

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR  
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften  
**ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE**

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde  
Nr. 26

Ein Interferometer  
für geodätische Basismessungen  
nach dem Väisälä-Prinzip

von

Konrad Kühne  
Joachim Rauhut

Ais Manuskript gedruckt  
Potsdam 1975



## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	9
2. Vorgaben und Auswahl des Meßverfahrens	11
2.1. Anlage der Standardbasis Potsdam	11
2.2. Die Interferenzmessung 1964	11
2.2.1. Das Meßprinzip nach Väisälä	11
2.2.2. Die Internationalen Interferenzstandardbasen	12
2.3. Das gewählte Meßverfahren	13
2.3.1. Diskussion der Präzisionsverfahren	13
2.3.2. Neuartige Unterteilung der Interferenzstrecke	14
3. Theoretische Grundlagen	17
3.1. Berechnung einer Multiplikationsstufe	17
3.1.1. Bestimmung der Wegdifferenz im Interferometer	17
3.1.2. Einordnung der Messungslinie in das Interferometer	19
3.2. Kopplung der vier Meßstufen	22
3.2.1. Grundgleichung der Kopplung	22
3.2.2. Brechungsindex der Luft	23
3.2.3. Übergang von einer Meßstufe zur nächsten	24
3.2.4. Korrekturen und Abschätzung ihrer Auswirkungen	26
3.3. Die Bedeutung des Divergenzwinkels $\epsilon$	27
4. Technische Ausführung	28
4.1. Doppelspaltinterferenzen und optische Dimensionierung	28
4.1.1. Punktförmiger Objektspalt	28
4.1.2. Intensitätsverhältnis $I/I_0$	29
4.1.3. Endlicher Objektspalt	29
4.1.4. Dimensionierung des Doppelspaltes	30
4.2. Spiegel und Quarzendmaß	31
4.2.1. Die Spiegelplatten	31
4.2.2. Die Spiegelhalterungen	33
4.2.3. Das Quarzendmaß	33
4.2.4. Die Halterung des Quarzendmaßes	34
4.3. Kollimator und Beobachtungsfernrohr	34
4.3.1. Die Optik des Kollimators	34
4.3.2. Die Vergrößerung des Fernrohres	35
4.3.3. Die justierbare Aufstellung	35
4.4. Der Kompensator	36
4.5. Die Laserfluchtung	37
4.6. Die Temperaturmeßstationen	38
4.7. Die Ablotung	39
4.8. Aufstellung des Interferometers auf der Basis	39

	Seite
5. Abschätzung der wichtigsten Fehlereinflüsse	46
5.1. Die Meßfehler, ihre Einteilung und zulässige Größe	46
5.2. Die konstanten Korrekturen	48
5.2.1. Die Meßfehler des Quarzmaßes und der Spiegel	48
5.2.2. Die Meßfehler der optisch wirksamen Dicke der Spiegelschichten	48
5.2.3. Die Meßfehler der Lotstab-Meßschrauben	50
5.2.4. Der Meßfehler der Höhenreduktion	50
5.3. Die variablen Korrekturen	52
5.3.1. Die Meßfehler der veränderlichen Quarzmaßkorrekturen	52
5.3.2. Die Meßfehler der Refraktionskorrektur	53
5.3.3. Die Meßfehler der Wegdifferenzen	54
5.3.4. Meßfehler der Ablotkorrekturen	55
6. Prüfungen und Erprobung des Interferenzkomparators	57
6.1. Beglaubigung und Untersuchung der Endmaße	57
6.1.1. Beglaubigung der Endmaßlängen	57
6.1.2. Die thermische Längenausdehnung der Quarzendmaße	57
6.1.3. Die thermische Ausdehnung der Spiegel und Lotstab-Meßschrauben	59
6.1.4. Parallelität und Unterstützung der Quarzendmaße	60
6.1.5. Ebenheit und Planparallelität der Interferenzspiegel	61
6.2. Prüfung des Kompensators	62
6.3. Untersuchungen zur Refraktionsbestimmung	64
6.3.1. Die Methode zur Messung der Lufttemperatur	64
6.3.2. Prüfung der Thermometer	65
6.4. Untersuchung der Abloteeinrichtungen	66
6.4.1. Prüfung der Libellen	66
6.4.2. Erprobung des Ablotens	66
6.5. Erfahrungen beim Aufsuchen und Beobachten der Interferenzen	66
6.5.1. Das Justieren der Spiegel	66
6.5.2. Die atmosphärischen Bedingungen	68
7. Die Messungen und ihr Ergebnis	69
7.1. Messungsprogramm	69
7.2. Ablauf der Messungen	69
7.3. Die Ergebnisse der Interferenzmessungen	70
7.3.1. Die Wegdifferenzen der Lichtbündel	70
7.3.2. Die Refraktionskorrekturen	72
7.3.3. Die thermische Ausdehnung des Quarzendmaßes	72
7.3.4. Die Länge der Basis-Nordhälfte	75
7.4. Das Ergebnis der Invardrahtmessungen	77
7.5. Die Länge der ganzen Basis	77
8. Formelzeichen und Symbole	79
Literatur	80

