - T_0)$$

sowie über die KEPLERsche Gleichung

$$M = E - e \sin E$$

E als Funktion von M durch Reihenentwicklung nach Potenzen von e oder durch sukzessive Approximation der Form

$$E_n \approx M + e \sin E_{n-1}$$

berechnen, wobei in erster Näherung $E_1 = M$ gesetzt wird. Schließlich ist

$$(21) \left\{ \begin{array}{l} \text{bzw.} \\ \text{und} \end{array} \right. \begin{array}{l} r = a(1 - e \cos E) \\ \cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \\ r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \end{array}$$

Die aus diesen Gesetzen folgenden Zeitabhängigkeiten der Länge r_1 des Radiusvektors und seiner Richtung im Raum - charakterisiert durch die wahre Bahnanomale v_1 - in den Bewegungsgleichungen (20) erschweren eine gerätetechnische Realisierung des Problems. Aus diesem Grunde soll für den vorliegenden Zweck der Satellitenbahnverfolgung die Bahnellipse durch einen Kreis ersetzt werden, indem das Zentrum dieser Ellipse längs der Apsidenlinie um den Betrag der linearen Exzentrizität

$$ae = (a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}$$

in den Fokus der Ellipse verschoben und nunmehr als Kreisradius

$$(22) \quad r = R + H_m = r_m$$

angenommen wird, wobei H_m die mittlere Flughöhe auf dem zu beobachtenden topozentrischen Bahnabschnitt darstellt. Es ist dann

$$(23) \left\{ \begin{array}{l} \text{im "Perigäum" : } r_m = a(1 + e) , \\ \text{im "Apogäum" : } r_m = a(1 - e) \end{array} \right.$$

und in den Bewegungsgleichungen (20)

$$(24) \left\{ \begin{array}{l} \frac{R}{r} = C = \text{const} , \\ (v_i - v_k) = n(T_i - T_k) = \omega t_i \end{array} \right.$$

Bei allen folgenden Betrachtungen sollen die Zeitdifferenzen stets vom Kulminationsmoment T_k gezählt und mit t bezeichnet werden. ω ist die mittlere geozentrische Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten auf einer Kreisbahn.

Zur Ableitung der Kleinkreisparameter bilden wir mit Hilfe der Abb. 4 und 5

$$(25) \quad \begin{cases} MB = |\varphi - \arctan [\tan i \sin(\lambda - \varrho)]| , \\ \varepsilon_k = \frac{180^\circ}{\pi} \sin MB \sqrt{1 - \sin^2 i \cos^2(\lambda - \varrho)} \end{cases} .$$

Azimet, Entfernung zum Satelliten und Höhenwinkel für den Kulminationspunkt sind damit

$$(26) \quad \begin{cases} \sin A_k = \sin i \cos(\lambda - \varrho) \sec \varepsilon_k , \\ d_k = R \sqrt{1 + C^{-2} - 2C^{-1} \cos \varepsilon_k} , \\ \cos h_k = \frac{\sin \varepsilon_k}{C \sqrt{1 + C^{-2} - 2C^{-1} \cos \varepsilon_k}} . \end{cases}$$

Außerdem ist

$$(27) \quad C = \cos(h_i + \varepsilon_i) \sec h_i ,$$

d.h.

$$\varepsilon_i = 90^\circ - [h_i + \arcsin(C \cos h_i)] .$$

Für einen beliebigen Punkt S_i der Satellitenbahn erhält man mit (20)

$$\tan h_i = \frac{\cos \varepsilon_k \cos \omega t - C}{\sqrt{1 - \cos^2 \varepsilon_k \cos^2 \omega t}} .$$

Nach einigen Umformungen ergibt sich daraus die Azimutdifferenz zum Kulminationsazimet für einen Bahnpunkt mit der Höhe h_i :

$$\tan(A_i - A_k) = \frac{1}{C \sin \varepsilon_k} \sqrt{1 + \sin^2 \varepsilon_k (\tan^2 h_i - 1) - \sin 2\varepsilon_k \tan h_i - C^2}$$

bzw.

$$\cos(A_i - A_k) = \tan \varepsilon_k \frac{C \cos h_i + \tan h_i \sqrt{1 - C^2 \cos^2 h_i}}{\sqrt{1 - C^2 \cos^2 h_i} - C \sin h_i}$$

Bei $h_i = h_o = 0^\circ$ (Auf- bzw. Untergang) ist

$$(28) \quad \begin{cases} \tan(A_o - A_k) = \frac{1}{\sin \varepsilon_k} \sqrt{\left(\frac{1}{C}\right)^2 \cos^2 \varepsilon_k - 1} \\ \text{bzw.} \\ \cos(A_o - A_k) = \tan \varepsilon_k C(1 - C^2)^{-1/2} \end{cases}$$

und bei $h_1 = h_{a,e} = 20^\circ$ (Anfang bzw. Ende der Beobachtung)

$$\cos(A_{a,e} - A_k) = \tan \varepsilon_k \frac{0,940 C + 0,364 \sqrt{1 - 0,884 C^2}}{\sqrt{1 - 0,884 C^2} - 0,342}$$

Wenn man (28) in (3) einsetzt, erhält man den dritten Kleinkreisparameter Δ . Da meist die Flughöhe und die Kulminationshöhe des Satelliten gegeben sind, ist es zweckmäßig, Δ als Funktion dieser beiden Parameter darzustellen:

$$(29) \quad \tan \Delta = \frac{C \sin h_k \tan \varepsilon_k}{\sqrt{1 - C^2} - C \cos h_k \tan \varepsilon_k},$$

wobei ε_k nach Formel (25) berechnet werden kann. Abb. 7 zeigt ein Arbeitsdiagramm.

Die praktische Berechnung der Kleinkreisparameter sowie des in Abschnitt 2.1.2. behandelten Geschwindigkeitsverlaufs des Satelliten längs des berechneten Kleinkreises erfolgt mit einem elektronischen Rechenautomaten. Das Flußdiagramm für die wesentlichsten Operationen ist in Abb. 6 gegeben.

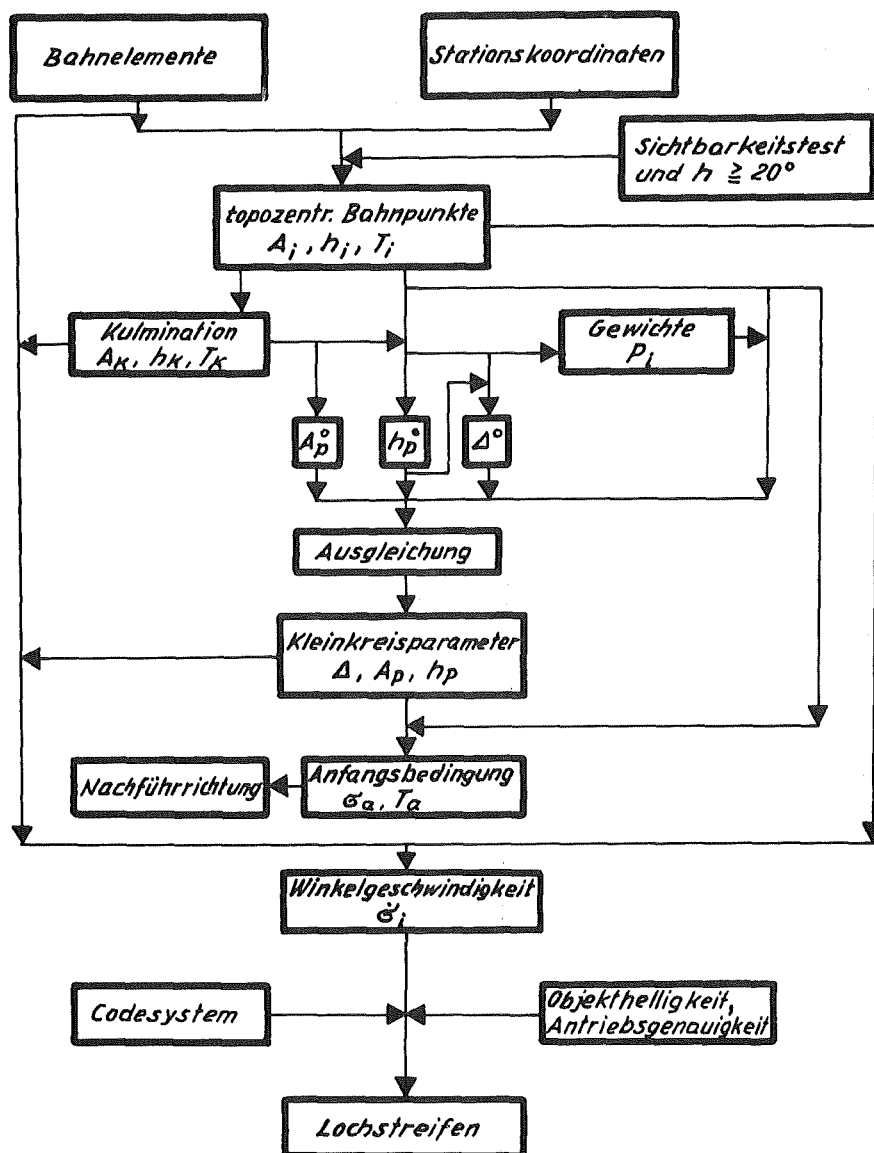


Abb. 6. Flußdiagramm zur elektronischen Rechnung bei der programmgesteuerten Bahnverfolgung

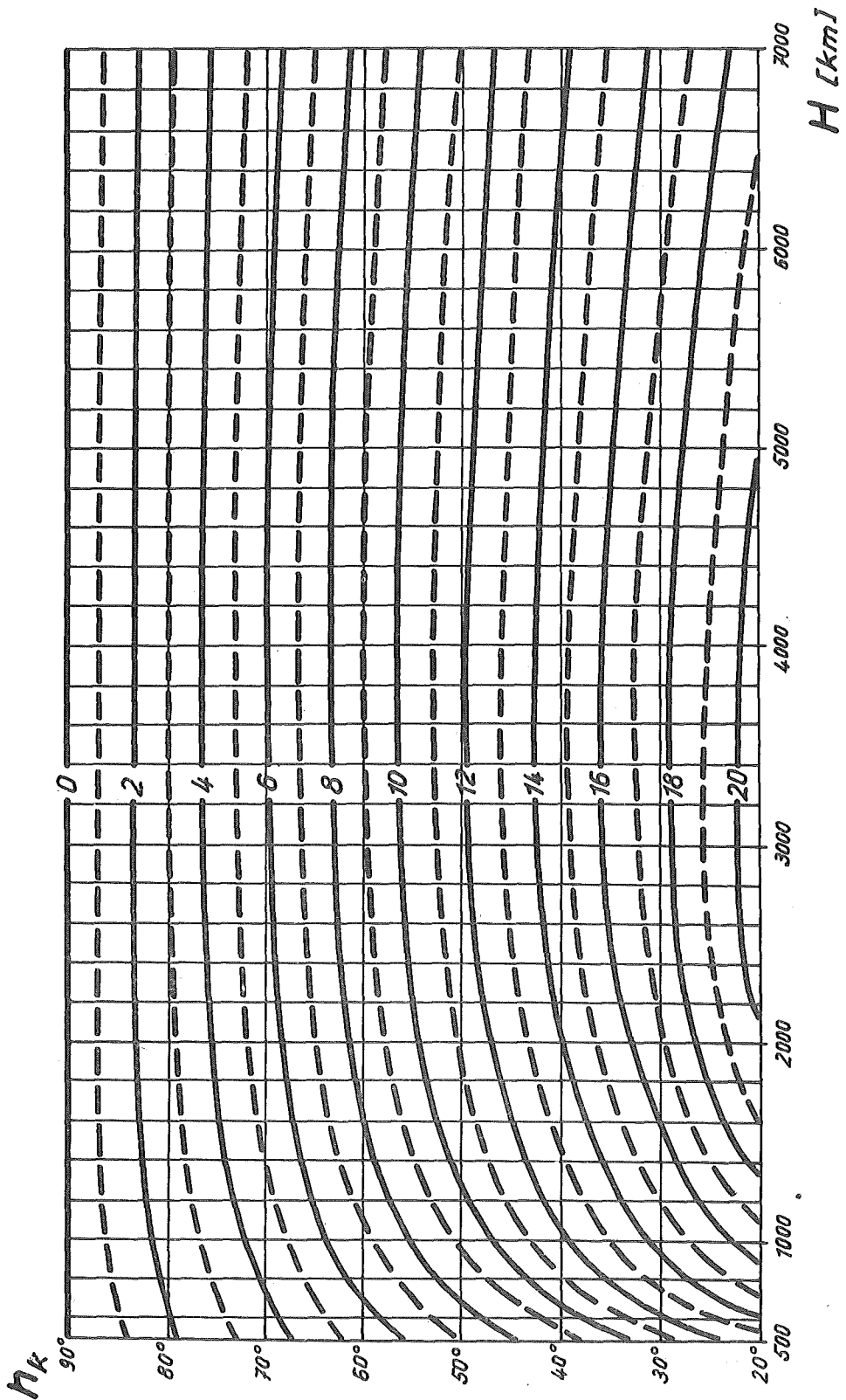


Abb. 7. Großkreisabweichung Δ in Abhängigkeit von H und h_k

2.1.1.5. Beziehungen des Bahnkoordinatensystems zu anderen Koordinatensystemen

2.1.1.5.1. Bahnkoordinaten und horizontale Koordinaten

Wenn die Koordinaten des Bahnpoles (A_p, h_p) bekannt sind, kann die Berechnung der Bahnkoordinaten σ_i und Δ_i aus gegebenen horizontalen Koordinaten A_i und h_i unmittelbar nach den bereits abgeleiteten Grundformeln (13) und (6) erfolgen. Zur Ermittlung der horizontalen Koordinaten aus bekannten Bahnkoordinaten werden die aus dem Dreieck ZS_iP' in Abb. 1 abgeleiteten Ausdrücke

$$(30) \quad \begin{cases} \sin h_i = \cos h_p \cos \Delta_i \cos \sigma_i - \sin \Delta_i \sin h_p, \\ \sin A_i = \frac{\sin A_k (\sin \Delta_i \cosh_p + \cos \Delta_i \sin h_p \cos \sigma_i) + \cos A_k \cos \Delta_i \sin \sigma_i}{\cos h_i} \end{cases}$$

benutzt. Bei der Ermittlung der Quadranten für A_i ist darauf zu achten, daß stets $A_k - 90^\circ < A_i < A_k + 90^\circ$ sein muß.

Wenn bei der vierachsigen Montierung an der 1. und 2. Achse fixiert werden $A_k = 180^\circ$ und $h_p = 90^\circ$, so erhält man den Sonderfall einer azimutalen Montierung. Für diesen Fall hat man aus (30) die an der 3. und 4. Achse abzulesenden horizontalen Koordinaten. $A_i = -\sigma_i$, $h_i = -\Delta_i$. Eine azimutale Montierung ergibt sich ebenfalls bei $\Delta = 0^\circ$ und $\sigma = 0^\circ$. Die horizontalen Koordinaten an der 1. und 2. Achse sind dann $A_i = A_k$, $h_i = 90^\circ - h_p$.

2.1.1.5.2. Bahnkoordinaten und äquatoriale Koordinaten

Zur Berechnung der Äquatorialkoordinaten α_i und δ_i aus den Koordinaten A_k, h_p, σ_i und Δ_i des vierachsigen Systems wird man zweckmäßigerweise zunächst mit (30) die horizontalen Koordinaten und mit diesen nach

$$(31.1) \quad \begin{cases} \tan t_i = \frac{\sin A_i}{\cos \varphi \tan h_i - \sin \varphi \cos A_i}, \\ \alpha_i = S - t_i = \theta_0 - \lambda + T_i + \text{Red.SZ} - t_i, \\ \sin \delta_i = \sin \varphi \sin h_i + \cos \varphi \cos h_i \cos A_i \end{cases}$$

die gesuchten äquatorialen Koordinaten ermitteln. Hier bedeuten

Red.SZ - Korrektur für die Verwandlung mittlerer Zeit in Sternzeit,

θ_0 - Greenwicher Sternzeit zum Zeitpunkt 0^h WZ,

T_i - WZ der Beobachtung des Bahnpunktes S_i .

Aus der vierachsigen Montierung erhält man den Sonderfall einer parallaktischen Montierung bei $A_k = 180^\circ$, $h_p = \varphi$. In diesem Falle erhält man aus (30)

$$\sin h_i = \cos \varphi \cos \Delta_i \cos \sigma_i - \sin \Delta_i \sin \varphi ,$$

$$\sin A_i = \pm \frac{\cos \Delta_i \sin \sigma_i}{\cos h_i} ,$$

$$\begin{aligned} \sin \delta_i &= \sin \varphi (\cos \varphi \cos \Delta_i \cos \sigma_i - \sin \Delta_i \sin \varphi) + \cos \varphi \sqrt{\cos^2 h_i - \cos^2 \Delta_i \sin^2 \sigma_i} = \\ &= \sin \varphi (\cos \varphi \cos \Delta_i \cos \sigma_i - \sin \Delta_i \sin \varphi) - \cos \varphi (\sin \varphi \cos \Delta_i \cos \sigma_i + \sin \Delta_i \cos \varphi) \end{aligned}$$

und damit

$$\delta_i = -\Delta_i$$

sowie

$$\tan t_i = -\frac{\cos \Delta_i \sin \sigma_i}{\cos \varphi \sin h_i - \sin \varphi \sqrt{\cos^2 h_i - \cos^2 \Delta_i \sin^2 \sigma_i}}$$

und

$$t_i = \sigma_i .$$

Unter Berücksichtigung von Orientierungskonstanten c der Teilkreise sind die Äquatorialkoordinaten schließlich

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \theta_0 - \lambda + T_i + \text{Red.SZ} + c_1 - \frac{1}{15} \sigma_i^\circ , \\ \delta_i &= -\Delta_i + c_2 . \end{aligned}$$

Das umgekehrte Problem, die Berechnung der Bahnkoordinaten aus Äquatorialen Koordinaten, ist über die horizontalen Koordinaten

$$(31.2) \quad \left\{ \begin{aligned} \tan A_i &= \frac{\sin t_i}{\sin \varphi \cos t_i - \cos \varphi \tan \delta_i} , \\ \sin h_i &= \sin \varphi \sin \delta_i + \cos \varphi \cos \delta_i \cos t_i \end{aligned} \right.$$

und, die Kenntnis des Bahnpols (A_p , h_p) vorausgesetzt, über die Grundformeln (13) und (6) lösbar.

Wenn bei einer parallaktischen Aufstellung Bahnkoordinaten aus Horizontalkoordinaten berechnet werden sollen, so benutzt man die Formeln (13)

$$\begin{aligned} \text{und (6)} \quad \sin \Delta_i &= -\cos \varphi \cos h_i \cos A_i - \sin \varphi \sin h_i \\ \sin \sigma_i &= -\sin A_i \cos h_i \sec \Delta_i \end{aligned}$$

und zur Kontrolle, insbesondere für den Quadranten von σ , die Gleichung (30)

zwischen den Achsen des "instrumentellen" $P_i (A_i, h_i)$ und des "tatsächlichen" Bahn-
pols $P_t (A_t, h_t)$.

Aus Formel (9) erhält man

$$\cos P_i P_t = \sin h_i \sin h_t + \cos h_i \cos h_t \cos (A_t - A_i) = \cos \bar{\xi} .$$

Wenn man bezeichnet

$$h_t = h_i + dh, \quad A_t = A_i + dA,$$

wo dh und dA hier die Fehler der Aufstellungskonstanten h_p und A_p bezeichnen, so
ist

$$\cos \bar{\xi} = \sin^2 h \cos dh + \sin h \cos h \sin dh + \cos^2 h \cos dh \cos dA - \sin h \cos h \sin dh \cos dA .$$

Wie man sieht, verliert ein Fehler in A_p mit der Verringerung der Zenitdistanz sei-
nen Einfluß auf $\bar{\xi}$. Ein Fehler in h_p dagegen bleibt über den gesamten sichtbaren
Bahnbogen wirksam.

Im Zenit ist

$$\bar{\xi} = dh ,$$

im Horizont

$$\cos \bar{\xi} = \cos dh \cos dA .$$

Obige allgemeingültige Betrachtungen stimmen übrigens mit der bei der parallaktischen
Aufstellung astronomischer Teleskope bekannten Regel, daß ein fehlerhaft eingestell-
tes Polazimut im Meridian und im Äquator den größten Einfluß hat und ein Fehler in
der Polhöhe an diesem Ort nicht stört, überein (SCHEINERSche Aufstellungskorrektur).

Um für die Praxis anwendbare numerische Werte für die Genauigkeit der Kleinkreis-
parameter zu erhalten, werden im folgenden einige überschlägige Abschätzungen durch-
geführt. In Tab. 1 sind für einige vorgegebene Fehler in den Aufstellungskonstanten
die sich ergebenden Winkel $\bar{\xi}$ angegeben.

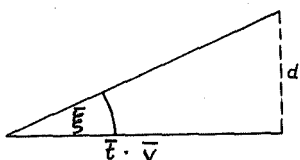
Tab.1. Winkel $\bar{\xi}$ in Abhängigkeit von Fehlern in den Aufstellungskonstanten

h	dA = 0°	dA = 2°	dA = 2°	dA = 5°
		dh = 0°	dh = 2°	dh = 2°
0°	dh	2,0°	2,8°	5,4°
30	dh	1,7	2,6	4,7
45	dh	1,4	2,4	4,1
60	dh	0,9	2,2	3,2
90	dh	0,0	2,0	2,0

Die zulässige Größe des Winkels $\bar{\xi}$ wird durch zwei Faktoren bestimmt:

- a) Die Verfolgung über den gesamten Bahnbogen: Wenn auf eine Korrektur der 4. Achse bei der Bahnverfolgung verzichtet werden soll, darf während des Bahndurchlaufs die Entfernung des Satelliten vom eingestellten Kleinkreis die Hälfte der Gesichtsfeldgröße nicht übersteigen. So ist z.B. für das SBG mit Abschnitt 3.1.2.1. $\bar{\xi} \cong 3^\circ$.
- b) Die Abbildung einer einzelnen Position: Wenn eine punktförmige Abbildung des Satelliten erhalten werden soll, darf während der Belichtungszeit \bar{T} für eine Abbildung (vgl. dazu die Abschnitte 3.2.1. und 3.3.1.3.) die lineare Abweichung senkrecht zur Bewegungsrichtung die Größe des Bildfleckdurchmessers d nicht übersteigen.

Mit nebenstehender Abbildung und dem aus (45) ableitbaren Ausdruck für die lineare Geschwindigkeit eines Satelliten auf einer nicht nachgeführten Photoplatte



$$\bar{v} = f \omega \frac{1 - C \cos \omega t}{(\cos \omega t - C)^2} \frac{\pi}{180^\circ}$$

erhält man

$$\bar{\xi} \cong \frac{d}{\bar{T} f} \frac{(\cos \omega t - C)^2}{\omega (1 - C \cos \omega t)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right)^2$$

Der zweite Faktor dieser Formel hängt außer von der Flughöhe des Satelliten auch von der Zeitdifferenz t des Beobachtungsmoments zum Kulminationsmoment ab. Im Kulminationspunkt ist die maximale Geschwindigkeit $\bar{v}_{\max} = f \omega / (1 - C)$ und damit bei $d = 0,03 \text{ mm}$, $f = 800 \text{ mm}$

$$\bar{\xi} \cong \frac{0,125}{\bar{T}} \frac{1 - C}{\omega}$$

Für einige plausible Flughöhen H und Belichtungszeiten \bar{T} ist der bei einer punktförmigen Abbildung noch zulässige Winkel $\bar{\xi}$ in Tab. 2 angegeben.

Tab.2. Zulässige Größen der Winkel $\bar{\xi}$ für punktförmige Abbildung

\bar{T} \ H	800 km	1000 km	3000 km	5000 km
0,5 s	0,5°	0,6°	2,0°	3,7°
1	0,2	0,3	1,0	1,9
2	0,1	0,2	0,5	1,0

Wenn der Durchmesser der Satellitenabbildung kleiner als 0,1 mm bleiben soll, wobei für Satelliten mit einer Helligkeit $m \geq 5,8$ (vgl. Abschnitt 3.1.2.4.) keine punktförmige Abbildung mehr erhalten wird, ergeben sich für Beobachtungen in der Kulmination die in Tab. 3 zusammengestellten zulässigen Winkel $\bar{\xi}$.

Tab. 3. Zulässige Größen der Winkel $\bar{\xi}$ für Bilddurchmesser $d = 0,1$ mm

$\bar{\xi}$ \ H	800 km	1000 km	3000 km	5000 km
0,5 s	1,6°	2,0°	6,6°	12,0°
1	0,7	1,0	3,3	6,3
2	0,3	0,7	1,6	3,3

Diese Abschätzungen zeigen, daß zur Erzielung einer ausreichenden Abbildungsgüte hohe Anforderungen an die Genauigkeit der Kleinkreisparameter gestellt werden. Aus dem Vergleich der in Tab. 2 und 3 aufgeführten zulässigen Größen $\bar{\xi}$ mit den sich aus fehlerhaften Aufstellungskonstanten ergebenden tatsächlichen Größen (Tab. 1) lassen sich für die jeweiligen Beobachtungsbedingungen (Belichtungszeit, Flughöhe, Höhenwinkel) numerische Werte für die erforderliche Genauigkeit der Aufstellungskonstanten A_p und h_p ableiten.

2.1.2. Bestimmung der Nachführgeschwindigkeit

2.1.2.1. Geozentrische Winkelgeschwindigkeit

Die lineare Geschwindigkeit eines erdnahen Satelliten ist in jedem Punkt seiner Bahn [23]

$$(32) \quad \bar{v}_i = \sqrt{\frac{2kM'}{r_i} - \frac{kM'}{a}}$$

Mit (23) erhält man daraus die Extremwerte für Perigäum und Apogäum

$$\bar{v}_{per.} = \sqrt{\frac{kM'}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{kM'}{r_{per.}}} \sqrt{1+e}$$

$$\bar{v}_{ap.} = \sqrt{\frac{kM'}{a}} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = \sqrt{\frac{kM'}{r_{ap.}}} \sqrt{1-e}$$

Die Größe $\bar{v}' = \sqrt{\frac{kM'}{a}}$ wird lineare Kreisbahngeschwindigkeit für den Radius $r = a$ genannt. Analog dazu sind

$$\bar{v}'_{per.} = \sqrt{\frac{kM'}{r_{per.}}}, \quad \bar{v}'_{ap.} = \sqrt{\frac{kM'}{r_{ap.}}}$$

und

$$\bar{v}'_i = \sqrt{\frac{kM'}{r_i}} = 631,35 r_i^{-1/2} \quad [km/s]$$

die entsprechenden Kreisbahngeschwindigkeiten in den Apsiden und in einem beliebigen Punkt der Bahn. Mit letztgenanntem Ausdruck erhält man aus (32)

$$\bar{v}_i = \sqrt{\bar{v}'_i{}^2 + kM' \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{a} \right)}$$

Die momentane geozentrische Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten ist damit

$$(33) \quad \omega_i = \frac{\bar{v}_i}{r_i} = 36173,7 \sqrt{\frac{2}{r_i^3} - \frac{1}{ar_i^2}} \quad [^\circ/s]$$

und die mittlere geozentrische Winkelgeschwindigkeit auf einer elliptischen Bahn

$$\omega' = \frac{\sqrt{kM'}}{a^{3/2}} = \frac{36173,7}{a^{3/2}} \quad [^\circ/s]$$

Wenn man, wie in Abschnitt 2.1.1.4. angegeben, die elliptische Satellitenbahn unter Benutzung der auf dem zu beobachtenden Bahnabschnitt mittleren Flughöhe H_m durch eine Kreisbahn ersetzt, erhält man unter Berücksichtigung von (22) für die geozentrische Kreisbahngeschwindigkeit

$$(34) \quad \omega = 36173,7 r_m^{-3/2} \quad [^\circ/s] .$$

Dieser Wert wird für alle weiteren numerischen Rechnungen benutzt.

2.1.2.2. Mittlere topozentrische Winkelgeschwindigkeit

Aus (34) erhält man die Umlaufperiode eines Satelliten

$$(35) \quad U = \frac{2\pi}{\omega} = 1,659 \cdot 10^{-4} r^{3/4} [s] \approx 84,49 C^{-3/2} \quad [Min.] .$$

Die mit Höhenwinkeln $h \geq 20^\circ$ maximal beobachtbare Bahnbogenlänge lässt sich aus Abb. 5 ableiten zu

$$(36) \quad 2\varepsilon_{max.} = -2 \arcsin \frac{5993}{r} + 140^\circ .$$

Wenn diese Bahn durch den Zenit des Beobachters verläuft, ist die Sichtbarkeitsdauer bei Beobachtung von Horizont zu Horizont

$$(37) \quad \overline{\Delta T}_0 \Big|_{max.} = \frac{U}{180^\circ} \arccos C \quad [Min.]$$

und bei Beobachtungen über dem Almukantarat $h = 20^\circ$

$$(38) \quad \overline{\Delta T}_{20} \Big|_{max.} = \frac{U}{180^\circ} \left(70^\circ - \arcsin \frac{5993}{r} \right) \quad [Min.] .$$

Nach dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung erhält man aus den Formeln (38) und (35) für den Bereich $h \geq 20^\circ$ bei einer durch den Zenit verlaufenden Kreisbahn für die mittlere topozentrische Winkelgeschwindigkeit

$$(39) \quad \dot{\sigma}_m = \frac{2,53 \cdot 10^6}{r^{3/2} \left(70^\circ - \arcsin \frac{5993}{r} \right)} \quad [^\circ/s] .$$

Die für die praktische Beobachtung interessanten numerischen Werte für $2\varepsilon_{max.}$, ω und $\dot{\sigma}_m$ sind in Abhängigkeit von H in Abb. 9 gegeben.

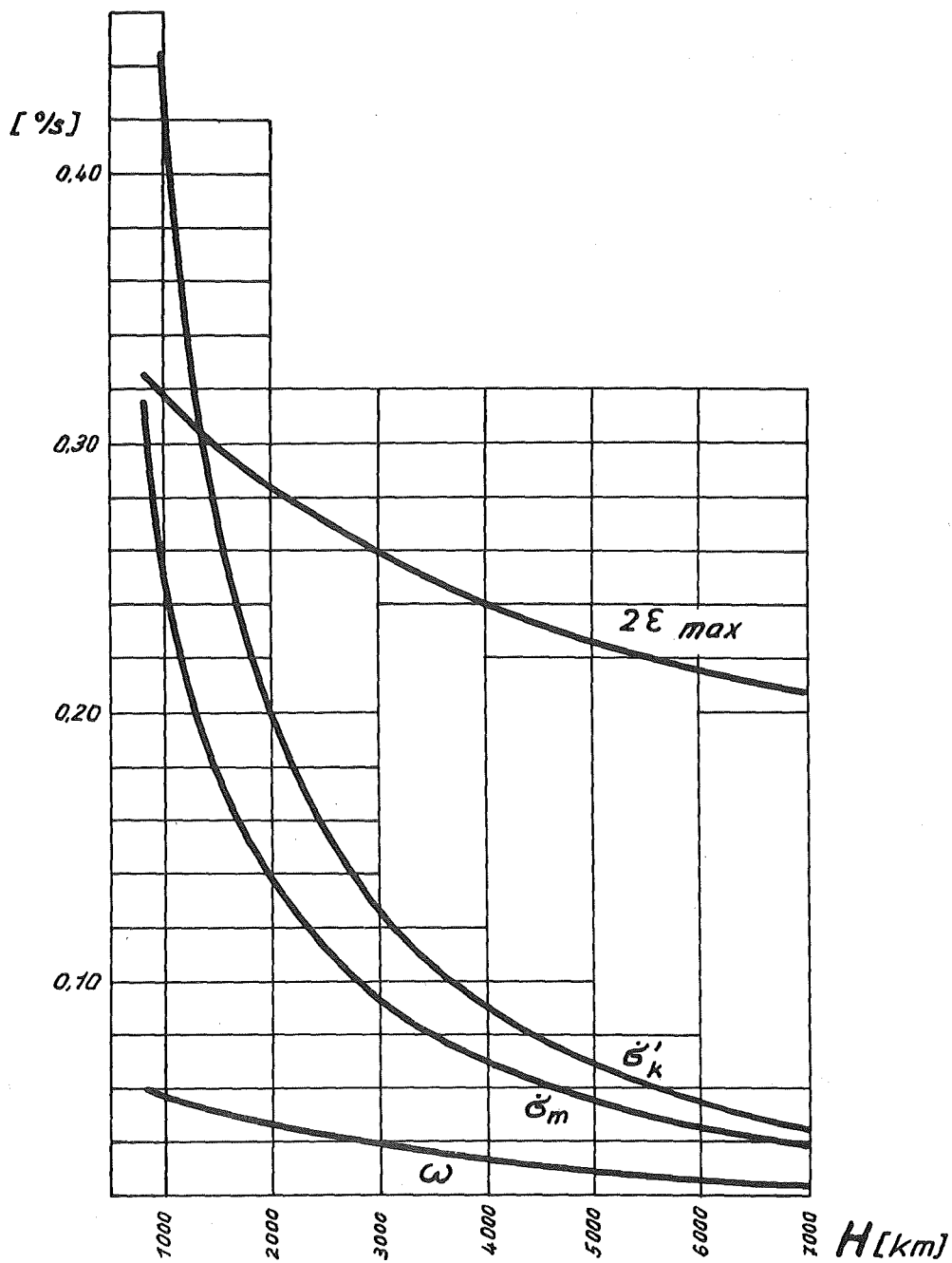


Abb. 9. Winkelgeschwindigkeiten und Bahnbogenlänge

2.1.2.3. Ableitung der Nachführgeschwindigkeit

Während bei photometrischen [14] und Laser-Entfernungsmessungen [22] an die Nachführung während des gesamten zu beobachtenden Bahn Bogens höchste Anforderungen gestellt werden, spielt bei astrometrischen Messungen die Genauigkeit der Nachführung (in Richtung und Geschwindigkeit) bei der photographischen Abbildung auf genügend großem Gesichtsfeld keine primäre Rolle. Es ist lediglich erforderlich, die Nachführgeschwindigkeit während der Belichtungszeit \bar{t} für eine einzelne Satellitenposition mit der topozentrischen Winkelgeschwindigkeit des Satelliten in Übereinstimmung zu bringen, d.h. so lange, bis die zu einer Schwärzung erforderliche Lichtmenge auf die Emulsion eingewirkt hat.

