

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR

Forschungsbereich Kosmische Physik

**ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE**

---

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde

Nr. 27

Beiträge zur Untersuchung  
des  
Babelsberger Meridiankreises

von

Joachim Liebert

---

Als Manuskript gedruckt

Potsdam 1973

Von der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen  
des Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden

zur  
Erlangung des akademischen Grades  
Doktor eines Wissenschaftszweiges  
Doktor-Ingenieur  
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Joachim Liebert  
aus Werdau/Sa.

Tag der Einreichung: 16. September 1971

Gutachter: Prof. Dr. phil. habil. H.-U. Sandig  
Prof. Dr.-Ing. H. Peschel  
Dr.-Ing. M. Meinig

Tag der öffentlichen Verteidigung: 30. März 1973

Vorsitzender der Prüfungskommission: Prof. Dr.-Ing. W. Rüger

### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Zusammenhang mit einer Untersuchung des Babelsberger Meridiankreises.

Mein besonderer Dank gebührt Herrn Professor Dr. phil. habil. H. U. SANDIG für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für Hinweise und stets förderndes Interesse. Dem Direktor des vormaligen Geodätischen Instituts, Herrn Professor Dr.-Ing. H. PESCHEL, und dem Direktor des Zentralinstituts für Physik der Erde und Leiter des Bereiches II, Herrn Professor Dr. habil. H. KAUTZLEBEN, danke ich für die Möglichkeit der Durchführung dieser Arbeit.

Bei den Berechnungen wurde ich von Frau I. MEISTER in dankenswerter Weise tatkräftig unterstützt.

J. Liebert



| <u>Inhaltsverzeichnis</u>   | Seite |
|---|-------|
| 1. Einleitung   | 9     |
| 2. Beschreibung des Instruments   | 10    |
| 2.1. Historischer Abriß   | 10    |
| 2.2. Daten und Zustand des Instruments  | 10    |
| 3. Die Untersuchung des Mikrometers   | 13    |
| 3.1. Der fortschreitende Fehler der Rektaszensionsschraube                            | 13    |
| 3.2. Periodische Fehler der Rektaszensionsschraube                                    | 16    |
| 3.3. Periodische Fehler der Deklinationsschraube                                      | 18    |
| 3.4. Prüfung der Abhängigkeit der Mikrometerablesungen von der<br>Schwerkraftrichtung | 19    |
| 3.5. Zusammenfassung  | 21    |
| 4. Prüfung der Libellen   | 22    |
| 5. Die Untersuchung der Zapfen  | 26    |
| 5.1. Allgemeines  | 26    |
| 5.2. Die Meßanordnung   | 26    |
| 5.3. Darstellung der Meßreihen  | 28    |
| 5.4. Berechnung der Zapfenfehler  | 29    |
| 5.4.1. Allgemeines  | 29    |
| 5.4.2. Grundschrwingungen in den Meßwerten  | 36    |
| 5.4.3. Berechnungsergebnisse  | 40    |
| 5.4.4. Einfluß der Zapfenfehler auf die Durchgangsbeobachtungen                       | 45    |
| 5.5. Bemerkungen zur Zapfenuntersuchung   | 50    |
| 6. Untersuchung des Teilkreises   | 54    |
| 6.1. Vorbemerkungen   | 54    |
| 6.2. Erfassung und Genauigkeit der Teilkreisablesungen                                | 54    |
| 6.3. Die Bestimmung einiger ausgewählter Durchmesserkorrekturen                       | 58    |
| 6.3.1. Die BRUNSSche Rosettenmethode  | 58    |
| 6.3.2. Durchführung der Untersuchung  | 60    |
| 6.3.3. Untersuchung der elektrischen Pendellibellen                                   | 61    |
| 6.3.4. Bemerkungen und Ergebnisse zur Kreisuntersuchung nach BRUNS                    | 63    |
| 6.4. Der kurzperiodische Teilungsfehler   | 66    |
| 6.5. Kreisexzentrizität   | 71    |
| 6.6. Kontrollmessung  | 74    |

|  | Seite |
|--|-------|
| 7. Beobachtungen am Meridiankreis                      | 76    |
| 7.1. Durchgangsbeobachtungen                           | 76    |
| 7.1.1. Reduktion der Beobachtungen                     | 78    |
| 7.1.2. Gewichte der Fehlergleichungen                  | 80    |
| 7.1.3. Der Einfluß der Zapfenfehler                    | 81    |
| 7.1.4. Beobachtungsergebnisse                          | 83    |
| 7.2. Deklinationsbeobachtungen                         | 86    |
| 7.2.1. Auswertung der Beobachtungen und Ergebnisse     | 87    |
| 7.3. Die Koordinaten des Meridiankreises               | 93    |
| 7.4. Stabilität von Aufstellung und Instrumentalgrößen | 93    |
| 8. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen               | 96    |
| Literatur  | 98    |

### Zusammenfassung

Zur Prüfung der Leistungsfähigkeit des Meridiankreises von Pistor & Martins (189/2640 mm) werden Zapfen, Teilkreis, Mikrometer und Libellen untersucht und umfangreiche Reihenbeobachtungen von Fundamentalsternen durchgeführt. Die Untersuchung der Zapfen erfolgt mit Fühlhebel und elektrischer Pendellibelle (Talyvel). Die Messung in zwei Positionswinkeln erweist sich als vorteilhaft. Zur Bestimmung der Zapfenfehler wird ein modifiziertes Berechnungsverfahren angewendet, das auf rationellem Wege zu einer strengen Problemlösung führt. Der Teilkreis wird im eingebauten Zustand nach der BRUNSSchen Rosettenmethode unter Verwendung zweier die Hilfswinkel reproduzierender Pendellibellen untersucht. Lang- und kurzperiodische Teilfehler liegen in der Größenordnung von  $\pm 0''4$ ; der mittlere zufällige Teilfehler beträgt  $\pm 0''13$ . Die praktischen Beobachtungsergebnisse stellen das mit photographischer Teilkreis-Registrierung arbeitende Instrument bezüglich des qualitativen Leistungsvermögens in die Reihe der besten Meridiankreise. Aus Nacht-zu-Nacht-Vergleichen ergeben sich die mittleren Fehler der Einzelbeobachtung zu  $m_{\alpha} \cos \delta = \pm 0''013$  und  $m_{\delta} = \pm 0''21$ .

### Summary

For the purpose of testing the efficiency of the Pistor & Martins meridian circle (189/2640 mm), the pivots, the graduated circle, the micrometer and the levels were examined, and an extensive series of observations of fundamental stars were carried out. The investigation of the pivots was accomplished by using a lever-type indicator and an electric pendulum level (Talyvel). It proved advantageous to measure at two position angles. For determining the pivot errors a modified calculation method was used, which provided a strict problem solution in an economical way. The graduated circle was investigated in an assembled condition according to BRUNS's rosette method, using two pendulum levels which reproduced the auxiliary angles. Long- and short-periodic graduation errors are of the  $\pm 0''4$  order of magnitude; the mean accidental error amounted to  $\pm 0''13$ . The results of practical observations show that the instrument, which operates with photographic circle reading, is one of the best meridian circles with respect to its qualitative performance. The standard errors of a single observation are derived from night-to-night comparisons to be  $m_{\alpha} \cos \delta = \pm 0''013$  and  $m_{\delta} = \pm 0''21$ , respectively.

### Résumé

Pour vérifier les performances du cercle méridien de Pistor & Martins (189/2640 mm) on soumet pivots, cercle divisé, micromètre et niveaux à bulle à un examen et procède à des séries étendues d'observations d'étoiles fondamentales. L'examen des pivots se fait à l'aide d'un vérificateur à levier et d'un niveau électrique (Talyvel). Il se montre utile d'effectuer la mesure avec deux angles de position. Pour déterminer l'erreur des pivots on a recours à une méthode de calcul modifiée qui conduit de façon rationnelle à une solution rigoureuse. Le cercle divisé est vérifié en état monté, en utilisant la méthode des rosettes selon BRUNS et deux niveaux reproduisant les angles auxiliaires. Les erreurs de division à période longue et celles à période courte sont de l'ordre de  $\pm 0''4$ ; l'erreur de division aléatoire moyenne est de  $\pm 0''13$ . D'après les résultats des observations pratiques, cet instrument à lecture sur les divisions par photographie se classe parmi les meilleurs

cercles méridiens en ce qui concerne le niveau qualitatif de ses performances. Des comparaisons de nuit en nuit ont permis de déterminer l'erreur moyenne des observations individuelles avec  $m_{\alpha \cos \delta} = \pm 0^s,013$  et  $m_{\delta} = \pm 0''21$ .

#### Резюме

Для проверки точности меридианного круга Пистора и Мартинса /189/2640 мм/ исследуются цапфа, разделенный круг, микрометр и уровни и проводятся подробные серийные наблюдения фундаментальных звезд. Исследование цапф осуществляется с помощью контактного рычага и электрического маятникового уровня /Talyvel/. Измерение в двух позиционных углах оказывается целесообразным. Для определения ошибок цапф применяется модифицированный метод расчета, который рациональным путем приводит к строгому решению проблемы. Разделенный круг исследуется в смонтированном состоянии по методу розеток Брунса при применении двух маятниковых уровней, воспроизводящих вспомогательные углы. Долгопериодические и короткопериодические ошибки делений круга имеют порядком  $\pm 0''4$ ; средние случайные ошибки делений круга составляют  $\pm 0''13$ . Учитывая практические результаты наблюдений, можно данный инструмент, работающий с фотографической регистрацией круга, по качеству отнести к лучшим меридианным кругам. На основе сопоставлений результатов ночных наблюдений получаются средние ошибки одиночного наблюдения  $m_{\alpha \cos \delta} = \pm 0^s,013$  и  $m_{\delta} = \pm 0''21$ .



## 1. Einleitung

Obwohl die Bedeutung der Meridiankreis-Astronomie, gemessen an den modernen progressiven Zweigen der astronomischen Wissenschaft, etwas in den Hintergrund getreten ist, sind spezifische Aufgabengebiete für den Meridiankreis weiterhin aktuell, nicht zuletzt, weil sie z.T. nur mit diesem Instrument, das den Bezug des terrestrischen Horizontsystems zum astronomischen Äquatorialsystem zu reproduzieren vermag, bearbeitet werden können. Dazu gehören die Kontrolle und Verbesserung des Fundamentalsystems, Kontrolle, Erweiterung und Verbesserung des Fundamentalkatalogs und anderer Sternkataloge, die Ableitung von Eigenbewegungen sowie spezielle Programme, die z.T. mit einer der vorgenannten Aufgaben verknüpft sind, wie z.B. die Beobachtung der Sternlisten der PZT-Stationen, der Southern Reference Stars, des Katalogs schwacher Sterne u.a. [47]. Wesentliche Voraussetzung für die erfolgreiche Lösung der Aufgaben ist dabei die Mitarbeit einer größeren Zahl von Instrumenten, um den Einfluß individueller, systematischer Stationsfehler erkennen und vermindern zu können.

Anlaß zu vorliegender Arbeit war die Frage, ob der über einen längeren Zeitraum aus organisatorischen Gründen nicht im Einsatz befindliche Babelsberger Meridiankreis von Pistor & Martins - das einzige derartige Instrument in der DDR - noch modernen Genauigkeitsanforderungen gerecht wird. Die letzten teilbearbeiteten Beobachtungsmaterialien und der schlechte Allgemeinzustand des Instruments hatten an dessen Brauchbarkeit und Leistungsvermögen Zweifel aufkommen lassen.

Nach Übernahme der Betreuung des Instruments durch das Geodätische Institut Potsdam (jetzt Zentralinstitut für Physik der Erde, Bereich Geodäsie und Gravimetrie) wurden vom Bearbeiter im Jahre 1967 die ersten Messungsversuche und Untersuchungen angestellt, die einige instrumentelle Mängel und Unstimmigkeiten reparabler Art offenbarten. Die im weiteren zu machenden Aussagen über das Leistungsvermögen fußen auf Untersuchungen der wesentlichen Elemente des Meridiankreises, wie der Zapfen, des Teilkreises, des Mikrometers und der Libellen, sowie auf Ergebnissen von speziellen Beobachtungsreihen von Fundamentalsterne.

In dieser Arbeit kommen vorwiegend die genannten Untersuchungsabschnitte zur Diskussion, wobei den Untersuchungen der Zapfenfehler in Anbetracht der Problematik ihrer Bestimmung und Bedeutung für systematische Katalogfehler etwas breiterer Raum gegeben wird.

## 2. Beschreibung des Instruments

### 2.1. Historischer Abriss

Der Babelsberger Meridiankreis wurde in den sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts von der mechanisch-optischen Werkstatt Pistor & Martins im Auftrage der Berliner Sternwarte erbaut und im Jahre 1868 auf dem Gelände der alten Sternwarte in Berlin installiert. Seinen heutigen Aufstellungsort erhielt das Instrument im Zuge der Verlegung der Sternwarte nach Babelsberg im Jahre 1913.

Im Laufe der Zeit wurden bzw. mußten wiederholt Überarbeitungen und Veränderungen vorgenommen werden. Im Jahre 1874 wurde das MERZ-Objektiv von H. SCHRÖDER überarbeitet. BAMBERG überholte das Instrument 1884, wobei u.a. neue Zapfen aufgezogen und die Winkel der Lagerflächen und Niveauhaken auf etwa  $69^{\circ}$  gebracht wurden. Bei der Umsetzung 1913 erhielt das Instrument neue Ablesemikroskope von WANSCHAFF sowie neue Zapfen von TÖPFER. 1924 erfolgte eine weitere Überholung des Gerätes, veranlaßt durch starke Änderung der Schraubenfehler der Rektaszensionsschraube. Weitere drei Jahre später, 1927, erhielt das Instrument einen neuen, von der Firma Askania geteilten Kreis.

Hauptaufgaben, die mit Hilfe des Instruments bearbeitet wurden, waren die Beobachtungen im Rahmen der Katalog-Unternehmen der Astronomischen Gesellschaft, sowohl in den ersten Jahren des Betriebes des Instruments (AGK 1) wie auch in den späteren Zeitabschnitten, so von 1927 bis 1935 (AGK 2A) und schließlich 1957 bis 1963 (AGK 3R). Weitere Einsätze waren vornehmlich Beobachtungen von Spezialkatalogen gewidmet.

Für das dritte Zonenunternehmen der Astronomischen Gesellschaft wurde das Instrument wegen geplanter Beteiligung an den Beobachtungen der Referenzsterne (AGK 3R) im Jahre 1956 erneut überholt. Es erhielt einen neuen Teilkreis vom VEB Feinmeß Dresden, auch wurden die Askania-Ablesemikroskope, die 1927 die alten WANSCHAFF'schen ablösten, durch photographische Ableseeinrichtungen ersetzt. (Quellen und weitere Informationen: 607, Tätigkeitsberichte der Sternwarte in 617, Schriftwechsel der Sternwarte)

### 2.2. Daten und Zustand des Instruments

Das Objektiv, ein von MERZ 1868 gelieferter Achromat, hat eine Öffnung von 189 mm bei einer Brennweite von 2640 mm. Das Okularmikrometer besitzt zwei Meßsysteme, ein Registrier-Schraubenmikrometer für Rektaszension und ein Schraubenmikrometer für Deklination. Das erstgenannte System ist mit einem Okularschlitten gekoppelt. Die beiden vorhandenen Okulare (16 mm und 10 mm) gestatten 160- bzw. 260fache Vergrößerung. Die Messingkreise besitzen Außendurchmesser von 994 mm. Einer der beiden Kreise wurde im Jahre 1956 bei VEB Feinmeß Dresden auf der Kreis-Feinteilmaschine TKF 950 S auf eingelegtem und gewalztem Streifen einer Palladium-Silber-Legierung neu geteilt. Die inneren Teilstrichenden definieren einen Kreis von 474 mm Radius; das Teilungsintervall beträgt  $2'$ . Die Bezifferung läuft gegen den Uhrzeigersinn und ist von  $0,5^{\circ}$  zu  $0,5^{\circ}$  durchgeführt. (Die von 1927 stammende Teilung des zweiten Kreises ist heute infolge Korrosion völlig unbrauchbar.) Die Erfassung der Teilkreisstellung erfolgt zur Zeit an zwei orthogonalen Durchmessern mit vier photographischen Ableseeinrichtungen, die an holzverkleideten Messingarmen befestigt sind. Letztere werden in Schwalbenschwanzführungen am Lagerblock, welcher den Pfeiler durchsetzt, an der Pfeilerinnen- und -außenseite gehalten.

Die Kreisteilung wird zunächst über ein Biotar 1:2/35 mm in der Ebene eines als Index dienenden Fadennetzes in etwas verkleinertem Maßstab (0,8 : 1) abgebildet. Kreisbild und Index werden dann von einem Objektiv 1:2/58 mm in eine objektivlose Kamera vom Typ Praktina (mit Magnetauslöser und elektrischem Aufzug) auf ORWO-Dokumentenfilm DK 3/35 mm in ca. 3,2facher Gesamtvergrößerung projiziert. Die optischen Systeme sind an den inneren Trägerarmen befestigt, unabhängig von den objektivlosen Kameras, die sich an den an der Pfeiler- außenseite liegenden Trägerarmen befinden. Auf diese Weise können mögliche Erschütterungen bei der Filmbeschickung der Kameras keine Störung der Konstanz des Äquatorpunktes bewirken. Der Lichtweg vor den Kameras ist durch Velourpapierhülsen geschützt. Die Belichtung von 3 Sekunden Dauer durch zwei 6V/3W-Lampen je Ableseeinrichtung und der Filmtransport geschehen automatisch. Die Auslösung des Vorganges für alle vier Kreisstellen erfolgt durch Knopfdruck.

Die Zapfen des Instruments besitzen Durchmesser von 54,75 mm. Der Lagerabstand beträgt 1000 mm, der Lagerwinkel - im Gegensatz zur heute üblichen Form von  $90^{\circ}$  - etwa  $67^{\circ},5$  (abweichend vom obengenannten Wert von  $69^{\circ}$ ). Als Entlastungseinrichtung dient eine auf die Pfeiler montierte Hebelvorrichtung. Die Umlegung des Instruments ist durch einen auf Schienen einfahrbaren Hebemechanismus mit einem Zeitaufwand von ca. 10 Minuten zu bewerkstelligen. Die Neigungsbestimmung erfolgt mit einem 12 kp schweren Hängeniveau mit zwei Sekundenlibellen (VEB Carl Zeiss Jena). Außerdem ist ein Quecksilberhorizont für Nadirbeobachtungen vorhanden. Die Anlage wird durch zwei kleine Kollimatoren (53/850 mm) ergänzt, die sich auf zwei Pfeilern an der Nord- bzw. Südseite im Inneren des Beobachtungshauses befinden.

Zu Beginn der Untersuchungen waren u.a. folgende Funktionsmängel feststellbar: Die Entlastung des Instruments war zunächst so stark, daß infolge innerer Reibung im Hebelmechanismus bei dem vorhandenen Lagerdruck von 2 bis 3 kp eine sichere Lage der Zapfen nicht gegeben war. Bei vorsichtigem Einlegen konnte leicht erreicht werden, daß ein Zapfen nur eine Lagerflanke berührte. Um hiernach zu erwartenden starken Wälzerscheinungen zu begegnen, wurde der Lagerdruck auf 10 kp erhöht, was einem Druck auf die Lagerflanken von etwa 9 kp entspricht [44]. Wegen starken Ausschliffs der Lagerballen bleibt der Druck auf die Flächeneinheit  $< 2 \text{ kp/mm}^2$ .

Störungen am Hängeniveau erlaubten keine einwandfreie Neigungsbestimmung; Ursachen waren einige behebbare mechanische Mängel. Jedoch muß allgemein die Befestigung der beiden gefaßten Sekundenlibellen in den am Trägerrahmen befindlichen Rohrkörpern als unzureichend angesehen werden. Die Fixierung der Libellen erfolgt nicht durch beidseitige Justierschrauben, sondern einseitig gegen relativ geringen Federdruck, wodurch leicht Veränderungen der Justierung infolge der Unmöglichkeit völlig stoßfreier Handhabung des schweren Niveaus eintreten.

Die Befestigung der photographischen Ableseeinrichtungen in den ringförmigen Schwalbenschwanzführungen des Lagerblocks zeigte infolge ungenauer Passung der Flankenwinkel keine ausreichende Stabilität, wie durch bleibende Veränderungen der Ablesung nach leichtem seitlichem Druck auf die Arme nachweisbar war. Durch entsprechende Bearbeitung in der mechanischen Werkstatt konnte der Effekt zum großen Teil beseitigt werden.

Zur Gewährleistung einer besseren Kontrolle des Äquatorpunktes und Verminderung zufälliger und systematischer Kreis- und Ablesefehler wurden zu Beginn der Untersuchungen die vor-

handenen nur zwei Ablesestellen durch zwei weitere ergänzt, so daß, wie schon beschrieben, zwei orthogonale Durchmesserablesungen registriert werden konnten. Da im derzeitigen Zustand das Beobachten in beiden Instrumentenlagen weitere Installationen und zeitraubende Justierarbeiten erfordert hätte, wurde die Instrumentenuntersuchung nur in e i n e r Achslage durchgeführt.

### 3. Die Untersuchung des Mikrometers

Die Prüfung des Verhaltens der beiden Meßsysteme des Mikrometers geschah durch folgende Untersuchungen:

- Bestimmung des fortschreitenden Fehlers der Rektaszensionsschraube,
- Bestimmung der periodischen Fehler von Rektaszensions- und Deklinationsschraube,
- Erfürung der Definition von Mikrometerschlittenstellung gegenüber der Trommelablesung in Abhängigkeit von der Lage des Mikrometers bezüglich der Schwerkraftrichtung für beide Meßsysteme.

Das Mikrometer wurde am Instrument untersucht, wodurch ein maximaler Aussagewert der Ergebnisse erreicht wird. Zur Untersuchung diente ein kleiner Mikroskopaufbau, bestehend aus einem 100 mm langen Leichtmetalltubus, der, 20 mm unter dem oberen Ende für die Aufnahme des benötigten Vergleichsintervalls (auf Glasstreifen) mit Schlitz versehen, auf das Mikrometerokular ( $f = 10$  mm) aufgeschraubt wurde. Vorteile dieser Meßanordnung sind Einfachheit, Möglichkeit der Untersuchung unter normalen Beobachtungsbedingungen (d.h. vor allem Messung in beliebigen Zenitdistanzen), sehr hohe Meßgenauigkeit wegen anwendbarer starker Vergrößerung (ca. 150fach) und verminderte Anforderung an die Qualität des Vergleichsintervalls, da dieses nur der Lupenvergrößerung des oberen Okulars unterliegt.

#### 3.1. Der fortschreitende Fehler der Rektaszensionsschraube

Die Relativbewegung der dem Okularschlitten aufsitzenden Mikroskopeinrichtung bezüglich des beweglichen Fadens wurde durch Ausklinken des Zwischengetriebes ermöglicht. Sichere Führung des Okularschlittens und Parallelität seiner Bewegung zur Meßschlittenbewegung waren erfüllte Voraussetzungen der Meßmethode.

Der nutzbare Schraubenbereich erstreckt sich über etwa 26 Revolutionen bei einem Schraubenwert von  $3,5 \sqrt{\text{Rev.}}^{-1}$ . Die Meßtrommel besitzt 100 Teile und trägt zehn Kontakte einschließlich einer Nullmarkierung für den Registriervorgang. (Die Winkelgeschwindigkeit der Handräder ist durch ein Getriebe im Verhältnis 1 : 3 gegenüber der Meßspindel herabgesetzt.)

Die angewandte Meßanordnung - das ist ihr einziger Nachteil - erlaubte für die Untersuchung des fortschreitenden Fehlers nur die Wahl des recht kleinen Vergleichsintervalls von einer Revolution. Dies hat bekanntlich ein rasches Absinken der Genauigkeit der Korrekturen nach der Schraubenmitte zur Folge. Bezeichnet  $v_i$  die Verbesserung der Trommelablesung  $s_i$  und  $r$  die Größe des Vergleichsintervalls, so gilt

$$v_i = r - (s_i - s_{i-1}) + v_{i-1}.$$

Liegt der untersuchte Bereich der Schraube zwischen den Ablesungen  $s_0$  und  $s_n$ , so setzt man zur Definition des Schraubenwertes zweckmäßig  $v_0 = v_n = \text{const}$  bzw.  $= 0$ ; dann wird

$$(1) \quad v_i = i \frac{1}{n} \sum_1^n (s_i - s_{i-1}) - \sum_1^i (s_i - s_{i-1})$$

und der mittlere Fehler von  $v_i$ , wenn  $m_s$  den mittleren Fehler eines  $s_i$ -Wertes bezeichnet:

$$(2) \quad m_{v_i} = \pm m_s \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{i(n-i)}{n}} \quad \text{für} \quad 0 \leq i \leq n.$$

Würden zwei beliebige, innerhalb des untersuchten Meßbereichs liegende  $v_i$  gleich Null gesetzt, so wäre ein rasches Anwachsen des mittleren Fehlers nach den Bereichsgrenzen die Folge, was die Definition des Schraubenwertes und seine Bestimmung beeinträchtigte, die am sichersten durch Ausmessen großer Intervalle (Sterndistanzen) erfolgt. Der mittlere Fehler der Korrekturen an den Stellen 0 und  $n$  lautet nämlich, wenn  $v_i = v_j = \text{const} = 0$  gesetzt würde, für  $i + j = n$  und  $0 < i < j < n$ :

$$m_{v_{0,n}} = \pm m_s \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{i \cdot j}{j - i}}.$$

$m_{v_{0,n}}$  ist damit größer als umgekehrt  $m_{v_{i,j}}$  für  $v_0 = v_n = 0$ .

Wichtig erscheint auch die Frage, wie sich die nach (2) berechneten Fehler auf korrigierte Meßergebnisse auswirken. Da stets Differenzen am Mikrometer gemessen werden, ist wegen Abhängigkeit der Korrekturen untereinander mit dem genannten Fehlermaß zunächst keine direkte Aussage gegeben, vielmehr interessiert der mittlere Fehler der Differenz zweier beliebiger Schraubenkorrekturen, etwa  $m_{(v_k - v_i)}$ . Setzt man  $s_i - s_{i-1} = \Delta s_i$ , so wird nach (1)

$$v_k - v_i = (k - i) \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta s_i - \sum_{i+1}^k \Delta s_i,$$

und unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die unabhängigen Messungen erhält man schließlich

$$(3) \quad m_{(v_k - v_i)} = \pm m_s \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{(k-i)(n-k+i)}{n}}$$

für  $0 \leq i < k \leq n$  und  $v_0 = v_n$ . Dieser Ausdruck, der Ähnlichkeit mit (2) besitzt, zeigt, daß  $m_{(v_k - v_i)}$  ein Maximum erreicht, wenn das ausgemessene Intervall  $(k - i) = n/2$  Revolutionen beträgt. Die Lage der Meßstellen innerhalb des Schraubenbereichs ist dabei belanglos, und es gilt  $m_{(v_k - v_i)_{\max}} = m_{v_{\max}}$  oder allgemein

$$(4) \quad m_{(v_k - v_i)} = m_{v_{k-i}} = m_{v_{n-k+i}}.$$

Der mittlere Fehler einer Differenz zweier beliebiger Schraubenkorrekturen überschreitet somit nicht das Maximum der nach (2) zu berechnenden Fehler der Einzelkorrekturen. Für  $(k - i) = 1$  wird  $m_{(v_k - v_i)} \approx m_s \cdot \sqrt{2}$ , während für  $k - i = n$  definitionsgemäß der Fehler verschwindet. Diese Eigenschaft sollte bei Schraubenwertbestimmungen u.U. Beachtung finden.

Der hier untersuchte Schraubenbereich erstreckte sich von  $7^R$  bis  $33^R$ , wobei die zur Mitte symmetrischen Ablesungen  $8^R$  und  $32^R$  als fehlerfrei eingeführt wurden. Die gemessenen Intervalle  $s_i - s_{i-1}$  sind in Abb. 1 als Funktion von  $s_i$  dargestellt. In Tab. 1 sind die ermittelten fortschreitenden

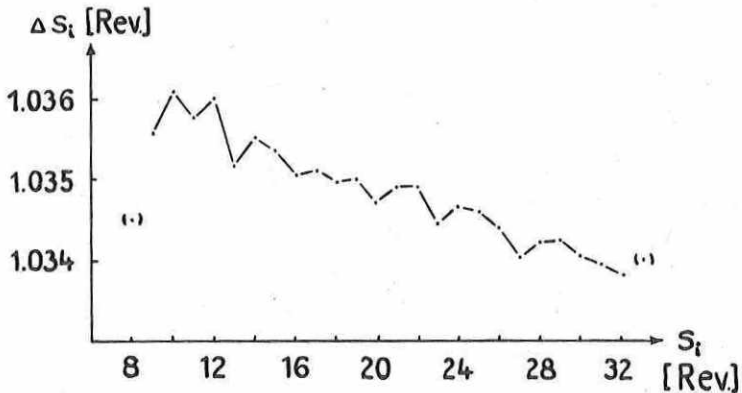


Abb. 1. Änderung der gemessenen Intervallgröße infolge fortschreitender Fehler der  $\alpha$ -Schraube

Tab. 1. Korrekturen wegen fortschreitender Fehler der  $\alpha$ -Schraube in  $\sqrt{0,001}$

| Trommel<br>$s_i$ $\sqrt{\text{Rev.}}$ | Korrekturen $v_i$ |                    | Mittlere<br>Fehler | Ausgegliche-<br>chene Kor-<br>rektur<br>+6,3 | Korrekturen<br>DICK 1927 |
|---------------------------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--|--------------------------|
|                                       | direkte           | ausgegli-<br>chene |                    |  |                          |
| 7                                     | -0,35             | +1,09              | +0,19              | (+7,4)                                       | +7,8                     |
| 8                                     | +0,00             | +0,00              | 0                  | 6,3  | 6,6                      |
| 9                                     | -0,72             | -1,00              | 0,18               | 5,3  | 5,6                      |
| 10                                    | -1,94             | -1,92              | 0,25               | 4,4  | 4,6                      |
| 11                                    | -2,83             | -2,74              | 0,30               | 3,5  | 3,8                      |
| 12                                    | -3,97             | -3,48              | 0,34               | 2,8  | 3,0                      |
| 13                                    | -4,27             | -4,14              | 0,37               | 2,1  | 2,3                      |
| 14                                    | -4,94             | -4,70              | 0,39               | 1,6  | 1,8                      |
| 15                                    | -5,44             | -5,18              | 0,41               | 1,1  | 1,3                      |
| 16                                    | -5,64             | -5,57              | 0,43               | 0,7  | 0,9                      |
| 17                                    | -5,90             | -5,88              | 0,44               | 0,4  | 0,6                      |
| 18                                    | -6,00             | -6,09              | 0,45               | 0,2  | 0,4                      |
| 19                                    | -6,15             | -6,23              | 0,45               | 0,0  | 0,1                      |
| 20                                    | -6,01             | -6,27              | 0,45               | 0,0  | 0,0                      |
| 21                                    | -6,05             | -6,23              | 0,45               | 0,0  | 0,2                      |
| 22                                    | -6,09             | -6,09              | 0,45               | 0,2  | 0,3                      |
| 23                                    | -5,69             | -5,88              | 0,44               | 0,4  | 0,6                      |
| 24                                    | -5,50             | -5,57              | 0,43               | 0,7  | 0,9                      |
| 25                                    | -5,25             | -5,18              | 0,41               | 1,1  | 1,3                      |
| 26                                    | -4,80             | -4,70              | 0,39               | 1,6  | 1,9                      |
| 27                                    | -3,98             | -4,14              | 0,37               | 2,1  | 2,6                      |
| 28                                    | -3,34             | -3,48              | 0,34               | 2,8  | 3,2                      |
| 29                                    | -2,73             | -2,74              | 0,30               | 3,5  | 4,0                      |
| 30                                    | -1,95             | -1,92              | 0,25               | 4,4  | 4,8                      |
| 31                                    | -1,04             | -1,00              | 0,18               | 5,3  | 5,6                      |
| 32                                    | +0,00             | +0,00              | 0                  | 6,3  | 6,6                      |
| 33                                    | +0,85             | +1,09              | 0,19               | 7,4  | 7,7                      |

Fehler in Abhängigkeit von der Schraubenstellung angegeben. Die zweite Spalte gibt die nach (1) berechneten, die dritte Spalte die ausgeglichenen, durch Integration der als linear angesehenen Ganghöhenänderung gewonnenen Korrekturen und die vierte Spalte die nach (2) berechneten mittleren Fehler, wobei der aus der Ausgleichung hervorgegangene Wert von  $m_s \sqrt{2} = \pm 18 \cdot 10^{-5} \sqrt{\text{Rev.}}$  zugrunde liegt. Die vorletzte Spalte gibt zum praktischen Gebrauch die um  $6,3 \cdot 10^{-3} \sqrt{\text{Rev.}}$  vermehrten Korrekturen. Zum Vergleich sind schließlich in der letzten Spalte Werte angeführt, die aus Untersuchungen von DICK [13] aus dem Jahre 1927 abge-

leitet wurden. Die Übereinstimmung der Untersuchungsergebnisse, deren Epochendifferenz vierzig Jahre beträgt, ist überraschend und deutet auf hohe Qualität der Meßschraube. Die geringe systematische Abweichung von  $0,0005/12^R$  ist als zufällig anzusehen und bedeutungslos.

### 3.2. Periodische Fehler der Rektaszensionsschraube

Zur Erfassung systematischer Unterschiede fanden die Messungen in zwei Mikrometerpositionen, bei Fernrohrstellung in  $70^\circ$  nördlicher und  $70^\circ$  südlicher Zenitdistanz, statt. Zudem wurde die Spindel am Anfang und Ende sowie in der Mitte des Meßbereichs jeweils über eine Revolution in  $0,1^R$ -Schritten untersucht. Die Annahme einer Grund- und einer ersten Oberschwingung verlangte die Ausmessung eines Hilfsintervalls von etwa  $0,51$ , wenn der mittlere Fehler  $m_\varphi$  der Verbesserungsfunktion

$$\varphi(s) = \alpha_1 \sin s + \beta_1 \cos s + \alpha_2 \sin 2s + \beta_2 \cos 2s$$

zum Minimum werden soll.

Die Abb. 2a - c zeigen die Meßergebnisse, die Größe des gemessenen Hilfsintervalls  $s' - s$  als Funktion von  $s$ . Der Verlauf darf sowohl in beiden Fernrohrpositionen wie auch über den gesamten Schraubenbereich als gleich angenommen werden, weshalb alle Messungen zu einem Gesamtmittel zusammengefaßt wurden, dessen Analyse die folgende Funktion und die mittleren Fehler ergab:

$$\varphi(s) = (56 \sin s + 77 \cos s + 22 \sin 2s - 39 \cos 2s) \cdot 10^{-5} \sqrt{\text{Rev.}} \cdot 7.$$

$$\begin{array}{cccc} \pm 5 & \pm 5 & \pm 5 & \pm 5 \end{array}$$

Die wegen periodischer Fehler korrigierte Trommelablesung lautet  $s + \varphi(s)$ . In Tab. 2 sind die Korrekturen  $\varphi(s)$  in Tausendstel-Revolutionen gegeben; den Verlauf der Funktion  $\varphi(s)$  zeigt Abb. 3.

Tab. 2. Korrekturen  $\varphi(s)$  wegen periodischer Fehler der  $\alpha$ -Schraube in  $\sqrt{0,0017}$

| Trommel<br>in $0,01^R$ | $\varphi(s)$ | Trommel<br>in $0,01^R$ | $\varphi(s)$ |
|------------------------|--------------|------------------------|--------------|
| 00                     | +0,4         | 50                     | -1,2         |
| 05                     | +0,7         | 55                     | -1,1         |
| 10                     | +1,0         | 60                     | -0,9         |
| 15                     | +1,2         | 65                     | -0,6         |
| 20                     | +1,2         | 70                     | -0,3         |
| 25                     | +1,0         | 75                     | -0,2         |
| 30                     | +0,5         | 80                     | -0,1         |
| 35                     | -0,1         | 85                     | -0,1         |
| 40                     | -0,6         | 90                     | +0,0         |
| 45                     | -1,0         | 95                     | +0,1         |

(mittlerer Fehler einer Korrektur  $< 0,1$ )



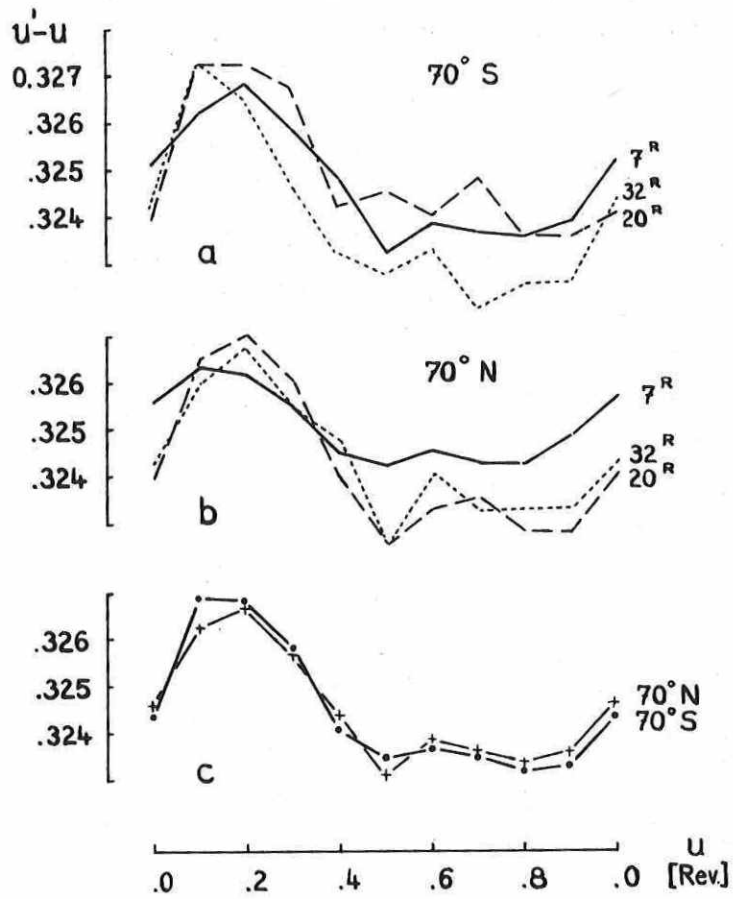


Abb. 2. Variation der Intervallgröße ( $s' - s$ ) infolge periodischen Fehlers der  $\alpha$ -Schraube. Meßreihen in  $70^\circ$  südl. Zenitdistanz (a), in  $70^\circ$  nördl. Zenitdistanz (b) und gemittelt (c)

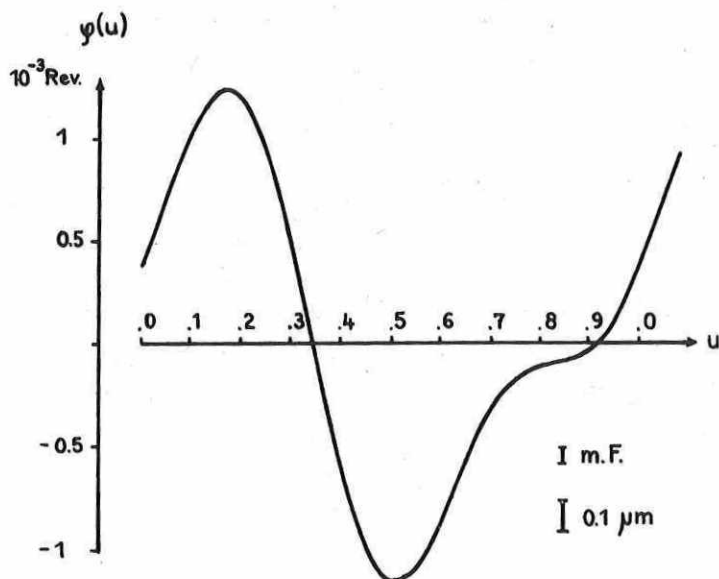


Abb. 3. Periodischer Fehler der  $\alpha$ -Schraube

### 3.3. Periodische Fehler der Deklinationsschraube

Die Deklinationsschraube mit einem Revolutionswert von  $36'' \sqrt{\text{Rev.}}^{-1}$  wird fast ausschließlich nur in den Bereichen  $< 1$  Rev. benötigt, weshalb nur periodische Fehler bedeutungsvoll werden können. Die entsprechenden Untersuchungen hierzu waren ohne Okularschlitten etwas erschwert, da das Hilfsintervall im Mikroskop in annähernd äquidistanten Schritten bewegt werden mußte. Fehlereinflüsse durch einen eventuellen Verzeichnungseffekt in der Bildebene wurden durch Messungen in drei Gesichtsfeldbereichen, was durch drei bewegliche Fäden ermöglicht war, unter Kontrolle gebracht. Die Meßreihen zeigten jedoch keine merkba- ren Störungen wegen Verzeichnung. Die Messungen erfolgten wiederum in zwei verschiedenen Fernrohrpositionen. In der Abb. 4 sind die jeweils in einem Messungsgang mit den drei be- nutzten beweglichen Fäden gewonnenen Größen des Vergleichsintervalls in den Fernrohrzenit- distanzen  $70^\circ$  Süd und  $70^\circ$  Nord gegeben. Die in beiden Positionen erhaltenen mittleren Wer- te zeigen ähnlichen Verlauf und deuten auf einen nur sehr kleinen periodischen Fehler (Abb. 4c). Die Analyse ergibt für das Mittel der Messungen die Funktion (Abb. 5):

$$\varphi(s) = \left( \begin{array}{cccc} -15 \sin s & + 8 \cos s & + 1 \sin 2s & - 5 \cos 2s \end{array} \right) \cdot 10^{-5} \sqrt{\text{Rev.}}.$$

$$\begin{array}{cccc} \pm 3 & \pm 3 & \pm 3 & \pm 3 \end{array}$$

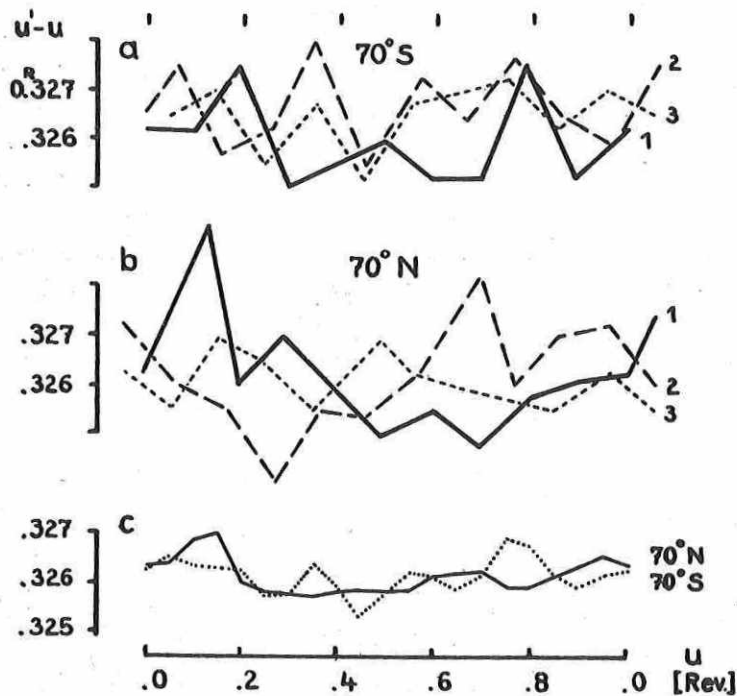


Abb. 4. Variation der Intervallgröße ( $s' - s$ ) infolge periodischen Fehlers der  $f$ -Schraube. Meßreihen in  $70^\circ$  südl. Zenitdistanz (a), in  $70^\circ$  nördl. Zenitdistanz (b) und Mittel der Einzelmeßreihen (c)

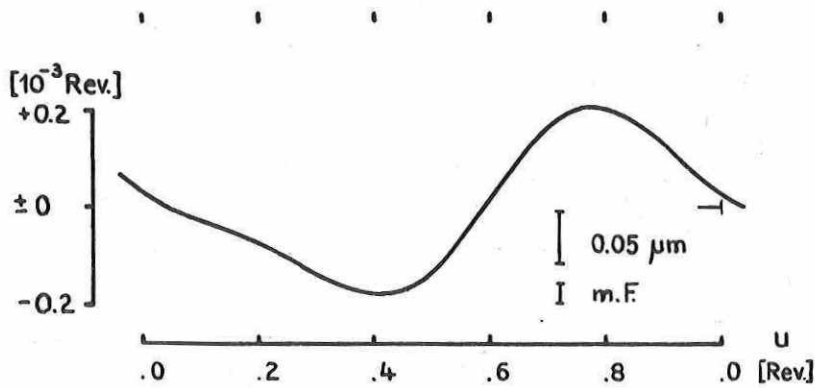


Abb. 5. Periodischer Fehler,  $\delta$ -Schraube

Die korrigierte Trommelablesung lautet  $s + \varphi(s)$ . Die Korrekturen bleiben unter  $0,01$ , so daß sich im allgemeinen eine Berücksichtigung erübrigt.

#### 3.4. Prüfung der Abhängigkeit der Mikrometerablesungen von der Schwerkraftrichtung

Die Homogenität von Beobachtungen in verschiedenen Zenitdistanzen wird u.a. von positionsabhängigen Veränderungen - in der Hauptsache durch Biegungserscheinungen - der mechanischen Teile des Instruments gestört. Von einem ähnlichen Effekt wird vorwiegend das Declinationsmeßsystem des Mikrometers betroffen, indem das Schraubenmuttereschloß durch eine variable, von der Zielrichtung abhängige Kraft gegen die Spindelflanken gedrückt wird, d.h., die durch Federspannung gegebene mittlere Kraft wird in den Grenzen Federkraft plus bzw. minus Schlittengewicht variiert.

Zur Prüfung dieses Effekts, dem grundsätzlich jedes Schraubenmikrometer bei Verwendung in verschiedenen Positionen unterliegt, wurden Koinzidenzen des beweglichen Doppelfadens des  $\delta$ -Mikrometers mit dem horizontalen festen Faden in Abhängigkeit von der Zenitdistanz von  $10^\circ$  zu  $10^\circ$  vorgenommen. Um Unstetigkeitsstellen besser eingrenzen zu können, wurden zwei Meßreihen mit entgegengesetztem Drehsinn des Instruments durchgeführt. Die Koinzidenzen erfolgten in der Nähe des rechten und des linken Gesichtsfeldrandes, um außerdem mögliche Verkantungen des Schlittens nachweisen zu können.

Die in Abb. 6a und 6b dargestellten Messungen zeigen, daß die Ablesungen am  $\delta$ -Mikrometer tatsächlich einer starken Variation, abhängig von der Instrumentenposition, unterliegen und eine Abhängigkeit der Phase vom Drehsinn nachweisbar ist und daß ferner eine leichte Verkantung des Schlittens stattfindet, indem seine der Rektaszensionstrommel zugewandte Seite eine größere Verschiebung erfährt. Die Abb. 6c zeigt Hin- und Rückmessung in einer Darstellung vereinigt, die sich nunmehr auf die Gesichtsfeldmitte bezieht. Erwartungsgemäß treten die extremen Nullpunktänderungen etwa bei horizontaler Zielung auf. Die Amplitude von  $\pm 0,45$  erfordert ebenso wie die Abhängigkeit der Phase vom Bewegungssinn des Instruments unbedingt Beachtung. Der normalerweise häufige Wechsel des Drehsinns im praktischen Beobach-

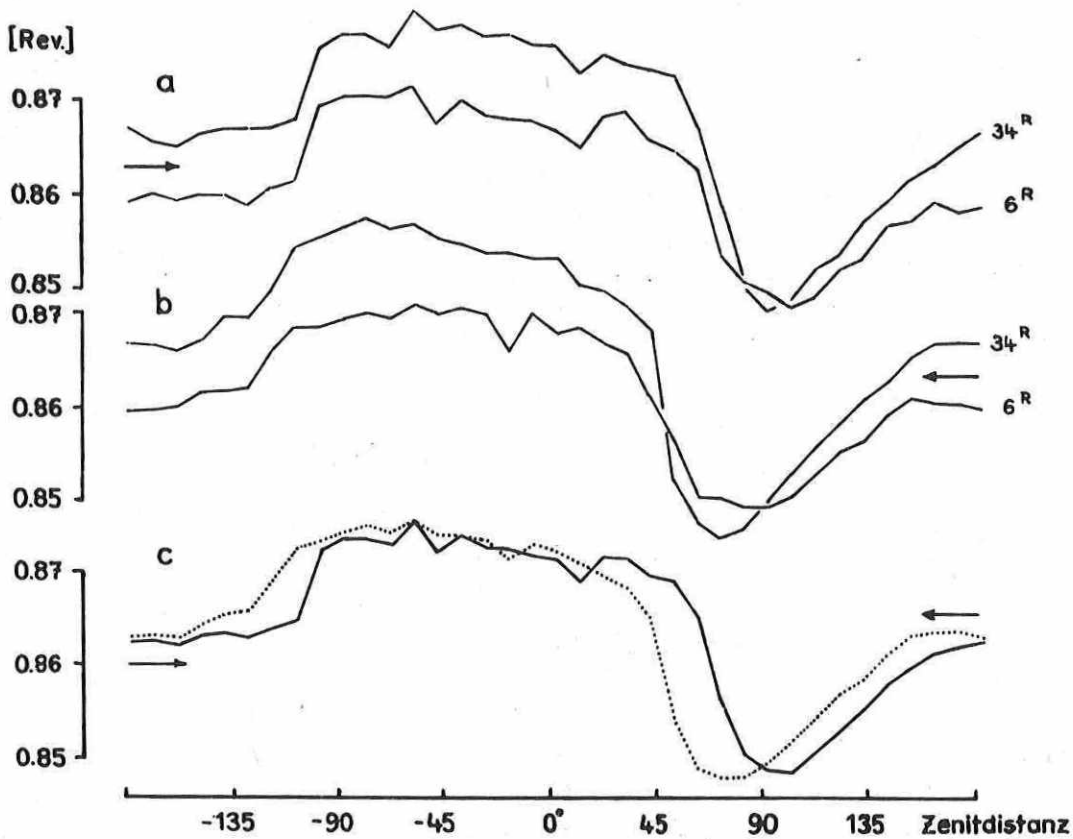


Abb. 6. Änderungen der Mikrometerdefinition ( $\delta$ -Meßsystem) in Abhängigkeit von der Instrumentenposition (Zenitdistanz). Messungen im Hingang (a) und Rückgang (b) in den Gesichtsfeldgebieten bei  $6^R$  und  $34^R$  ( $\alpha$ -Trommel) und bezogen auf die Gesichtsfeldmitte (c)

tungsbetrieb dürfte aber die Brauchbarkeit vorliegender Kurven für sichere Korrektionsangaben zweifelhaft werden lassen. Vielmehr sollte in jeder momentanen Meßposition eine Kontrollkoinzidenz des beweglichen mit dem festen Horizontalfaden ausgeführt werden. Im Bereich von  $90^\circ$  Nord bis  $20^\circ$  Süd (Klemme Ost) genügen sporadische Anschlüsse. Die später ausgeführten praktischen Beobachtungsreihen (siehe Abschnitt 7.2.1.) bestätigen weitgehend die Reproduzierbarkeit des dargestellten Nullpunktganges im normalen Beobachtungsbetrieb, wobei jedoch die ausgeprägte Unstetigkeitsstelle sich erst in Zenitdistanzen über  $60^\circ$  Süd (Klemme Ost) bemerkbar machte, ein Umstand, der vermutlich auf erhöhte Viskosität des Ölfilms infolge der um etwa  $10^\circ$  niedrigeren Temperatur während der Beobachtungen zurückzuführen ist.