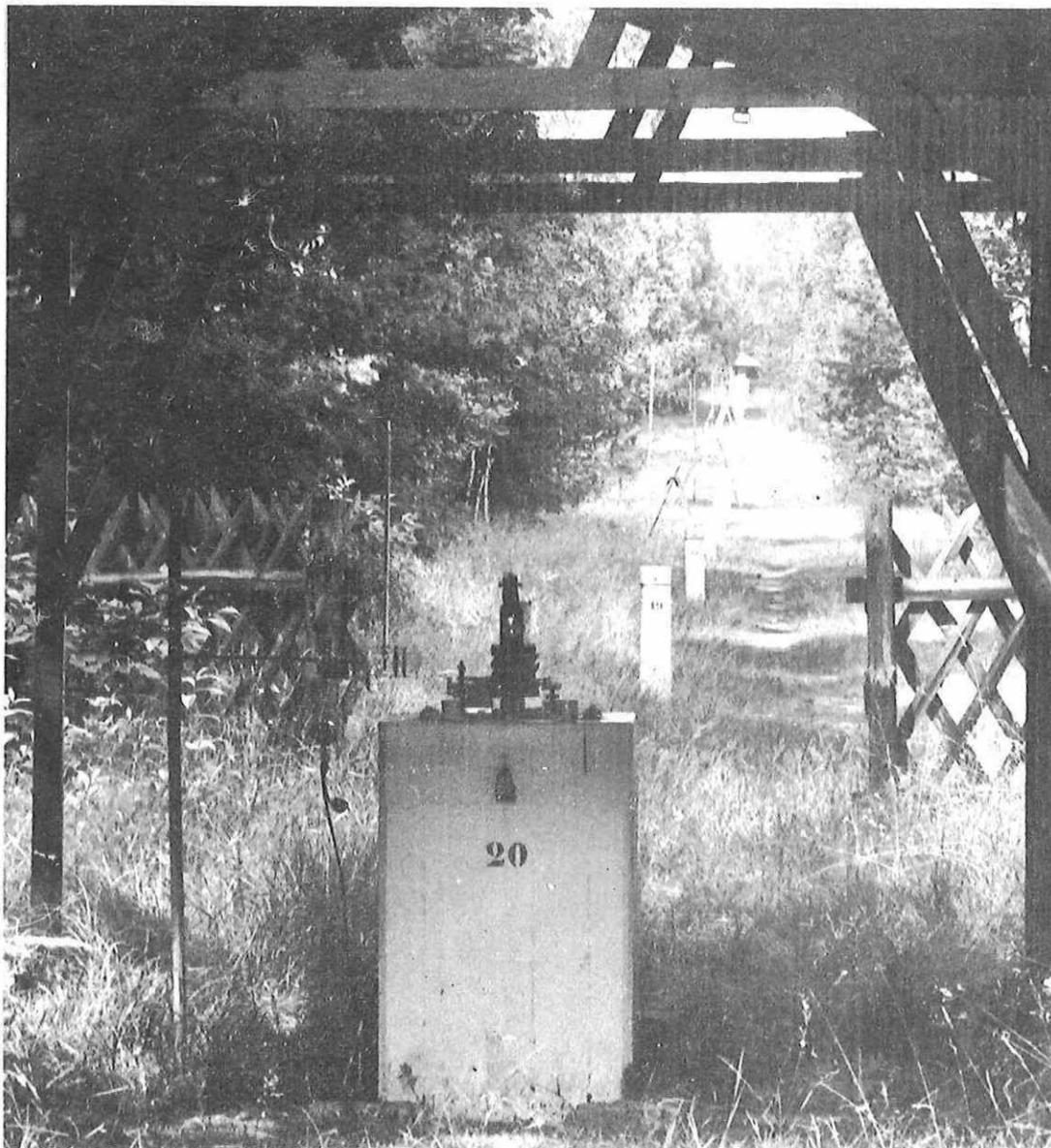


Abb.1 Blick in die Basisflucht



## Резюме

Для сохранения единообразия и правильности геодезических определений длин был развит новый интерферометр. При первых измерениях на северной половине Потсдамского стандартного базиса он дал хорошие результаты. Исследования и измерения разъяснили свойства измерительной системы.

Прибор модифицированный интерферометр Вайсяля. Он объединяет преимущества испытанного на практике оптического основного принципа получения интерференций при помощи дифракции Фраунгофера от двух прямоугольных отверстий с некоторыми новизнами. К ним относятся способ построения трассы, при котором все зеркала во время измерений могут оставаться на своих местах, применение исходного эталона с плоскопараллельными поверхностями и передача длины к геодезическим закреплениям при помощи стержней центра.

## Zusammenfassung

Zur Wahrung der Einheitlichkeit und Richtigkeit geodätischer Längenbestimmungen wurde ein neues Interferometer entwickelt. Bei ersten Messungen auf der Nordhälfte der Standardbasis Potsdam hat es sich bewährt. Untersuchungen und Messungen gaben Aufschluß über die Eigenschaften des Meßsystems.

Das Gerät ist ein modifiziertes VÄISÄLÄ-Interferometer. Es verbindet die Vorteile des in der Praxis bewährten optischen Grundprinzips der Erzeugung von Interferenzen durch FRAUNHOFERsche Beugung am Doppelspalt mit einigen Neuerungen. Zu diesen gehören ein Verfahren des Streckenaufbaus, bei dem alle Spiegel während des Meßvorganges stehen bleiben können, die Verwendung eines Ausgangsnormals mit planparallelen Endflächen und die Streckenübertragung zu den geodätischen Festlegungen mit Hilfe von Lotstäben.

## Summary

To maintain the uniformity and accuracy of geodetic linear measurements a new interferometer has been developed. First measurements on the northern half of the Potsdam standard baseline with the new instrument have been entirely satisfactory. Studies and measurements have given information on the properties of the measuring system.

The instrument is a modified VÄISÄLÄ interferometer. It combines the advantages of the fundamental optical principle, tried and tested in practical applications, of producing interferences by FRAUNHOFER diffraction at the double slit, with some innovations. These include a method of building up lengths allowing all mirrors to be left stationary during the measuring process, the application of an original gauge with plane-parallel terminal faces, and the transfer of the lengths to the geodetic reference points using centering apparatuses.

## Résumé

Pour assurer l'uniformité et l'exactitude des mesurages géodésiques de longueur un nouveau interféromètre a été mis au point. Les premiers mesurages effectués sur la moitié nord de la base standard Potsdam ont donné des résultats satisfaisants. Des études et mesures ont permis de définir les caractéristiques du système métrologique.

L'instrument est un interféromètre VÄISÄLÄ modifié. Il associe les avantages du principe optique, éprouvé dans la pratique et qui consiste à produire des interférences à diffraction selon FRAUNHOFER sur la fente double, aux avantages de diverses nouveautés. Parmi ces nouveautés citons la possibilité de choisir un parcours qui permet de laisser les miroirs en place pendant le mesurage, l'application d'un normal de sortie avec faces terminales parallèles et le transfert des longueurs aux points de référence géodésiques en utilisant des appareils de centrage.

## 1. Einleitung

Die Längenmessung gehört zu den grundlegenden Meßoperationen in der Geodäsie. Ihre Besonderheit liegt in der Größe der zu erfassenden Objekte und in den äußeren Umständen, unter denen sie erfolgt. Diese Besonderheit prägt auch die geodätischen Längennormale.

Dem Fortschritt der physikalischen Erkenntnisse und der Entwicklung der Technik folgend, sind in letzter Zeit sehr leistungsfähige Längenmeßverfahren auf der Grundlage der Ausbreitung des Lichtes und anderer elektromagnetischer Wellen entstanden. Die Reichweite einiger Gerätetypen für terrestrische Messungen bewegt sich in der Größenordnung von 60 bis 80 km. Die Meßunsicherheit liegt dabei an einer Grenze, die durch die Störungen in der Atmosphäre gesetzt ist und durch Fehler in der Größenordnung  $10^{-6}$  einer Länge charakterisiert wird.