Die maximale Zeitdauer, während deren von einem sich in der Bildebene mit der Geschwindigkeit η bewegenden Objekt mit dem Bildfleckdurchmesser d noch eine punktförmige Abbildung erhalten wird, ist näherungsweise

$$(40) \quad \bar{t} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{d}{f\eta} \quad ,$$

wobei f die Brennweite der Kamera und $\bar{t}\eta$ die Abweichung des Satelliten vom Kleinkreis und vom Bewegungsgesetz längs des Kleinkreises darstellen. Wenn man für kurze Belichtungszeiten die Erdrotation und die Abweichung des Satelliten vom Kleinkreis vernachlässigt (vgl. Abschnitt 2.1.1.6.), kann bei Tracking-Kameras die verbleibende Relativgeschwindigkeit η als ein Fehler in der Nachführgeschwindigkeit betrachtet werden.

Die Größen d , f und η sind aus speziellen Untersuchungen des optischen Systems und des Nachführsystems der Kamera zu ermitteln. Bei Benutzung der in Kap. 3 für das SBG ermittelten Größen erhält man die in Abb. 10 dargestellte Abhängigkeit zwischen der gegebenen Objekthelligkeit m und den für eine punktförmige Abbildung eines solchen Objekts erforderlichen Belichtungs-(Nachführ-)zeiten \bar{t} und zulässigen Fehlern η in der Nachführgeschwindigkeit. Die in Abb. 10 eingezeichneten Schranken bei $\bar{t} = 0,5 \text{ s}$ und $\eta = \pm 0,005 \text{ }^\circ/\text{s}$ und die Grenzhelligkeit begrenzen z.Z. den Bereich der praktischen Beobachtungsmöglichkeiten mit dem SBG (vgl. Abschnitt 3.2.1.).

Mit Abb. 10 und den Formeln (39) und (47) erhält man für einige bekannte Satelliten die in Tab. 4 angegebenen notwendigen relativen Genauigkeiten für die Nachführgeschwindigkeit.

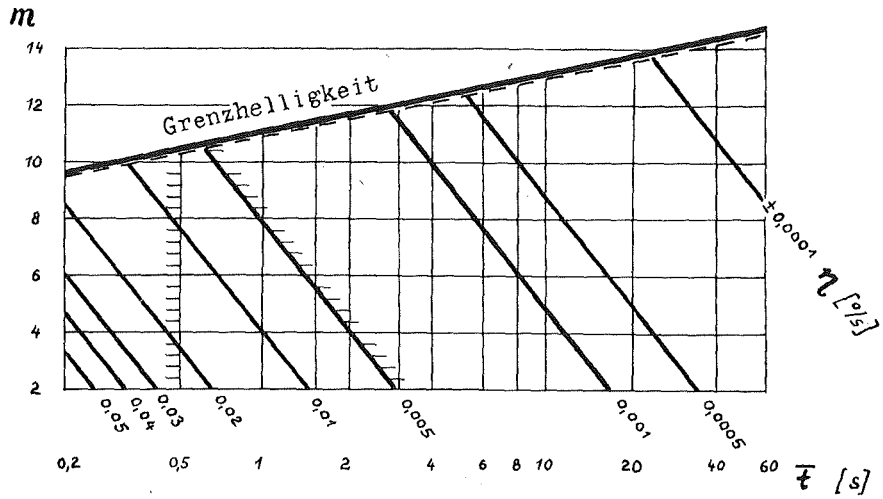


Abb. 10. Erforderliche Genauigkeit der Nachföhrgeschwindigkeit in Abhängigkeit von m und \bar{T}

Tab. 4. Notwendige relative Genauigkeit der Nachföhrgeschwindigkeit für einige Satelliten bei punktförmiger Abbildung (im Zenit und im Mittel über gesamte Bahn)

Satellit	$H_{per.}$	m	$\bar{T}_{min.}$	$\frac{\eta}{\sigma_z}$	$\frac{\eta}{\sigma_m}$
Anna Ib	1070 km	8	0,5 s	2,2 %	3,7 %
Geos B	1080	8	0,5	2,2	3,9
Pageos	2450	3	0,5	14	19
Midas 4	3500	7	0,5	11	15

Nach dieser Betrachtung über die notwendige Genauigkeit sollen im folgenden explizite Ausdrücke für die topozentrische Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten in jedem Punkt seiner scheinbaren Bahn abgeleitet werden.

Durch Differenzieren von (6) erhält man die Änderung der Bahnlänge bei Änderung der horizontalen Koordinaten

$$(41) \quad d\sigma = \frac{1}{\cos\sigma \cos\Delta} [\cos h_i \cos(A_i - A_k) d(A_i - A_k) - \sin h_i \sin(A_i - A_k) dh] .$$

Die scheinbare Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten in Azimut und Höhe ergibt sich aus (20) mit der Bedingung (24) zu

$$(42) \quad \begin{cases} \frac{d}{dt}(A_i - A_k) = \omega \frac{\sin \epsilon_k}{1 - \cos^2 \omega t \cos^2 \epsilon_k} \\ \frac{dh}{dt} = \omega \frac{\sin \omega t \cos \epsilon_k}{\sqrt{1 - \cos^2 \epsilon_k \cos^2 \omega t}} \cdot \frac{C \cos \omega t \cos \epsilon_k - 1}{1 - 2C \cos \epsilon_k \cos \omega t + C^2} \end{cases}$$

Damit erhält man aus (41) nach längeren Umformungen

$$\frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma} = \frac{\omega \tan \sigma}{1 - \cos^2 \epsilon_k \cos^2 \omega t} \left[\sin^2 \epsilon_k \cot \omega t + \sin \omega t \cos \epsilon_k (\cos \epsilon_k \cos \omega t - C) \frac{1 - C \cos \epsilon_k \cos \omega t}{1 - 2C \cos \epsilon_k \cos \omega t + C^2} \right]$$

und nach Einsetzen des mit Hilfe der Grundformel (6) erhaltenen Ausdrucks

$$\tan \sigma = \frac{\sin \omega t}{\sqrt{u \cos^2 \Delta - \sin^2 \omega t}}$$

die folgende geschlossene Form für die topozentrische Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten, dessen scheinbare Bahn durch einen Kleinkreis angenähert ist:

$$(43) \quad \dot{\sigma} = \omega \frac{\cos \omega t - \frac{w}{u}}{\sqrt{u \cos^2 \Delta - \sin^2 \omega t}} \cos \Delta$$

Hierbei sind

$$u = 1 - 2C \cos \epsilon_k \cos \omega t + C^2, \quad w = C \cos \epsilon_k \sin^2 \omega t$$

Wenn man diese Geschwindigkeit auf den Großkreis projiziert - wodurch in (43) im Zähler der Faktor $\cos \Delta$ wegfällt -, erhält man die notwendige Nachführgeschwindigkeit des Teleskops um die Bahnachse (3. Achse). - Formel (43) zeigt, daß zur numerischen Berechnung der momentanen scheinbaren Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten für einen bestimmten Zeitmoment t (gezählt ab Kulminationspunkt) lediglich die Flughöhe H [km] und der Höhenwinkel h_k des Kulminationspunktes benötigt werden.

Aus der allgemeinen Form (43) erhält man als Sonderfälle:

für die Geschwindigkeit im Kulminationspunkt:

$$(44) \quad \dot{\sigma}_k = \omega \frac{\cos h_k}{\cos \Delta \sin \epsilon_k} = \omega \frac{r}{d_k \cos \Delta}$$

für die Geschwindigkeit bei Zenitbahnen:

$$(45) \quad \dot{\sigma}' = \omega \frac{1 - C \cos \omega t}{1 - 2C \cos \omega t + C^2}$$

Für einige kreisförmige Zenitbahnen mit $H = 1000 - 5000$ km sind die topozentrischen Geschwindigkeiten für einen Durchgang in Abb. 11 dargestellt.

Für Zenitbahnen sind die Extremwerte der Winkelgeschwindigkeit:

im Horizont:

$$(46) \quad \dot{\sigma}'_H = \omega,$$

im Zenit:

$$(47) \quad \dot{\sigma}'_k = \dot{\sigma}'_z = \frac{\omega}{1-C} \approx \frac{36174}{H\sqrt{r}} \quad [^\circ/s].$$

Wenn man (47) in (45) einsetzt, so erhält man schließlich

$$(48) \quad \dot{\sigma}' = \dot{\sigma}'_z \left[1 - C \frac{(1+C)(1 - \cos \omega t)}{1 - 2C \cos \omega t + C^2} \right] = \dot{\sigma}'_z (1 - K_{r,t}).$$

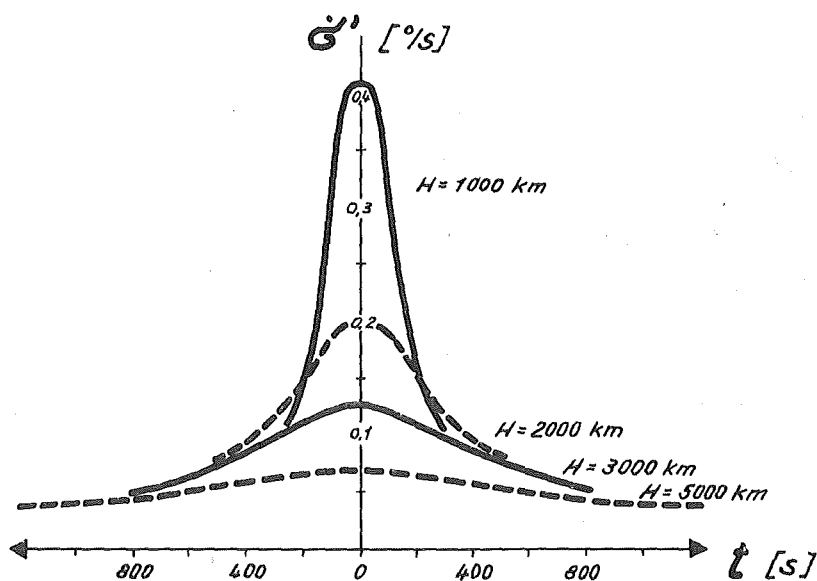


Abb. 11. Topozentrische Winkelgeschwindigkeiten

2.1.2.4. Realisierung der Nachföhrgeschwindigkeit für Zenitbahnen durch eine Lochstreifensteuerung

Die Nachföhrung eines Teleskops nach einem sich bewegenden Objekt kann prinzipiell auf verschiedene Weise erfolgen. Die gegenwärtigen Realisierungsmöglichkeiten für die

verschiedensten Anwendungsgebiete reichen von der technisch wenig aufwendigen manuellen Nachführung bis zur vollautomatischen Nachsteuerung von Beobachtungseinrichtungen durch den Satelliten selbst (z.B. nach dem Prinzip der Keulennutation [31] oder durch digitale Steuereinrichtungen mit photoelektrischem Geber [32]).

Das SBG ist konzipiert auf eine Nachführung längs einer vorgegebenen Bahn mit einer Geschwindigkeit, deren Größe zu jedem Zeitmoment t_i in codierter Form über einen 8-Kanal-Lochstreifen dem Antriebsmechanismus zugeleitet werden kann. Die Abtastung der Lochung erfolgt parallel und indirekt; d.h., für jede Spur, die nicht gelocht ist, erfolgt eine Impulsgebung an den Antriebsmechanismus. Die Ausgabe der Impulse aller 8 Kanäle erfolgt gleichzeitig. Geschwindigkeitsänderungen können durch Änderungen zwischen verschiedenen Zeilen des Lochstreifens, der mit einer Taktgeschwindigkeit von 10 Zeilen/s gelesen wird, vorgenommen werden. Die dadurch auftretenden "Sprünge" können, strenge Einhaltung des Binärcodes vorausgesetzt, Größen von $\pm 0,004$ °/s erreichen, sind jedoch, da die große anzutreibende Masse der Kamera in gewisser Weise "glättend" wirkt, ohne Einfluß auf die Abbildungsgüte.

Bei einer solchen Antriebssteuerung durch Lochstreifen sind zu berücksichtigen:

1. die Helligkeit der zu beobachtenden Objekte, welche nach Abb. 10 die notwendige Nachführzeit \bar{T} bestimmt (vgl. dazu auch Abschnitt 3.2.1.),
2. Flug- und Kulminationshöhe, die wegen (43) die Größe $\dot{\sigma}$ der Nachführgeschwindigkeit bestimmen, und
3. die Genauigkeit des Antriebssystems der Kamera und der angewendeten Geschwindigkeitsapproximation.

Zu letzterem gehören auch das im voraus festzulegende Zeitintervall ΔT , während dessen die Größe der Nachführgeschwindigkeit des Teleskops konstant bleiben kann, und ein Flughöhenbereich ΔH , in dem die Winkelgeschwindigkeit des Satelliten praktisch als konstant anzusehen ist. Zur Festlegung der Größe der Zeitintervalle ΔT benutzen wir die Geschwindigkeitsformel (45). Danach ist

$$(49) \quad \Delta T = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{d\dot{\sigma}}{\omega^2} \frac{(1 - 2C \cos \omega t + C^2)^2}{C(1 - C) \sin \omega t}$$

Diese Formel zeigt, daß die Zeitintervalle mit gleicher Geschwindigkeit bei vorgegebener Genauigkeit $d\dot{\sigma}$ von der Flughöhe H des Satelliten und der Zeitdifferenz t des zu beobachtenden Bahnpunktes vom Kulminationspunkt abhängig sind. Wenn ΔT nur für den ungünstigsten Bahnabschnitt (mit einem Abstand t' vom Kulminationspunkt) ermittelt wird, so erhält man bei $d\dot{\sigma} = \pm 0,002$ °/s die in Abb. 12 für verschiedene

Flughöhen angegebenen Kriterien für ein solches Geschwindigkeitsprogramm:

ΔT - Zeitintervall nach (49),

L - Länge des beobachtbaren Bahn Bogens bei $h \cong 20^\circ$ [s],

t' - Bahnabschnitt mit der größten Beschleunigung

$$(50) \quad \ddot{\sigma} = \frac{C \omega^2 \sin \omega t (C^2 - 1)}{(1 - 2C \cos \omega t + C^2)^2}$$

sowie

2 ΔH - Flughöhenbereich.

Daraus ermittelt man für jedes Geschwindigkeitsprogramm:

die Anzahl der aufeinanderfolgenden Zeilen mit gleicher Geschwindigkeitsinformation $\bar{n} \approx K \Delta T,$

die Anzahl der verschiedenen (d.h. pro Durchgang zu berechnenden) Geschwindigkeitsinformationen $N + 1 = \frac{L}{2 \Delta T} + 1,$

die Gesamtzahl der Zeilen $n = 2(N + 1) \bar{n},$

die Länge des Streifens [m] $L^m = 0,0258 L.$

K bedeutet die Taktgeschwindigkeit des Lochstreifenlesers.

Hieraus folgt u.a., daß für die Zeilen eines Lochstreifens mit der laufenden Nummer $1 + (i - 1) \bar{n}$ bis $i \bar{n}$ (abzurunden auf ganze Zahl) ($i = 1, 2, 3, \dots$) jeweils der gleiche Geschwindigkeitswert gilt und für die Zeitmomente $t_i = (N - i + 1) \Delta T$ verschiedene Geschwindigkeitswerte σ zu berechnen sind. Es ist

$$t_1 = N \Delta T,$$

$$t_2 = (N - 1) \Delta T,$$

.....

$$t_N = \Delta T,$$

$$t_{N+1} = 0 \quad (\text{Kulminationsmoment}),$$

$$t_{N+2} = - \Delta T,$$

.....

$$t_{2N} = - (N - 1) \Delta T,$$

$$t_{2N+1} = - N \Delta T$$

Wenn Erdrotation und Bahnelliptizität vernachlässigt werden - wie in den Ableitungen des Abschnittes 2.1.2.3. geschehen -, ist die scheinbare Satellitenbahn symmetrisch zum Kulminationsvertikal, und es gilt:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{N+2} &= \sigma_N, \\
 \sigma_{N+3} &= \sigma_{N-1}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 \sigma_{2N} &= \sigma_2, \\
 \sigma_{2N+1} &= \sigma_1.
 \end{aligned}$$

Die den jeweiligen Zeitmomenten t_i entsprechenden Werte der Bahnlänge σ_i des Satelliten (Drehwinkel an der Nachführachse) erhält man mit Abb. 5 aus der Formel

$$(51) \quad \cot \sigma_i = \cot \omega t_i - C \operatorname{cosec} \omega t_i.$$

Bei der Lochstreifenanfertigung, die ebenso wie die Berechnung der einzelnen Geschwindigkeitswerte mit einem Rechenautomaten ZRA 1 entspr. Abb. 6 erfolgte, werden für Anfang (σ_1) und Ende (σ_{2N+1}) der Beobachtung diese Größen mitberechnet. Für Zenitbahnen gilt

$$\pm \sigma_1 = \mp \sigma_{2N+1} \approx 70^\circ.$$

Die nach (45) und den o.g. Vorschriften berechneten Geschwindigkeitswerte $\dot{\sigma}$ werden schließlich so in die einzelnen Geschwindigkeiten des Lochstreifencodes zerlegt, daß ihre Summe möglichst gut mit $\dot{\sigma}$ übereinstimmt. Diejenigen Kanäle der Zeile, die nicht mit einem Summanden belegt sind, werden gelocht (technische Details s. [31]). Ein auf diese Weise gefertigter Lochstreifen kann für die Bahnverfolgung von Satelliten im Flughöhenbereich $H - \Delta H \leq H \leq H + \Delta H$ benutzt werden. Zur Ermittlung von ΔH wird das Kriterium $d\dot{\sigma}$ auf den Kulminationspunkt als denjenigen Punkt der scheinbaren Bahn angewendet, bei dem der Einfluß von H auf $\dot{\sigma}$ am größten ist. Für Zenitbahnen ist mit (47)

$$(52) \quad \Delta H = \frac{H^2 r^{3/2}}{1,8(2r + H)}.$$

Die Größe $2 \Delta H$ ist für $d\dot{\sigma} = \pm 0,005$ °/s und verschiedene Flughöhen H ebenfalls der Abb. 12 zu entnehmen.

In Tab. 5 ist eine der möglichen Varianten für die Aufteilung des Flughöhenbereichs der Satelliten zwischen 7690 km und 792 km unter der Bedingung angegeben, daß in allen Punkten der scheinbaren Bahn eine nahezu punktförmige Abbildung des Satelliten erhalten wird.

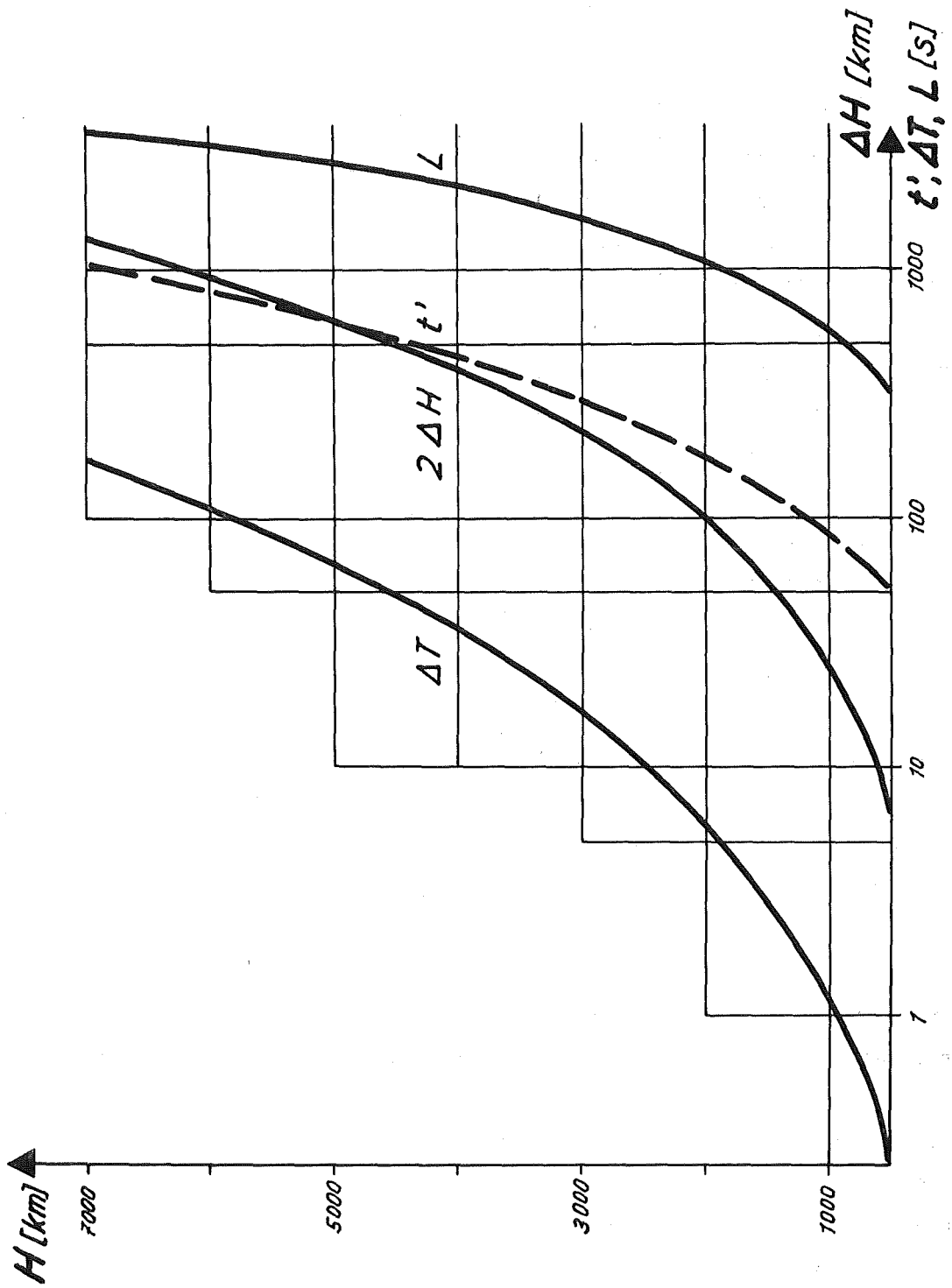


Abb. 12. Lochstreifenkriterien

Tab. 5. Flughöhenbereiche mit gleichem Geschwindigkeitsprogramm

H	H ± ΔH	H	H ± ΔH	H	H ± ΔH
7000 km	7690-6310 km	1950 km	2000-1900 km	1075 km	1088-1062 km
5900	6350-5450	1850	1890-1810	1050	1063-1037
5100	5415-4785	1750	1790-1710	1025	1037-1012
4500	4745-4255	1675	1710-1640	1000	1012- 988
4000	4200-3800	1600	1630-1570	975	987- 963
3600	3760-3440	1525	1555-1495	950	961- 939
3300	3430-3170	1450	1475-1425	925	935- 915
3050	3160-2940	1400	1425-1375	900	910- 890
2850	2950-2750	1350	1375-1325	880	890- 870
2650	2735-2565	1300	1320-1280	860	869- 851
2450	2525-2375	1250	1269-1231	840	849- 831
2300	2365-2235	1200	1270-1183	820	828- 812
2150	2210-2090	1150	1166-1134	800	808- 792
2050	2100-2000	1100	1114-1086		

2.1.2.5. Approximation beliebiger Satellitenbahnen durch Zenitbahnen

Analog zu den o.g. Vorschriften müssen nun für jede beliebige Satellitenbahn nach (43) berechnete Geschwindigkeitswerte

$$\dot{\sigma} = f(H, h_k, t)$$

vorliegen. Wegen der Vielzahl der möglichen scheinbaren Satellitenbahnen würde dies entweder zu einem umfangreichen Archiv von zur Geschwindigkeitssteuerung der Kamera benötigten Lochstreifen oder zu einer Neuberechnung des Geschwindigkeitsprogramms für jeden aktuellen Satellitendurchgang führen. Da auch der Einsatz von Analogrechnern zur Antriebssteuerung von Satellitenbeobachtungsgeräten mit Schwierigkeiten verbunden ist, gewinnt das Problem der gegenseitigen Ersetzbarkeit von Geschwindigkeitsprogrammen verschiedener Satellitenbahnen an Bedeutung. In [10] schlagen ABELE und LAPUSCHKA vor, die Nachführgeschwindigkeit (43) allgemein darzustellen durch

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}'_k \cos^2 \sigma$$

STEINBACH gibt in [17] ein Verfahren an, bei dem die Satellitenbahn durch eine Zenitbahn so approximiert wird, daß für beide Bahnen die Drehwinkel σ in mehreren Punkten übereinstimmen. Die Parameter der approximierenden Zenitbahn werden aus einer Aus-

gleichung ermittelt, wobei zur Erzielung geschlossener Ausdrücke Gewichtsfunktionen eingeführt werden müssen. Je nach Anzahl der identischen Punkte beider Bahnen ist bei entsprechendem Rechenaufwand die Approximation in mehreren Stufen möglich.

Die Vorteile beider Verfahren (genaue Nachführgeschwindigkeit für alle Punkte in Kulminationsnähe, geringer Rechenaufwand) werden vereint, wenn man für den Bereich $h \geq 20^\circ$ eine Satellitenbahn beliebiger Kulminationshöhe so durch eine Zenitbahn ersetzt, daß die Kulminationsgeschwindigkeiten beider Bahnen gleich sind. Die entsprechende ("äquivalente") Flughöhe H_g der approximierenden Zenitbahn erhält man, indem die Gleichungen (43) und (45) einander gleichgesetzt und nach C aufgelöst werden. Numerische Werte sind für einige in Frage kommende Satellitenbahnen der Tab. 6 zu entnehmen.

Tab. 6. Äquivalente Flughöhen H_g [km] der approximierenden Zenitbahnen

h_k \ H [km]	500	1000	2000	3000	4000	6000
90°	500	1000	2000	3000	4000	6000
80	515	1020	2040	3040	4050	6050
70	530	1050	2100	3110	4130	6140
60	565	1120	2200	3220	4250	6290
50	620	1230	2340	3400	4440	6500
40	710	1380	2550	3640	4710	6800
30	875	1600	2850	3970	5050	7180
20	1120	1920	3220	4360	5500	7600

In Abb. 13 sind für das in [17] angeführte Beispiel neben der mit Hilfe von (43) ermittelten Sollgeschwindigkeit die Nachführgeschwindigkeiten für verschiedene Zeitmomente t nach den drei genannten Verfahren angegeben.

Die Geschwindigkeitsapproximation nach ABELE und LAPUSCHKA gibt nur in unmittelbarer Nähe des Kulminationspunktes diskutabile Werte und ist in der Praxis nur deshalb realisierbar, weil bei dem in [10] beschriebenen Gerät eine Möglichkeit zu manueller Geschwindigkeitskorrektur besteht. Die von STEINBACH in [17] angegebenen Parameter ergeben genügend genaue Nachführgeschwindigkeiten erst nach erheblichem Rechenaufwand (Approximation höherer Ordnung), wobei der meist wesentlichste Bahnabschnitt in Kulminationsnähe ungenauer als nach den anderen Verfahren ermittelt wird.

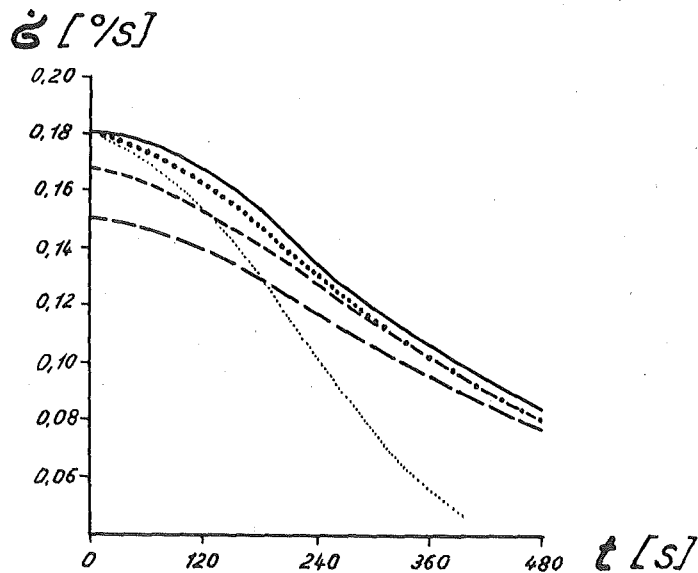


Abb. 13. Approximation der Satellitenbahn $H = 2000 \text{ km}$, $h_k = 60^\circ$ durch eine Zenitbahn

- Sollgeschwindigkeit nach (43)
- Approximation nach ABELE [10]
- Approximation nach STEINBACH, 1. Stufe [17]
- · - · - · - Approximation nach STEINBACH, 2. Stufe [17]
- Approximation durch Bahn mit gleicher Kulminationsgeschwindigkeit

Eine experimentelle Überprüfung ergab, daß die nach dem Verfahren mit gleichen Kulminationsgeschwindigkeiten ermittelten approximierenden Zenitbahnen auch in den übrigen beobachtbaren Punkten ($h \geq 20^\circ$) der scheinbaren Bahn die Nachführgeschwindigkeit mit ausreichender Genauigkeit ($\pm 0,005 \text{ }^\circ/\text{s}$) darstellen. Abb. 14 zeigt unter Berücksichtigung von Tab. 5 eine solche Möglichkeit der gegenseitigen Ersetzbarkeit verschiedener Satellitenbahnen. Wenn die Größen H und h_k für eine Bahn bekannt sind, kann mit dieser Abbildung die für die Geschwindigkeitssteuerung erforderliche äquivalente Zenitbahn ermittelt werden. Wie man erkennt, sind für einen Bereich von $7700 \text{ km} \geq H \geq 1000 \text{ km}$ lediglich etwa 32 und für $1000 \text{ km} \geq H \geq 500 \text{ km}$ weitere 24 äquivalente Bahnen und damit verschiedene Programme zur Geschwindigkeitssteuerung erforderlich.

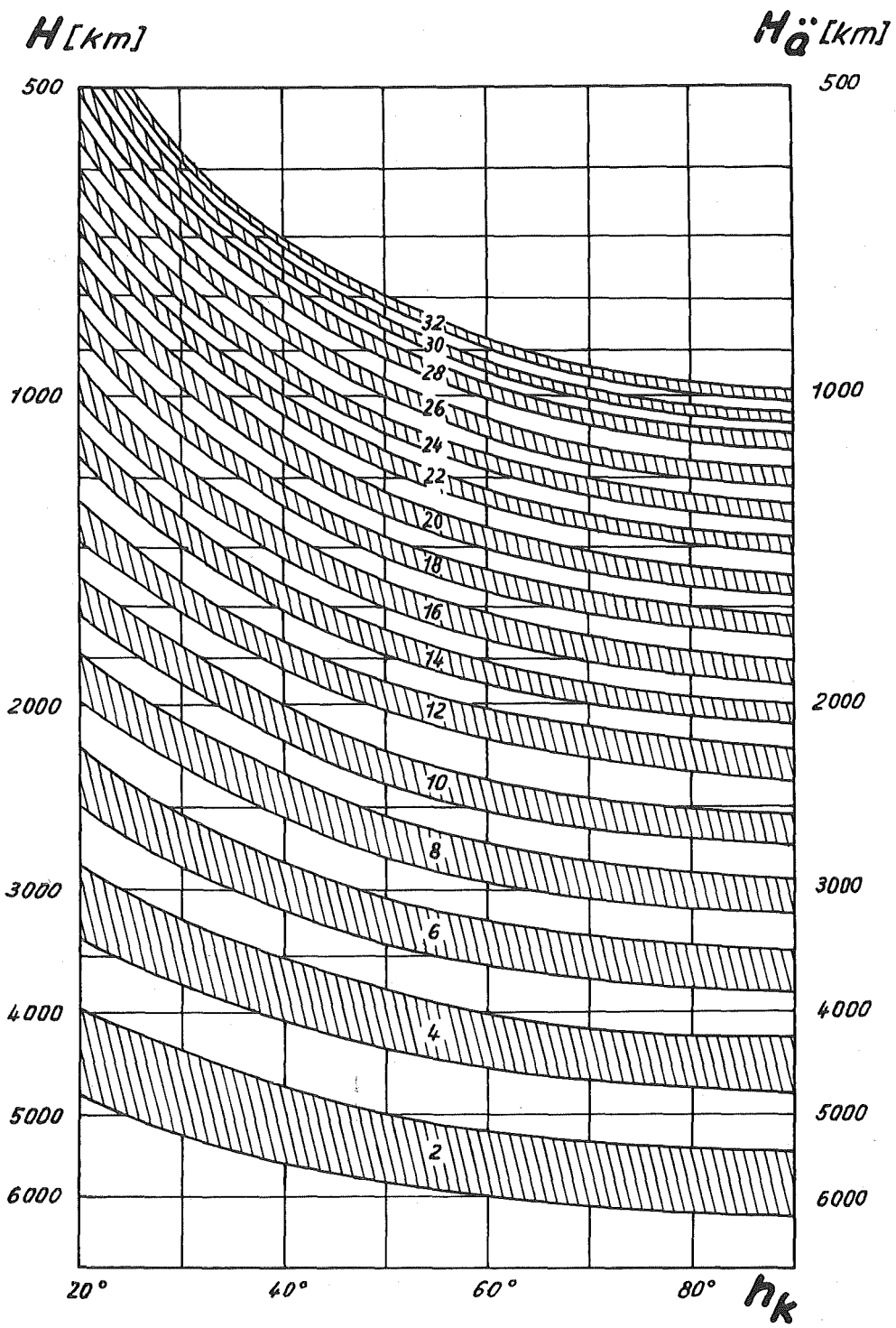


Abb. 14. Geschwindigkeitsprogramme in Abhängigkeit von H und h_k

2.1.2.6. Genauigkeitsbetrachtungen zur Nachführgeschwindigkeit

2.1.2.6.1. Abhängigkeit der geozentrischen Winkelgeschwindigkeit von Bahnexzentrizität und mittlerer Flughöhe

Die Abhängigkeit der geozentrischen und damit auch topozentrischen Winkelgeschwindigkeit von der momentanen Flughöhe ist durch (34) gegeben. Wenn man, wie in Abschnitt 2.1.2.1. angenommen, die geozentrische Winkelgeschwindigkeit ω mit einer für den zu beobachtenden Bahnabschnitt "mittleren" Länge r_m des Radiusvektors berechnet, dann wird ω von der Genauigkeit dieses Radiusvektors und von der Exzentrizität e der Bahn beeinflusst. Mit Tab. 7 können für Zenitbahnen die Änderungen in ω , die bei der Vernachlässigung von e auftreten, abgeschätzt werden.