Eine im Zusammenhang mit den Beobachtungen von KÜSTNER-Reihen (Kap. 7) durchgeführte Prüfung der Definitionssicherheit der Rektaszensionsschraube in verschiedenen Zenitdistanzen offenbarte ebenfalls eine zwar geringe, aber unerwartete Positionsabhängigkeit. In Abb. 7 sind die Ergebnisse einiger Messungen wiedergegeben. Der Effekt erreicht die Größen-

ordnung von 10 ms und muß in Zenitdistanzen über  $50^\circ$  gegebenenfalls berücksichtigt werden.

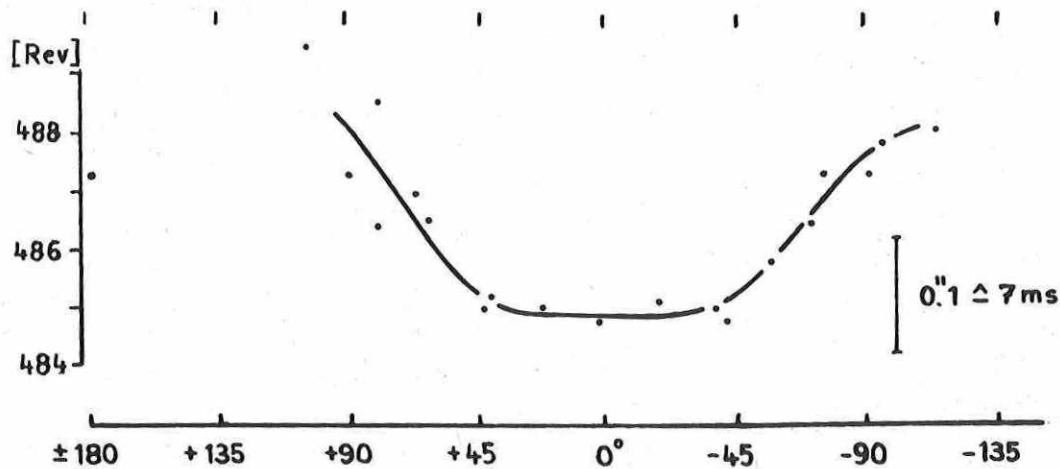


Abb. 7. Änderung der Mikrometerdefinition ( $\alpha$ -Meßsystem) in Abhängigkeit von der Instrumentenposition (Zenitdistanz)

### 3.5. Zusammenfassung

Die Mikrometeruntersuchung zeigt, daß beide Meßsysteme in einem meßtechnisch brauchbaren Zustand sind. Die Schraubenfehler erreichen keine extremen Werte und sind reproduzierbar, wie die wiederholten Meßreihen zeigen. Auch die Abhängigkeit der Definition des Mikrometers von der Position bezüglich der Schwerkraft ist erfaßbar und kann im Einzelfall bestimmt werden. Der große Effekt am Deklinationsmikrometer läßt sich zudem wahrscheinlich durch Erhöhung der Federspannung wesentlich vermindern. Die im Zusammenhang mit der Nullpunktinstabilität eintretende Verkantung des Fadenträgerrahmens des  $\delta$ -Mikrometers ist nur in Ausnahmefällen bei zur Gesichtsfeldmitte asymmetrischen Beobachtungen nach Erfordernis zu berücksichtigen. Einige Bemerkungen, die den toten Gang der Meßschrauben betreffen, folgen später in Abschnitt 7.1.1.

Die angewandte Prüfmethode mit Hilfe eines Mikroskopaufsatzes erwies sich als sehr effektiv durch die Möglichkeit der Beschränkung der Zahl der Meßreihen auf ein Minimum. Im vorliegenden Falle ergab sich der mittlere Fehler einer Fadeneinstellung zwischen die Doppelstriche der Vergleichsintervalle (einschließlich Trommelablesefehler und statistischer Schwankungen des toten Ganges) zu etwa  $\pm 0,3 \mu\text{m}$ .

#### 4. Prüfung der Libellen

Die Untersuchung der beiden Sekundenlibellen des Hängeniveaus erfolgte auf dem Libellenprüfer Nr. 38416 (VEB Freiburger Präzisionsmechanik) unter konstanten Temperaturbedingungen bei  $t = 20^\circ\text{C}$ . Die mit Kammer versehenen und einen Bereich von 60 pars umfassenden Libellen wurden in ausgebautem Zustand, jedoch in der Fassung verbleibend, gleichzeitig untersucht. Die Paralleluntersuchung erlaubt eine statistische Kontrolle des Verhaltens des Prüfgerätes während der Messungen. - Um einen breiteren Überblick zum Verhalten der Libellen zu gewinnen, wurden Blasenlängen sowie Schrittweite und -art der Neigungsänderungen variiert. Es wurden Reihen im Hin- und Rückgang gemessen, wobei die Neigung des Prüfers Schritt für Schritt um  $1''$  bzw.  $0,25''$  - letzterer zur Feststellung der Größenordnung differentieller Schlifffehler - geändert wurde. Solcherart gemessene Reihen können u.U. durch zeitlich abhängige systematische Einflüsse, wie z.B. kleine Temperaturänderungen, verfälschte mittlere pars-Werte ergeben, weil die mit größtem Gewicht in die Berechnung eingehenden Meßdaten zeitlich am weitesten auseinander liegen. Diesen Einfluß auszuschalten und eine bessere Durchmischung der Libellenflüssigkeit herbeizuführen, dienten Messungen mit Neigungsverstellungen in der Reihenfolge der Trommeleinstellung  $m, n, m + 1, n - 1, \dots$  ( $m, n$  bezeichnen die beiden extremen Blasenstellungen) unter Beibehaltung eines einheitlichen Drehsinns der Meßschraube bei der Feineinstellung.

Die Bestimmung der pars-Werte erfolgte durch lineare Regression. Aus den verbleibenden Restabweichungen wurde der mittlere Krümmungsfehler in Anlehnung an die Definition von BREIN  $\sqrt[8]{7}$  berechnet:

$$(5) m_k = \sqrt{2 \frac{\sqrt{v} \sqrt{7}}{n - 2}}$$

Dies ist der bei einer Neigungsdifferenzmessung zu erwartende mittlere Fehler. (BREIN  $\sqrt[8]{7}$  hat in seiner Formel den Nenner  $(n - 1)$  eingeführt.) - Eine Zusammenstellung der Prüfungsergebnisse bringt Tab. 3. Die angegebenen berechneten pars-Werte (Spalte 6) sind für praktischen Gebrauch nur bedingt brauchbar, da sie von Meßbereich und Blasenlänge abhängig sind. Es empfiehlt sich deshalb die Darstellung der Messungen in Form sogenannter reduzierter Summenlinien (Eichkurven)  $\sqrt[27]{527}$ .

Die Messungen werden mit einem runden pars-Wert  $p_0$  reduziert und die Restabweichungen mit der mittleren Blasenstellung als Argument für verschiedene Blasenlängen dargestellt, wobei die Abstände der Kurven in der Ordinate proportional der jeweiligen Blasenlänge gewählt werden; der Ordinatenmaßstab für die Restabweichungen wird zweckmäßig vergrößert (hier um den Faktor 6). In Abb. 8a und 8b sind die reduzierten Eichkurven beider Libellen für die untersuchten Blasenlängen einschließlich jeweils dreier interpolierter Eichkurven angegeben. Die Darstellung erlaubt für beliebige Blasenlängen und Bereiche sofort die Angabe des wahrscheinlichen pars-Wertes. Man addiert die entsprechend den gegebenen Parametern (Blasenlänge und Bereich) bestimmte mittlere Steigung des Kurvengebietes zum angenommenen pars-Wert. So erhält man beispielsweise im Meßbereich 28 bis 34 pars der Libelle 293 bei einer Blasenlänge von 33 pars einen Wert von  $1,04 \text{ pars}^{-1}$ , im deutlichen Widerspruch zu der berechneten Angabe von  $1,10 \text{ pars}^{-1}$  laut Tab. 3.

Die Krümmungsfehler wurden einmal aus den vollständigen Reihen bestimmt ( $m_{k1}$ , Tab. 3, Spalten 7) und getrennt für Hin- und Rückgang ( $m_{k2}$ , Spalten 8). Die Spalten 9 geben den aus

Tab. 3. Ergebnisse der Libellenuntersuchung

Libelle CZ 185

| 1      | 2 | 3    | 4  | 5  | 6     | 7      | 8      |        | 9      | 10     | 11       |
|--------|---|------|----|----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1      | k | 1"   | 19 | 32 | 0,952 | +0,157 | +0,182 | +0,166 | +0,071 | +0,083 | gut      |
| 2      | s | 1    | 18 | 32 | 953   | 178    | 227    | 167    | 081    | 088    | genügend |
| 3      | s | 1    | 21 | 24 | 951   | 105    | 187    | 208    | 159    | 061    | gut      |
| 4      | k | 0,25 | 37 | 23 | 966   | (176)  | (168)  | (303)  | 166    | 092    | genügend |
| 5      | k | 0,25 | 31 | 38 | 948   | (107)  | (170)  | (098)  | 081    | 061    | gut      |
| 6      | s | 1    | 15 | 39 | 955   | 090    | 130    | 098    | 067    | 049    | sehr gut |
| 7      | k | 1    | 21 | 38 | 987   | 128    | 170    | 145    | 090    | 071    | gut      |
| 8      | s | 1    | 20 | 37 | 971   | 118    | 159    | 134    | 074    | 066    | gut      |
| 9      | s | 1    | 19 | 39 | 959   | 118    | 178    | 107    | 072    | 061    | gut      |
| Mittel | - | -    | -  | 34 | 960   | 131    | 166    |        | 096    | 070    | gut      |

Libelle CZ 293

| 1      | 2 | 3    | 4  | 5  | 6     | 7      | 8      |        | 9      | 10     | 11       |
|--------|---|------|----|----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1      | k | 1"   | 19 | 33 | 1,097 | +0,194 | +0,204 | +0,197 | +0,072 | +0,118 | schlecht |
| 2      | s | 1    | 18 | 33 | 1,100 | 141    | 144    | 175    | 077    | 081    | gut      |
| 3      | s | 1    | 21 | 24 | 1,105 | 232    | 229    | 248    | 052    | 125    | schlecht |
| 4      | k | 0,25 | 37 | 24 | 1,192 | (112)  | (127)  | (164)  | (092)  | 066    | gut      |
| 5      | k | 0,25 | 31 | 39 | 1,080 | (096)  | (125)  | (102)  | 049    | 043    | sehr gut |
| 6      | s | 1    | 15 | 40 | 1,081 | 100    | 128    | 099    | 049    | 050    | sehr gut |
| 7      | k | 1    | 21 | 39 | 1,098 | 143    | 183    | 144    | 076    | 074    | gut      |
| 8      | s | 1    | 20 | 38 | 1,086 | 122    | 139    | 128    | 072    | 062    | gut      |
| 9      | s | 1    | 19 | 40 | 1,082 | 136    | 149    | 158    | 064    | 064    | gut      |
| Mittel | - | -    | -  | 34 | 1,102 | 142    | 158    |        | 067    | 076    | gut      |

- Spalte 1: Lfd. Nr. der MeBreihen (Hin- und Rückgang)
- 2: Art der Neigungsänderung: k (schrittweise stetig)  
s (sprungweise)
- 3: Argumentschritt
- 4: Anzahl von "3"
- 5: Blasenlänge in pars
- 6: pars-Wert
- 7: Krümmungsfehler  $m_{k1}$
- 8: desgl. getrennt für Hin- und Rückgang  $m_{k2}$
- 9: zufälliger Ablese- und Einspielfehler  $m_E$
- 10: durchschnittlicher Fehler einer Doppelmessung
- 11: Bewertung nach WANACH 507

den Differenzen der Restabweichungen, Hingang minus Rückgang, berechneten zufälligen Einspielfehler  $m_E$ , der den zufälligen Ablesefehler einschließt. Diese Fehlerangaben liefern die Möglichkeit, vom Fehler  $m_k$  den zufälligen Einspielfehler (+ Ablesefehler) zu trennen und den "wahren" Krümmungsfehler  $m_{\chi}$  zu bestimmen. Es gilt für die vollständige MeBreihe:

$$\frac{m_{\chi}^2}{2} + \frac{m_E^2}{2} = \frac{m_{k1}^2}{2}$$

und für Hin- bzw. Rückgang

$$\frac{m_{\chi}^2}{2} + \frac{m_E^2}{2} = \frac{m_{k2}^2}{2}$$

Setzt man die entsprechenden Mittelwerte der Spalten 7 und 8 ein, erhält man

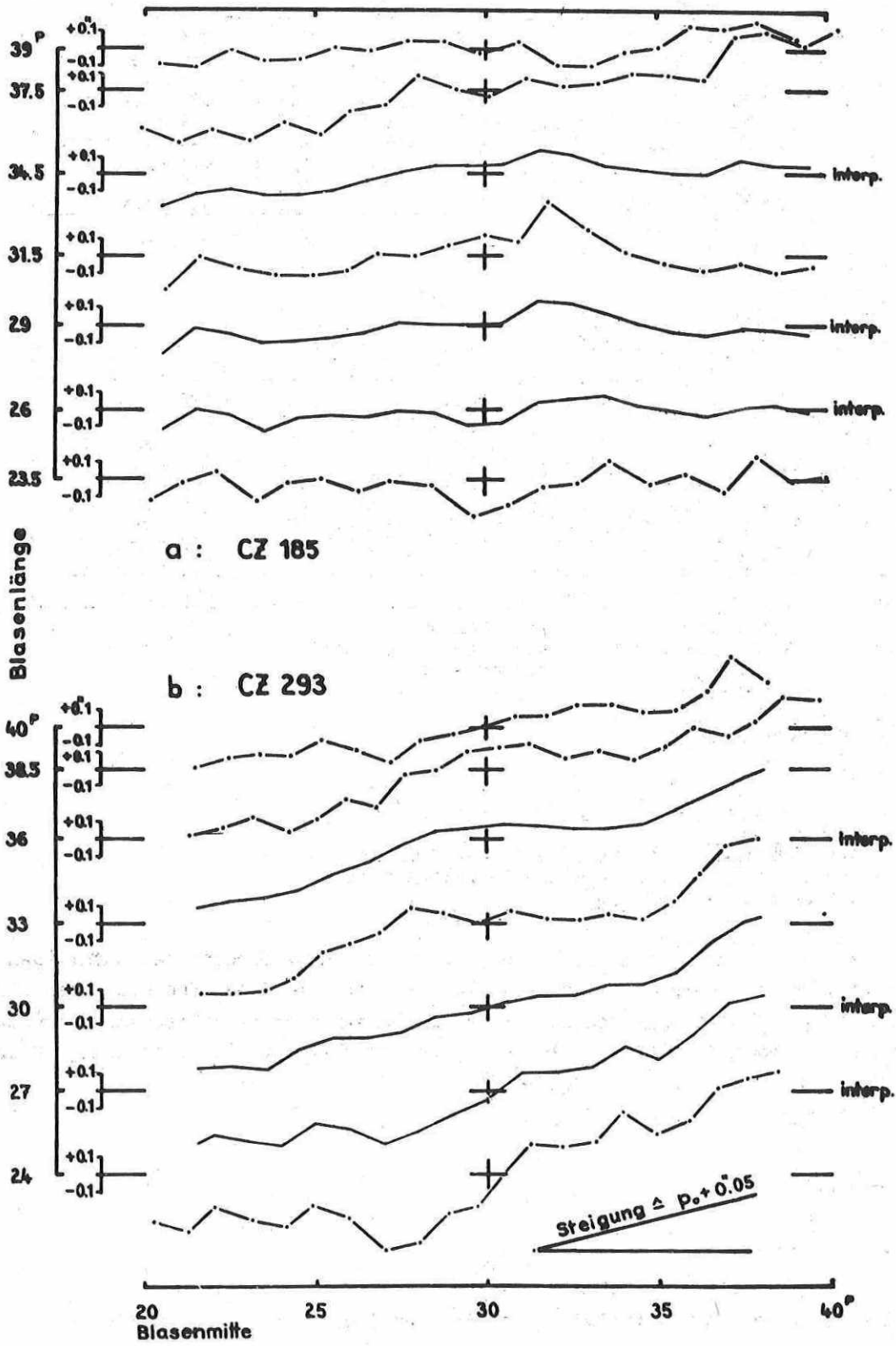


Abb. 8. Reduzierte Summenlinien der Libellen: Restabweichungen bei Annahme der pars-Werte  $0,95 p^{-1}$  für CZ 185 (a) und  $1,05 p^{-1}$  für CZ 293 (b)



| Libelle           | 185         | 293         |
|-------------------|-------------|-------------|
| $m_{\mathcal{K}}$ | $\pm 0,082$ | $\pm 0,124$ |
| $m_{\mathbb{E}}$  | $\pm 0,102$ | $\pm 0,069$ |

Die so berechneten Werte für  $m_{\mathbb{E}}$  werden recht gut unabhängig durch die Mittelwerte der Spalten 9 mit  $m_{\mathbb{E}} = \pm 0,096$  (Nr. 185) und  $\pm 0,067$  (Nr. 293) bestätigt. Durch diese Ergebnisse lassen sich die uneinheitlichen Aussagen der Spalten 11 ebenso wie eine vergleichende Einschätzung beider Libellen präzisieren. Beide Libellen sind als etwa gleichwertig und gut zu bezeichnen; die Libelle Nr. 185 besitzt zwar den kleineren Krümmungsfehler  $m_{\mathcal{K}}$ , jedoch ist bei gleicher mittlerer Blasenlänge der Einspielfehler größer. Diese Tatsache wird qualitativ und in einer angebbaren Verhältniszahl quantitativ durch die Meßreihen 4 und 5 bestätigt. Diese Reihen sind zur Abschätzung des differentiellen Schlifffehlers gemessen worden und zeigen, daß die differentiellen Krümmungsfehler (eingeklammerte Werte in der Tabelle)  $m_{k_1} = \pm 0,14$ ,  $m_{k_2} = \pm 0,18$  (Nr. 185) und  $m_{k_1} = \pm 0,10$ ,  $m_{k_2} = \pm 0,13$  (Nr. 293) betragen. Da aber der differentielle Krümmungsfehler, hervorgerufen durch ungleichmäßige Körnung der Schliff-Fläche (s. [87], S. 18), mit dem Einspielfehler korrelieren muß, bestätigt das Verhältnis der differentiellen Krümmungsfehler beider Libellen mit

$$1,4 : 1 = m_{k(185)} : m_{k(293)} = m_{\mathbb{E}(185)} : m_{\mathbb{E}(293)}$$

das obige Ergebnis ausgezeichnet. Diese Eigenschaft kommt bei mehrfach gemessenen Neigungsdifferenzen wie folgt zum Ausdruck:

| Neigungsdifferenz | Mittlerer Fehler                                   | Libelle Nr. 185 | Libelle Nr. 293 |
|-------------------|--|-----------------|-----------------|
| einmal gemessen   | $(m_{\mathcal{K}}^2 + 2m_{\mathbb{E}}^2)^{1/2}$    | $\pm 0,166$     | $\pm 0,158$     |
| zweimal gemessen  | $(m_{\mathcal{K}}^2 + m_{\mathbb{E}}^2)^{1/2}$     | $\pm 0,131$     | $\pm 0,142$     |
| dreimal gemessen  | $(m_{\mathcal{K}}^2 + 2/3 m_{\mathbb{E}}^2)^{1/2}$ | $\pm 0,117$     | $\pm 0,136$     |

Werden mehrere Messungen durchgeführt, so scheint Libelle Nr. 185 etwas überlegen zu sein. Werden jedoch spezifische pars-Werte unter Zuhilfenahme der Summenlinien benutzt, dann wird im allgemeinen der Krümmungsfehler in den Hintergrund treten, und die mit Libelle Nr. 293 gewonnenen Messungen erhalten infolge des kleinen Einspielfehlers  $m_{\mathbb{E}}$  größeres Gewicht. - Auf Grund der Zahlenwerte ist damit zu rechnen, daß bei einwandfreier mechanischer Funktion des Hängeniveaus unter Anwendung spezifischer pars-Werte ein Neigungswert bei einmaliger Ablesung beider Libellen mit einem mittleren Fehler von  $\pm 0,07$  bzw. eine Neigungsdifferenz auf  $\pm 0,10$  erhalten wird.

Zur Libellenuntersuchung selbst ist zu bemerken, daß zwischen den Prüfungsarten - der kontinuierlichen und der sprungweisen Blasenwanderung - infolge konstanter Raumtemperaturen keine merklichen Ergebnisunterschiede feststellbar waren. Äußere systematische Einflüsse, etwa durch Änderung der Aufstellung des Prüfgerätes, traten nicht in Erscheinung, wie eine statistische Kontrolle der parallelen Meßreihen auf Korrelation ergab. Die Korrelationskoeffizienten  $r$  der parallelen Meßreihen überschritten in keinem Falle den Zufallshöchstwert für ein Signifikanzniveau von 0,05 bei Prüfung der Hypothese  $H_0 : r = 0$  [457].

## 5. Die Untersuchung der Zapfen

### 5.1. Allgemeines

Die Untersuchung des Einflusses der Zapfenfehler auf die Beobachtungen zählt, wie ZVEREV hervorhebt (s. [547], S. 30), zu den wichtigsten und kompliziertesten Problemen der Astronomie. Während Meridianzeitbestimmungen mit dem Passageinstrument durch Beobachtungen von Sternen symmetrisch zum Zenit nahezu frei vom Einfluß der Zapfenfehler sind und gegebenenfalls nur eine qualitative Beurteilung der Zapfen von Interesse ist, sofern nicht nachträglich individuelle Korrekturen  $\Delta\alpha_s$  abgeleitet werden sollen, erfordern Rektaszensionsbeobachtungen die Kenntnis der spezifischen Zapfenfehlereinflüsse in allen Zeitdistanzen.

Zur Bestimmung der Zapfengestalt sind eine Reihe von Methoden vorgeschlagen und erprobt worden. Das bekannteste Verfahren, die Messung der Neigungsvariationen eines Fühlhebels [29, 39, 40, 487], wurde im vorliegenden Falle aus Gründen der Einfachheit angewandt. Die weiteren Verfahren erfordern meist optische und mechanische Hilfsmittel mit z.T. hohen Qualitätsansprüchen. Die von AIRY [27] in Greenwich realisierte Anordnung verwendet z.B. in einem der beiden hohlen Zapfen ein Objektiv, in dessen im anderen Zapfen befindlicher Brennebene eine Marke mittels eines festen Kollimators mit Doppelmikrometer beobachtet wird. In Pulkovo wurde u.a. anstelle der Marke ein Autokollimationsokular im Zapfen angebracht und vor dem "Objektivzapfen" ein Planspiegel befestigt [547]. Schließlich kann auch die direkte Vermessung der Bewegung nahe dem Zentrum der Zapfenstirnseiten angebrachter Marken Aufschluß über die Zapfenfehler geben [317]. Diese oder ähnliche Prüfverfahren könnten grundsätzlich am Babelsberger Instrument wegen durchbohrter Achse mit entsprechendem Aufwand angewendet werden. - Eine im ZIPE zur Verfügung stehende elektrische 2"-Libelle vom Typ "Talyvel" (Taylor & Hobson, Leicester, Nr. 112/752-377) ließ jedoch auch von einer Fühlhebel-Meßeinrichtung brauchbare Ergebnisse erhoffen, weil rasches, praktisch trägheitsloses Reagieren der Libelle eine wesentliche Erhöhung der Meßgeschwindigkeit gegenüber der klassischen Anwendung einer Röhrenlibelle zuließ und damit die Verminderung zeitabhängiger Störeinflüsse erwartet werden konnte [387].

### 5.2. Die Meßanordnung

Abb. 9 zeigt den Aufbau der Fühlhebeleinrichtung. Die 1,1 kp schwere Libelle "Talyvel" ist auf der Aluminiumplatte H mit Schrauben befestigt. Der Stift S trägt ein Meßhütchen mit einer Widia-Stahlkalotte, die den Zapfen in  $B_0$  berührt. Das Meßhütchen kann ebenso auf den Stift S' gesetzt werden, wobei die Tangente im Berührungspunkt  $B_s$  parallel zu  $MF_s$  verläuft. Die den Hebelarm tragende Grundplatte G wurde am Grundkörper des Lagerblocks befestigt, sie besitzt eine kleine Kegelbohrung und eine v-förmige Nut zur fixierenden Auflage der mit Kugelkalotten versehenen Schrauben T. Die Bewegung des Arms erfolgt um die durch die Krümmungsmittelpunkte der Kugelkalotten definierte Achse. Zur Abstimmung des Meßdrucks und Verlagerung des Schwerpunkts in die Nähe von TT zwecks Erhöhung der Stabilität dient ein Gegengewicht GG. Die wirksamen Hebelarmlängen betragen 80 mm (Meßfühler an  $B_0$ ) und 91 mm (Meßfühler an  $B_s$ ). Das elektronische Anzeigegerät, mit der Libelle durch Kabel (K) verbunden, gestattet im empfindlichsten Meßbereich bei einem Skalenwert von 2" prinzipiell eine visuelle Ablesung auf etwa  $\pm 0,2$ , was einer linearen radialen Verschiebung in  $MB_0$  und  $MB_s$  von etwa  $\pm 0,1 \mu\text{m}$  entspräche. Die Mikroseismik verur-

sacht jedoch eine die direkte Ablesung beeinträchtigende Unruhe der Libelle, die eine schwingende Bewegung des Zeigers am Anzeigegerät mit einer Amplitude von  $\pm 0,3$  bis  $\pm 0,5$  bei einer Frequenz von einigen Hertz und damit die Herabsetzung der Ablesegenauigkeit zur Folge hat. Unter Ausnutzung entsprechend demontierter Elemente der photographischen Teilkreis-Ableseeinrichtung konnte die Libellenanzeige photographisch festgehalten werden, wobei die Belichtung von 3 s Dauer eine günstige Integrationszeit für die Fixierung der mittleren Anzeige des schwingenden Zeigers darstellte. Die Abbildungen zeigten unerwartete Schärfe und in den Grenzen  $\pm 0,02$  Skt definierte Ablesangaben, wie Mehrfachbelichtungen bei einer Meßstellung zeigten. Die Ausmessung der Filme erfolgte schnell und bequem mit einem abstimmbaren Meßmikroskop mit Spiralmikrometer auf  $\pm 0,01$  Skt.

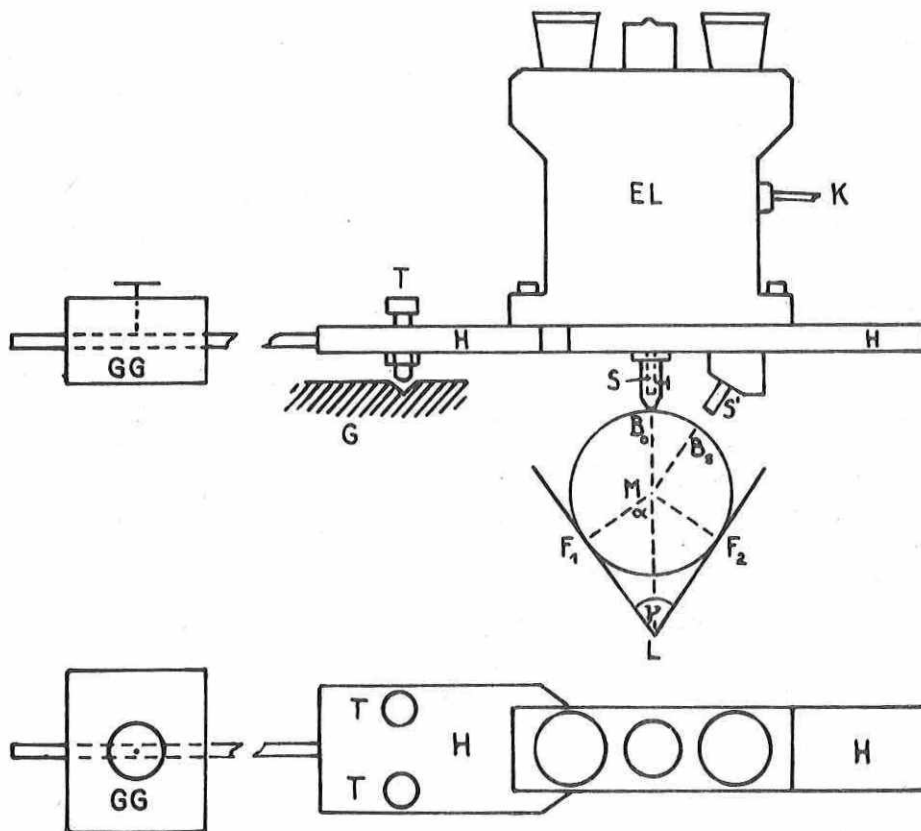


Abb. 9. Fühlhebeleinrichtung zur Untersuchung der Zapfenfehler

Vorteilhaftes Hilfsmittel bei den Meßbestimmungen an Zapfen und Lager sowie den Justierarbeiten am Hebelarm war u.a. ein mit den Zapfen durchmessergleich gedrehter Zylinderkörper. Der Lagerwinkel  $F_1 L F_2 = \gamma$  wurde zu  $67^\circ < \gamma < 68^\circ$  bei einem Zapfendurchmesser von 54,75 mm bestimmt (der durch die Libellenhaken definierte Zentriwinkel zwischen den Auflagepunkten ergab sich zu  $2\beta = 88^\circ$ ). Die Annahme von  $\gamma = 67,5^\circ$  gibt noch ein relativ günstiges rationales Verhältnis der Zentriwinkel  $\alpha$  und  $(180 - \alpha)$  mit  $\alpha : (180 - \alpha) = 56,25 : 123,75 = 5 : 11$ . Eine Meßreihe mit 32 äquidistanten Radienvektoren gewährleistet

dann, daß stets die Komponenten von drei dieser Vektoren den in  $B_0$  gemessenen Neigungswert - der, mit  $y$  bezeichnet, zweckmäßig statt im Winkelmaß in linearem Maß  $\sqrt{\mu m}$  für die weiteren Rechnungen angegeben wird - bestimmen. Das rationale Verhältnis  $\alpha : (180 - \alpha)$  ist keine notwendige Bedingung für die allgemeine Lösung des Problems, bietet aber die Möglichkeit algebraischer Behandlung.

Die Untersuchungsvariante in  $B_g$  sollte als Kontrolle und Ergänzung der Untersuchung in  $B_0$  dienen. Der Positionswinkel  $B_0 M B_g$  wurde zu  $33,75^\circ$  gewählt, ein Wert, der wiederum ein rationales Verhältnis der auftretenden Winkel ergibt und auf Grund seines relativ geringen Betrages noch dem Hebellager auf  $G$  zuzumuten war. Der auf den Zapfen ausgeübte Meßdruck betrug zur Vermeidung größerer Reibungskräfte und Deformationen etwa 0,1 bis 0,2 kp. Mit Hilfe der aus der HERTZschen Theorie [21] hervorgegangenen, von BERNDT [6, 17] angegebenen Beziehung ([7, 7, S. 399])

$$M = 0,9 \frac{\sigma}{\mu} \sqrt[3]{\frac{9}{512} p^2 (\vartheta_I + \vartheta_{II})^2 (\zeta_{I1} + \zeta_{I2} + \zeta_{II1} + \zeta_{II2})}$$

(es bedeuten:  $M$  Deformation in  $mm$ ,  $p$  Druck in  $kp$ ,  $\varrho$  Hauptkrümmungen der Körper I und II in  $mm^{-1}$ ; ferner gilt für Stahl  $\sigma/\mu \sim 1$  und der Elastizitätskoeffizient  $\vartheta = 1,8 \cdot 10^{-4}$ ) läßt sich abschätzen, daß Deformationen in der Größenordnung von  $0,2 \mu m$  im Bereich der Meßpunkte eingetreten sind. Für das Problem der Zapfenfehlerbestimmung sind die Deformationsbeträge jedoch ohne Bedeutung (mit Einschränkungen, s. Abschnitt 5.5.), da sie nur eine konstante Änderung des Zapfenradius und Verschiebung der mittleren Zapfenlage verursachen.

Die Messungen erfolgten in mehreren Reihen. Eine Meßreihe umfaßte 32 äquidistante Positionen der Zapfenlage, die nacheinander unter Beibehaltung eines Drehsinnes eingestellt wurden. Zur Erfassung zeitabhängiger Veränderungen wurden im gleichen Zuge die ersten zwei bis drei Einstellungen wiederholt. Um ein detailliertes Profil zu gewinnen, wurden fünf derartige Reihen bei Verschiebung der Ausgangsstellung um  $2\pi/(32 \cdot 5) = 2^\circ 15'$  gemessen, so daß 160 äquidistante Positionen entstanden. Zur Ausschaltung drehsinnabhängiger Effekte wurde jede Reihe im Hin- und Rückgang gemessen, so daß schließlich für jeden Zapfen 10 Meßreihen in jeder Variante ( $B_0$  und  $B_g$ ) vorlagen. Beide Zapfen wurden im Westlager untersucht; eine wesentliche Einschränkung der Interpretationsfähigkeit der Ergebnisse war hierdurch infolge der geringen Differenzen der Laufspuren der Zapfen in beiden Lagern nicht zu erwarten. Eine entsprechende Kontrollmessung an einem Zapfen außerhalb der Laufspur zeigte keine bemerkenswerten Differenzen der beiden benachbarten Profildarstellungen (Abb. 10, MS 5).

### 5.3. Darstellung der Meßreihen

Ein Zyklus von 32 äquidistanten Meßwerten  $y_i$  am Zapfen werde als eine Meßreihe MR angesehen. Eine Folge von fünf gleichsinnigen, um  $(1/5)(360^\circ/32)$  bezüglich der Anfangspunkte gegeneinander versetzten MR werde als Meßserie MS bezeichnet, wobei in den graphischen Darstellungen zwischen Hin- (H) und Rückgang (R) unterschieden ist. Der auf der Klemmseite des Instruments befindliche Zapfen wird als Klemmzapfen KLZ, der andere als Kreiszapfen KRZ bezeichnet. Außerdem werden die Untersuchungsvarianten VI mit Meßfühler in  $B_0$  und VII mit Meßfehler in  $B_g$  unterschieden.

Die Originalmeßreihen wurden zunächst auf Grund der übergreifenden Meßwerte wegen zeitabhängiger Änderungen korrigiert. Die Differenzen übergreifender Messungen, d.h. die Nullpunktänderungen einer sich über ca. 15 Minuten erstreckenden MR, betragen im Mittel nur  $0,12 \text{ Skt} = 0,1 \mu\text{m}$ , im Extremfall  $0,4 \mu\text{m}$ . Weiterhin wurde jede MR um ihr arithmetisches Mittel reduziert, womit innerhalb einer MR gilt:  $\sum y_i = 0$ . Dies entspricht der Definition eines mittleren Zapfenradius jeder MR. Auf Grund der gemessenen 32 Komponenten  $y_i$  darf man ohne weiteres annehmen, daß die so definierten mittleren Zapfenradien im Hinblick auf die Schwankung der Meßwerte etwa in den Grenzen  $\pm 0,1 \mu\text{m}$  als einander gleich anzusehen sind, d.h., alle reduzierten Meßwerte einer Untersuchungsvariante sind praktisch direkt miteinander vergleichbar.

In den graphischen Darstellungen sind die zu MS zusammengeführten MR aufgetragen. Es zeigen: Abb. 10 V I KRZ MS 1 (H) und MS 2 (R) sowie die etwa 4 mm außerhalb der Spurmitte erhaltenen Meßwerte V I KRZ MS 5 (R); Abb. 11 V I KLZ MS 3 (H) und MS 4 (R); Abb. 12 V II KRZ MS 6 (H) und MS 7 (R) und Abb. 13 V II KLZ MS 8 (H) und MS 9 (R).

Der KLZ erweist sich augenscheinlich als der schlechtere Zapfen, zudem sind die Messungen an ihm auch offensichtlich stärkeren systematischen Störungen unterworfen, ersichtlich an den Differenzen zwischen (H) und (R) (Abb. 11 u. 13), wobei aber die Reproduzierbarkeit gesichert erscheint, wie der Detailverlauf der Kurven vermuten läßt; denn es sei daran erinnert, daß ein Kurvenzug, d.h. eine MS, aus fünf unabhängig voneinander gemessenen Reihen eines Richtungssinns zusammengesetzt wurde, also nur jeder fünfte Meßwert einer MS einer bestimmten Meßreihe angehört. Die Bestätigung der Meßreihen bezüglich des Ineinanderpassens unabhängiger Meßwerte muß wenigstens unter diesem Gesichtspunkt als ausgezeichnet gelten. Ehe jedoch die durch die Darstellungen aufgeworfenen Probleme zur Diskussion kommen - dazu gehören besonders die zutage tretenden Grundschwingungen -, soll der Weg der Ableitung der Zapfenfehler aus den Meßdaten skizziert werden.

#### 5.4. Berechnung der Zapfenfehler

##### 5.4.1. Allgemeines

Das Verfahren ist in der einschlägigen Literatur verschiedentlich behandelt worden, wobei aber vorwiegend der Spezialfall des  $90^\circ$ -Lagers zugrunde gelegt ist [29, 39, 40, 48]. Eine verallgemeinerte Darstellung des analytischen Lösungsweges gibt UHINK in [48]; er wird hier aber nicht besprochen, weil ohne Verzicht auf die Herausarbeitung der gut hervortretenden Details die Mitnahme einer Vielzahl von Reihengliedern nötig geworden wäre, so daß auch im Hinblick auf den ohnehin notwendigen Einsatz einer Rechenanlage der Aufwand wesentlich über dem des für die Lösung entsprechender algebraischer Gleichungen erforderlichen gelegen hätte. Einen algebraischen Lösungsweg behandeln MOREAU und VERBAANDERT in [39] für den Spezialfall des  $90^\circ$ -Lagers. Das Problem wird durch Einführung des Trägheitszentrums des Zapfenquerschnitts und der damit verbundenen Bedingung  $\sum r_i^2 = \text{Minimum}$  ( $r_i$  = Radienvektoren vom Trägheitszentrum aus) auf eine bedingte Ausgleichung zurückgeführt. In unserem Falle wird jedoch die Lösung etwa nach dem Formalismus der vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungsgleichungen gesucht.

Jeder Meßwert wird durch drei Zapfenfehlerkomponenten bestimmt. Bezeichnen  $y_i$  die reduzierten Meßwerte und  $x_i$  die Zapfenfehler an der Stelle  $i$  des Zapfenumfangs ( $i = 0, 1,$

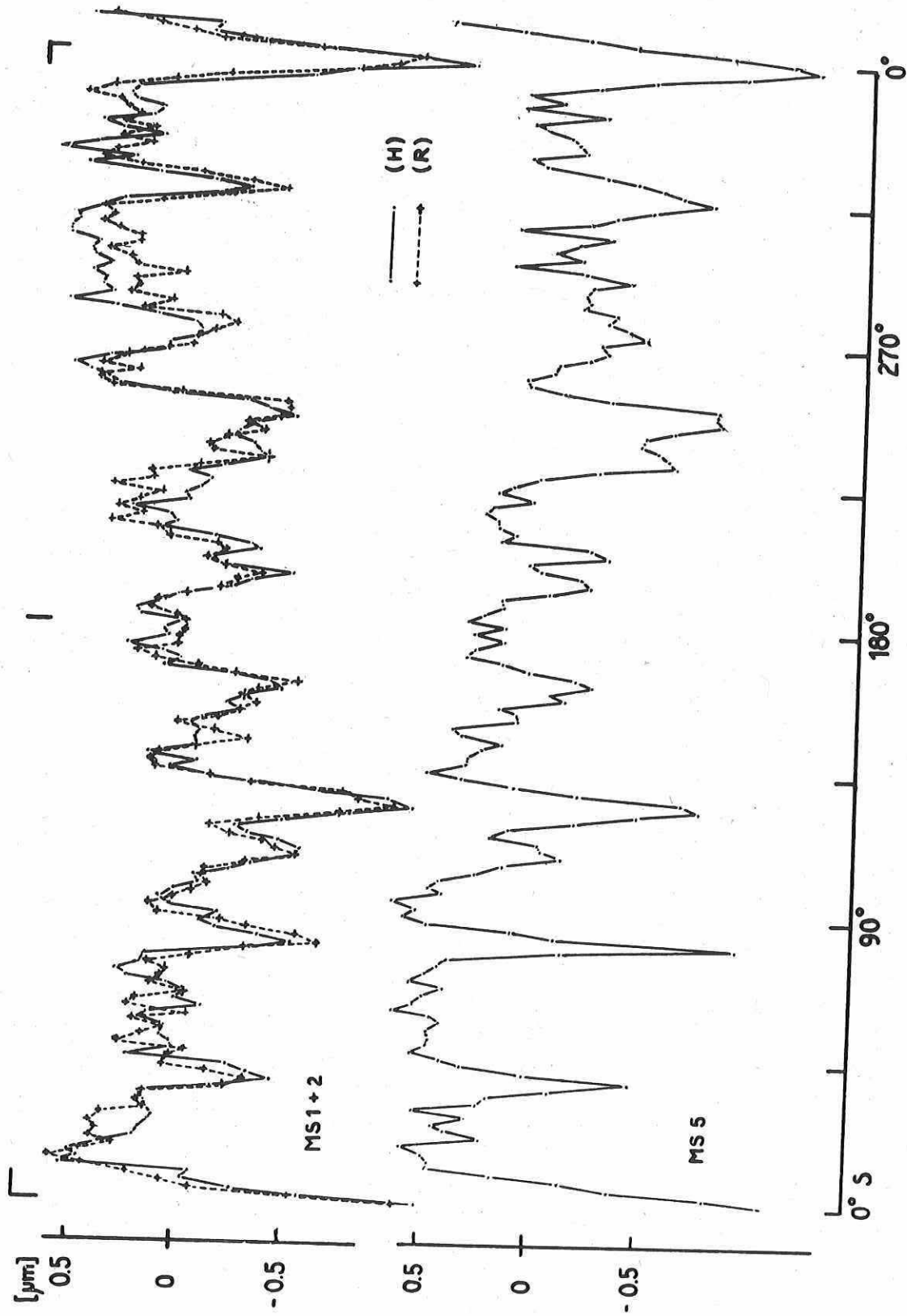


Abb. 10. Meßergebnisse am KRZ, Fühlhebel in  $B_0$

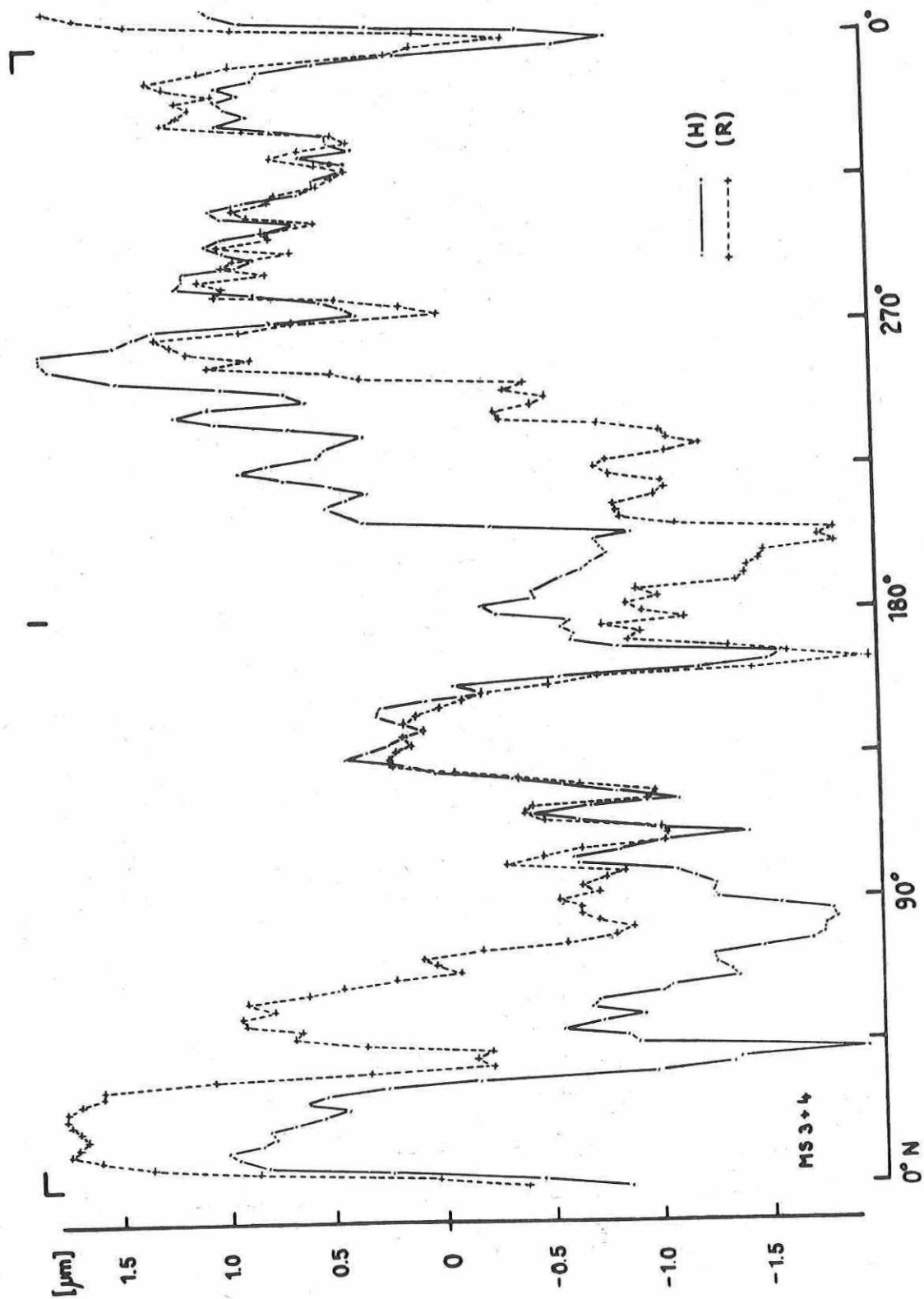


Abb. 11. Meßergebnisse am KLZ, Fühlhebel in  $B_0$

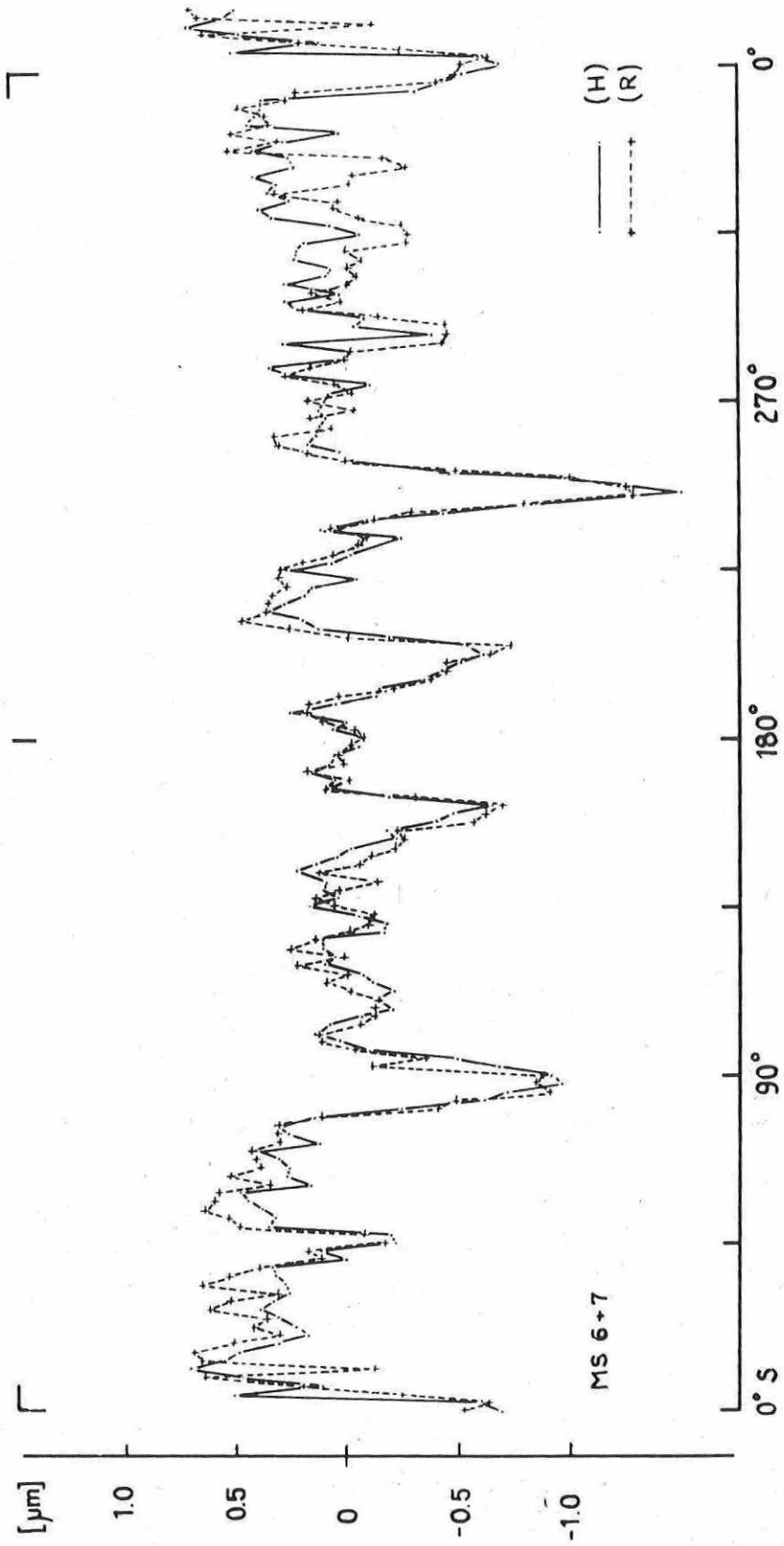


Abb. 12. Meßergebnisse am KRZ, Fühlhebel in  $B_s$



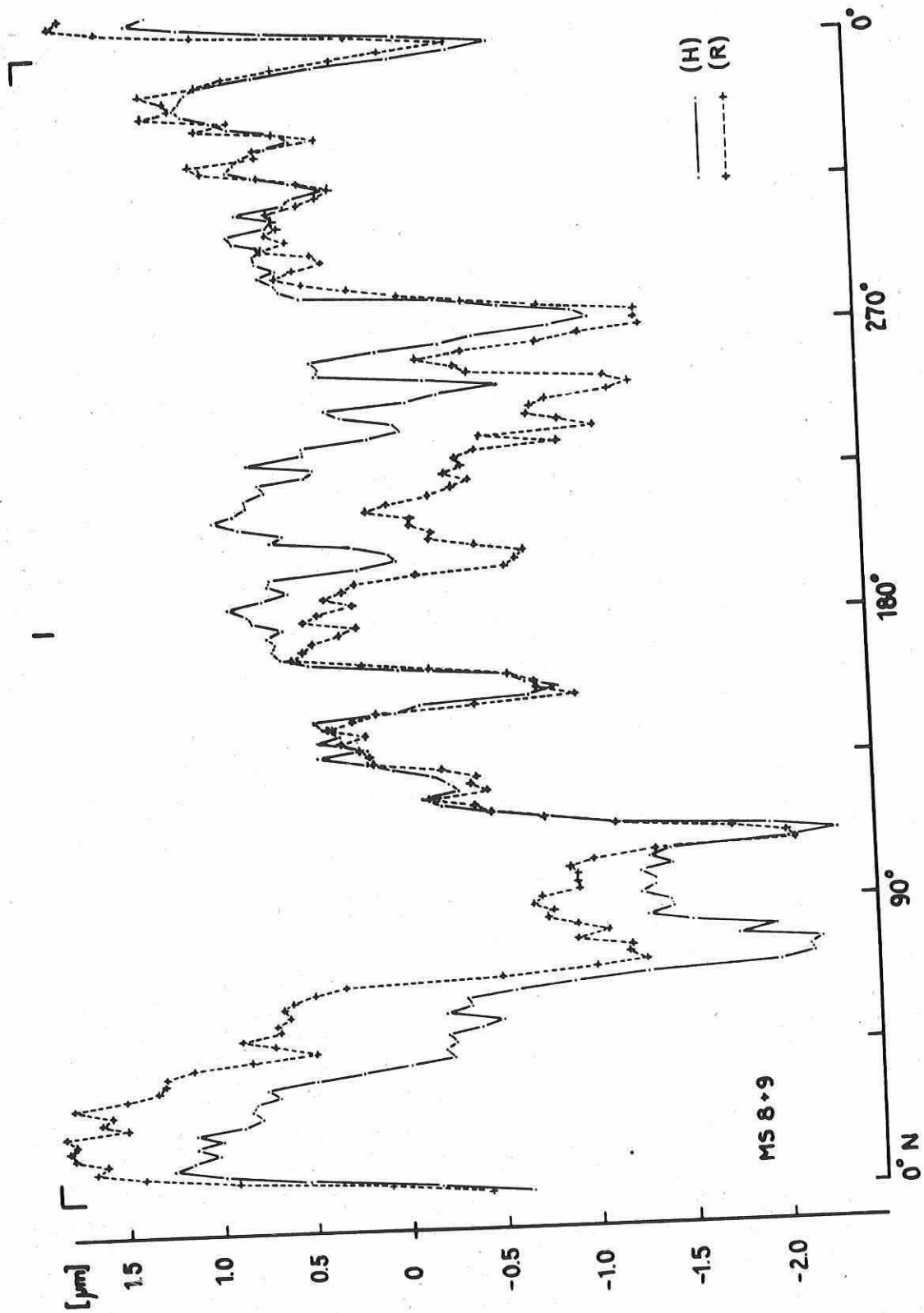


Abb. 13. Meßergebnisse am KLZ, Fühlhebel in  $B_s$

..., 31; Zeiger ist der Pointer am Kreis bzw. für die Rechnungen die Zenitrichtung mit Nullpunkt bei Zenitstellung des Instruments), so gilt für eine Messung einer MR für V I bzw. V II:

$$(6) \begin{cases} \text{V I: } y_i = x_i + k_0 x_{i+11} + k_0 x_{i+21} & (\text{KRZ, KLZ}), \\ \text{V II: } y_i = x_i + k_1 x_{i+8} + k_2 x_{i+18} & (\text{KRZ}), \quad i = 0, 1, \dots, 31, \\ \text{oder} \\ y_i = x_i + k_1 x_{i+24} + k_2 x_{i+14} & (\text{KLZ}), \end{cases}$$

wobei

$$k_0 = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha}; \quad k_2 = \frac{1}{\sin 2\alpha}; \quad k_1 = \frac{-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha},$$

wie aus Abb. 14 abzuleiten.

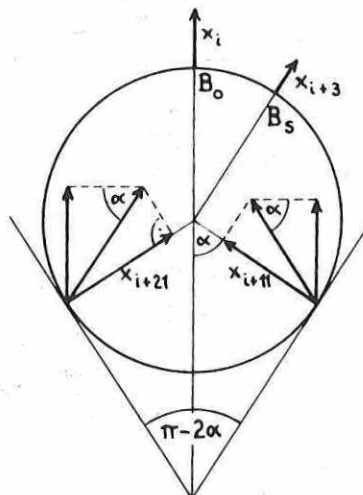


Abb. 14. Geometrie des Zapfenlagers

Jede Meßreihe stellt somit ein zyklisches System linearer inhomogener Gleichungen dar. Nun zeigt sich, wie bereits UHINK [48] nachwies, daß die Koeffizientenmatrix der auftretenden Systeme singulär ist. Anschaulicher Grund für das Verschwinden der Koeffizientendeterminante ist die Unbestimmtheit der Lage des Zapfenzylinders bzw. des Zapfenmittelpunktes, auf den die  $x_i$  bezogen sind. Die quadratische Matrix ist offenbar vom Rang  $n - 2 = 30$ . Entsprechende, die Lösung herbeiführende Zusatzbedingungen erhält man etwa durch die den mittleren Zapfen festlegende Forderung  $\sum \vec{x}_i = 0$ , was gleichbedeutend ist mit der Bedingung, daß die Summe der Radienvektoren  $\vec{r}_i$  gleich Null sei. Daraus resultiert die Forderung des Verschwindens der Vektorkomponenten. Aus den Skalarprodukten  $\vec{r}_i \cdot \vec{j}$ ,  $\vec{r}_i \cdot \vec{k}$  oder  $\vec{x}_i \cdot \vec{j}$ ,  $\vec{x}_i \cdot \vec{k}$  ergibt sich sofort, wenn  $\vec{j}$  und  $\vec{k}$  Einheitsvektoren eines in der Zapfenquerschnittsebene beliebig orientierten, zapfenfesten kartesischen Koordinatensystems sind:

$$(7) \sum x_i \cos z_i = \sum x_i \sin z_i = 0.$$

( $z_i$  kann beliebig, z.B. von der Zenitrichtung zur  $j$ -Achse, gezählt werden.)

Zur Bestimmung der  $x_i$  wäre nun formal folgender Weg einzuschlagen [19]: aus den Fehlergleichungen

$$(8) \begin{cases} v_i = x_i + k_0 x_{i+11} + k_0 x_{i+21} - y_i & (\text{V I}), \\ v_i = x_i + k_1 x_{i+8} + k_2 x_{i+18} - y_i & (\text{V II}). \end{cases}$$

Bildung der Normalgleichungssysteme, Erweiterung der Systeme durch die beiden Bedingungen

(7) unter Hinzufügen zweier Korrelaten  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , so daß allgemein folgendes Schema erhalten wird (abkürzend werde geschrieben für  $\overline{a_i a_j} = a_{ij}$ ;  $i, j = 0, 1, \dots, 31$ ):

$$(9) \begin{cases} a_{0.0} x_0 + a_{0.1} x_1 + \dots + a_{0.31} x_{31} + \lambda_1 \cos 0 \cdot z + \lambda_2 \sin 0 \cdot z - \overline{a_0 y_1} = 0, \\ a_{1.0} x_0 + a_{1.1} x_1 + \dots + a_{1.31} x_{31} + \lambda_1 \cos 1 \cdot z + \lambda_2 \sin 1 \cdot z - \overline{a_1 y_1} = 0, \\ \dots \\ a_{31.0} x_0 + a_{31.1} x_1 + \dots + a_{31.31} x_{31} + \lambda_1 \cos 31 \cdot z + \lambda_2 \sin 31 \cdot z - \overline{a_{31} y_1} = 0, \\ \cos 0 \cdot z x_0 + \cos 1 \cdot z x_1 + \dots + \cos 31 \cdot z x_{31} \pm 0 \pm 0 = 0, \\ \sin 0 \cdot z x_0 + \sin 1 \cdot z x_1 + \dots + \sin 31 \cdot z x_{31} \pm 0 \pm 0 = 0. \end{cases}$$

(Es ist  $z = 11^\circ 15'$ .)

Wegen des Rangabfalls von zwei der durch die Matrix  $(a_{ij})$  gegebenen Unterdeterminante muß das System (9) gewöhnlich durch Zeilen- und Spaltenvertauschung für die Berechnung umgeordnet werden. Beide Korrelatenspalten sind danach mindestens um zwei Spalten vorzuziehen, analog rücken die Bedingungsgleichungen zur Symmetriehaltung höher.

Die größere Zahl von Meßreihen verlangt zweckmäßig die unbestimmte Lösung der beiden Systeme (V I und V II). Das für die benutzte Rechenanlage ZRA 1 vorliegende Inversionsprogramm verlangte jedoch die Existenz sämtlicher Elemente der Hauptdiagonalen, so daß die Systeme nicht in der angegebenen Form berechnet werden konnten. Deshalb wurde der Lösungsweg modifiziert, indem statt der Normalgleichungen das Fehlergleichungssystem durch die als Fehlergleichungen aufgefaßten Bedingungen erweitert wurde. Die aus diesem System berechnete 32reihige Normalgleichungsmatrix  $(a'_{ij})$  besaß nunmehr durchweg existierende Elemente der Hauptdiagonalen; denn die Elemente der Koeffizientenmatrix ergeben sich aus der Summe

$$(10) (a'_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{0.0} & a_{0.1} & \dots & a_{0.31} \\ a_{1.0} & a_{1.1} & \dots & a_{1.31} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{31.0} & a_{31.1} & \dots & a_{31.31} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \cos z & \cos 2z & \dots & \cos 31z \\ \cos z & 1 & \cos z & \dots & \cos 30z \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos 31z & \cos 30z & \cos 29z & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

wobei

$$a_{ii} = 1 + 2 k_0^2 \quad \text{bzw.} \quad = 1 + k_1^2 + k_2^2, \text{ d.h.} \quad a_{ii} \neq -1$$

ist. Die Einführung von Korrelaten entfiel, zumal ihr Mitführen in der "unbestimmten" Auflösung hier für das Ergebnis belanglos ist. Ihre Berechnung entspräche nur einer Darstellung der Restabweichungen in der Form  $\lambda_1 \cos z_i + \lambda_2 \sin z_i$ . - Es ist noch zu zeigen, daß das formal inkorrekte Verfahren hier tatsächlich Ergebnisse unter der Bedingung  $\sum \vec{x}_i = 0$  liefert oder, was dasselbe ist, daß die Verbesserungen der als Fehlergleichungen eingeführten Bedingungen identisch Null werden.

Letztlich ist zu beweisen, daß die Bedingung  $\sum \vec{x}_i = 0$  äquivalent der Bedingung  $\sum v_i^2 = \text{Minimum}$  ist; denn der Ausgleichsmodus bringt die Erfüllung der letztgenannten Bedingung, d.h., wenn die Behauptung der Äquivalenz

$$(\sum v_i^2 = \text{Min.}) \hat{=} \{(\sum \vec{x}_i = 0) \equiv (\sum x_i \cos z_i = \sum x_i \sin z_i = 0)\}$$

gilt, verschwinden die Verbesserungen der als Fehlergleichungen eingeführten Bedingungen. Beweis: Führt man eine beliebige Kreisausgleichung einer bezüglich eines genäherten Mittelpunktes winkel-äquidistanten, sich über  $2\pi$  erstreckenden Folge von  $n$  Meßpunkten in einem kartesischen Koordinatensystem aus, so ergeben sich aus den Fehlergleichungen

$$\Delta a \sin \alpha_i + \Delta b \cos \alpha_i + \Delta r - (r_i - r_0) = v_i$$

folgende Normalgleichungen, wenn  $\Delta a, \Delta b$  Verbesserungen der genäherten Mittelpunktskoordinaten,  $r_i$  die Beträge der auf diesen Mittelpunkt bezogenen Radienvektoren und  $\alpha_i$  die Positionswinkel,  $r_0$  und  $\Delta r$  den genäherten Radius und dessen Verbesserung bedeuten:

$$(11) \begin{cases} \frac{n}{2} \Delta a - \sum (r_i - r_0) \sin \alpha_i = 0, \\ \frac{n}{2} \Delta b - \sum (r_i - r_0) \cos \alpha_i = 0, \\ \Delta n \cdot r - \sum (r_i - r_0) = 0. \end{cases}$$

Für den Fall  $\sum (r_i - r_0) = 0$  - dies entspricht  $\sum \vec{x}_i = 0$  - wird aber wegen (7)  $\Delta a = \Delta b = 0$ , d.h., sowohl die Bedingung  $\sum v_i^2 = \text{Min.}$  ( $\hat{=} \sum x_i^2 = \text{Min.}$ ) als auch die Erfüllung der Bedingung  $\sum \vec{x}_i = 0$  führen auf identische Bezugsmittelpunkte des Referenzkreises, womit  $(\sum v_i^2 = \text{Min.}) \hat{=} (\sum \vec{x}_i = 0)$ , q. e. d.

#### 5.4.2. Grundschwingungen in den Meßwerten

Die in den Abb. 10 bis 13 gezeigten Meßergebnisse weisen z.T. sehr deutliche Schwingungen mit der Periode  $2\pi$  auf. Es läßt sich zeigen, daß die MR jedoch prinzipiell frei von derartigen Schwingungen sein müssen. Allgemein kann man, da die ausgeglichenen  $x_i$  der Bedingung  $\sum x_i \cos (A + \omega t) = 0$  unterliegen, erwarten, daß auch die linken Seiten in (6) im ungestörten Fall die gleiche Eigenschaft aufweisen. Aber selbst wenn in der Folge  $x_0 \dots x_n$  eine Grundschwingung zugelassen wird, etwa bei Wahl eines beliebigen Zapfenzentrums,

muß die Meßfolge  $y_0 \dots y_n$  frei von einer Grundschwingung sein. Setzt man nämlich unter Außerachtlassen zufälliger Streuung in  $x_i$  für  $x_0 \dots x_n$  eine Schwingung in  $2\pi$  voraus und es gelte  $x_i = \sin \varepsilon_i$ , so erhält man

$$(12) \begin{cases} y_i = \sin \varepsilon_i + k_0 \sin(\varepsilon_i + 180 - \alpha) + k_0 \sin(\varepsilon_i + 180 + \alpha) \equiv 0 & \text{für VI} \\ \text{und} \\ y_i = \sin \varepsilon_i + k_1 \sin(\varepsilon_i + 90) + k_2 \sin(\varepsilon_i + 90 + 2\alpha) \equiv 0 & \text{für VII,} \end{cases}$$

wenn für die Koeffizienten die unter (6) angegebenen Ausdrücke eingesetzt werden. In den MR auftretende Schwingungen der Grundperiode  $2\pi$  können somit nicht durch Zapfenfehler verursacht sein. Vor Berechnung der Zapfenfehler wurden deshalb die Grundschwingungen eliminiert, wobei in Anbetracht der guten Übereinstimmung der MR einer MS aus letzterer die Schwingung eliminiert wurde. Die verbleibenden Schwingungsreste in den MR heben sich so in ihrer Gesamtwirkung auf. Die reduzierten MR sind in Abb. 15 und 16 dargestellt, die Schwingungen in Abb. 17; eine Diskussion des Effekts erfolgt in Abschnitt 5.5.

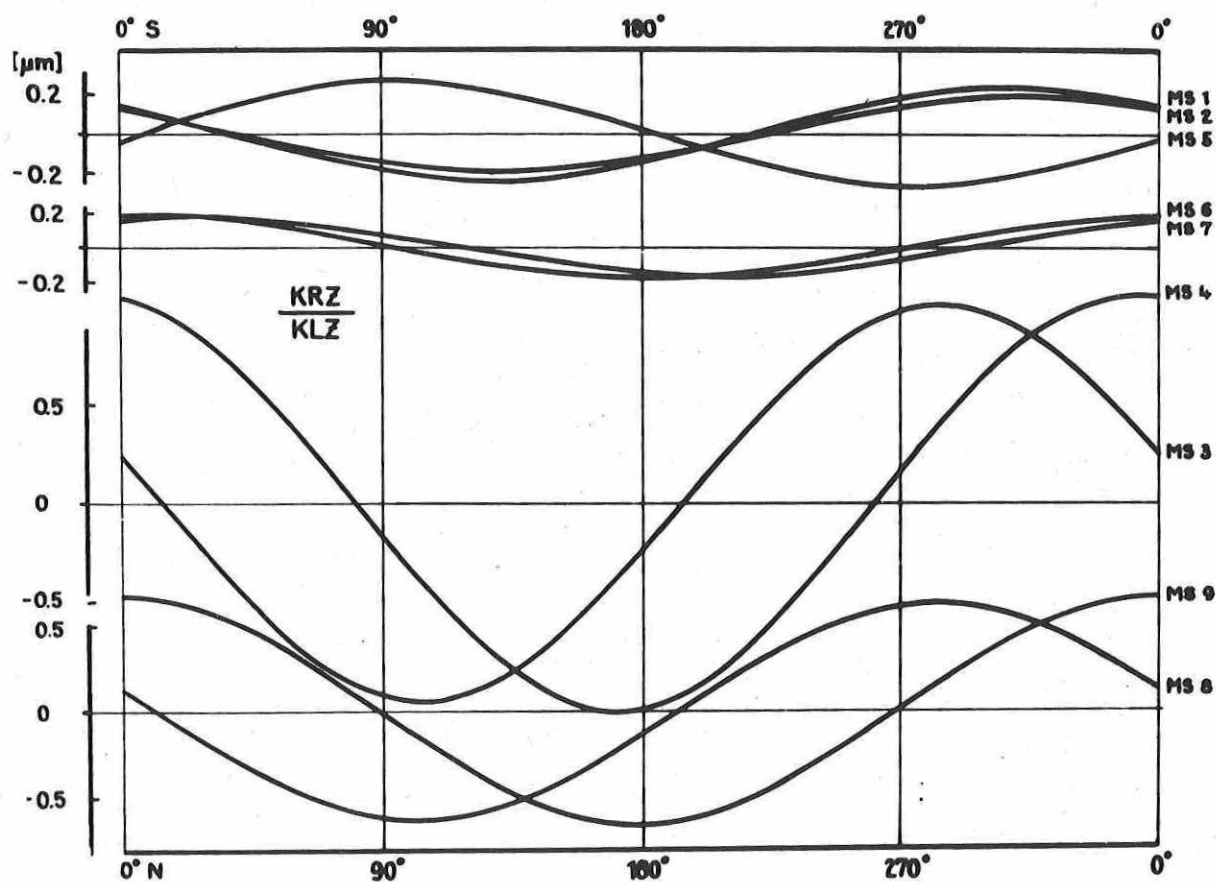


Abb. 17. Aus den Meßserien analysierte Schwingungen in  $2\pi$

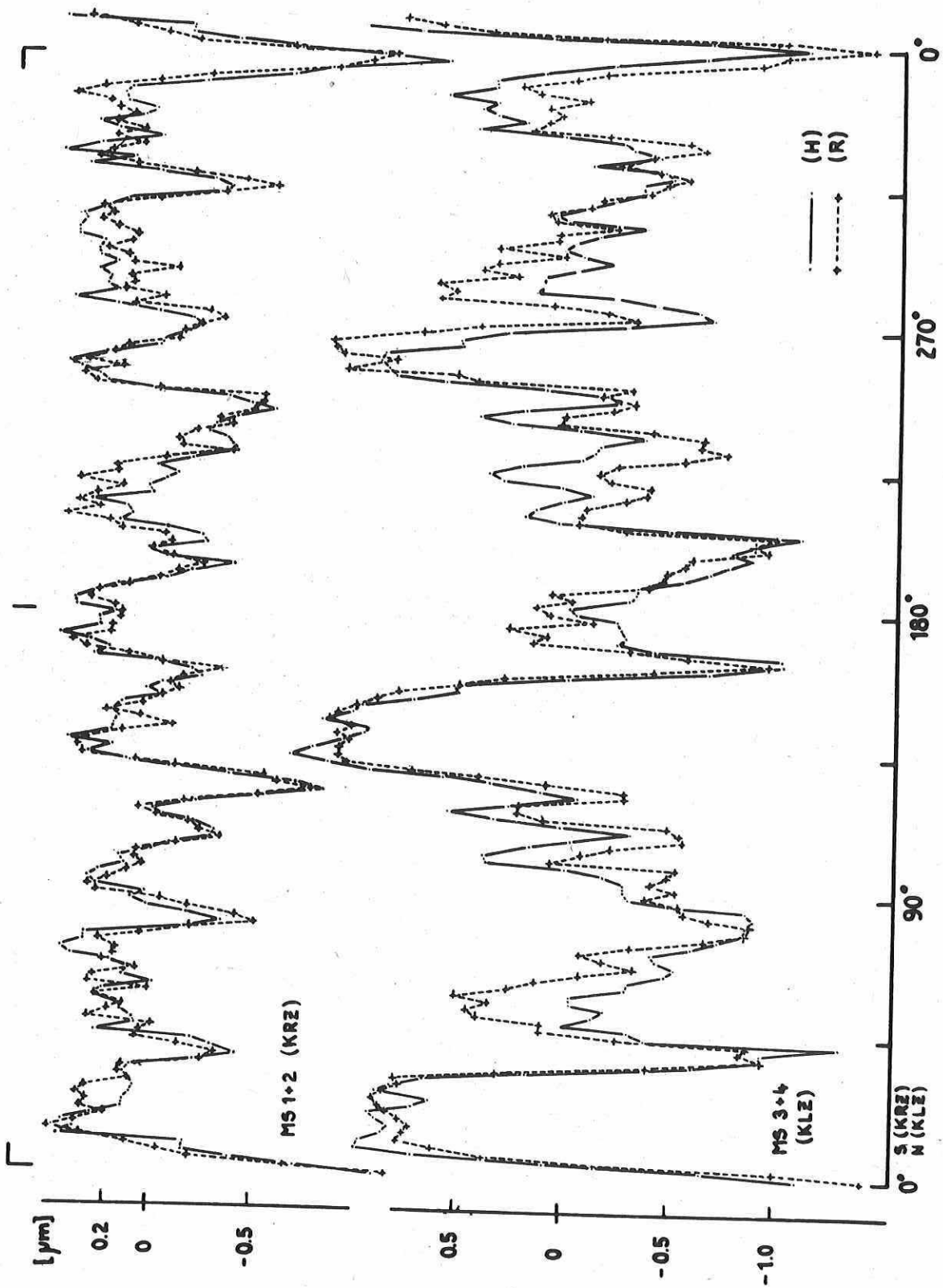


Abb. 15. Messungen in  $B_0$  an KRZ und KLZ nach Eliminierung der Schwingung in  $2\pi$

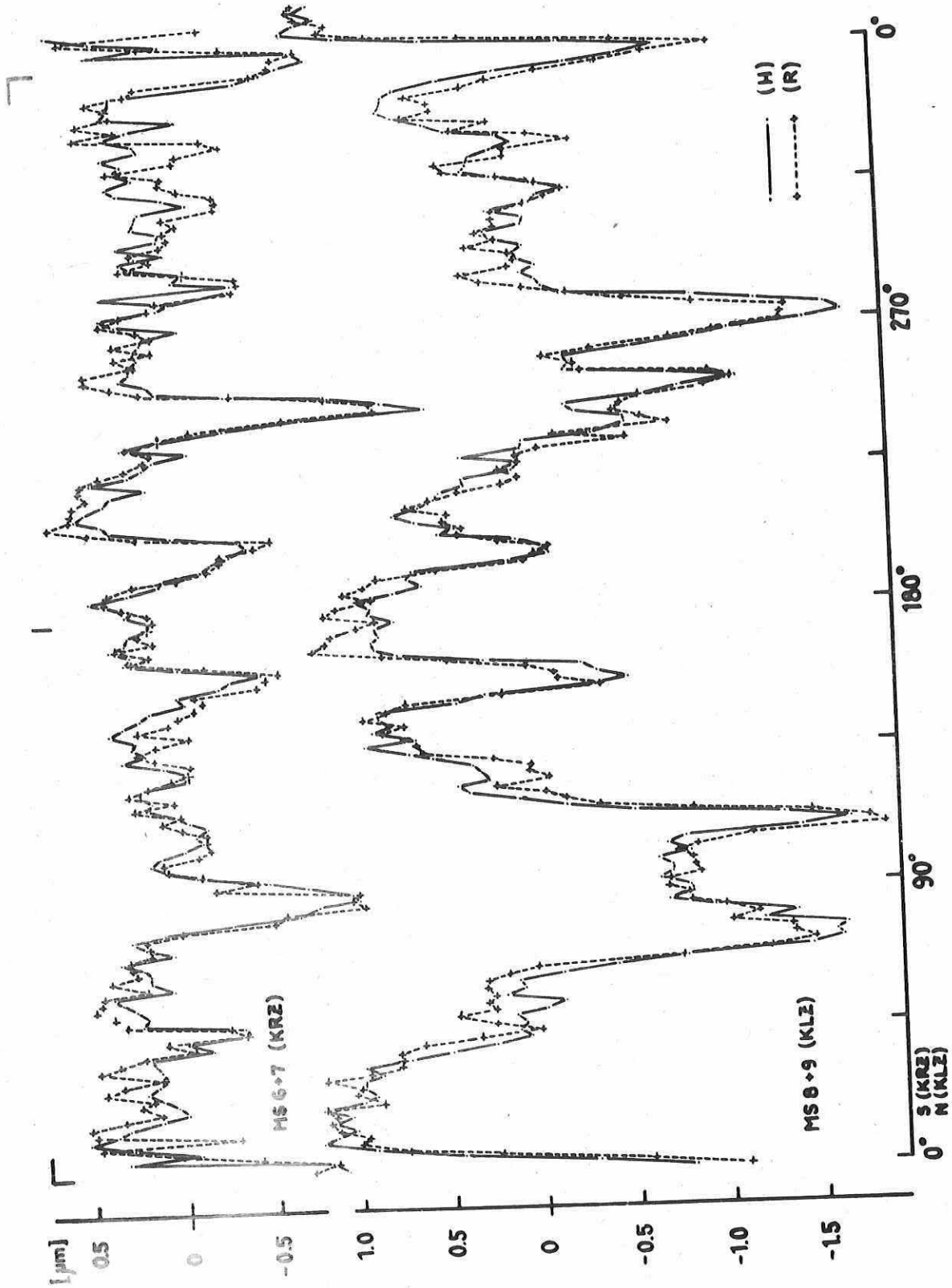


Abb. 16. Messungen in  $B_s$  an KRZ und KLZ nach Eliminierung der Schwingung in  $2\pi$

### 5.4.3. Berechnungsergebnisse

Die Rechnungen ergaben im Fall V I die in Abb. 18 für beide Zapfen, getrennt nach Hin- und Rückmessung, dargestellten Profile. Aus den Differenzen (H) - (R) folgt der mittlere Fehler für eine Profilangabe (Mittelwert) für beide Zapfen gleichermaßen zu

$m_{x_i} = \pm 0,20 \text{ Skt} \hat{=} \pm 0,16 \mu\text{m}$ . Im Groben wird durch die Doppelmessungen der Profilverlauf befriedigend bestätigt. Andererseits sind systematische Differenzen und relativ starke Fluktuationen erkennbar, die im Detail kaum Übereinstimmung zeigen.

Bei den Rechnungen zum Fall V II stellte sich leider heraus, daß das Gleichungssystem keine plausiblen Resultate brachte. Der Grund hierfür ist wohl in den Eigenschaften der Koeffizientenmatrix zu suchen; offenbar handelt es sich um ein "ill conditioned" System [52]. Auch eingeführte Näherungswerte für  $x_i$  in den  $k_i$ -Diagonalen der Fehlergleichungsmatrix auf Grund der V-I-Ergebnisse führten nicht zu einem befriedigenden Ergebnis. Zur Verwertung des Informationsgehaltes des Meßmaterials V II wurde deshalb eine Ausgleichung beider Varianten V I und V II in einem Guß durchgeführt. Der Formalismus entsprach völlig dem schon dargelegten, indem zur Umgehung der Nullwerte in der Hauptdiagonale der Normalgleichungen wiederum den nunmehr 64 Fehlergleichungen die beiden Mittelpunktsbedingungen beigelegt wurden. Die strenge Erfüllung der als Fehlergleichungen behandelten Bedingungen ist, wie in Abschnitt 5.4.1. bewiesen, durch das Ausgleichungsprinzip  $\sum v^2 = \text{Min.}$  impliziert. Die Rechnungen am ZRA 1 erfolgten getrennt für die (H)- und (R)-Reihen, so daß für jeden Zapfen zehn unabhängige Profile mit je 32 Zapfenfehlergrößen, auf insgesamt 160 äquidistante Zapfenstellen verteilt, erhalten wurden (Abb. 19).

Die Darstellung der so berechneten Zapfenfehler zeigt einen ungewöhnlichen Genauigkeitsgewinn gegenüber den Ergebnissen der Variante V I. Die systematischen Differenzen zwischen (H) und (R) sind praktisch ohne Bedeutung, die Übereinstimmung beider Kurven ist unerwartet gut; selbst kleinere Fluktuationen scheinen realer Natur zu sein, zumal eine Darstellung auf je 5 unabhängige Meßreihen gegründet ist, wodurch die Homogenität der Profile ausgewiesen wird; benachbarte, voneinander unabhängige Punkte zeigen dies besonders an den Flanken. größerer Profilstörungen sehr deutlich.

Die Mittelwerte  $\bar{x}_i = (1/2) [\bar{x}_i(H) + \bar{x}_i(R)]$  werden als definitive Zapfenfehler angenommen. Aus den Differenzen  $\bar{x}_i(H) - \bar{x}_i(R)$  ergibt sich der mittlere Fehler einer Zapfenfehlerangabe  $X_i$  zu  $M_x = \pm 0,06 \mu\text{m}$  für beide Zapfen übereinstimmend. Die Zapfenunregelmäßigkeiten  $X_i$  sind in Tab. 4 im Sinne eines Fehlers des Betrages des wahren Radiusvektors gegeben (d.h.  $X_i$  positiv, wenn  $r_i - r_0$  positiv). Die ausgeprägteren Störungen der Zapfenprofile sind in erster Linie durch Abnutzungserscheinungen hervorgerufen, wie in der Darstellung der Zapfenformen (Abb. 20) bei etwa 6000facher Überhöhung der Unregelmäßigkeiten zum Ausdruck kommt.

Unter Zugrundelegung der ermittelten Zapfenprofile können nunmehr rückwärts die Meßwerte  $y_i$  für beide Untersuchungsvarianten berechnet werden. Der Vergleich mit den von den Grundschwingungen befreiten Meßreihen - nur dieser Vergleich ist angebracht, da die aus den  $x_i$  berechneten Meßreihen nach (12) a priori keine derartige Schwingung enthalten können - ergibt als mittlere quadratische Abweichungen der gemessenen Werte  $y_i$  von den berechneten  $\pm 0,06 \mu\text{m}$  (V I bzw. V II) für den KRZ und  $\pm 0,10 \mu\text{m}$  (V I) bzw.  $\pm 0,12 \mu\text{m}$  (V II) für den KLZ. Die hier hervortretende Genauigkeitsdifferenz zwischen den Meßserien beider Zapfen ist



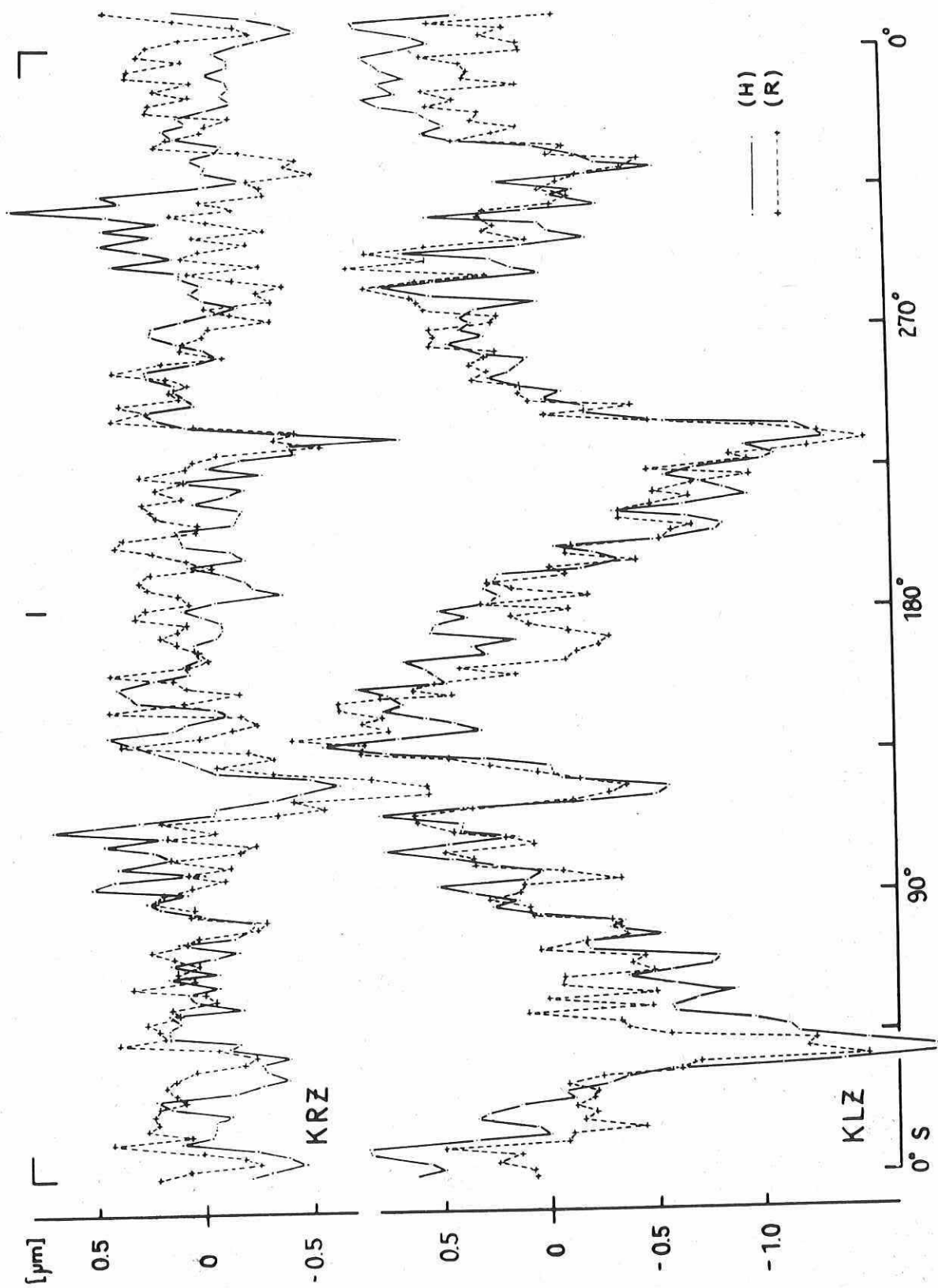


Abb. 18. Berechnete Zapfenprofile nach Messungen in  $B_0$  (Variante I)

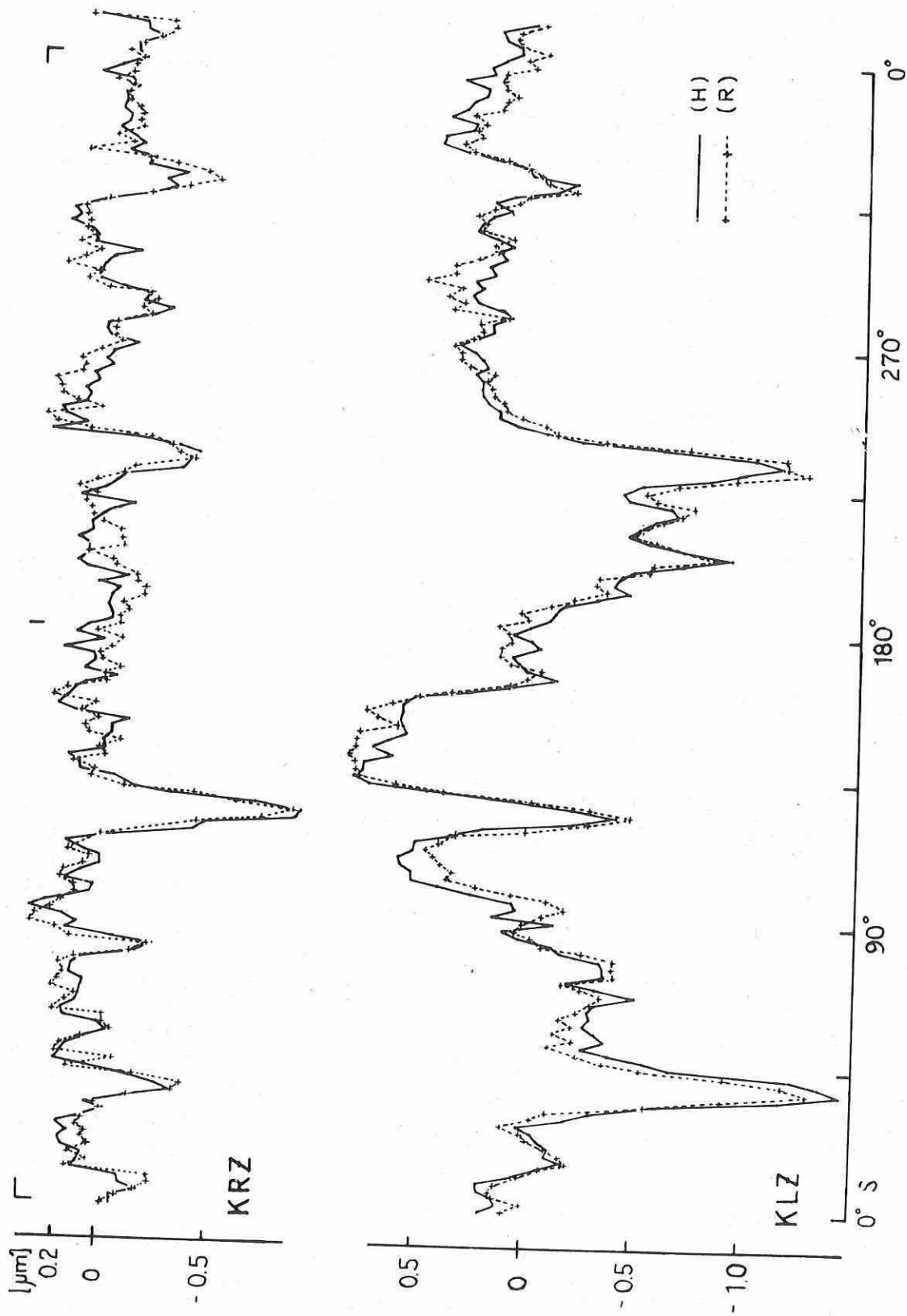


Abb. 19. Berechnete Zapfenprofile nach Messungen in  $B_o$  und  $B_s$  (Varianten I und II kombiniert)

Tab. 4. Zapfenfehler; Abweichungen des wahren Radius  $r_i$  vom mittleren  $r_0$  im Sinne  $r_i - r_0$  in  $10^{-2} \sqrt{\mu\text{m}}$   
(Orientierung: KRZ im Westlager, Zeiger in Zenitrichtung, Bewegung des Instruments vom Zenit nach Süd)

| z   | Nr. | KRZ | KLZ  | z    | Nr. | KRZ | KLZ  | z    | Nr. | KRZ | KLZ |
|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|
| 0°  | 0   | -5  | +13  | 135° | 60  | +8  | +80  | 270° | 120 | +3  | +38 |
|     | 1   | -7  | +5   |      | 61  | +14 | +78  |      | 121 | +3  | +30 |
|     | 2   | -18 | +12  |      | 62  | +9  | +79  |      | 122 | +2  | +24 |
|     | 3   | -17 | +17  |      | 63  | +1  | +73  |      | 123 | -16 | +25 |
|     | 4   | -17 | +16  |      | 64  | -3  | +76  |      | 124 | -19 | +14 |
|     | 5   | +13 | +3   |      | 65  | +2  | +72  |      | 125 | -15 | +29 |
|     | 6   | +6  | -8   |      | 66  | +3  | +68  |      | 126 | -15 | +37 |
|     | 7   | +10 | -21  |      | 67  | -3  | +61  |      | 127 | +0  | +37 |
|     | 8   | +10 | -15  |      | 68  | +13 | +65  |      | 128 | +11 | +32 |
|     | 9   | +12 | -12  |      | 69  | +13 | +67  |      | 129 | +9  | +43 |
|     | 10  | +9  | -5   |      | 70  | +21 | +61  |      | 130 | +15 | +30 |
|     | 11  | +14 | -2   |      | 71  | +17 | +52  |      | 131 | +10 | +32 |
|     | 12  | +8  | +6   |      | 72  | +5  | +32  |      | 132 | -1  | +23 |
|     | 13  | -2  | -12  |      | 73  | -2  | +9   |      | 133 | +15 | +21 |
|     | 14  | +4  | -21  |      | 74  | +2  | -6   |      | 134 | +10 | +18 |
|     | 15  | -14 | -59  |      | 75  | +4  | -1   |      | 135 | +14 | +17 |
|     | 16  | -33 | -105 |      | 76  | +5  | +8   |      | 136 | +19 | +30 |
|     | 17  | -32 | -139 |      | 77  | +9  | +12  |      | 137 | +17 | +28 |
|     | 18  | -13 | -128 |      | 78  | -3  | +5   |      | 138 | +15 | +27 |
|     | 19  | +11 | -108 |      | 79  | +10 | +5   |      | 139 | +6  | +18 |
| 45° | 20  | +6  | -60  | 180° | 80  | +1  | +10  | 315° | 140 | -15 | +17 |
|     | 21  | +19 | -46  |      | 81  | -3  | +9   |      | 141 | -29 | +10 |
|     | 22  | +17 | -32  |      | 82  | -5  | -3   |      | 142 | -34 | -12 |
|     | 23  | +7  | -19  |      | 83  | -4  | -3   |      | 143 | -36 | -9  |
|     | 24  | -4  | -30  |      | 84  | -9  | -11  |      | 144 | -19 | +3  |
|     | 25  | -0  | -23  |      | 85  | -11 | -24  |      | 145 | -14 | +7  |
|     | 26  | +7  | -25  |      | 86  | -4  | -39  |      | 146 | +6  | +20 |
|     | 27  | +19 | -23  |      | 87  | -11 | -33  |      | 147 | -8  | +34 |
|     | 28  | +14 | -27  |      | 88  | +3  | -35  |      | 148 | -2  | +43 |
|     | 29  | +11 | -32  |      | 89  | +7  | -50  |      | 149 | -4  | +38 |
|     | 30  | +15 | -43  |      | 90  | +9  | -62  |      | 150 | -5  | +33 |
|     | 31  | +14 | -29  |      | 91  | +1  | -88  |      | 151 | -7  | +30 |
|     | 32  | +16 | -18  |      | 92  | +5  | -69  |      | 152 | -3  | +38 |
|     | 33  | +16 | -39  |      | 93  | +2  | -54  |      | 153 | -2  | +28 |
|     | 34  | +11 | -38  |      | 94  | +6  | -44  |      | 154 | -1  | +25 |
|     | 35  | -15 | -38  |      | 95  | +7  | -50  |      | 155 | -6  | +20 |
|     | 36  | -23 | -21  |      | 96  | +4  | -58  |      | 156 | +0  | +23 |
|     | 37  | +5  | -10  |      | 97  | +1  | -67  |      | 157 | +3  | +29 |
|     | 38  | +20 | +1   |      | 98  | +11 | -68  |      | 158 | -3  | +21 |
|     | 39  | +22 | +9   |      | 99  | +9  | -50  |      | 159 | -11 | +15 |
| 90° | 40  | +25 | +11  | 225° | 100 | +2  | -46  |      |     |     |     |
|     | 41  | +29 | +4   |      | 101 | -5  | -59  |      |     |     |     |
|     | 42  | +22 | -7   |      | 102 | -21 | -87  |      |     |     |     |
|     | 43  | +9  | -1   |      | 103 | -37 | -111 |      |     |     |     |
|     | 44  | +8  | +17  |      | 104 | -36 | -115 |      |     |     |     |
|     | 45  | +18 | +33  |      | 105 | -29 | -108 |      |     |     |     |
|     | 46  | +14 | +45  |      | 106 | -13 | -64  |      |     |     |     |
|     | 47  | +5  | +44  |      | 107 | +20 | -26  |      |     |     |     |
|     | 48  | +4  | +49  |      | 108 | +19 | -6   |      |     |     |     |
|     | 49  | +12 | +51  |      | 109 | +27 | +3   |      |     |     |     |
|     | 50  | +17 | +49  |      | 110 | +15 | +13  |      |     |     |     |
|     | 51  | -2  | +46  |      | 111 | +15 | +16  |      |     |     |     |
|     | 52  | -26 | +35  |      | 112 | +18 | +20  |      |     |     |     |
|     | 53  | -45 | +11  |      | 113 | +20 | +24  |      |     |     |     |
|     | 54  | -81 | -25  |      | 114 | +17 | +25  |      |     |     |     |
|     | 55  | -90 | -44  |      | 115 | +13 | +26  |      |     |     |     |
|     | 56  | -65 | -24  |      | 116 | +8  | +25  |      |     |     |     |
|     | 57  | -36 | +4   |      | 117 | +11 | +29  |      |     |     |     |
|     | 58  | -11 | +43  |      | 118 | +4  | +36  |      |     |     |     |
|     | 59  | +1  | +67  |      | 119 | -7  | +33  |      |     |     |     |

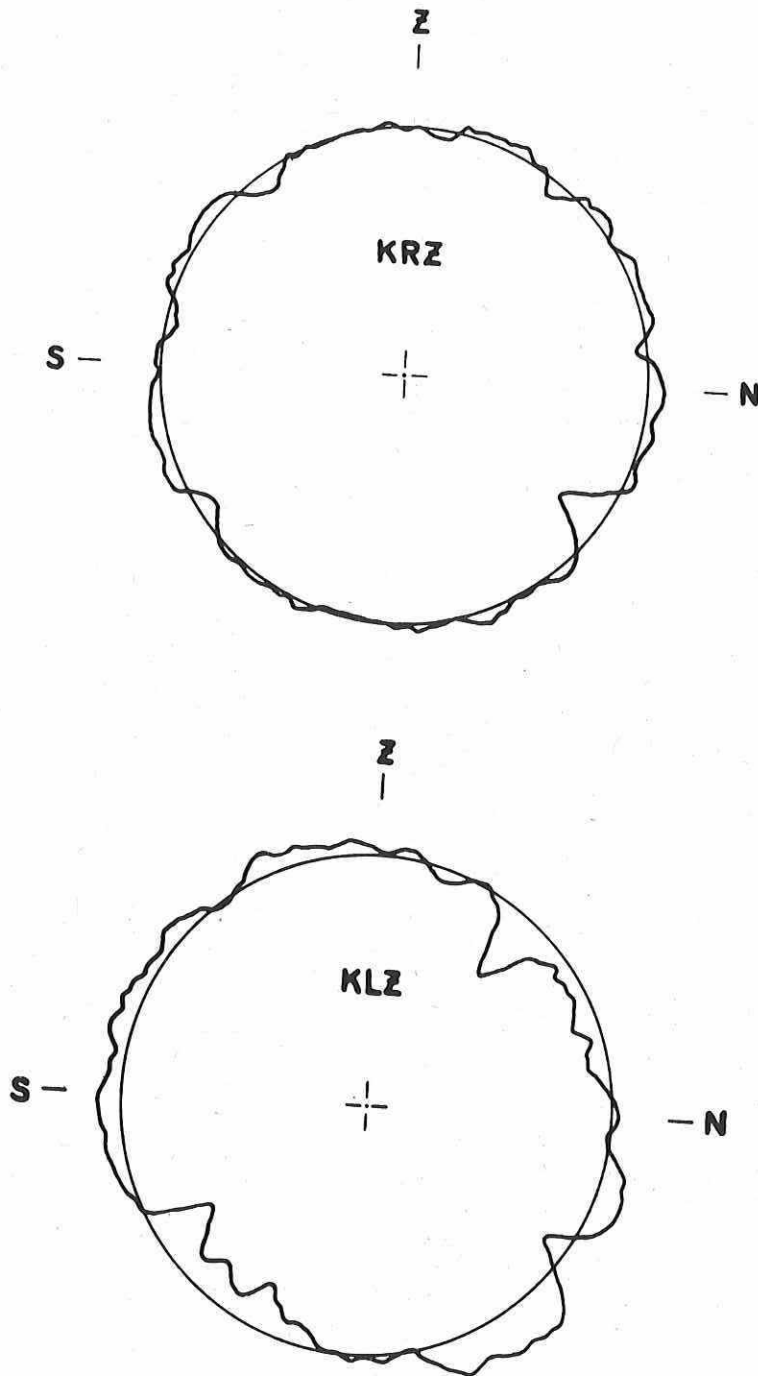


Abb. 20. Zapfenprofile, Abweichungen vom mittleren Zylinder in ca. 6000facher Überhöhung

wegen größerer Widersprüche und systematischer Effekte in den Originalmeßserien am KLZ nicht überraschend, wohingegen in den mittleren Fehlern der Zapfenfehler der Unterschied zwischen beiden Zapfen nicht so deutlich zum Ausdruck kommt. Aus der Gesamtausgleichung folgt als mittlerer Fehler einer ursprünglichen Beobachtung  $m_y = \pm 0,12 \mu\text{m}$  (KRZ) und  $m_y = \pm 0,16 \mu\text{m}$  (KLZ) sowie der m. F. einer ausgeglichenen Unbekannten  $M_x = \pm 0,05 \mu\text{m}$  (KRZ) und  $M_x = \pm 0,06 \mu\text{m}$  (KLZ) in guter Übereinstimmung mit obigem Wert von  $\pm 0,06 \mu\text{m}$ , ermittelt aus den Differenzen  $x_1(H) - x_1(R)$ . Die Genauigkeitsmaße  $M_x$  beziehen sich auf die definitiven Zapfenfehler  $x_1$ . (Infolge der gegenseitigen Abhängigkeit nur jedes fünften der jeweils 160 Äquidistanten Werte wird der m. F. des Profilverlaufs, d.h. einer aus den Kurven zu entnehmenden Profilangabe, kleiner als  $M_x$  anzunehmen sein.) - Die Berücksichtigung der Zapfenfehler eliminiert ihren Einfluß auf die Definition der Achsrichtung und des Instrumentenmeridians bis auf  $\pm M_x \sqrt{2}$ , der verbleibende Restfehler bei Durchgangsbeobachtungen beträgt damit etwa  $\pm 1 \text{ ms sec } \delta$ .