Von einem Normal, das sich den neuen Gegebenheiten stets anzupassen hat, wird verlangt, daß es etwa eine Zehnerpotenz genauer ist als das Meßgerät, das daran angeschlossen werden soll. Somit ist für geodätische Längenmeßverfahren und Geräte die Kenntnis eines Längennormals mit einem Fehler von  $10^{-7}$  seiner Länge erforderlich. Von einem Normal wird ferner verlangt, daß es dem Anwendungsbereich und den Meßumständen der anzuschließenden Geräte entspricht. Somit sollte ein geodätisches Längennormal wenigstens in der Größenordnung eines oder sogar einiger Kilometer liegen und der freien Atmosphäre ausgesetzt sein.

Die Standardbasis Potsdam mit einer Länge von 960 m ist geeignet, geodätisches Referenzlängennormal zu sein. Seine Meßunsicherheit soll in der Größenordnung  $10^{-7}$  liegen. Diese Basis wurde 1932 ursprünglich für die Komparierung von 24-m-Präzisionsmeßdrähten aus Invar angelegt. Für ihre Einrichtung war der Gedanke maßgebend, die Komparierung unter Feldbedingungen zu ermöglichen, um dadurch alle äußeren, durch Meßmittel, Personal und Witterung bedingten Einflüsse in das Meßergebnis einzubeziehen. Zur Bestimmung der Basislänge stand damals aber noch kein genaueres Verfahren als das der Invardrahtmessung selbst zur Verfügung. Deshalb konnte die Basis auch nur dem Vergleich der Meßmittel untereinander dienen. Die Unsicherheit der Messungen lag bei etwa  $1 \cdot 10^{-6}$  der Länge.

Um 1920 begann VÄISÄLÄ in Finnland die erfolgreiche Entwicklung eines interferenz-optischen Verfahrens für Längenmessungen höchster Präzision auf größeren Distanzen [35]. Sie führte nach 1945 zu einer Reihe bedeutender Basismessungen bis zu Längen von 864 m mit bis dahin unerreichter Meßunsicherheit in der Größenordnung  $10^{-7}$  [14].

Im Geodätischen Institut Potsdam wurden um 1930 die ersten Untersuchungen darüber angestellt, inwieweit die optische Erscheinung der Lichtinterferenz für die präzise Messung größerer Entfernungen genutzt werden kann. Die darauf folgenden Arbeiten fanden ihren konkreten Niederschlag in dem Versuchsmodell eines 24-m-Interferenzkomparators, den MÜHLIG infolge der Auswirkungen des letzten Krieges nicht vollenden konnte [28]. 1962 wurde die Entwicklung eines neuen 24-m-Interferenzkomparators erfolgreich abgeschlossen [33].

Um schon eher über ein Ergebnis mit höherer Genauigkeit zu verfügen, als eigene Entwicklungen es ermöglicht hätten, wurde die Südhälfte der Basis Potsdam im Jahre 1964 vom Finnischen Geodätischen Institut mit einem VÄISÄLÄ-Interferenzkomparator gemessen. Daraus konnte die Länge der ganzen Basis mit Hilfe von Invardrahtmessungen mit einer Meßunsicherheit von  $1,5 \cdot 10^{-7}$  abgeleitet werden [19]. Auf einer solchen Meßgrundlage kann eine Basis ihre Aufgabe, geodätisches Längennormal zu sein, nun erfüllen, weil ihre Länge im gültigen Maßsystem genauer bekannt ist, als sie von den zu prüfenden Längenmeßgeräten ermittelt werden könnte.

Die Forderung nach dem Anschluß von 24-m-Invardrähten ist in den letzten Jahren geringer geworden. Im Vordergrund steht jetzt die Prüfung elektro-optischer Entfernungsmessgeräte. Auch für diese modernen Geräte ermöglicht die 960 m lange Standardbasis Potsdam die wichtigsten Grundprüfungen unter Feldbedingungen.

Die bisher aus zahlreichen Invardrahtmessungen ermittelten Werte für die Basislänge geben eine Aussage darüber, daß die Länge der Basis innerhalb der Grenzen  $\pm 1,5 \cdot 10^{-6}$  stabil ist. Ob eine zeitliche Längenänderung innerhalb der Grenzen  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$  auftritt, ist mit den bisherigen Mitteln nicht feststellbar. Darum reicht die einmalige Messung im Jahre 1964 mit der zulässigen Unsicherheit in der Größenordnung  $10^{-7}$  nicht aus. Wiederholte Längenkontrollen sind unabdingbar.

Ein Verfahren für wiederholte Längenbestimmungen wurde ausgewählt und entwickelt, ein Meßsystem gebaut, erprobt und in einem ersten Test angewendet. Einschränkend war festgelegt worden, daß dieses Verfahren vorerst nur zur Messung der 480 m langen Basis-Nordhälfte angewendet wird, weil ein Wechsel der Geländeneigung in Basismitte eine durchgehende Messung erschwert. Die Maßstabsübertragung von der Basis-Nordhälfte auf die ganze Basis kann mit einer Invardrahtmessung erfolgen, die wegen ihrer hohen inneren Genauigkeit dazu geeignet ist. In ähnlicher Weise wurde 1964 verfahren, als mit dem finnischen Interferenzkomparator nur die Südhälfte der Basis gemessen wurde.

## 2. Vorgaben und Auswahl des Meßverfahrens

### 2.1. Anlage der Standardbasis Potsdam

Die 960 m lange Standardbasis Potsdam verläuft in einer Waldschneise in einem Abstand von 250 m längs der nach Leipzig führenden Michendorfer Chaussee in südsüdwestlicher Richtung. Die Nordhälfte der Basis hat ein Gefälle von  $1^{\circ}$  und ist teilweise von Wald umgeben. Die Südhälfte ist horizontal und beiderseitig von dichtem Wald sowie nach Süden durch einen 8 m hohen Erdwall abgeschirmt.

Die Basislänge ist durch unterirdische Marken in Basisanfang, -mitte und -ende festgelegt. Die Marken, schwach konische 5-mm-Bohrungen in Messingbolzen, sitzen auf Eisenbetonpfeilern, die von einem 1 m tiefen Schacht aus etwa 4 m tief in die ungestörte diluviale Sandschicht hineinragen.