Es sind:

$$H_p = r_{\text{per.}} - R,$$

ω_p - geozentrische Winkelgeschwindigkeit im Kulminationspunkt, wenn dieser mit dem Perigäum der Bahn zusammenfällt,

ω_a - das gleiche für Apogäum,

ω_{hp} - geozentrische Winkelgeschwindigkeit in Horizontnähe, wenn das Perigäum im Kulminationspunkt der Bahn liegt,

ω_{ha} - das gleiche für Apogäum.

Tab. 7. Änderungen von ω bei Vernachlässigung von e (H in km, ω in $^\circ/s$)

e_e	0,05			0,1			0,5		
H_p	500	1000	8000	500	1000	8000	500	1000	8000
ω_p	0,063	0,059	0,021	0,066	0,060	0,022	0,078	0,070	0,025
ω_{hp}	0,063	0,058	0,020	0,066	0,058	0,020	0,047	0,039	0,012
ω_{ha}	0,055	0,048	0,019	0,047	0,043	0,017	0,018	0,015	0,007
ω_a	0,053	0,047	0,017	0,045	0,039	0,015	0,009	0,007	0,003

Die Nachführfehler wegen vernachlässigter Bahnexzentrizität treten dann symmetrisch zum Kulminationsvertikal auf, wenn der Kulminationspunkt in den Apsiden der Bahn liegt. Andernfalls verursacht die Vernachlässigung der Bahnexzentrizität eine unsymmetrische Änderung des Bewegungsgesetzes (43) längs der topozentrischen Bahn.

Die wegen ungenauer Kenntnis der mittleren Flughöhe H_m in ω hervorgerufenen Fehler erhält man mit

$$(53) \quad m_\omega = \frac{5,42 \cdot 10^4}{r^{3/2}} m_H \quad [^\circ/\text{s}]$$

Numerische Werte für verschiedene Flughöhen sind der Tab. 8 zu entnehmen.

Tab. 8. Abhängigkeit des m_ω von der Flughöhe H

$H_{\text{km}} \backslash m_{H_{\text{km}}}$	500	1000	4000	8000
10	$\pm 0,0001$ $^\circ/\text{s}$	$\pm 0,0001$ $^\circ/\text{s}$	$\pm 0,0001$ $^\circ/\text{s}$	$\pm 0,0000$ $^\circ/\text{s}$
50	0,0007	0,0006	0,0002	0,0001
100	0,0014	0,0012	0,0005	0,0002
200	0,0028	0,0024	0,0010	0,0004
500	0,0070	0,0060	0,0025	0,0011

Der Fehler in der Nachführgeschwindigkeit wird mit (45)

$$(54) \quad m_{\dot{\sigma}} = \left[\frac{\dot{\sigma}}{\omega} + \frac{Ct \sin \omega t}{1 - 2C \cos \omega t + C^2} (\omega - 2\dot{\sigma}) \right] m_\omega$$

Im Zenit erhält man

$$m_{\dot{\sigma}} = \frac{m_\omega}{1 - C}$$

und im Horizont

$$m_{\dot{\sigma}} = \left[1 \frac{C}{\sqrt{1 - C^2}} \arccos C \right] m_\omega$$

2.1.2.6.2. Abhängigkeit der topozentrischen Winkelgeschwindigkeit von Kulminationshöhe und Flughöhe

Aus (44) erhält man

$$d\dot{\sigma} = -\omega \frac{\sinh h_K}{\cos \Delta \sin \varepsilon_K} dh_K - \omega \frac{\cosh h_K \cos \varepsilon_K}{\cos \Delta \sin^2 \varepsilon_K} d\varepsilon_K = -\dot{\sigma}_K (\tan h_K dh_K + \cot \varepsilon_K d\varepsilon_K),$$

wobei ε_K mit (27) und $d\varepsilon_K$ mit

$$d\varepsilon_K = \left(C \sin 2h_K - \cosh h_K \sqrt{1 - C^2 \cos^2 h_K} - \frac{C^2 \sin h_K \sin 2h_K}{2 \sqrt{1 - C^2 \cos^2 h_K}} \right) \frac{dh_K}{\sin \varepsilon_K}$$

berechnet werden können.

Die erforderliche Genauigkeit der Kulminationshöhe h_k für die in Abschnitt 2.1.2.5. vorgeschlagene Approximation beliebiger Satellitenbahnen durch Zenitbahnen ist der Tab. 9 zu entnehmen, deren numerische Werte auf Abb. 14 zurückgehen.

Tab. 9. Erforderliche Genauigkeit der Kulminationshöhe h_k

$h_k \backslash H$	1000 km	2000 km	3000 km	4000 km	5000 km
80°	$\pm 4^\circ$	$\pm 12^\circ$	$\pm 21^\circ$	$\pm 30^\circ$	$\pm 40^\circ$
70	3	7	13	20	30
60	3	5	9	14	22
50	2	4	7	11	18
40	2	4	6	9	15
30	2	3	5	8	12
20	1	3	5	7	10

Fehler in der mittleren Flughöhe H_m haben mittelbar (über die geozentrische Winkelgeschwindigkeit, vgl. Abschnitt 2.1.2.6.1.) und unmittelbar auf die topozentrische Winkelgeschwindigkeit Einfluß. Im folgenden werden die Verhältnisse für Zenit, Horizont und das Gesamtmittel über der sichtbaren Bahn abgeschätzt. Für den Zenit erhält man aus (52)

$$m_{\delta} = \frac{1,8 \cdot 10^4}{H^2 r^{3/2}} (2r + H) m_H,$$

im Horizont ist mit (46)

$$m_{\delta} = \frac{5,42 \cdot 10^4}{r^{5/2}} m_H$$

und im Mittel über der gesamten sichtbaren Bahn bei $h \geq 20^\circ$ mit (39)

$$m_{\delta} = \frac{3,80 \cdot 10^6 \left[\left(70^\circ - \arcsin \frac{5993}{r} \right) + \frac{3995}{\sqrt{r^2 - 5993^2}} \right]}{r^{5/2} \left(70^\circ - \arcsin \frac{5993}{r} \right)^2} m_H.$$

Tab. 10. Erforderliche Genauigkeit der Flughöhe H

H	Beobachtungen		
	im Zenit	im Mittel	im Horizont
7000 km	± 690 km	± 1200 km	± 1930 km
5000	310	690	1270
4000	200	500	1010
3000	110	335	790
2000	50	200	590
1000	12	92	430
800	8	23	400
500	3	14	360

Tab. 10 sagt u.a. aus, daß im Beobachtungszeitraum die durch Bahnexzentrizitäten hervorgerufenen Änderungen des momentanen Radiusvektors die angegebenen Größen nicht überschreiten dürfen. Eine genäherte Abschätzung der maximal möglichen Beobachtungsdauer $\bar{T}_{\max.}$, während deren eine vernachlässigte Exzentrizität keinen größeren Nachführfehler als $\pm 0,005$ °/s hervorruft und damit ohne Auswirkung auf die Abbildungsgüte bleibt, ist in Tab. 11 gegeben. Für einige Bahnen mit dem Perigäum bzw. Apogäum im Kulminationspunkt sind bei einer Beobachtung vom Zenit bis zum Horizont die maximal möglichen Änderungen von r , d.h. $(r_Z - r_H)$, die Sichtbarkeitsdauer $\frac{\Delta T_o}{2}$ nach (37) und schließlich die mit Hilfe der Tab. 10 berechneten genäherten maximalen Beobachtungszeiten $\bar{T}_{\max.}$ angegeben.

Tab. 11. Einfluß der Bahnexzentrizität

e	0,05			0,1			0,5			
	H_p	500 km	1000 km	8000 km	500 km	1000 km	8000 km	500 km	1000 km	8000 km
$(r_Z - r_H)_p$		25 km	50 km	390 km	45 km	110 km	740 km	2290 km	2670 km	8570 km
$(r_Z - r_H)_a$		65 km	100 km	490 km	200 km	270 km	1180 km	4770 km	5330 km	12860 km
$\frac{\Delta T_o}{2}$		350 s	530 s	3010 s						
$\bar{T}_{\max. p}$		200 s	$> \frac{\Delta T_o}{2}$	$> \frac{\Delta T_o}{2}$	110 s	450 s	$> \frac{\Delta T_o}{2}$	1,5 s	18 s	500 s
$\bar{T}_{\max. a}$		75 s	500s	$> \frac{\Delta T_o}{2}$	25 s	180 s	$> \frac{\Delta T_o}{2}$	1,0 s	10 s	350 s

Aus den vorstehenden Betrachtungen erkennt man, daß eine Nachführung mit der für punktförmige Objektabbildung erforderlichen Genauigkeit dann gewährleistet ist, wenn H_m und h_k mit den in Tab. 9 und 10 gegebenen Genauigkeiten bekannt sind und wenn die Belichtungszeit die in Tab. 11 angegebenen Größen $\bar{T}_{\max.}$ nicht übersteigt.

2.1.2.6.3. Einfluß der Erdrotation auf die Nachführgeschwindigkeit

Der Einfluß der Erdrotation auf die scheinbare Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten und damit natürlich auch auf die Nachführgeschwindigkeit des Teleskops soll für den Zenit betrachtet werden.

Ein "stationärer" Zenitpunkt Z im Abstand r bewegt sich bei einem Beobachtungsort mit der geographischen Breite $\varphi = 52^\circ$ mit der linearen Geschwindigkeit

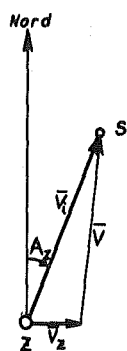
$$(55) \quad \bar{v}_z = 0,0042 r \cos \varphi \frac{\pi}{180^\circ} = 0,45 \cdot 10^{-4} r \quad [\text{km/s}]$$

nach Osten. Die lineare Geschwindigkeit eines Satelliten S im Zenit ist nach (32)

$$\bar{v}_i = 631,4 r^{-1/2} .$$

Den Absolutbetrag des Vektors der topozentrisch wirksamen linearen Satellitengeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Erdrotation erhält man mit Abb. 15 zu

$$(56) \quad \bar{v} = \sqrt{\bar{v}_i^2 + \bar{v}_z^2 - 2\bar{v}_i \bar{v}_z \sin A_z} .$$



Dabei ist

$$\sin A_z = \cos i \sec \varphi .$$

Aus (56) erhält man übrigens als Sonderfall bei einer Bewegung des Satelliten im Zenit nach Osten

$$\bar{v} = \bar{v}_i - \bar{v}_z$$

und bei $r = 4,21 \cdot 10^4$ km die Bedingung

$$\bar{v} = 0$$

für einen "stationären" Satelliten auf dem Äquator.

Abb. 15. Geschwindigkeitsverhältnisse im Zenit des Beobachters

Wenn man (33) und (56) in (47) einsetzt, so erhält man die scheinbare Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten im Zenit unter Berücksichtigung der Erdrotation:

$$(57) \quad \dot{\alpha}_k'' = \frac{\bar{v}}{r(1-C)} = \frac{57,2}{H} \sqrt{\frac{39,95 \cdot 10^4}{r} + 0,20 \cdot 10^{-6} r^2 - 0,0566 r^{1/2} \sin A_z} .$$

Zur Abschätzung der Größenordnung des betrachteten Effekts sind für verschiedene H und A_z in Tab. 12 die Absolutbeträge dieser Geschwindigkeiten angegeben.

Tab. 12. Winkelgeschwindigkeiten eines Satelliten im Zenit unter Berücksichtigung der Erdrotation ($\varphi = 52^\circ$)

H	$A_z = 0^\circ$	$A_z = 90^\circ$	$A_z = 180^\circ$	$A_z = 270^\circ$
500 km	0,872 °/s	0,836 °/s	0,872 °/s	0,906 °/s
1000	0,420	0,403	0,420	0,441
4000	0,089	0,082	0,089	0,095
8000	0,038	0,033	0,038	0,043

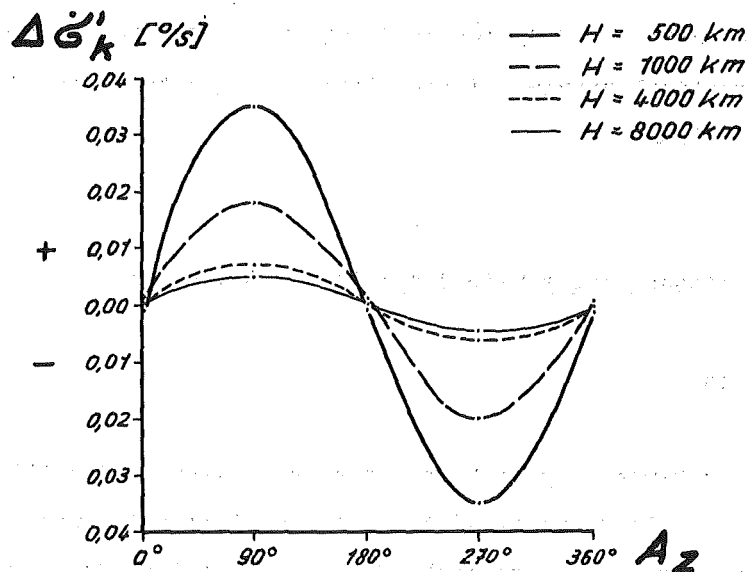


Abb. 16. Einfluß der Erdrotation auf die Nachführgeschwindigkeit für verschiedene H und A_z

Abb. 16 zeigt die mit Tab. 12 und (47) ermittelten Fehler $\Delta\sigma'_k$ in der Nachführgeschwindigkeit, die bei Vernachlässigung der Erdrotation entstehen. Eine Berücksichtigung dieser angegebenen Fehler bei der programmgesteuerten Satellitennachführung ist näherungsweise u.a. dadurch möglich, daß das Verhältnis zwischen Istgeschwindigkeit am Antrieb des Nachführmechanismus und der durch das Lochband gegebenen Codegeschwindigkeit entsprechend variiert wird (Verhältnis $\neq 1$). Wegen (48) wird damit die Nachführgeschwindigkeit in allen Punkten der scheinbaren Bahn um einen Betrag verändert erhalten, der der Geschwindigkeitskorrektur im Kulminationspunkt $\frac{(\dot{\sigma}_k'' - \dot{\sigma}_k')}{\sigma_k}$ proportional ist. Man hat in diesem Falle als wirksame Nachführgeschwindigkeiten im Horizont (Auf- bzw. Untergang):

$$\dot{\sigma}_H'' = \frac{\dot{\sigma}_k''}{\dot{\sigma}_k'} \omega$$

Im Zenit (Kulmination):

$$\dot{\sigma}_k'' = \frac{\dot{\sigma}_k''}{\dot{\sigma}_k'} \dot{\sigma}_k'$$

Auf diese Weise kann erreicht werden, daß für den Kulminationspunkt die Nachführgeschwindigkeit mit der tatsächlichen topozentrischen Winkelgeschwindigkeit des Satelliten übereinstimmt. Für die übrigen Punkte der Bahn bleiben jedoch geringe Differenzen, deren Größe der Bahnlänge σ und damit dem zeitlichen Abstand t des jeweiligen Bahnpunktes von der Kulmination proportional ist:

$$\delta\sigma = t \cdot \text{const.}$$

Da für alle Punkte vor der Kulmination $t < 0$, für alle Punkte nach der Kulmination $t > 0$ ist, verursacht die Erdrotation (ähnlich wie die Bahnexzentrizität) einen zum Kulminationsvertikal unsymmetrischen Geschwindigkeitsverlauf des Satelliten auf seiner scheinbaren Bahn.

2.2. Bewegungsgleichung eines Satelliten in der Bildebene

2.2.1. Allgemeines

Die Kenntnis der Bewegungsgleichung eines Satelliten in der Bildebene ist nicht nur für die auf Seite 23 als Variante a) beschriebene Bahnverfolgung bei feststehendem Teleskoprohr von Interesse, sondern auch für die Darstellung der durch die Tripel α_i , δ_i , T_i ($i = 1, 2, 3, \dots, \nu$) gegebenen Punktreihe beobachteter Satellitenpositionen. In der Praxis werden letztere meist durch einen quadratischen [25, 26], kubischen [27] bzw. biquadratischen [28] Ansatz der Form

$$(58) \quad \begin{cases} \alpha_i = \sum_{j=0}^n \bar{a}_j t_i^j, \\ \delta_i = \sum_{j=0}^n \bar{b}_j t_i^j \\ \text{mit} \\ t_i = T_i - \frac{[T]}{\nu} \end{cases}$$

approximiert, wobei die Koeffizienten \bar{a}_j und \bar{b}_j der Polynome (58) durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden. Mit dieser Polynomdarstellung wird dem Umstand entsprochen, daß die zeitliche Folge der beobachteten Satellitenpositionen eine "glatte" Kurve ergeben muß. Umfassendere Lösungen schlägt z.B. WOLF [29] vor, der in die Ausgleichung der gesamten Satellitentriangulation eine räumliche Glättung der Bahnkurve einbezieht.

Der Polynomansatz (58) der äquatorialen Koordinaten - der im Prinzip natürlich auch für die Plattenkoordinaten x, y möglich ist - findet Anwendung u.a. bei der Fehlerbeurteilung ("inneren Genauigkeit") beobachteter Satellitenpositionen, insbesondere bei der Kontrolle auf grobe Fehler, und bei der Berechnung sog. repräsentativer ("fiktiver") Satellitenpositionen. Letztere werden bekanntlich im Rahmen der "rechnerischen Synchronisierung" der von verschiedenen Stationen ausgeführten Beobachtungen ermittelt.

Theoretische Untersuchungen zur Definition des notwendigen Grades n des empirischen Ansatzes (58) sind bisher nicht bekannt geworden. Es ist offensichtlich in der Praxis auch ausreichend, für die Potenzreihen (58) einen Ansatz zu finden, der formal mathematisch die beste Annäherung ($[v \ v] = \min.$) an die durch die Beobachtungspaare gegebene Punktreihe ergibt. In [27] konnte empirisch nachgewiesen werden, daß der Grad des Ausgleichungsansatzes (58) unterschiedliche Genauigkeiten für die repräsentativen Satellitenpositionen liefern kann.

Um eine theoretische Aussage über die notwendige Anzahl der im approximierenden Polynom (58) zu verwendenden Glieder sowie eine bahnmehchanische Interpretation ihrer Koeffizienten \bar{a}_j und \bar{b}_j zu erhalten, soll im folgenden die Bewegungsgleichung eines Satelliten in der Ebene der Photoplatte abgeleitet und in Form einer Reihenentwicklung nach Potenzen von t dargestellt werden. Es zeigt sich, daß dabei von den Gesetzen der im vorigen Abschnitt behandelten topozentrischen Satellitenbewegung nach dem Prinzip der Kleinkreisapproximation ausgegangen werden kann. Die folgenden Ableitungen werden deshalb im Bahnkoordinatensystem ausgeführt, auf Analogien zu in anderen Koordinatensystemen vorliegenden Beobachtungen wird später eingegangen.

2.2.2. Die Bewegungsgleichung für die Umgebung des Kulminationspunktes

Da bei einer photographischen Satellitenaufnahme stets nur ein relativ geringer Teil der scheinbaren Bahn betrachtet wird, können wir annehmen, daß für dieses Bahnstück die in 2.1.2.3. abgeleitete Bewegungsgleichung für eine kreisförmige Zenitbahn im Bahnkoordinatensystem

$$(45) \quad \frac{d\sigma}{dt} = \omega \frac{1 - C \cos \omega t}{1 - 2C \cos \omega t + C^2}$$

genügend genau gültig ist. Störende Einflüsse, wie Bahnelliptizität, Erdrotation, ungenau bekannte Bahnelemente (Flughöhe H) u.a., wirken in diesem Falle nur differentiell und sollen deshalb vernachlässigt werden. Für von 90° abweichende Kulminationshöhen h_k kann die in Abschnitt 2.1.2.5. festgestellte Gesetzmäßigkeit über die Approximation solcher Bahnen durch Zenitbahnen genutzt werden, wobei in einem solchen Falle anstelle der tatsächlichen Flughöhe H wiederum mit der entsprechenden äquivalenten Flughöhe $H_g = f(H, h_k)$ zu rechnen ist. Unter diesen Voraussetzungen kann Gleichung (45) als allgemeingültig für alle zu betrachtenden Bahnabschnitte angesehen werden. Ihre Integration ergibt

$$(59) \quad \sigma_i = \arctan \frac{\sin \omega t_i}{\cos \omega t_i - C}$$

mit

σ_i - Länge des Bahn Bogens $[\sigma]$ vom Kulminationspunkt (α_k, δ_k) bis zur jeweiligen Satellitenposition (α_i, δ_i) , berechnet aus

$$(60) \quad \sin^2 \frac{\sigma_i}{2} = \sin^2 \frac{\delta_i - \delta_k}{2} + \cos \delta_i \cos \delta_k \sin^2 \frac{\alpha_i - \alpha_k}{2} .$$

Man erhält aus (59) wegen der Kleinheit des Winkels ωt eine konvergierende Reihe

$$\sigma = \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t - C} - \frac{1}{3} \left(\frac{\sin \omega t}{\cos \omega t - C} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\sin \omega t}{\cos \omega t - C} \right)^5 - \dots$$

und mit

$$\frac{\sin \omega t}{\cos \omega t - C} = \frac{\omega t}{1 - C} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega t}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{1 - C} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{\omega t}{4} \right)^4 \left(\frac{1}{(1 - C)^2} - \frac{1}{2(1 - C)} + \frac{1}{30} \right) + \dots \right]$$

nach einer Reihe von Umformungen und Beschränkung auf Glieder bis einschließlich 5. Ordnung schließlich

$$(61) \quad \sigma = \frac{\omega t}{1 - C} \left[1 - (\omega t)^2 \frac{C(1 + C)}{6(1 - C)^2} + (\omega t)^4 \left(\frac{1}{120} - \frac{1}{8(1 - C)} + \frac{5}{12(1 - C)^2} - \frac{1}{2(1 - C)^3} + \frac{1}{5(1 - C)^4} \right) \right] .$$

Damit ergeben sich für den Polynomansatz der Bahnbogenlänge

$$(62) \quad \sigma_i = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 t_i + \bar{a}_2 t_i^2 + \dots + \bar{a}_n t_i^n$$

die folgenden Ausdrücke für die Koeffizienten \bar{a}_j :

$$(63) \quad \begin{cases} \bar{a}_0 = 0, \\ \bar{a}_1 = \frac{\omega}{1 - C}, \\ \bar{a}_2 = 0, \\ \bar{a}_3 = - \left(\frac{\omega}{1 - C} \right)^3 \frac{C(1 + C)}{6}, \\ \bar{a}_4 = 0, \\ \bar{a}_5 = \left(\frac{\omega}{1 - C} \right)^5 \frac{C(1 + 11C + 11C^2 + C^3)}{120} . \end{cases}$$

Man erkennt, daß im Ansatz (62) nur ungeradzahlige Potenzen von t eine theoretische Berechtigung haben und daß damit in der Praxis die Bewegungsgleichung eines Satelliten durch den Ausdruck

$$(64) \quad \sigma_i = \bar{a}_1 t_i + \bar{a}_3 t_i^3 + \bar{a}_5 t_i^5$$

dargestellt werden kann.

Formel (63) zeigt, daß die ermittelten Koeffizienten \bar{a}_j bahnmechanisch interpretiert werden können als Größe bzw. deren Ableitungen derjenigen topozentrischen Win-

kelgeschwindigkeit, die der betreffende Satellit bei Bewegung im Zenit des Beobachters mit der bereits definierten äquivalenten Flughöhe haben würde. Die Koeffizienten \bar{a}_j sind für die jeweiligen (äquivalenten) Flughöhen $H_{\bar{a}}$ konstante Größen. Numerische Werte sind in Abb. 17 gegeben.

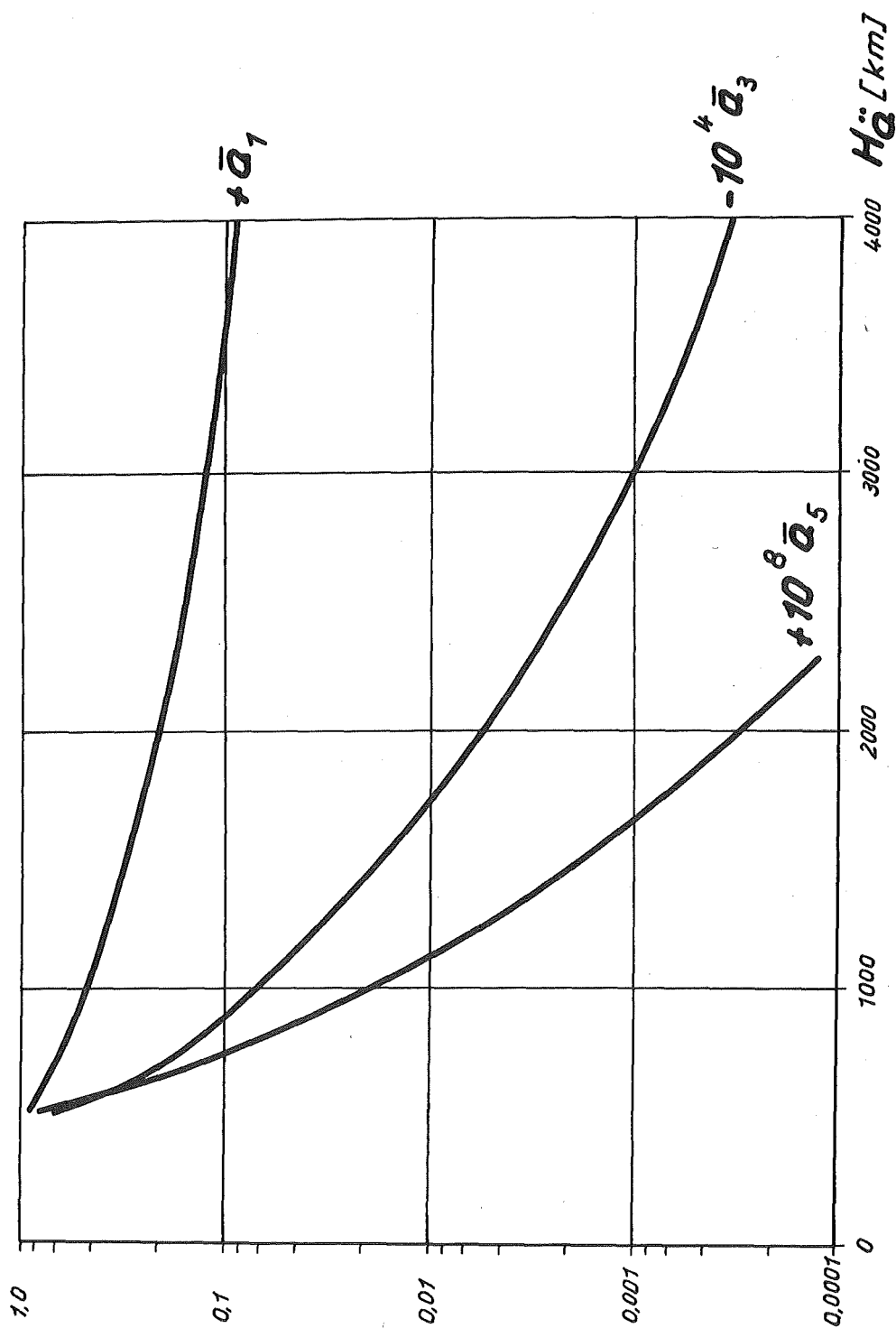


Abb. 17. Koeffizienten \bar{a}_j [$^{\circ}/s^j$]

2.2.3. Die Bewegungsgleichung im allgemeinen Falle

Der Ansatz (64) gilt streng nur für die Darstellung solcher Reihen, die symmetrisch zum Kulminationspunkt angeordnet sind, d.h. wenn gilt

$$\sigma_k = \frac{[\sigma]}{\gamma} = 0 \quad , \quad t_k = \frac{[T]}{\gamma} - T_k = 0 \quad .$$

Um im allgemeinen Falle eine konvergierende Reihe zu erhalten, ist die Gleichung (45) zu integrieren über zwei Intervalle: vom Kulminationspunkt K bis zum "Schwerpunkt" M des betrachteten Bahnstücks mit

$$\sigma_m = \frac{[\sigma]}{\gamma} \quad , \quad T_m = \frac{[T]}{\gamma}$$

und von M bis zur beobachteten Position (σ_i, T_i) . Dann ist

$$(65) \quad \sigma_i = \int_{T_k}^{T_m} \omega \frac{1 - C \cos \omega t}{1 - 2C \cos \omega t + C^2} dt + \int_{T_m}^{T_i} \omega \frac{1 - C \cos \omega t}{1 - 2C \cos \omega t + C^2} dt = \sigma_m + \sigma_i' \quad .$$

Das erste Intervall mit

$$\sigma_m = \arctan \frac{\sin \omega t_m}{\cos \omega t_m - C} \quad , \quad t_m = T_m - T_k$$

geht in das Absolutglied ein, und das zweite Intervall mit

$$(66) \quad \sigma_i' = \arctan \frac{\sin \omega t_i'}{\cos \omega t_i' - C} \quad , \quad t_i' = T_i - T_m = t_i - (T_m - T_k) = t_i - t_m$$

läßt sich wegen der Kleinheit von ωt wiederum in eine konvergierende Reihe der Form (62) zerlegen, deren Koeffizienten nach (63) bestimmt werden. Es ist

$$\sigma_i' = \bar{a}_1 t_i' + \bar{a}_3 t_i'^3 + \bar{a}_5 t_i'^5$$

und nach Einsetzen von (65) und (66) erhält man schließlich

$$(67) \quad \sigma_i = \bar{a}_0' + \bar{a}_1' t_i + \bar{a}_2' t_i^2 + \bar{a}_3' t_i^3 + \bar{a}_4' t_i^4 + \bar{a}_5' t_i^5$$

mit den Koeffizienten

$$(68) \quad \begin{cases} \bar{a}_0' = \sigma_m - \bar{a}_1 t_m - \bar{a}_3 t_m^3 - \bar{a}_5 t_m^5, \\ \bar{a}_1' = \bar{a}_1 + 3 \bar{a}_3 t_m^2 + 5 \bar{a}_5 t_m^4, \\ \bar{a}_2' = -3 \bar{a}_3 t_m - 10 \bar{a}_5 t_m^3, \\ \bar{a}_3' = \bar{a}_3 + 10 \bar{a}_5 t_m^2, \\ \bar{a}_4' = -5 \bar{a}_5 t_m, \\ \bar{a}_5' = \bar{a}_5. \end{cases}$$

2.2.4. Praktische Anwendung

Die Ableitungen in 2.2.3. sind u.a. praktisch nutzbar bei

- a) der Berechnung der Koeffizienten \bar{a}_j aus Elementen der Satellitenbahn, ohne Kenntnis einzelner Positionen (σ_1, T_1),
- b) der Ermittlung der äquivalenten Flughöhe H_g eines bestimmten Bahnabschnittes,
- c) der Definition des notwendigen Grades der Polynomdarstellung (58),
- d) der Approximation mehrerer Aufnahmen eines Durchgangs durch ein gemeinsames Polynom, wodurch mögliche größere systematische Differenzen zwischen verschiedenen Aufnahmen ermittelt werden können.

2.2.4.1. Berechnung der Koeffizienten \bar{a}'_j aus Elementen der Satellitenbahn

Mit Hilfe von (68) und (63), in welche die äquivalente Flughöhe H_g und damit wegen Abschnitt 2.1.2.5., (26), (25) die Bahndaten r, i, \mathcal{J} sowie die Stationskoordinaten φ und λ eingehen, können für einen bestimmten Bahnabschnitt die Koeffizienten \bar{a}'_j ermittelt werden, ohne daß einzelne (beobachtete) Positionen dieses Bahnabschnittes bekannt sein müssen. Der Rechengang sowie die dabei mögliche Genauigkeit soll im folgenden an einem praktischen Beispiel veranschaulicht werden, wofür die Restabweichungen der Darstellung (67) von unmittelbar "beobachteten" Werten angegeben werden.

Für den Satelliten GEOS 2 lagen beispielsweise für einen bestimmten Durchgang folgende Ephemeridenangaben vor:

$$H = 1518 \text{ km}, \quad h_k = 41,9.$$

Damit entnimmt man der Abb. 14 eine (genäherte) äquivalente Flughöhe von $H_g = 1960 \text{ km}$ und aus Abb. 17 folgende Koeffizienten:

$$\bar{a}_1 = 0,202, \quad \bar{a}_3 = -0,0056 \cdot 10^{-4}, \quad \bar{a}_5 = 0,00033 \cdot 10^{-8}.$$

Aus ebenfalls vorliegenden Ephemeriden-Zeitmomenten berechnet man $t_m = -33,0 \text{ s}$ und mit Formel (68) die Koeffizienten (in " s^{-j} ")

$$\bar{a}'_1 = 724,28, \quad \bar{a}'_2 = -0,195, \quad \bar{a}'_3 = -0,0018, \quad \bar{a}'_4 = +0,000002.$$

Es ist evident, daß bei nicht exakter Kenntnis der äquivalenten Flughöhe H_g insbesondere der lineare Koeffizient \bar{a}'_1 nicht mit vollwertiger Genauigkeit erhalten werden kann. Die übrigen Koeffizienten \bar{a}'_2, \bar{a}'_3 usw. sind dagegen bei nicht allzu großer Länge des darzustellenden Bahn Bogens mit hinreichender Genauigkeit unmittelbar ableitbar.