#### 5.4.4. Einfluß der Zapfenfehler auf die Durchgangsbeobachtungen

Die komplexe Wirkung der Zapfenfehler kommt darin zum Ausdruck, daß bei einer Beobachtung vier und bei einer Neigungsbestimmung acht Zapfenradien auf die zu messenden Größen Einfluß nehmen. Es empfiehlt sich deshalb eine systematische Betrachtungsweise. - Als Bezugsebene diene die durch den mittleren Instrumentenmeridian festgelegte Ebene. Die Richtung zum Zenit werde durch den Einheitsvektor  $e_i$ , die zum Südpunkt durch den Einheitsvektor  $e_j$  definiert. Anhand von Abb. 21 lassen sich die folgenden Beziehungen ablesen:

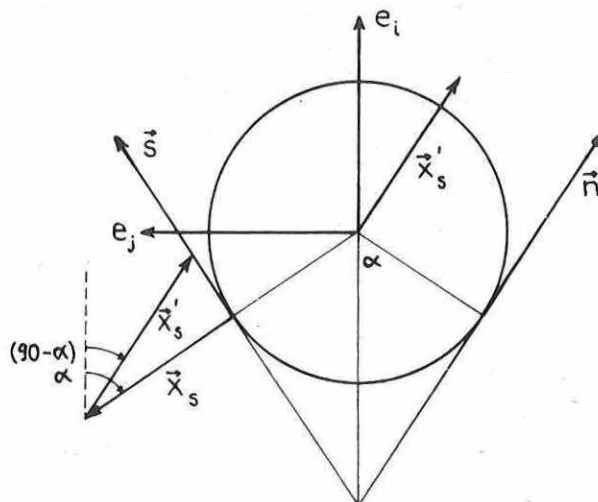


Abb. 21

Es bedeuten  $\vec{s}$ ,  $\vec{n}$  Einheitsvektoren der Lagerflanken; die Indizes s, n sowie w und o in den Beziehungen bedeuten Süd, Nord, West und Ost. Es gelten:

$$\vec{n}_{w,o} = e_i \sin \alpha - e_j \cos \alpha, \quad \vec{s}_{w,o} = e_i \sin \alpha + e_j \cos \alpha$$

und die Zapfenfehlervektoren:

$$\vec{X}_n = (-e_i \cos \alpha - e_j \sin \alpha) X_n,$$

$$\vec{X}_s = (-e_i \cos \alpha + e_j \sin \alpha) X_s.$$

Die Zapfenfehlervektoren bewirken eine Verschiebung des Zapfenmittelpunkts um

$$\vec{\sigma} = \vec{X}_s + \vec{X}_n$$

(in Abb. 21 ist nur  $\vec{X}_s$  eingezeichnet); mit  $|\vec{X}_n|/|\vec{X}_n^*| = |\vec{X}_s|/|\vec{X}_s^*| = \sin 2\alpha$  wird

$$\vec{X}_n^* = X_n \operatorname{cosec} 2\alpha \vec{s}_{w,0}, \quad \vec{X}_s^* = X_s \operatorname{cosec} 2\alpha \vec{n}_{w,0}$$

und damit die Verschiebung des Mittelpunkts des mittleren Zapfenzylinders im Westlager

$$\vec{\sigma}_w = \frac{1}{2} \sec \alpha (X_{nw} + X_{sw}) e_i + \frac{1}{2} \operatorname{cosec} \alpha (X_{nw} - X_{sw}) e_j,$$

im Ostlager

$$\vec{\sigma}_o = \frac{1}{2} \sec \alpha (X_{no} + X_{so}) e_i + \frac{1}{2} \operatorname{cosec} \alpha (X_{no} - X_{so}) e_j.$$

Die Differenz der Vektoren  $\vec{\sigma}_w - \vec{\sigma}_o$  ergibt nach Division durch den Lagerabstand sofort Neigung  $\Delta i$  ( $e_i$ -Komponente) und Azimut  $\Delta k$  ( $e_j$ -Komponente) der Instrumentenachse bezüglich der Verbindungslinie der Mittelpunkte der mittleren Zapfenzylinder:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_w - \vec{\sigma}_o &= \frac{1}{2} R \left[ \sec \alpha (X_{nw} + X_{sw} - X_{no} - X_{so}) e_i + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{cosec} \alpha (X_{nw} - X_{sw} - X_{no} + X_{so}) e_j \right], \end{aligned}$$

also

$$(13) \quad \begin{cases} \Delta i_z = \frac{1}{2} R \sec \alpha (X_{nw} + X_{sw} - X_{no} - X_{so}) \\ \text{und} \\ \Delta k_z = \frac{1}{2} R \operatorname{cosec} \alpha (X_{nw} - X_{sw} - X_{no} + X_{so}). \end{cases}$$

Die Vorzeichen erhält man im Sinne einer Verbesserung der beobachteten Durchgangszeit, wenn  $X_i = r_i - r_o$  definiert wird ( $r_i$  wahrer Radiusvektorbetrag an der Stelle  $i$ ,  $r_o$  mittlerer Radius des Zapfens);  $R$  ist ein vom Lagerabstand und Maßstab der  $X_i$  abhängiger Umrechnungsfaktor.

Analog errechnet sich die Verbesserung der gemessenen Libellenneigung:

$$(14) \quad \Delta N_z = \frac{1}{2} R \sec \beta (X_{no} + X_{so} - X_{nw} - X_{sw}),$$

wobei für  $\beta$  der halbe Zentriwinkel zwischen den Libellenauflagepunkten zu nehmen ist. Für die Berechnung von  $\Delta i_z$ ,  $\Delta k_z$  und  $\Delta N_z$  sind die Laufindizes  $n$ ,  $s$  und  $z$  (tiefgestellt)

entsprechend zu orientieren. Im vorliegenden Fall werden bei Zenitstellung des Rohres ( $z = 0$ ) und "Klemme Ost", d.h. KRZ im Westlager, folgende Zapfenfehler wirksam (Symmetrie der Lager zur Zenitrichtung vorausgesetzt): an den Lager-Nordflanken  $X_{55}$ , an den Lager-Südflanken  $X_{105}$  und - abgesehen davon, daß die Hängelibelle bei vertikaler Rohrstellung nicht einhängbar ist - an den Libellenträgerhaken  $X_{20}$  (Nord) und  $X_{140}$  (Süd); der Argumentschritt beträgt  $2^{\circ}15'$ ; die Erhöhung der Indizes um Eins bedeutet Bewegung des Rohres um  $2^{\circ}15'$  in südlicher Zenitdistanz.

Die Zapfenfehler bewirken, daß bei Bewegung des Instruments die optische Achse keine Ebene definiert, sondern daß als Funktion der Zenitdistanz Abweichungen vom Instrumentenmeridian auftreten, dessen Normalenvektor durch die mittlere Lage der Zapfenmittelpunkte, definiert nach (7), bestimmt ist. Diese Abweichungen sind von der Form

$$M_p = \Delta i_z \cos z + \Delta k_z \sin z$$

( $z$  südliche Zenitdistanz des Rohrs) und als Änderung der Kollimation anzusehen. Die angestellten Überlegungen gelten zunächst nur für eine Fernrohr- bzw. Klemmlage (im Beispiel "Klemme Ost"). Ist für eine Instrumentenlage das "Meridianprofil"  $M_p$  berechnet, so erhält man leicht aus geometrischen Gründen durch Umkehrung der Zählrichtung (ausgehend vom Zenit) und des Vorzeichens das Profil für die zweite Instrumentenlage; analog gilt dies für die Neigungskomponente  $\Delta i_z$ , während für  $\Delta k_z$  keine Vorzeichenumkehr eintritt. Das bedeutet, daß alle zur Richtung der optischen Achse symmetrischen Fehler eines Zapfens ohne Einfluß auf das Mittel der Beobachtungen in beiden Lagen bleiben. Abb. 22 zeigt die Abweichungen des durch die optische Achse definierten Instrumentenmeridians vom mittleren Meridian des Instruments für "Klemme Ost". (Auf den Kopf gestellt entspricht der Verlauf der Kurve dem Profil "Klemme West".) Die gleiche Abbildung zeigt das Meridianprofil für Beobachtungen in beiden Lagen. Hier wird anschaulich erkennbar, daß Zeitbestimmungen, denen Beobachtungen in beiden Fernrohrlagen, symmetrisch und nahe dem Zenit, zugrunde liegen, nahezu frei vom Einfluß der Zapfenfehler sind (eine strenge Eliminierung ist praktisch nicht möglich), im Gegensatz zu Rektaszensionsbeobachtungen, die hier im konkreten Fall systematische Fehler bis zu  $0^s,012 \sec \delta$  (bei  $\delta \sim 20^{\circ}$  und  $85^{\circ}$  resp. bei  $z \sim +30^{\circ}$  bzw.  $-30^{\circ}$ ) aufweisen können.

In Tab. 5 sind Wirkungskomponenten der Zapfenfehler mit dem Argument der nach Süden positiv gezählten Zenitdistanz zusammengestellt, und zwar Neigung und Azimut der wahren bezüglich der mittleren Instrumentenachse, das Meridianprofil  $M_p$ , d.h. die Abweichungen der optischen Achse vom mittleren Instrumentenmeridian (östliche Abweichung positiv) sowie die auf Grund der Neigungs- und Azimutkomponenten nach der MAYERSchen Formel berechneten Durchgangszeitkorrekturen  $\Delta u_z$ ; diese wie auch das Profil  $M_p$  sind zudem für das Mittel beider Instrumentenlagen berechnet. Beigegeben ist ferner die Korrektur  $\Delta N_z$  zur Reduktion der mit dem Hängenniveau gemessenen Neigung. (Die Tabelle berücksichtigt nicht die Zapfenungleichheit.)

Die Zapfenungleichheit wurde durch mehrmaliges Umlegen des Instruments mittels der Fühlhebeleinrichtung bestimmt. Die Messungen ergaben eine Differenz der mittleren Zapfenradien von  $\Delta r = r_o \text{ (KRZ)} - r_o \text{ (KLZ)} = 0,54 \mu\text{m} \pm 0,1 \mu\text{m}$ . Die mittlere Instrumentenachse besitzt damit eine Neigung von

$$\Delta i_A = \pm \Delta r \sec \alpha = \pm 0,20 \begin{cases} + \text{ Kl. Ost} \\ - \text{ Kl. West} \end{cases} .$$

Tab. 5. Änderungen instrumenteller Parameter infolge unregelmäßiger Zapfenfehler

| z   | KRZ West $\hat{=}$ Kl. Ost |              |          |              |              | 0,5 (Kl. Ost + Kl. West) |              |
|-----|----------------------------|--------------|----------|--------------|--------------|--------------------------|--------------|
|     | $\Delta i_z$               | $\Delta k_z$ | MP       | $\Delta u_z$ | $\Delta N_z$ | MP                       | $\Delta u_z$ |
| 0°  | +0,062                     | -0,155       | + 4,1 ms | + 6,8 ms     | -0,049       | + 0,0 ms                 | + 0,0 ms     |
| 5   | - 005                      | - 105        | - 0,9    | - 1,4        | - 030        | - 1,9                    | - 2,7        |
| 10  | - 100                      | - 098        | - 7,7    | -10,5        | - 004        | - 5,1                    | - 6,9        |
| 15  | - 129                      | - 083        | - 9,7    | -12,3        | - 009        | - 7,3                    | - 9,8        |
| 20  | - 159                      | - 089        | -11,9    | -14,1        | + 001        | - 9,1                    | -10,7        |
| 25  | - 152                      | - 059        | -10,9    | -12,3        | - 008        | - 8,9                    | -10,1        |
| 30  | - 161                      | - 022        | -10,0    | -10,8        | - 035        | -11,7                    | -12,7        |
| 35  | - 127                      | - 008        | - 7,3    | - 7,6        | + 022        | - 8,8                    | - 9,2        |
| 40  | - 096                      | + 027        | - 3,7    | - 3,7        | + 010        | - 4,1                    | - 4,2        |
| 45  | - 072                      | + 060        | - 0,5    | - 0,5        | + 007        | - 1,6                    | - 1,6        |
| 50  | - 070                      | + 037        | - 1,1    | - 1,1        | + 009        | - 0,9                    | - 0,9        |
| 55  | - 049                      | + 030        | - 0,3    | - 0,3        | + 036        | + 0,5                    | + 0,5        |
| 60  | - 053                      | + 022        | - 0,5    | - 0,5        | + 016        | + 0,2                    | + 0,2        |
| 65  | - 010                      | + 011        | + 0,4    | + 0,4        | + 023        | + 0,8                    | + 0,8        |
| 70  | + 043                      | + 056        | + 4,5    | + 4,7        | + 050        | + 2,5                    | + 2,6        |
| 75  | + 061                      | + 071        | + 5,5    | + 6,0        | + 060        | + 5,8                    | + 6,3        |
| 80  | + 084                      | + 145        | +10,5    | +11,9        | - 023        | +10,6                    | +11,9        |
| 85  | + 064                      | + 106        | + 7,4    | + 8,8        | - 134        | +10,5                    | +12,4        |
| 90  | + 065                      | + 097        | + 6,5    | + 8,1        | + 007        | + 8,0                    | +10,1        |
| 95  | + 053                      | + 140        | + 9,0    | +12,2        | + 038        | + 7,4                    | +10,1        |
| 100 | + 027                      | + 118        | + 7,5    | +11,1        | + 072        | + 6,5                    | + 9,7        |
| 105 | + 040                      | + 126        | + 7,4    | +12,2        | + 037        | + 6,5                    | +10,7        |
| 110 | + 097                      | + 131        | + 6,0    | +11,2        | + 016        | + 4,7                    | + 8,7        |
| 115 | + 050                      | + 091        | + 4,1    | + 8,9        | - 011        | + 0,6                    | + 1,3        |
| 120 | + 001                      | + 058        | + 3,3    | + 8,7        | - 068        | + 0,4                    | + 1,1        |
| 125 | - 026                      | + 019        | + 2,1    | + 6,9        | - 013        | - 0,6                    | - 2,0        |
| 130 | - 068                      | + 037        | + 4,8    | +22,3        | - 015        | + 0,3                    | + 1,3        |
| 135 | - 004                      | - 029        | - 1,2    | - 9,         | - 007        | - 2,7                    | -21,         |
| 140 | + 016                      | - 063        | - 3,5    | -83,         | - 033        | - 3,8                    | -91,         |
| 145 | - 034                      | - 072        | - 0,9    | +21,         | + 006        | - 2,7                    | +59,         |
| 150 | - 031                      | - 038        | + 0,5    | - 4,         | + 014        | - 2,4                    | +18,         |
| 155 | - 019                      | - 070        | - 0,8    | + 3,7        | - 022        | - 1,7                    | + 7,9        |
| 160 | + 047                      | - 155        | - 6,5    | +21,4        | - 053        | - 2,7                    | + 9,1        |
| 165 | + 169                      | - 175        | -13,9    | +36,1        | + 003        | - 7,1                    | +18,4        |
| 170 | + 087                      | - 105        | - 6,9    | +14,8        | - 023        | - 2,2                    | + 4,7        |
| 175 | + 041                      | - 050        | - 3,0    | + 5,6        | - 037        | + 0,2                    | - 0,4        |
| 180 | + 036                      | - 032        | - 2,4    | + 3,9        | + 033        | + 0,0                    | + 0,0        |
| 185 | + 057                      | - 067        | - 3,3    | + 4,9        | + 004        | - 0,2                    | + 0,3        |
| 190 | + 053                      | - 087        | - 2,5    | + 3,3        | - 006        | + 2,2                    | - 3,0        |
| 195 | + 017                      | - 080        | + 0,3    | - 0,3        | + 025        | + 7,1                    | - 8,9        |
| 200 | + 050                      | - 089        | - 1,1    | + 1,3        | + 042        | + 2,7                    | - 3,3        |
| 205 | - 033                      | - 020        | + 2,7    | - 3,0        | + 051        | + 1,7                    | - 1,9        |
| 210 | - 050                      | - 075        | + 5,3    | - 5,8        | + 014        | + 2,4                    | - 2,6        |
| 215 | - 033                      | - 070        | + 4,5    | - 4,7        | + 020        | + 2,7                    | - 2,8        |
| 220 | - 033                      | - 057        | + 4,1    | - 4,2        | + 051        | + 3,8                    | - 3,9        |
| 225 | - 077                      | - 013        | + 4,2    | - 4,3        | + 064        | + 2,7                    | - 2,7        |
| 230 | - 123                      | + 019        | + 4,3    | - 4,3        | + 050        | - 0,3                    | + 0,3        |
| 235 | - 109                      | + 017        | + 3,2    | - 3,2        | + 044        | + 0,6                    | - 0,6        |
| 240 | - 151                      | + 040        | + 2,6    | - 2,6        | + 021        | - 0,4                    | + 0,4        |
| 245 | - 166                      | + 029        | + 2,9    | - 3,0        | - 033        | - 0,6                    | + 0,6        |
| 250 | - 046                      | + 071        | - 3,4    | + 3,6        | - 092        | - 4,7                    | + 4,9        |
| 255 | - 062                      | + 103        | - 5,6    | + 6,1        | - 069        | - 6,5                    | + 7,1        |
| 260 | - 096                      | + 103        | - 5,6    | + 6,3        | - 074        | - 6,5                    | + 7,4        |
| 265 | - 118                      | + 098        | - 5,8    | + 6,9        | - 093        | - 7,4                    | + 8,8        |
| 270 | - 047                      | + 142        | - 9,5    | +11,9        | - 023        | - 8,0                    | +10,1        |
| 275 | + 087                      | + 211        | -13,5    | +18,4        | - 063        | -10,5                    | +14,2        |
| 280 | + 090                      | + 178        | -10,7    | +15,8        | - 082        | -10,6                    | +15,7        |
| 285 | + 044                      | + 105        | - 6,1    | +10,0        | - 021        | - 5,8                    | + 9,5        |
| 290 | + 058                      | + 026        | - 0,3    | + 0,6        | + 026        | - 2,5                    | + 4,6        |
| 295 | + 056                      | + 044        | - 1,1    | + 2,3        | + 054        | - 0,8                    | + 1,7        |
| 300 | + 069                      | + 055        | - 0,9    | + 2,5        | + 047        | - 0,2                    | + 0,5        |
| 305 | + 073                      | + 075        | - 1,3    | + 4,5        | + 057        | - 0,5                    | + 1,8        |
| 310 | + 090                      | + 064        | + 0,7    | - 3,1        | + 076        | + 0,9                    | - 4,3        |
| 315 | + 067                      | + 012        | + 2,6    | -20,         | + 077        | + 1,6                    | -12,         |
| 320 | + 077                      | - 013        | + 4,5    | -108,        | + 082        | + 4,1                    | -99,         |



Tab. 5 (Schluß)

| z                | KRZ West $\hat{=}$ Kl. Ost |              |          |               |               | 0,5 (Kl. Ost + Kl. West) |              |
|------------------|----------------------------|--------------|----------|---------------|---------------|--------------------------|--------------|
|                  | $\Delta i_z$               | $\Delta k_z$ | MP       | $\Delta u_z$  | $\Delta N_z$  | MP                       | $\Delta u_z$ |
| 325 <sup>0</sup> | +0,144                     | -0,062       | +10,3 ms | +226, ms      | +0,073        | + 8,8 ms                 | +194, ms     |
| 330              | + 197                      | - 064        | +13,5    | +102,         | + 024         | +11,7                    | +89,         |
| 335              | + 083                      | - 059        | + 7,0    | +32,1         | + 012         | + 8,9                    | +40,9        |
| 340              | + 056                      | - 117        | + 6,1    | +20,3         | + 011         | + 9,1                    | +30,0        |
| 345              | + 054                      | - 144        | + 4,9    | +12,7         | - 012         | + 7,8                    | +20,3        |
| 350              | + 018                      | - 115        | + 2,5    | + 5,3         | - 075         | + 5,1                    | +11,1        |
| 355              | + 028                      | - 160        | + 2,8    | + 5,2         | - 145         | + 1,9                    | + 3,5        |
| - z              | $-\Delta i_z$              | $\Delta k_z$ | - MP     | $-\Delta u_z$ | $-\Delta N_z$ |                          |              |
|                  | KRZ Ost $\hat{=}$ Kl. West |              |          |               |               |                          |              |

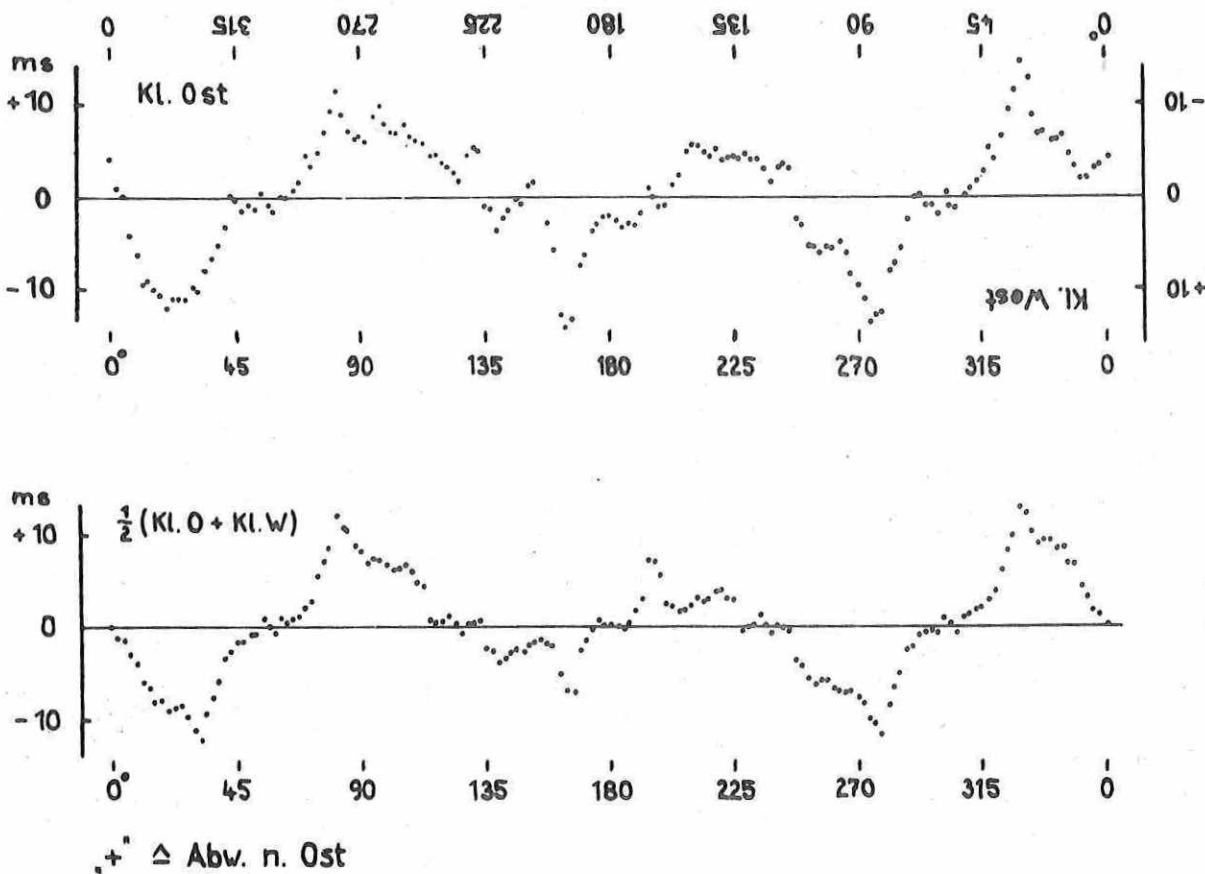


Abb. 22. Meridianprofil; Abweichungen des wahren (optische Achse) vom mittleren Instrumentenmeridian in Abhängigkeit von der Zenitdistanz

Die Neigung der mittleren Libellenachse beträgt bezüglich der Lagerachse

$$\Delta i_L = \pm Ar (\sec \alpha + \sec \beta) = \pm 0,35 \begin{cases} + \text{Kl. Ost} \\ - \text{Kl. West} \end{cases}$$

Die Angaben werden durch Neigungsmessungen in beiden Instrumentenlagen bestätigt. Die Zapfenungleichheit ist jedoch von untergeordneter Bedeutung, da sie im Mittel beider Lagen eliminiert wird.

#### 5.5. Bemerkungen zur Zapfenuntersuchung

Die Einschätzung der Untersuchungen soll folgende Aspekte berücksichtigen: das Verfahren der Bestimmung der Zapfengestalt und die Wirkungen der fehlerhaften Zapfen einschließlich des Zapfenverhaltens in den Lagern auf die Beobachtungen. Bestimmend für die Wahl des Verfahrens der Abtastung mittels Fühlhebel waren die Notwendigkeit eines Minimums an erforderlichem Aufwand und die Möglichkeit der Erprobung einer fast trägheitslos arbeitenden elektrischen Libelle für diesen Zweck. Der Nachteil der Fühlhebelmethode besteht darin, daß sie nicht unmittelbar die Störungen der Instrumentenachse zu bestimmen gestattet und daß die Einhaltung geometrischer Bedingungen und Voraussetzungen nur genähert durch die realen Verhältnisse erfolgt (z.B. nichtpunktförmige Auflage des Zapfens im Lager, Unsicherheit des Lagerwinkels und des Ortes des Fühlpunktes, verschiedene wirksame Zapfenquerschnitte in beiden Lagen). Ein gewisser Vorteil der speziellen Untersuchungsanordnung bestand in der Möglichkeit hoher Meßgeschwindigkeit und Effektivität, indem an jedem Zapfen eine große Zahl von Messungen in kurzer Zeit durchgeführt werden konnte. Zur Erweiterung der Aussagebasis wurden die Zapfen in zwei Positionswinkeln abgetastet. Hierzu war lediglich das Meßhütchen an der Apparatur zu versetzen. Insgesamt wurde jeder Zapfen in 20 unabhängigen Reihen zu je 32 Meßpunkten untersucht.

Trotz der ungewöhnlichen Geometrie der Zapfenlager ist die algebraische der analytischen Auswertung aus ökonomischen Gründen vorzuziehen. Die Behandlung als bedingte Ausgleichung ist durch die Darstellung unabhängiger Bestimmungsgleichungen erschwert. Der von MOREAU und VERBAANDERT [39] für den einfachen Fall des  $90^\circ$ -Lagers angegebene strenge Lösungsweg hat den Nachteil, daß zur Umgehung der in dem zyklischen System auftretenden Abhängigkeit zwei Meßwerte nicht in die Auswertung genommen werden. Zwar können sie einer Kontrolle unterzogen werden, bleiben aber bei der Berechnung der Zapfenfehler unbeachtet. Das hier entwickelte und angewandte Lösungsverfahren umgeht dies und folgt dem Prinzip einer vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungen, wobei im Formalismus aber auf das Mitführen von Korrelaten verzichtet werden kann und die beiden notwendigen Bedingungsgleichungen statt den Normalgleichungen auf Grund der zyklischen Eigenschaft des Systems den Fehlergleichungen angefügt werden können. Das hat den Vorteil, daß bei Bildung der Normalgleichungen eine symmetrische Matrix entsteht, bei der sämtliche Elemente der Hauptdiagonalen existieren und deren Umfang um zwei Unbekannte vermindert ist.

Das Mitführen von Korrelaten nach dem klassischen Vorgang würde den Reduktionsvorgang um zwei Stufen erweitern, brächte aber bei gleichbleibendem Ergebnis für die Unbekannten  $x_1$  dann nur die vollkommene Darstellung des Systems einer Meßreihe, d.h., sämtliche Verbesserungen würden verschwinden. Die Rechenzeit für die Reduktion würde bei einem System mit 32 Unbekannten sich ohne praktischen Nutzen um ca. 20 %, bei einem System mit 8 Unbekannten ( $90^\circ$ -Lager) etwa um 100 % (bezogen auf die für jedes System notwendige Rechenzeit) gegenüber der beschriebenen Methode erhöhen.

Die Berechnungsergebnisse für die Meßvarianten V I und V II waren unbefriedigend, die Variante V II lieferte überhaupt keine plausiblen Ergebnisse, wie erst die Berechnung der Matrix zeigte. Hingegen konnten durch eine Ausgleichung der Kombination beider Meßvarianten unerwartet günstige Resultate gewonnen werden. - Obwohl die ursprünglichen Meßreihen unvermutete systematische Störungen andeuten, scheinen diese besonders in den Meßreihen am KLZ anzutreffenden systematischen Effekte bei Betrachtung der Resultate für die Bestimmung der Gestalt der Zapfen bedeutungslos zu sein. Auf Grund der großen Zahl unabhängiger Meßreihen in vier Meßarten (Varianten I, II und jeweils Hin- und Rückmessung) und der sich doch ergebenden ausgezeichneten Übereinstimmung und gegenseitigen Bestätigung der Berechnungsergebnisse kann der Schluß gezogen werden, daß die ermittelten Profile reell sind und die erwähnten Störungen nicht nur unabhängig von den Zapfenfehlern auftreten, sondern auch deren Ableitung kaum behinderten. Die Eliminierung der Grundschiwingung in den MS hat nachweisbar keinen Einfluß auf das Berechnungsergebnis. Andererseits ist damit zu rechnen, daß diese systematischen Effekte neben den Zapfenfehlern auf die Beobachtung Einfluß nehmen können. Die Grundschiwingung wäre formal als systematische Auf- und Abbewegung des Zapfens deutbar. UHINK [48] hat bei Zapfenuntersuchungen ebenfalls diese Schwingungen festgestellt, ohne die Ursache ermitteln zu können.

Sofern diese Schwingungen nicht offensichtlich signifikanten Charakters wären, könnte folgende Erklärung herangezogen werden: Würde eine einwandfreie Meßreihe, die a priori frei von einer derartigen Schwingung sein sollte, an einer oder einigen Meßstellen durch irgendwelche Ursachen größere Störungen erfahren, dann würde sofort (von einer von den zufälligen Fehlern abhängigen Restschwingung abgesehen) eine Schwingung in  $2\pi$  induziert. Diese ist zunächst nicht offenkundig, wird aber im Berechnungsverfahren sowohl analytisch nach UHINK wie auch im vorliegenden Fall automatisch herausgefiltert und tritt in reiner Form ohne Aufprägung zufälliger Fehler zutage. (Die Eliminierung aus den MS im voraus war nur erfolgt, weil hier das Auftreten der Schwingungen ganz offensichtlich war und keine Bedeutung für die Zapfenfehler hatte; die Unterlassung der Reduktion hätte lediglich große Schwingungen in den Fehlergleichungsresten  $v_i$  erzeugt.) Im Verfahren nach MOREAU und VERBAANDERT würde die Schwingung indirekt durch Widersprüche in den beiden zyklischen Abhängigkeitsbedingungen ([39], S. 263) in Erscheinung treten:

$$(y_0 + y_{90} - y_{180}) + \sqrt{2} (y_{45} - y_{225}) = y_{270} ,$$

$$(y_{135} + y_{225} - y_{45}) + \sqrt{2} (y_{180} - y_0) = y_{315} .$$

Diese Bedingungen sind nichts anderes als die spezielle Formulierung ( $90^\circ$ -Lager, acht äquidistante Meßstellen) der Forderung nach dem Verschwinden der Schwingung in  $2\pi$  in den  $y_i$ ; allgemein ausgedrückt, muß das Skalarprodukt gelten:

$$(15) (y_i) (\sin z_i) = (y_i) (\cos z_i) = 0 .$$

Schlußfolgernd kann man feststellen, daß bei jeder Zapfenprüfung nach dem angewandten geometrischen Prinzip und, sofern nicht Ausgleichungskombinationen zweier oder mehrerer Meßvarianten vorgenommen werden, sowohl die Anwendung der analytischen Berechnung als auch die vermittelnde Ausgleichung mit Bedingungen stets eine Schwingung in  $2\pi$  in reiner Form hervortreten lassen werden, deren Amplitude bei ungestörter Meßreihe im statistischen Sinne vom Betrag Null ist; m.a.W., zufällige Meßfehler induzieren in den  $v_i$  eine reine

Schwingung in  $2\pi$  mit gewöhnlich von Null verschiedener, nicht signifikanter Amplitude. Insofern ist das Auftreten einer entsprechenden Schwingung als Nebenergebnis nicht überraschend.

Die Betrachtung der ursprünglichen MS zeigt aber deutliche systematische Störungen der Messungen. Besonders in den MS am KLZ sind sie so offensichtlich, daß zufällige Meßfehler als Ursache auszuschließen sind. Eigenartigerweise sind diese Störungen gut als Schwingungen mit der Grundperiode  $2\pi$  darstellbar; denn nach ihrer Eliminierung zeigen die MS zwischen Hin- und Rückmessung gute Übereinstimmung. Wären die Schwingungen etwa durch große, an einer oder mehreren Zapfenstellen ursächlich bedingte Meßfehler induziert, dann dürften u.a. die Differenzen der ursprünglichen Meßreihen zwischen Hin- und Rückmessung nicht den Schwingungscharakter aufweisen, den sie zeigen.

Eine Schwingung in  $2\pi$  der  $y_i$  könnte z.B. folgende Ursachen haben:

1. einen Zapfenknick, d.h. Nichtparallelität von Zapfen- und Drehachse bei gleichzeitiger Abweichung von  $B_0$  oder  $B_g$  (Abb. 14) aus der wirksamen Lager-Normalebene;
2. konischen Zapfen und systematische seitliche Zapfenverschiebungen in Richtung der Achse etwa als Folge der Nichtparallelität der seitlichen Andruckflächen zur Meridianebene des Instruments;
3. anisotrope Struktur des Zapfens, so daß
  - a) systematisch veränderliche Deformationen eintreten oder (und)
  - b) systematisch veränderliche Reibungskräfte Fühlhebel und Zapfen in ihrer Lagerung beeinflussen;
4. systematische Wälzeffekte, hervorgerufen durch restliche Drehmomente infolge unvollkommener Ausbalancierung des Instruments.

Betrachtet man im Hinblick auf diese möglichen Ursachen die festgestellten Grundschnitte (Abb. 17), so ergeben sich keine eindeutigen Schlußfolgerungen. Die Schwingungen der MS 1, 2 und 5 am KRZ könnten durch einen Zapfenknick (Ziffer 1) hervorgerufen sein, wenn man annimmt, daß der Berührungspunkt nicht im wirksamen Normalschnitt gelegen hat; bei MS 5 war dies, gewollt, nicht der Fall. Bei MS 1 und 2 könnte er, hier allerdings infolge eines unbeabsichtigten Justierfehlers, auf der anderen Seite (bezüglich MS 5) des wirksamen Querschnitts gelegen haben, was eine Verschiebung der Phase um  $\pi$  zur Folge hat. Bei MS 6 und 7 (Variante V II) könnte ein Justierfehler, vorzeichengleich mit MS 5, vorgelegen haben, wobei eine Phasenverschiebung von  $34^\circ$  eintreten muß. Eine nähere Kontrolle bezüglich der Bedingungen der relativen Phasenlagen zeigt aber keine Signifikanz der Deutung; denn der Phasenfehler  $m_A$  ergibt sich aus (11) zu

$$m_A = \pm \frac{m_0}{S} \sqrt{\frac{2}{n}} \leq \pm 5^\circ$$

( $m_0$  Gewichtseinheitsfehler,  $S$  Amplitude), während die tatsächlichen Abweichungen ein Vielfaches dieses Wertes betragen. Die Deutung nach Ziffer 1 würde zudem völlig bei den Kurvendarstellungen für den KLZ versagen, wo außergewöhnliche Phasenverschiebungen zwischen Hin- und Rückgangsmessung auftreten, nämlich zwischen MS 3 und 4 (V I) und MS 8 und 9 (V II). Diese Phasendifferenzen schließen auch Deutungen nach Ziffern 2, 3a und 4 aus. Die Phasenumkehr zwischen MS 1 bzw. 2 und MS 5 widerspricht auch der Deutung Ziffer 2. Im

Zusammenhang mit Ziffer 4 ist erwähnenswert, daß tatsächlich deutliche Rest-Drehmomente des Instruments nachweisbar sind. Jedoch dürften daraus resultierende systematische Wälzeffekte in  $B_0$  keine  $2\pi$ -Grundschiwingung erzeugen; im Gegensatz dazu sind bei den Messungen in  $B_0$  (V I) größere Amplituden feststellbar als in  $B_0$  (V II). Es führte zu weit, alle genannten Deutungsvarianten und ihre Kombinationen zu diskutieren. Augenscheinlich ist, daß das Material der neun Kurven keine auf sie alle gleichermaßen zutreffenden Gesetzmäßigkeiten zeigt. Sehr wahrscheinlich sind mehrere Einflußparameter für das Auftreten des Effekts verantwortlich. Vielleicht spielt die Meßapparatur, insbesondere die Hebellagerung, eine bestimmte Rolle; allein verantwortlich kann sie jedoch nicht sein; denn dann müßten die Effekte bei gleichartigen Messungen bei beiden Zapfen Ähnlichkeit aufweisen. Das ist aber nicht der Fall.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die ermittelten Zapfenprofile offenbar der Realität nahekommen müssen, da trotz unterschiedlicher systematischer Störungen der Messung stets sich bestätigende Ergebnisse aus vielfach unabhängigen Meßreihen erhalten wurden. Damit wird auch die gute Eignung der Libelle "Talyvel" für den Zweck der Zapfenuntersuchung nachgewiesen. Vorteilhaft sind die mögliche Anwendung hoher Meßgeschwindigkeit, derzufolge zeitlich abhängige systematische Einflüsse keine Bedeutung erlangen, und die hohe Meßgenauigkeit des Instruments, die wegen Ausnützung nur kleinster Neigungsbereiche, also bei praktisch unveränderter Aufstellung, vermutlich wesentlich über der im sonstigen Gebrauch üblichen Genauigkeit liegt. Wegen Komplexität der Fehler bei der Zapfenuntersuchung ist eine definitive Angabe der Libellenleistung nicht möglich, die innere Genauigkeit der Neigungsmessung kann aber zu etwa  $\pm 0,1$  abgeschätzt werden.

Zur Bestimmung des Zapfenprofils nach praktiziertem Fühlhebelprinzip erweist sich eine Kombination von Messungen in zwei Positionswinkeln als sehr nützlich. Die aus der Kombination der beiden Meßvarianten V I im Positionswinkel  $z = 0^\circ$  und V II im Positionswinkel  $z = 33,75^\circ$  erzielten Ergebnisse erhielten etwa das zehnfache Gewicht gegenüber den Resultaten der Variante V I. Untersuchungen über das Optimum der zu wählenden Kombination wurden nicht angestellt.

Die großen, nicht eindeutig interpretierbaren Störungen in Form von Grundschiwingungen in den Meßreihen lassen zunächst auch die Frage offen, ob und mit welchem Betrag diese nicht vom Zapfenprofil herrührenden Effekte die Beobachtungen (Rektaszensions- bzw. Zeitbestimmungen) beeinflussen können. Es erscheint deshalb angebracht, das definitive Verhalten der Zapfen in den Lagern durch geeignete Methoden permanent zu kontrollieren. Das Auftreten beträchtlicher Wälzeffekte wurde auch im Rahmen einer Exzentrizitätsuntersuchung des Kreises indirekt bestätigt (Abschnitt 6.5.).

## 6. Untersuchung des Teilkreises

### 6.1. Vorbemerkungen

Die Teilungsfehler des Kreises bestimmen wesentlich die Qualität der Deklinationsbeobachtungen, weshalb eine möglichst weitreichende Kenntnis ihrer Größe und Gesetzmäßigkeiten anzustreben ist. HÖG [23] schätzt sogar ein, daß insbesondere für fundamentale Beobachtungen die Teilfehler infolge langfristiger systematischer Veränderungen etwa alle 10 bis 20 Jahre neu bestimmt werden sollten. So wünschenswert die Bestimmung sämtlicher Strich- bzw. Durchmesserkorrekturen ist, erfordert doch die Durchführung solcher Untersuchungen einen nicht vertretbaren Aufwand, sofern nicht moderne Abtasteinrichtungen mit gekoppelter Datenverarbeitungsanlage und gegebenenfalls weitere Voraussetzungen eine ganz erhebliche Forcierung des Vorgangs gestatten [16, 17].

Das Ziel der Kreisuntersuchung des Instruments von Pistor & Martins bestand lediglich darin, durch die Bestimmung der Korrekturen einiger ausgewählter Durchmesser Einblicke in die Güte der Teilung zu erlangen. Die Teilung des Kreises war, wie schon erwähnt, im Jahre 1956 von der Firma VEB Feinmeß Dresden ausgeführt worden, indem auf eingelegtem Streifen einer Silber-Palladium-Legierung, die sich als sehr anlaufbeständig erweist, eine 2'-Teilung mittels einer Kreis-Feinteilmaschine TKF 950 S aufgebracht wurde. Eine Untersuchung der Teilung lag bisher nicht vor. - Die vorliegende Bestimmung von 12 Durchmesserkorrekturen geschah nach der BRUNSSchen Rosettenmethode in eingebautem und unverändertem Zustand des Kreises und der vier photographischen Ableseeinrichtungen (im folgenden abkürzend als PAE bezeichnet), im Gegensatz zu der sonst üblichen Methode der Versetzung eines Durchmessers gemäß den erforderlichen Hilfswinkeln [32]. Voraussetzung für die Art der Untersuchung war die Anwendung zweier an der TU Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie, neu entwickelter elektrischer Pendellibellen, die damit gleichzeitig einem Funktionstest unterzogen wurden.

Ferner wurde der Teilkreis in einigen kleineren Sektoren auf kurzperiodische Fehler untersucht, die bekanntlich bei maschinenteilten Kreisen durch Fehler vorwiegend der Globoidschnecke hervorgerufen werden.

Im Zusammenhang mit ersten durchgeführten Funktionsprüfungen des Meridiankreises wurden zunächst Untersuchungen zur Methodik des Ausmessens der Teilkreisfilme angestellt.

### 6.2. Erfassung und Genauigkeit der Teilkreisablesungen

Die Registrierung der Kreisstellung geschieht mittels der genannten PAE, deren Anzahl von anfänglich zwei auf vier erhöht wurde. Ihr Aufbau wurde unter 2.2. beschrieben. Die Funktion der PAE war zunächst insbesondere durch relativ häufig eintretenden Filmriß gestört. Diese Erscheinung konnte erheblich vermindert werden, indem die verwendeten üblichen Filmpatronen für 36 Aufnahmen nicht voll, sondern nur mit Filmen von ca. 1 m Länge - das entspricht einer nutzbaren Kapazität von 20 Aufnahmen - beschickt wurden. Als Filmmaterial diente ORWO-Dokumentenfilm DK 3. Dieses Material erscheint vor allem wegen der hohen Feinkörnigkeit (Entwickler F 43) besonders geeignet. Andere Filmsorten, wie ORWO-Printonfilm und verschiedene Arten der ORWO-NP-Serie, ergaben zwar stärkere Kontraste, waren aber wegen

gröberen Korn weniger für scharfe Ausmessungen geeignet. - Die Belichtungsdauer beträgt je Ablesung drei Sekunden mit zwei 6V/3W-Lampen. Die durch einen Knopfdruck auszulösende, durch eine einfache Prozeßautomatik geregelte Belichtung der beiden Durchmesser erfolgt unmittelbar nacheinander; die Belichtung der Durchmesserkomponenten geschieht gleichzeitig. Der Abbildungsmaßstab beträgt rund 0,9 mm/2'. Das sich in der ersten Bildebene jeder PAE befindende Fadensystem hat neben einigen der Orientierung der Einrichtung und speziellen Untersuchungen dienenden Fäden in der Mitte zwei als Indexmarken benutzte Fäden ( $J_1$  und  $J_2$ ), deren Abstand (ca. 30") so gewählt ist, daß einer stets ohne Behinderung durch eine Teilstrichabbildung ausmeßbar ist; denn zufällige enge Nachbarschaft oder Koinzidenz von Index und Teilstrichabbildung machen den Meßvorgang praktisch unmöglich.