Über den unterirdischen Festlegungen stehen auf gespreizten Fundamenten etwa 1 m hohe Eisenbetonpfeiler mit senkrechter röhrenförmiger Aussparung zur Aufnahme von Lotstäben. Ferner sind entlang der Basisflucht kleinere Betonpfeiler mit Strichmarken in regelmäßigen Abständen von 24 m für die Zwecke der Invardrahtmessungen gesetzt. Für die Interferenzmessungen ist in letzter Zeit eine Reihe von fest gegründeten Spiegelpfeilern entstanden. Jenseits des Nordendes steht in Basisflucht ein Holzhaus zur Aufnahme des neuen Interferometers.

### 2.2. Die Interferenzmessung 1964

#### 2.2.1. Das Meßprinzip nach VÄISÄLÄ

Das Interferenzmeßverfahren nach VÄISÄLÄ ist vielfach publiziert [8, 14, 25, 36] und allgemein bekannt. Wegen des späteren Bezuges soll es hier noch einmal kurz dargestellt werden.

Das Verfahren gestattet, die Länge eines Meters direkt mit Hilfe von Lichtinterferenzen um ein Vielfaches bis auf einige hundert Meter zu vergrößern. Das Grundprinzip besteht darin, zwei Strahlenbündel weißen Lichtes zur Interferenz zu bringen, von denen das eine einen bekannten Streckenabschnitt  $n$ -mal, das andere einen zu bestimmenden Streckenabschnitt nur einmal hin und zurück durchläuft. Das Erscheinen eines charakteristischen Interferenzbildes zeigt in Einheiten einer Lichtwellenlänge an, wie groß die restliche Abweichung von der ganzzahligen Streckenmultiplikation ist. Das Grundprinzip war vordem bekannt und bereits von FABRY und PEROT bei der Auswertung des Meters in Lichtwellenlängen angewendet worden. Neu und für die Zwecke der geodätischen Interferenzlängenmessung günstig war die von VÄISÄLÄ gewählte Erzeugung der Interferenzen durch FRAUNHOFERsche Beugung am Doppelspalt.

Die Streckenabschnitte werden durch parallel ausgerichtete Spiegel dargestellt. Abb. 2 zeigt den Strahlengang mit der Sende- und Empfangsoptik für das Beispiel einer Verdreifachung. Zur Messung des ersten Abschnittes dient ein 1-m-Quarzendmaß mit sphärischen Endflächen, das an die Längeneinheit angeschlossen wurde. Eine lange Strecke muß mit Rücksicht auf den Einfluß äußerer Störungen und die Intensitätsver-

luste des mehrfach reflektierenden Bündels in mehreren Multiplikationsstufen gemessen werden. Beim Übergang zu einer folgenden Stufe muß jeweils der mittlere Spiegel der vorangegangenen Stufe weggenommen werden. Der Spiegel am Nullpunkt der Strecke ist an allen Multiplikationen beteiligt und bleibt unverändert stehen. Die Beziehung der Spiegel zu geodätischen Festlegungen erfolgt durch optische Ablotungen mit Hilfe eines Theodoliten.

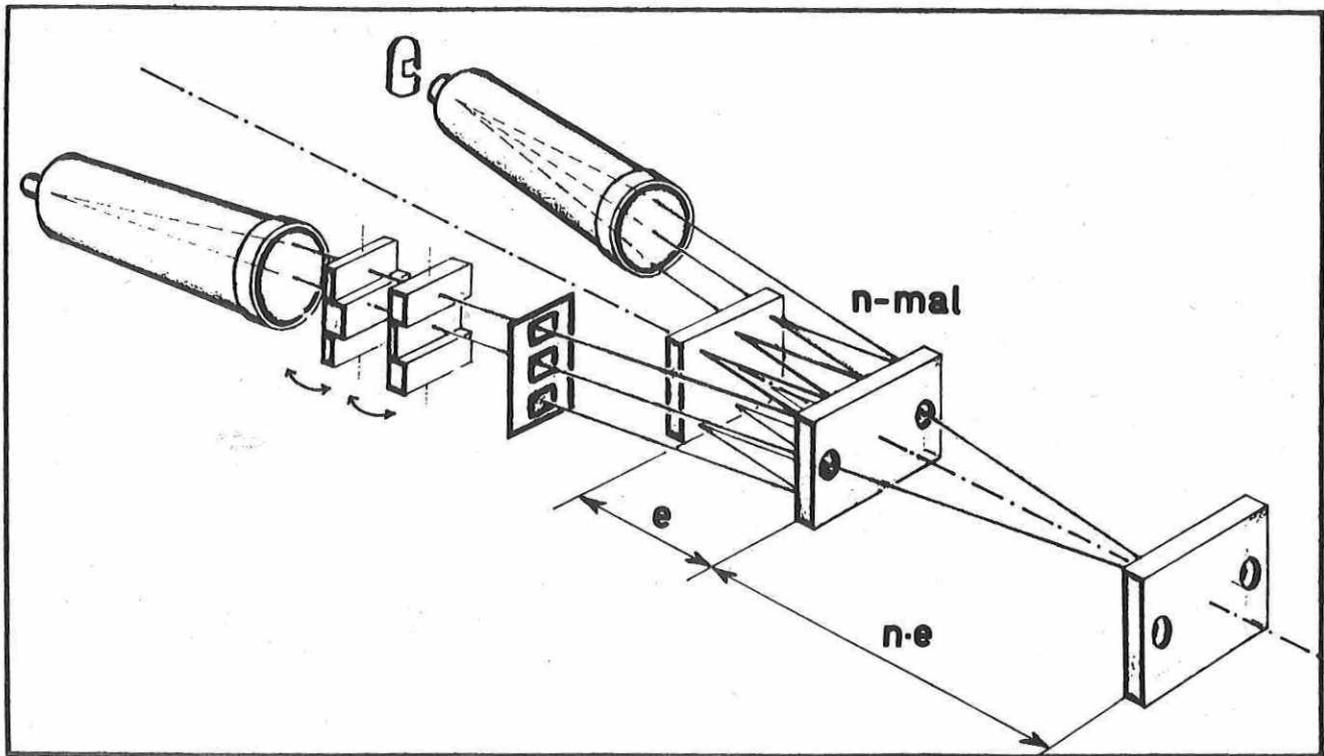


Abb. 2. Strahlengang beim VÄISÄLÄ-Verfahren

### 2.2.2. Die Internationalen Interferenzstandardbasen

Nach erfolgreicher Entwicklung des VÄISÄLÄ-Interferenzmeßverfahrens wurde 1947 zum ersten Mal mit ihm eine geodätische Basis gemessen: die 864 m lange Vergleichsbasis in Nummela [14]. Die Internationale Union für Geodäsie und Geophysik empfahl daraufhin, diesem beispielhaften Ergebnis entsprechend auch in anderen Ländern und Kontinenten Standardbasen zu messen und diese für jedes Land der Union zur Verfügung zu stellen. Nachfolgend sind die bis heute gemessenen Interferenz-Standardbasen zusammengestellt:

Tab. 1 Internationale Standardbasen

Jahr	Länge [m]	Name der Basis/Land [Lit.]
1947	864	Nummela/Finnland [14, 25]
1953	480	Buenos Aires/Argentinien [24]
1957	576	Loenermark/Niederlande [5, 18]
1958	864	Ebersberg/BRD [21, 12]
1962	480	Mata das Virtudes/Portugal [17]
1964	480	Potsdam/DDR [19]
1966	500	Mansfield-Ohio/USA [26, 6]

Die aus diesen Basismessungen abgeleiteten relativen zufälligen Messungsfehler der jeweiligen Mittelwerte liegen bei etwa  $1 \cdot 10^{-7}$ .

### 2.3. Das gewählte Meßverfahren

#### 2.3.1. Diskussion der Präzisionsverfahren

Für die Messung größerer Längen mit höchster Präzision bieten sich heute folgende Verfahren an:

1. interferometrische Streckenmeßverfahren:
  - a) die interferenz-optische Streckenmultiplikation,
  - b) das Laser-Interferometer;
2. elektro-optische Streckenmeßverfahren:
 

die Phasenmessung modulierten Lichtes.

Diese Verfahren beruhen gemeinsam auf der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, wobei keine direkten Laufzeitmessungen ausgeführt, sondern die Distanzen durch Wellenlängen gemessen werden. Auf Grund des Ausbreitungsgesetzes der Lichtwellen unterliegen die Verfahren den Störeinflüssen durch die Atmosphäre und sind unter diesem Aspekt von vornherein gleichberechtigt. Sie unterscheiden sich aber einmal durch die angewendeten Skalen. Während die interferometrischen Streckenmeßverfahren die Lichtwellenlänge selbst als Skalenwert benutzen, verwenden die elektro-optischen Streckenmeßverfahren mehr als  $10^6$ mal größere, dem Licht aufmodulierte Wellenlängen als Skalenwert. Letztere Verfahren sind darum unempfindlicher und für die Vermessungspraxis geeignet. Sie sind für große Distanzen bezüglich der Meßunsicherheit aber nicht unbedingt nachteilig, weil die Technik der Phasenmessung sehr hoch entwickelt ist. Es wird berichtet [10], daß mit dem Mekometer unter günstigen Bedingungen eine Länge von 1 km schon mit einer Reproduzierbarkeit von  $\pm 0,1$  mm gemessen worden sei!

Die genannten Verfahren unterscheiden sich zum anderen durch die Nutzung der Längeneinheit. Für die elektro-optischen Streckenmeßverfahren wie auch für das Laser-Interferometer wird sie durch die Wellenlänge dargestellt, die den wechselnden Bedingungen der Atmosphäre ausgesetzt ist; die interferenz-optische Streckenmultiplikation geht dagegen von einem körperlichen Normal aus, das eine geringere Reaktion auf Temperaturänderungen besitzt als die Lichtwellenlänge und dessen Temperatur

sicherer erfaßbar ist als die der Luft. Darin ist ein wesentlicher Vorteil der Interferenz-optischen Streckenmultiplikation zu sehen; bei ihr werden für die Zwecke der Reduktion nur Differenzen von Brechungskoeffizienten der Luft benötigt, die anderen Verfahren brauchen den Brechungskoeffizienten absolut. Der Vorrang wird nicht mehr bestehen, wenn es gelingt, die Refraktion der Luft besser zu beherrschen.

Unter den Verfahren der Interferenz-optischen Streckenmultiplikation hat sich gegenüber anderen [43, 44] seit Jahrzehnten das von VÄISÄLÄ entwickelte Verfahren durchgesetzt und gut bewährt. Darum wurde es dem Verfahren zugrunde gelegt, das für die künftigen Messungen der Standardbasis Potsdam zu entwickeln war.

In der Neuentwicklung sollten einige Änderungen Vorteile bringen:

1. Die einzelnen Multiplikationsstufen werden so angeordnet, daß alle verwendeten Spiegel während des Meßvorganges unverändert stehen bleiben können. Die Sicherheit wird dadurch erhöht und der Messungsablauf beschleunigt. Die neue Art des Streckenaufbaues ist in Abb. 3 für die halbe Basislänge (480 m) dargestellt.
2. Als Ausgangsnormale werden ein Quarzmaß mit planparallelen Endflächen verwendet, an denen das erste Spiegelpaar angesprengt wird. Parallelendmaße lassen sich mit extrem hoher Genauigkeit messen. Das ist von großer Bedeutung, weil die Genauigkeit der gesamten Interferenzstrecke entscheidend vom Ausgangsnormale abhängt.
3. Die Ablotung zu den unterirdischen Festlegungen der Basis erfolgt durch optisch-mechanische Antastung der Spiegel von Lotstäben aus. Dieses Verfahren ist mit wenig Aufwand verbunden und leistet mehr, als von ihm hier gefordert wird.
4. Die Spiegel auf der Basis werden mit einer neuartigen Laser-Autokollimation ausgerichtet, die eine sichere Justierung auch bei Tageslicht ermöglicht. Unter den Messungsarbeiten ist das Justieren der Optik der schwierigste Teil. Gute Justierhilfen wirken sich unmittelbar günstig auf den Messungsablauf aus.

### 2.3.2. Neuartige Unterteilung der Interferenzstrecke

Ein Verfahren, bei dem alle verwendeten Spiegel während des gesamten Meßvorganges stehen bleiben können, erfordert eine neuartige Unterteilung der Interferenzstrecke. Während beim VÄISÄLÄ-Verfahren jeder folgende Teilabschnitt ein ganzes Vielfaches aller vorangegangenen zusammen ist, müssen die Teilabschnitte jetzt so gewählt werden, daß jeder folgende ein ganzes Vielfaches jeweils nur des letzten vorangegangenen ist. Die ganze Interferenzstrecke ist dann die Summe der aus den einzelnen Multiplikationen entstandenen Teilabschnitte. Somit könnte dieses Verfahren als "Multiplikations-Additions-Verfahren" bezeichnet werden.