Wenn für den betreffenden Bahnabschnitt außerdem Beobachtungspaare (σ_1, T_1) vorliegen, lassen sich verbesserte Werte für den Koeffizienten \bar{a}_1 und das Absolutglied \bar{a}_0 berechnen:

$$\bar{a}_1'' = \bar{a}_1' + \Delta \bar{a}_1' \quad ,$$

$$(69) \quad \Delta \bar{a}_1' \approx \frac{\sigma_\nu - \sigma_1 + \sum_{j=1}^n \bar{a}_j' t_\nu^j - \sum_{j=1}^n \bar{a}_j' t_1^j}{T_1 - T_\nu} \quad ,$$

$$(70) \quad \bar{a}_0' = \Delta \bar{a}_1' t_1 + \sigma_1 + \sum_{j=1}^n \bar{a}_j' t_1^j$$

Im angeführten Beispiel wurde mit $\nu = 7$ erhalten

$$\Delta \bar{a}_1' = -5,03 \quad , \quad \bar{a}_1'' = +719,25 \quad , \quad \bar{a}_0' = +12,5 \quad .$$

In Tab. 13 und Abb. 18 sind die aus den Elementen der Bahn auf die gezeigte Weise ermittelten Koeffizienten \bar{a}_j' sowie die sich ergebenden Restverbesserungen

$$v_i' = \bar{a}_0' + \bar{a}_1'' t_i + \bar{a}_2' t_i^2 + \bar{a}_3' t_i^3 + \bar{a}_4' t_i^4 - \sigma_i$$

bzw. mittleren Fehler

$$m_\sigma = \sqrt{\frac{[v v]}{\nu - (n + 1)}}$$

den aus einer quadratischen ($n = 2$) bzw. kubischen ($n = 3$) Ausgleichung der Beobachtungspaare (σ_1, T_1) des gegebenen Bahnstückes nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten entsprechenden Größen gegenübergestellt.

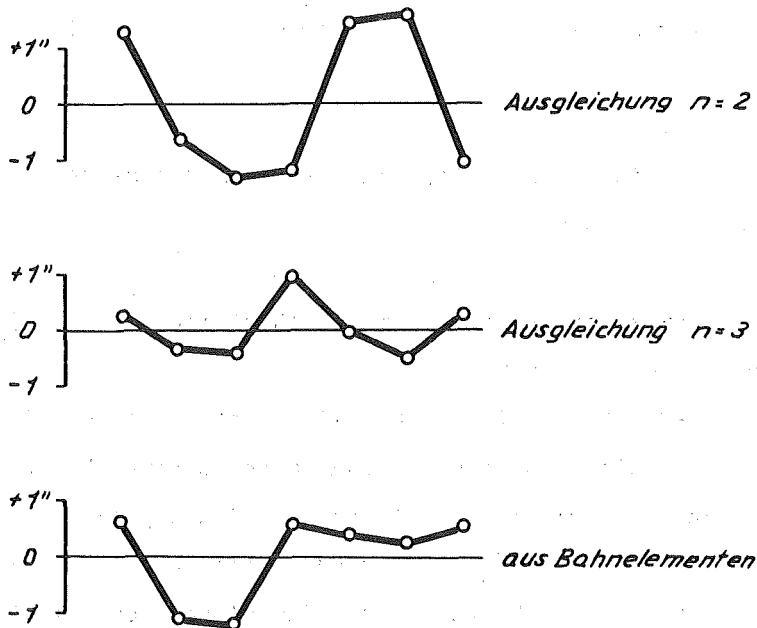


Abb. 18. Vergleich der Restverbesserungen

Tab. 13. Vergleich der Koeffizienten \bar{a}_j

j	Erhaltene Polynomkoeffizienten		
	aus Ausgleichung		aus Elementen der Bahn
	n = 2	n = 3	
0	-11,9	- 12,2	- 12,5
1	+719,08	+ 719,43	+ 719,25
2	- 0,186	- 0,191	- 0,195
3	-	- 0,0031	- 0,0018
4	-	-	+ 0,000002
m	$\pm 1,62$	$\pm 0,72$	$\pm 1,12$

Das angeführte Beispiel zeigt, daß zur analytischen Darstellung der Länge eines Bahn Bogens als Funktion der Zeit

$$(71) \quad \sigma = f(t)$$

die Koeffizienten mit $j > 0$ aus Bahnelementen berechnet werden können, wobei in zweiter Näherung lediglich die Größe des linearen Koeffizienten \bar{a}_1 unter Zuhilfenahme vorhandener Beobachtungspaare durch eine elementare Rechnung verbessert werden muß.

2.2.4.2. Ermittlung der äquivalenten Flughöhe $H_{\bar{a}}$

Nach Einsetzen von (63) in (68) erhält man für den linearen Koeffizienten

$$(72) \quad \bar{a}'_1 = \left(0,36 \bar{a}_1 - 0,34972 \bar{a}_1^3 \frac{r + 6378,15}{r^2} t_m^2 \right) \cdot 10^4 \quad ["/s]$$

Wenn für einen bestimmten Bahnabschnitt t_m und \bar{a}_1 bereits bekannt sind (\bar{a}_1 z.B. aus einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate), so läßt sich aus (72) die für diesen betrachteten Bahnabschnitt mittlere genäherte äquivalente Flughöhe $H_{\bar{a}}$ ermitteln, ohne daß Bahnparameter wie H , h_k usw. bekannt sein müssen. Es sei daran erinnert, daß diese Größe $H_{\bar{a}}$ für die Auswahl des Geschwindigkeitsprogrammes zur Bahnverfolgung nach Abschnitt 2.1.2. von grundlegender Bedeutung ist.

Die gegenseitige Abhängigkeit zwischen \bar{a}_1 , $H_{\bar{a}}$ und t_m ist in Abb. 19 dargestellt

Für numerische Rechnungen kann man Tab. 14 benutzen. - Wie man leicht sieht, läßt sich aus obigen Betrachtungen ebenfalls eine sehr interessante Möglichkeit zur Bestimmung von Näherungswerten für die Flughöhe H und die topozentrische Entfernung d aus Positionsbestimmungen von nur einer einzigen Station ableiten.

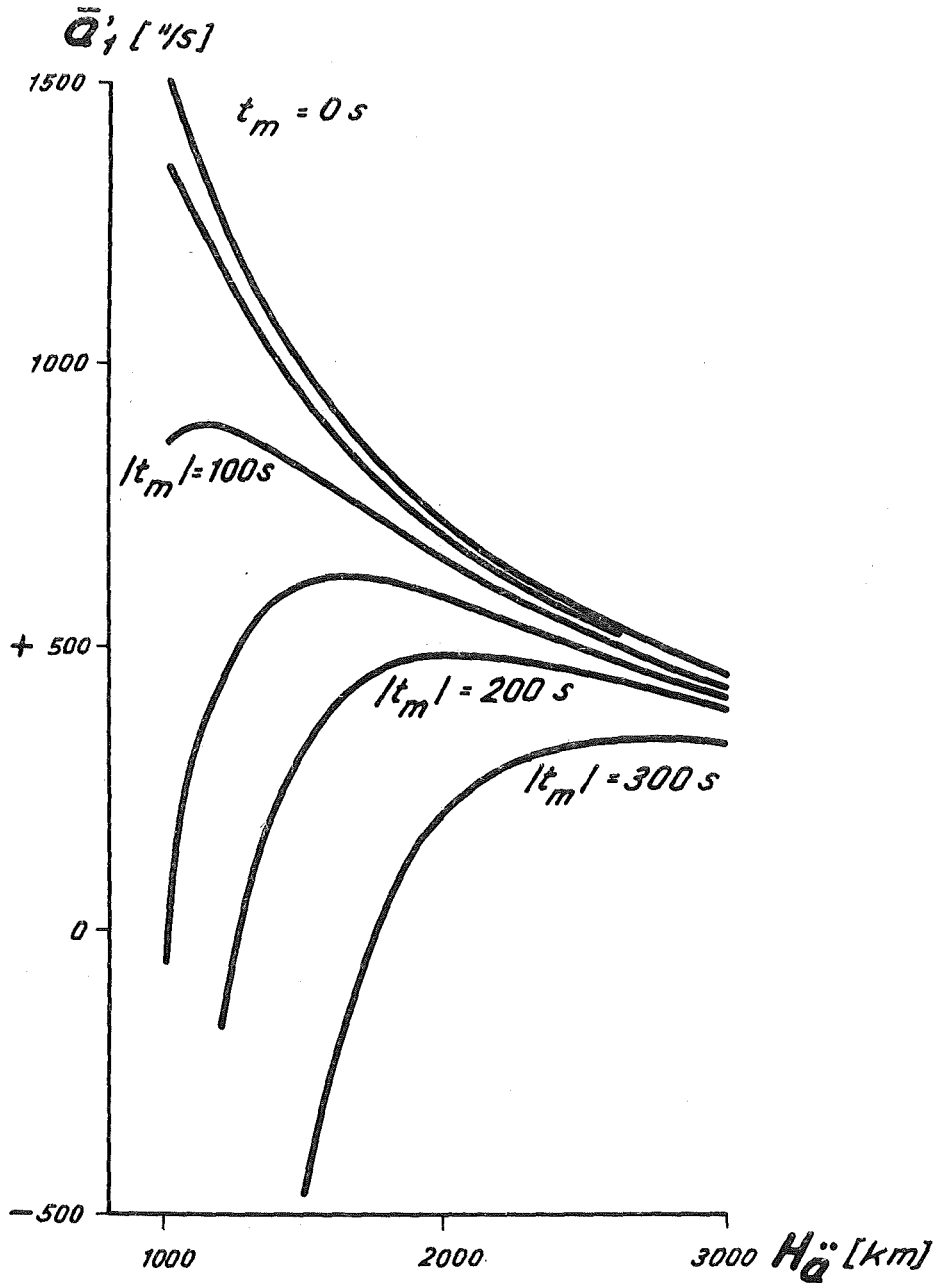


Abb. 19. Abhängigkeit des Koeffizienten \bar{a}_1 von H_a und t_m

Tab. 14. Linearer Koeffizient \bar{a}_i in Abhängigkeit von t_m und $H_{\bar{a}}$

t_m [s] \ $H_{\bar{a}}$ [km]	0	50	100	150	200	300
1000	1516,1	1351,1	856,0	30,9	-1124,2	-4424,4
1100	1369,0	1249,9	892,5	296,9	- 537,1	-2919,7
1200	1246,6	1158,4	893,7	452,6	- 165,0	-1929,5
1300	1143,2	1076,4	876,2	542,5	- 75,2	-1259,9
1400	1054,7	1003,3	848,9	591,7	- 231,6	- 797,3
1500	978,1	937,8	817,0	615,6	- 333,7	- 471,9
1600	911,2	879,2	783,2	623,4	- 399,3	- 240,1
1700	852,3	826,6	749,5	621,0	- 441,0	- 73,1
1800	800,0	779,1	716,5	612,1	- 466,0	- 48,4
1900	753,3	736,2	684,8	599,1	- 479,1	- 136,4
2000	711,4	697,2	654,6	583,7	- 484,5	- 200,8
2100	673,5	661,6	626,2	567,0	- 484,2	- 247,6
2200	639,2	629,2	599,4	549,6	- 480,1	- 281,2
2300	607,8	599,4	574,1	532,1	- 473,2	- 305,0
2400	579,1	572,0	550,5	514,7	- 464,6	- 321,4
2500	552,8	546,7	528,3	497,7	- 454,8	- 332,2
2600	528,6	523,3	507,5	481,2	- 444,2	- 338,8
2700	506,2	501,6	488,0	465,2	- 433,3	- 342,2
2800	485,5	481,5	469,6	449,8	- 422,1	- 342,9
2900	466,2	462,8	452,4	435,1	- 410,9	- 341,9
3000	448,2	445,2	436,1	421,0	- 399,8	- 339,3

Aus dem vorangegangenen folgt, daß zu diesem Zwecke lediglich ein beliebiges Bahnstück (α_i, δ_i, T_i oder A_i, h_i, T_i) bekannt zu sein braucht ($i \geq 2$). Das Problem wird noch vereinfacht, wenn dieses Bahnstück den Kulminationspunkt mit einschließt. Andernfalls müssen die Koordinaten des Kulminationspunktes sowie der Zeitpunkt der Kulmination aus den α_i, δ_i, T_i berechnet werden.

Die wesentlichsten Etappen zur Berechnung von d nach dieser Methode sind in Abb. 20 dargestellt. Praktische Berechnungen zeigten, daß nach dieser Methode die topozentrische Entfernung d aus einer Einzelaufnahme mit einer Genauigkeit von einigen 10 km erhalten werden kann.

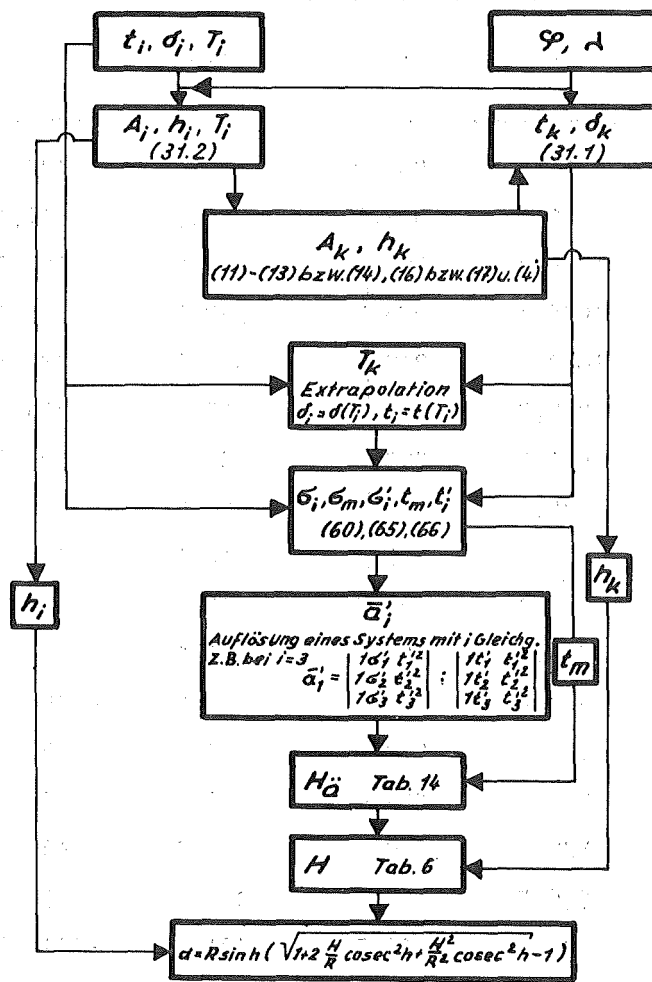


Abb. 20. Flußdiagramm zur Berechnung von d aus Positionsbestimmungen von einer Station

2.2.4.3. Bestimmung des notwendigen Grades der Polynomdarstellung einer Beobachtungsreihe

Den im Ansatz zu verwendenden Grad n des Polynoms (67) erhält man, wenn die Größe des durch Abbruch der Reihe beim Glied n und Vernachlässigung des folgenden, $(n + 1)$ ten Gliedes verursachten Fehlers $\Delta\sigma$ vorgegeben ist. Dann gilt

$$(73) \quad \Delta\sigma \leq \bar{a}'_{n+1} t_{\max}^{n+1}$$

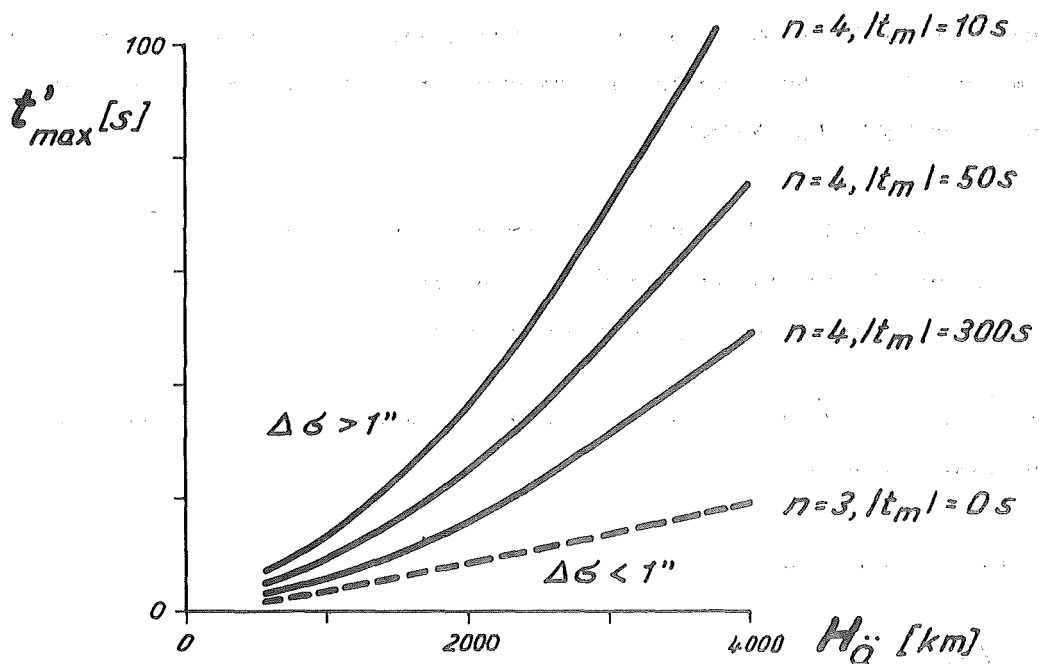


Abb. 21. Arbeitsdiagramm zur Bestimmung des notwendigen Grades n für $\Delta\sigma = \pm 1''$

Aus den Ableitungen in Abschnitt 2.2.3. folgt, daß n abhängt von

- der Länge $2 t'_{max}$ des darzustellenden Bahn Bogens,
- dem Abstand des "Schwerpunktes" dieses Bahn Bogens vom Kulminationspunkt (t_m),
- der mittleren äquivalenten Flughöhe $H_{\bar{a}}$ des betreffenden Satelliten (bzw. den die Größe $H_{\bar{a}}$ bestimmenden Parametern, z.B. H und h_k).

Wenn man (68) in (73) einsetzt, erhält man eine quantitative Aussage über die gegenseitige Abhängigkeit der genannten Größen.

Abb. 21 zeigt, in welchen Fällen das Restglied $\Delta\sigma$ eine Größe von $1''$ erreicht. Man erkennt, daß im Polynomansatz um so höhere Potenzen berücksichtigt werden müssen, je niedriger die äquivalente Flughöhe und je länger der Bahnbogen sind. Als Beispiel betrachten wir wiederum den in Abschnitt 2.2.4. angegebenen Bahnbogen mit $H_{\bar{a}} = 1960$ km, $t_m = -33$ s und $t'_{max} = 12$ s. Der Punkt $(H_{\bar{a}}, t'_{max})$ liegt in Abb. 21 unterhalb der gedachten Kurve mit $n = 4, |t_m| = 300$ s und damit wird bei $n \approx 4$ das Restglied $\Delta\sigma < 1''$. Bei $n < 3$ erhält man auf analoge Weise $\Delta\sigma > 1''$ und damit

die theoretische Notwendigkeit der Darstellung des gegebenen Bahn Bogens durch ein Polynom dritten Grades:

$$\sigma_i = \sum_{j=0}^3 \bar{a}'_j t_i'^j .$$

Vorstehende Aussagen über die Polynomdarstellung einer gegebenen Punktreihe von Satellitenpositionen nach der Zeit gelten zunächst nicht für die unmittelbar beobachteten Größen α und δ , sondern nur für die daraus mit Hilfe von (60) berechneten Bahnbogenlängen σ und für die Funktion

$$\begin{aligned} (74) \quad \sigma_i &= \arccos \left[\sin \delta_i \sin \delta_k + \cos \delta_i \cos \delta_k (\cos \alpha_i \cos \alpha_k + \sin \alpha_i \sin \alpha_k) \right] = \\ &= \arccos (B' \sin \delta_i + C' \cos \alpha_i \cos \delta_i + D' \sin \alpha_i \cos \delta_i) = \\ &= A + B \sin \delta_i + C \cos \alpha_i \cos \delta_i + D \sin \alpha_i \cos \delta_i + \dots, \end{aligned}$$

wo $A = \pi/2$ und B, B', C, C', D, D' von den Koordinaten des Kulminationspunktes abhängige konstante Parameter darstellen.

Eine explizite Lösung von

$$(75) \quad \alpha = \sum_{j=0}^n \bar{b}_j t'^j \quad \text{und} \quad \delta = \sum_{j=0}^n \bar{c}_j t'^j$$

ähnlich wie bei (71) ist dann möglich, wenn die Bewegungsgleichung des Satelliten im Äquatorialsystem bzw. die Komponenten der topozentrischen Winkelgeschwindigkeiten bekannt sind. - Für das Horizontalsystem wurden diese Bewegungsgleichungen bereits in (42) angegeben. Aus den analog zu den Abschnitten 2.2.2. und 2.2.3. auszuführenden Reihenzerlegungen lassen sich die numerischen Werte für die entsprechenden Koeffizienten ableiten.

Zur Bestimmung des notwendigen Grades der Polynomdarstellung (75) bei vorgegebenen α, δ erscheint weder dieser Weg noch der Umweg über σ nach (60) erforderlich; man kann vielmehr den Grad n über eine allgemeine Deduktion ermitteln, indem man für die Summe (74)

$$f(\alpha_i, \delta_i) = \sum_{j=0}^n \bar{a}_j t'^j$$

und ihre Komponenten $\alpha = \alpha(t)$ und $\delta = \delta(t)$ das Vorhandensein gleicher Potenzen j voraussetzt. In diesem Falle kann der notwendige Grad n der Polynomdarstellung für (75) nach den gleichen Kriterien festgelegt werden wie für die Bahnlänge (71). Praktische Berechnungen mit in Potsdam erhaltenen Beobachtungen aktiver und passiver Satelliten [33] bestätigten empirisch diese Schlußfolgerungen.

Literatur zum Kapitel 2

- [1] STEINBACH, M. Nachführgetriebe für Satellitenbeobachtungsgeräte.
Mitt. u. Ergebnisse Satelliten-Beob.-Dienst DDR
Berlin (1964) 9
- [2] STEINBACH, M. Über die scheinbaren Bahnen der künstlichen Erdsatelliten
und Möglichkeiten zur Bahnverfolgung.
Wiss. Z. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau 7 (1961)
- [3] ABELE, M.K. Über die Anwendung langbrennweitiger Kameras zur Positions-
bestimmung schwacher Satelliten (russ.).
Astron. Ž., Moskva 37 (1960)
- [4] LIIGANT, M.; EINASTO, J. Zur Theorie eines automatischen Teleskops für Satelliten-
beobachtungen (russ.).
Astron. Ž., Moskva 37 (1960) 6
- [5] STEINBACH, M. Satellitenfernrohr.
Diplomarb. Hochsch. Elektrotechnik, Ilmenau 1960
- [6] KAPLAN, S.A. Die Bewegungsgleichung eines Satelliten in Horizontalkoor-
dinaten (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1964) 11
- [7] TIIT, W.M. Ein neues Instrument LUN-3 zur Satellitenbeobachtung (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1960) 5
- [8] EINASTO, J. Ein halbautomatisches Teleskop zur Satellitenbeobachtung (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1960) 5
- [9] EINASTO, J. Ephemeridenberechnung für den Kulminationspunkt (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1960) 10
- [10] ABELE, M.K.; LAPUSCHKA, K.K. Satellitenbeobachtungen mit einer dreiachsigen Nachführkamera
(russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1962) 29
- [11] LIIGANT, M. Approximation der scheinbaren Satellitenbahn durch einen Klein-
kreis (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1962) 29
- [12] ABELE, M.K. Zur Ephemeridenberechnung (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1964) 41
- [13] LIIGANT, M.; KACHUSK, R. Eine Verfolgungskamera zur Satellitenbeobachtung (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1962) 29

- [14] KISSELL, K.E. Requirements for a 4-axis tracking mount for space vehicle photometry.
COSPAR-Symposium Florenz, 1964
- [15] HENIZE, K.G. Die Baker-Nunn-Satellitenbeobachtungskamera.
Techn. Rdsch., Bern 49 (1957) 29
- [16] LIIGANT, M. Zur Theorie der Satellitenbeobachtungskameras.
Mitt. astrophys. Observ., Tartu (1965) 14
- [17] STEINBACH, M. Approximation von Satellitenbahnen verschiedener Kulminationshöhe durch Zenitbahnen (russ.).
Nabl. iskus. sputn. zemli 1965, Praha (1966) 4
- [18] HELMERT, R. Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.
Leipzig: Teubner 1872
- [19] CHERNIACK, J.R.; Smithsonian Astrophys. Observ. Program Writeup.
GAPOSCHKIN, E.M. Smithsonian astrophys. Observ., Spec. Rep. Nr. 121, Cambridge
- [20] SHORT, J. Antenna pointing requirements for satellite tracking.
Air Force Cambridge Res. Labor., Instrum. Pap. Nr. 91, Washington 1966
- [21] ... Flugbahnvermessungsanlagen.
Allg. Verm.-Nachr., Karlsruhe 76 (1968) 2
- [22] LUNDQUIST, C.A.; Scientific horizons from satellite tracking.
FRIEDMAN, H.D. Smithsonian astrophys. Observ., Spec. Rep. Nr. 236, Cambridge
- [23] BOHRMANN, A. Bahnen künstlicher Satelliten.
Bibliogr. Inst. Mannheim (1966) 40
- [24] ŽONGOLOVIČ, I.D.; Zur Bestimmung von Ephemeriden für künstliche Erdsatelliten
u.a. (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1959) 5
- [25] SCHOEPS, D. Die Berechnung topozentrischer Satellitenkoordinaten aus photographischen Aufnahmen.
Arb. geod. Inst. Potsdam Nr. 23, Potsdam 1968
- [26] SIGL, R.; Dynamische Satellitengeodäsie, Teil II.
GROTEN, E. Veröff. dt. geodät. Komm., R. A, München (1969) 49

- [27] SCHULZ, G. Reduktion von Satellitenmeßbildern mit Fixsternen.
Veröff. dt. geodät. Komm., R. C, München (1968) 125
- [28] MIMUS, M.; Ein Verfahren zur Plattenreduktion und Satellittriangulation.
MITTERMAYER, E. Veröff. bayer. Komm. internat. Erdmess., Astron.-geodät. Arb.,
München (1968) 24
- [29] WOLF, H. Berechnung der Satellittriangulation mit räumlicher Glät-
 tung der Bahnkurve.
Veröff. dt. geodät. Komm., R. B, München (1967) 153
- [30] PANAJOTOV, L.A. Konstruktion, Reichweite und innere Genauigkeit der Kamera
 mit bewegtem Film in Pulkovo (russ.).
Bjull. stancii opt. nabl. iskus. sputn. zemli, Moskva (1962) 29
- [31] HUBER, F.R.; u.a. Satelliten-Empfangsanlage mit automatischer Antennennachführung.
 Verm.-techn. Rdsch. 30 (1968) 5, 6
- [32] VOLZ, R.A.; Design of a digital controller for a tracking telescope.
KAZDA, L.P. Joint automat. Control Conf. 1967, New York 1967
- [33] MAREK, K.-H. Die Beobachtung geodätischer Satelliten in Potsdam.
 Vermessungstechnik, Berlin 18 (1970) 2

3. Photographische Beobachtung lichtschwacher passiver Satelliten

Im folgenden sollen die wesentlichsten der praktischen Probleme bei dem in Kap. 2 ausführlich dargestellten Satellitentracking für photographische Positionsbestimmungen künstlicher Erdsatelliten dargestellt und beobachtungstechnologische Richtlinien für Tracking-Kameras, insbesondere vom Typ SBG, abgeleitet werden. Dabei kann hier aus Platzgründen auf die Darstellung der interessanten Probleme bei der Positionsbestimmung aktiver Satelliten, wo das Tracking-Teleskop zweckmäßigerweise in parallelaktischer Aufstellung (vgl. Abschnitt 2.1.1.5.) betrieben wird, nicht eingegangen werden. Diese Probleme wurden bereits in der Arbeit [1] des Verfassers dargestellt. Außerdem sollen ausführlichere Darstellungen zur Untersuchung des Beobachtungsgeräts sowie eine umfassende, auf statistischer Grundlage betriebene Genauigkeitsanalyse der erhaltenen Positionsbestimmungen ebenfalls späteren Abhandlungen vorbehalten bleiben.

Im vorliegenden Kapitel wurde deshalb eine Darstellung der spezifischen instrumententypischen Besonderheiten und der Grundzüge der Beobachtungstechnik bei Tracking-Kameras angestrebt. Die experimentellen Arbeiten waren mit der Erprobung des in Kap. 2 angegebenen Trackingverfahrens, eines Beobachtungsgeräts vom Typ SBG und der Erarbeitung entsprechender Beobachtungs- und Auswerteverfahren am Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW verbunden. Da es sich bei dem benutzten Beobachtungsgerät um das erste Funktionsmuster des Großgeräts SBG handelte, konnten die bei der Erprobung gewonnenen Erfahrungen und Ergebnisse vom Herstellerwerk zur Erreichung der technischen Funktionsfähigkeit sowie zu konstruktiven Verbesserungen und Ergänzungen an den Seriengeräten genutzt werden.

3.1. Die Tracking-Kamera SBG

3.1.1. Allgemeines

Aufbau und Arbeitsweise des Geräts sind u.a. in [4] und [5] zum 1. Kapitel ausführlich beschrieben, so daß sich hier eine Wiederholung erübrigt. Aus diesem Grunde sollen nur einige prinzipielle Angaben gemacht werden.

Wie LIIGANT, EINASTO ([6] zum 1. Kapitel) und STEINBACH ([7] zum 1. Kapitel) vorgeschlagen haben, lassen sich topozentrische Satellitenbahnen mit hoher Genauigkeit durch Kleinkreise approximieren. Die praktische Realisierung einer solchen Kleinkreisapproximation mit der vierachsrig montierten Kamera SBG beruht auf den in Abschnitt 2.1. abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten. Es werden dabei vor Beginn der Beobachtung drei Achsen ent-

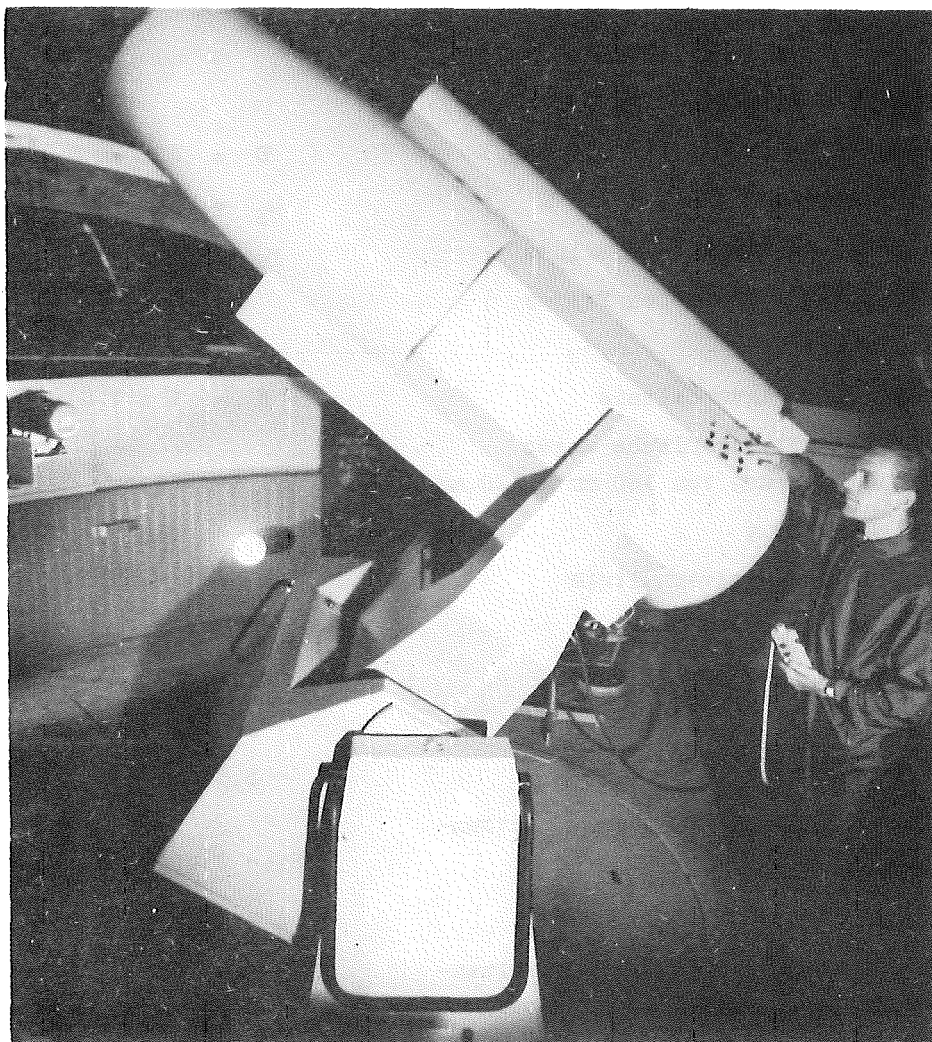


Abb. 1. Satellitenbeobachtungsgerät SBG 420/500/760 vom VEB Carl Zeiss Jena

sprechend den Kleinkreisparametern (vgl. Abschnitt 2.1.1.) geklemmt. Die (Haupt-)Nachführbewegung erfolgt nach den in Abschnitt 2.1.2. angegebenen Gesetzmäßigkeiten um nur eine, die dritte Achse. Eine numerische Steuerung, bei der die Geschwindigkeitsbefehle mit Hilfe von Lochbändern eingegeben werden, sorgt für die Realisierung der Nachführgeschwindigkeit um diese Achse. Während das Teleskop dem Satelliten kontinuierlich folgt, werden durch alternierende Bewegung der Photoplatte in der Kamera nach einem vorwählbaren Zeitprogramm Meßpunkte in den Spuren der Sterne und des Satelliten erzeugt. Beginn und Ende der Plattenbewegung sind mit der Abgabe von elektrischen Impulsen zur zeitlichen Fixierung der markierten Positionen verbunden (vgl. Abschnitt 3.1.3.).