Die Ausmessung jeder Aufnahme geschah nach folgendem Schema: Bezeichnen  $T_0, T_1, \dots, T_4$  fünf aufeinanderfolgende Teilstriche und dabei  $T_2$  den dem Index am nächsten liegenden Teilstrich, so werden unter dem Meßmikroskop die Einstellungen  $T_0, T_1, J_1, J_2, T_3$  und  $T_4$  vorgenommen. Der Strich  $T_2$  wird fortgelassen, da er ohnehin in einigen Fällen wegen des (annähernden) Zusammenfallens mit einer Indexmarke, ebenso wie diese dann auch, nicht ausmeßbar ist. Zur Erhaltung des Gewichts der Messung wird in solchem Falle die ungestörte Indexmarke doppelt eingestellt. Die Reduktion auf den allgemein definierten Index kann auf Grund meist in großer Zahl vorliegender Messungen von gleichzeitig  $J_1$  und  $J_2$  aus dem Mittel der Differenzen  $J_2 - J_1$  für jede PAE abgeleitet werden. Der daraus resultierende geringe Gewichtsunterschied zur Kreisablesung mit einem doppelt gemessenen Index ist praktisch ohne Bedeutung.

Im Abbildungsprozeß der PAE wird der Index verständlicherweise schärfer als die Teilung wiedergegeben; wie die Messungen zeigen, verhalten sich die mittleren Einstellfehler  $m_{EJ} : m_{ET}$  etwa wie  $1 : \sqrt{2}$ . Das angegebene Meßschema, vier Teilstriche auf zwei Indexeinstellungen, gewährleistet somit einen nahezu gleichgewichtigen, d.h. im Sinne des Aufwands optimalen Anschluß beider, Index und Teilung, aneinander. Die ausgeglichene Ablesung ( $T_0 + A$ ) am Index errechnet sich dann aus

$$(16) \quad A = \frac{J_{1,2} + 0,15 l_4 - 0,05 l_3 - 0,45 l_1 - 0,65 l_0}{0,2 l_4 + 0,1 l_3 - 0,1 l_1 - 0,2 l_0} \cdot 120'',$$

wobei  $l_0, l_1, l_3, l_4$  die Einstellungen im Meßmikroskop an den Teilstrichen  $T_0, T_1, T_3, T_4$  und  $J_{1,2}$  das Mittel zweier Einstellungen am Index  $J_1$  und (oder)  $J_2$  bedeuten. Für die praktische Rechnung erweitert man den Bruch um 20, die etwaige Mittelbildung von  $J_1$  und  $J_2$  entfällt dann, und die Berechnung geht leicht vonstatten; ferner setzt man  $l_0 = 0$ , welche Möglichkeit schon meßtechnisch beispielsweise bei Anwendung des Ascorecord gegeben ist.

Folgende Vorteile des angewandten Meßprinzips zur Ermittlung der Teilkreisablesungen sind hervorzuheben:

- a) Wegfall von Runbestimmungen;
- b) der Einfluß zufälliger Teilfehler auf die Richtungsmessung wird auf 25 % herabgesetzt (zwei Durchmesserablesungen basieren auf 16 Teilstrichen);
- c) Verminderung des Einflusses kurzperiodischer Teilfehler (die Amplitude der 10'-Periode wird auf 25 % verringert) und dessen vereinfachte Erfassbarkeit (s. Abschnitt 6.4.);
- d) gewichtsäquivalenter Anschluß von Index und Kreis;

- e) schematisches Berechnungsverfahren, womit die Meßdaten, z.B. vom Ascorecord, direkt einer Datenverarbeitungsanlage zugeführt werden können;  
 f) Erkennbarkeit einzelner grober Ausmeßfehler.

Ein eigens für die Meridiankreisfilme zur Verfügung stehendes Meßmikroskop mit Spiralmikrometer erwies sich für die Gewinnung der durch die PAE gebotenen Filmbildinformation als unzureichend. Neben Inkonstanz des Nullpunkts war vor allem die Erfassbarkeit der Teilstriche durch die gekrümmte Meßspirale als bedenklich anzusehen, da hierbei das leicht veräuschte Strichbild nur auf einen geringen Bruchteil seiner Länge erfaßt werden kann, was beträchtliche zufällige, aber auch systematische Fehler zur Folge hat. Aus diesem Grunde wurden sämtliche Teilkreisaufnahmen am automatisierten Zeiss-Koordinatenmeßgerät "Ascorecord" ausgemessen, womit neben der Genauigkeitssteigerung einer einzelnen Kreisablesung von etwa  $\pm 0,4$  auf  $< \pm 0,2$  eine rationellere Datenerfassung durch den Schreibautomaten gewährleistet und auch die Möglichkeit der Lochstreifen Ausgabe gegeben war.

Die Genauigkeit einer Ablesung des Teilkreises  $(T_0 + A)_i$  wird durch mehrere Fehlerkomponenten, wie persönliche und instrumentelle Fehler beim Ausmeßvorgang, Filmplanlagefehler bei der Aufnahme und Ausmessung, unregelmäßige Filmschichtverzerrungen (Schrumpfung), Informationsverluste durch die Aufnahmetechnik (Kontrastabschwächung, Filmkorn), und schließlich unmittelbar durch die Teilstrichfehler selbst bestimmt. Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der PAE, die hier zunächst interessiert, spielt der letztgenannte Fehler einfluß keine Rolle. Filmplanlagefehler und unregelmäßige Schrumpfungfehler sind ohne besondere Maßnahmen nicht trennbar. Die Planlage muß stets gut gewährleistet sein; beispielsweise ergibt eine kreisbogenförmige Aufwölbung des Films von  $p = 0,1$  mm (Pfeilhöhe) über eine Distanz von  $s = 5$  mm eine scheinbare Streckenverkürzung von  $\Delta \approx 8 p^2/3 s \approx 5 \mu\text{m}$ ; das entspricht hier etwa  $0,7$ . - Unter Zuhilfenahme einiger Hilfsindizes in den Bildern wurden in 16 Aufnahmen verschiedene, z.T. größere Intervalle mehrfach ausgemessen, um einen groben Einblick in das Verhalten des Filmmaterials bezüglich Verzerrungen zu gewinnen. Nach Eliminierung der Einstellfehler wurden die mittleren unregelmäßigen Schrumpfungfehler  $m_v$  eines Intervalls in Abhängigkeit von dessen Größe ermittelt und in Abb. 23 dargestellt.

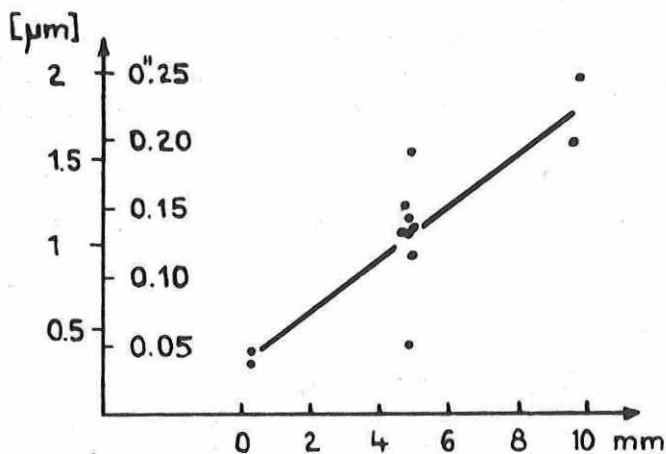


Abb. 23. Betrag der Standardabweichung (m. F.) der Filmschrumpfung in Abhängigkeit von der Intervallgröße



Eine Markierung basiert dabei auf Intervallmessungen in 16 verschiedenen Aufnahmen. Das für definitive Aussagen zu geringe Ausgangsmaterial läßt immerhin vermuten, daß Schrumpfungseffekte (einschließlich der Einflüsse durch Planlagefehler des Films) praktisch kaum in Erscheinung treten. Bei einem maximal "wirksamen" Intervallschritt von  $|J - T_J| \approx |T_4 - J| < 2 \text{ mm}$  ist mit einem mittleren Schrumpfungseffekt von  $\sim \pm 1 \mu\text{m} \hat{=} 0,1$  zu rechnen. Ein ähnliches Ergebnis erhält VAN HERK in [20]; ebenso zeigen Untersuchungen von DOLBERG und LARINK [15] die geringe Bedeutung des Effekts.

Die Bestimmung mittlerer Fehler der Einstellungen auf die Teilstrich- und Indexbilder am Ascorecord erbrachte folgende Ergebnisse: Unter anderem wurden aus 160 Doppelmessungen (Aufnahmen mit vier PAE in vier äquidistanten Kreisstellungen und Ausmessung von 10 Teilstrichen je Bild) der mittlere Fehler einer Einstellung eines Teilstrichs zu  $m_{ET} = \pm 1,08 \mu\text{m} \hat{=} \pm 0,14$  und aus insgesamt 140 Doppelmessungen der Einstellfehler auf eine Indexmarke zu  $m_{EJ} = \pm 0,64 \mu\text{m} \hat{=} \pm 0,08$  bestimmt. Unter der vereinfachenden Annahme eines Verhältnisses der Fehler von  $m_{EJ} : m_{ET} = 1 : \sqrt{2}$  wird der mittlere Fehler einer Kreisablesung

$$m_{EA} = \frac{1}{2} (2 m_{EJ}^2 + m_{ET}^2)^{1/2} = \frac{1}{2} m_{ET} \sqrt{2} = \pm 0,1 .$$

Rechnet man ferner einen mittleren Filmdeformationseffekt von  $\pm 0,1$  hinzu, so erhält man für eine Durchmesserablesung<sup>1)</sup> ebenfalls einen mittleren Fehler von  $m_{DA} = \pm 0,1$ . Diese Angabe ist ein direktes Maß für die Leistung der PAE; sie umfaßt summarisch die schon genannten Fehlerkomponenten: persönliche und instrumentelle Fehler beim Ausmeßvorgang, Filmplanlage- und Schrumpfungseffekte und das "Verrauschen" der Information durch die Aufnahmetechnik. - Der zeitliche Aufwand für die Filmausmessung ist allerdings beträchtlich. Ein geübter, routinierter Beobachter benötigt für die Ausmessung eines Filmbildes am Ascorecord (mit Schreibautomaten) bei insgesamt 6 Einstellungen pro Filmbild im Mittel 1,8 Minuten. Für ein Programm von 30 Sternen (120 registrierte Kreisstellen) würde damit eine reine Meßzeit von 3<sup>h</sup>,6 benötigt.

Vor Beginn der Detailuntersuchungen wurde die Abweichung  $\alpha$  der Kreisnormalen von der Drehachsrichtung überprüft. Im Falle einer Kreisschiefe  $\alpha$  ist an die Durchmesserablesung  $\varphi$  eine Korrektur von

$$(17) \quad \nu = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \sin 2(\varphi_k - \varphi)$$

anzubringen ( $\varphi_k$  ist die Ablesung für die Richtung der Knotenlinie am Kreis). Die Untersuchung ergab, daß  $\nu_{\max} \leq 0,01$  beträgt ( $\alpha < 2'$ ). Die Korrektur erübrigt sich im Falle der Verwendung zweier Durchmesser. Um zudem systematische Effekte auch durch Ebenheitsfehler des Kreises zu vermeiden, wurden mittels einer Autokollimationsmethode die optischen Achsen der PAE möglichst senkrecht (d.h. auf ca.  $0,1$ ) zur Kreisebene orientiert. Auf die Notwendigkeit dieser Maßnahme weisen auch die Autoren von [16] hin.

<sup>1)</sup> Unter Durchmesserablesung werde stets das Mittel zweier diametraler, nach dem beschriebenen Schema erhaltener Ablesungen verstanden - das bedeutet Einbeziehung von 8 Teilstrichen.

6.3. Die Bestimmung einiger ausgewählter Durchmesserkorrekturen

6.3.1. Die BRUNSSche Rosettenmethode

Unter der Rosette  $R(n, x)$  wird die Gesamtheit von  $n$  gleichmäßig über den Kreis verteilten Durchmessern verstanden, deren Korrekturen zu bestimmen sind. Die Angabe  $x$  bezeichnet einen dieser Durchmesser, womit die Orientierung der Rosette gegeben ist. Zur Bestimmung der  $n$  Durchmesserkorrekturen an den Stellen  $x, x + (180^\circ/n), x + (2 \cdot 180^\circ/n), \dots, x + \lfloor (p-1) \cdot 180^\circ/n \rfloor$  sind die auf geeignete Weise darzustellenden Hilfswinkel  $f$  mit den Werten  $180/n, 2 \cdot (180/n)$  bis maximal  $f = 90$  an den genannten Kreisstellen im Hin- und Rückgang auszumessen. Die zu fordernde Gleichgewichtigkeit verlangt, daß für  $f = 90^\circ$  (dieser Winkel tritt bei geradzahligem  $n$  auf) nur in einer Richtung, also mit halbem Gewicht gegenüber den anderen Reihen, zu messen ist. Man erhält für die Anzahl der notwendigen Durchmesserablesungen insgesamt  $2 n(n - 1)$ , im Falle der Rosette  $R(12, x)$  somit 264 Durchmesserablesungen.

Eine wesentliche Verringerung des Aufwandes, namentlich bei größeren Rosetten, gestattet die von BRUNS ausgearbeitete Methode der "Zusammensetzung von THEILLER-Rosetten" [9, 10]. Die Rosette  $R(n, x)$  läßt sich durch Kombination einfacherer Rosetten  $R(p, x), R(q, x), \dots$  ersetzen, wobei  $p, q, \dots$  teilerfremde Faktoren der Zahl  $n$  sind. Bei zwei Rosetten ( $n = p \cdot q$ ) wäre dann die Rosette  $R(p, x)$   $q$ -mal und die Rosette  $R(q, x)$   $p$ -mal, jede Reihe gegen die vorangehende um  $180^\circ/n$  versetzt, auszumessen. Die Kombination von zwei oder mehreren Rosetten liefert für alle Durchmesserkorrekturen gleiches Gewicht; aber im Gegensatz zur Anwendung nur einer Rosette ergeben sich die Winkelfehler nicht gleichgewichtig. Das reziproke Gewicht einer Durchmesserkorrektur ergibt sich zu (s. [517])

$$(18) \quad \frac{1}{g} = \frac{1}{p+q} \left[ 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - \frac{1}{p \cdot q} \left( 1 + \frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right) \right].$$

Das Verfahren der Untersuchung sei am Beispiel der Bestimmung von 12 Durchmesserkorrekturen unter Ersatz der Rosette  $R(12, 0)$  durch die Rosetten  $R(4, x)$  und  $R(3, x)$  gezeigt. Danach sind die drei erforderlichen Hilfswinkel  $45^\circ, 60^\circ$  und  $90^\circ$  nach Tab. 6 auszumessen (die Angaben bezeichnen die die Winkel  $f$  begrenzenden Durchmesser).

Tab. 6. Meßschema zur Bestimmung von 12 Durchmesserkorrekturen nach BRUNS

| Rosette  | $f = 45^\circ$ |           |           |          | Gewicht |
|----------|----------------|-----------|-----------|----------|---------|
| R(4, 0)  | 0 - 45         | 45 - 90   | 90 - 135  | 135 - 0  | 2       |
| R(4, 15) | 15 - 60        | 60 - 105  | 105 - 150 | 150 - 15 |         |
| R(4, 30) | 30 - 75        | 75 - 120  | 120 - 165 | 165 - 30 |         |
|          | $f = 90^\circ$ |           |           |          |         |
| R(4, 0)  | 0 - 90         | 45 - 135  | 90 - 0    | 135 - 45 | 1       |
| R(4, 15) | 15 - 105       | 60 - 150  | 105 - 15  | 150 - 60 |         |
| R(4, 30) | 30 - 120       | 75 - 165  | 120 - 30  | 165 - 75 |         |
|          | $f = 60^\circ$ |           |           |          |         |
| R(3, 0)  | 0 - 60         | 60 - 120  | 120 - 0   |          | 2       |
| R(3, 15) | 15 - 75        | 75 - 135  | 135 - 15  |          |         |
| R(3, 30) | 30 - 90        | 90 - 150  | 150 - 30  |          |         |
| R(3, 45) | 45 - 105       | 105 - 165 | 165 - 45  |          |         |

Die Reihen für  $f = 45^\circ, 60^\circ$  sind zu wiederholen bzw. im Hin- und Rückgang zu messen. Anschaulicher Grund hierfür ist die mit  $f = 90^\circ$  erfolgte Doppelmessung der Winkel innerhalb jeder Reihe. Die Gesamtzahl der Durchmesserablesungen beträgt demnach 120 für alle drei Winkel.

Für das vorliegende System  $R(3, 0), R(4, 0)$  berechnen sich die einzelnen Durchmesserkorrekturen wie folgt: Bezeichnen  $D_i$  die Durchmesserkorrektur des Durchmessers  $\varphi_i$  und  $f_\alpha$  den Prüfwinkel (der Index  $\alpha$  gibt die vorgeschriebene Größe des Prüfwinkels an), so gilt allgemein

$$(19) \quad D_{i+\alpha} - D_i = f_\alpha - (\varphi_{i+\alpha} - \varphi_i)$$

und speziell, wenn man für  $\varphi_{i+\alpha} - \varphi_i$  abkürzend  $\varphi_{i+\alpha,i}$  schreibt:

$$\begin{aligned} R(4, 0): \quad D_{45} - D_0 &= f_{45} - \varphi_{45,0}, & D_{90} - D_0 &= f_{90} - \varphi_{90,0}, \\ D_{90} - D_{45} &= f_{45} - \varphi_{90,45}, & D_{135} - D_{45} &= f_{90} - \varphi_{135,45}, \\ D_{135} - D_{90} &= f_{45} - \varphi_{135,90}, & D_0 - D_{90} &= f_{90} - \varphi_{0,90}, \\ D_0 - D_{135} &= f_{45} - \varphi_{0,135}, & D_{45} - D_{135} &= f_{90} - \varphi_{45,135}; \\ & & & \text{(Gewicht = 1)} \end{aligned}$$

entsprechend lauten die Beziehungen für  $R(4, 15)$  und  $R(4, 30)$ ; weiter ist

$$\begin{aligned} R(3, 0): \quad D_{60} - D_0 &= f_{60} - \varphi_{60,0}, \\ D_{120} - D_{60} &= f_{60} - \varphi_{120,60}, & \text{(Gewicht = 2)} \\ D_0 - D_{120} &= f_{60} - \varphi_{0,120}, \end{aligned}$$

und analog ergeben sich die Gleichungen für  $R(3, 15), R(3, 30)$  und  $R(3, 45)$ . Aus vorstehenden Beziehungen erhält man

$$\begin{aligned} R(4, 0): \quad 4 D_0 - (D_0 + D_{45} + D_{90} + D_{135}) &= \varphi_{45,0} - \varphi_{0,135} + \frac{1}{2} (\varphi_{90,0} - \varphi_{0,90}), \\ R(3, 0): \quad 3 D_0 - (D_0 + D_{60} + D_{120}) &= \varphi_{60,0} - \varphi_{0,120} \end{aligned}$$

und durch Summenbildung die Ausgangsgleichung für die Bestimmung von  $D_0$  (die Summe der beiden rechten Seiten werde mit  $F_0$  bezeichnet):

$$(20) \quad 7 D_0 - (D_0 + D_{45} + D_{90} + D_{135}) - (D_0 + D_{60} + D_{120}) = F_0.$$

Zur Berechnung von  $D_0$  sind noch die beiden Klammerausdrücke zu bestimmen. Man erhält sie - bei gleichzeitiger Einführung der Bedingung des Verschwindens der Summe aller zwölf Durchmesserkorrekturen - durch Summation der entsprechenden, nach zyklischer Vertauschung aus der Gleichung (20) hervorgehenden weiteren elf Beziehungen der insgesamt zwölf und gewinnt folgende Bestimmungsgleichungen für die Durchmesserkorrekturen:

$$(21) \begin{cases} 7 D_0 = F_0 + \frac{1}{4}(F_0 + F_{60} + F_{120}) + \frac{1}{3}(F_0 + F_{45} + F_{90} + F_{135}), \\ 7 D_{15} = F_{15} + \frac{1}{4}(F_{15} + F_{75} + F_{135}) + \frac{1}{3}(F_{15} + F_{60} + F_{105} + F_{150}), \\ \dots \\ 7 D_{165} = F_{165} + \frac{1}{4}(F_{165} + F_{45} + F_{105}) + \frac{1}{3}(F_{165} + F_{30} + F_{75} + F_{120}). \end{cases}$$

Einsetzen der Meßwerte für die  $F_i$  ergibt beispielsweise für  $D_0$ :

$$(22) \quad 7 D_0 = \frac{5}{4} \sqrt{\varphi_{45,0} - \varphi_{0,135}} + \frac{1}{2} (\varphi_{90,0} - \varphi_{0,90}) + \frac{4}{3} \sqrt{\varphi_{60,0} - \varphi_{0,60}} + \\ + \frac{1}{4} \sqrt{\varphi_{105,60} - \varphi_{60,15}} + \varphi_{165,120} - \varphi_{120,75} + \frac{1}{2} (\varphi_{150,60} - \varphi_{60,150} + \\ + \varphi_{30,120} - \varphi_{120,30}) + \frac{1}{3} \sqrt{\varphi_{105,45} - \varphi_{45,165}} + \varphi_{150,90} - \varphi_{90,30} + \\ + \varphi_{15,135} - \varphi_{135,75}.$$

Unter Beachtung der Bedingung  $\sum D_i = 0$  und Einführung einer Korrelate  $k$  erhält man das reziproke Gewicht einer Durchmesserkorrektur zu (siehe auch (18)):

$$Q = \frac{1}{g} = \frac{1}{7} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - k \right),$$

wobei

$$k = \frac{1}{12} \left( 1 + \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \right).$$

Damit wird  $Q = 0,19$  bzw.  $g = 5,3$  mit der Voraussetzung, daß eine Durchmesserablesung das Gewicht 1 besitzt. Es ist offensichtlich, daß alle Korrekturen mit gleichem Gewicht erhalten werden. Die Differenzen der Durchmesserkorrekturen haben abhängig von der Größe des einschließenden Winkels etwas unterschiedliche Gewichte; sie liegen bei etwa  $\frac{1}{2}(p + q)$  (557, S. 121).

### 6.3.2. Durchführung der Untersuchung

Der übliche Weg der Darstellung der Vergleichswinkel  $f_\alpha$  besteht darin, daß die Ableseeinrichtungen in entsprechend veränderten Anordnungen hierzu benutzt werden. Das bedeutet, daß vier Ableseeinrichtungen für die Repräsentanz des Winkels  $f_\alpha$  benötigt werden. Im vorliegenden Falle wurde ein anderer Weg eingeschlagen, der durch die Möglichkeit der Verwendung zweier sehr genauer, praktisch trägheitslos arbeitender elektrischer Pendellibellen beschränkt werden konnte. Diese Libellen dienten dazu, unmittelbar die Hilfswinkel  $f_\alpha$  darzustellen, indem sie, gegeneinander um diesen Winkel geneigt, auf geeignete Weise am Instrument befestigt wurden. Dadurch erübrigte sich eine Umsetzung der PAE, was unter den gegebenen Verhältnissen sehr langwierige Justierungen erfordert hätte; außerdem war ein reibungsloses Funktionieren aller vier PAE zunächst nicht gesichert.

Für die Befestigung der Libellen wurde eine mit einem zylindrischen Steckzapfen versehene trapezförmige Grundplatte an zwei Speichen des unbenutzten und unbrauchbaren Kreises verschraubt. Auf dem parallel zur Instrumentenachse gerichteten Steckzapfen wurden nebeneinander beide Libellen, die ihrerseits an zwei durchbohrte Aluwürfel geblockt worden waren, klemmbar befestigt. Auf diese Weise waren Winkel beliebiger Größe durch entsprechende Neigung der Libellen gegeneinander darstellbar. Der Gleichgewichtszustand am Instrument wurde durch ein Gegengewicht und Veränderungen am Entlastungssystem aufrechterhalten.

Um das Abtragen des während einer Meßreihe unveränderten Winkels  $f_{\alpha}$  über den ganzen Kreisumfang zu gestatten, wurde der die Apparatur tragende unbrauchbare Kreis so in seiner Befestigung gelöst, daß er mit einem gewissen Reibungswiderstand gegen die Instrumentenachse verdreht werden konnte. Damit war es möglich, den Teilkreis nicht nur im eingebauten Zustand, sondern auch ohne Veränderung der Stellung der vier PAE zu untersuchen. Dies bedeutet, daß ein möglicher Kreisbiegungseffekt erster Ordnung implizit erfaßt und somit bei der Anbringung von nach dem geschilderten Verfahren gewonnenen Durchmesserkorrekturen bei Deklinationsbeobachtungen eliminiert wird. Ein Nachteil des praktizierten Verfahrens besteht darin, daß die zu einer Winkelmessung gehörenden Durchmesserablesungen nicht in einer Kreisstellung, sondern nacheinander erfolgen, indem zunächst der eine Winkelschenkel durch Einspielen der ersten Libelle und nach Verstellung des Kreises um  $f_{\alpha}$ , durch Einspielen der zweiten Libelle, der andere Winkelschenkel fixiert wird. Betrachtet man den Aufwand, so scheint damit eine Verdopplung der Meßarbeit verbunden zu sein. Dies ist aber nicht der Fall bei Benutzung zweier orthogonaler Durchmesser, wodurch eine doppelte und praktisch unabhängige Bestimmung der Kreisfehler an den Stellen  $\varphi_i$  und  $\varphi_{i+\pi}$  erfolgt. Nachteilig bleibt jedoch die Zeitdifferenz zwischen den Einstellungen der Winkelschenkel, wobei aber linear veränderliche Störeinflüsse ohne Bedeutung bleiben. Dieser Mangel wird aber praktisch nicht evident, wenn Meßgenauigkeit und Nullpunkt Konstanz der Libellen genügend hoch sind, zumal auch bei scheinbar feststehenden Ableseeinrichtungen keine absolute Konstanz erwartet werden kann.

### 6.3.3. Untersuchung der elektrischen Pendellibellen

Für die beschriebene Methodik der Kreisuntersuchung waren hohe Anforderungen an die Qualität der Neigungsmessung zu stellen, und die an der Sektion Geodäsie und Kartographie der Technischen Universität Dresden von den Herren Ing. SELTMANN und Dipl.-Ing. POTTHOFF entwickelten Pendellibellen mit elektrischer Anzeige schienen geeignet zu sein und den Anforderungen zumindest bezüglich der Empfindlichkeit zu genügen.

Die Libellen sind mit induktiven Aufnehmern (Typ JWB 1) als Meßfühler ausgestattet; zwischen den Aufnehmern befindet sich am unteren Ende der 22 cm langen Pendel ein Ferritplättchen (Typ Manifer des VEB Keramische Werke Hermsdorf). Die äußeren Abmessungen der Pendellibellen betragen etwa 260 x 60 x 50 mm (Höhe x Breite x Länge). Als Anzeigegerät dient die Universalmeßeinrichtung UM 111 in Verbindung mit dem Mehrfachabgleichgerät UMM 161 (VEB Funkwerk Dresden). Die Anzeige kann in sechs Bereichsstufen in Schritten zu je 10 dB gewählt werden. Die empfindlichste Stufe (Schalterstellung C, C03) ergibt, bezogen auf die untere Skala der Anzeige am UM 111, einen Skalenwert von  $0,012/\text{Skt}$ ; als für praktische Messungen geeigneter (wegen verminderter mikroseismischer Wirkungen) erwiesen sich die Bereiche "0,01" und "0,03" mit den Skalenwerten  $0,04/\text{Skt}$  und  $0,12/\text{Skt}$ .

Erste praktische Erprobungen bei astronomischen Breitenbestimmungen hatten leider nicht den Erwartungen entsprochen. Trotz der wenig befriedigenden Ergebnisse wurden die Libellen vom Verfasser leihweise übernommen und weitere Untersuchungen angestellt, die zunächst die in Dresden erzielten negativen Ergebnisse bestätigten. Die Pendellibellen zeigten zwar hohe Empfindlichkeit, aber im Hinblick auf die Nullpunktkonstanz waren keine brauchbaren Resultate zu erzielen. Wiederholte Darstellungen konstanter Winkel mit der beschriebenen Hilfsapparatur am Meridiankreis wiesen Sprünge ohne erkennbare Gesetzmäßigkeiten von bis zu  $2''$  auf. Anlaß dieser Störungen waren offensichtlich Erschütterungen bzw. sporadische Auslenkungen (Neigungen) der Libellen bei der Handhabung; Intensität oder Betrag spielten hierbei keine entscheidende Rolle. Selbst vorsichtigstes Hantieren konnte Nullpunktsprünge nicht ausschließen.

Als Ursache dieser Erscheinung kamen "Sprungdeckeleffekte" der sehr feinen Metallbandaufhängung der Pendel in Betracht. Eine Erneuerung der Bänder brachte jedoch keine Verbesserung der Ergebnisse, die Libellen schienen für nichtstatische Bedingungen unbrauchbar. Zweifellos mußte die Ursache hierfür im Bereich der Pendelaufhängung zu suchen sein, zumal im Labor bei feststehenden Libellen recht günstige Resultate erzielt werden konnten. Meine Überlegungen gingen dahin, daß - obwohl der maximale Pendelausschlag sehr klein ( $< 1'$ ) gehalten wurde - infolge des Pendelgewichts und gerade weil die Aufhängung an sehr dünnen Metallbändern erfolgte, an den Einspannstellen und hier vor allem an den Punkten A und A' (Abb. 24a) Kräfte am Kristallgefüge wirksam wurden, die die Elastizitätsgrenze des Materials erheblich überschritten und damit kleine Veränderungen im Bereich der Aufhängung verursachten, deren multiple Auswirkungen eben jene beobachteten Störungen waren. Dabei spielen weniger Versetzungen als in A und A' vorhandene variable Rückstellmomente die Hauptrolle der Nullpunktinkonstanz. Das Prinzip der Aufhängung sollte m.E. nicht das Ziel verfolgen, möglichst feine, d.h. dünne Bandmaterialien einzusetzen, sondern müßte darin bestehen, die im Band eintretenden Deformationen von den Einspannstellen weg zu verlegen. Dies könnte geschehen, wenn man etwa Bänder der in Abb. 24b angegebenen Form aus homogenem

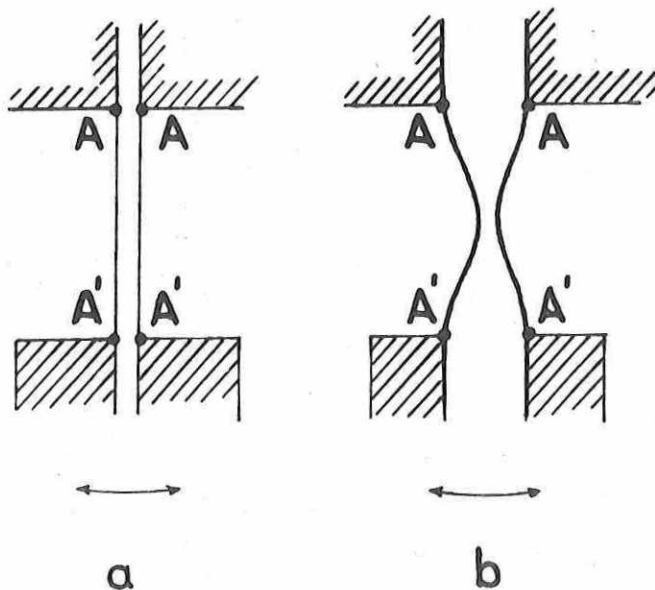


Abb. 24. Pendelaufhängung

Material verwendet. Die Fertigung solcher Bänder für die Pendelaufhängung könnte auf prinzipiell einfache Weise geschehen: Das zu verwendende Stahlband o.ä. wird auf zylindrischer Unterlage befestigt, plangeschliffen und poliert. Spezielle Fragen wie die beiderseitige Flächenbehandlung (dann evtl. auf zwei verschiedenen Zylinderunterlagen mit Radienverhältnis 2 : 1), der Betrag der Radien, die Bandstärke, Bearbeitungsmethode, Befestigungsmöglichkeiten auf der Unterlage und ähnliche Details seien nicht erörtert. Zur Verminderung von Sprungdeckeleffekten wäre statt rechteckigen Querschnitts evtl. ein runder oder ovaler Querschnitt im mittleren Bereich erwünscht, was die technologischen Schwierigkeiten aber wohl erheblich komplizieren würde. Die Dicke des Bandes in den Einspannstellen und seine Form müssen allgemein so gewählt sein, daß in der Nähe von A bzw. A' keinerlei Deformation erfolgt und in keinem Bereich des Bandes die Elastizitätsgrenze überschritten wird. Geringe auftretende Rückstellmomente dürften bei Messungen in genügend kleinen Neigungsbereichen ohne Bedeutung sein.

Ein diesbezüglicher Vorschlag für die Bandgestaltung wurde dann auch prinzipiell vom Konstrukteur der Libellen, Herrn Ing. SELTMANN, realisiert, indem allerdings nicht die Dicke, sondern die Breite der Bänder von den Einspannstellen zur Bandmitte hin verringert wurde, da diese Lösung weniger Aufwand erforderte. Die hiernach erfolgte Erprobung der Libellen lieferte wesentlich verbesserte Meßergebnisse; die Inkonstanz des Nullpunkts war nahezu beseitigt, womit praktisch die Richtigkeit des Lösungsweges bestätigt wurde. So wurden unter anderem die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit von Meßwerten der Libellen durch Ausmessen des verbleibenden Restwinkels zwischen den Libellen nach deren Parallelstellung geprüft. Die Messung geschah so, daß nach Messung der Differenz der Ablesungen beide Libellen, die am Meridiankreis befestigt worden waren, um ca. 50 bis 80° mit dem Instrument geneigt wurden; nach anschließender Vertikalstellung und Messung der Differenz der Libellenablesungen wurden sie wiederum, nunmehr nach der anderen Seite, geneigt, usf. Innerhalb 20 Minuten wurden 11 Differenzen der Libellenanzeigen bestimmt. Derartige Meßreihen wurden nach jeweils ca. 30 Minuten Pause zweimal wiederholt, so daß über einen Zeitraum von 2<sup>h</sup> 33 Neigungsdifferenzen vorlagen. Für die drei Reihen ergab sich der m. F. einer einzelnen Differenzmessung zu  $\pm 0,06$ ,  $\pm 0,09$  und  $\pm 0,07$ . Die gemeinsame Auswertung der drei Reihen ergab als m. F. einer einzelnen Differenzmessung  $\pm 0,065$  bzw.  $\pm 0,046$  für den m. F. einer Neigungsangabe einer Pendellibelle. Die Änderung des eingestellten Winkels von  $\sim 0^\circ$  betrug während der Untersuchung  $0,30$ , mithin  $0,15/h$ . Dieser Betrag setzt sich zusammen aus der relativen Nullpunktsdrift beider Libellen und der tatsächlichen Änderung des Winkels. Die größte Abweichung der 33 Differenzmessungen vom Mittel (Driftkurve) betrug  $0,14$ . Weitere kleinere Tests bestätigten die nunmehr erreichte Qualität der Pendellibellen, so daß ihrem Einsatz für die Kreisuntersuchung nichts im Wege stand. Für die praktische Durchführung der Aufgabe wurden die Libellengehäuse luftdicht mit Klebstreifen verschlossen, nachdem in das Innere etwas Blaugel als Trockenmittel gegeben worden war, um ein Kleben der Pendel an den Bereichsbegrenzungen zu verhindern. Außerdem wurden Libellen und umgebende Teile mit Alufolie (als thermischem Strahlungsschutz) verkleidet.

#### 6.3.4. Bemerkungen und Ergebnisse zur Kreisuntersuchung nach BRUNS

Die praktische Durchführung der Ausmessung der Rosetten bestätigte zunächst die Brauchbarkeit der Pendellibellen für diesen Zweck. Im Laufe der Messungen - sie geschahen in der Reihenfolge  $f_{45}$ ,  $f_{60}$ ,  $f_{90}$  - schien sich ein Nachlassen der Nullpunktstabilität bemerkbar

Tab. 7. Ergebnisse der Winkelmessungen zur Kreisuntersuchung nach BRUNS

|                |      |        |        |        |        |        |         |        |        |        |         |        |         |
|----------------|------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|--------|---------|
| $\alpha$       | 45-0 | 90-45  | 135-90 | 0-135  | 60-15  | 105-60 | 150-105 | 15-150 | 75-30  | 120-75 | 165-120 | 30-165 | Gewicht |
| 1. $\emptyset$ | 0,92 | 0,69   | 0,08   | 0,78   | 0,50   | 1,02   | 0,06    | 1,00   | 0,90   | 1,17   | 0,61    | 1,34   | 2       |
| 2. $\emptyset$ | 0,78 | 0,90   | 0,33   | 0,51   | 0,44   | 0,98   | 0,14    | 1,01   | 0,31   | 1,08   | 1,23    | 1,35   | 2       |
| $\alpha$       | 60-0 | 120-60 | 0-120  | 75-15  | 135-75 | 15-135 | 90-30   | 150-90 | 30-150 | 105-45 | 165-105 | 45-165 |         |
| 1. $\emptyset$ | 1,18 | 1,07   | 0,72   | 0,54   | 0,84   | 0,83   | 1,26    | 0,16   | 1,08   | 1,37   | 0,68    | 0,69   | 2       |
| 2. $\emptyset$ | 0,83 | 0,80   | 1,04   | 0,90   | 0,28   | 1,05   | 0,98    | 0,69   | 1,25   | 0,94   | 0,24    | 0,99   | 2       |
| $\alpha$       | 90-0 | 135-45 | 0-90   | 45-135 | 105-15 | 150-60 | 15-105  | 60-150 | 120-30 | 165-75 | 30-120  | 75-165 |         |
| 1. M.          | 0,72 | 0,21   | 0,19   | 0,62   | 0,84   | 0,44   | 0,25    | 0,77   | 0,47   | 0,56   | 0,68    | 0,58   | (2)     |
| 2. M.          | 0,77 | 0,44   | 0,16   | 0,58   | 0,84   | 0,07   | 0,11    | 0,71   | 0,53   | 0,42   | 0,76    | 0,65   | (2)     |



zu machen. Ein eventueller Ermüdungseffekt der Bänder bzw. die größeren Neigungswinkel konnten die Ursache sein. Bei den  $90^\circ$ -Messungen traten wiederholt Störungen ein, so daß schließlich auf diese Meßreihen verzichtet wurde, da diese Neigungen den Libellen wohl nicht mehr zugemutet werden konnten (nach dem Konstruktionsprinzip sollte dies jedoch der Fall sein). Vielleicht gibt es auch andere Ursachen für die Störungen bei den letzten Untersuchungen, wie etwa Eindringen von Staub in den Luftdämpfungsbereich. Für die ausgefallenen Meßreihen für  $f_{90}$  konnten jedoch nun leicht die beiden orthogonalen Durchmesser selbst zur Darstellung des  $90^\circ$ -Winkels genutzt werden, so daß für die Auswertung schließlich alle nötigen Meßdaten zur Verfügung standen.

In Tab. 7 sind die Ergebnisse der Winkelmessungen niedergelegt. Es sind nur die Sekundenwerte der Winkel angegeben, die innerhalb der Rosetten so reduziert wurden, daß möglichst kleine und positive Werte entstanden. Entgegen der theoretischen Forderung besitzen auch die mit  $f_{\alpha} = 90^\circ$  gemessenen Werte doppeltes Gewicht, da aus Kontrollgründen zunächst Doppelmessungen durchgeführt worden waren und dann aber kein Grund vorlag, auf einen Teil der vorhandenen Information nur zugunsten der Homogenität zu verzichten, zumal letztere ohnehin durch die andere Art der Messung von  $f_{\alpha} = 90^\circ$  nicht mehr gegeben war. Aus den Differenzen der Ergebnisse für beide Durchmesser erhält man direkt den m. F. einer Durchmesserablesung für  $f_{\alpha} = 45^\circ$  zu  $m_{DA} = \pm 0,20$  und  $f_{\alpha} = 60^\circ$  zu  $m_{DA} = \pm 0,25$ . Diese Fehler enthalten den Einfluß der Pendellibellen. Aus den zwei unabhängigen Meßreihen für  $f_{\alpha} = 90^\circ$  errechnet sich der m. F. einer Durchmesserablesung zu  $m_{DA} = \pm 0,10$ , womit den Erwartungen aus Abschnitt 6.2. entsprochen wird. Aus den vorletzten beiden Angaben resultiert somit ein m. F. einer Richtungsangabe einer Pendellibelle zu  $\pm 0,17$  bzw.  $\pm 0,23$  im Widerspruch zu den vorangegangenen Testergebnissen der Libellen. Mögliche Ursachen hierfür sind schon kurz angegeben worden und sollen in diesem Rahmen nicht weiter erörtert werden.

Die Berechnung der Durchmesserkorrekturen ergab zwei praktisch unabhängige Ergebnisse  $(D_i)_1$  und  $(D_i)_2$  für die zwölf untersuchten Durchmesserkorrekturen (Tab. 8).

Tab. 8. Durchmesserkorrekturen der Rosette R(12, 0)

| $\emptyset$ | $(D_i)_1$ | $(D_i)_2$ | Mittel | $\emptyset$ | $(D_i)_1$ | $(D_i)_2$ | Mittel |
|-------------|-----------|-----------|--------|-------------|-----------|-----------|--------|
| $D_0$       | +0,136    | +0,100    | +0,118 | $D_{90}$    | -0,292    | -0,186    | -0,239 |
| $D_{15}$    | -0,044    | -0,04     | -0,042 | $D_{105}$   | -0,320    | -0,320    | -0,320 |
| $D_{30}$    | -0,057    | -0,229    | -0,143 | $D_{120}$   | -0,098    | +0,115    | +0,008 |
| $D_{45}$    | +0,003    | -0,022    | -0,010 | $D_{135}$   | +0,164    | +0,181    | +0,172 |
| $D_{60}$    | +0,038    | +0,050    | +0,044 | $D_{150}$   | +0,270    | +0,205    | +0,238 |
| $D_{75}$    | +0,121    | +0,035    | +0,078 | $D_{165}$   | +0,080    | +0,113    | +0,096 |

Aus den Differenzen  $(D_i)_1 - (D_i)_2$  errechnet sich der m. F. einer Korrektur zu  $m_{(D)} = \pm 0,07$  und der m. F. des Mittels zu  $m_D = \pm 0,05$ . Das Gewicht  $g$  einer Durchmesserkorrektur  $(D_i)$  beträgt nach Abschnitt 6.3.1.  $g_{(D)} = 5,3$  und somit das Gewicht des Mittels der Doppelbestimmung  $g_D = 10,6$ . Mit dem quadratischen Mittelwert aus obigen Werten ( $m_{DA} = \pm 0,20/0,25/0,10$ ) von  $m_{DA} = \pm 0,19$  wird  $m_D = \pm 0,06$  in guter Übereinstimmung mit dem aus den Doppelmessungen abgeleiteten Wert. Nach Analyse der unter der Spalte "Mittel" gegebenen definitiven Durchmesserkorrekturen lassen sich die Durchmesserkorrekturen durch folgende Funktion approximieren:

$$(23) \quad D(\varphi) = 0,121 \sin(2\varphi + 119^\circ) - 0,175 \sin(4\varphi + 25^\circ) + 0,090 \sin(6\varphi + 35^\circ) + 0,046 \sin(10\varphi + 26^\circ).$$

$D(\varphi)$  ist die Durchmesserkorrektur an der Kreisstelle  $\varphi$ . Inwieweit die Funktion die Durchmesserkorrekturen darstellt, zeigen die mittleren Fehler der Gewichtseinheit (m. F. einer Korrektur)  $m_o = \pm \sqrt{\sum v^2 / (n - u)}$  und der Koeffizienten  $m_a = \pm m_o \sqrt{2/n}$ ; man erhält so für die angegebene Funktion ( $n = 12$ ,  $u = 9$ ):  $m_o = \pm 0,029$  und  $m_a = \pm 0,012$ . Weglassen des Gliedes mit dem zehnfachen Winkel ergibt ( $n = 12$ ,  $u = 7$ ;  $a_8$  ist vernachlässigbar klein):  $m_o = \pm 0,055$  und  $m_a = \pm 0,022$ ; approximiert man nur durch die beiden ersten Glieder, so werden  $m_o = \pm 0,096$  und  $m_a = \pm 0,039$ . Alle diese Fehlerangaben sind nur Charakteristika für die Güte der Darstellung der vorgegebenen Wertefolge  $D_i$  und keine Kriterien für die Genauigkeit der Durchmesserkorrekturen, welche mit dem m. F. von  $\pm 0,05$  (a.o.) etwa angebar ist. In Abb. 25 sind die ermittelten diskreten Durchmesserkorrekturen sowie die Approximationsfunktion (23) dargestellt. Interessant ist, daß wegen des unbedeutenden Koeffizienten des 8fachen Winkels ( $< 0,02$ ) beispielsweise durch Anwendung von vier äquidistanten Durchmesserablesungen die festgestellten Durchmesserfehler fast vollkommen eliminiert werden. Die verbleibenden Reste wären praktisch gleich den Abweichungen der Kurve von den Realwerten (die Kurve enthält außer dem völlig unbedeutenden Glied des 12fachen Winkels alle Perioden, die durch die vorgeschlagene Anordnung eliminiert werden).

#### 6.4. Der kurzperiodische Teilungsfehler

Beim automatischen Teilvorgang mit einer Kreisteilmachine treten in charakteristischer Weise kurzperiodische Fehler auf, deren Ursache in Unregelmäßigkeiten des Bewegungsmechanismus des Kreisvorschubs, d.h. in Fehlern der Zahnräder des Zwischengetriebes und vor allem der Globoidschnecke, zu suchen sind. Die kurzperiodischen Fehler sind bei Richtungsbeobachtungen von besonderer Bedeutung, weil ihr Einfluß ohne Kenntnis ihrer Periode weder zu eliminieren noch ohne weiteres erkennbar ist. Im Gegensatz zu langperiodischen Effekten werden sie z.B. in KÜSTNERschen Reihen nicht augenfällig und treten auch bei der gewöhnlichen Kreisuntersuchung (SCHREIBER, BRUNS, HEUVELINK) mit Intervallschritten von einem Grad oder dessen Vielfachen nicht in Erscheinung.

Die Kreis-Feinteilmachine TKF 950S, eine Sonderfertigung des VEB Feinmeß Dresden, auf der die Teilung des Kreises vorgenommen werden konnte, besitzt einen Mutterkreis mit 2160 Zähnen, wonach eine Grundperiode von 10 Bogenminuten zu erwarten ist.

Ziel der Untersuchung war es, die entsprechenden Strichfehlerbeträge dieser Periode zu ermitteln und gegebenenfalls Hinweise auf weitere Perioden zu erhalten. Die Untersuchung geschah auf einfache Weise, indem einige ausgewählte Kreisabschnitte mit den PAE aufgenommen und unter einem Meßmikroskop (Ascorecord) ausgemessen wurden. Diesem empirischen Verfahren wurde wegen geringen meßtechnischen Aufwandes der Vorzug vor einem strengen, etwa dem von PODOBED [42] dargestellten Verfahren gegeben, das wiederum Messungen von Hilfswinkeln erfordert hätte.