Für eine derartige Unterteilung ist die Meßstrecke von 480 m besonders günstig, weil die Primzahlzerlegung der Zahl 480 eine große Mannigfaltigkeit der Aufteilung ermöglicht:  $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$ . Daraus ergeben sich 24 Produkte  $p \cdot q$ , auf deren Wahl die Teilstrecken aufgebaut werden können. Für den konstruktiven Aufbau der Interferenzstufen bedeutet dies, daß das 1-m-Quarzmaß auf alle Fälle außerhalb der Meßstrecke bleiben muß, da diese sonst  $480 \text{ m} - 1 \text{ m} = 479 \text{ m}$  lang wäre. 479 ist eine Primzahl.

Bezeichnen wir die Faktoren in den einzelnen Interferenzstufen mit  $q_1, q_2, q_3, q_4$  und die Länge des Quarzmaßes mit  $e$ , so wird die Länge der gesamten Interferenzstrecke

$$\begin{aligned}
 l &= e q_1 \\
 &+ e q_1 q_2 \\
 &+ e q_1 q_2 q_3 \\
 &+ e q_1 q_2 q_3 q_4
 \end{aligned}$$


---

$$(1) \quad l = e q_1 (1 + q_2 + q_2 q_3 + q_2 q_3 q_4) = 480 \text{ m}$$

Da  $e = 1 \text{ m}$  ist, kann  $q_1 (1 + q_2 + q_2 q_3 + q_2 q_3 q_4)$  nur eines der 24 Zerlegungsprodukte von 480 sein.

$$\begin{aligned}
 480 &= 1 \cdot 480 = 2 \cdot 240 = 3 \cdot 160 = 4 \cdot 120 \\
 &= 5 \cdot 96 = 6 \cdot 80 = 8 \cdot 60 = 10 \cdot 48 \\
 &= 12 \cdot 40 = 15 \cdot 32 = 16 \cdot 30 = 20 \cdot 24 \\
 &= 24 \cdot 20 = 30 \cdot 16 = \dots
 \end{aligned}$$

Die Überprüfung der in Frage kommenden Produkte  $3 \cdot 160, 4 \cdot 120, 5 \cdot 96$  ergab, daß nur  $4 \cdot 120$  brauchbar ist. Daraus folgt  $q_1 = 4$  und

$$q_2 (1 + q_3 + q_3 q_4) = 119 .$$

119 läßt sich zerlegen in

$$1 \cdot 119 = 7 \cdot 17 = 17 \cdot 7 = 119 \cdot 1 .$$

Als einzige Möglichkeit ergibt sich  $q_2 = 7$ . Es bleibt dann  $q_3 (1 + q_4) = 16$ :

$$16 = 1 \cdot 16 = 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4 = 8 \cdot 2 = 16 \cdot 1 .$$

Da es sich um die beiden langen Teilstrecken handelt und die vierte Teilstrecke noch größer als die dritte ist, muß  $q_3 = 4$  und  $q_4 = 3$  werden. Die Länge der Interferenzstrecke ist dann nach (1)

$$\begin{aligned}
 l &= 1 \text{ m} \cdot 4 \cdot (1 + 7 + 7 \cdot 4 + 7 \cdot 4 \cdot 3) = \\
 &= 4 \text{ m} + 28 \text{ m} + 112 \text{ m} + 336 \text{ m} = 480 \text{ m} .
 \end{aligned}$$

Der Aufbau der 4 Interferenzstufen ist in Abb. 3 dargestellt.