3.1.2. Optisches System

Das optische System der Kamera besteht aus einem SCHMIDT-Teleskop mit geebnetem Feld. Das halbankratische Leit- und Sucherfernrohr bildet ein unabhängiges System.

3.1.2.1. Geometrisch-optische Daten

SCHMIDT-Teleskop (Abb. 2):

Durchmesser der Korrekionsplatte	$D = 425 \text{ mm}$
Durchmesser des Spiegels	$D_S = 500 \text{ mm}$
Durchmesser der Bildebnungslinse	$D_E = 150 \text{ mm}$
Durchmesser des geebneten Feldes	$11,3^\circ$
Systembrennweite	$f = 788 \text{ mm}$
Relatives Öffnungsverhältnis	$D : f = 1 : 1,83$
Verlust der Öffnungsfläche wegen Plattenhalterung von 160 mm x 120 mm	14 %
Effektive Öffnung	$D_e = 390 \text{ mm}$
Effektives Öffnungsverhältnis	$D_e : f = 1 : 2,02$
Bildmaßstab	$M = 0,00122 \text{ rad/mm}$ $= 0,26 \text{ " / } \mu\text{m}$
Plattenformat	9 cm x 12 cm
Abgebildetes Feld	$\sim 5,8^\circ \times 8,1^\circ$
Durchmesser des theoretisch vignetten- freien Feldes	$2\psi = 2 \arctan \frac{D_S - D}{4f}$ $= 2,7^\circ$
Größe des Arbeitsfeldes bei Kassetten- bewegung (bei Satellitenaufnahme)	$\sim 5,8^\circ \times 6,8^\circ = 39,4 \square^\circ$

Mittlere Sternanzahl (nach [2]) für $39,4 \square^\circ$:

Mittl. Galakt. Breite scheinbare Sternhelligkeit	$0^\circ - 20^\circ$	$40^\circ - 90^\circ$
4^m	0,5	0,2
6	4,2	1,7
8	33	13
10	243	92
12	1700	542
14	10800	2670

Leit- und Sucherfernrohr:

Brennweite	$f' = 760 \text{ mm}$	
Öffnung	$D' = 150 \text{ mm}$	
Gesichtsfelddurchmesser	3°	6°
Vergrößerung v^*	$21,3 \times$	$10,7 \times$
Genutzte Öffnung D	150 mm	75 mm
Praktische Reichweite	$10^m,6$	$9^m,1$
Theoret. Reichweite nach BOWEN [3]		
$m_{\text{vis}} = 5,5 + 2,5 \lg D_{\text{cm}} v^*$	$11^m,7$	$10^m,2$

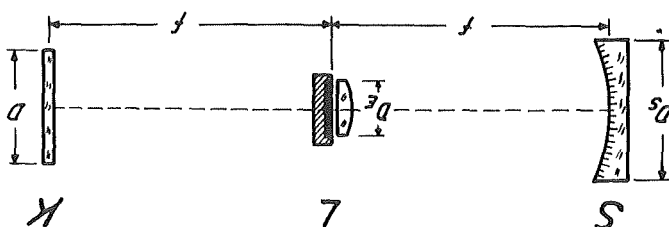


Abb. 2. SCHMIDT-Teleskop

3.1.2.2. Fokussierung

Da bei der metrischen Auswertung der photographischen Aufnahme der Maßstabsfaktor i.allg. durch lineare Glieder des Rechenansatzes berücksichtigt wird, ist die Genauigkeit der Fokussierung in erster Linie für die Abbildungsgüte und die Reichweite des Systems von Bedeutung. Die zulässige Fokussierungstoleranz läßt sich nach [4] sowohl beugungstheoretisch (wellenoptisch) mit

$$\bar{m}_F = 2 \lambda \left(\frac{f}{D} \right)^2$$

als auch geometrisch-optisch mit

$$\bar{m}_F = \frac{f}{D} \Delta d$$

festlegen, wobei man sich bei der metrischen Positionsbestimmung offensichtlich mit dem weniger strengen Wert \bar{m}_F zufriedengeben kann. Bei einer zugelassenen Vergrößerung des Bildfleckdurchmessers von $\Delta d = 0,01 \text{ mm}$ ist für das SBG

$$\bar{m}_F = \pm 0,02 \text{ mm},$$

was auch mit der aus Sterndurchmessern empirisch bestimmten Fokustiefe von etwa $0,04 \text{ mm}$ in Einklang steht.

Bei Beobachtungen nicht im Unendlichen liegender Objekte (ballongetragener Hochziele u.ä.) ist die Schärfentiefe im Objektraum

$$\bar{s} = \frac{D^2}{2\lambda} \approx \frac{f D}{\Delta d}$$

von Interesse. Bei auf ∞ eingestelltem Teleskop würden entsprechend dieser Formel mit dem SBG Objekte bis zu einer Entfernung von etwa 32 km noch ausreichend fokal abgebildet werden. Wenn fokale Abbildungen von Objekten mit einer geringeren Entfernung erhalten werden sollen, ist die nach der Gleichung für die Abbildung im Paraxialraum

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = -\frac{1}{f'}$$

ermittelte und in Abb. 3 dargestellte Differenz zwischen Bildweite d' und Brennweite f' als Fokusänderung anzubringen. Bei Einstellung auf endliche Objektentfernung liegt die Plattenebene stets extrafokal gegenüber der für unendliche Objektentfernung gültigen Fokalebene.

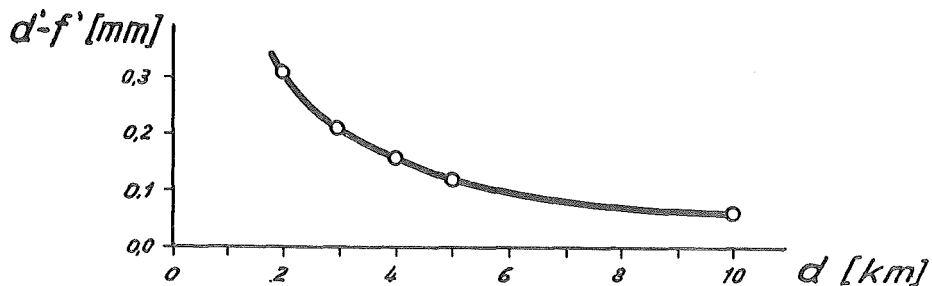


Abb. 3. Fokuskorrektur für endliche Objektentfernung

Der optimale Fokuszustand wird in der Praxis empirisch nach Form und Helligkeitsverteilung der abgebildeten Objekte für das in Frage kommende Gesichtsfeld bei verschiedenen Plattenstellungen längs der optischen Achse bestimmt. Die Fokusbestimmungen beim SBG mit 15 - 20 etwa gleichmäßig auf der Photoplatte verteilten Sternen zeigten zunächst eine deutliche Abhängigkeit von der Temperatur und der Lage des jeweiligen Sterns im Gesichtsfeld. Die systematischen Anteile der Afokalität im Gesichtsfeld können durch nicht vollständig beseitigte Bildfeldwölbung und durch eine Verkippung der Plattenebene zur optimalen Fokalebene hervorgerufen sein.

Wie die Praxis zeigt, gestattet die steile Abhängigkeit der Sterndurchmesser von der Plattenstellung bei Systemen mit großem D/f eine Bestimmung dieses "Verkippungswinkels" (z.B. beim SBG auf $\pm 1'$ genau). Durch die notwendigerweise auszuführende Beseitigung größerer Verkippungswinkel wird eine Verbesserung der Bildgüte und damit

eine Vergrößerung des nutzbaren (noch fokal abbildbaren) Gesichtsfeldes und der Reichweite erreicht. (Diese so erhaltene, hinsichtlich der Abbildungsgüte optimale Plattenlage kann natürlich noch mit der sog. "Plattenneigung" behaftet sein, die jedoch nun wegen der damit verbundenen Bildgüteverschlechterung nicht mehr beseitigt werden kann und rechnerisch berücksichtigt werden muß.)

3.1.2.3. Temperaturverhalten

Temperaturveränderungen können zu Deformationen des Rohrkörpers und zu Änderungen der Krümmungsradien der optischen Teile sowie zu Änderungen des Brechungskoeffizienten der letzteren und damit zu Brennweiteänderungen führen. Nach MAKUTOV [5] sind für einfache Objektive diese thermisch bedingten Änderungen der Brennweite

$$f(t \text{ } ^\circ\text{C}) = f_0(1 + \chi t \text{ } ^\circ\text{C})$$

und der Rohrlänge

$$F(t \text{ } ^\circ\text{C}) = F_0 + f_0(\chi - \beta) t \text{ } ^\circ\text{C}$$

genügend genau linear.

In der Praxis wird die Differenz der Temperaturkoeffizienten $\chi - \beta$ zweckmäßigerweise empirisch bestimmt. Für das SBG wurde für die optimale Fokussstellung

$$(1) \quad F(t \text{ } ^\circ\text{C}) = 0,464 - 0,0108 t \text{ } ^\circ\text{C} \quad [\text{mm}]$$

und damit

$$\chi - \beta = -1,4 \cdot 10^{-5} \text{ } \text{grad}^{-1}$$

erhalten, d.h., der Temperaturkoeffizient der linearen Rohrausdehnung ist größer als der Koeffizient der Brennweitenänderung (bei $\chi = \beta$ würde vollständige "Temperaturkompensation" erfolgen).

Zur Erzielung der geforderten Fokussiergenauigkeit von $m_f \approx \pm 0,02 \text{ mm}$ ist wegen (1) eine Genauigkeit bei der Temperaturbestimmung von

$$m_t = \frac{m_f}{F_0(\chi - \beta)} \approx \pm 2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

und aus diesem Grunde die Anbringung eines Spezialthermometers im Teleskoprohr erforderlich.

Bei der praktischen Beobachtung muß eine möglichst gute Temperaturäquivalenz zwi-

schen Instrumentenoptik, Rohrkörper sowie Kuppel- und Außenluft angestrebt werden. Durch Berücksichtigung der lokalen Besonderheiten des Kuppelklimas [6] (Wärmestau im Kuppeloberteil, Öffnen der Kuppel am Tage usw.) konnte ein erheblicher Teil der schädlichen Temperaturgradienten vermieden werden. In Abb. 4 sind Beispiele für einen typischen Verlauf der Lufttemperatur im Kuppelraum (t_K °C), im Teleskoprohr (t_A °C) sowie der zeitliche Gang ihrer Differenzen an verschiedenen Beobachtungsabenden angegeben. Aus diesen Untersuchungen lassen sich konkrete Aussagen über den Zeitpunkt der Temperaturstabilisierung nach dem Moment der Kuppelöffnung ableiten.

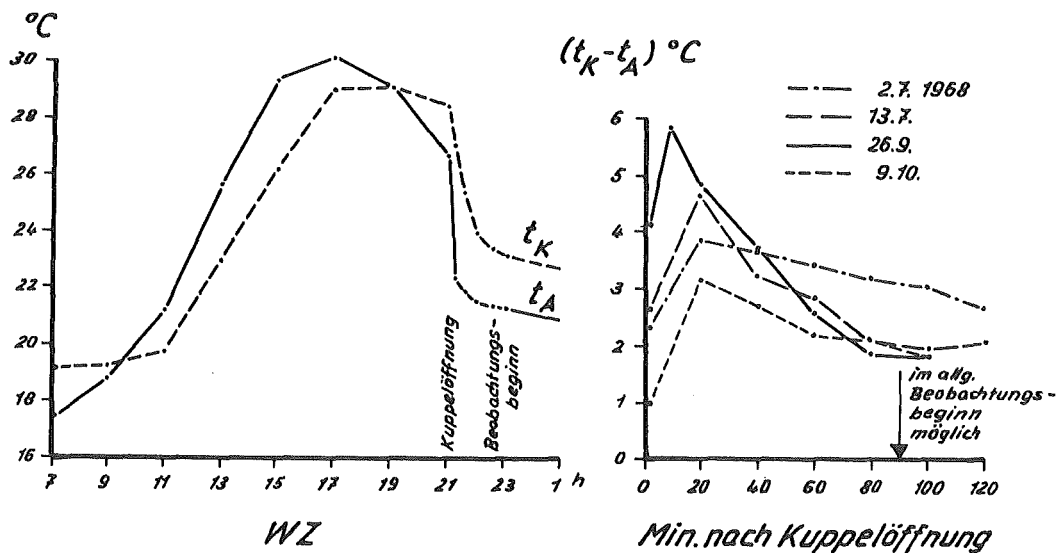


Abb. 4. Zum Kuppelklima

3.1.2.4. Bildgüte

Zur Erzielung einer guten Ausmeßbarkeit der Abbildungen müssen die Objekte auf der Photoplatte als möglichst gleichförmige, scharf definierte und in Form und Schwärzung symmetrische Gebilde erscheinen [7]. Differenzen in den Bilddefinitionen zwischen Stern- und Satellitenabbildungen sowie zwischen gleichartigen Abbildungen auf verschiedenen Entfernungen von der Bildmitte können systematische Positionsfehler verursachen.

Da eine ausführliche Darstellung der Untersuchung des optischen Systems an anderer Stelle erfolgt, sollen hier nur die wesentlichsten Ergebnisse zusammengefaßt werden:

Charakter der Sternbilder:

Fokale Aufnahmen geben kreisrunde und in der Helligkeit symmetrische Abbildungen bis $\psi \leq 2^\circ$ vom Plattenzentrum. Danach erscheinen schwächere Sternbilder in radialer Richtung leicht elliptisch. Afokale Aufnahmen geben Beugungsbilder entsprechend der

wirksamen Blendenöffnung. Letztere hat wegen der durch den Plattenwagen hervorgerufenen Zentralblende etwa die Form eines Kreisringes. Diese Zentralblende bewirkt bekanntlich neben der Aperturblende zusätzliche Beugungserscheinungen.

Größe der Sternbilder:

Der Durchmesser des zentralen Beugungsscheibchens ist nach [8] für das SCHMIDT-Teleskop des SBG

$$d_0 = 2,43 \frac{\lambda f}{D} = 0,6 .$$

Der gesamte abgebildete Lichtfleck wird jedoch durch Restaberration, Luftunruhe, Körnigkeit der Emulsion, Lichtstreuung in der Emulsion u.a. vergrößert. Bei Addition aller Einflüsse nach [9] ist

$$d \approx 35 \mu\text{m} .$$

Bei praktischen Beobachtungen ist die Größe des Zerstreungskreisdurchmessers d für verschiedene Sternhelligkeiten von atmosphärischen Verhältnissen, Fokuszustand, Emulsion, Entwicklungsbedingungen u.a. abhängig. Deshalb werden auch bei empirischen Bestimmungen stets etwas unterschiedliche Ergebnisse erhalten.

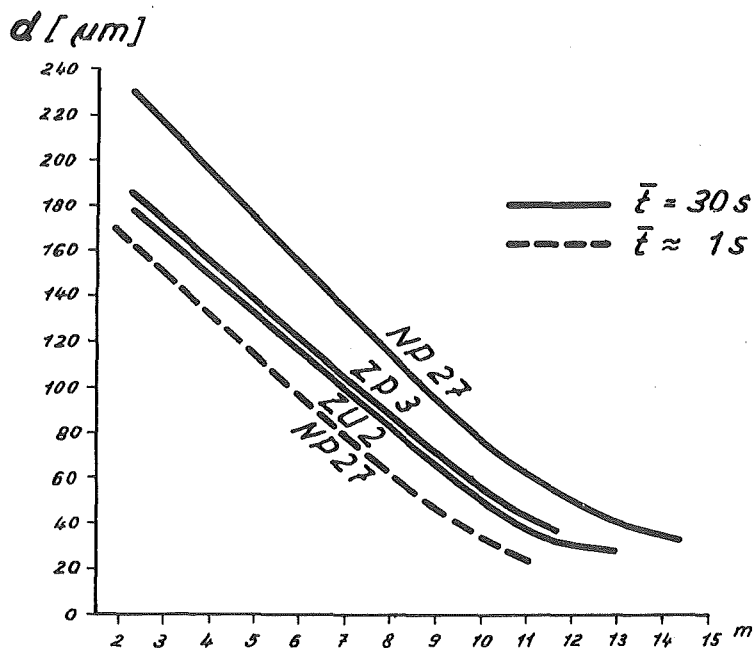


Abb. 5. Empirisch ermittelte Abhängigkeit des Bildfleckdurchmessers d von der Sternhelligkeit m

Als Durchmesser für den kleinsten noch gut ausmeßbaren Zerstreungskreis kann

$$d_{\min} = 0,03 \text{ mm}$$

angenommen werden.

Vignettierung:

Für Entfernungen von etwa 2° vom Plattenzentrum wurde aus Aufnahmen der Polsequenz ein Helligkeitsabfall von $\cong 0,2^m$ ermittelt. Innerhalb dieses Feldes kann von einer Helligkeitskorrektur abgesehen werden.

3.1.2.5. Reichweite

Wie bereits aus Abschnitt 1.1. ersichtlich, ist die Reichweite eines optischen Systems für die grundsätzliche Beobachtbarkeit der Objekte von Interesse. Da das Reichweitenproblem insbesondere bei Tracking-Beobachtungen prinzipielle Bedeutung erlangt (vgl. besonders die Abschnitte 2.1.2.3. und 3.2.1.), erscheint an dieser Stelle eine ausführliche Behandlung der hierbei auftretenden theoretischen und praktischen Probleme notwendig. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse dieser Reichweiteuntersuchungen die Grundlagen für die Fragen der erforderlichen Nachführgenauigkeit, der Nachführ-(Expositions-)dauer für Stern- und Satellitenabbildungen, für die Auswahl der Emulsion und schließlich auch für die erreichbare Positionsgenauigkeit liefern.

Die Größe der Reichweite eines optischen Systems hängt in der Praxis außer von der Belichtungszeit von einer Reihe Faktoren ab, zu denen verwendete Emulsion, ihr Entwicklungsprozeß, Atmosphärenzustand (Luftunruhe, wechselnde Durchlässigkeit u.a.) gehören. Die folgenden Abschätzungen berücksichtigen die Änderungen der effektiven Belichtungszeit und in vereinfachter Weise die Beleuchtungsstärke der zu beobachtenden Objekte. Für die übrigen Faktoren werden Standardwerte angenommen.

3.1.2.5.1. Abhängigkeit von der Belichtungszeit

Für zwei Sterne gilt das bekannte Reziprozitätsgesetz

$$(2) \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^p = 10^{0,4(m_2 - m_1)} = 2,512^{m_2 - m_1} = \frac{J_2}{J_1},$$

woraus unmittelbar folgt, daß bei einer Verlängerung der Belichtungszeit um das

2,512 ($m_2 - m_1$)/p-fache eine Erhöhung der Reichweite um $m_2 - m_1$ Größenklassen eintritt.

Da bei langen Belichtungszeiten die Helligkeit des Himmelshintergrundes wirksam wird, existiert für jedes optische System ein Grenzwert \bar{t}_{\max} , bei dessen Überschreitung kein weiterer Reichweitengewinn erzielt wird. Für Teleskope mit einer Öffnung von $f/2$ ist dieser bei mittlerer Himmelshelligkeit und Plattenempfindlichkeit nach MICHAJLOV [3] etwa

$$\bar{t}_{\max} = 15 - 20 \text{ Min.}$$

Für Sterne mit mittlerer Spektralklasse kann die theoretische Reichweite eines photographischen Systems nach WHIPPLE (s. [10]) berechnet werden:

$$(3) \quad m_{\text{lim.}} = m_H + 5 \lg f - 2,5 \lg d_{\text{min.}} - 20,8^m,$$

wobei $m_H = 22$ die photographische Helligkeit des Nachthimmels in Sterngrößen pro ($"$)² ist. Für das SBG erhält man damit

$$m_{\text{lim.}} = 17,0^m.$$

Die Beziehung zwischen der Beleuchtungsstärke E eines Objekts und seiner Helligkeit m wird in der Astronomie durch die Formel

$$(4) \quad m = -14,13 - 2,5 \lg E'$$

ausgedrückt [11]. So erzeugt ein Objekt der Größe O^m auf der Eintrittspupille der Kamera eine Beleuchtungsstärke von

$$E'_0 = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ lx},$$

ein Objekt der Größe m , Formel (2) zufolge, entsprechend

$$E'_m = E'_0 \cdot 10^{-0,4m} \text{ lx}.$$

Tab. 1. Beleuchtungsstärken verschiedener Sternhelligkeiten

m	E'_m [lx]	m	E'_m [lx]	m	E'_m [lx]	m	E'_m [lx]
0	$2,1 \cdot 10^{-6}$	4	$5,4 \cdot 10^{-8}$	8	$1,3 \cdot 10^{-9}$	12	$3,4 \cdot 10^{-11}$
2	$3,4 \cdot 10^{-7}$	6	$8,5 \cdot 10^{-9}$	10	$2,1 \cdot 10^{-10}$	14	$5,4 \cdot 10^{-12}$

Bei der Abbildung punktförmiger Objekte erhält man in der Brennebene des optischen Systems eine mittlere Beleuchtungsstärke von

$$(5) \quad E = E'_m k \frac{D^2}{d^2} .$$

Für das SCHMIDT-Teleskop des SBG mit Ebnungslinse kann für den die Durchlässigkeit der Optik charakterisierenden Koeffizienten $k \approx 0,8$ angenommen werden.

Für die Schwärzung der Photoemulsion ist bekanntlich das Produkt aus Beleuchtungsstärke E und Belichtungszeit \bar{t} wesentlich. Mit (4) und (5) ist

$$(6) \quad H = E \bar{t} = 2,1 k \frac{D^2}{d^2} \bar{t} \cdot 10^{-(6+0,4m)} .$$

Die gesuchte Grenzgröße $m_{lim.}$ des optischen Systems erhält man aus den Formeln (4) - (6) zu

$$(7) \quad m_{lim.} = -14,13 - 2,5 \lg \frac{H_{lim.} d^2}{\bar{t} k D^2} .$$

Wenn man unter Berücksichtigung der Emulsionsempfindlichkeit und der Helligkeit des Himmelshintergrundes einen bestimmten Wert von H als Mindestmaß zur Erzielung einer meßbaren Schwärzung annimmt, so läßt sich nach (7) für verschiedene Belichtungszeiten \bar{t} die theoretische Grenzhelligkeit $m_{lim.}$ ermitteln.

Nach [9, 12, 13] kann für in ORWO A 49 entwickelte NP-27-Platten für mittlere praktische Bedingungen

$$H_{lim.} = 0,014 \text{ lxs}$$

angenommen werden. Damit erhält man für das SBG eine theoretische Reichweite von

$$(8) \quad m_{lim.} = 11,0 + 2,5 \lg \bar{t} .$$

3.1.2.5.2. Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit

Wenn die Kamera dem zu beobachtenden Objekt nicht nachgeführt wird, verbleibt zwischen optischer Achse und Objekt eine Winkelgeschwindigkeit η , und die effektive Belichtungszeit zur Abbildung dieses Objektes ist mit (40) zum 2. Kapitel etwa

$$\bar{t} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{d}{F \eta} .$$

Nach Einsetzen in (6) erhält man

$$H = 0,000118 \frac{k D^2}{\eta d F} \cdot 10^{-0,4m} .$$

Diese Formel veranschaulicht die bekannte Tatsache, daß die Effektivität bzw. Reichweite einer Kamera bei der Abbildung von sich in der Fokalebene bewegenden punktförmigen Objekten vom Verhältnis D^2/f abhängt. Die Größe $g = k D^2/d f$ wird deshalb oft als Reichweitenfaktor bezeichnet und zur Charakterisierung optischer Systeme für die Satellitenbeobachtung benutzt.

Nach Empfehlungen von COSPAR [14] kann zur Charakterisierung der Leistung einer Satellitenkamera auch der Faktor ("Tracking power")

$$P = m_{\text{lim.}} + 2,5 \lg \eta$$

herangezogen werden.- Für einige gebräuchliche Typen von Satellitenkameras sind g und P in Tab. 2 zusammengestellt (Relativwerte zum SBG).

Die theoretische Reichweite des SBG in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit erhält man mit Hilfe von (8) und der Formel (40) zum 2. Kapitel zu

$$(9) \quad m_{\text{lim.}} = 4,3 - 2,5 \lg \eta .$$

Tab. 2. Reichweitenfaktoren verschiedener Satellitenkameras

Typ	g	P
BAKER-NUNN	1,46	1,19
SBG	1,00	1,00
Nafa MK-75	0,21	0,89
AFU	0,21	0,89
PSK	0,16	0,85
Nafa 25 c	0,12	0,74

3.1.2.5.3. Helligkeitsänderungen der Satelliten

Während eines Durchgangs ist die scheinbare Helligkeit eines Satelliten nicht konstant. Sie hängt außer von den atmosphärischen Verhältnissen (Szintillation, Durchlässigkeit der Atmosphäre) von einigen physikalischen Parametern (Größe, Form; Albedo a' , Rotation) und seiner Stellung zum Beobachter (Entfernung d , Phasenwinkel ν) ab.

Für einen kugelförmigen Satelliten mit dem Radius r_0 und vollkommen spiegelnder

Oberfläche ($a' = 1$) erhält man bei $\nu = 0$ nach [15]

$$m_0 = -26,7 + 5 \lg \frac{d}{r_0} .$$

DAVIS, WHIPPLE und ZIRKER (s. [14]) geben für den gleichen Fall an

$$E' = \frac{a' r_0^2}{4 d^2} E_0$$

und für einen diffusen Reflektor

$$E'' = \frac{a' r_0^2}{4 d^2} \left(\frac{8}{3\pi} \right) [\sin \nu + (\pi - \nu) \cos \nu] E_0 ,$$

woraus man mit Formel (4) erhält

$$m'_0 = -14,13 - 2,5 \lg \frac{a' r_0^2}{4 d^2} E_0$$

$$\text{bzw. } m''_0 = -14,13 - 2,5 \lg \frac{a' r_0^2}{4 d^2} \left(\frac{8}{3\pi} \right) [\sin \nu + (\pi - \nu) \cos \nu] E_0 .$$

Diese Formeln charakterisieren den Einfluß des Phasenwinkels ν (Winkel am Satelliten zwischen den Richtungen zu Sonne und Beobachter) auf die Satellitenhelligkeit.

Man erhält daraus unter der Bedingung $\Delta m = 0$ bei $\nu = 0$ schließlich

$$(10) \Delta m_1 = m''_0 - m'_0 = 1,08 - 2,5 \lg \left(\frac{8}{3\pi} \right) [\sin \nu + (\pi - \nu) \cos \nu] E_0 .$$

Die Beleuchtungsstärke des Satelliten durch die Sonne ist

$$E_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ lx} .$$

Zur Bestimmung des Helligkeitsverlustes in der Atmosphäre können für ORWO-NP-Platten mit guter Näherung die Größen der mittleren visuellen Extinktion angenommen werden [13]. Wenn man die täglichen, jahreszeitlichen und von der Wellenlänge abhängigen Schwankungen vernachlässigt, gilt allgemein

$$(11) \Delta m_2 = 0,216 \operatorname{cosec} h .$$

Zur Bestimmung der Helligkeitsänderung Δm_3 wegen der sich um den Betrag $d_2 - d_1$ ändernden topozentrischen Entfernung des Satelliten wird vom Intensitätsverhältnis J_2 / J_1 zweier unterschiedlicher Lichtquellen ausgegangen. Aus

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

folgt mit (2) der Unterschied in Größenklassen

$$(12) \Delta m_3 = 2,5 \lg \frac{J_1}{J_2} = 5 \lg \frac{d_2}{d_1} = 5 \lg \left(1 + \frac{d_2 - d_1}{d_1} \right).$$

Die Größen der während der Beobachtung eines Durchgangs vom Zenit zum Horizont auftretenden Änderungen Δm der Satellitenhelligkeit sind in Abb. 6 graphisch dargestellt.

Die genannten Faktoren führen bei Satelliten zu einem Größenklassenzuwachs bei größerer Entfernung von der Kulmination, der bei der Beobachtung entsprechend zu berücksichtigen ist (notwendige Nachführzeit nach den Abschnitten 2.1.2.3. und 3.2.1.). Da jedoch außer den genannten Einflüssen unregelmäßige Lichtstärkeänderungen durch Rotationslichtwechsel des Satelliten oder sich ändernden Atmosphärenzustand möglich sind, kann die nach den genannten Formeln a priori errechenbare Satellitenhelligkeit mit erheblicher Unsicherheit behaftet sein.

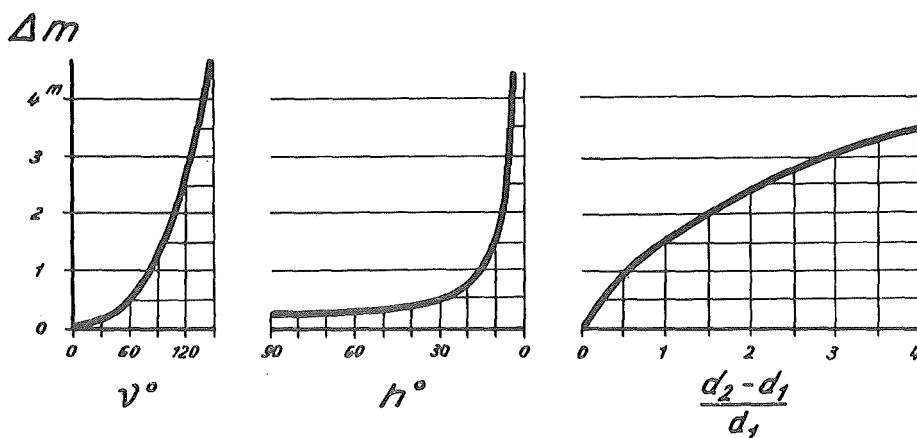


Abb. 6. Helligkeitsänderung Δm während eines Zenitdurchgangs

3.1.2.5.4. Praktische Reichweitenbestimmungen

Wegen der Kompliziertheit der genauen theoretischen Erfassung der Reichweite (erforderliche Lichtmenge $H_{lim.}$, Atmosphärenzustand, Entwicklungsprozeß u.a.) muß diese für jedes Beobachtungsgerät bei mittleren Beobachtungsbedingungen für verschiedene effektive Belichtungszeiten empirisch bestimmt werden. Für SBG-Aufnahmen (ORWO-NP-27-Platte, Feinstkornentwickler A 49, 15 Min. bei 20 °C) ergaben sich nach Vergleich mit den im North Polar Sequence Standard bzw. im SAO-Katalog [16] angegebenen Sternhelligkeiten unter dem bei der Plattenmessung verwendeten 54fach vergrößernden Mikroskop die in Tab. 3 angegebenen Grenzhelligkeiten. Die zenitdistanzabhängige Extinktion wurde nach Formel (11) berücksichtigt. Auf eine Umrechnung auf den bei Satelliten in Frage kommenden Spektraltyp G 2 kann bekanntlich bei achromatischen

Spiegelteleskopen verzichtet werden.

Tab. 3. Identifizierungreichweite des SBG

\bar{t} [s]	Meßbar	Noch sichtbar
0,05	7 ^m ,5	8 ^m ,2
1	10,5	11,0
3	11,5	12,0
10	12,5	
30	13,9	14,5
60	13,8	

Die angegebenen Identifizierungreichweiten sind bei Einhaltung von günstigeren Bedingungen durchaus zu überbieten. Neben der Variabilität der Helligkeit des Himmels-hintergrundes und der Extinktionsverhältnisse sowie der Alterung der Emulsion hat ins-besondere der mit "seeing" (Bildunruhe) bezeichnete Atmosphärenzustand entscheidende Bedeutung. Nach [6] wird bereits bei einem seeing von 2", das im übrigen immer noch als recht gut gilt, der Kontrast gegen den Plattenschleier so vermindert, daß ein Reichweitenverlust von 1 - 2^m auftreten kann.

Wenn man die in Tab. 3 angegebenen gemessenen Grenzhelligkeiten nach dem aus (2) folgenden Ansatz

$$m_1 = m_1 + p \frac{\lg \bar{t}_1 - \lg \bar{t}_1}{0,4} = m_1 + K \lg \bar{t}$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgleicht, erhält man für mittlere prakti-sche Beobachtungsbedingungen mit dem SBG

$$m_1 = 10^m,4 \pm 0^m,3, \quad p = 0,4 \quad K = 0,8 \quad (\text{SCHWARZSCHILD - Exponent})$$

und damit als mittlere praktische Grenzhelligkeit

$$(13) \left\{ \begin{array}{l} m_{1\text{lim.}} = 10^m,4 + 2,1 \lg \bar{t} \quad (\bar{t} \text{ in s}) = \\ = 4^m,9 - 2,1 \lg \eta \quad (\eta \text{ in } ^\circ/\text{s}) . \end{array} \right.$$

In Abb. 7 sind die mit dem SBG für verschiedene Objekte erreichbaren Grenzhelligkei-ten (nach Formel (13) und nach Angaben des Herstellerwerkes [17] für speziell verar-beitetes ORWO-NP-27-Material, das nahezu optimalen Bedingungen entspricht) dargestellt. Es wurde dabei in allen Fällen als Größe des Bildfleckdurchmessers der minimale Zer-

streuungskreisdurchmesser $d_{\min.} = 0,03 \text{ mm}$ zugrunde gelegt.