Im einzelnen wurde so vorgegangen, daß mit den vier PAE in den Gebieten um  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  und  $270^\circ$  15 Kreisbelichtungen im Abstand von je  $2'$  gemacht wurden. In Ergänzung dieser vier exponierten Kreisstellen wurden noch bei  $30^\circ$  und  $150^\circ$  gleiche Aufnahmefolgen durchge-

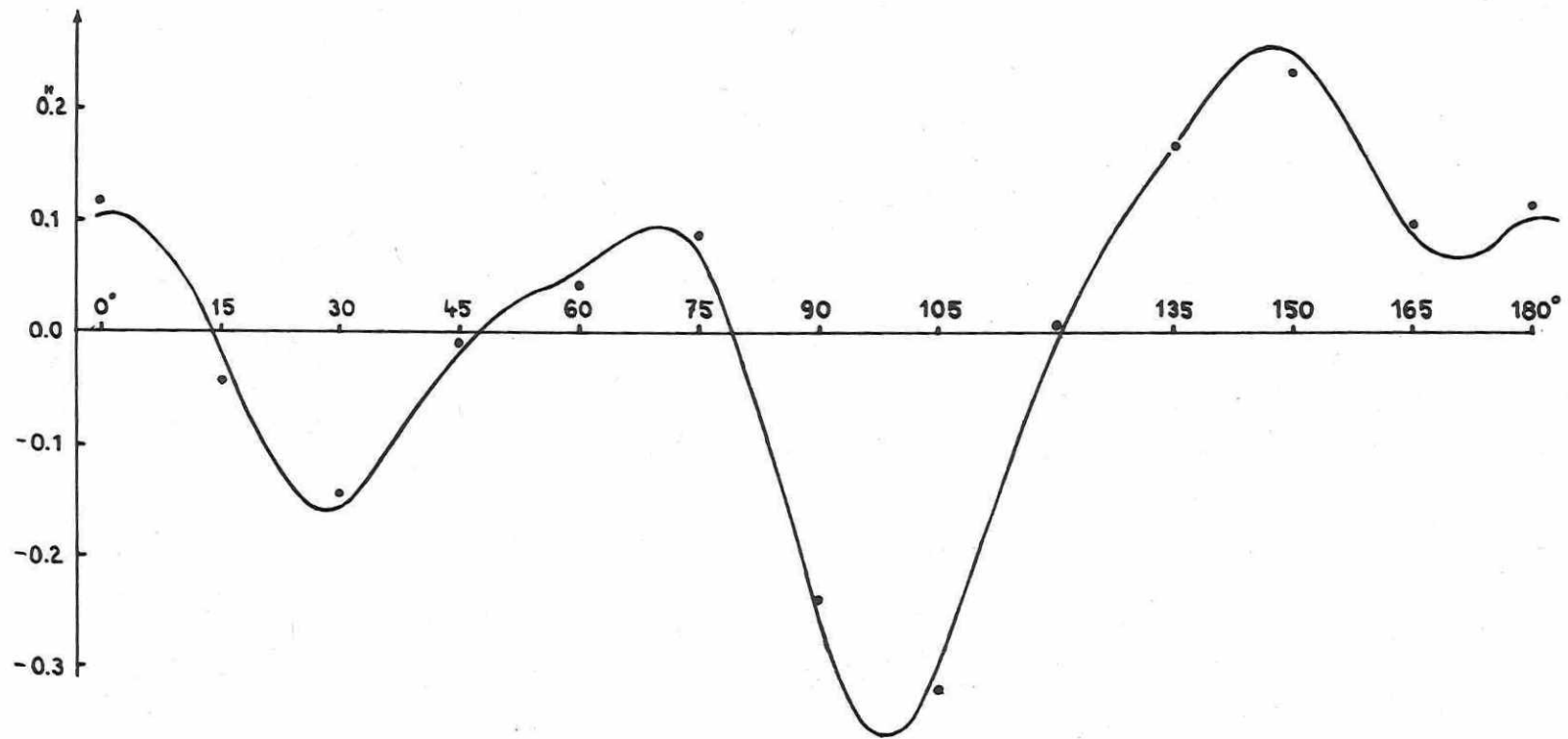


Abb. 25. Durchmesserkorrekturen der Rosette R(12, 0)

führt. Die Qualität der Aufnahmen ist soweit hinreichend, daß innerhalb eines Kreisabbildes 11 benachbarte Teilstriche am Ascorecord ausgemessen werden konnten, d.h., es wurde gleichsam ein Maßstabsvergleich unter Annahme von Fehlerfreiheit des Koordinatenmeßgerätes vorgenommen. Das ist in Anbetracht der hohen Präzision des Gerätes  $\sqrt[3]{36}$  zulässig, zudem bleiben durch das angewandte Verfahren kleine Strichfehler des Gerätemaßstabs und des Spiralmikrometers ohne Einfluß auf das Endergebnis. Das sich für jede der 6 Kreisstellen ergebende Meßschema wird in Tab. 9 gezeigt. Die Ausmessung jedes Bildes erfolgte zweimal nacheinander. Durch lineare Regression könnten Bild für Bild individuelle Strichverbesserungen berechnet werden, aus denen dann durch zusammenfassende Mittel die Strichkorrekturen für die 10'-Periode zu erhalten wären. Zur Abkürzung des Rechenweges wurde etwas anders vorgegangen.

Tab. 9. Meßschema zur Bestimmung kurzperiodischer Teilfehler

| Film-<br>bild | Pointierte Teilstriche |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|---------------|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 1             | 20'                    | 22' | 24' | 26' | 28' | 30' | 32' | 34' | 36' | 38' | 40' |  |
| 2             | 18                     | 20  | 22  | 24  | 26  | 28  | 30  | 32  | 34  | 36  | 38  |  |
| 3             | 16                     | 18  | 20  | 22  | 24  | 26  | 28  | 30  | 32  | 34  | 36  |  |
| .             | .                      | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   |  |
| .             | .                      | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   | .   |  |
| 15            | 52                     | 54  | 56  | 58  | 0   | 2   | 4   | 6   | 8   | 10  | 12  |  |

Um zugleich Einblick und Korrektionswerte wegen Abbildungsverzerrungen zu gewinnen, wurden zunächst spaltenweise Mittelwerte gebildet, die frei vom kurzperiodischen Fehler Aussagen über den Verzeichnungseffekt gestatten. Dieser Effekt bewirkt eine Verschiebung der äußeren Striche um Beträge in der Größenordnung von  $5 \mu\text{m}$  ( $0,7$ ). Der Betrag ist abhängig von der Definition eines quasi frei wählbaren verzerrungsfreien Intervalls. Die Verzerrungskorrektur ist für die Ableitung eines kurzperiodischen Teilfehlers ohne Bedeutung, ihre Berücksichtigung jedoch bei Betrachtung des Gesamtbereichs von  $48'$  von gewissem Interesse, um auch die Randbereiche des genannten Gebiets und damit längere Fehlerperioden undeformiert zu erhalten. Die entzerrten mittleren Meßdaten, die nun in Form einer einem Maßstabsvergleich entsprechenden Meßreihe  $l_{52}, l_{54}, \dots, l_0, l_2, \dots, l_{40}$  für jede der 6 Kreisstellen vorlagen, wurden nun nach dem linearen Ansatz

$$x_{52} + k_i \tau - l_i = v_i$$

ausgeglichen. Es bedeuten:  $x_{52}$  Orientierungsunbekannte der Meßreihe  $l_i$ ,  $\tau$  ist der unbekannt,  $2'$  entsprechende Intervallschritt und  $k_i$  der zugehörige Koeffizient, der die Werte  $0$  ( $i = 52$ ),  $1$  ( $i = 54$ ), ...,  $24$  ( $i = 40$ ) annimmt. Die sich ergebenden Verbesserungen sind individuelle Strichkorrekturen. Ihre Darstellung (Abb. 26a) zeigt klar die ausgeprägte 10'-Periode, auch scheint eine 1°-Periode mit einer Amplitude von etwa  $\pm 0,1$  angedeutet zu sein. In Tab. 10 sind die Einzel-Strichverbesserungen, ihre Mittelwerte und das die definitiven Werte repräsentierende Gesamtmittel für die 10'-Periode gegeben.

Die nach Anbringung der definitiven Strichkorrektur (10'-Periode) verbleibenden Restfehler sind unmittelbares Maß für den mittleren zufälligen Teilungsfehler, der sich zu  $m_T = \pm 0,13$  ergibt. Dieser Fehler enthält noch (zufällige) Anteile von Filmschrumpfungseffekten; der zufällige Meßfehleranteil beträgt nach roher Schätzung weniger als  $\pm 0,04$ , da im Mittel jeder individuelle Teilstrich etwa 13mal eingestellt wurde und der mittlere Ein-

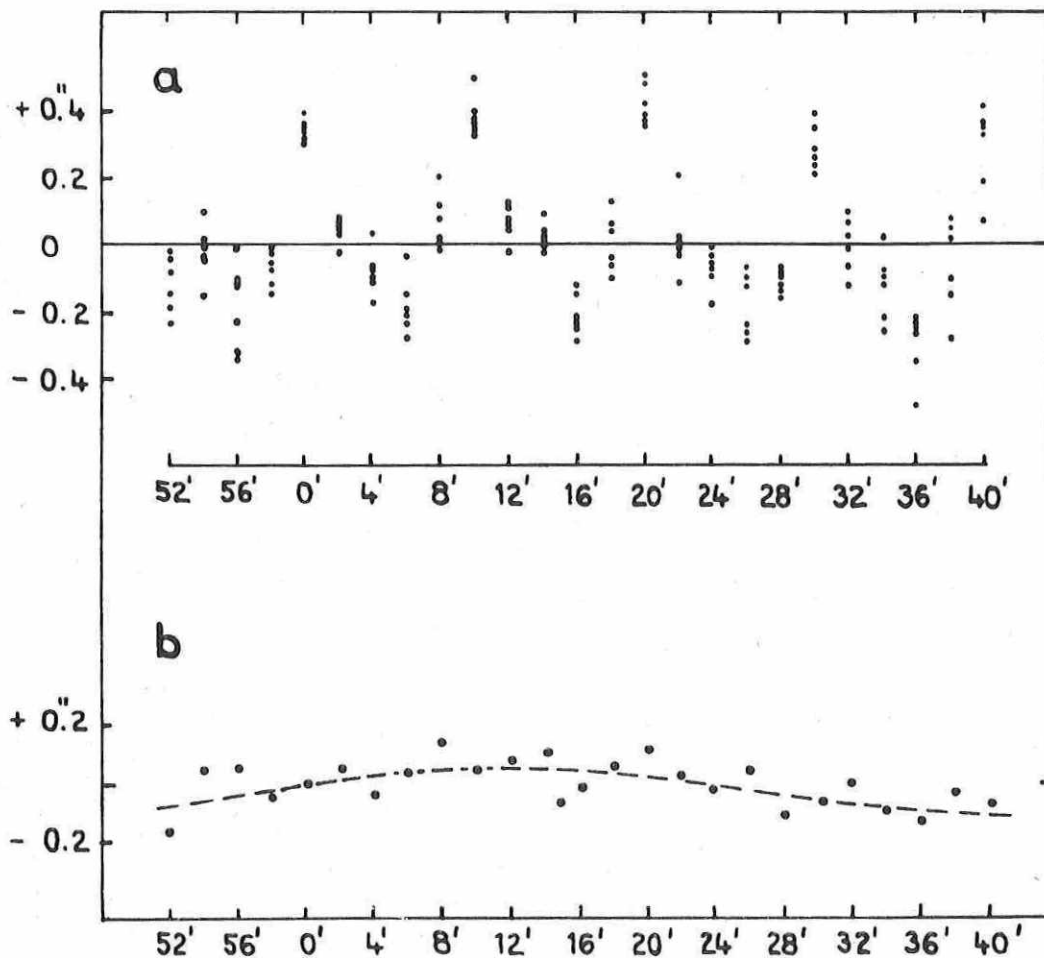


Abb. 26. Berechnete individuelle (relative) Strichkorrekturen (a) und deren Mittelwerte nach Eliminierung der 10'-Periode (b), bezogen auf die Minutenbezeichnung des Kreises

stellfehler eines Teilstrichs aus mehr als 1200 Doppelmessungen sich zu  $m_{ET} = \pm 0,90 \mu m \hat{=} \pm 0,12$  ergab.

Der abgeleitete mittlere zufällige Teilungsfehler  $m_T = \pm 0,13$  ist verhältnismäßig klein; andererseits darf man nicht ausschließen, daß bei Erfassung größerer Kreisbereiche gewisse (aperiodische) Fehleranteile in Erscheinung treten könnten, die dann, zu Lasten des zufälligen Teilungsfehlers gehend, diesen entsprechend vergrößern würden. Statistisch ist die Fehlerangabe  $m_T$  für den gesamten Kreis zunächst nicht als vorbehaltlos gültig anzusehen, weil die Untersuchung der insgesamt 144 Teilstriche eine zwar relativ umfangreiche, aber keine reine Zufallsstichprobe bezüglich der Grundgesamtheit darstellt; trotzdem ist wohl eine wesentliche Verschlechterung des Ergebnisses bei Betrachtung des ganzen Kreises nicht zu befürchten.

Tab. 10. Zusammenstellung der individuellen Strichkorrekturen und Restfehler (nach Eliminierung der 10'-Periode)

| ...  | 52'    | 2'     | 12'    | 22'    | 32'    |  | Mittel | Restfehler<br>(bezogen auf Gesamtmittel) |        |        |        |        |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--|--------|--|--------|--------|--------|--------|
|      | 54'    | 4'     | 14'    | 24'    | 34'    |  |        |  |        |        |        |        |
|      | 56'    | 6'     | 16'    | 26'    | 36'    |  |        |  |        |        |        |        |
|      | 58'    | 8'     | 18'    | 28'    | 38'    |  |        |  |        |        |        |        |
|      | 0'     | 10'    | 20'    | 30'    | 40'    |  |        |  |        |        |        |        |
| 0°   | -0,252 | +0,022 | +0,060 | -0,020 | +0,018 |  | -0,034 | +0,240                                   | -0,034 | -0,072 | +0,008 | -0,030 |
|      | - ,077 | + ,040 | - ,014 | - ,133 | - ,121 |  | - ,061 | - ,007                                   | - ,124 | - ,070 | + ,049 | + ,037 |
|      | - ,321 | - ,322 | - ,402 | - ,193 | - ,352 |  | - ,318 | + ,029                                   | + ,030 | + ,110 | - ,099 | + ,060 |
|      | - ,028 | + ,102 | + ,154 | - ,123 | - ,150 |  | - ,009 | - ,027                                   | - ,157 | - ,209 | + ,068 | + ,095 |
|      | + ,423 | + ,512 | + ,655 | + ,445 | + ,077 |  | + ,422 | + ,019                                   | - ,070 | - ,213 | - ,003 | + ,365 |
| 30°  | -0,066 | +0,090 | -0,041 | -0,030 | -0,095 |  | -0,028 | +0,054                                   | -0,102 | +0,019 | +0,018 | +0,083 |
|      | - ,049 | - ,246 | + ,029 | - ,051 | + ,001 |  | - ,063 | - ,035                                   | + ,162 | - ,113 | - ,033 | - ,085 |
|      | - ,004 | - ,254 | - ,334 | - ,334 | - ,348 |  | - ,255 | - ,288                                   | - ,038 | + ,042 | + ,042 | + ,056 |
|      | - ,078 | + ,001 | - ,079 | - ,145 | - ,225 |  | - ,105 | + ,023                                   | - ,056 | + ,024 | + ,090 | + ,170 |
|      | + ,398 | + ,437 | + ,540 | + ,356 | + ,527 |  | + ,452 | + ,044                                   | + ,005 | - ,098 | + ,086 | - ,085 |
| 90°  | -0,116 | +0,059 | +0,141 | +0,016 | -0,178 |  | -0,016 | +0,104                                   | -0,071 | -0,153 | -0,028 | +0,166 |
|      | - ,018 | - ,106 | + ,004 | - ,057 | - ,355 |  | - ,106 | - ,066                                   | + ,022 | - ,088 | - ,027 | + ,271 |
|      | - ,460 | - ,389 | - ,200 | - ,144 | - ,480 |  | - ,335 | + ,168                                   | + ,097 | - ,092 | - ,148 | + ,188 |
|      | - ,151 | + ,260 | + ,055 | - ,176 | + ,051 |  | + ,008 | + ,096                                   | - ,315 | - ,110 | + ,121 | - ,106 |
|      | + ,445 | + ,632 | + ,467 | + ,276 | + ,424 |  | + ,449 | - ,003                                   | - ,190 | - ,025 | + ,166 | + ,018 |
| 150° | -0,031 | -0,040 | +0,054 | -0,020 | -0,030 |  | -0,013 | +0,019                                   | +0,028 | -0,066 | +0,008 | +0,018 |
|      | + ,026 | - ,103 | - ,020 | - ,108 | - ,130 |  | - ,067 | - ,110                                   | + ,019 | - ,064 | + ,024 | + ,046 |
|      | - ,168 | - ,269 | - ,331 | - ,355 | - ,351 |  | - ,295 | - ,124                                   | - ,023 | + ,039 | + ,063 | + ,059 |
|      | - ,020 | + ,031 | + ,066 | - ,220 | + ,033 |  | - ,061 | - ,035                                   | - ,024 | + ,011 | + ,165 | - ,088 |
|      | + ,442 | + ,433 | + ,502 | + ,334 | + ,469 |  | + ,436 | + ,000                                   | + ,009 | - ,060 | + ,108 | - ,025 |
| 180° | -0,321 | +0,051 | +0,082 | +0,268 | +0,127 |  | +0,041 | +0,309                                   | -0,063 | -0,094 | -0,280 | -0,139 |
|      | - ,207 | - ,137 | + ,116 | - ,038 | - ,310 |  | - ,115 | + ,123                                   | + ,053 | - ,200 | - ,046 | + ,226 |
|      | - ,330 | - ,063 | - ,190 | - ,107 | - ,655 |  | - ,269 | + ,038                                   | - ,229 | - ,102 | - ,185 | + ,363 |
|      | - ,203 | + ,156 | + ,054 | - ,178 | - ,385 |  | - ,111 | + ,148                                   | - ,211 | - ,109 | + ,123 | + ,330 |
|      | + ,435 | + ,483 | + ,626 | + ,499 | + ,227 |  | + ,454 | + ,007                                   | - ,041 | - ,184 | - ,057 | + ,215 |
| 270° | -0,201 | +0,088 | +0,088 | -0,159 | +0,079 |  | -0,021 | +0,189                                   | -0,100 | -0,100 | +0,147 | -0,091 |
|      | + ,134 | - ,141 | - ,047 | - ,243 | - ,163 |  | - ,092 | - ,218                                   | + ,057 | - ,037 | + ,159 | + ,079 |
|      | - ,146 | - ,210 | - ,342 | - ,366 | - ,326 |  | - ,278 | - ,146                                   | - ,082 | + ,050 | + ,074 | + ,034 |
|      | - ,085 | + ,008 | - ,149 | - ,123 | + ,088 |  | - ,052 | + ,030                                   | - ,063 | + ,094 | + ,068 | - ,143 |
|      | + ,512 | + ,448 | + ,488 | + ,318 | + ,450 |  | + ,443 | - ,070                                   | - ,006 | - ,046 | + ,124 | - ,008 |

| Gesamtmittel     |        |        |        |        |        |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| T <sub>i</sub>   | .. 0'  | .. 2'  | .. 4'  | .. 6'  | .. 8'  |
| Δ T <sub>i</sub> | +0,442 | -0,012 | -0,084 | -0,292 | -0,055 |

Die periodische Fehlerkorrektur für die 10°-Periode erreicht mit maximal +0,44 für die Teilstriche ..0' einen bemerkenswerten, aber keineswegs ungewöhnlichen Betrag. Trägt man die Mittelwerte der zufälligen Strichfehler (Restfehler), geordnet nach der Minutenbezeichnung, graphisch auf, so kann man neben der hervortretenden 1°-Periode noch eine 6°-Periode vermuten (Abb. 26b).

Neben den drei mehr oder weniger zutage tretenden Perioden (6', 10', 1°) sind wahrscheinlich weitere Perioden im Zwischenbereich bis zu den langen Perioden (45° und länger) vorhanden. Für fundierte Aussagen eignet sich jedoch die angewandte Methode nicht mehr; auch einige in 8'-Schritten über Bereiche von mehr als 2° Ausdehnung ausgeführte Aufnahme- und Meßreihen brachten diesbezüglich keine weiteren konkreten Aussagen. Gegebenenfalls muß ein evtl. erweitertes Material einer Spektralanalyse unterworfen werden  $\sqrt{12}$ .

Es ist angebracht, die Kreisablesungen wegen der 10'-Periode zu korrigieren. Dies gestaltet sich sehr einfach bei dem angewandten Ausmeßprinzip der Berücksichtigung von je zwei Teilstrichen beiderseits eines mittleren wegzulassenden. Die Korrektur der Kreisablesung ist dann gleich einem Viertel der negativen Korrektur des weggelassenen Teilstrichs. Eine Anordnung der vier PAE (I, II, III, IV) mit Zwischenwinkeln von beispielsweise I/II 89°58', II/III 90°04', III/IV 89°56' und IV/I 90°02' - bei möglichst kleiner Abweichung (2') der Durchmesser von 180° wegen des Einflusses der Kreisexzentrizität - eliminiert den Einfluß der 10'-Periode bis auf 1/16 ihres Betrages, d.h., der maximale Restfehler bleibt < 0;03.

#### 6.5. Kreisexzentrizität

Die Kenntnis der Kreisexzentrizität ist von untergeordneter Bedeutung. Einige vor der Kreisprüfung durchgeführte Untersuchungen hatten zunächst den Zweck, neben der Bestimmung der Exzentrizitätsparameter Aussagen zur Ablesegenauigkeit und Teilungsgüte des Kreises zu vermitteln. Es wurden über den Kreis äquidistant verteilt Durchmesserablesungen vorgenommen. Zur Bestimmung der Exzentrizitätsparameter  $e$  und  $A_e$  (Exzentrizitätsbetrag und Positionswinkel des Drehpunkts bezüglich der Kreis-Nullrichtung) läßt sich folgende Fehlergleichung aufstellen:

$$\xi_1 \cos \alpha_{II} - \xi_2 \sin \alpha_{II} - A_I - [180^\circ - (\alpha_{III} - \alpha_{II})] = v_{II}.$$

Es bedeuten  $\alpha_{II}$ ,  $\alpha_{III}$  diametrale Ablesungen eines Durchmessers,  $A_I$  ist die Abweichung des durch die zugehörigen Ableseeinrichtungen I und III und das Drehzentrum definierten Winkels von 180°, und es gilt ferner

$$\xi_1 = 2 e \sin A_e \quad \text{und} \quad \xi_2 = 2 e \cos A_e.$$

Die summarischen Ergebnisse von vier durchgeführten Meßreihen vermittelt Tab. 11. Unter dem Zeichen  $\emptyset$  sind die benutzten Durchmesser angegeben. Zur Unterscheidung sind die vier PAE wie folgt bezeichnet: die an der Nordseite des Pfeilers befindlichen PAE sind mit "I" (obere) und "II" (untere PAE), die an der Südseite mit "III" (unten) und "IV" (oben) bezeichnet;  $m_0$  ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler, bezogen auf eine Differenz zweier Durchmesserkomponenten;  $n$  ist die Messungszahl. Die ersten beiden Reihen wurden unabhängig nacheinander, die letzten beiden gleichzeitig an zwei Durchmessern erhalten. In Anbetracht der Fehlerwerte weisen die Exzentrizitätsbeträge erhebliche Schwankungen auf.

Tab. 11. Ergebnisse von Exzentrizitätsbestimmungen

| Zeitpunkt   | 1967 Juni 2 | 1967 Juni 2 | 1967 Juli 5 | 1967 Juli 5 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $\emptyset$ | II/IV       | II/IV       | I/III       | II/IV       |
| $e$         | 7;82 ± 0;06 | 8;40 ± 0;06 | 8;01 ± 0;08 | 8;28 ± 0;06 |
| $A_e$       | 231;8 ± 0;9 | 231;4 ± 0;9 | 231;7 ± 1;2 | 232;1 ± 0;9 |
| $m_0$       | +0;58       | +0;62       | +0;91       | +0;71       |
| $n$         | 48          | 48          | 64          | 64          |

Ihre Ursache ist in Wälzerscheinungen der Achse zu suchen. Wie aus der graphischen Darstellung der Verbesserungen  $v_i$  ersichtlich, besteht kein Zweifel am Auftreten derartiger Ef-

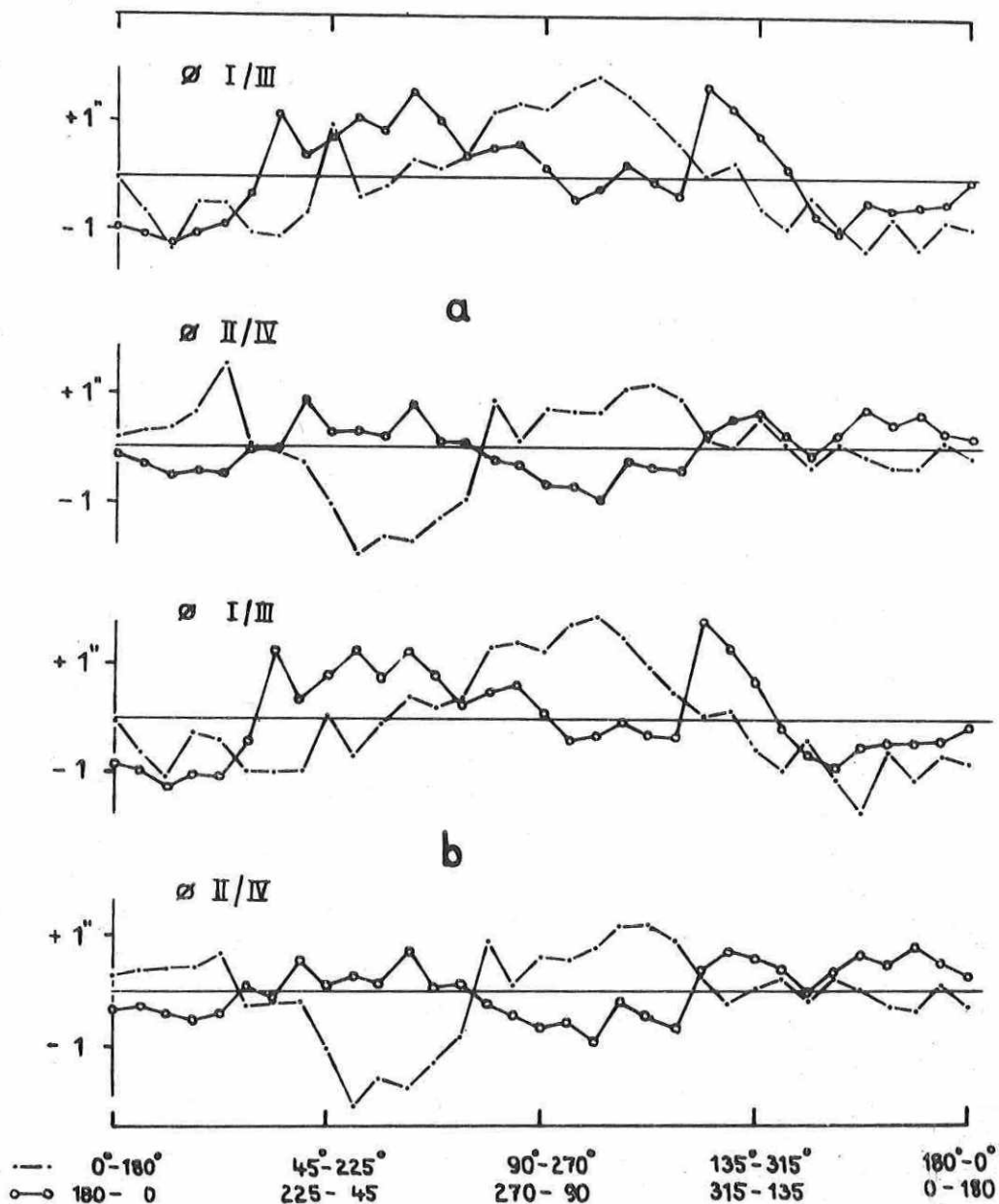


Abb. 27. Restfehler der Exzentrizitätsausgleichung ohne (a) und mit Berücksichtigung der Zapfenfehler (b)

fekte. In Abb. 27a sind die Verbesserungen der Ausgleichung der Messungen von 1967 Juli 5 im Sinne von Korrekturen der an der Abszisse bezeichneten  $180^\circ$ -Winkel aufgetragen. Die beiden Wertereihen  $v_{Ii}$  (Durchmesser I/III) und  $v_{IIIi}$  (Durchmesser II/IV) sind jeweils in zwei Hälften geteilt und übereinander dargestellt. Wegen der Phasenverschiebung um  $\pi$  erscheinen in der zweiten Halbreihe die Teilfehlerinflüsse mit umgekehrten Vorzeichen gegenüber der ersten Halbreihe. Das bedeutet, ideale Zapfengestalt und Nichtvorhandensein



von Wälzeffekten vorausgesetzt, daß die Doppelkurven spiegelbildlich zur Abszisse verlaufen sollten. Die Abweichung von der Abszisse wäre gleich der Differenz diametraler Teilungsfehler. Gemessen an den Beträgen der  $v_i$  von häufig  $> 1''$ , sind die zufälligen Meßfehler, etwa eine halbe Größenordnung darunter liegend, ohne Bedeutung.

Der Einfluß der Zapfenfehler auf die  $v_{(I,II)}$  läßt sich auf Grund der ermittelten Zapfenunregelmäßigkeiten in Rechnung stellen. Die Sollablesungen  $\alpha_i^r$  lauten an den PAE I, II, III, IV bei Einführung des mittleren Zapfens:

$$\alpha_{Ii}^r = \alpha_{Ii} - x_{ni}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma) - x_{si}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma),$$

$$\alpha_{IIi}^r = \alpha_{IIi} - x_{ni}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma) - x_{si}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma),$$

$$\alpha_{IIIi}^r = \alpha_{IIIi} + x_{ni}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma) + x_{si}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma),$$

$$\alpha_{IVi}^r = \alpha_{IVi} + x_{ni}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma) + x_{si}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma),$$

wobei  $x_{s,n}' = x_{s,n} \operatorname{cosec} \gamma$ ; es bedeuten ferner  $x_{s,n}$  die in Bogensekunden umgerechneten Zapfenfehler ( $1 \mu\text{m} \hat{=} 0,435''$ ),  $\gamma$  ist der Lagerwinkel. Die Indizes ni und si bezeichnen die an Süd- und Nordflanke des Kreiszapfenlagers wirksamen Zapfenfehler bei Pointerstellung "i", womit gleichzeitig die Ablesungen an den vier mit römischen Ziffern markierten PAE definiert sind. Bezieht man die Indizes auf die Angaben der Grade des Kreises, so hat man z.B. bei Zenitstellung des Fernrohres folgende Indizeszahlen:  $Ii = 45^\circ$ ,  $IIi = 135^\circ$ ,  $IIIi = 225^\circ$ ,  $IVi = 315^\circ$ ,  $ni = 123,75$  und  $si = 236,25$ .

Die nachträgliche Korrektur der  $v_{I,III}$  erfolgt nach den Beziehungen

$$v_{Ii}^r = v_{Ii} + 2 x_{ni}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma) + 2 x_{si}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma),$$

$$v_{IIIi}^r = v_{IIIi} + 2 x_{ni}' \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\gamma) + 2 x_{si}' \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\gamma).$$

Mit

$$x' = x \operatorname{cosec} \gamma \quad \text{und} \quad \gamma = 67,5$$

erhält man

$$v_I^r = v_I + 2,12 x_{ni} + 0,43 x_{si},$$

$$v_{III}^r = v_{III} + 0,43 x_{ni} + 2,12 x_{si}.$$

Die in Abb. 27b gezeigten Kurven weichen nur wenig von den unkorrigierten ab; 90 % der Korrekturbeträge überschritten nicht  $0,25''$ .

Im Hinblick darauf, daß das Mittel zweier Halbreihen frei von Teilungsfehlern ist, würde der mittlere "totale" Teilungsfehler unter Vernachlässigung zufälliger Meßfehler nach

$$M_T = \pm \sqrt{\frac{2 \sum (v_i - v_{i+\pi})^2}{2 \cdot 4 (n - 2)}}$$

zu berechnen sein. Der sich ergebende Wert von  $M_T = \pm 0,39$  für eine Gruppe von vier Teilstrichpaaren (entsprechend dem Auswertemodus der PAE-Filme) ist als recht hoch anzusehen. Um eine definitivere Aussage für  $M_T$  zu erhalten, wurden die in Abb. 27b für beide Durchmesser getrennt dargestellten  $v_i$  gemittelt. Das Ergebnis wird in Abb. 28 gezeigt. Die Symmetrie bezüglich der Abszisse wird ausgeprägter, aber die Berechnung ergibt wiederum  $M_T = \pm 0,39$ . Jedoch ist ersichtlich, daß eine Teilfehler-Periode in  $2\pi/3$  vorliegt. Die Analyse ergibt eine Amplitude von  $\pm 0,58$ , welche nunmehr den relativ hohen Wert für  $M_T$  verständlich macht. Die Schwingung allein ohne andere Komponenten hätte formal einen mittleren Fehler von  $\pm 0,58 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$ , mithin für  $M_T$  einen m. F. von  $\pm 0,29$  erzeugt. Die Fehler-Restspanne von  $\pm (0,39^2 - 0,29^2)^{1/2}$  läßt sich anhand der in Abschnitt 6.2. vorgenommenen Fehlerbetrachtungen durch zufällige Anteile erklären; m.a.W., es gibt keinen Hinweis auf etwaige größere zufällige Fehler des Kreises. Die in Abschnitt 6.4.1. ermittelte Angabe von  $m_T = \pm 0,13$  kann auch aus der Sicht der hier vorliegenden Resultate nicht widerlegt werden. - Die aufgedeckte Schwingung in  $2\pi/3$  ist der größte systematische Fehler der Teilung; er ist ohne Bedeutung, sofern er gesetzmäßig in Erscheinung tritt.

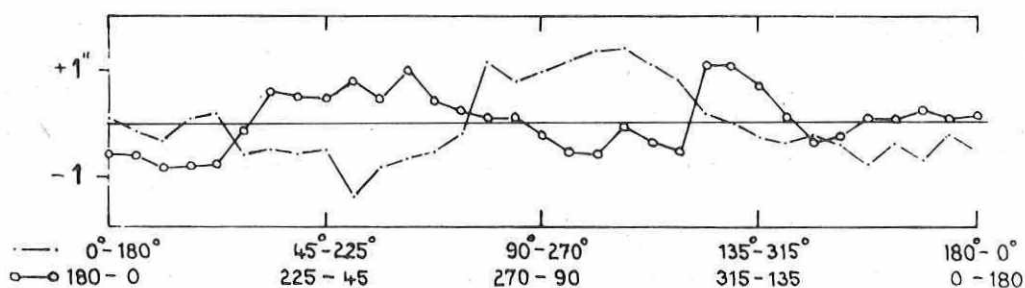


Abb. 28. Restfehler, gemittelt für beide Durchmesser

Ein interessantes Nebenergebnis der Exzentrizitätsuntersuchung sind die Störungen der Messungen durch Wälzeffekte der Achse. Das erhellt aus der Tatsache, daß die in Abb. 27b nicht dargestellten Mittelkurven weit über das erwartete mittlere zufällige Maß von  $m_{DA} \sqrt{2} \approx \pm 0,14$  von der Abszisse abweichen. Daß offenbar neben zufälligen auch systematische Wälzerscheinungen auftreten, zeigt die Darstellung der  $v_{II}$  des Durchmessers NO/SU deutlich, womit auch die im Rahmen der Zapfenuntersuchung festgestellten Effekte indirekt bestätigt werden. Effekte in  $2\pi$  können allerdings a priori nicht explizit in den Fehlerresten auftreten, jedoch sind die Schwankungen der vier Resultate für den Exzentrizitätsbeitrag ein mittelbarer Hinweis auf ein derartiges Verhalten der Achse.

#### 6.6. Kontrollmessung

In Kenntnis der Kreisexzentrizität wurden mittels der vier PAE die "absoluten" Strichfehler von vier Teilstrichgruppen zu je 4 Strichen (gemäß dem Film-Ausmeßverfahren) nach SCHREIBER [43] bestimmt. In Tab. 12 sind die Resultate gegeben. Sie bestätigen die Existenz der Periode in  $2\pi/3$ , was besonders deutlich wird, wenn die Korrektur wegen der Schwingung in  $\pi$  nach (23) angebracht wird und die Reihe den Verlauf zeigt:  $-0,08$ ,  $-0,66$ ,  $-0,01$ ,  $+0,76$ . Die Amplitude in  $2\pi/3$  würde hiernach ca.  $0,7$  betragen.

Tab. 12. Teilfehler nach SCHREIBER

|      | Strichgruppe |     |     |     | Fehler |
|------|--------------|-----|-----|-----|--------|
| 2°   | 36'          | 38' | 42' | 44' | -0,18  |
| 92°  | 36           | 38  | 42  | 44  | -0,56  |
| 182° | 36           | 38  | 42  | 44  | -0,11  |
| 272° | 36           | 38  | 42  | 44  | +0,86  |

Die Durchmesserkorrekturen für die Durchmesser 2° und 92° werden lt. Tab. 12 +0,15 und -0,15; ihre Differenz bestätigt ebenfalls gut das Ergebnis nach BRUNS (eine Übereinstimmung der Werte selbst kann wegen Eigenorientierung der Rosetten nicht erwartet werden).

## 7. Beobachtungen am Meridiankreis

Durch Beobachtungen von Fundamentalsternen in Form sog. KÜSTNERScher Reihen wurde die Leistungsfähigkeit des Instruments in beiden Koordinaten unter Beachtung der Resultate der vorangegangenen Detailuntersuchungen praktisch getestet. Mit Hilfe KÜSTNERScher Reihen wird allgemein die Beziehung des "Systems des Instruments" zu dem Fundamentalsystem hergestellt, womit der Anschluß und die Überführung eines etwa differentiell beobachteten Katalogs an bzw. in das letztgenannte System erfolgen können. Die Messungen werden dabei über den größten Teil des Meridianbogens ausgedehnt. In Verbindung mit den sehr genau bekannten Fundamental-Örtern lassen sich relativ sichere und detaillierte Informationen über die Leistung des Instruments ableiten  $\angle 307$ . - So wurden an fünf Abenden (1969 Sept./Okt.) insgesamt 210 Deklinationsbeobachtungen im Bereich von etwa  $+70^\circ$  Zenitdistanz durchgeführt und an weiteren vier Abenden (1969 Okt.) bei gleichem Programm etwa 200 Sterndurchgänge registriert. In Verfolgung des Ziels optimaler Meßergebnisse wurden die Reihen für beide Koordinaten getrennt beobachtet. Zur Abschirmung thermischer Strahlungseinflüsse wurden das gesamte Rohr, Teilkreis und Teile des Mikrometers mit reflektierender Aluminiumfolie verkleidet.

Das Programm (Tab. 13) war so zusammengestellt, daß eine möglichst gleichmäßige Sternverteilung über den beobachteten Meridianbogen von etwa  $140^\circ$  erreicht wurde. Eine  $10^\circ$ -Zone enthielt 2 bis 5, im Mittel 3,5 Sterne. Das im Rektaszensionsbereich  $19^h40^m$  bis  $0^h50^m$  gelegene Programm bestand aus drei Gruppen von  $1^h5$  Dauer mit zwei zwischenzeitlichen Unterbrechungen von  $25^{\text{min}}$ , welche Gelegenheit gaben, instrumentelle Parameter wie Achsenneigung und Kollimation oder den Äquatorpunkt des Kreises zu kontrollieren und Uhrvergleiche anzustellen.

Mit Hilfe dreier Gitterblenden mit Abschwächungswerten von  $2^m,5$ ,  $5^m,0$  und  $7^m,5$  wurden die Sterne im Mittel auf etwa  $8^m$  abgeblendet. Sterne schwächer als  $9^m$  sind schwierig und nur bei sehr ruhigen Bildern und guter Durchsicht beobachtbar.

Um die Messungen ohne Hilfsbeobachter durchführen zu können und den Beobachter vom Führen des Protokolls während des Programmablaufs zu befreien, wurde ein Tonbandgerät als Informationsspeicher eingesetzt.

### 7.1. Durchgangsbeobachtungen

Die Sterndurchgänge wurden mit dem Registriermikrometer beobachtet. Im allgemeinen wurde über fünf Revolutionen ( $\hat{=}$  50 Kontakte) nachgeführt; Sterne hoher Deklination ( $\delta_{\text{max}} = 86^\circ$ ) wurden über ca. 3 Revolutionen verfolgt. - Die Kontaktzeiten wurden mit einem Druckchronographen fixiert, der durch die Normalfrequenz einer EBAUCHES-Quarzuhr gesteuert und über eine Direktleitung mit dem Potsdamer Zeitsignal DIZ pro Beobachtungsabend viermal in Abständen von  $2^h$  verglichen wurde.

Um systematische Fehler der in einer Instrumentenlage durchgeführten Messungen weitgehend zu vermeiden, erfolgten während der Beobachtungen mehrere Bestimmungen der Neigung und Kollimation durch Achsennivellement sowie Beobachtung der Kollimatoren und des Nadirpunktes. Bei letzteren Messungen wurde als Ersatz des auf Grund unruhiger Bilder unbrauch-

Tab. 13. Beobachtungsprogramm für die Reihenbeobachtungen

| FK4-Nr. | m   | Sp | $\alpha_{1970}$                    | $\delta_{1970}$ | z       |
|---------|-----|----|------------------------------------|-----------------|---------|
| 1515    | 5,4 | G5 | 19 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> ,4 | 25° 42'         | 26° 42' |
| 745     | 0,9 | A5 | 49,3                               | 8 47            | 43 37   |
| 1521    | 4,0 | K0 | 55,2                               | 35 00           | 17 24   |
| 302     | 6,0 | A2 | 7 59,1                             | 60 24           | -67 11  |
| 1647    | 6,6 | A2 | 20 04,0                            | 84 35           | -32 11  |
| 1525    | 4,8 | B2 | 08,3                               | 36 45           | 15 39   |
| 758     | 4,3 | A3 | 12,7                               | 56 29           | - 4 04  |
| 761     | 3,8 | G5 | 16,4                               | -12 38          | 65 03   |
| 765     | 2,3 | F8 | 21,2                               | 40 10           | 12 15   |
| 1534    | 4,1 | F5 | 28,2                               | 30 16           | 22 08   |
| 770     | 5,2 | A2 | 31,9                               | 74 51           | -22,27  |
| 774     | 3,9 | B8 | 38,2                               | 15 48           | 36 36   |
| 1543    | 4,6 | M0 | 46,2                               | - 5 08          | 57 33   |
| 1547    | 4,8 | A3 | 51,0                               | - 9 06          | 61 30   |
| 1549    | 5,6 | K5 | 56,9                               | 22 13           | 30 12   |
| 338     | 5,0 | M0 | 8 59,8                             | 67 45           | -59 51  |
| 795     | 5,9 | B9 | 21 06,2                            | 78 00           | -25 36  |
| 910     | 4,6 | K2 | 9 32,9                             | 81 28           | -46 08  |
| 812     | 3,8 | F0 | 21 38,4                            | -16 48          | 69 12   |
| 1572    | 4,5 | A2 | 44,6                               | 60 59           | - 8 35  |
| 368     | 3,9 | F0 | 9 48,8                             | 59 11           | -68 25  |
| 1579    | 6,6 | K5 | 21 55,0                            | 21 06           | 31 18   |
| 826     | 5,7 | F2 | 59,6                               | 12 59           | 39 26   |
| 827     | 3,2 | G0 | 22 04,2                            | - 0 28          | 52 52   |
| 837     | 5,0 | G5 | 09,2                               | 72 12           | -19 47  |
| 1648    | 5,4 | A0 | 16,0                               | 85 58           | -33 33  |
| 844     | 4,9 | K0 | 22,4                               | 52 05           | 0 20    |
| 1589    | 6,0 | K2 | 27,8                               | 26 37           | 25 48   |
| 395     | 5,0 | G5 | 10 32,5                            | 75 52           | -51 44  |
| 853     | 5,2 | A2 | 22 37,6                            | 63 26           | -11 01  |
| 858     | 5,2 | K0 | 42,8                               | 41 40           | 10 45   |
| 863     | 3,7 | K0 | 48,6                               | 66 03           | -13 38  |
| 1600    | 6,0 | F2 | 53,6                               | 36 55           | 15 29   |
| 1612    | 4,2 | K0 | 23 21,4                            | -20 16          | 72 40   |
| 1614    | 4,4 | G5 | 26,4                               | 6 13            | 46 12   |
| 433     | 4,1 | M0 | 11 29,6                            | 69 30           | -58 06  |
| 890     | 4,0 | K0 | 23 36,1                            | 46 18           | 6 07    |
| 1620    | 4,6 | A5 | 40,5                               | 1 37            | 50 48   |
| 1303    | 6,6 | F0 | 11 45,5                            | 61 34           | -66 01  |
| 898     | 5,2 | M0 | 23 51,0                            | 18 57           | 33 27   |
| 1650    | 6,4 | A0 | 55,1                               | 83 02           | -30 37  |
| 1642    | 6,4 | F5 | 12 02,9                            | 85 45           | -41 50  |
| 2       | 2,4 | F5 | 0 07,6                             | 58 59           | - 6 35  |
| 454     | 5,1 | A5 | 12 10,8                            | 77 47           | -49 49  |
| 9       | 3,8 | K0 | 0 17,9                             | - 8 59          | 61 24   |
| 1010    | 6,0 | G5 | 23,9                               | 1 46            | 50 38   |
| 467     | 5,4 | A5 | 12 28,5                            | 58 34           | -69 01  |
| 17      | 3,7 | B3 | 0 35,3                             | 53 44           | - 1 20  |
| 25      | 4,7 | B2 | 43,0                               | 48 07           | 4 17    |
| 1019    | 5,8 | G5 | 46,8                               | 5 08            | 47 17   |

baren Quecksilberhorizonts provisorisch ein Horizont des DANJON-Astrolabs verwendet, der wegen seines günstigeren, weniger tiefen Querschnitts die Autokollimationsmessungen wesentlich erleichterte. Die so gewonnenen Daten dienten vorwiegend Kontrollzwecken, da der relativ geringe Durchmesser des Horizonts (150 mm) gegenüber der Objektivöffnung von 189 mm systematische Effekte nicht ausschließt.

Die Neigungsbestimmung der Achse erfolgte pro Abend viermal in regelmäßigen Abständen durch zweimaliges Umlegen des Niveaus unter Ablesung beider Libellen. Die Kollimation wurde jeweils einmal (am letzten Abend zweimal) mit Hilfe des Südkollimators in beiden

Instrumentenlagen bestimmt. Der Südkollimator hat gegenüber dem Nordkollimator den Vorzug, mit mehreren Vertikalfäden sowie einem Mikrometer ausgerüstet zu sein. Zur Kontrolle von Neigung und Kollimation dienten gewöhnlich zwei Nadirbeobachtungen, die an drei der vier Abende nur in einer Instrumentenlage erfolgten. - Vorbeugend gegen Einflüsse durch Wälzerscheinungen der Achse wurde auf die Klemmung des Instruments vollkommen verzichtet.

### 7.1.1. Reduktion der Beobachtungen

In Vereinfachung des Verfahrens wurden keine unabhängigen Azimutbestimmungen des Instruments durchgeführt, etwa indirekt durch Bestimmung des "BESSELSchen  $n$ " mittels Polarissimae-Beobachtungen, sondern die Auswertung geschah nach der MAYERSchen Formel unter vermittelnder Bestimmung des Instrumentenazimuts. Im Sinne der Bestimmung von Rektaszensionen verliert damit das Verfahren an Strenge, was im Hinblick auf den Instrumententest jedoch bedeutungslos ist.

Zunächst wurden die registrierten Kontaktzeichen in bezug auf den der kollimationsfreien Linie (KL) am nächsten gelegenen "Nullkontakt" gemittelt. Hierzu wurden für Sterne  $\delta < 80^\circ$  vierzig, für Sterne  $\delta > 80^\circ$  ca. zwanzig symmetrische Kontakte verwendet. Zur Reduktion auf die KL wurde aus einem Teil des Beobachtungsmaterials (Sterne  $\delta > 60^\circ$ ) der Revolutionswert der Schraube unter Berücksichtigung von Gewichten der Form  $a_i^2 \sec^2 \delta_i$  ( $a_i$  ist eine vom benutzten Schraubenintervall bei Stern "i" abhängige Größe) in annähernder Übereinstimmung mit früheren Messungen (147, S. 12) abgeleitet zu

$$R = 3,497 \pm 0,002 .$$

Die Schraubenfehler haben bis auf einen kleinen berücksichtigten periodischen Anteil von etwa  $5 \cdot 10^{-4}$  Rev. bei der Bestimmung der KL keinen Einfluß auf die Auswertung.

Die Bestimmung der Kontaktlage und des toten Ganges geschah vor und nach den vier Beobachtungsreihen. Registriert wird das Ende jeden Kontakts (also das "Ab"); im Vorwärtsdrehen der Schraube ergab sich im Mittel über eine gerade Anzahl Revolutionen eine mittlere Kontaktlage von  $19,9739^R$ , im Rückdrehen eine solche von  $19,0182^R$ , d.h., bei Mittelbildung der Kontaktzeiten etwa symmetrisch zu dem der KL ( $\sim 18,7^R$ ) nächstgelegenen Nullkontakt bezieht sich die "mittlere Durchgangszeit" für einen Stern auf die Trommelablesung  $r_o = 18,9739^R$  in oberer Kulmination (OK) und  $r_u = 19,0182^R$  in unterer Kulmination (UK).

Die Bestimmung des toten Ganges im Rahmen der Beobachtungsreihen ergab im Gegensatz zu dem aus dem Untersuchungsmaterial der Mikrometerschrauben ableitbaren Wert von  $(4 \pm 2) \cdot 10^{-4} \sqrt{\text{Rev.}}$  einen zehnfach höheren Betrag. Dieser Effekt steht vermutlich im Zusammenhang mit einer vor Aufnahme der Beobachtungen erforderlichen Demontage des Mikrometers zwecks Erneuerung einiger Fäden. An der Stelle  $17^R$  tritt sogar eine Undefiniertheit des toten Ganges auf, wie aus den Ergebnissen seiner Bestimmung (Abb. 29) ersichtlich ist. Der Mangel konnte aus zeitlichen Gründen vor Beginn der Messungen nicht beseitigt werden. Es läßt sich abschätzen, daß der Einfluß der Störung auf die Durchgangszeiten  $1 \text{ ms} \cdot \sec \delta$  nicht übersteigt, weil jeweils kaum mehr als einer der vierzig im Bereich  $17^R$  bis  $21^R$  liegenden Kontakte von der Unstetigkeit betroffen wird. Im genannten Bereich wurde der tote Gang zu  $t_g = +0,0048^R$  bestimmt.