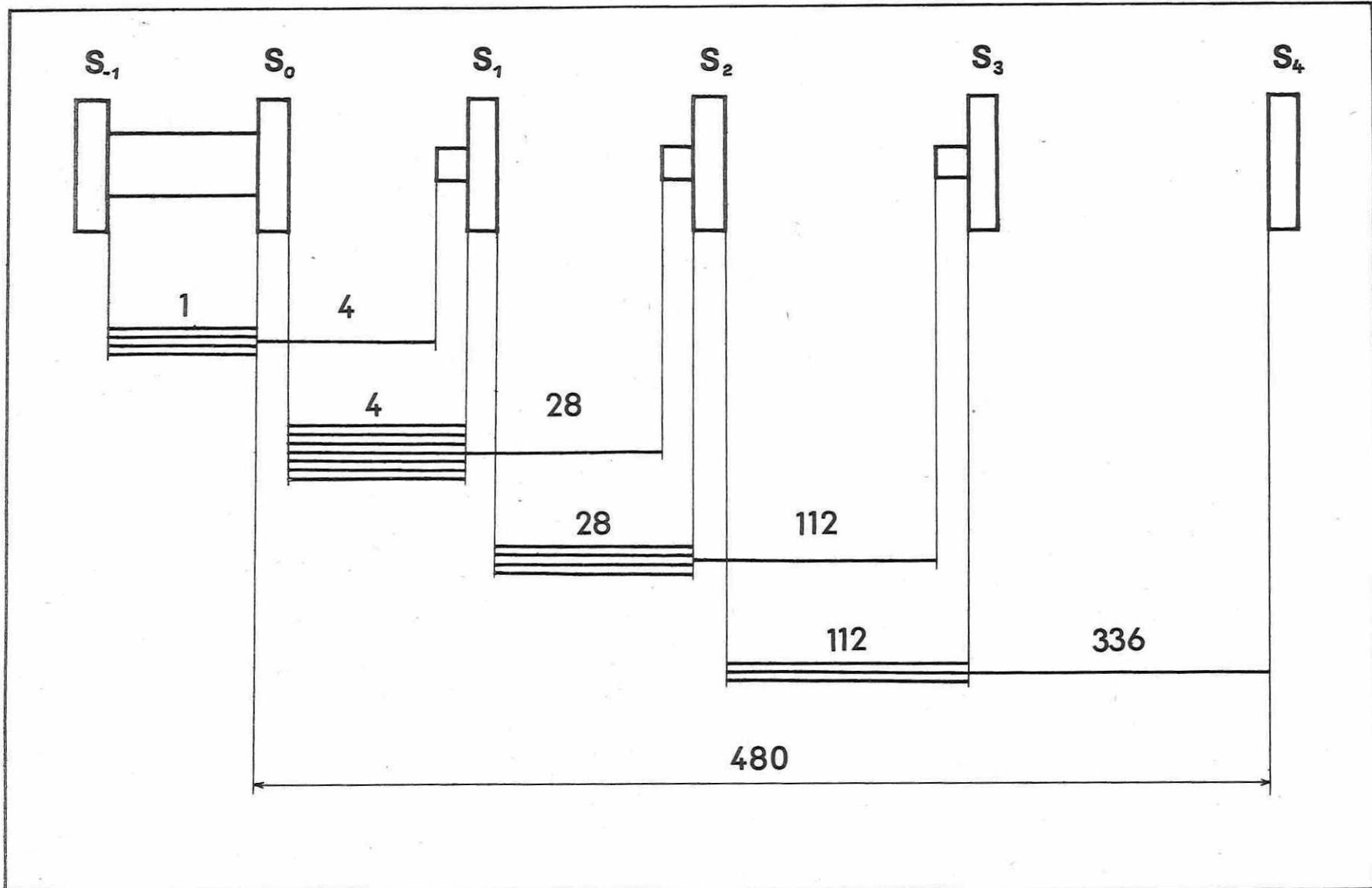


Abb. 3 Aufbau der 4 Interferenzstufen

### 3. Theoretische Grundlagen

Die Interferenzstrecke ist in vier Multiplikationsstufen unterteilt, die miteinander gekoppelt sind. Die nachfolgende Berechnung gliedert sich in zwei Teilaufgaben:

1. Berechnung der prinzipiellen Eigenschaften einer beliebigen Multiplikationsstufe,
2. die Kopplung der vier Stufen.

#### 3.1. Berechnung einer Multiplikationsstufe

Das benutzte Interferometer verbindet die Abstände zwischen drei einander parallelen Spiegeln in einem ganzzahligen Verhältnis  $q$  miteinander, wenn die Wegdifferenz der beiden interferierenden Strahlen gleich Null ist. Dabei wird der eine Strahl zwischen den beiden Spiegeln  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$   $q$ -mal hin und her reflektiert, während der andere den gleichen optischen Weg über den dritten Spiegel  $S_{(3)}$  mit einer einzigen Reflexion durchläuft. In der Praxis ist dieser so beschriebene Idealfall nicht erreichbar: Abgesehen von dem technisch notwendigen schiefen Einfall des Strahls in die Spiegelgruppe, sind die Spiegel nicht genau parallel zueinander und stehen außerdem nicht in dem gewünschten ganzzahligen Verhältnis.

Zur grundsätzlichen Berechnung einer Meßstufe  $S_{(1)}$ ,  $S_{(2)}$ ,  $S_{(3)}$  setzen wir zunächst voraus, daß die Spiegel senkrecht auf der Meßebe stehen, daß sie unendlich dünn und ohne Einfluß auf die Phase des Lichtes sind und daß der Brechungsindex im ganzen Feld gleich Eins ist. Die Abweichungen von diesen Voraussetzungen lassen sich im Anschluß an diese Berechnung als Korrektionswerte berücksichtigen. Die Berechnung erfolgt anhand der Abb. 4 in zwei Schritten: 1. Bestimmung der Wegdifferenz im Interferometer, 2. Eingliederung der Messungslinie in das Interferometer.

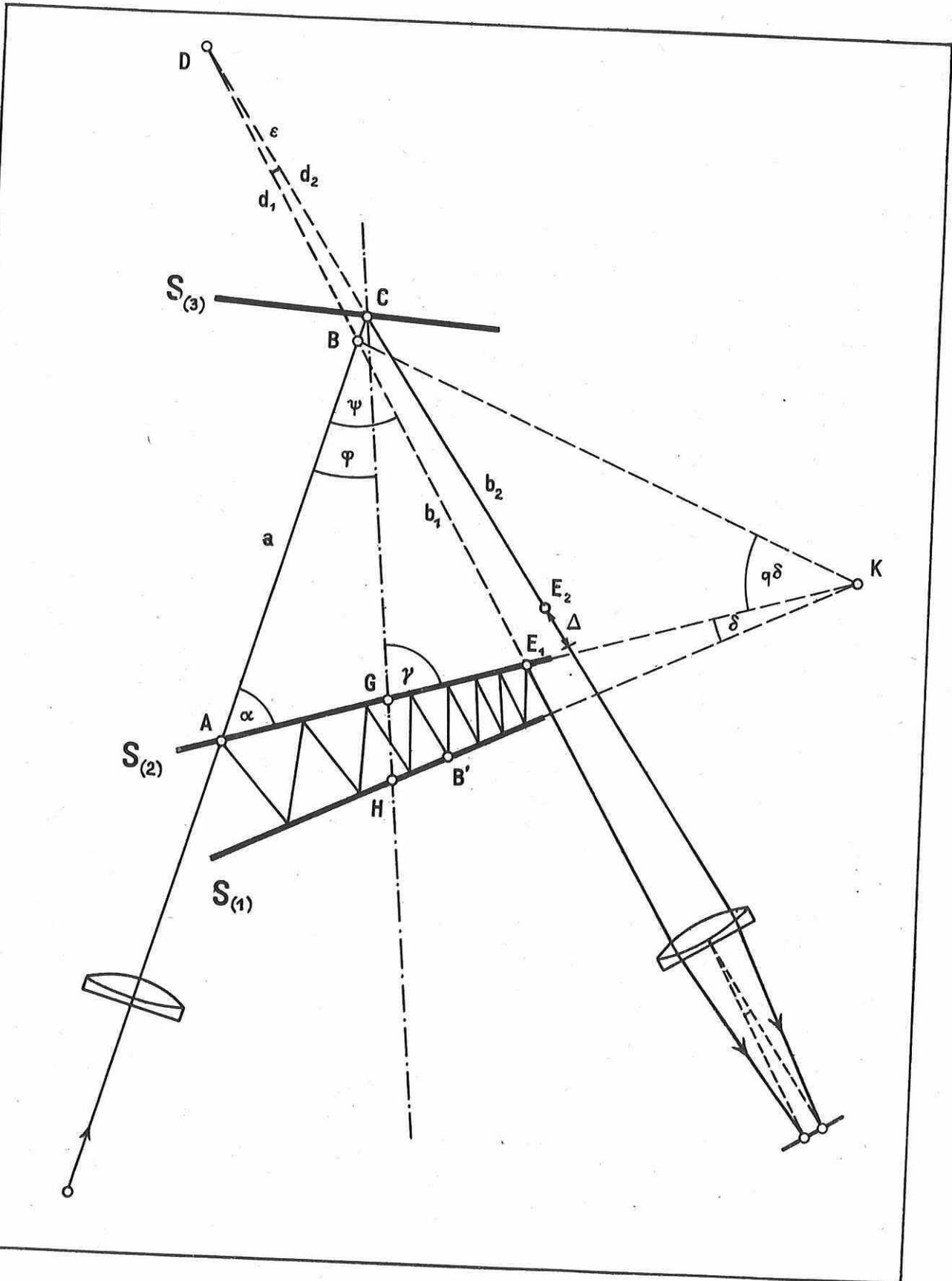
##### 3.1.1. Bestimmung der Wegdifferenz im Interferometer

Die aus dem Kollimator austretenden beiden parallelen Bündel laufen vom Punkte A ab auf verschiedenen Wegen zum Fernrohr: der eine im Zickzack zwischen  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$  über den Punkt B', der andere über die Punkte B und C. Im Fernrohr werden die Interferenzen beobachtet.