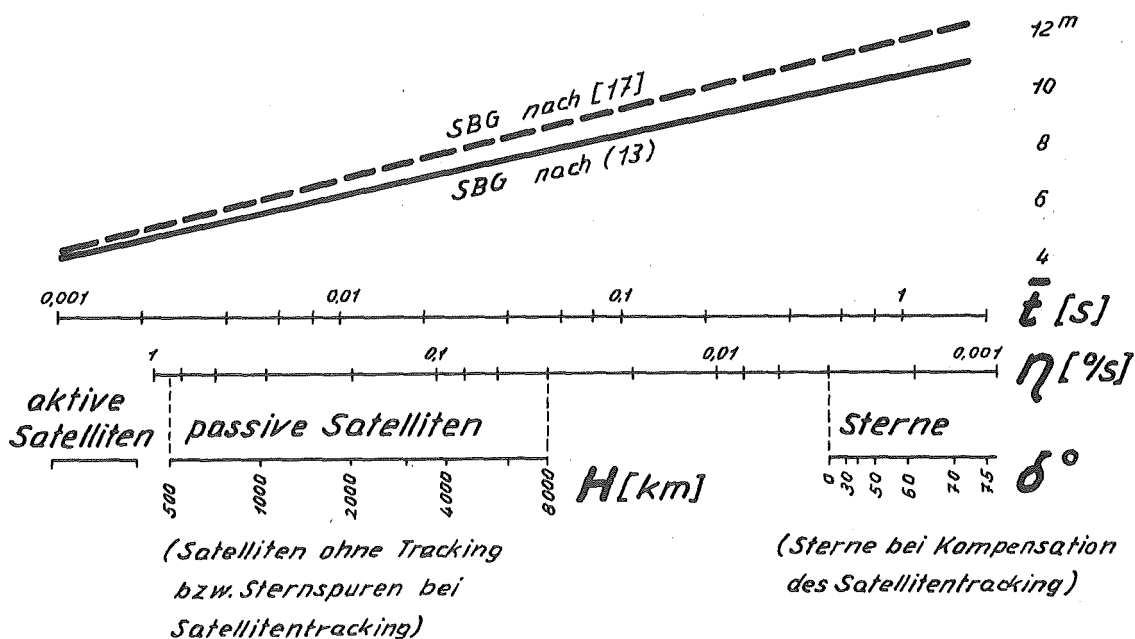


Abb. 7. Reichweite für verschiedene Objekte

Bei der Umrechnung auf andere Emulsionsempfindlichkeiten geht man davon aus, daß eine Verringerung der Empfindlichkeit von 3 DIN zur Abbildung des gleichen Objektes die doppelte Belichtungszeit erfordert. Andererseits folgt aus dem vorangegangenen, daß bei einer Belichtungszeitvergrößerung um den Faktor

$$2,512^{1/p} \approx 3,2$$

ein Helligkeitsgewinn von 1^m eintritt. Daraus folgt, daß - bei sonst gleichen Bedingungen - ein Unterschied in der Emulsionsempfindlichkeit von 5 DIN gleichbedeutend mit einer Reichweitendifferenz von etwa einer Größenklasse ist.

Für die Ableitung genauer Örter ist eine feinkörnige und deshalb weniger empfindliche Emulsion vorzuziehen. Da man hierbei jedoch im Widerspruch zum Bestreben, viele Sternabbildungen möglichst in der Nähe der Satellitenabbildung zu erhalten, steht, ist die jeweils zu verwendende Emulsion in jedem konkreten Falle unter Berücksichtigung des momentanen Atmosphärenzustandes, der Helligkeit der zu beobachtenden Objekte und der o.g. Kamerareichweite individuell festzulegen.

3.1.2.6. Optisches Zentrum und Verzeichnungskoeffizient

3.1.2.6.1. Allgemeines

Die Bestimmung der optischen Parameter (Lage des optischen Zentrums, Verzeichnungskoeffizient, Brennweite) photographischer Aufnahmesysteme kann sowohl im Labor mit Hilfe spezieller Kalibrierungsverfahren als auch - wie in der Astronomie üblich - durch Aufnahmen von Sternfeldern und anschließende Weiterbearbeitung erfolgen. Beim SBG ist wegen der schlecht zugänglichen Fokalebene (Ebungslinse, Bewegungsmechanismus des Plattenwagens, vgl. Abb. 2) die Anwendung der in der Astronomie bewährten "klassischen" instrumentellen Methoden der Kamerauntersuchung nur unter großem Aufwand möglich. So ist z.B. die sehr zuverlässige und in einer Modifikation vom Autor [18] bereits bei der Untersuchung eines Spiegellinsenobjektivs praktizierte Methode von OHLSON zur Bestimmung der Lage des optischen Zentrums (Bildhauptpunktes, Tangentialpunktes) hier nicht anwendbar. Deshalb wurden auch bei der Untersuchung des SBG analytische Verfahren benutzt, die u.a. in der unter Leitung des Verfassers zusammengestellten "Instruktion zur Untersuchung von Satellitenbeobachtungsapparaturen" [19] ausführlich beschrieben sind.

3.1.2.6.2. Genauigkeitsanforderungen

Für praktische Zwecke ist von Interesse, wie die Koordinaten der zu berechnenden Objekte durch eine fehlerhafte Annahme des optischen Zentrums (OZ) und des Verzeichnungskoeffizienten beeinflusst werden.

Bei der Abschätzung des Einflusses eines als fehlerhaft angenommenen optischen Zentrums betrachtet man die wahre Aufnahme mit dem wahren OZ, dem angenommenen OZ' und den darauf bezogenen gemessenen Koordinaten x, y . OZ' kann auch als wahres optisches Zentrum einer fiktiven Aufnahme mit den Koordinaten ξ und η angesehen werden. Wahre und fiktive Aufnahme sind gegeneinander um den Betrag der Plattenneigung τ' verschwenkt. Wenn p und q die Koordinaten von OZ im System von OZ' und damit die Differenz zwischen wahren und angenommenem optischem Zentrum charakterisieren, sind nach KÖNIG [20] die Koordinatendifferenzen entsprechend

$$(14) \quad \xi - x = (p x + q y) x, \quad \eta - y = (p x + q y) y .$$

Aus dieser Formel erhält man für unterschiedliche Entfernungen $\bar{\psi} = \sqrt{x^2 + y^2}$ der Objekte vom optischen Zentrum und unterschiedliche Größen von p und q die in Tab.4 für das SBG angegebenen Fehler in der Lage der Sternörter.

Tab. 4. Möglicher Positionsfehler wegen fehlerhafter Lage des optischen Zentrums

$\bar{\psi}$ \begin{smallmatrix} p \text{ bzw.} \\ q \end{smallmatrix}	1 mm	2 mm	3 mm	5 mm
10 mm	0,04	0,08	0,12	0,21
20	0,16	0,33	0,49	0,82
30	0,37	0,75	1,12	1,87
40	0,66	1,32	1,98	3,30
50	1,03	2,07	3,10	5,18

Wie man erkennt, äußert sich die Plattenneigung durch eine vom Ort auf der Platte abhängige Maßstabsänderung, deren Einfluß mit dem Abstand von der Bildmitte quadratisch wächst.

Die Verzeichnung zerstört die Eigenschaften der Zentralprojektion. Insbesondere wird das einfache Tangensgesetz dieser Projektion nicht erfüllt, so daß ein systematischer Fehler in der Lage des Objekts hervorgerufen wird. Formal kann diese Tatsache berücksichtigt werden durch die Beziehung

$$\bar{\psi}' = f \tan \psi + v_1 f^3 \tan^3 \psi + v_2 f^5 \tan^5 \psi + \dots$$

oder - in der bei der Reduktion von Satellitenbeobachtungen eingebürgerten Schreibweise -

$$(15) \quad \bar{\psi}' = \bar{\psi} + \varkappa \bar{\psi}^3 + \dots$$

Hierbei bedeuten $\bar{\psi}'$ und $\bar{\psi}$ den lineären Objektstand vom OZ auf einer realen bzw. idealen, verzeichnungsfreien Aufnahme, v_1 , v_2 , \varkappa sind die Verzeichnungskoeffizienten. - Die verzeichnungsbedingte Verschiebung des Objekts in radialer Richtung ("radiale Verzeichnung") ist für verschiedene Objektentfernungen in Tab. 5 angegeben.

Tab. 5. Positionsfehler [mm] wegen Verzeichnung

$\bar{\psi}$ \begin{smallmatrix} \varkappa \end{smallmatrix}	$\pm 10^{-5}$	$\pm 10^{-6}$	$\pm 10^{-7}$	$\pm 10^{-8}$
10 mm	$\pm 0,010$	$\pm 0,001$		
20	0,080	0,008	$\pm 0,001$	
30	0,270	0,027	0,003	
50	1,250	0,125	0,012	$\pm 0,001$

Mit Hilfe des Differentialquotienten von (15)

$$d(\bar{\psi}' - \bar{\psi}) = \bar{\psi}^3 d\alpha + 3\alpha\bar{\psi}^2 d\bar{\psi}$$

lassen sich bei vorgegebener Objektentfernung $\bar{\psi}$ und zulässiger Größe des Positionsfehlers $d(\bar{\psi}' - \bar{\psi})$ die erforderliche Genauigkeit des Verzeichnungskoeffizienten $d\alpha$ und die zulässige Unsicherheit $d\bar{\psi}$ in der Lage des Verzeichnungsnullpunktes ("Symmetriepunktes") bestimmen. Für das SBG sind die zulässigen Toleranzen in Abb. 8 dargestellt.

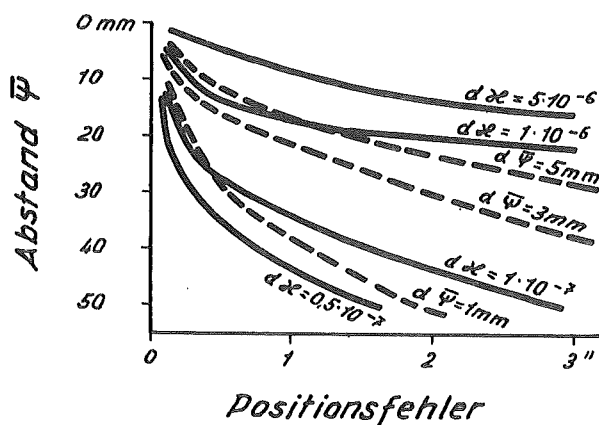


Abb. 8. Zulässige Toleranzen in α und $d\bar{\psi}$

Da bei der Beobachtung passiver Satelliten mit dem SBG i.allg. $\bar{\psi} < 2$ cm bleibt (vgl. Abschnitt 3.3.1.2.) und bei der nachfolgenden Auswertung der Beobachtungen die Koordinaten aller Sterne nach einem linearen Ansatz ausgeglichen und somit ein Teil der durch fehlerhafte Annahme von OZ, α und durch $d\bar{\psi}$ verursachten Positionsfehler durch die Plattenkonstanten bereits aufgenommen werden, erscheint für den vorliegenden Zweck bei der Bestimmung der genannten Parameter eine sehr hohe Genauigkeit nicht erforderlich. So kann beispielsweise das optische Zentrum gleichzeitig als Verzeichnungsnullpunkt angesehen und der Verzeichnungskoeffizient bis auf einige 10^{-7} mm^{-2} genau angenommen werden, ohne daß ein spürbarer Genauigkeitsverlust eintritt.

3.1.2.6.3. Verfahren und Ergebnisse

Zunächst wurde das optische Zentrum nach dem in [19] angegebenen und von KISELJOV stammenden analytischen Verfahren ermittelt. Hierbei werden aus vier bekannten Sternen, die ein regelmäßiges Viereck etwa symmetrisch zum geometrischen Bildzentrum bilden, unmittelbar die äquatorialen Koordinaten A_0 und D_0 des OZ mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 0,1$ erhalten. (Hinsichtlich der Theorie dieses Verfahrens s. [19].) Nach dem Übergang von A_0 und D_0 zu den rechtwinkligen Koordinaten ξ_0, η_0 auf der

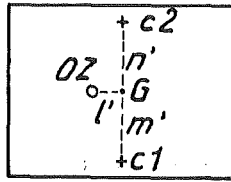


Abb. 9. Zur Definition der Lage des OZ auf der Photoplatte

Photoplatte ergaben sich für das OZ in einem durch die zwei Rahmenmarken c_1 (ξ_{c1}, η_{c1}) und c_2 (ξ_{c2}, η_{c2}) auf der Photoplatte entspr. Abb. 9 definierten System:

	l'	m'	n'
Platte 035	7,6 mm	38,2 mm	42,6 mm
042	7,9	39,1	41,7
Mittel	7,8 mm	38,6 mm	42,2 mm

In der Praxis werden die Koordinaten x_0, y_0 für jede einzelne Photoplatte im System der Koordinatenmessung nach den Formeln

$$x_0 = \frac{l' (\eta_{c2} - \eta_{c1}) + m' \xi_{c2} + n' \xi_{c1}}{m' + n'}$$

$$y_0 = \frac{l' (\xi_{c2} - \xi_{c1}) + m' \eta_{c2} + n' \eta_{c1}}{m' + n'}$$

ermittelt. Neben diesem analytischen Verfahren wurde die Lage des OZ aus den Restverbesserungen bei der bereits erwähnten Plattenausgleichung¹⁾ abgeleitet. Hierbei erhält man bei der Ausgleichung der Verbesserungsgleichungen

$$(16) \begin{cases} v_\xi = \bar{a} \Delta \xi_i + \bar{b} \Delta \eta_i + \bar{c} - \bar{l}_i \\ v_\eta = \bar{d} \Delta \xi_i + \bar{e} \Delta \eta_i + \bar{f} - \bar{l}_i \end{cases}$$

mit

$$\Delta \xi_i = \xi_i - \xi_0, \quad -\bar{l}_i = -(fX - \Delta \xi_i) + \alpha (\Delta \xi_i^2 + \Delta \eta_i^2) \Delta \xi_i,$$

$$\Delta \eta_i = \eta_i - \eta_0, \quad -\bar{l}_i = -(fY - \Delta \eta_i) + \alpha (\Delta \xi_i^2 + \Delta \eta_i^2) \Delta \eta_i$$

1) Auf das Problem der Plattenreduktion soll hier nicht näher eingegangen werden, vgl. hierzu [21] usw.

zur Ermittlung der Plattenkonstanten \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} , \bar{e} und \bar{f} für jeden Stern Restverbesserungen der Art

$$v = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{F} \sqrt{v_\xi^2 + v_\eta^2}.$$

Da die wesentlichste Ursache für die mit der Lage des Sterns im Gesichtsfeld sich systematisch verändernden v neben der Verzeichnung \varkappa eine fehlerhafte Annahme von OZ ist, lassen sich p und q mit Hilfe der Verbesserungsgleichungen (14)

$$v_\xi = p \xi^2 + q \xi \eta + c, \quad v_\eta = p \xi \eta + q \eta^2 + d$$

unmittelbar ableiten. Obwohl dieses Verfahren nicht absolut streng ist, kann es für eine Aufnahme mit einer großen Anzahl radialsymmetrisch angeordneter Anhaltsterne angewendet werden.

Die Ausgleichungsreste können andererseits zu einer rein mathematischen Definition der Lage des OZ genutzt werden, indem mit der Forderung

$$[v \ v] = \min.$$

die optimale Lage des OZ und damit das bestanschließende Modell für die Plattenausgleichung nach (16) gefunden wird. Zu bemerken ist, daß bei der Bestimmung der Lage des OZ aus Ausgleichungsresten eine "Plattenneigung" durch andere Fehler (z.B. Zentrierfehler der Optik) vorgetäuscht werden kann. Hierbei ist natürlich keine reelle Verschiebung des OZ, sondern ein durch die Form (14) bzw. (16) gut approximierbarer Abbildungsfehler vorhanden. Für die Praxis ist jedoch im wesentlichen nur das bestanschließende Modell von Interesse.

Beim SBG wurden aus der Ausgleichung von 57 etwa gleichmäßig über das gesamte Feld verteilten Sternen nach (16) mit verschiedenen Werten ξ_0, η_0 die Quadratsummen der Restverbesserungen gebildet. Für $\varkappa = 0$ sind diese in Abb. 10 angegeben.

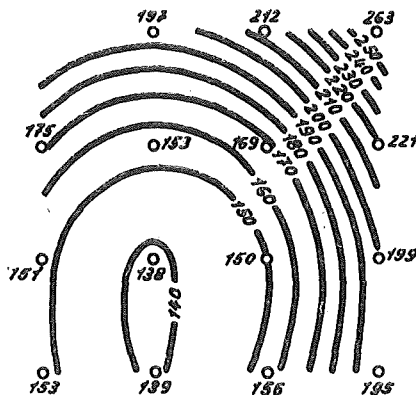


Abb. 10. $[v \ v]$ -Isoplethen für verschiedene ξ_0, η_0

Die Bedingung $[v v] = \min.$ ist für einen Punkt mit den Koordinaten

$$l' = 9 \text{ mm}, \quad m' = 41 \text{ mm}, \quad n' = 40 \text{ mm}$$

erfüllt (l', m', n' entspr. Abb. 9).

Der Koeffizient \varkappa für die radiale Verzeichnung wurde ebenfalls nach einem analytischen Verfahren und aus Restfehlern der Plattenausgleichung bestimmt.

Bei dem benutzten und ebenfalls in [19] beschriebenen analytischen Verfahren wird aus Vergleichen der aus drei umgebenden Sternen berechneten Position eines "Zentralsterns" mit der gemessenen Position ein "lokaler" Verzeichnungskoeffizient ermittelt. Die Resultate solcher für eine größere Anzahl von Punkten auf der Photoplatte ausgeführter \varkappa -Bestimmungen (in 10^{-6} mm^{-2}) sind in Abb. 11 angegeben. Wenn man diese Werte über die gesamte Platte mittelt, erhält man

$$\varkappa = (-0,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2} .$$

Die aus der Plattenausgleichung nach (16) mit $\varkappa = 0$ ermittelten Restfehler der Feldsterne sind in Abb. 12 in Isopletendarstellung sowie in Form von Richtungsvektoren angegeben. Diese Untersuchung zeigte, daß die Restfehler nahezu symmetrisch zum Bildzentrum verteilt sind und der kubischen Funktion (15) bei

$$\varkappa = -0,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$$

entsprechen (s. Abb. 13).

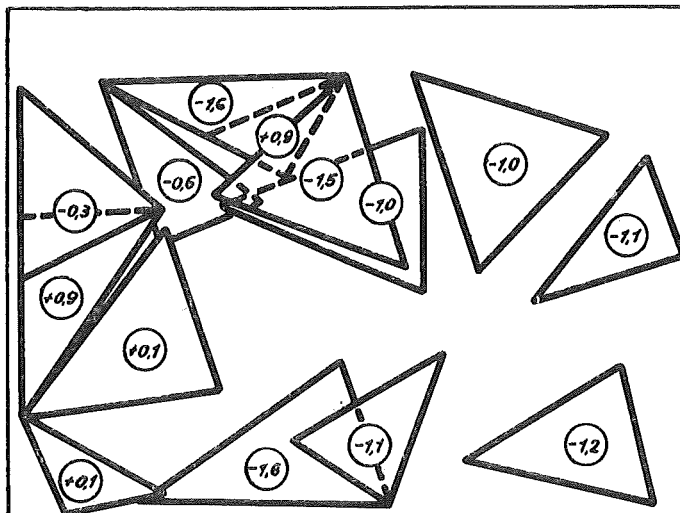


Abb. 11. Verzeichnungskoeffizienten \varkappa auf verschiedenen Teilen des Gesichtsfeldes (in 10^{-6} mm^{-2}).

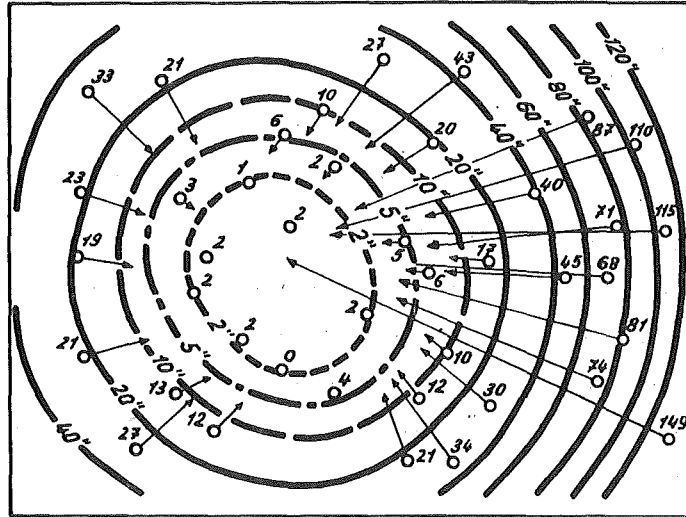


Abb. 12. Verzeichnungskorrekturen (in Bogensekunden)

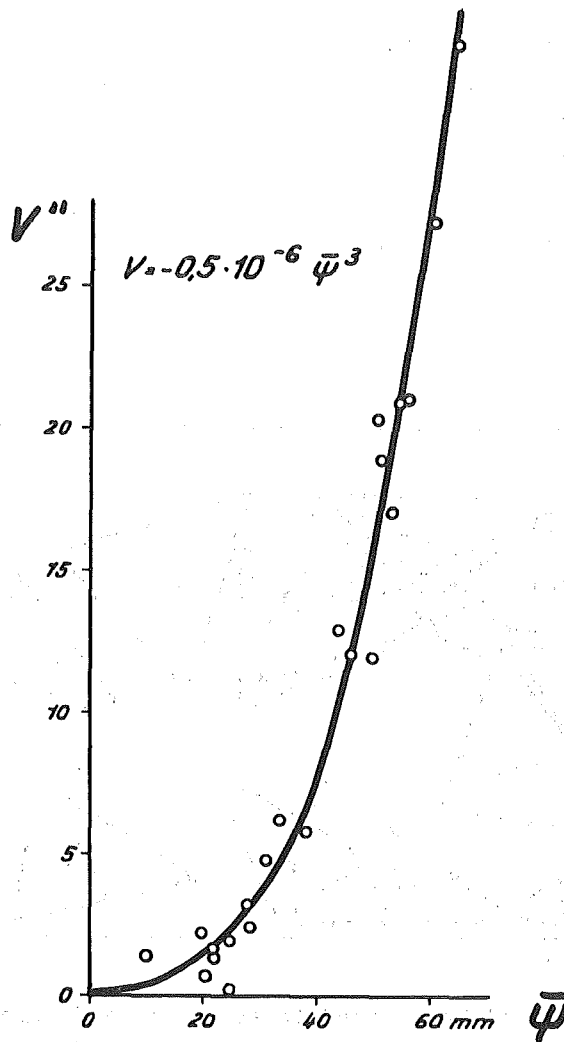


Abb. 13. Verzeichnungskurve

3.1.3. Positions- und Zeitmarkierung

Damit während des Satellitentracking eine eindeutige Positionsbestimmung möglich ist, müssen Stern- und Satellitenpositionen sowie die zugehörigen Zeitmomente auf geeignete Weise markiert werden. Solche Positionsmarkierungen lassen sich realisieren

- a) durch spezielle Verschlussmechanismen, die den Strahlengang und damit die in der Bildebene abgebildeten Spuren unterbrechen (vgl. z.B. [22]),
- b) durch sich nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten bewegend optische Elemente bzw. Kassetteneinrichtungen, womit eine rhythmische Verschiebung der gesamten Photoplatte während des Aufnahmevorgangs verbunden ist. Diese Verschiebung kann sowohl relativ zum Fixsternhimmel (charakterisiert durch Änderung der Koordinaten A_0, D_0 des optischen Zentrums) als auch relativ zur ursprünglichen Lage der Photoplatte in der Bildebene (charakterisiert durch Änderung der Koordinaten x_0, y_0 des optischen Zentrums) erfolgen.

Bei den verschiedenen Typen von Satellitenkameras der zweiten Generation wurden unterschiedliche Kombinationen zwischen Teleskop- und Kassettenbewegung zur Positionsmarkierung angewendet. Die entsprechenden Bewegungsverhältnisse, charakterisiert durch die Koordinatenänderung des optischen Zentrums, sind in Tab. 6 angegeben.

Tab. 6. Bewegungsverhältnisse des Bildzentrums bei verschiedenen Typen von Tracking-Kameras

		T e l e s k o p		
		Stillstand	Bewegung (Lauf)	
Kassette	Stillstand	x_0, y_0 konstant A_0, D_0 konstant (z.B. Astrograph)	x_0, y_0 konstant A_0, D_0 variabel (z.B. BAKER-NUNN-Kamera)	} (z.B. SBG)
	Bewegung (Lauf)	x_0, y_0 variabel A_0, D_0 variabel (z.B. AFU-Kamera)	x_0, y_0 variabel A_0, D_0 konstant	

Beim SBG wird das Teleskop ständig dem Satelliten nachgeführt. Die diese Teleskopnachführung kompensierende Kassettenbewegung erfolgt jedoch alternierend, so daß Meßpunkte abwechselnd in den Spuren der Sterne und des Satelliten erzeugt werden. Bei Be-

Tab. 7. Rhythmus der Positions- und Zeitmarkierung beim SBG

$$(\bar{I} = 1, 2, 3, \dots, n), (i = 1, 2, 3, \dots, \nu)$$

Phase der Kassetten- bewegung	Stern- positionen $\bar{x}_{\bar{I}} \bar{y}_{\bar{I}}$	Satelliten- positionen $x_i y_i$	Optisches Zentrum		Zeit- gabe $T_{if} = T_{\bar{I}f}$ $T_{(i-1)b} = T_{\bar{I}b}$
			$x_o y_o$	$A_o D_o$	
Stand ($i = 1$)				\rightarrow	T_{1f}
Lauf ($\bar{I} = 1$)				\circ	
Stand ($i = 2$)				$\circ \rightarrow$	T_{2f}
Lauf ($\bar{I} = 2$)				$\circ \circ$	
Stand ($i = 3$)				$\circ \circ \rightarrow$	T_{3f}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
Lauf ($\bar{I} = n$)				$\circ \circ \circ \circ$	T_{nf}
					T_{nb}

ginn (T_f) und am Ende (T_b) der Kassettenbewegung werden elektrische Impulse ausgelöst, die auf die später zu zeigende Weise den entsprechenden Abbildungen zuzuordnen sind. - Der Rhythmus von Stillstand (= Abbildung) und Bewegung der Objekte in der Bildebene sowie der Abgabe der Zeitmomente beim SBG ist in Tab. 7 angegeben.

Die Verschiebungen der Objekte in der Bildebene werden durch folgende Bewegungen bestimmt:

- gesteuerte Bewegung des Teleskoprohrs um die 3. Achse,
- gesteuerte Bewegung der Photoplatte,
- "Eigenbewegung" des Objekts (bei Sternen: tägliche Himmelsbewegung, bei Satelliten: Tracking-Ungenauigkeiten).

3.1.4. Zuordnung von Lage und Zeitmoment der Satellitenposition

3.1.4.1. Erforderliche Genauigkeit

Das entscheidende Kriterium für eine geodätische Nutzbarkeit beobachteter Satellitenpositionen ist ihre Genauigkeit. Die Beobachtungsapparatur muß bekanntlich sowohl die sphärischen Koordinaten des Satelliten als auch die zugehörigen Zeitmomente in einem bestimmten System mit hoher Genauigkeit liefern. Auf diese Weise ergeben sich bei der Untersuchung der Beobachtungsgeräte zunächst zwei voneinander relativ getrennte Teilaufgaben - eine "unklassische", im vorliegenden Falle jedoch zweckmäßige Verfahrensweise. Bei der späteren Verflechtung der Untersuchungsmethoden der photographischen Astrometrie - deren wichtigste Ergebnisse bereits in Abschnitt 3.1.2. behandelt wurden - und der Zeitmeßtechnik (Lage-Zeit-Zuordnung) sind dann jedoch eine Reihe spezifischer Bedingungen zu beachten, die im wesentlichen ihre Ursache in der schnellen scheinbaren Satellitenbewegung haben. Insbesondere müssen - wenn man von i.allg. an gewisse Voraussetzungen gebundenen Spezialverfahren (z.B. [23]) absieht - die Lage- und die Zeitgenauigkeit einer erhaltenen Satellitenposition einander entsprechen. Wenn man z.B. für eine Satellitenposition gleiche Fehleranteile in der Lage (m_L) längs der Spur und im zugehörigen Zeitmoment (m_T) fordert, so ist bei vorgegebenem m_L (in Bogensekunden) die notwendige Zeitgenauigkeit (in Millisekunden) charakterisiert durch den Ausdruck

$$(17) \quad \frac{H (R + H)^{1/2}}{1,3 \cdot 10^5} m_L \cong m_T \cong \frac{(R + H)^{3/2}}{1,3 \cdot 10^5} m_L .$$

Diese aus (47), (46) und (34) zum 2. Kapitel abgeleitete Formel gilt für Zenitbahnen in Strenge. - Numerische Werte für die bei verschiedenen Flughöhen H erforderlichen Zeitgenauigkeiten sind der Abb. 14 zu entnehmen.

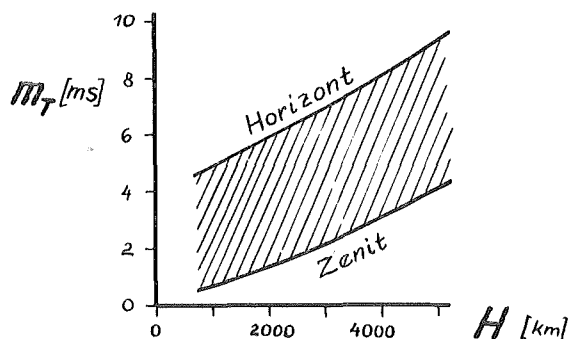


Abb. 14. Zeitfehler, äquivalent $\pm 1''$ in Spurrichtung

3.1.4.2. Bestimmung systematischer Zeitfehler

Da die exakte Festlegung des Aufnahmezeitpunktes für jede einzelne Satellitenposition eines der Hauptprobleme der photographischen Satellitenbeobachtung darstellt, sind alle zufälligen und systematischen Fehler der an der Zeitreduktion auf ein bestimmtes System beteiligten Parameter von Interesse.

Der einer nach Abschnitt 3.2.3. berechneten Satellitenposition zuzuordnende Zeitpunkt wird nach der bekannten Formel ([33] zum 2. Kapitel)

$$T_i^{\text{System}} = \frac{1}{2} (T_{(i-1)b} + T_{if}) + \Delta T' - \Delta T'' + T_0 - T_{uv}$$

erhalten, wo $\Delta T'$ die Korrektur wegen Kameraverzögerung, $\Delta T''$ die Verzögerung zwischen dem beim Zeitvergleich verwendeten Zeitnormal ("Stationsuhr") und dem endgültigen Zeit-Bezugssystem (einschl. Stand- und Laufzeitkorrekturen der Zeitsignale, Korrekturen wegen Verzögerungen von Empfänger, Relais usw. sowie Gangkorrekturen der Registrierapparatur), T_0 den Sollzeitmoment während des Zeitvergleichs und T_{uv} die Ablesung des Registriergeräts beim Zeitvergleich bedeuten. Im folgenden soll jedoch nur auf die instrumententypische Zeitdifferenz $\Delta T'$ zwischen dem der Satellitenabbildung i (vgl. Tab. 7) zuzuordnenden "instrumentellen" Zeitmoment und dem Mittel aus den am Ende des $(i-1)$ ten und zu Beginn des i -ten Plattenlaufs bzw. dem Mittel aus den am Beginn und am Ende des i -ten Plattenstillstandes registrierten Zeitmomenten $T_{(i-1)b}$ und T_{if} eingegangen werden.

Bei der Ermittlung dieser Korrektur wurde ein Prüfkollimator, in dessen Brennpunkt sich mehrere Blenden mit nahezu punktförmigen Öffnungen befanden, vor die Korrektionsplatte des SBG montiert. Die Kollimatorblenden wurden sowohl durch eine Glühlampe kontinuierlich als auch durch einen Elektronenblitz kurzzeitig beleuchtet. Bei Ablauf eines normalen Beobachtungszyklus bilden sich die von der Glühlampe erzeugten Lichtpunkte i in der Bildebene ähnlich den sonst erhaltenen Satellitenmeßpunkten ab. Beginn und Ende der Exposition dieser Quasi-Satellitenabbildungen wurden durch Zeitimpulse $T_{(i-1)b}$ und T_{if} auf einem Schleifenoszillographen (1,5 m/s) fixiert. Während der Bewegung der Photoplatte wurden durch Elektronenblitz weitere Bildpunkte \bar{i} erzeugt, deren Entstehungszeiten $T_{\bar{i}}$ unabhängig vom SBG erhalten wurden.

Aus den durch Ausmessung der Photoplatte erhaltenen Positionen $s_{\bar{i}}$ und den Zeitmomenten $T_{\bar{i}}$ wird nach folgenden Formeln das Weg-Zeit-Gesetz $s = f(T)$ der tatsächlichen Kassettenbewegung abgeleitet:

$$(18) \left\{ \begin{array}{l} \bar{T}_i = \frac{1}{2} (\bar{T}_{(i-1)b} + T_{if}) , \\ \Delta \bar{T}_i = T_{if} - \bar{T}_{(i-1)b} , \\ \bar{T}_i'' = T_{if}' - \sum_{i=1}^{i-1} \Delta \bar{T}_i , \\ \bar{T}_i = \frac{1}{2} (\bar{T}_{(i-1)b} + T_{if}) - \sum_{i=1}^{i-1} \Delta \bar{T}_i - \frac{1}{2} \Delta \bar{T}_i , \\ S_T' = S_T - \frac{[S]}{n} , \\ \bar{T}_i''' = \bar{T}_i'' - \frac{[T'']}{n} , \\ S' = x + (B_0 + y) T''' , \end{array} \right.$$

wobei $\Delta \bar{T}_i$ die Standzeit der Kassette und B_0 ein von der Teleskopgeschwindigkeit abhängiger Näherungswert für die Geschwindigkeit der Plattenbewegung sind. Die Unbekannten erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate zu

$$x = \frac{[s' - B_0 T'''] [T''']^2 - [T'''] (s' - B_0 T''') [T''']}{n [T''']^2 - [T''']^2} ,$$

$$y = \frac{n [T'''] (s' - B_0 T''') - [s' - B_0 T'''] [T''']}{n [T''']^2 - [T''']^2}$$

Für die gemessenen Quasi-Satellitenabbildungen s_i werden mit diesem Bewegungsgesetz der Sollzeitmoment

$$\bar{T}_{\text{Soll}} = - \frac{x}{B_0 + y} + \frac{1}{B_0 + y} s_i$$

und schließlich die gesuchte Verzögerungskorrektur

$$(19) \quad \Delta T' = \bar{T}_{\text{Soll}} - \bar{T}_i$$

erhalten.