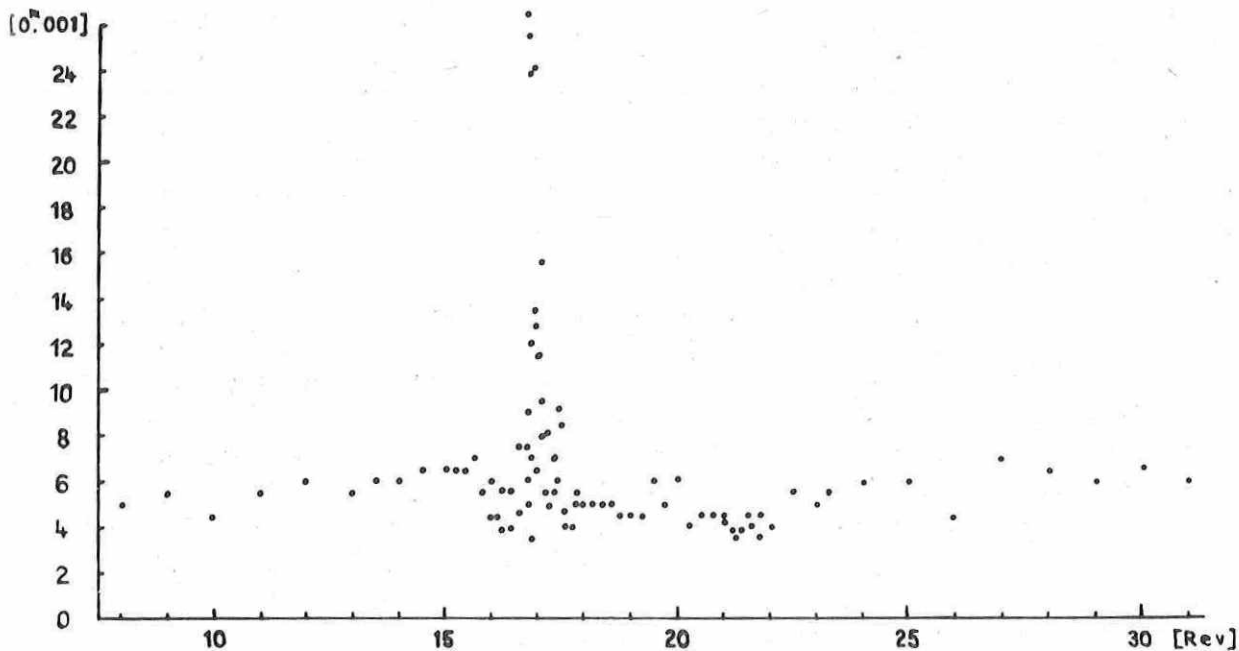


Abb. 29. Toter Gang der  $\alpha$ -Schraube in Abhängigkeit von der Trommelstellung

Bezeichnet  $\bar{r}$  die Mikrometerablesung für die KL und wird die nach Mittelung der Kontakte erhaltene "mittlere Durchgangszeit"  $U_i$  genannt, dann lauten die auf die KL bezogenen Durchgangszeiten  $\bar{U}_i$ :

$$\bar{U}_i = U_i \begin{cases} - R_\alpha \sec \delta \left[ (r_o - \bar{r}) - \frac{1}{2} t_g \right] \text{ OK} , \\ + R_\alpha \sec \delta \left[ (r_u - \bar{r}) + \frac{1}{2} t_g \right] \text{ UK} . \end{cases}$$

Für eine Einzelbeobachtung läßt sich folgende Fehlergleichung formulieren:

$$(24) \quad \Delta(\Delta u) + K \cdot \Delta k - \underline{\alpha}_i - (\bar{U}_i + \Delta u_i' + J \cdot i + K \cdot k_o) \gamma = v_i .$$

Es bedeuten:  $\Delta u_i' + \Delta(\Delta u)$  die auf eine genäherte Länge ( $\lambda'$ ) bezogene Uhrkorrektur (der Index  $i$  deutet auf den berücksichtigten Uhrgang) und ihre Verbesserung;  $k_o + \Delta k$  das genäherte Instrumentenazimut und seine Verbesserung;  $i$  die Neigung der Instrumentenachse;  $K, J$  die MAYERSchen Koeffizienten für Azimut und Neigung;  $\alpha_i$  die Rektaszension ( $+12^h$  in UK).

In dieser Form wurden die Beobachtungsabende unter Einführung von Gewichten in jeweils zwei Abschnitten - um möglichen Veränderungen des Azimuts Rechnung zu tragen - ausgeglichen. Die Werte  $v_i$  können mit der einschränkenden Bedingung  $\sum v_i = 0$  als Verbesserungen der Rektaszensionen  $\alpha_i$  aufgefaßt werden. - Die scheinbare Rektaszension wurde unter Berücksichtigung der kurzperiodischen Nutationsglieder berechnet und die tägliche Aberration angebracht  $\sqrt{567}$ .

### 7.1.2. Gewichte der Fehlergleichungen

Gemäß dem auf den Großkreis bezogenen veränderlichen Maßstab der Zeitkoordinate in Abhängigkeit von  $\delta$  und der gleichermaßen variierenden Sternengeschwindigkeit, die ihrerseits die lineare Meßgenauigkeit beeinflusst, wurden Gewichte für die gemessenen Durchgangszeiten eingeführt. Der mittlere Fehler von  $U_i$  ist proportional  $\sec \delta_i$ , somit das Gewicht  $\cos^2 \delta_i$ . Nun zeigte sich der physiologische Effekt, daß Sterne geringerer Geschwindigkeit genauer nachgeführt wurden. Außerdem war noch eine Zenitdistanzabhängigkeit zu erwarten, weil Sterne großer Zenitdistanz stärkeren Richtungsschwankungen unterliegen. Um diese und auch weitere subjektiv-physiologische Faktoren summarisch zu erfassen, wurden die Registrierkontakte zweier Abende unter dem Aspekt von Doppelmessungen verglichen, d.h., gleiche Registrierkontakte identischer Sterne wurden dazu benutzt, mittlere Fehler der Kontakte resp. der Nachführung frei von instrumentellen und Koordinatenfehlern in Abhängigkeit von  $\delta$  zu gewinnen. Verteilt über  $\pm 70^\circ$  Zenitdistanz, wurden so die m. F. eines Einzelkontaktes  $m_k$  für 50 Sterne auf Grund von etwa je 40 Doppelmessungen (Kontakten) berechnet. Die Resultate zeigen eklatant ein Ansteigen der Genauigkeit der Beobachtung von Sternen hoher Deklination (s. Tab. 14). In Abb. 30 sind neben den aufgetragenen Einzelwerten der mittleren Fehler die Ergebnisse je dreier in  $\delta$  benachbarter Sterne zusammengefaßt, wozu man das eingezeichnete Polygon und schließlich die graphisch ausgleichende Kurve erhält, welche als Grundlage für die Berechnung der Gewichte  $F_i$  diente (Abb. 31).

Tab. 14. Gewichte  $g_i$  der beobachteten Durchgangszeiten

| $\delta$           | $m_k \sqrt{ms}$ | $F_i$              | $g_i$ |
|--------------------|-----------------|--------------------|-------|
| $-20^\circ$        | +48             | 0,99 <sup>*)</sup> | 0,87  |
| + 0                | 48              | =1                 | 1,00  |
| +20                | 47              | 1,02               | 0,90  |
| 30                 | 46              | 1,06               | 0,80  |
| 40                 | 44              | 1,17               | 0,69  |
| 50                 | 41              | 1,36               | 0,56  |
| 60                 | 37              | 1,66               | 0,42  |
| 70                 | 32              | 2,15               | 0,25  |
| 80                 | 30              | 2,59               | 0,08  |
| 90                 | 28              | 2,89               | 0     |
| 80 <sup>***)</sup> | 31              | 2,44               | 0,07  |
| 70 <sup>***)</sup> | 37              | 1,70               | 0,20  |
| 60 <sup>***)</sup> | 43              | 1,23               | 0,31  |

\*) Definition <sup>\*\*\*)</sup> Untere Kulmination

Die endgültigen Gewichte der Fehlergleichungen lauten dann

$$g_i = F_i \cos^2 \delta_i .$$

Tab. 14 gibt einen Überblick zum Verhalten der Gewichte. Der Funktionsverlauf des Faktors  $F_i$  entspricht etwa dem von UHINK angegebenen  $\sqrt{497}$ , allerdings erreicht im vorliegenden Falle die Amplitude einen größeren Betrag; verantwortlich hierfür sind subjektive, vom Beobachter abhängige Faktoren. Es sei bemerkt, daß unabhängig von den bisher erwähnten Gesetzmäßigkeiten eine geringe Genauigkeitssteigerung der Beobachtungen vom Äquator zu höheren Deklinationen unter Voraussetzung einer konstant benutzten Revolutionszahl (was tatsächlich über größere  $\delta$ -Bereiche praktiziert wird) zu erwarten ist, weil die Standardabweichung der Bildunruhe mit der vierten Wurzel der Beobachtungsdauer abnimmt. Diese



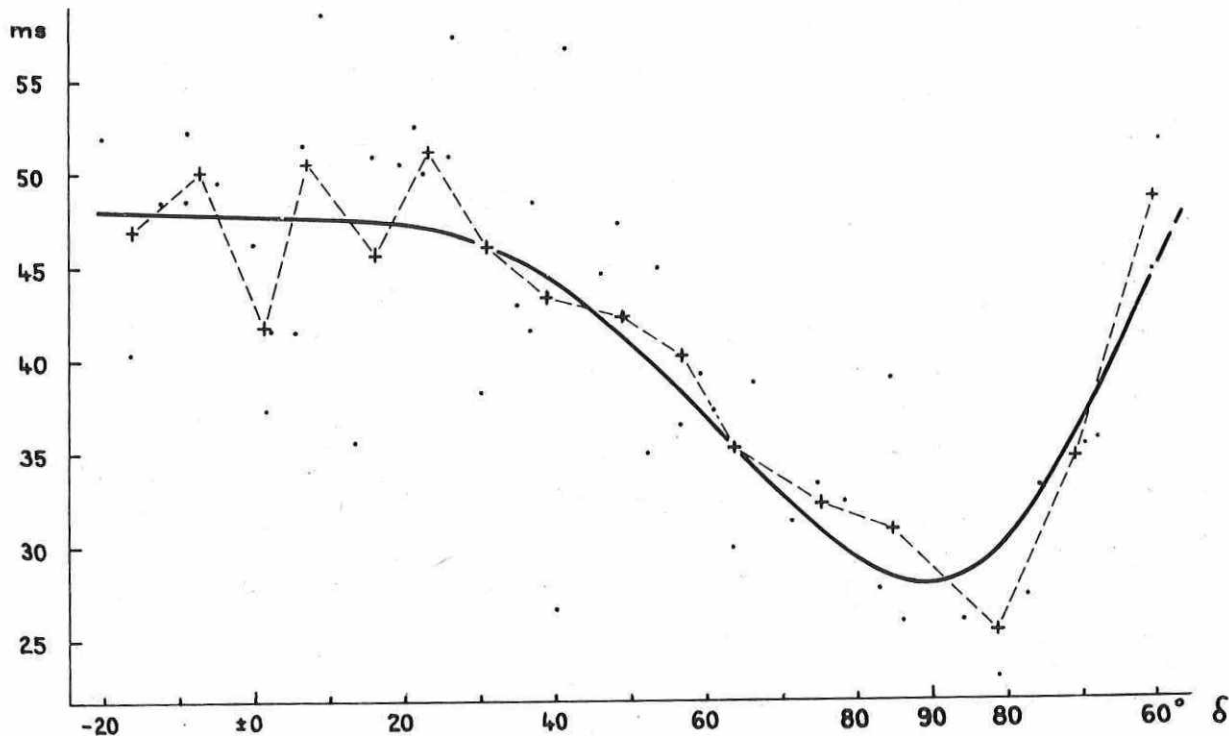


Abb. 30. Mittlerer Fehler eines Kontaktes (Nachführfehler) in Abhängigkeit von  $\delta$ , bezogen auf den Großkreis

Schlußfolgerung resultiert aus der von HOG [24] abgeleiteten, für den Zenit geltenden Beziehung des mittleren Fehlers  $\sigma_T$  der Bildruhe:

$$\sigma_T = \pm 0,33 (T + 0,65)^{-0,25}$$

für  $T \geq 0,2$ . Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß der Koeffizient von 0,33 abhängig von der Zenitdistanz ist [25].

Um bei Rektaszensionsbestimmungen bezüglich der linearen Positionsgenauigkeit homogene Resultate zu erzielen, muß im wesentlichen das Gewicht  $F_1$  berücksichtigt werden. Das würde hier bedeuten, daß ein Äquatorstern mindestens doppelt so häufig wie ein polnaher Stern zu beobachten ist.

### 7.1.3. Der Einfluß der Zapfenfehler

Die Zapfenfehlereinflüsse auf die Durchgangsbeobachtungen wurden in Abschnitt 5.4.4. allgemein erörtert. Die Auswertung der Beobachtungen wurde sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung des Einflusses der Zapfenfehler auf die Durchgangszeiten vorgenommen. In beiden Fällen waren jedoch die gemessenen instrumentellen Reduktionsgrößen Neigung und

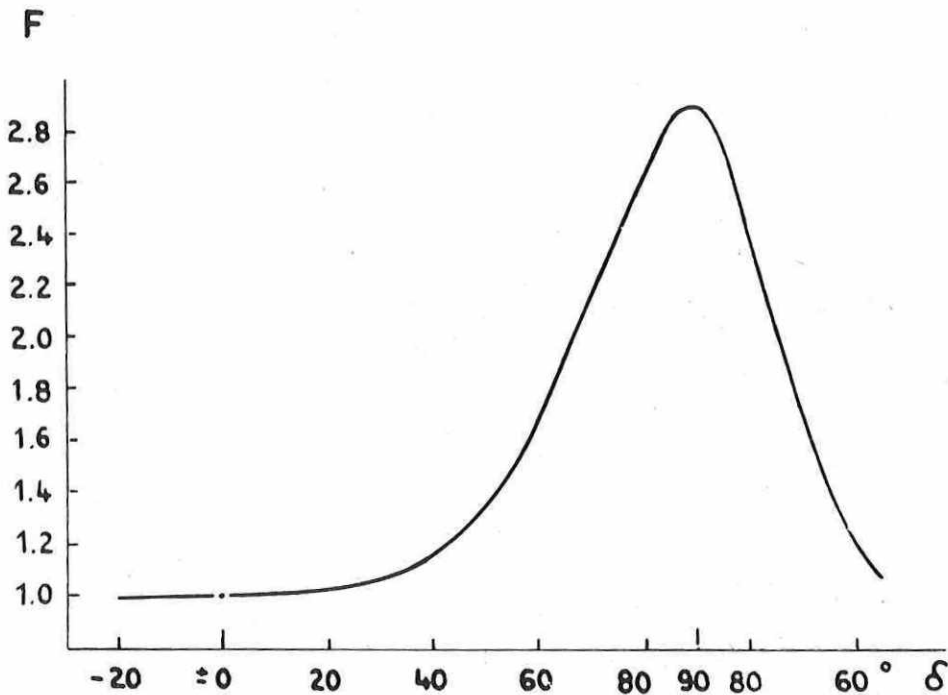


Abb. 31. Empirisch ermittelte Gewichtsfunktion  $F$

Kollimation wegen der Ungleichheit und der Fehler der Zapfen korrigiert worden, weil diese Maßnahme von vornherein einige Widersprüche in den z.T. auf verschiedenen Wegen bestimmten Größen beseitigte, was gleichzeitig die Richtigkeit der eingeführten Korrekturen (quasi) bestätigte.

Korrektur der Kollimation: Entsprechend der Definition der Zählung der Mikrometertrommel (positiv in Richtung der täglichen Bewegung bei Kl. Ost) beträgt laut Tab. 5 die Korrektur einer Kollimationsbestimmung mittels der Kollimatoren  $+1,5 \text{ ms} \hat{=} +0,0004^R$  (halbe Differenz der Werte  $k_z$  oder  $M_p$  für die Argumente  $z = 90^\circ$  und  $270^\circ$  beider Lagen). Die Zapfenungleichheit ist ohne Einfluß.

Korrektur der Neigung: Die Ungleichheit der Zapfen bewirkt eine Neigung der Libellenachse bezüglich der Drehachse von  $\Delta r \cdot l_A^{-1} \text{ sec } \beta \cdot \varphi'' = +0,155$  ( $l_A$  = Abstand der Zapfenlager,  $\beta$  ist der halbe durch die Auflagepunkte der Libellenhaken am Zapfen definierte Zenitwinkel), indem das KRZ-Ende gehoben wird; bei "Kl. Ost" sind die gemessenen Neigungen um diesen Betrag zu vermindern. In Abhängigkeit von der Stellung (Zenitdistanz) des Instruments wirken die Unregelmäßigkeiten der Zapfen. Erfolgte die Neigungsmessung in der Zenitdistanz  $z$  (Kl. Ost), so ist zur gemessenen Neigung die Korrektur  $\Delta N_z$  laut Tab. 5 hinzuzufügen, für die andere Instrumentenlage ist als Argument  $(360^\circ - z)$  zu nehmen und das Vorzeichen der Korrektur umzukehren.

Korrektur der Nadirbeobachtung: Gemäß der Zählrichtung der Mikrometertrommel sind die ermittelten Ablesungen der Koinzidenz des beweglichen Fadens mit seinem Spiegelbild um  $0,20 \hat{=} 0,0038^R$  wegen Achsenungleichheit und um  $0,04 \hat{=} 0,0008^R$  wegen unregelmäßiger Fehler

zu vermehren, d.h., die Korrektion beträgt stets  $+0,0046^R$ . Die Differenz der Messungen in beiden Lagen ist gleich der doppelten Neigung der Lagerachse; zur Reduktion auf die Drehachse ist die so ermittelte Neigung um  $\pm 0,20$  (+ Kl. Ost, - Kl. West) wegen der Ungleichheit der Zapfen zu korrigieren.

#### 7.1.4. Beobachtungsergebnisse

Unter Einführung zweier Unbekannter  $\Delta(\Delta\alpha_1)$  und  $\Delta k$ , d.h. der Verbesserungen der genäherten Uhrkorrektion  $\Delta\alpha_1$  und des vorläufigen Azimuts  $k_0$ , wurden die Beobachtungen nach Gleichung (24) sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung der Zapfenunregelmäßigkeiten ausgeglichen. Es wurde bereits erwähnt, daß im Hinblick auf mögliche Änderungen des Instrumentenazimuts die Einzelabende in zwei Teilabschnitten bearbeitet wurden. Die gewonnenen Werte  $v_1$  sind genähert als Rektaszensionskorrekturen aufzufassen, deren Streuung und systematischer Verlauf Kriterien für die Approximation des fundamentalen durch das instrumentelle System sind. Die nach erster Rechnung erhaltenen und in die Form  $v_1 \cos \delta_1$  überführten Werte zeigt Abb. 32a. Aus den Differenzen von Nacht-zu-Nacht-Vergleichen erhält man als inneren mittleren Fehler einer Einzelbeobachtung:

$$m_{\alpha} \cos \delta = \pm 0,0128 \pm 0,0007.$$

Diese Fehlerangabe, die sämtliche ca. 200 Beobachtungen ohne eine einzige Streichung einbezieht, ist als äußerst günstig zu werten. In Abb. 32b sind die Mittel der vier Beobachtungsabende  $v_{\alpha} \cos \delta$  sowie der graphisch ausgeglichene systematische Verlauf  $\Delta\alpha_{\delta} \cos \delta$  dargestellt; analog zeigt Abb. 32c die Resultate unter Berücksichtigung der Zapfenfehler. Wesentliche Veränderungen im systematischen Verlauf treten hiernach nicht ein, der Kurvenzug wird jedoch etwas geglättet. Ursachen des systematischen Trends vom Typ  $\Delta\alpha_{\delta} \cos \delta$  können Fehler des Fundamentalsystems oder - das ist wahrscheinlicher - instrumentelle Biegungeffekte sein [47]. Zur Frage des Ursprungs von  $\Delta\alpha_{\delta}$  wurde a posteriori die Definition des  $\alpha$ -Mikrometers in Abhängigkeit von der Zenitdistanzstellung des Instruments durch Koinzidenzbeobachtungen der beweglichen mit festen Fäden kontrolliert, da immerhin trotz der plausiblen Erklärung durch Seitenbiegungeffekte auch eine Variation der Kollimation Anteil am Auftreten der  $\Delta\alpha_{\delta}$  haben kann. Tatsächlich offenbarten einige diesbezüglich angestellte Versuchsmessungen eine Änderung der Mikrometerdefinition, wie in Abb. 7 gezeigt ist. (PETROV hat in einer Untersuchung von sieben Mikrometern festgestellt, daß dieser Effekt wahrscheinlich eine allgemeine Erscheinung ist [41].) Wesentliche Konsequenzen ergeben sich hier nicht aus diesem Effekt. Auf eine nachträgliche Berücksichtigung in den erhaltenen Resultaten wurde verzichtet, da dies nur eine Frage der Definition des "instrumentellen Systems" ist und im vorliegenden Falle auch keine Verringerung der systematischen Abweichungen eintritt. Sollte sich der Mikrometereffekt jedoch bei späteren Messungen als nicht konstant erweisen, müßte er, ebenso wie bei Absolutmessungen ohnehin, entsprechend berücksichtigt werden.

Die Standardabweichung der Korrekturen  $v_{\alpha} \cos \delta$  nach Abb. 32c beträgt (unter Weglassen von FK4 Nr. 302,  $\delta = 60,4$  UK) bezüglich der Abszisse  $\pm 11$  ms und bezüglich der Kurve  $\Delta\alpha_{\delta} \cos \delta$   $\pm 8,5$  ms. Identifiziert man den systematischen Anteil mit dem instrumentellen System, so erhält man die Restabweichungen  $(v_{\alpha i} - \Delta\alpha_{\delta}) \cos \delta$ , die mit  $\Delta\alpha_{B-FK4} \cos \delta$  (Abb. 33) bezeichnet werden sollen. In Tab. 15 sind u.a. die erhaltenen Resultate den in-

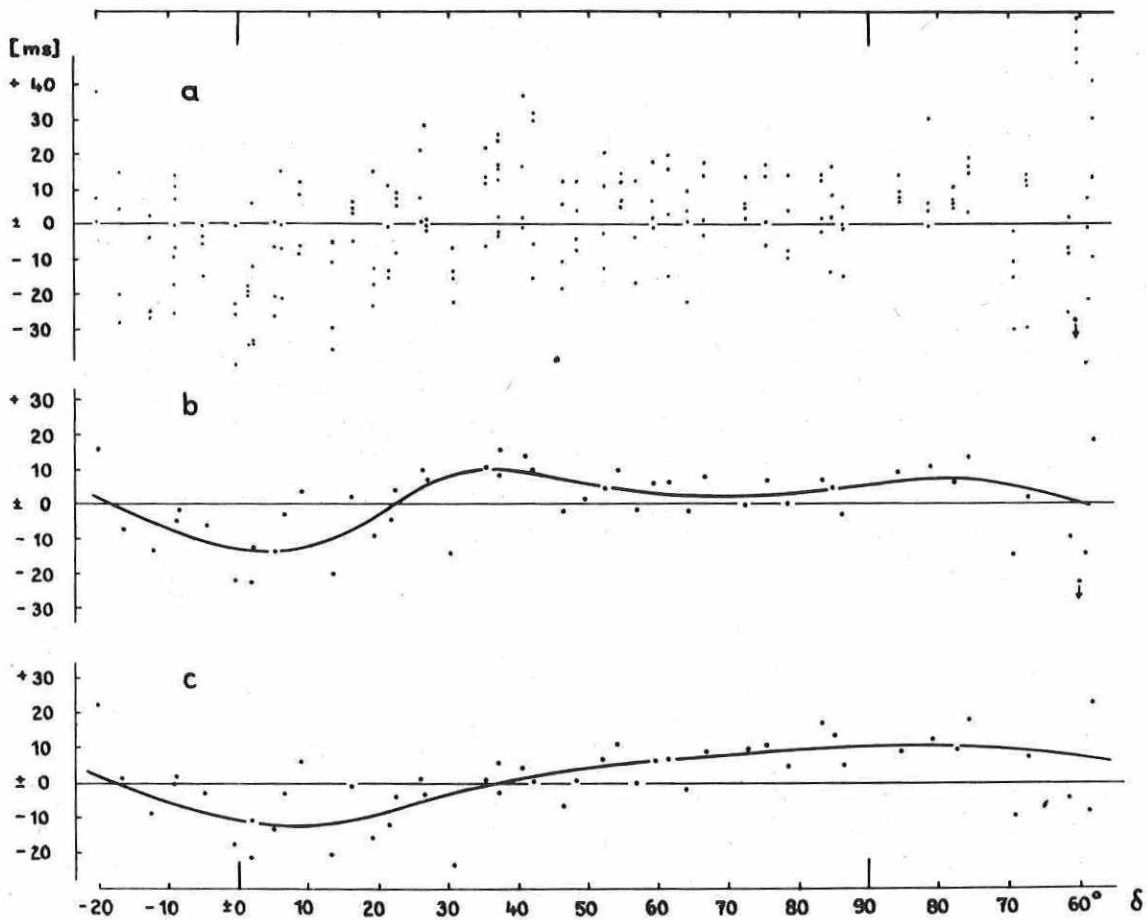


Abb. 32. Rektaszensionsverbesserungen der Form  $v_i \cos \delta_i$   
 a) Darstellung der Einzelergebnisse  
 b) Mittelwerte der vier Beobachtungsabende  
 c) wie b), jedoch mit Berücksichtigung der Zapfenfehler

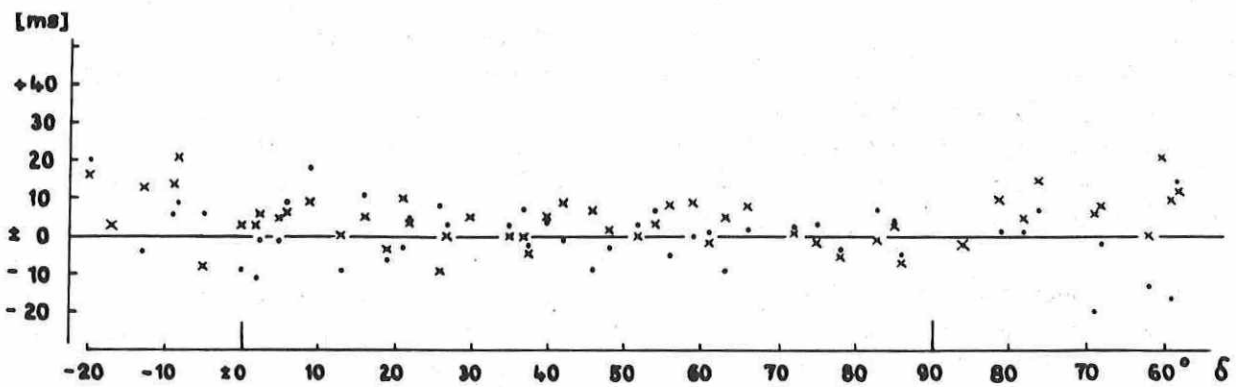


Abb. 33. Restabweichungen  $\Delta \alpha_{B-FK4} \cdot \cos \delta$ . Vergleichsweise sind die Korrekturen  $\Delta \alpha_{N30-FK4} \cdot \cos \delta$  eingetragen (x).

Tab. 15. Individuelle Rektaszensionskorrekturen der Programmsterne, bezogen auf den Großkreis in  $\sqrt{\text{ms}}$

| Nr. FK4                    | Dekl.           | $v_{\alpha}$ | $\Delta\alpha_{B-FK4}$ | $\Delta\alpha_{N30-FK4}$ | $\Delta\alpha_{W3-FK4}$ | $\Delta\alpha_{B-N30}$ | $\Delta\alpha_{B-W3}$ | $\Delta\alpha_{B-1/2(N+W)}$ | $\times \cos \delta$ |
|----------------------------|-----------------|--------------|------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------------|
|                            |                 |              |                        |                          |                         |                        |                       |                             |                      |
| 1515                       | 26 <sup>0</sup> | + 1          | + 8                    | - 9                      | -10                     | +17                    | +18                   | +18                         |                      |
| 745                        | 9               | + 6          | +18                    | + 9                      | + 7                     | + 9                    | +11                   | +10                         |                      |
| 1521                       | 35              | + 1          | + 3                    | + 0                      | -11                     | + 3                    | +14                   | + 8                         |                      |
| 302 <sup>*)</sup>          | 60              | +58          | +50                    | +21                      | +15                     | +29                    | +35                   | +32                         |                      |
| 1647                       | 85              | +14          | + 4                    | + 3                      | + 7                     | + 1                    | - 3                   | - 1                         |                      |
| 1525                       | 37              | + 6          | + 7                    | + 0                      | + 3                     | + 7                    | + 4                   | + 6                         |                      |
| 758                        | 56              | + 0          | - 5                    | + 8                      | -13                     | -13                    | + 8                   | - 2                         |                      |
| 761                        | -13             | - 8          | - 4                    | +13                      | + 4                     | -17                    | - 8                   | -12                         |                      |
| 765                        | 40              | + 5          | + 4                    | + 5                      | - 5                     | - 1                    | + 9                   | + 4                         |                      |
| 1534                       | 30              | -24          | -19                    | + 5                      | + 3                     | -24                    | -22                   | -23                         |                      |
| 770                        | 75              | +11          | + 3                    | - 2                      | -13                     | + 5                    | +16                   | +10                         |                      |
| 774                        | 16              | + 0          | +11                    | + 5                      | - 9                     | + 6                    | +20                   | +13                         |                      |
| 1543                       | - 5             | - 2          | + 6                    | - 8                      | + 7                     | +14                    | - 1                   | + 6                         |                      |
| 1547                       | - 9             | + 0          | + 6                    | +14                      | + 9                     | - 8                    | - 3                   | - 6                         |                      |
| 1549 <sup>*)</sup>         | 22              | - 4          | + 5                    | + 4                      | + 1                     | + 1                    | + 4                   | + 2                         |                      |
| 338 <sup>*)</sup>          | 68              | + 8          | - 2                    | + 8                      | - 5                     | -10                    | + 3                   | - 4                         |                      |
| 795 <sup>*)</sup>          | 78              | + 5          | - 4                    | - 5                      | + 4                     | + 1                    | - 8                   | - 4                         |                      |
| 910 <sup>*)</sup>          | 81              | +12          | + 1                    | +10                      | + 4                     | - 9                    | - 3                   | - 6                         |                      |
| 812                        | -17             | + 2          | + 3                    | + 3                      | - 4                     | + 0                    | + 7                   | + 4                         |                      |
| 1572 <sup>*)</sup>         | 61              | + 7          | + 1                    | - 2                      | + 7                     | + 3                    | - 6                   | - 2                         |                      |
| 368 <sup>*)</sup>          | 59              | - 8          | -16                    | +10                      | - 3                     | -26                    | -13                   | -20                         |                      |
| 1579                       | 21              | -12          | - 3                    | +10                      | - 2                     | -13                    | - 1                   | - 7                         |                      |
| 826                        | 13              | -21          | - 9                    | + 0                      | - 4                     | - 9                    | - 5                   | - 7                         |                      |
| 827                        | + 0             | -18          | - 9                    | + 3                      | +11                     | -12                    | -20                   | -16                         |                      |
| 837                        | 72              | +10          | + 2                    | + 1                      | + 3                     | + 1                    | - 1                   | + 0                         |                      |
| 1648                       | 86              | + 5          | - 5                    | - 7                      | - 8                     | + 2                    | + 3                   | + 2                         |                      |
| 844                        | 52              | + 7          | + 3                    | + 0                      | - 1                     | + 3                    | + 4                   | + 4                         |                      |
| 1589 <sup>*)</sup>         | 27              | - 3          | + 3                    | + 0                      | - 4                     | + 3                    | + 7                   | + 5                         |                      |
| 395 <sup>*)</sup>          | 76              | +18          | + 7                    | +15                      | - 9                     | - 8                    | +16                   | + 4                         |                      |
| 853                        | 63              | - 2          | - 9                    | + 5                      | +14                     | -14                    | -23                   | -18                         |                      |
| 858                        | 42              | + 1          | - 1                    | + 9                      | -11                     | -10                    | +10                   | + 0                         |                      |
| 863                        | 66              | + 9          | + 2                    | + 8                      | -13                     | - 6                    | +15                   | + 4                         |                      |
| 1600                       | 37              | - 2          | - 2                    | - 4                      | -15                     | + 2                    | +13                   | + 8                         |                      |
| 1612                       | -20             | + 2          | +20                    | +16                      | + 2                     | + 4                    | +18                   | +11                         |                      |
| 1614 <sup>*)</sup>         | 6               | - 3          | + 9                    | + 6                      | + 3                     | + 3                    | + 6                   | + 4                         |                      |
| 433 <sup>*)</sup>          | 69              | -10          | -20                    | + 6                      | + 1                     | -26                    | -21                   | -24                         |                      |
| 890                        | 46              | - 6          | - 9                    | + 7                      | -17                     | -16                    | + 8                   | - 4                         |                      |
| 1620 <sup>*)</sup>         | 2               | -21          | -11                    | + 3                      | + 2                     | -14                    | -13                   | -14                         |                      |
| 1303 <sup>*)</sup>         | 62              | - 4          | -13                    | + 0                      | + 0                     | -13                    | -22                   | -18                         |                      |
| 898                        | 19              | -16          | - 6                    | - 3                      | - 3                     | - 3                    | - 3                   | - 3                         |                      |
| 1650 <sup>*)</sup>         | 83              | +17          | + 7                    | - 1                      | + 5                     | + 8                    | + 2                   | + 5                         |                      |
| 1642 <sup>*)</sup>         | 86              | + 9          | - 2                    | - 2                      | - 1                     | + 0                    | - 1                   | + 0                         |                      |
| 2 <sup>*)</sup>            | 59              | + 6          | + 0                    | + 9                      | -11                     | - 9                    | +11                   | + 1                         |                      |
| 454 <sup>*)</sup>          | 78              | +10          | + 1                    | + 5                      | + 5                     | - 4                    | - 4                   | - 4                         |                      |
| 9                          | - 9             | + 2          | + 9                    | +21                      | +15                     | -12                    | - 6                   | - 9                         |                      |
| 1010 <sup>*)</sup>         | 2               | -11          | - 1                    | + 6                      | - 5                     | - 7                    | + 4                   | - 2                         |                      |
| 467 <sup>*)</sup>          | 59              | +23          | +15                    | +12                      | -10                     | + 3                    | +25                   | +14                         |                      |
| 17                         | 54              | +12          | + 7                    | + 3                      | - 2                     | + 4                    | + 9                   | + 6                         |                      |
| 25                         | 48              | + 0          | - 3                    | + 2                      | + 0                     | - 5                    | - 3                   | - 4                         |                      |
| 1019                       | 5               | -13          | - 1                    | + 5                      | + 5                     | - 6                    | - 6                   | - 6                         |                      |
| Quadratsumme <sup>*)</sup> |                 | :5267        | 3459                   | 2796                     | 3030                    | 5241                   | 6629                  | 4539                        |                      |

\*) UK \*\*) ohne Stern Nr. 302

individuellen Korrekturen der auf Grund der Kataloge N30 und W3<sub>50</sub> [1, 61] erhaltenen Daten  $\Delta\alpha_{N30-FK4} \cdot \cos \delta$  und  $\Delta\alpha_{W3-FK4} \cdot \cos \delta$  (entnommen aus [1, 7]) gegenübergestellt. Die Tabelle gibt ferner die berechneten Korrekturen  $\Delta\alpha_{B-N30} \cdot \cos \delta$  und  $\Delta\alpha_{B-W3} \cdot \cos \delta$  sowie deren Mittelwerte. Werden die angegebenen Korrekturen als zufällige Katalogdifferenzen aufgefaßt, dann erhält man aus den am Fuße der Tabelle notierten Quadratsummen unter Einbezie-

hung der Quadratsumme  $\sum (\Delta d_{N30-W3})^2 = 5798$  nach einer kleinen Ausgleichung folgende Proportionalitätsbeziehung:

$$m_{FK4}^2 : m_{N30}^2 : m_B^2 : m_{W3}^2 = \begin{matrix} 155 & : & 2425 & : & 3159 & : & 3236 \\ (\pm 230) & & (\pm 230) & & (\pm 220) & & (\pm 260) \end{matrix}$$

bzw.

$$m_{FK4} = \pm 1,8 \text{ ms}; \quad m_{N30} = \pm 7,0 \text{ ms}; \quad m_B = \pm 8,0 \text{ ms}; \quad m_{W3} = \pm 8,1 \text{ ms}.$$

Genähert darf man diese Fehler etwa als äußere mittlere "Katalog"fehler betrachten, d.h., daß der äußere m. F. einer Rektaszensionsbestimmung mit dem Pistor & Martinsschen Meridiankreis hiernach gleich  $2 m_B$  (vier Beobachtungsabende!), mithin

$$M_{\alpha} \cos \delta = \pm 16 \text{ ms}$$

beträgt. Diese Angabe und der Wert des inneren m. F. (s. S. 83) von

$$m_{\alpha} \cos \delta = \pm 13 \text{ ms}$$

charakterisieren das ausgezeichnete Leistungsvermögen des Meridiankreises bezüglich der Rektaszensionsbestimmungen. Nochmals hervorgehoben sei, daß die Beobachtungen sich beiderseits des Zenits bis in  $70^\circ$  Zenitdistanz erstreckten und nur bei der Berechnung von  $M_{\alpha} \cos \delta$  ein UK-Stern in  $68^\circ$  Zenitdistanz wegen starker Abweichung unberücksichtigt blieb; schließlich sei vermerkt, daß der Verf. weder Erfahrung bei Meridiankreisbeobachtungen noch besondere Fertigkeit in der Handhabung des Registriermikrometers besitzt.

## 7.2. Deklinationsbeobachtungen

Die Messungen erfolgten relativ unter Bezug auf den praktisch willkürlich orientierten Kreis mit photographischer Registrierung zweier Durchmesser. Die Pointierung der Sterne geschah mikrometrisch mit dem Deklinationsschraubenmikrometer; jeder Stern wurde, von einigen wenigen Ausnahmen abgesehen, fünfmal mit einem beweglichen Horizontalfaden biseziert. Zur Erfassung des positionsabhängigen Mikrometereffekts (s. S. 19) wurden vor jedem ersten Sternantritt vier Koinzidenzen des beweglichen Doppelfadens mit dem festen Faden vorgenommen. Unmittelbar nach der letzten Sterneinstellung wurde durch Knopfdruck über eine fliegende Leitung der Belichtungszyklus der vier photographischen Ableseeinrichtungen gestartet. In Ergänzung der relativen Positionsbestimmungen wurden pro Abend mehrere, nach Möglichkeit bis zu vier, die drei Sterngruppen einschließende Nadirbeobachtungen durchgeführt. Messungen der Temperatur erfolgten in Abständen von etwa  $0,8^h$  in mittlerer Objektivhöhe im Spalt des Beobachtungshauses; der Luftdruck wurde am Anfang und Ende jedes Abends mit einem Quecksilberbarometer bestimmt.

Gegenüber den als gut bis mäßig zu charakterisierenden Luftruhebedingungen während der Rektaszensionsmessungen waren die Bilder bei den  $\delta$ -Beobachtungen meist sehr unruhig; die Luftruhe muß im Mittel als mäßig bis schlecht bezeichnet werden.

### 7.2.1. Auswertung der Beobachtungen und Ergebnisse

Die insgesamt etwa 950 photographischen Teilkreisabbildungen wurden auf dem Zeiss-Koordinatenmeßgerät "Ascocord" nach dem in Abschnitt 6.1. beschriebenen Schema ausgemessen. Um die Resultate unmittelbar miteinander vergleichen zu können, wurden alle Beobachtungen auf den Äquatorpunkt - das ist das Mittel der Ablesungen der vier PAE für einen Stern der Deklination "Null" - reduziert. Die Ablesung für den Äquatorpunkt ( $\ddot{A}P$ ) ergibt sich aus der Beziehung:

$$(25) \quad A_{m,i} + (D + \Delta T)_{m,i} - R_{\delta}(s_i - s_{oi}) \pm \gamma_i \pm \tau_F + \delta_i = (\ddot{A}P)_i .$$

Es bedeuten:  $A_{m,i}$  die Mittel der vier Kreisablesungen bei Beobachtung des Sterns "i";  $(D + \Delta T)_{m,i}$  die Korrektur (summarisch) wegen lang- und kurzperiodischer Teilfehler (nach Kap. 6);  $R_{\delta}$  den Schraubenwert des Mikrometers;  $s_i$  die mittlere Trommelablesung;  $s_{oi}$  die Ablesung der Koinzidenz fester - beweglicher Faden,  $\gamma_i$  den Refraktionseinfluß, abhängig von Zenitdistanz, Druck und Temperatur, entnommen aus [517];  $\tau_F$  den Einfluß der Krümmung des Parallels in Abhängigkeit von den Distanzen der Pointierungen vom Mittelfaden; für Sterne in UK gilt das negative Vorzeichen;  $\delta_i$  die scheinbare Deklination; für Sterne in UK ist statt  $\delta_i \rightarrow (180 - \delta_i)$  zu setzen; die Berechnung von  $\delta_i$  erfolgte unter Berücksichtigung der kurzperiodischen Nutationsglieder [567].

Durch eine Kontrollmessung wurde der von DICK [13, 14] angegebene Schraubenwert von  $R_{\delta} = 36''04$  annähernd bestätigt, wonach die Annahme von  $R_{\delta} = 36''0$  für die Reduktion der effektiv in das Intervall  $\pm 0''1$  fallenden Ablesungen die notwendige Übertragungsgenauigkeit garantierte. Schraubenfehler waren nicht zu berücksichtigen. Die Analyse der Ablesungen von Koinzidenzen des beweglichen mit dem festen Fadensystem bei jeder Zielung zeigte relativ gute Übereinstimmung mit den fast zwei Jahre zuvor erhaltenen Untersuchungsergebnissen (Abschnitt 3.4.) und bestätigt damit die Reproduzierbarkeit des nachgewiesenen Effekts (Abb. 34).

Die Berechnung des Nadirpunktes geschah analog nach (25) unter Weglassen der drei letzten Terme der linken Seite. Wegen des nach unten hängenden Objektivs muß man mit nichtstetigen Veränderungen der optischen Achse rechnen, weshalb Nadirbeobachtungen mit solcher extremer Fernrohrstellung nicht unbedingt für die Bestimmung des Äquatorpunktes geeignet sind. Auch im vorliegenden Falle sollten diese Messungen nur der Kontrolle zeitlicher Änderungen dienen und es eventuell gestatten, den Wert der geographischen Breite des Aufstellungsortes abzuleiten.

Die nach (25) zunächst berechneten Werte für  $(\ddot{A}P)_i$  streuen in einem Bereich von mehreren Sekunden. Eine entsprechende Prüfung wies auf Korrelationen der Ergebnisse mit der Zeit und der Zenitdistanz. Für die Eliminierung der zeitlichen Variation zur Darstellung des instrumentellen Systems waren die Nadirbeobachtungen wegen einiger auftretender systematischer Störungen ungeeignet, wie aus dem Vergleich mit den Sterngruppenmitteln hervorging. Wegen nahezu gleichförmiger Sternverteilung in den drei abendlichen Sterngruppen war direkt aus den Unterschieden der vollständigen Gruppenmittel der Abende auf Änderungen des  $\ddot{A}P$  bzw. des Nadirpunktes zu schließen. Die lineare Regression jeder Einzelgruppe konnte außerdem den zeitlichen Trend der  $(\ddot{A}P)_i$  innerhalb der Gruppe andeuten. Die in Erscheinung tretende Biegung in  $\sin z$  wurde vereinfachend für die Berechnung des Zeitgliedes

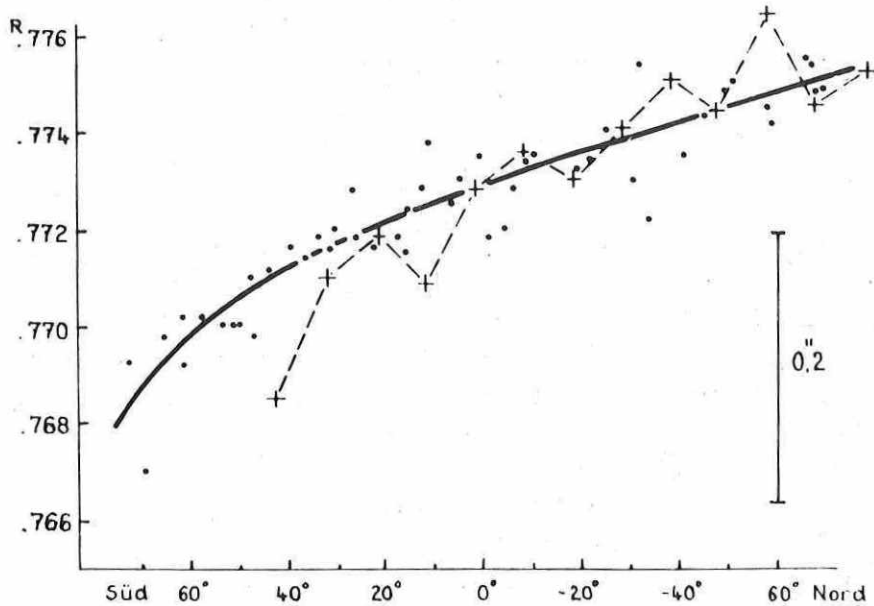


Abb. 34. Abhängigkeit der Definition des  $\delta$ -Mikrometers von der Zenitdistanz während der Reihenbeobachtungen (zum Vergleich: Kurvenpolygon gemäß Abb. 6c)

linear approximiert, so daß der Ansatz lautete

$$(26) \quad \Delta_1 + 0,1 t \cdot \Delta_2 + 0,1 z \cdot \Delta_3 - (\ddot{A}P)_i = v_i .$$

Es bezeichnen:  $\Delta_1$  das Gruppenmittel, identisch mit dem  $(\ddot{A}P)$  der Gruppe;  $\Delta_2$  den zeitlichen Regressionskoeffizienten  $d(\ddot{A}P)_i/dt$ ;  $\Delta_3$  den mittleren Regressionskoeffizienten  $d(\ddot{A}P)_i/dz$ ; ferner ist  $t$  die Zeit in  $\sqrt{\text{min}}$ , bezogen auf eine Zeitskala, deren Nullpunkt annähernd mit der mittleren Epoche der Gruppe zusammenfiel, und  $z$  die Zenitdistanz in Grad, positiv nach Süden gezählt. Zur Wahrung der Homogenität wurden unvollständige Gruppen auf das System der Gruppe reduziert. Tab. 16 zeigt die Resultate, die nach (26) erhalten wurden.

Die mittleren Epochen der Sterngruppen differieren zeitlich um etwa  $1,8^h$ . Unter Vernachlässigung der Differenzen der Systeme der Gruppen folgt aus dem Vergleich der Resultate für  $\Delta_1$  eine mittlere stündliche Änderung des  $\ddot{A}P$  von  $< 0,15$ , maximal von  $0,30$ . Die Regressionskoeffizienten  $\Delta_2$  deuten auf größere, aber in Anbetracht der mittleren Fehler weniger gesicherte Beträge. Die Werte der Reduktion wegen zeitlicher Variation des  $\ddot{A}P$  wurden graphisch bestimmt (Abb. 35); die Differenzenquotienten  $\Delta_2$  passen sich dabei nur genähert dem ermittelten Verlauf des Nullpunktganges an. Durch Subtraktion der als Funktion der Zeit entnommenen Werte von den berechneten  $(\ddot{A}P)_i$  sind alle Beobachtungen auf ein zeitlich invariantes Bezugsniveau reduziert. Die verbleibenden individuellen Restfehler bilden eine mehr oder weniger repräsentative Stichprobe der Grundgesamtheit eines instrumentellen Deklinationssystems. Die systematischen Differenzen zum Fundamentalsystem kommen in der gra-



Tab. 16. Zusammenstellung der Ergebnisse nach (26)

| Gruppe | Datum      | 69 Sept. 22     | 69 Sept. 23     | 69 Sept. 24     | 69 Okt. 09      | 69 Okt. 10      |
|--------|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| I      | $\Delta_1$ | $5,06 \pm 0,06$ | $4,54 \pm 0,12$ | $4,65 \pm 0,08$ | $5,09 \pm 0,09$ | $5,99 \pm 0,06$ |
|        | $\Delta_2$ | +0,04    3      | $\pm 0,00$ 5    | -0,01    3      | -0,02    4      | +0,02    2      |
|        | $\Delta_3$ | -0,11    1      | -0,16    3      | -0,13    2      | -0,12    2      | -0,14    1      |
|        | $m_0$      | $\pm 0,24$      | $\pm 0,46$      | $\pm 0,34$      | $\pm 0,36$      | $\pm 0,23$      |
| II     | $\Delta_1$ | 4,80    11      | 4,68    12      | 4,17    8       | 5,03    5       | 5,85    8       |
|        | $\Delta_2$ | -0,15    6      | -0,02    9      | -0,13    3      | -0,03    2      | -0,05    3      |
|        | $\Delta_3$ | -0,14    3      | -0,17    2      | -0,17    2      | -0,15    1      | -0,11    2      |
|        | $m_0$      | $\pm 0,34$      | $\pm 0,23$      | $\pm 0,31$      | $\pm 0,19$      | $\pm 0,33$      |
| III    | $\Delta_1$ | 4,25    9       |                 | 4,12    6       | 4,70    9       | 5,75    10      |
|        | $\Delta_2$ | -0,08    3      |                 | -0,06    2      | -0,07    4      | -0,09    4      |
|        | $\Delta_3$ | -0,13    2      |                 | -0,14    1      | -0,12    2      | -0,12    2      |
|        | $m_0$      | $\pm 0,36$      |                 | $\pm 0,25$      | $\pm 0,35$      | $\pm 0,40$      |

(Der volle Wert für den  $\bar{A}P$ , bezogen auf das Mittel aller vier PAE, lautet:  $55^{\circ}13'10'' + \Delta_1$ .)