Solche Verzögerungsbestimmungen wurden bei unterschiedlichen äußeren Parametern (Teleskopstellung, Teleskopgeschwindigkeit, Belichtungsdauer, Temperatur usw.) ausgeführt. Aus diesen Untersuchungen, die sich im übrigen wegen ihres erheblichen Aufwandes über einen Zeitraum von über 1/2 Jahr erstrecken mußten, konnte nachgewiesen werden, daß zwischen den einzelnen Abbildungen i doch gewisse Abweichungen Δs der tatsächlichen Plattenbewegung vom abgeleiteten mittleren linearen Weg-Zeit-Gesetz auftreten, die nicht mit Meßfehlern zu erklären sind und somit instrumentelle Ursachen haben und auch im einzelnen nicht reproduzierbar sind (vgl. Abb. 15). Sprunghafte

Änderungen der Bewegungsgeschwindigkeit der Kassette wurden dagegen nicht festgestellt, ebenso keine signifikanten Einlaufeffekte u. ä. Bewegungsunregelmäßigkeiten.

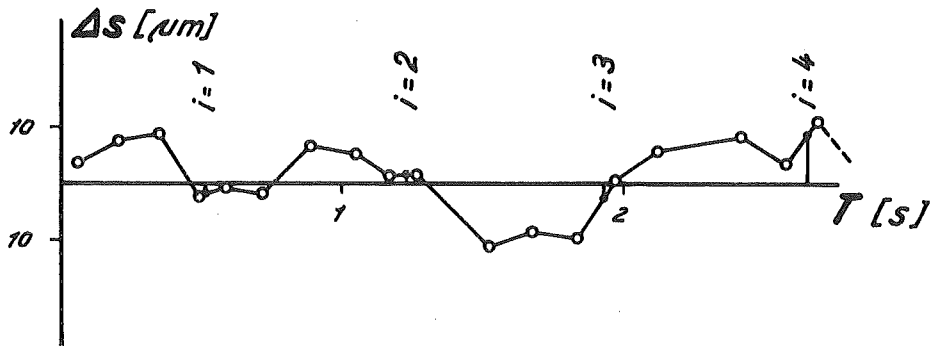


Abb.15. Abweichungen Δs der tatsächlichen Plattenbewegung vom mittleren Weg-Zeit-Gesetz bei einer Meßreihe

Nach Entnahme dieser unregelmäßigen Abweichungen Δs aus einer durch die Messungen ermittelten Weg-Zeit-Funktion entsprechend Abb.15 und ihrer rechnerischen Berücksichtigung konnten schließlich die gesuchten Verzögerungskorrekturen $\Delta T'$ ermittelt werden, wobei eindeutige Abhängigkeiten von der Teleskopgeschwindigkeit und der Temperatur t° erhalten wurden, während sich für unterschiedliche Belichtungszeiten und Bewegungsrichtungen bzw. Stellungen des Teleskops keine signifikanten Abhängigkeiten nachweisen ließen.

Aus den 25 Meßreihen wurde für die Verzögerungskorrektur $\Delta T'$ die empirische Abhängigkeit

$$\Delta T' = (-7,7 + K + 0,045 t^\circ \pm 1,4) \text{ [ms]}$$

abgeleitet, wobei K mit der Gleichung $K = 2^{\frac{K}{\dot{\sigma}}}$ aus der Teleskopgeschwindigkeit $\dot{\sigma}$ [$^\circ/\text{s}$] zu bestimmen ist. - Die Darstellung von Einzelheiten zu diesen Untersuchungen muß aus den bereits auf S. 82 genannten Gründen ebenfalls an anderer Stelle erfolgen.

3.2. Technik der Satellitenbeobachtung

Die Technik der Beobachtung künstlicher Erdsatelliten mit Tracking-Kameras vom Typ SBG wurde in ihrer Gesamtheit bereits in [24] ausführlich dargelegt, so daß an dieser Stelle nur auf einige spezifische Besonderheiten eingegangen werden soll.

3.2.1. Belichtungszeit

Der zeitliche Ablauf des Bewegungsrhythmus der Kassette bei der Positionsmarkierung bestimmt bei einem nach Helligkeit m_{Sat} . (entspr. Abschnitt 3.1.2.5.) und topozentrischer Geschwindigkeit $\dot{\sigma}$ vorgegebenen Satelliten nicht nur das für die Praxis (insbesondere bei Synchronbeobachtungen) bedeutsame notwendige Belichtungsintervall \bar{T} und seinen Beginn T_{Start} , sondern auch die Abbildungsqualität und damit die Genauigkeit der einzelnen Positionen.

In Abb. 16 ist der Einfluß der verschiedenen Aufnahmebedingungen auf die Zeitdauer der einzelnen Bewegungsphasen des in Abschnitt 3.1.3. charakterisierten Abbildungsrhythmus angegeben. Man erkennt, daß für die Beobachtung eines bestimmten Satelliten die Zeitdauer \bar{T}_{\downarrow} für Kassettenstillstand (entspricht der "Satellitenbelichtungszeit") und \bar{T}_{\uparrow} für Kassettenlauf (entspricht der "Sternbelichtungszeit") von der Nachführgenauigkeit η , der Emulsionsempfindlichkeit, der Größe des noch auswertbaren Mindestabstandes $\Delta\psi_{\text{min}}$ zwischen den Abbildungen, der mittleren Deklination δ_m der beobachteten Himmelsgegend und der Grenzgröße m_{Kat} der im Katalog angegebenen Anhaltsterne abhängt.

In der Praxis ist außerdem die vom eingesetzten Zeitregistriergerät maximal verarbeitbare Impulsfrequenz zu beachten. Da die in Abschnitt 2.1.1.6. angegebenen Kriterien zur Erzielung einer punktförmigen Abbildung in der Praxis nicht immer eingehalten werden können, ergeben sich in einigen Fällen leicht verformte, sogenannte "längliche" Abbildungen (vgl. Abb. 21).

Die Abbildungsgüte ("Verformung" der Abbildung) läßt sich bereits näherungsweise abschätzen, indem man nur die Gesetze der geometrischen Optik berücksichtigt und Aberrationen vernachlässigt. Die Größen dieser Verformungen Δd erhält man mit den folgenden Ausdrücken:

Phase der Kassettenbewegung	Verformung der	
	Sternabbildungen	Satellitenabbildungen
Stand	$\frac{\pi}{180^\circ} f \bar{T}_{\downarrow} \dot{\sigma}$ (in Nachführ- richtung)	$\frac{\pi}{180^\circ} f \bar{T}_{\downarrow} \eta$
Lauf	$0,0042 \frac{\pi}{180^\circ} f \bar{T}_{\uparrow} \cos \delta_m$	$\frac{\pi}{180^\circ} f \bar{T}_{\uparrow} \dot{\sigma}$

Diese Verformungen der Sternabbildungen während des Kassettenlaufs und der Satellitenabbildungen während des Kassettenstillstandes sind auf geringe und in erster Nä-

herung gleichförmige Bewegungen der betreffenden Objekte in der Bildebene zurückzuführen. Größe und Form dieser "länglichen" Abbildungen, die bekanntlich die Meßgenauigkeit bestimmen, erhält man bei Beachtung der in Abb. 5 für verschiedene Sternheligkeiten und exakte Nachführung angegebenen Durchmesser d .

Unter Berücksichtigung der in den Abschnitten 2.1.1. und 2.1.2. behandelten Genauigkeit der Satellitenbahnapproximation durch ein vierachsrig montiertes Teleskop sowie der in Abschnitt 3.1.2. erhaltenen Besonderheiten und Parameter des optischen Systems lassen sich aus den Unschärferelationen in den o.g. Abhängigkeiten Optimalwerte für die Belichtungszeiten $\bar{T}_{-|}$ und \bar{T}_{+} ableiten. Für NP-27-Emulsion und

$$\begin{aligned} \eta &= \pm 0,005 \text{ }^\circ/\text{s} \quad (\text{Genauigkeit des Antriebsmechanismus [17]}, \\ \overline{\Delta v}_{\text{min.}} &= 0,4 \text{ mm} \quad (\text{Grenze der Interpretierbarkeit der Zählwerksangaben}), \\ m_{\text{Kat}} &= 10^{\text{m}} \quad (\text{Grenzgröße des SAO-Katalogs [16]}), \\ \delta_{\text{m}} &= 0^\circ \end{aligned}$$

und

$$\bar{T} \geq \sim 0,5 \text{ s} \quad (\text{verarbeitbare Impulsfrequenz des Zeitregistriergeräts})$$

erhält man z.B. für die Beobachtung von Satelliten mit $m_{\text{Sat.}} \leq 10^{\text{m}}$ die in Abb. 17 angegebenen Parameter, wobei die lineare Bewegungsgeschwindigkeit der Photoplatte

$$\bar{v} = \frac{\pi}{180} f \dot{\sigma} = 13,7 \dot{\sigma} \quad (\bar{v} \text{ in mm/s, } \dot{\sigma} \text{ in } ^\circ/\text{s})$$

ist und die $-|$ / $+$ -Symbole folgenden Schaltzeiten entsprechen [31]

Skalenteile $- $ bzw. $+$	Belichtungszeiten	
	$\bar{T}_{- }$	bzw. \bar{T}_{+}
9	1,0 s	
10	0,68	
11	0,47	

Damit die mit dem SBG erhaltenen Aufnahmen zeitlich "synchron" mit Aufnahmen anderer Stationen bzw. Kameratypen erhalten werden, müssen erstere symmetrisch zur Mitte eines für alle Stationen festgelegten sog. "Synchronintervalls" $T_E - T_B$ erfolgen. Der Beginn der Aufnahme mit dem SBG erfolgt dann zum Zeitpunkt

$$(20) \quad T_{\text{Start}} = \frac{T_B + T_E}{2} - \frac{\bar{T}}{2} .$$

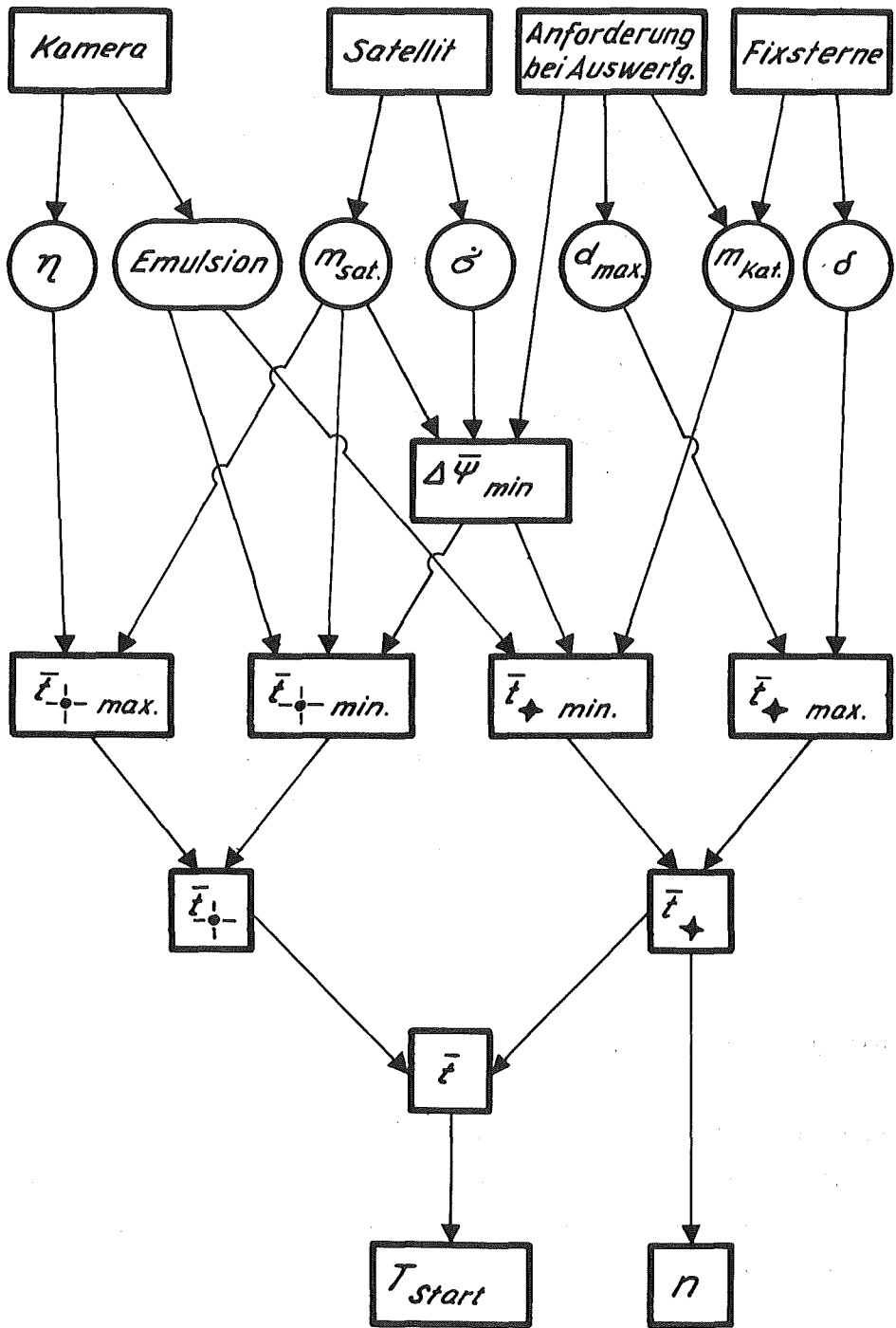


Abb. 16. Abhängigkeit der Belichtungszeit \bar{T} und der sich ergebenden Positionsanzahl n von praktischen Bedingungen

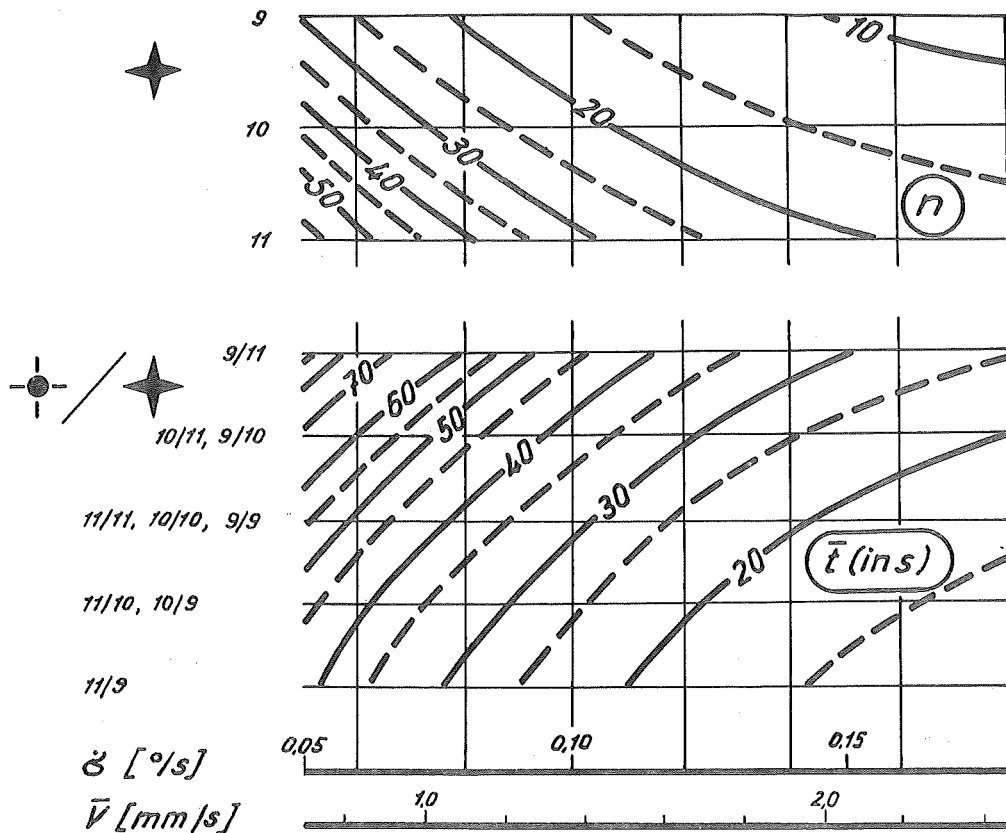


Abb. 17. Positionsanzahl n und Aufnahmedauer \bar{t}

3.2.2. Beobachtungsverfahren

Nachdem nunmehr alle theoretischen Voraussetzungen für die praktische Durchführung von Positionsbestimmungen mit Tracking-Kameras vom Typ SBG abgeleitet sind, sollen noch die wesentlichsten Etappen bei dieser Positionsbestimmung in kurzer Zusammenfassung dargestellt werden.

Beim praktischen Einsatz dieses Kamertyps hat sich bei Beobachtungen passiver künstlicher Satelliten am Zentralinstitut für Physik der Erde in Potsdam folgende Verfahrensweise bewährt:

a) Berechnung der Arbeitsephemeriden:

- Berechnung der Kleinkreisparameter nach den Formeln des 2. Kapitels (11) - (13) oder (14) - (16) oder (17) oder (20) - (26) und (29) bzw. Abb. 7 zum 2. Kapitel;

- Bestimmung des Geschwindigkeitsprogramms nach Abb. 14 zum 2. Kapitel;
- Bestimmung der optimalen Belichtungszeiten und des Aufnahmebeginns nach Abschnitt 3.2.1.;
- Bestimmung der Nachführriichtung des Teleskops:
Bei $d\sigma/dT > 0$ ist die Nachführriichtung "nach rechts",
bei $d\sigma/dT < 0$ "nach links" (vgl. Abschnitt 2.1.2.4.).

Nach Einstellung der Kleinkreisparameter A_p , h_p und Δ ist die Kamera auf den Satelliten mit den Koordinaten A_i , h_i gerichtet, wenn zum Zeitpunkt T_i an der dritten Achse der Drehwinkel

$$\sigma_i = \arcsin \frac{\cos h_i \sin (A_i - A_k)}{\cos \Delta} \quad (\text{s. (6) zum 2. Kapitel})$$

eingestellt wird.

b) Anschluß des Zeitsystems des Zeitregistriergeräts an das System eines Zeitnormals (Stationsuhr, Zeitzeichen usw.).

c) Beobachtungsvorgang:

Der eigentliche Beobachtungsvorgang im engeren Sinne beinhaltet eine Reihe instrumententypischer Handhabungen, die auf Grund mehrjähriger Erfahrungen mit dem SBG vom Verfasser in einer "Technischen Anweisung für die Beobachtung passiver künstlicher Erdsatelliten mit dem SBG" [24] zusammengestellt wurden, so daß sich an dieser Stelle eine Wiederholung erübrigt. - Für die praktische Beobachtung ist von Interesse, daß sich bei ungenauer Ephemeride entsprechend den in Abschnitt 2.1.1.6. abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten der Satellit im Gesichtsfeld des Leitrohrs senkrecht zur Nachführriichtung bewegen kann. Ein langsames Weglaufen des Satelliten relativ zur optischen Achse des Teleskops beeinflußt die Genauigkeit der Beobachtung nur unwesentlich. Größere Abweichungen werden beseitigt, indem die Einstellungen A_p und h_p an der 1. und 2. Achse um wenige Grad (vgl. Tab. 1 - 3 zum 2. Kapitel) verändert werden und danach der Satellit mit der 3. und 4. Achse wieder eingefangen wird.

d) Örtliche Auswertung:

- Beurteilung von Positions- und Zeitregistrierungen der Beobachtung hinsichtlich Qualität und gegenseitiger Zuordnung;
- Festlegung der Bewegungsrichtung von Satellit, Anhaltsternen und Rahmenmarken in der Bildebene entsprechend Tab. 7;
- Berechnung der Koordinaten α_0 , δ_0 des Bildzentrums nach den Formeln (30) und

(31.1) zum 2. Kapitel;

- Berechnung des Winkels zwischen Rektaszensionsrichtung und Bewegungsrichtung des Satelliten in der Bildebene nach (31.3) zum 2. Kapitel.

Die Prinzipskizze einer nach den o.g. Beobachtungsverfahren erhaltenen photographischen Aufnahme eines passiven Satelliten ist in Abb. 18, die Ausschnittsvergrößerung einer realen Aufnahme in Abb. 19 dargestellt.

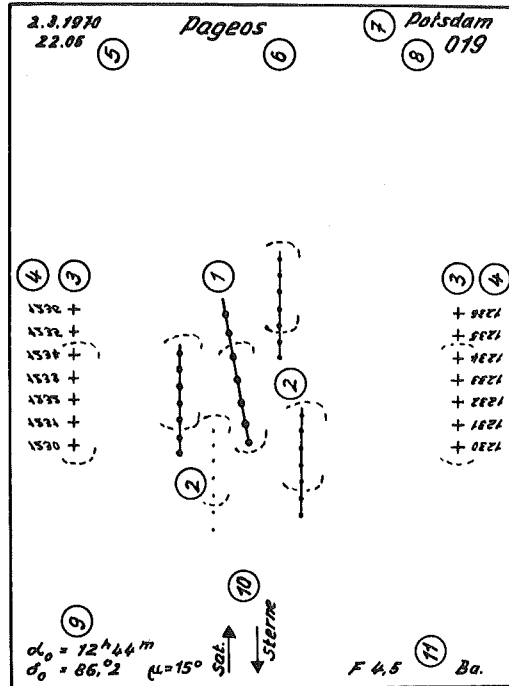


Abb. 18. Prinzipskizze einer photographischen Aufnahme eines passiven Satelliten

Die Aufnahme enthält folgende Angaben:

1. Satellitenabbildungen
2. Sternabbildungen
3. Rahmenmarken
4. Zählwerksangaben
5. Datum und Zeitangabe (Stunden, Minuten in WZ) der Beobachtung
6. Name oder Codenummer des Satelliten
7. Beobachtungsort
8. Lfd. Nr. der Aufnahme
9. Koordinaten des Bildzentrums
10. Bewegungsrichtungen von Satellit und Sternen in der Bildebene
11. Besondere Bemerkungen

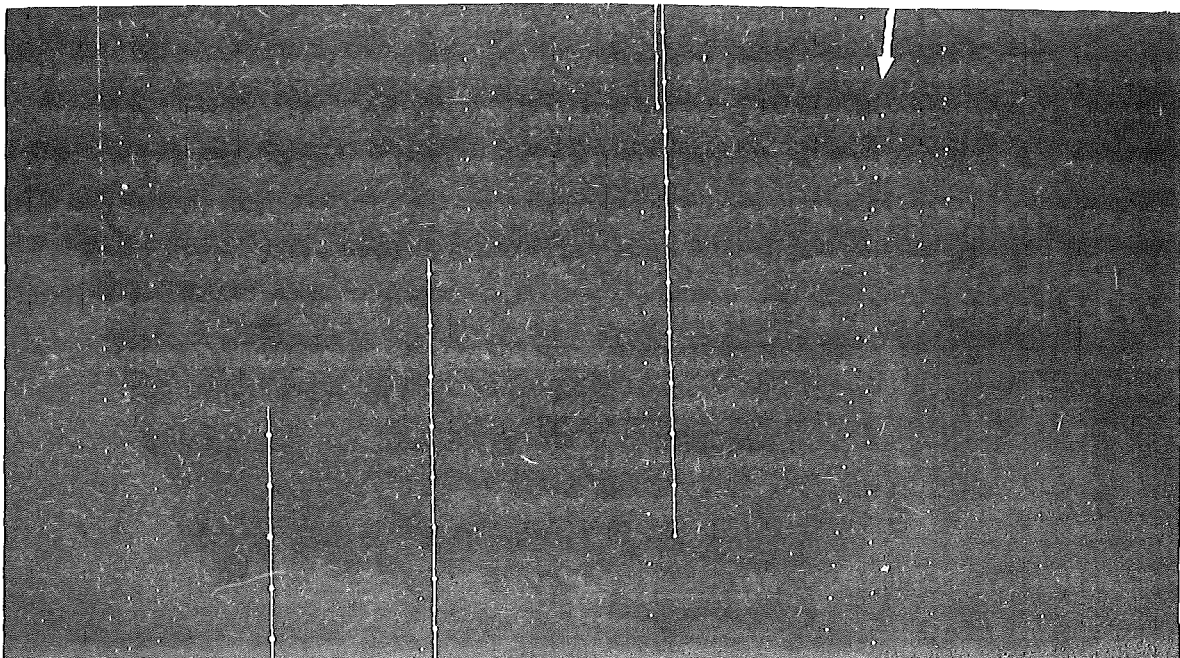


Abb. 19. Ausschnittvergrößerung (ca. 3,5fach) einer Aufnahme des passiven Satelliten GEOS A (ORWO NP-27-Platte, Belichtungszeit $\bar{t}_f \approx 0,7$ s)

3.2.3. Berechnung äquatorialer Satellitenpositionen

3.2.3.1. Berechnung zugehöriger Plattenkoordinaten

Entsprechend dem in Abschnitt 3.1.3. beschriebenen Aufnahmerhythmus werden Stern- und Satellitenpositionen auf der Photoplatte zu unterschiedlichen Zeitmomenten abgebildet. Bei der weiteren Auswertung werden die verschiedenen Abbildungen von Satellit, optischem Zentrum und Fixsternen auf "Gleichzeitigkeit" reduziert. Wenn man jeweils konstante Geschwindigkeiten bei Teleskopbewegung, Kassettenbewegung und Verschiebung der Objekte in der Bildebene (vgl. die Abschnitte 3.1.3. und 3.3.1.3.) voraussetzt, können die Satellitenabbildungen und die Abbildungen des optischen Zentrums dem geometrischen Mittel aus den zwei benachbarten Sternabbildungen und dem Mittel aus den zwei aufeinanderfolgenden registrierten Zeitmomenten zugeordnet werden. Die Mittelbildung der Abbildungen erfolgt also über

$$\begin{aligned} & 1/2 \text{ Laufphase der Kassette} \\ & + 1 \text{ Stillstandsphase} \\ & + 1/2 \text{ Laufphase.} \end{aligned}$$

Mit den so erhaltenen und sich auf den Zeitmoment $T_i = 1/2 (T_{(i-1)b} + T_{if})$ beziehenden ebenen Plattenkoordinaten

$$\begin{array}{ll} x_i, y_i & \text{des Satelliten,} \\ x_i^o, y_i^o & \text{des optischen Zentrums,} \\ \bar{x}_i = 1/2 (\bar{x}_{i-1} + \bar{x}_i), \quad \bar{y}_i = 1/2 (\bar{y}_{i-1} + \bar{y}_i) & \text{der Anhaltsterne} \end{array}$$

erfolgt nach den bekannten Verfahren der Plattenreduktion (vgl. z.B. [21]) eine Berechnung der äquatorialen Koordinaten α_i, δ_i des Satelliten und der Koordinaten α_k, δ_k eines in der Nähe der Satellitenabbildungen auf der Photoplatte ausgewählten sog. "Kontrollsterns", der bei der Genauigkeitsbetrachtung als Repräsentant der Satellitenabbildung angesehen werden kann und somit sehr vorteilhaft den lagebedingten vom zeitbedingten Fehleranteil der Gesamtposition trennen läßt. Hierbei wird für jede der n Satellitenabbildungen ein in erster Näherung unabhängiges System von Plattenkonstanten abgeleitet.

Selbstverständlich ist auch eine Ausgleichung der gesamten Aufnahme "in einem Guß" möglich. Das angegebene Verfahren besitzt jedoch wegen des kleineren Feldes Vorteile in der Genauigkeit. Außerdem müßte im anderen Falle eine zusätzliche Reduktion wegen des Einflusses der Erdrotation und der Kassettenbewegung ausgeführt werden.

Eine zweite Variante zur Erzielung von zeitlich einander zuordenbaren Plattenkoordinaten besteht darin, daß die gemessenen Abbildungen von Satellit und optischem Zentrum auf die Entstehungszeit der Sternabbildungen bezogen werden. Es entsprechen dann einander:

$$T_I = 1/2 (T_{If} + T_{Ib}) ,$$

$$\bar{x}_I, \bar{y}_I$$

$$x_I = 1/2 (x_i + x_{i+1}) , \quad y_I = 1/2 (y_i + y_{i+1})$$

$$x_I^0 = 1/2 (x_i^0 + x_{i+1}^0) , \quad y_I^0 = 1/2 (y_i^0 + y_{i+1}^0)$$

der Anhaltsterne,
des Satelliten ,
des opt. Zentrums.

Hierbei erfolgt die Mittelung der Abbildungen über

$$\begin{aligned} & 1/2 \text{ Stillstandsphase} \\ & + 1 \text{ Laufphase} \\ & + 1/2 \text{ Stillstandsphase.} \end{aligned}$$

Da Differenzen zwischen unterschiedlichen Laufphasen, die zu systematischen Positionsfehlern führen könnten, a priori nicht auszuschließen sind, erscheint die erstgenannte Variante der Reduktion (auf T_i) zweckmäßiger. Eine endgültige Aussage zu diesem Problem bedarf jedoch noch umfangreicher zusätzlicher Untersuchungen.

3.2.3.2. Berechnung der Kassettenverschiebung

Während der Aufnahme werden sämtliche Objekte n -mal abgebildet, so daß bei $u = u' + u''$ Anhaltsternen $(u' + u'' + 3)n$ Objekte (einschl. Abbildungen für Kontroll-

stern, Satellit und zwei Rahmenmarken zur Ableitung des optischen Zentrums) mehrfach auszumessen sind¹⁾). Um den Umfang der Koordinatenmessung zu reduzieren, werden sämtliche n Einzelabbildungen nur von Satellit, Kontrollstern und Rahmenmarken sowie von $u' \geq 4$ gut definierten, die Figur der Anhaltsterne begrenzenden Sternen ausgemessen. Aus den Messungen dieser u' Anhaltsterne werden die wahrscheinlichsten Abstände zwischen den einzelnen Abbildungen $\bar{\Delta}$ als Mittelwerte der linearen Verschiebung der Kassette

$$(21) \quad \begin{cases} \bar{\Delta x}_i = \frac{1}{u'} \sum_{u'=1}^{u'} (\bar{x}_{u',i+1} - \bar{x}_{u',i}) , \\ \bar{\Delta y}_i = \frac{1}{u'} \sum_{u'=1}^{u'} (\bar{y}_{u',i+1} - \bar{y}_{u',i}) \end{cases}$$

mit ihren mittleren Fehlern

$$M_{\bar{\Delta x}_i} = \sqrt{\frac{[(\bar{\Delta x}_i + \bar{x}_{u',i} - \bar{x}_{u',i+1})^2]}{u'(u'-1)}}$$

$$M_{\bar{\Delta y}_i} = \sqrt{\frac{[(\bar{\Delta y}_i + \bar{y}_{u',i} - \bar{y}_{u',i+1})^2]}{u'(u'-1)}}$$

abgeleitet. Diese Größen liefern gleichzeitig Aussagen über die Regelmäßigkeit der Plattenbewegung zwischen den einzelnen Abbildungen und über die Genauigkeit der Koordinatenmessung. Wie die Praxis zeigte (vgl. Tab. 8), sind diese "Verschiebebeträge" zwischen den einzelnen Abbildungen des gleichen Objekts mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 2 \mu\text{m}$ ableitbar und zeigen keine wesentlichen systematischen Änderungen während der gesamten Belichtungszeit.

Tab. 8. Größe und Genauigkeit der Kassettenverschiebung bei 3 Aufnahmen (in μm)

i	P 001				P 003				P 004			
	$\bar{\Delta x}_i \pm M_{\bar{\Delta x}_i}$		$\bar{\Delta y}_i \pm M_{\bar{\Delta y}_i}$		$\bar{\Delta x}_i \pm M_{\bar{\Delta x}_i}$		$\bar{\Delta y}_i \pm M_{\bar{\Delta y}_i}$		$\bar{\Delta x}_i \pm M_{\bar{\Delta x}_i}$		$\bar{\Delta y}_i \pm M_{\bar{\Delta y}_i}$	
2	902,9	$\pm 2,5$	0,0	$\pm 1,6$	408,9	$\pm 1,8$	13,1	$\pm 1,5$	283,5	$\pm 1,0$	5,9	$\pm 2,7$
3	872,0	1,2	1,1	1,9	418,4	1,7	15,7	1,8	294,0	1,6	8,8	1,5
4	878,6	1,8	2,0	2,6	406,4	3,4	12,9	2,4	298,1	0,7	7,1	1,1
5	901,0	1,2	2,0	2,4	413,0	2,2	16,6	1,8	293,8	0,5	5,5	1,6
6	886,3	1,6	2,2	2,2	411,1	1,8	13,7	2,1	293,5	1,4	6,7	1,2
7	884,7	2,7	1,2	2,0	397,4	2,2	15,4	1,6	297,2	3,0	4,3	1,5
8	893,3	2,2	1,3	2,8	407,0	1,4	13,2	1,9	291,7	1,9	5,4	1,4
9	906,2	1,6	2,9	2,2	415,0	0,7	16,2	0,9	280,0	1,5	8,6	1,4
10	886,2	2,2	2,6	2,6	407,2	2,0	15,6	1,8	274,9	1,9	5,7	1,9

¹⁾ Über Einzelheiten zur Koordinatenmessung, erreichbare Genauigkeiten usw. s.auch [7].

Von den übrigen u'' Anhaltsternen werden lediglich die Koordinaten der ersten Abbildungen ($\bar{I} = 1$) unmittelbar aus der Messung erhalten, während die Koordinaten der übrigen Abbildungen aus den Verschiebebeträgen (21) zu berechnen sind:

$$(22) \quad \begin{cases} \bar{x}_{u'', \bar{I}} = \bar{x}_{u'', 1} + \overline{\Delta x}_1, \\ \bar{y}_{u'', \bar{I}} = \bar{y}_{u'', 1} + \overline{\Delta y}_1. \end{cases}$$

Die unmittelbar gemessenen Koordinaten der u' Anhaltsterne und die mit (22) berechneten Koordinaten der u'' Anhaltsterne werden bei der Weiterbearbeitung entsprechend Abschnitt 3.2.3.1. als gleichgewichtig angesehen.

3.2.3.3. Blockschema

Der Algorithmus zur Reduktion von Beobachtungen passiver künstlicher Erdsatelliten, die mit der Tracking-Kamera SBG erhalten wurden, läßt sich mit dem in Abb. 20 gegebenen Blockschema zusammenfassend darstellen. Als "Plattenkoordinaten" gehen hier die gemessenen, auf grobe Fehler kontrollierten und wegen instrumenteller Fehler des Koordinatenmeßgeräts (vgl. [7]) korrigierten Mittelwerte der Koordinaten der einzelnen Objekte in die Rechnung ein.

3.3. Genauigkeit der Positionsbestimmungen

Die Genauigkeit der einzelnen beobachteten Satellitenpositionen ist sowohl von den für die allgemeine photographische Meßmethode typischen Fehlern (wie z.B. Plattenmeßfehlern, Abbildungsfehlern des Objektivs, Fehlern in den angenommenen Kamerakonstanten, Emulsionsdeformationen usw.) als auch von den bei der Satellitenbeobachtung auftretenden spezifischen Ungenauigkeiten (wie z.B. Fehlern der Zeitzuordnung, Einfluß von atmosphärischer Richtungszintillation, in einigen Fällen von Helligkeitsschwankungen des Satelliten usw.) abhängig. Die letztgenannte Gruppe ist insbesondere bei mit Nachführmechanismen ausgestatteten Beobachtungsgeräten von Bedeutung, müssen doch hierbei Nachführung und einander entsprechende Positions- und Zeitmarkierungen mit hoher Präzision ausgeführt werden.

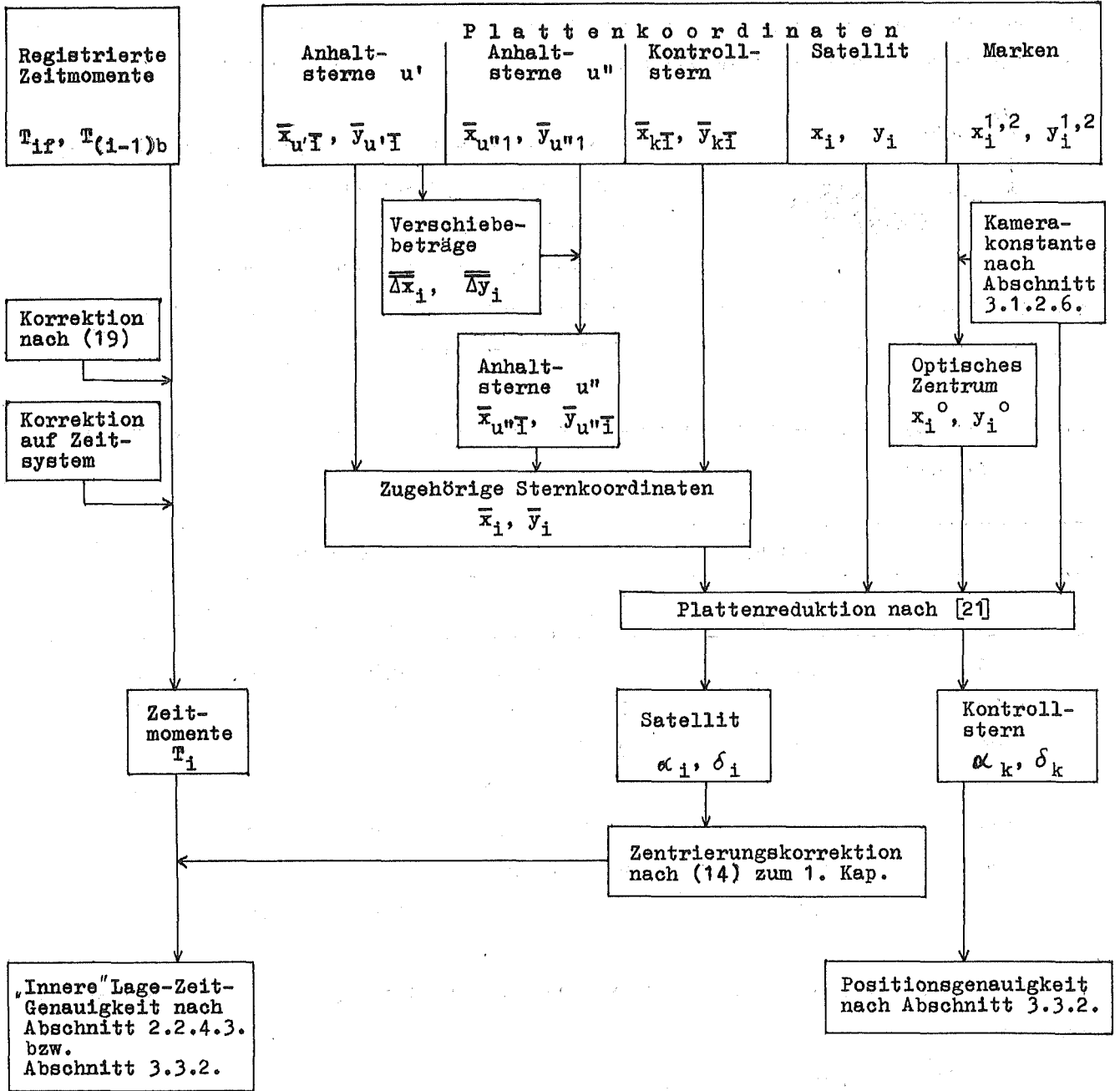


Abb. 20. Blockscheema des Algorithmus zur Reduktion von Beobachtungen passiver Satelliten

3.3.1. Einige charakteristische Fehlerquellen

3.3.1.1. Plattenmeßfehler

Während in [7] bereits ausführliche Angaben über zufällige und systematische Fehler bei der Ausmessung von photographischen Satellitenbeobachtungen mit dem Ascorecord-Gerät angegeben wurden, soll hier die praktisch erreichte Meßgenauigkeit für die erzeugten "länglichen" Objektabbildungen (vgl. Abb. 19 und 21) dargestellt werden.

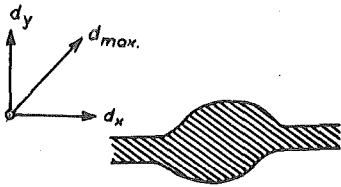


Abb. 21. "Längliche" Abbildung
(Vergr. etwa 200fach)

Tab. 9 enthält die erhaltenen mittleren Meßfehler für eine Einstellung, abgeleitet als Mittel von je 3 Abbildungen mit jeweils 10 Einstellungen (Angaben in μm). Die Größe und Form der Abbildungen ist durch die Durchmesserkomponenten d_x , d_y und d_{max} gekennzeichnet.

Tab. 9. Mittlerer quadratischer Meßfehler für "längliche" Objekte bei einer Einstellung
(in μm)

Objekt			Meßfehler			
d_x	d_y	d_{max}	m_x	m_y	m	$\frac{m_x}{m_y}$
45	50	50	$\pm 0,6$	$\pm 0,8$	$\pm 1,0$	0,8
80	65	80	1,1	0,9	1,4	1,2
80	70	90	1,3	1,1	1,7	1,2
95	110	115	1,2	1,3	1,8	0,9
125	125	130	2,3	1,9	2,9	1,2
180	150	190	2,6	2,2	3,4	1,2
250	220	275	3,9	2,5	4,6	1,6

Aus dieser Tabelle entnimmt man, daß Abbildungen mit $d \approx 0,12 \text{ mm}$ nicht genauer als auf etwa

$$\frac{m}{f} \frac{180^\circ}{\pi} = \pm 0,5$$

ausmeßbar sind. Diese Größe hat in der Praxis naheliegende Konsequenzen sowohl für die Beobachtung (Begrenzung der Belichtungszeiten) als auch für die Auswertung (Auswahl von Anhaltsternen mit $m \geq 7$).

3.3.1.2. Fehler der Kamerakonstanten

Die theoretischen Anforderungen an die Genauigkeit der Kamerakonstanten wurden in Abschnitt 3.1.2.6. dargelegt. - Der Einfluß fehlerhafter Konstanten x_0 , y_0 und α auf die Genauigkeit der Satellitenpositionen wurde an einer praktischen Aufnahme empirisch geprüft, indem diese Aufnahme mit je zwei stark unterschiedlichen Werten für α und das optische Zentrum in 4 Varianten gerechnet und die mittleren Restabweichungen v_m des Systems der Anhaltsterne nach (16) und die zufälligen (m'_k) und systematischen (m''_k) Differenzen der ermittelten Koordinaten des Kontrollsterns einander gegenübergestellt wurden. Hierbei wurde angenommen:

$$\alpha_1 = -0,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = +0,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2},$$

und $x_1^0 = 0,0 \text{ mm}, \quad y_1^0 = 0,0 \text{ mm}$

$$x_2^0 = 8,4 \text{ mm}, \quad y_2^0 = 0,6 \text{ mm}.$$

Die aus jeweils 8 verschiedenen Reduktionen erhaltenen Mittelwerte sind in Tab. 10 zusammengestellt.

Tab. 10. Einfluß fehlerhafter Kamerakonstanten

	V a r i a n t e n			
	α_1, x_1^0, y_1^0	α_2, x_1^0, y_1^0	α_1, x_2^0, y_2^0	α_2, x_2^0, y_2^0
v_m	$\pm 0,93$	$\pm 0,94$	$\pm 0,98$	$\pm 0,91$
m'_k	$\pm 0,6$	$\pm 0,7$	$\pm 0,7$	$\pm 0,7$
m''_k	$\pm 0,4$	$\pm 0,4$	$\pm 0,4$	$\pm 0,4$
m''_k	+ 2,2	+ 2,3	+ 2,0	+ 2,3
m''_k	- 1,7	- 1,7	- 1,6	- 1,6

Bei einer Auswertung der Aufnahmen nach dem affinen Ansatz (16) mit 6 Konstanten zeigte sich, daß Fehler im Verzeichnungskoeffizienten von $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$ und in der Lage des optischen Zentrums von mehreren Millimetern in der Praxis keinen signifikanten Einfluß auf v und m_k hatten. Bei diesem Beispiel blieb der Durchmesser der die Satellitenpositionen umgebenden Anhaltsternfigur kleiner als 2° , was auch der allgemeinen Auswertepaxis der SBG-Aufnahmen am Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW in Potsdam entspricht.

Aus den stellarstatistischen Abschätzungen in Abschnitt 3.1.2.1. folgt, daß bei Verwendung des SAO-Katalogs [16] in dieser Zone im allgemeinen $u = 9$ Anhaltsterne

mit $m < 9$ zur Verfügung stehen, was auch SCHLESINGER [32] zufolge als ausreichend angesehen wird, um bei der Plattenreduktion einen "von Systematik freien Hintergrund" [30] zu erhalten.

3.3.1.3. Nachführfehler

Nachführfehler können u.a. hervorgerufen werden durch

- Unzulänglichkeiten bei der Satellitenbahnapproximation,
- Fehler in der Aufstellung,
- Fehler im Geschwindigkeitsprogramm,
- Ungleichförmigkeiten in der Steuereinrichtung der Kamera für Getriebe und Kassettenbewegung (Lochbandleser, Drehgeber, mechan. Teile usw.),
- ungleichförmige Bewegung des Satelliten in seiner Bahn,
- Luftunruhe, Kameravibration.

Diese Fehler können sich sowohl auf die Qualität der Abbildung als auch auf die Genauigkeit der Lage-Zeit-Zuordnung der einzelnen Satellitenpositionen auswirken.

Bei der in Abschnitt 3.2.3.1. angegebenen Auswertemethode wird der dem Zeitmoment der Satellitenabbildung entsprechende fiktive Sternort zwischen den tatsächlichen Sternabbildungen linear interpoliert (Mittelung von Zeitmomenten und Sternabbildungen). Diese Verfahrensweise setzt voraus, daß die Änderungen der in der Bildebene auftretenden Relativgeschwindigkeiten η - hervorgerufen sowohl vom Satelliten als auch von der Steuereinrichtung - ohne Einfluß bleiben (Punktförmigkeit der Abbildung bleibt erhalten) bzw. daß

$$\eta = \text{const}$$

ist. (Im allgemeinen Falle kann dieser fiktive Fixsternort in Strenge nur bei bekanntem $d\eta/dT$ berechnet werden.)

Genauigkeitsbetrachtungen über die Kleinkreisapproximation wurden bereits in den Abschnitten 2.1.1.6. und 2.1.2.6. ausgeführt. Die Fehler in den Aufstellungskonstanten (Kleinkreisparametern) und in der Nachführgeschwindigkeit sind i.allg. konstant bzw. zeitproportional, so daß durch sie lediglich eine schlechtere Bildqualität (Abweichung der Abbildungen von der Kreisform und Bildung der bereits bekannten "länglichen" Objekte) und damit größere Ausmeßfehler hervorgerufen werden können.

Eine gefährlichere Fehlerquelle können die mechanisch bzw. elektronisch bedingten Unregelmäßigkeiten in der Steuereinrichtung darstellen, weil sie zu unregelmäßigen Än-

derungen in der Relativgeschwindigkeit η zwischen Objekt und Kameraachse führen und damit eine strenge Lage-Zeit-Zuordnung unmöglich machen können. Wie die Untersuchungen zu Abschnitt 3.1.4.2. zeigten, sind größere Abweichungen vom linearen Geschwindigkeitsverlauf der Kassette während einer vorgewählten Belichtungsdauer möglich.

Diese Geschwindigkeitsschwankungen gehen mit ihrem vollen Betrag in die zeitliche Zuordnung der Satellitenpositionen ein. Da diese Fehler überwiegend zufälligen Charakter haben, bilden sie einen integrierenden Bestandteil der über ein Zeitpolynom nach Abschnitt 2.2.4.3. ermittelbaren "inneren" Genauigkeit. Um den Einfluß dieser Nachführfehler auf ein Minimum zu beschränken, wird man in der Praxis stets minimal kurze Belichtungszeiten (s. Abschnitt 3.2.1. und Abb. 10 zum 2. Kapitel) verwenden.

Die Geschwindigkeitsänderungen eines Satelliten auf einer Zenitbahn erhält man nach Differentiation von (45) zum 2. Kapitel. Es ist

$$\ddot{\sigma} = \frac{d\dot{\sigma}}{dt} = \omega^2 (c^2 - 1) \frac{c \sin \omega t}{(1 - 2c \cos \omega t + c^2)^2}.$$

Diese Geschwindigkeitsänderung des Satelliten führt bei konstanter Nachführgeschwindigkeit $\dot{\sigma}$ des Teleskops während der Belichtungszeit \bar{t}_+ zu einer Relativgeschwindigkeit $\eta = \ddot{\sigma} \bar{t}_+$ und damit zu einer Positionsänderung von $\Delta d = \dot{\sigma} \bar{t}_+^2$ der Satellitenabbildung in der Bildebene.

Die während eines Durchgangs bei verschiedenen Belichtungszeiten möglichen Maximalbeträge von Δd sind in Abb. 22 angegeben. Die unterbrochene Linie zeigt, bei welchen Satelliten und bei welchen Belichtungszeiten \bar{t}_+ -Verformungen fehlen und wann bei der Auswertung nach Abschnitt 3.2.3.1. eine lineare Interpolation der Sternpositionen ohne Genauigkeitsverlust möglich ist. Wie man erkennt, kann in der Praxis in fast allen Fällen die Geschwindigkeitsänderung des Satelliten unberücksichtigt bleiben.

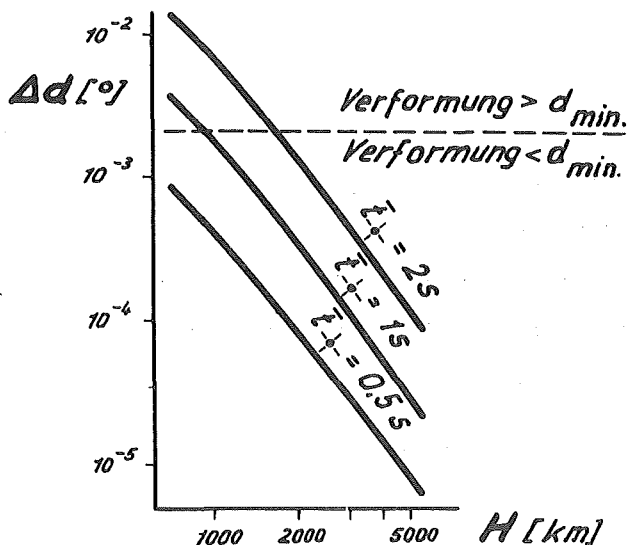


Abb. 22. Maximal mögliche Verformung Δd der Satellitenabbildung in der Bildebene wegen nicht konstanter Winkelgeschwindigkeit

3.3.2. Praktische Genauigkeit der Positionsbestimmung

Zur Charakterisierung der bei der Positionsbestimmung künstlicher Erdsatelliten erreichten Genauigkeit wird in der Praxis eine Reihe verschiedener Methoden angewendet [25]. Genauigkeitskriterien sind u.a.

- a) Restverbesserungen v_m des ausgeglichenen Systems der Anhaltsterne nach (16) und

$$v = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{F} \sqrt{\overline{v_c^2} + \overline{v_g^2}},$$

$$v_m = \frac{[v]}{u},$$

- b) Abweichungen der beobachteten Position eines sog. "Kontrollsterns" von seinem Katalogwert,
- c) Abweichungen der beobachteten Satellitenposition von einer mit dem Ansatz (58) zum 2. Kapitel ausgeglichenen topozentrischen Bahn,
- d) Differenzen zwischen mit mehreren Kameras erhaltenen und mit Hilfe der Formel (14) zum 1. Kapitel aufeinander zentrierten topozentrischen Satellitenpositionen,
- e) Abweichungen der beobachteten Satellitenpositionen von der endgültig berechneten Bahn,
- f) Genauigkeit der aus der Beobachtung berechneten geodätischen Parameter (Stationskoordinaten, Azimute usw.).

Die Kriterien a) bis c) liefern Aussagen über die "innere" Genauigkeit der Beobachtungen.

Während man mit a) und b) lediglich Aussagen über die Positionsgenauigkeit des Beobachtungsgeräts gewinnt, berücksichtigt das Kriterium c) auch die dritte beobachtete Koordinate - den Zeitmoment T - und damit in gewisser Weise auch die gegenseitige Abhängigkeit aller beobachteten Größen.

Da eine umfassende Genauigkeitsanalyse der nach vorstehend beschriebener Beobachtungs- und Auswertemethodik erhaltenen Aufnahmen späteren Untersuchungen vorbehalten bleibt, sollen an dieser Stelle lediglich einige Angaben über die in der Praxis mit der Satellitenkamera SBG erreichte "innere" Genauigkeit der Positionsbestimmungen entsprechend den Kriterien a) bis c) gemacht werden. Für zwei repräsentative Aufnahmen sind zu jeder berechneten Einzelposition in Tab. 12 angegeben:

- mittlere Restabweichungen v_m des Systems der Anhaltsterne,

- (zufällige) Abweichungen der ermittelten Koordinaten des Kontrollsterns vom "beobachteten" Mittelwert

$$m'_{\alpha} \cos \delta = \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{\sum \alpha_{ki}}{\nu} - \alpha_{ki} \right)^2 \right]}{\nu - 1}} \cos \delta_k ,$$

$$m'_{\delta} = \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{\sum \delta_{ki}}{\nu} - \delta_{ki} \right)^2 \right]}{\nu - 1}} ,$$

(systematische) Abweichungen des "beobachteten" Mittelwerts der Koordinaten des Kontrollsterns vom Katalogwert

$$m''_{\alpha} \cos \delta = \left(\frac{\sum \alpha_{ki}}{\nu} - \alpha_k^{\text{Kat.}} \right) \cos \delta_k ,$$

$$m''_{\delta} = \frac{\sum \delta_{ki}}{\nu} - \delta_k^{\text{Kat.}} ,$$

- mittlere Abweichungen vom ausgleichenden Zeitpolynom (58) zum 2. Kapitel

$$m_{\alpha} \cos \delta = (\bar{a}_0 + \bar{a}_1 t_i + \bar{a}_2 t_i^2 + \bar{a}_3 t_i^3 - \alpha_i) \cos \delta_i ,$$

$$m_{\delta} = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 t_i + \bar{b}_2 t_i^2 + \bar{b}_3 t_i^3 - \delta_i$$

mit

$$t_i = T_i^{\text{System}} - \frac{T^{\text{System}}}{\nu} .$$

Die bisher vorliegenden Ergebnisse lassen erkennen, daß mit der Tracking-Kamera SBG bei der Beobachtung passiver Satelliten für eine beobachtete Einzelposition mit mittleren zufälligen Fehlern von etwa $\pm 1,5$ bis $2''$ zu rechnen ist, wobei sich die Fehlerkomponenten M_1 in Richtung der Satellitenbewegung und M_2 senkrecht zur Richtung der Satellitenbewegung nicht signifikant voneinander unterscheiden. Die Fehlerkomponente M_1 ist äquivalent einem Fehler bei der Zeitzuordnung von

$$m_T = \frac{M_1}{3,60} \quad [\text{ms}] .$$

Ein Vergleich der wichtigsten mit dem SBG erhaltenen ersten und aus diesem Grunde als vorläufig anzusehenden Ergebnisse bei der Positionsbestimmung künstlicher Erdsatelliten mit den Ergebnissen anderer Kameras der zweiten Generation (Tab. 13) zeigt, daß mit den am Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW, Potsdam, erarbeiteten und in den Kapiteln 2 und 3 angegebenen Methoden der Bahnverfolgung, der Beobachtung und Auswertung bereits jetzt Resultate erhalten werden, die denen der besten, seit längerem eingesetzten Tracking-Kameras ebenbürtig sind.

Tab. 12. Beispiele für die in der Praxis erreichte Genauigkeit bei der Positionsbestimmung (in 0,1)

Pos. Nr. i	Pag. 003 - D							Pag. 001 - Z						
	v_m	$m'_{\delta} \cos \delta$	m'_{δ}	$m''_{\delta} \cos \delta$	m''_{δ}	$m_{\delta} \cos \delta$	m_{δ}	v_m	$m'_{\delta} \cos \delta$	m'_{δ}	$m''_{\delta} \cos \delta$	m''_{δ}	$m_{\delta} \cos \delta$	m_{δ}
1	+ 07	- 10	+ 06	+ 08	- 08	+ 01	- 01	+ 04	- 03	00	- 19	00	+ 03	+ 04
2	08	- 05	- 02	+ 13	- 16	+ 06	- 02	03	- 07	+ 03	- 23	- 03	- 10	- 06
3	08	+ 02	+ 02	+ 19	- 12	- 05	- 07	07	- 02	+ 02	- 18	- 02	+ 09	+ 04
4	09	+ 02	+ 01	+ 20	- 13	- 07	+ 16	06	- 01	+ 04	- 17	- 04	- 04	- 07
5	10	+ 08	- 02	+ 26	- 13	+ 10	- 04	05	- 04	+ 05	- 20	- 05	+ 16	+ 12
6	12	- 03	- 07	+ 15	- 21	+ 02	+ 04	07	+ 12	00	- 05	00	- 08	- 07
7	12	- 04	- 03	+ 14	- 17	- 08	- 03	07	- 01	- 03	- 17	+ 03	- 21	- 13
8	11	- 10	+ 02	+ 28	- 12	+ 03	- 01	06	+ 03	- 04	- 13	+ 04	+ 22	+ 17
9								07	+ 05	- 04	- 11	+ 04	- 06	- 06
Mittl.	± 10	± 07	± 04	+ 18	- 14	± 07	± 08		± 06	± 03	- 16	00	± 16	± 12
		± 08		± 23		± 11			± 06	± 07	± 16		± 20	
M 1							07							14
M 2							08							12

Tab. 13. Vergleich der wichtigsten Kenngrößen bekannter Satellitenkameras der zweiten Generation

	BAKER-NUNN [33, 34]	AFU-75 [19, 25]	SBG
<u>Passive Satelliten:</u>			
Reichweite	12 ^m	9 ^m	10 ^m
Positions- genauigkeit	$\pm 2 - 4$ "	$\pm 2 - 3$ "	± 2 "
Zeitgenauigkeit	$\pm 0,002$ s	$\pm 0,001$ s	$\pm 0,002$ s
<u>Aktive Satelliten:</u>			
Reichweite	7 ^m	5 ^m	5 ^m
Positions- genauigkeit	± 1 "	± 1 "	± 1 " [1]

Literatur zum Kapitel 3

- [1] MAREK, K.-H. Die Beobachtung aktiver geodätischer Satelliten.
Abschlußber. Zentralinst. Phys. d. Erde, Potsdam 1970
- [2] BECKER, W. Sterne und Sternsysteme.
Leipzig u. Dresden: Steinkopf 1942
- [3] MICHAJLOV, A.A.;u.a. Lehrbuch der Astrophysik und Sternastronomie (russ.),
Bd. 1.
Leningrad 1951
- [4] ... Handbuch der Fototechnik.
Foto-Kino-Verl. 1966
- [5] MAKSUTOV, D.D. Cirkular glavn. astron. Observ.
Akad. Nauk SSSR, Nr. 20, Moskva 1936
- [6] RICHTER, N. Kuppelklima und thermisches Verhalten des 2m-Universal-
Spiegelteleskops Tautenburg.
VEB Zeiss-Jena-Nachr., Jena 2 (1964) 7
- [7] MAREK, G. Die Genauigkeit der Koordinatenmessung mit dem ASCORECORD.
Vermessungstechnik, Berlin 17 (1969) 10
- [8] STEINBACH, M. Einige optische Systeme für die Beobachtung künstlicher
Erdsatelliten.
Jenaer Rdsch., Jena (1963) 6
- [9] STEINBACH, M. Satellitenfernrohr (unveröff.).
Diplomarb. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau, 1960
- [10] MARTYNOV, D.JA. Praktische Astrophysik (russ.).
Moskva:izdat. Nauka 1960
- [11] MICHAJLOV, A.A. Untersuchung kurzbrennweitiger Objektive.
Astron. Ž., Moskau 11 (1934) 1
- [12] STEINBACH, M. Filmtechnische Maßnahmen bei der Fotografie künstlicher
Erdsatelliten.
Wiss. Z. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau 7 (1961)
- [13] LEDERMANN, U. Ermittlung der Registrierverhältnisse der Satellitenka-
mera (unveröff.).
Diplomarb. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau, 1963
- [14] VEIS, G. Optical tracking of artificial satellites.
Space Sci. Rev. 2 (1963)

- [15] ŽONGOLOVIČ, I.D. Projekt eines Weltnetzes der kosmischen Triangulation.
IAG-Symposium Prag, 1964
- [16] ... Smithsonian astrophys. Observ. Star Catalog.
Smithsonian Inst. Washington D.C. 1966
- [17] ... Satellitenbeobachtungsgerät SBG 420/500/760.
VEB Carl Zeiss Jena, Druckschr. Nr. 16 - 173 - 1
- [18] MAREK, K.-H. Bedienungsanleitung für die Potsdamer Satellitenkamera
PSK (unveröff.).
Potsdam 1965
- [19] MAREK, K.-H.; u.a. Instruktion zur Untersuchung von Apparaturen für die
photographische Satellitenbeobachtung.
Kommiss. mult. Zusammenarb. Akad. sozialist. Länder,
Potsdam 1969 und Moskau 1970
- [20] KÖNIG, A. Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen.
Aus: Handbuch der Astrophysik, Bd I, 1, Berlin 1935,
S. 501-543
- [21] SCHOEPS, D. Die Berechnung topozentrischer Satellitenkoordinaten
aus photographischen Aufnahmen.
Arb. geodät. Inst. Potsdam, Nr. 23, Potsdam 1968
- [22] MAREK, K.-H. Über eine Möglichkeit der Spurunterbrechung bei der
Satellitenphotographie (russ.).
Nabl. iskus. sputn. zemli, Nr. 3, Berlin 1965
- [23] ARNOLD, K. Laplace-Azimute zwischen weit entfernten Stationen
aus Satellitenbeobachtungen.
Veröff. geodät. Inst. Potsdam, Nr. 23, Potsdam 1963
- [24] MAREK, K.-H. Technische Anweisung für die Beobachtung passiver
künstlicher Erdsatelliten mit dem SBG.
Abschlußber. Zentralinst. Phys. d. Erde, Potsdam 1970
- [25] KARSKY, G. Die Genauigkeit der Rb-75-Kamera (russ.).
Nabl. iskus. sputn. zemli, Nr. 8, Budapest 1969
- [26] SCHMIDT, B. Ein lichtstarkes komafreies Spiegelsystem.
Mitt. Hamburger Sternwarte - Bergedorf, Hamburg 7 (1932)
- [27] CARATHEODORY, C. Elementare Theorie des Spiegelteleskops von B. Schmidt.
Hamburger math. Einzelschr. Nr. 28, Hamburg 1940

- [28] WEIGERT, A.;
ZIMMERMANN, H. Brockhaus ABC der Astronomie.
Leipzig: Brockhaus 1960
- [29] SCHAUB, W. Vorlesungen über sphärische Astronomie.
Leipzig: Akadem. Verlagsges. 1950
- [30] MEURERS, J. Die Zahl der Anhaltsterne beim Relativanschluß.
Astron. Nachr., Berlin 282 (1955)
- [31] ... Automatische Kamera für Astrogeodäsie.
VEB Carl Zeiss Jena, Druckschr. Nr. 16 - G 173
- [32] KAMP, P. van de Langbrennweitige Astronomie.
Sterne, Leipzig 45 (1969) 11/12
- [33] LUNDQUIST, C.A.;
VEIS, G. Geodetic parameters for a 1966 Smithsonian Institution
Standard Earth.
Smithsonian astrophys. Observ., Spec. Rep. Nr. 200,
Cambridge 1966
- [34] MUELLER, I. Introduction to satellite geodesy.
New York: Ungar. Publ. Co 1964

4. Rückblick

Trotz der in den letzten Jahren sich erfolgreich entwickelnden Technik der unmittelbaren Entfernungsmessung zum Satelliten mittels Laserstrahlung bildet die photographische Positionsbestimmung gegenwärtig noch das Hauptinstrument für die Datengewinnung in der Satellitengeodäsie. Wenn auch zukünftig bei der Positionsbestimmung von Satelliten aus Genauigkeitsgründen die Richtungsmessung gegenüber der Entfernungsmessung an Bedeutung verlieren wird, wird man dennoch bei der räumlichen Orientierung von Satellitentrilaterationen stets auf die Ergebnisse der Positionsbestimmungen zurückgreifen müssen.

Gegenwärtig ist in der internationalen Praxis bei der photographischen Satellitenbeobachtung ein deutlicher Übergang von lichtstarken zu lichtschwachen Beobachtungsobjekten spürbar, und es erscheint für die Zukunft sowohl aus ökonomischen als auch aus fehlertheoretischen Gründen sicher, daß sich diese Tendenz nicht ändern wird.

Zur Beobachtung solcher Objekte bedarf es spezifischer Meßeinrichtungen mit einem Kompensationssystem der topozentrischen Satellitenbewegung in der Bildebene. Solche Einrichtungen werden in der vorliegenden Arbeit als Satellitenbeobachtungsgeräte der zweiten Generation definiert. Eine umfassende Darstellung theoretischer und praktischer Grundlagen zur Beobachtungstechnik mit solchen Geräten ist bisher jedoch nicht bekannt geworden. Die vorliegende Arbeit verfolgte deshalb das Ziel, einen Beitrag zur Entwicklung dieser spezifischen Beobachtungstechnik zu leisten.

Der erste Teil der Arbeit ist Untersuchungen zur topozentrischen Satellitenbewegung in Richtung und Geschwindigkeit und zu ihrer gerätetechnischen Realisierung für das Satellitentracking nach dem Prinzip der Kleinkreisapproximation gewidmet. Zur Vorberechnung des die Satellitenbahn während des Beobachtungsvorgangs approximierenden Kleinkreises und des Geschwindigkeitsverlaufs des Satelliten längs desselben werden Gesetzmäßigkeiten abgeleitet und fehlertheoretisch diskutiert. Es zeigt sich, daß damit eine programmgesteuerte Bahnverfolgung von Satelliten für die Zwecke der photographischen Positionsbestimmung sowie eine Darstellung der Satellitenbewegung in der Bildebene der Aufnahmekamera möglich sind.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die zugehörigen technologischen Grundlagen für das Satellitentracking bei der photographischen Positionsbestimmung am Beispiel des nach dem Prinzip der Kleinkreisapproximation konstruierten und von seiner Konzeption her in der Welt gegenwärtig modernsten Satellitenbeobachtungsgeräts SBG 420/500/760 vom VEB Carl Zeiss Jena entwickelt. Zur Erarbeitung, Erprobung und Beurteilung der

hierzu erforderlichen Beobachtungs- und Auswerteverfahren waren mehrjährige Erprobungsarbeiten und Entwicklungen zu Verfahren für Geräteuntersuchungen an einem ersten Funktionsmuster dieses neuartigen Gerätetyps notwendig, deren Prinzipien und wesentlichste Resultate in der Arbeit mitgeteilt werden. Es zeigte sich, daß nahezu punktförmige und astrometrisch auswertbare Abbildungen von Satelliten mit einer Grenzhelligkeit bis zu 10^m (bei effektiven Belichtungszeiten von nicht mehr als 1 s) erhalten werden können.

Im Rahmen dieser Erprobungsarbeiten am Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW konnte der experimentelle Nachweis erbracht werden, daß die entwickelten Verfahren der Bahnverfolgung mittels Lochstreifensteuerung, der Beobachtung und Auswertung gewährleisten können, die Einzelpositionen der Satelliten (in zufälliger Hinsicht) mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 2''$ in der Lage und $\pm 0,002$ s im zugehörigen Zeitmoment abzuleiten.

3311, 3393