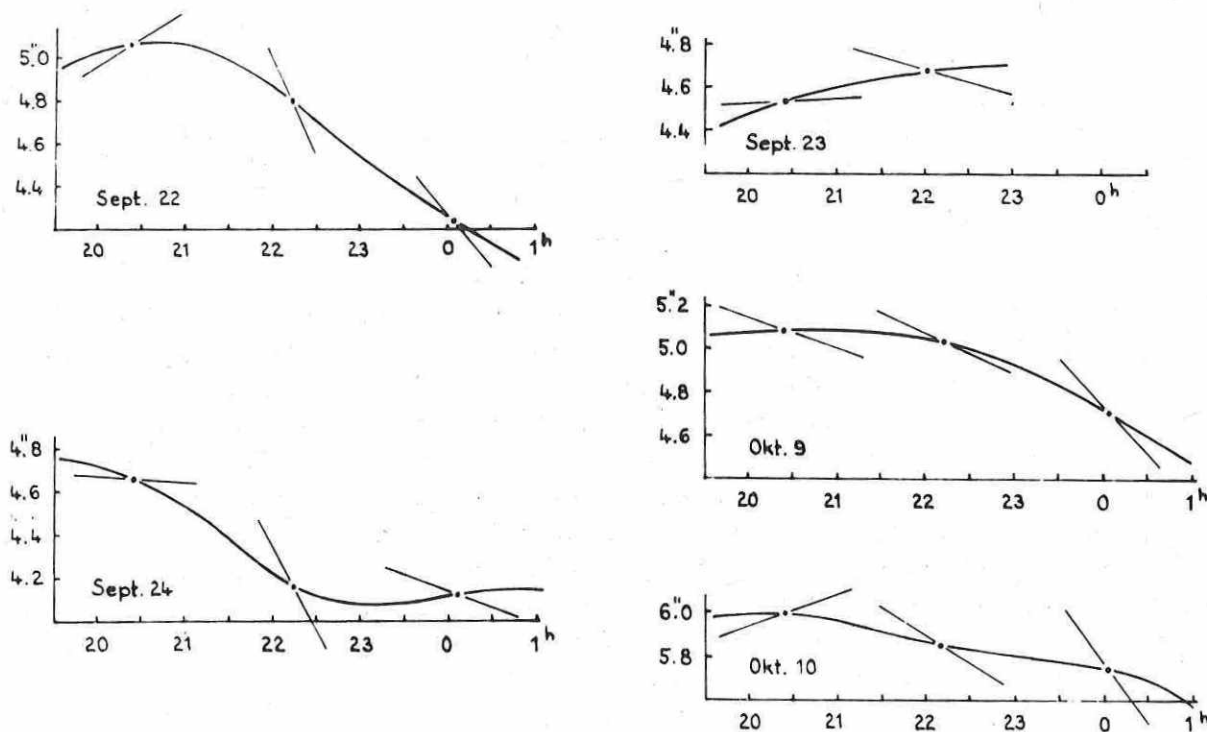


Abb. 35. Abendliche Änderungen des Äquatorpunktes

phischen Darstellung klar zum Ausdruck (Abb. 36); augenfällig ist das Hauptglied der horizontalen Biegung. Eine Analyse ergab einen Koeffizienten von  $0,92 \pm 0,05$ , was einem Gewichtsdefizit von rund 200 p am Okularende entspricht, wie durch Versuche festgestellt werden konnte.

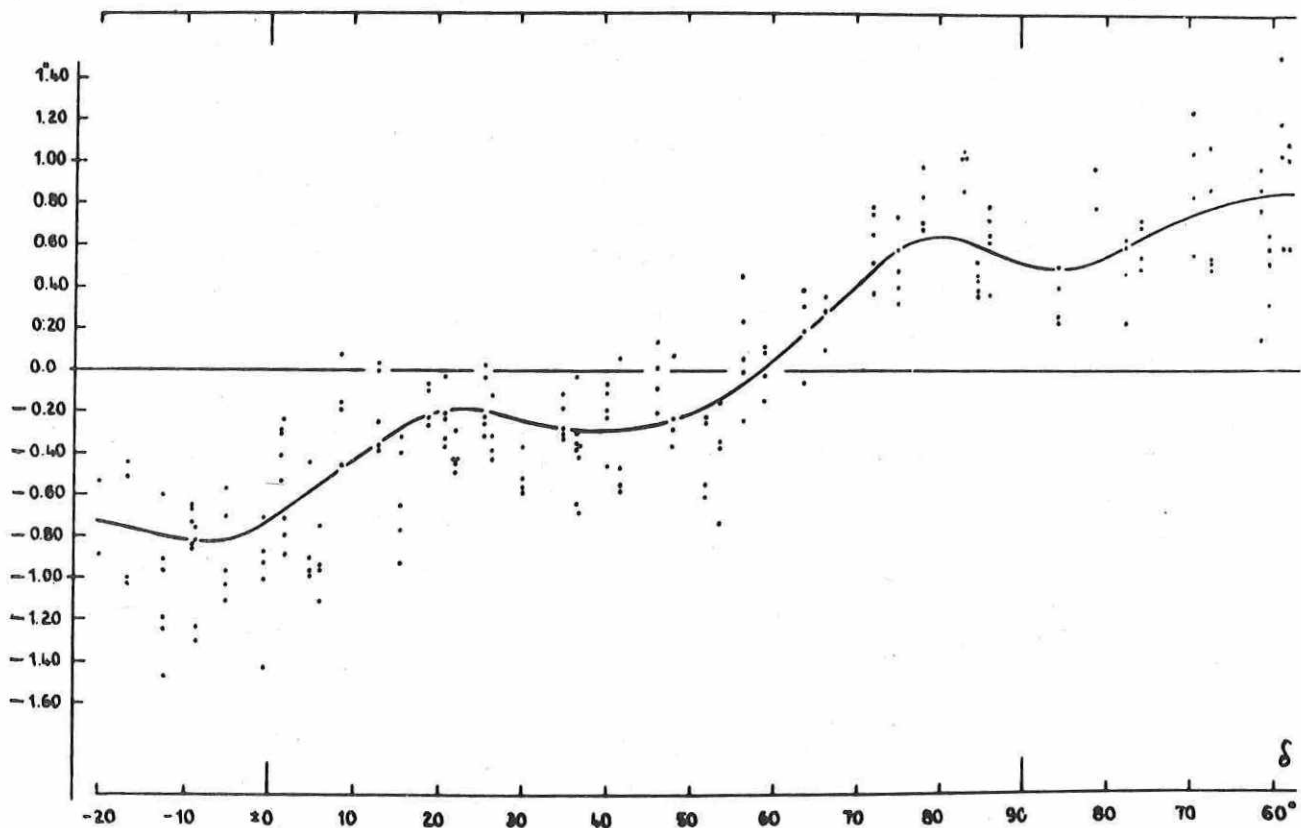


Abb. 36. Darstellung der berechneten  $(\Delta P)_1$  in Abhängigkeit von der Deklination

Die weiterhin auftretenden Fluktuationen der Meßergebnisse, die durch die eingezeichnete graphisch ausgleichende Kurve hervorgehoben werden, dürften ebenfalls instrumenteller Natur sein. Vermutlich handelt es sich in erster Linie um Biegungeffekte des Speichenkreises. Abb. 37 zeigt die gemittelten Ergebnisse aller Beobachtungsabende im Sinne von Deklinationsverbesserungen "Beobachtung minus FK4", nachdem das Hauptglied der Biegung ( $0,92 \sin z$ ) eliminiert wurde. Etwas abweichend von der in Abb. 36 graphisch ermittelten oszillierenden Kurve ist nun eine reine Schwingung in  $2\pi/5$  eingezeichnet. Sie paßt sich, von den extremen Zenitdistanzen abgesehen, gut den Beobachtungen an und unterstreicht die geäußerte Vermutung über einen Einfluß durch Biegung des Kreises; denn dieser besitzt 10 Speichen im Abstand von  $36^\circ$ , womit ein deutlicher Zusammenhang gegeben ist. Der Linearbetrag des Effekts liegt in der Größenordnung von  $0,3 \mu\text{m}$ .

Die gute Übereinstimmung der an mehreren Abenden erhaltenen Resultate und die sich darin ausdrückende Reproduzierbarkeit der Ergebnisse beweisen auch in der zweiten Koordinate die unerwartet hohe Qualität des Meridiankreises, die sich auch in den zu berechnenden Fehlerangaben zeigt.

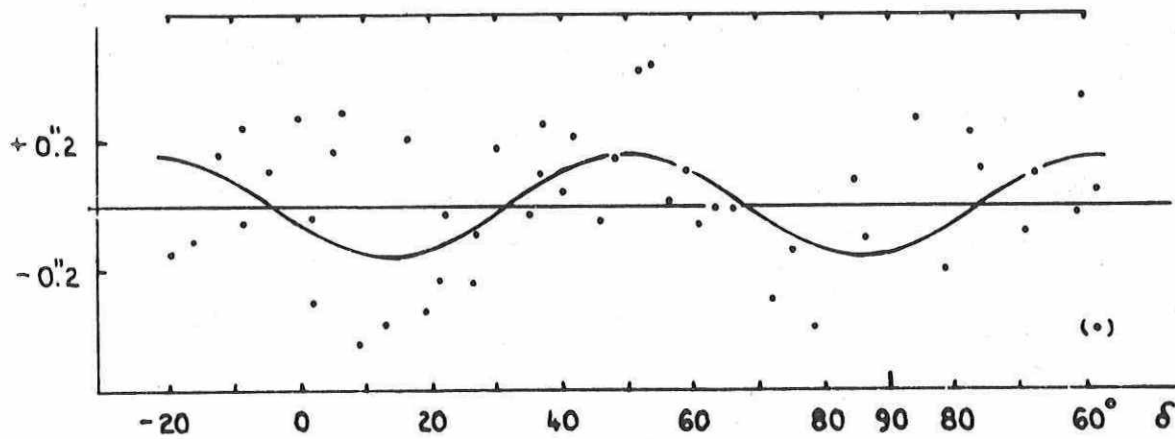


Abb. 37. Das instrumentelle System (Gesamtmittel der Beobachtungen in Deklination) nach Eliminierung des Hauptgliedes der Biegung

Der Vergleich der Einzelbeobachtungen von Abend zu Abend (maximale zeitliche Distanz  $18^d$ ) unter Berücksichtigung sämtlicher Messungen (maximale Zenitdistanz  $72^\circ$ ) ergab als mittleren Fehler einer Einzelbeobachtung

$$m_{\delta} = \pm 0,207 \pm 0,010$$

oder bei zweiseitiger statistischer Sicherheit von  $S'' = 0,95$  das Vertrauensintervall  $\sqrt{457}$

$$\pm 0,197 \leq m_{\delta} \leq \pm 0,228$$

(Weglassen der drei maximal abweichenden Einzelmessungen ergäbe einen mittleren Fehler  $m_{\delta} = \pm 0,184$ ). Dieser inneren Genauigkeit kann man etwa den aus den Abweichungen der Einzelbeobachtungen zum empirischen instrumentellen System berechneten m. F.  $m_{J_{\delta}} = \pm 0,25$  als "äußeren" Fehler gegenüberstellen.

Die im Mittel der fünf Abende (das Programm eines Abends wurde nur etwa zur Hälfte beobachtet) abgeleiteten  $\Delta\delta$  (B - FK4) - das sind die gemäß Abb. 37 bezüglich der Sinuskurve erhaltenen Korrekturen - sind formal als individuelle Verbesserungen der FK4-Programmsterne aufzufassen. Unter Annahme einer Normalverteilung erhält man  $m_{\Delta\delta} = \pm 0,19$ . Mit der Voraussetzung von Fehlerfreiheit des FK4 hätte man erwarten können, daß etwa gilt:  $m_{\Delta\delta} = \frac{1}{2} m_{J_{\delta}}$ . Daß dies nicht der Fall ist, zeigt, daß das approximierte instrumentelle System noch systematisch vom tatsächlichen, etwa wegen weiterer Biegungeffekte und nicht erfaßter Kreisfehler, abweicht; nicht zuletzt werden auch reelle Koordinatenfehler eine geringe Rolle spielen.

Aus Vergleichen der  $\Delta\delta$  (B - FK4) mit den Katalogkorrekturen  $\Delta\delta$  (N30 - FK4) und  $\Delta\delta$  (W3 - FK4), entnommen aus  $\sqrt{17}$  unter Hinzuziehung der berechneten Korrekturen  $\Delta\delta$  (B - N30),  $\Delta\delta$  (B - W3) und  $\Delta\delta$  (N30 - W3), lassen sich folgende mittleren "Katalogfehler" berechnen:

$$m_{FK4} = \pm 0;070, \quad m_{N30} = \pm 0;108, \quad m_B = \pm 0;178, \quad m_{W3} = \pm 0;188.$$

Repräsentanz der Stichprobe vorausgesetzt, sind die mit dem Meridiankreis erzielten Resultate hiernach qualitativ denen des Washingtoner 6-inch-Kreises ebenbürtig, welches Instrument von R.d'E. ATKINSON als eines der besten bezeichnet wird (3, S. 553). Die einzelne Systemkorrekturen  $\Delta\delta$  sind in Tab. 17 zusammengestellt. Eine Korrelation der beobachteten  $\Delta\delta$  (B - FK4) mit dem Stern-Spektraltyp ist nicht feststellbar.

Tab. 17. Individuelle Deklinationskorrekturen der Programmsterne in 0;017

| Nr. FK4 | Dekl.           | $\Delta\delta$ (B-FK4) | $\Delta\delta$ (B-N30) | $\Delta\delta$ (B-W3) | $\Delta\delta$ (N30-FK4) | $\Delta\delta$ (W3-FK4) | $\Delta\delta$ (N30-W3) |
|---------|-----------------|------------------------|------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1515    | 26 <sup>0</sup> | -16                    | -25                    | -24                   | + 9                      | + 8                     | + 1                     |
| 745     | 9               | -28                    | -22                    | -26                   | - 6                      | - 2                     | - 4                     |
| 1521    | 35              | - 6                    | - 8                    | -24                   | + 2                      | +18                     | -16                     |
| 302     | 60              | -19                    | - 6                    | - 6                   | -13                      | -13                     | + 0                     |
| 1647    | 85              | +24                    | +30                    | + 4                   | - 6                      | +20                     | -26                     |
| 1525    | 37              | + 4                    | + 1                    | + 4                   | + 3                      | + 0                     | + 3                     |
| 758     | 56              | -12                    | -12                    | -58                   | + 0                      | -46                     | -46                     |
| 761     | -13             | + 6                    | +11                    | +27                   | - 5                      | -21                     | +16                     |
| 765     | 40              | - 6                    | + 3                    | -11                   | - 9                      | + 5                     | -14                     |
| 1534    | 30              | +21                    | - 1                    | +42                   | +22                      | -21                     | +43                     |
| 770     | 75              | - 5                    | -14                    | -23                   | + 9                      | +18                     | - 9                     |
| 774     | 16              | +36                    | +42                    | +19                   | - 6                      | +17                     | -23                     |
| 1543    | - 5             | + 9                    | +29                    | +24                   | -20                      | -15                     | - 5                     |
| 1547    | - 9             | -11                    | -10                    | - 8                   | - 1                      | - 3                     | + 2                     |
| 1549    | 22              | +10                    | +20                    | +35                   | -10                      | -25                     | +15                     |
| 338     | 68              | + 0                    | + 6                    | - 4                   | - 6                      | + 4                     | -10                     |
| 795     | 78              | -25                    | -32                    | -15                   | + 7                      | -10                     | +17                     |
| 910     | 81              | +13                    | +18                    | +17                   | - 5                      | - 4                     | - 1                     |
| 812     | -17             | -24                    | -16                    | -38                   | - 8                      | +14                     | -22                     |
| 1572    | 61              | -14                    | -17                    | - 8                   | + 3                      | - 6                     | + 9                     |
| 368     | 59              | (+53)                  | (+61)                  | (+49)                 | - 8                      | + 4                     | -12                     |
| 1579    | 21              | -10                    | -19                    | +11                   | + 9                      | -21                     | +30                     |
| 826     | 13              | -22                    | -21                    | -17                   | - 1                      | - 5                     | + 4                     |
| 827     | + 0             | +32                    | +41                    | +33                   | - 9                      | - 1                     | - 8                     |
| 837     | -72             | -23                    | -12                    | - 8                   | -11                      | -15                     | + 4                     |
| 1648    | 86              | + 6                    | - 3                    | + 5                   | + 9                      | + 1                     | + 8                     |
| 844     | 52              | +26                    | +29                    | +28                   | - 2                      | - 2                     | + 0                     |
| 1589    | 27              | - 2                    | -14                    | -46                   | +12                      | +44                     | -32                     |
| 395     | 76              | -12                    | -34                    | - 7                   | +22                      | - 5                     | +27                     |
| 853     | 63              | - 7                    | + 8                    | - 2                   | -15                      | - 5                     | -10                     |
| 858     | 42              | +10                    | +14                    | -16                   | - 4                      | +26                     | -30                     |
| 863     | 66              | - 4                    | + 1                    | -63                   | - 5                      | +59                     | -64                     |
| 1600    | 37              | +18                    | +23                    | +14                   | - 5                      | + 4                     | - 9                     |
| 1612    | -20             | -30                    | + 7                    | - 7                   | -37                      | -23                     | -14                     |
| 1614    | 6               | +41                    | +34                    | +36                   | + 7                      | + 5                     | + 2                     |
| 433     | 69              | +16                    | +15                    | +41                   | + 1                      | -25                     | +26                     |
| 890     | 46              | -19                    | - 4                    | -24                   | -15                      | + 5                     | -20                     |
| 1620    | 2               | -23                    | + 2                    | - 6                   | -25                      | -17                     | - 8                     |
| 1303    | 62              | +17                    | + 9                    | -13                   | + 8                      | +30                     | -22                     |
| 898     | 19              | -18                    | -17                    | + 1                   | - 1                      | -19                     | +18                     |
| 1650    | 83              | -34                    | - 9                    | -15                   | -25                      | -19                     | - 6                     |
| 1642    | 86              | -40                    | -44                    | -29                   | + 4                      | -11                     | +15                     |
| 2       | 59              | + 0                    | +11                    | -23                   | -11                      | +23                     | -34                     |
| 454     | 78              | -25                    | -22                    | - 8                   | - 3                      | -17                     | +14                     |
| 9       | - 9             | +18                    | +20                    | + 8                   | - 2                      | +10                     | -12                     |
| 1010    | 2               | + 4                    | +20                    | -20                   | -16                      | +24                     | -40                     |
| 467     | 59              | +10                    | +16                    | +22                   | - 6                      | -12                     | + 6                     |
| 17      | 54              | +29                    | +41                    | +14                   | -12                      | +15                     | -27                     |
| 25      | 48              | - 1                    | + 6                    | -46                   | - 7                      | +45                     | -52                     |
| 1019    | 5               | +28                    | +30                    | +31                   | - 2                      | - 3                     | + 1                     |

### 7.3. Die Koordinaten des Meridiankreises

Unter Bezug der relativen Beobachtungsergebnisse auf die Lotrichtung durch die Nadirbeobachtungen bzw. auf den Greenwicher Meridian wurden die geographischen Koordinaten des Meridiankreises ermittelt. Unter Berücksichtigung von Momentan-Pollage, Rotationsschwankung und Signalkorrektur (TU2 - TUC) ergab sich  $\sqrt{587}$ :

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^{\circ}24'25,30 \pm 0,12 && \text{Epoche 1969,75,} \\ \lambda &= -52^{\text{m}}25,274 \pm 0,004 && \text{Epoche 1969,75.}\end{aligned}$$

Der m. F. in Breite wurde aus der Streuung der 15 Nadiranschlüsse berechnet (die Nadirbeobachtungen sind unter Annahme konstanter Sterngruppenmittel auf das zugrunde gelegte zeitlich unabhängige Bezugssystem reduziert worden). Der m. F. in  $\lambda$  wurde aus der Streuung der aus den 8 Einzelausgleichungen nach (24) ableitbaren Längenwerte zum Gesamtmittel berechnet.

Die Breite wird sehr gut bestätigt durch einige vom Verf. 1966 am PZT ausgeführte Breitenbestimmungen, wonach eine Breite von  $52^{\circ}24'25,31 \pm 0,04$  für den Meridiankreis folgt. Die im Jahre 1919 veröffentlichten Koordinaten ( $\sqrt{467}$ , S. 27)  $\varphi = 52^{\circ}24'24,92$  und  $\lambda = -52^{\text{m}}25,337$  weichen erheblich von den Neuberechneten ab. Der neue Wert in  $\varphi$  wird aber auch indirekt durch von COURVOISIER 1914 bis 1917 durchgeführte absolute Zenitdistanzmessungen von B.D.  $89^{\circ}37$  am Babelsberger Vertikalkreis bestätigt ( $\sqrt{467}$ , S. 28), die im Mittel  $0,38$  über dem konventionellen  $\varphi$ -Wert liegen, wonach für den Meridiankreis wiederum eine Breite von  $52^{\circ}24'25,30$  folgt.

Der ermittelte Wert für  $\lambda$  verdient wegen der nur in einer Instrumentenlage ausgeführten Messungen weniger Vertrauen und wurde nur der Vollständigkeit halber mitgeteilt.

### 7.4. Stabilität von Aufstellung und Instrumentalgrößen

Im Verlaufe eines Jahres wurden etwa monatlich Bestimmungen von Kollimation und Azimut - letzteres nur bezüglich des Südkollimators - durchgeführt (Abb. 38). Diese Messungen bestätigten in Amplitude und Phase das von DICK in den Jahren 1927 bis 1932 beobachtete Verhalten der Kollimation, das schon seinerzeit als bemerkenswert stetig befunden wurde ( $\sqrt{147}$ , S. 12). Die Achsneigung unterliegt ebenfalls nur geringen und stetigen Änderungen. Die stündliche Änderung während der Beobachtungen betrug im Mittel weniger als  $0,1$ , maximal  $0,15$ ; langfristige Änderungen liegen in der Größenordnung von etwa  $2''/\text{Jahr}$ .

Geprüft wurde ferner der Tagesgang des Nadirpunktes, indem über ca.  $30^{\text{h}}$  in kürzeren Abständen Autokollimationsbeobachtungen mit dem Quecksilberhorizont unter Ablesung eines Kreisdurchmessers bei lotrecht geklemmtem Instrument durchgeführt wurden. Die Messungen deuten auf eine hohe Temperaturempfindlichkeit des ganzen Instrumentenkomplexes. In Abb. 39 sind dem Temperaturgang (a) gegenübergestellt: die berechnete Ablesung für den Nadirpunkt (b), die Differenz der beiden Einzelablesungen des Kreisdurchmessers (c) und die beobachteten Koinzidenzwerte am Mikrometer (d), deren Änderung eine Folge von Biege- und Neigungseffekten von Rohr und Pfeiler sind. Die Kurve c) zeigt nur die relative Bewegung zweier Trägerarme der PAE, was auch indirekt auf Instabilität der mittleren Position der vier PAE hinweist.

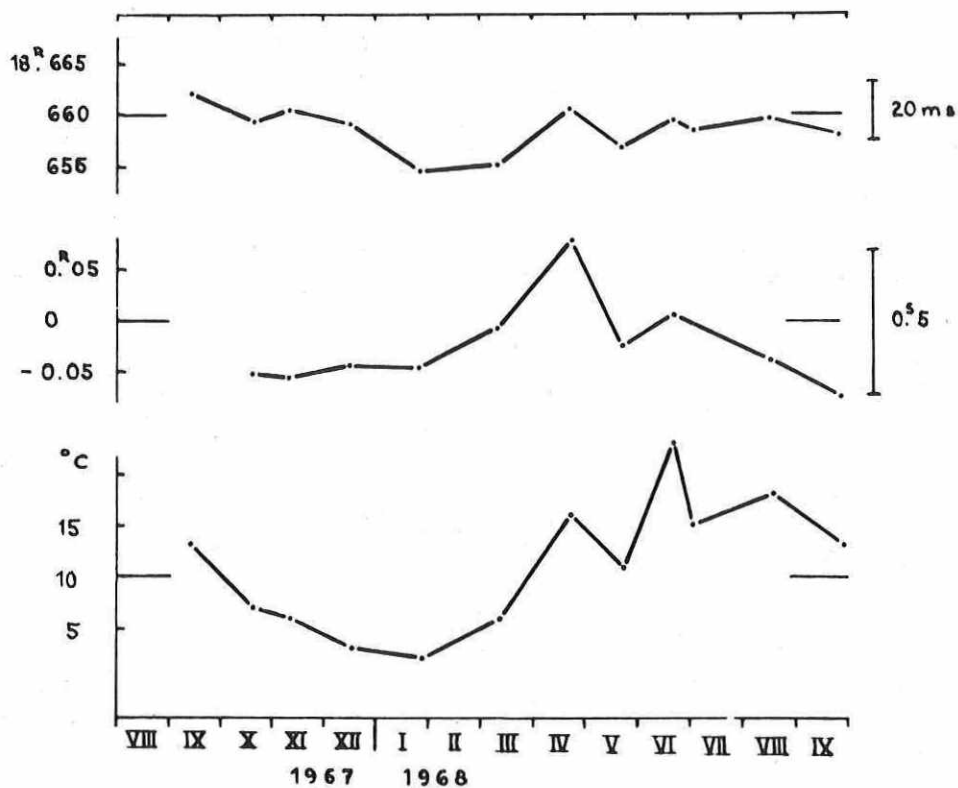


Abb. 38. Langfristige Änderungen von Kollimation und Azimut

Das vorliegende Material ist für quantitative Analysen der thermisch-mechanischen Erscheinungen nicht hinreichend, aber es hat den Anschein, daß hier ein Ausgangspunkt für weitere Verbesserungen der Beobachtungen gegeben ist, indem durch geeignete Maßnahmen thermisch verursachte Störeffekte, vor allem spontaner und kurzperiodischer Natur, eingeschränkt oder verhindert werden.

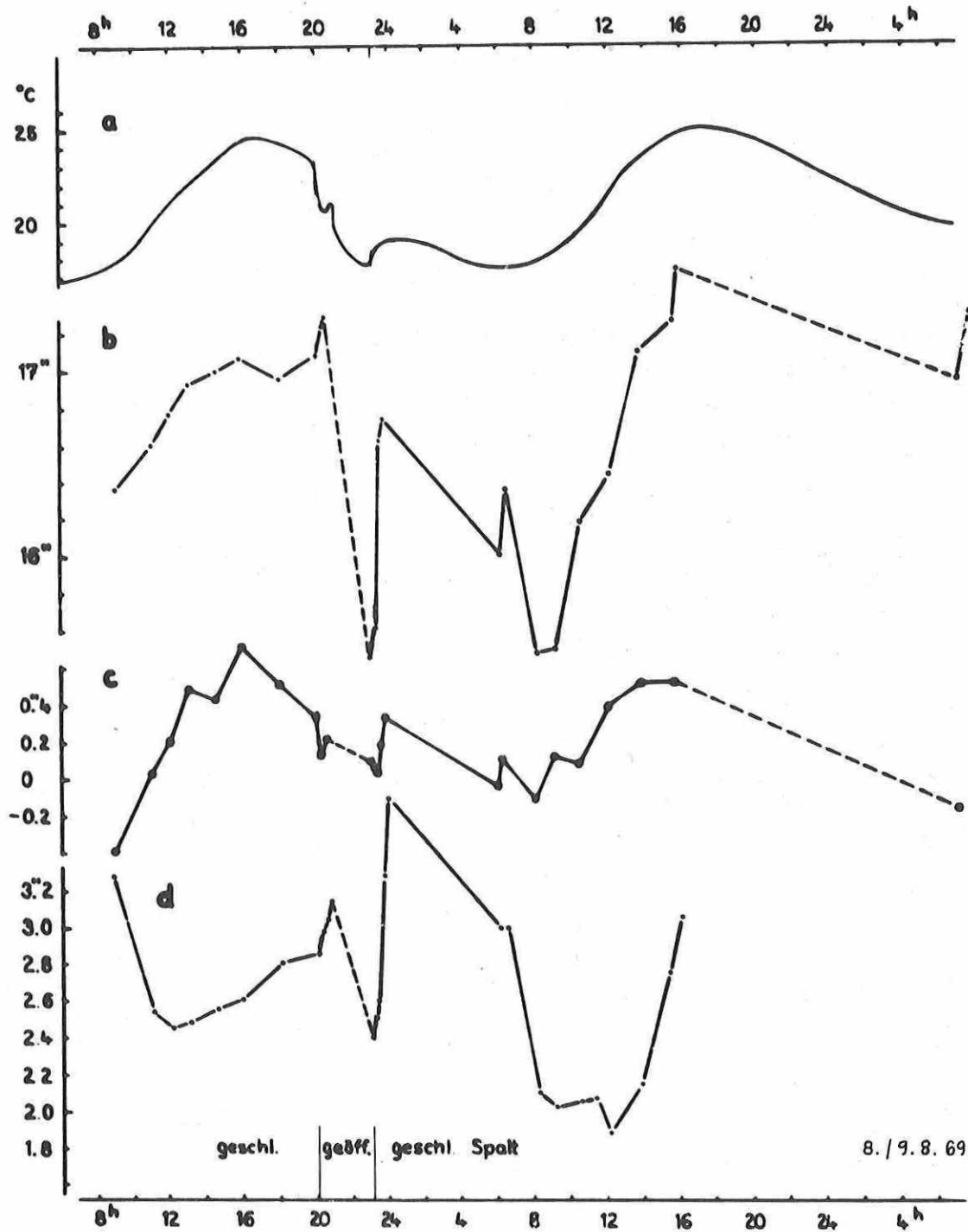


Abb. 39. Gegenüberstellung von Temperaturgang (a), Variation des Nadirpunktes (b) und Änderungen der Differenz der Komponenten eines Kreisdurchmessers (c) sowie der Autokollimationskoinzidenzen am Mikrometer (d)

## 8. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Detailuntersuchungen am Meridiankreis ließen keine die Funktion des Instruments ernsthaft beeinträchtigenden Mängel erkennen. Bemerkenswert sind sinusförmige Störungen, die im Rahmen der Zapfenuntersuchung in den Meßreihen festgestellt wurden. Obwohl diese als systematische Wälzerscheinungen zu deutenden Effekte die Ableitung der Zapfenfehler nicht behinderten, ist ein entsprechender Einfluß auf die Durchgangsbeobachtungen nicht auszuschließen. Wegen der offensichtlichen Reproduzierbarkeit dieser Effekte ist eine Beeinträchtigung der Ergebnisse relativer Beobachtungen nicht zu befürchten. Nichtsdestoweniger erscheint die laufende Kontrolle der Zapfenlage durch geeignete Vorrichtungen wünschenswert. - Für die Auswertung der Zapfenuntersuchung wurde ein modifiziertes Berechnungsverfahren angewandt, das auf rationellem Wege zu einer strengen Lösung des Problems führt.

Das für die Untersuchung des Teilkreises angewandte Verfahren der Darstellung der Hilfswinkel durch elektrische Pendellibellen erwies sich als durchaus geeignet. Die festgestellte Qualität des Kreises genügt den Ansprüchen, und die seitens des Herstellers angegebenen Toleranzen werden praktisch nicht überschritten.

Die aus KÜSTNERSchen Fundamentalreihen durch Vergleich der Einzelbeobachtungen von Abend zu Abend abgeleiteten mittleren Fehler einer Beobachtung von  $m_{\alpha} = \pm 0,0128 \text{ sec } \delta$  und  $m_{\delta} = \pm 0,207$ , die charakteristisch für Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der Messungen sind, stellen schließlich das Instrument bezüglich seines qualitativen Leistungsvermögens in die Reihe der besten Meridiankreise. In Tab. 18, die auszugsweise einem Bericht von F.P. SCOTT in [59] entnommen ist, sind die m. F. von Einzelbeobachtungen von am AGK3R-Programm beteiligten Instrumenten vergleichsweise aufgeführt. Für den modernen, mit photographischem Mikrometer und photoelektrischen Abtasteinrichtungen des Glaskreises ausgerüsteten Meridiankreis der Universität Kopenhagen in Brorfelde gibt LAUSTSEN [34] die aus Nacht-zu-Nacht-Vergleichen erhaltenen m. F. zu  $m_{\alpha} \cos \delta = \pm 0,0152$  und  $m_{\delta} = \pm 0,219$  an. Auch der in Kap. 7 u.a. angestellte Vergleich mit dem Washingtoner 6-inch-Meridiankreis bringt die ausgezeichnete Leistung des alten Babelsberger Instruments zum Ausdruck.

Tab. 18. Innere mittlere Fehler der Beobachtungen von FK4-Sternen (m. F. einer Beobachtung)

| Meridiankreis | $m_{\alpha} \cos \delta$ | $m_{\delta}$ |
|---------------|--------------------------|--------------|
| Bergedorf     | $\pm 0,017$              | $\pm 0,38$   |
| Bordeaux      | 16                       | 29           |
| Greenwich     | 19                       | 43           |
| Nikolajew     | 16                       | 30           |
| Ottawa        | 23                       | 43           |
| Paris         | 14                       | 31           |
| Pulkovo       | 12                       | 44           |
| USNO (6-inch) | 14                       | 27           |
| USNO (7-inch) | 12                       | 21           |
| Babelsberg    | 13                       | 21           |

Selbstverständlich ist das quantitative Leistungsvermögen - Beobachtung von ca. 20 Sternen pro Stunde, Zeitaufwand für die Ausmessung der zugehörigen Teilkreisfilme mehr als  $3^h$  - demjenigen moderner Instrumente mit digitaler Meßwerterfassung und -verarbeitung [22, 28, 32] unterlegen, und konkrete Vergleiche trügen fast anachronistische Züge, wenn man etwa bedenkt, daß am Brorfelder Meridiankreis, einem der anerkannt leistungsfähigsten Instrumente [18], sämtliche Durchmesserfehler des Kreises in einem Zeitraum von weniger als  $40^h$  mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,03$  ermittelt werden konnten ([33], S. 26).



Art und Umfang zukünftiger, eventuell mit dem Babelsberger Instrument zu bearbeitender Programme werden dafür bestimmend sein, ob und in welcher Weise eine Modernisierung des Gerätes durchzuführen ist. Ein solches Vorhaben hätte nur auf eine Erhöhung der Effektivität zu zielen, da eine merkliche Steigerung der Genauigkeit der Beobachtungen wegen der bereits praktisch erreichten Leistungsgrenze nicht mehr möglich ist; denn setzt man eine mittlere Integrationszeit einer (visuellen) Beobachtung von ca. 20 Sekunden voraus, so muß man einen mittleren Richtungsfehler, allein verursacht durch Bildbewegung, von etwa  $\pm 0''16$  ( $0^\circ$  Zenitdistanz) bis  $\pm 0''28$  ( $70^\circ$  Zenitdistanz) erwarten (22, nach Formel (19) S. 93). - Eine photoelektrische Einrichtung für die Ausmessung der Teilkreisfilme wäre ein erster Schritt zur Erhöhung der Effektivität des Instruments 5, 267.

Zur Erhaltung der Funktionstüchtigkeit des z.T. stark korrodierten Instruments ist eine Überholung des gesamten Instrumentenkomplexes erforderlich. Ferner sind zur Sicherung und Stabilisierung des derzeitigen Leistungsniveaus folgende Verbesserungen bzw. Untersuchungen vorzuschlagen:

- Am Mikrometer Beseitigung der Ursachen der Unstetigkeit des toten Ganges, Erhöhung der Federspannungen der Schlitten zur Verringerung der "Schwerkrafteffekte" und Erneuerung der Fadensysteme;
- Verbesserung der Befestigung der Libellen im Hängeniveau, Untersuchung der Temperaturkoeffizienten der Libellen;
- Verbesserung der Befestigung der PAE-Trägerarme durch nochmalige Überarbeitung der Schwalbenschwanzführungen. Es erscheint zweckmäßig, die vier PAE gegeneinander zu befestigen, evtl. durch einen Hohlring, der einschließlich der Trägerarme gut thermisch isoliert werden muß. Die optischen Flächen der PAE müssen z.T. poliert und mit neuem T-Belag versehen werden.
- Detailliertere Kreis- und Biegungsuntersuchungen unter Berücksichtigung des Parameters Temperatur sind empfehlenswert.
- Überarbeitung der Zapfen (Läppen) und ihrer Lager, Beseitigung der Ungleichheit, Umstellung auf einen  $90^\circ$ -Lagerwinkel und evtl. Aufziehen neuer Zapfen größeren Durchmessers sind wünschenswert.
- Die zu kleinen Kollimatoren müßten durch solche mit mindestens 100 mm Öffnung (1 : 15) ersetzt sowie ein neuer Quecksilberhorizont geeigneter Dimensionierung 117 beschafft werden.
- Nicht zuletzt wäre es erforderlich, zur Vermeidung der sehr langwierigen Justierarbeiten nach Umlegung des Instruments den Ostpfeiler ebenfalls mit vier automatischen Kameras sowie einem Pointer auszurüsten.
- Wesentlich für die Gewinnung homogener Ergebnisse ist eine möglichst vollkommene thermische Isolierung des gesamten Instruments. Der bei den Beobachtungen verwendete Strahlungsschutz in Form reflektierender Alufolie an Rohr und Kreis hat möglicherweise entscheidend die Gewinnung der günstigen Resultate beeinflußt (s. auch 377). Frühere Messungen hatten am Instrument die Beobachtungsfehler  $m_\alpha \cos \delta = \pm 0''019$  und  $m_\delta = \pm 0''60$  (Benutzung visueller Ablesemikroskope) ergeben (147, S. 43).

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die qualitative Leistung des Meridiankreises alle Erwartungen weit übertroffen hat. Man darf hoffen, daß dieses Instrument bei Einbeziehung in ein Observatoriumsprogramm nach Beseitigung der genannten kleinen Mängel einen wertvollen Beitrag zur Lösung astrometrischer Probleme, insbesondere bei der Verbesserung des Fundamentalsystems und der Approximierung des Inertialsystems, wird leisten können.

Literatur

- [1] ADAMS, A.N.; BESTUL, S.M.; SCOTT, D.K. Results of observations made with the six-inch-transit circle 1949 - 1956.  
Publ. U.S. Naval Observ., Sec. Ser., Washington 19 (1964) Part I
- [2] AIRY, G.B. Observations made in the Royal Observatory Greenwich in the year 1852
- [3] ATKINSON, R.d'E. Systematic errors of meridian instruments.  
Astron. J. 72 (1967) 1350, S. 552-558
- [4] ATKINSON, R.d'E.; SYMMS, L.S.T.; BLACKWELL, K.C. Pivot errors and axis flexure in the 7-inch Cooke transit circle.  
Royal Obs. Bull. London (1966) 109
- [5] BAGIL'DINSKIJ, B.K. Sistema i točnost' otsčeta limbov fotografičeskogo vertikal'nogo kruga. In: Arbeiten 17. Astrometr. Konf. UdSSR, S. 149 - 169. Leningrad 1967
- [6] BERNDT, G. Die Abplattung von Stahlkugeln und -zylindern durch den Meßdruck.  
Z. Instrumentenk. 48 (1928), S. 422-432
- [7] BERNDT, G.; VOGT, W. Die Meßkraft der Fühlhebel.  
Z. Instrumentenk. 58 (1938), S. 389-408
- [8] BREIN, R. Beitrag zur Libellenprüfung.  
Dt. Geod. Komm., R. B, Frankfurt/M. (1954) 21, S. 13-18
- [9] BRUNS, H. Untersuchung einer WANSCHAFFSchen Teilung.  
Astron. Nachr. 130 (1892) 3098, Sp. 17-42
- [10] BRUNS, H. Bemerkungen über die Untersuchung von Kreisteilungen.  
Verh. kgl. sächs. Ges. Wiss. Leipzig (1912), S. 82
- [11] BÜNNAGEL, R. Herstellung und Verwendung eines gegen Erschütterungen unempfindlichen Quecksilberspiegels als Ebenheitsnormal.  
Optica Acta, Paris 3 (1956) 2, S. 81-84
- [12] DEJAIFFE, R. Power spectrum in meridian astronomy: Spectral analysis of the division errors of the meridian circles.  
Observ. Royal de Belgique, Communications, Ser. A (1970) 10
- [13] DICK, J. Katalog von 627 Eros-Anhaltsternen erster Ordnung.  
Veröff. Univ.-Sternwarte Berlin-Babelsberg 10 (1933) 4
- [14] DICK, J. Zonenbeobachtungen der Anhaltsterne für die Wiederholung des AG-Katalogs.  
Veröff. Univ.-Sternwarte Berlin-Babelsberg 11 (1937) 4
- [15] DOLBERG, F.; LARINK, J. Über die Beobachtung der 13755 Anhaltsterne für das AG-Zonenunternehmen.  
Astron. Abh. Hamburger Sternwarte, Bergedorf 3 (1937) 2
- [16] EINICKE, O.H.; LAUSTSEN, S.; SCHNEDLER NIELSEN, H. Precision of circle reading and determination of diameter corrections.  
Astron. and Astrophys. 10 (1971) 1, S. 8-28
- [17] FISCHER-TREUENFELD, W.F. VON Die Anwendung der allgemeinen symmetrischen Methode bei der Teilkreisfehlerbestimmung.  
Diss. Hamburg 1968
- [18] FRICKE, W. Can the fundamental system be replaced by a reference system of galaxies? In: IAU-Colloqu. No. 7 "Proper Motions", held at Control Data Cooperation Minneapolis April 1970, Univ. of Minnesota, S. 105-115. Minneapolis 1970

- [19] HELMERT, F.R. Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.  
Leipzig/Berlin: B.G. Teubner 1967
- [20] HERK, G. VAN On the photographic recording of circle positions.  
Bull. astron. Inst. Netherl. 9 (1943) 360, S. 445-448
- [21] HERTZ, H. Über die Berührung fester elastischer Körper.  
J. reine u. angew. Mathem., Berlin, 92 (1881), S. 156-171
- [22] HØG, E. Proposal for a photoelectric meridian circle and a new principle of instrumental design.  
Astron. Abh. Hamburger Sternwarte 5 (1960) 8, S. 263-272
- [23] HØG, E. Determination of division corrections.  
Astron. Nachr. 286 (1961) 2, S. 65-78
- [24] HØG, E. Refraction anomalies; the mean power spectrum of star image motion.  
Z. Astrophysik 69 (1968) 5, S. 313-325
- [25] HØG, E. A theory of a photoelectric multislit micrometer.  
Astron. and Astrophys. 2 (1970) 4, S. 89-95
- [26] IVAKIN, V.M.;  
TILK, E.M. Elektronnaja ustanovka dlja izmerenij fotografij limba.  
Voprosy Astrometrii, Ser. Astrometrija i Astrofizika,  
Akad. Wiss. Ukrain. SSR, Kiev (1969), S. 150-152
- [27] JORDAN/EGGERT/KNEISSL Handbuch der Vermessungskunde, völlig neu bearbeitete u. neu gegliederte Ausgabe, Bd. IIa: Geodätische Astronomie, S. 285-289.  
Stuttgart 1970
- [28] KLOCK, B.L. Instrumentation program for an improved transit circle at the US-Naval Observatory.  
Astron. J. 72 (1967) 1350, S. 559-561
- [29] KOZINA, O.A. Issledovanie capf novogo meridiannogo kruga GAIŠa.  
In: Arbeiten 17. Astrometr. Konf. UdSSR, S. 186-189.  
Leningrad 1967
- [30] KÜSTNER, F. Beobachtungen von 4070 Sternen zwischen  $0^{\circ}$  und  $18^{\circ}$  nördlicher Deklination am Repsoldschen Meridiankreis der Bonner Sternwarte.  
Veröff. kgl. Sternwarte Bonn 4 (1900)
- [31] LABITZKE, P. Bestimmung des Einflusses deformierter Achszapfen auf die Beobachtungen mit einem Passageinstrument.  
Z. Instrumentenk. 54 (1934), S. 396-402
- [32] LARINK, J.;  
KOX, H. Untersuchung der Teilfehler des Meridiankreises der Hamburger Sternwarte.  
Mitt. Hamburger Sternwarte Bergedorf 10 (1963) 102
- [33] LAUSTSEN, S. Development of impersonal transit circle methods.  
Publ. og mindre Medd. Københavns Observ., Kopenhagen (1967) 190
- [34] LAUSTSEN, S. Meridian observations made in Brorfelde 1964 - 1967 (Positions of 972 stars brighter than 11,0 vis. mag.).  
Publ. og mindre Medd. Københavns Observ., Kopenhagen (1968) 197
- [35] LINDER, A. Statistische Methoden für Naturwissenschaften, Mediziner und Ingenieure.  
Basel, Stuttgart: Birkhäuser 1957

- [36] ČEREK, G. Die Genauigkeit der Koordinatenmessung mit dem ASCORE-CORD. Vermessungstechnik (1969) 10, S. 381
- [37] MILOVANOVIC, V. Beitrag zur Erklärung der systematischen Fehler bei der astronomisch-geodätischen Ortsbestimmung. Dt. geod. Komm., R. C, München (1968) 129
- [38] MONTAG, H. Untersuchung der elektronischen Libelle "Talyvel". Vermessungstechnik (1964) 11, S. 419-422
- [39] MOREAU, F.; VERBAANDERT, J. Etude de la forme des tourillons d'une lunette méridienne. Bull. astron. 13 (1947), S. 257-281
- [40] OEHLER, H. Bestimmung der Zapfenform eines Passageinstruments mit dem lichtelektrischen Feindehnungsmesser nach Lehr. Astron. Nachr. 268 (1939), Sp. 97-116
- [41] PETROV, G.M. Ob odnoj sistematičeskoj ošibke okuljarnogo mikrometra. Mitt. Hauptobs. Pulkovo 12 (1965) 176, S. 100-102
- [42] PODOBED, W.W. Issledovanie nebol'šich učastkov razdelenogo kruga. Astronom. J. (russ.) 30 (1953) 3, S. 348
- [43] SCHREIBER, O. Untersuchung von Kreisteilungen mit zwei und vier Mikroskopen. Z. Instrumentenk. 6 (1886), S. 1 ff.
- [44] STEINERT, K.-G. Die Achsstabilität bei Passageinstrumenten. Vermessungstechnik (1964) 4, S. 129-134
- [45] STORM, R. Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik, statistische Qualitätskontrolle. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1967
- [46] STRUVE, H. Die neue Berliner Sternwarte in Babelsberg. Veröff. Univ.-Sternwarte Berlin-Babelsberg 2 (1919) 1
- [47] TUCKER, R.H. Transit circles today (A survey for the Herstmonceux Conference, 1969). Quart. J. r. astron. Soc. (1969) 10, S. 223-232
- [48] UHINK, W. Über die Bestimmung der Zapfenform bei astronomischen Instrumenten und ihren Einfluß auf die Beobachtungsergebnisse. Z. Instrumentenk. 54 (1934), S. 205-220
- [49] UHINK, W. Über den mittleren Fehler eines Kontaktes bei Durchgangsbeobachtungen mit dem unpersönlichen Mikrometer. Z. Vermessungswesen 69 (1940), S. 321
- [50] WANACH, B. Untersuchungen von Sekundenlibellen. Z. Instrumentenk. 46 (1926), S. 221-238
- [51] WEISE, H. Untersuchungen zur Rationalisierung und Genauigkeitssteigerung von Kreisteilungsprüfungen. Arb. geod. Inst. Potsdam, Potsdam (1964) 3
- [52] WYSS, N. Neigungsbestimmungen mit Berücksichtigung systematischer Libellenfehler. Schweiz. Z. Vermessungswesen (1957), S. 67-76

- [53] ZURMÜHL, R. Matrizen.  
Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1958
- [54] ZVEREV, M.S. Fundamental'naja Astrometrija (I, II).  
Uspechi Astronomičeskich Nauk V, Akademiya Nauk SSSR,  
Moskva/Leningrad 1950
- [55] ZVEREV, M.S. Fundamental'naja Astrometrija (III - V).  
Uspechi Astronomičeskich Nauk VI, Akademiya Nauk SSSR,  
Moskva 1954
- [56] ... Apparent places of fundamental stars 1969.  
Astronom. Recheninstitut, Heidelberg 1967
- [57] ... Berliner Astronomisches Jahrbuch 1959.  
Berlin: Akademie-Verlag 1957
- [58] ... Circulaire D du Bureau International de l'Heure.  
Paris 1969
- [59] ... IAU Agenda and Draft Reports.  
IAU - Thirteenth General Assembly Prague 22. - 31. Aug.  
1967
- [60] ... Jahresberichte der Sternwarte Berlin-Babelsberg
- [61] ... Mitteilungen der Astronomischen Gesellschaft
- [62] ... N-30-Catalog of 5268 standard stars, 1950,0 based on  
the normal system N30.  
Astron. Papers amer. Ephemeris 13, part III, U.S. Gov.  
Printing Off., Washington, D.C. 1952