B ist der rückwärtige Schnittpunkt des in A einfallenden mit dem bei  $E_1$  austretenden Bündel. Rückt  $S_{(3)}$  von C in den Punkt B und ist dieser Spiegel so ausgerichtet, daß das reflektierte Bündel durch den Punkt  $E_1$  geht, so fallen hinter  $E_1$  beide Bündel ineinander und haben die Wegdifferenz Null. Die Gleichheit der Wege von A über B nach  $E_1$  und von A über B' nach  $E_1$  erkennt man am deutlichsten durch die Entfaltung der Reflexionen zwischen  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$ . Es zeigt sich dann ohne weiteres, daß das so erhaltene Dreieck  $AB'E_1$  kongruent dem Dreieck  $ABE_1$  mit dem Winkel  $\psi$  bei B ist. Gleichzeitig sieht man, daß der Winkel  $\delta$  zwischen  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$   $q$ -mal gefaltet werden müßte, um den Winkel  $AKB$  zu erhalten. Daher ist

$$\sphericalangle AKB = q \cdot \delta \quad [31].$$

Fällt  $S_{(3)}$  nicht in den Punkt B, sondern in den Punkt C, so schneiden sich die



bb. 4 Strahlengang bei schief stehenden Spiegeln

beiden in das Fernrohr laufenden Strahlen rückwärts in D unter  $\sphericalangle BDC = +\varepsilon$ . In diesem Falle wird die Wegdifferenz  $\Delta$  der beiden Strahlenbündel in Abhängigkeit von der Strecke  $\overline{BC} = c$

$$(2) \quad \Delta = (d_1 + b_1) - (d_2 + b_2) = d_1 - d_2 + c.$$

Diese Beziehung gilt, weil die vom Licht zurückgelegten Wege von B nach  $E_1$  und von B über C nach  $E_2$  gleich sein müssen. Aus dem Dreieck BCD lassen sich die Strecken  $d_1$  und  $d_2$  aus c und den Winkeln  $\varepsilon$  und  $\psi$  berechnen:

$$(3) \quad \Delta = c \left[ 1 + \frac{\cos(\psi + \frac{\varepsilon}{2})}{\cos \frac{\varepsilon}{2}} \right] = 2c \cos \frac{\psi}{2} \left( \cos \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \tan \frac{\varepsilon}{2} \right).$$

Aus (3) folgt der für die praktische Messung außerordentlich wichtige Schluß, daß  $c = 0$  sein muß, wenn die Wegdifferenz  $\Delta = 0$  ist, denn der Klammerausdruck kann aus Gründen der Anordnung des Interferometers niemals gleich Null sein. Umgekehrt läßt sich (3) dazu benutzen, den Wert c auszurechnen, wenn die Wegdifferenz  $\Delta$  etwa durch einen optischen Kompensator mit einem endlichen Wert bestimmt worden ist.

Optisch gesehen ist  $\varepsilon$  der Winkel, unter dem die beiden Bilder im Fernrohr erscheinen. Dieser Winkel ist unabhängig von der Größe c. Fallen beide Bilder vollständig zusammen, so ist  $\varepsilon = 0$  und  $\Delta = c(1 + \cos \psi)$ .

### 3.1.2. Einordnung der Messungslinie in das Interferometer

Die Messungslinie ist gegeben durch die Verbindungslinie zwischen dem Kontakt der Meßschraube des Lotes auf dem Basispunkt 480 m mit dem dortigen Spiegel  $S_4$  und dem Kontakt der Meßschraube des Lotes bei 0 m mit dem Spiegel  $S_0$ . Diese Linie ist optisch realisiert durch einen Laserstrahl, der von einem Helium-Neon-Laser ausgeht und durch eine Kollimatorlinse von 2 m Brennweite kolliniert wurde. Da auf diesen Strahl die Spiegel aller Gruppen (insbesondere  $S_{(3)}$ ) mit großer Genauigkeit aufgereiht wurden, wird auf jeden Fall der Mittelpunkt eines jeden Gruppenspiegels  $S_{(3)}$  ein Punkt der Messungslinie.

Die jeweiligen Spiegel  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$  werden von der Messungslinie in den Punkten H bzw. G geschnitten. Die Lage von G bzw. H ist bestimmt durch

$\sphericalangle ACG = \varphi$ .  $\varphi$  ist für jede Interferenzgruppe verschieden. Der Winkel bei G ist dann  $\sphericalangle AGC = 90^\circ + \gamma$ , der Winkel bei H also  $90^\circ + \gamma + \delta$ .  $\sphericalangle CAG$  wird mit  $\alpha$  bezeichnet. Es ist dann  $\alpha = 90^\circ - (\varphi + \gamma)$ .

Bezeichnen wir den Abschnitt der Messungslinie  $\overline{HC}$  mit s und von  $\overline{GC}$  mit s' in jeder Gruppe, so ist es das Ziel der folgenden Berechnung, das Verhältnis zwischen s' und s zu finden.

Aus dem Dreieck ACG erhalten wir die Beziehung

$$(4) \quad s' = (a + c) \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma},$$

wenn  $\overline{AB} = a$  und  $\overline{BC} = c$ . Weiter ergibt sich aus dem Dreieck  $ABK$  der Wert für  $a$  zu

$$(5) \quad a = (t_1 + t_2) \frac{\sin q \delta}{\sin(\alpha + q \delta)} .$$

Hierin ist

$$(6) \quad t_1 = \frac{s' \sin \varphi}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad t_2 = \frac{s \cos(\delta + \gamma)}{\sin \delta} .$$

Werden die Gleichungen (5) und (6) in (4) eingesetzt, so erhalten wir einen vollständigen Wert für  $s'$  in Abhängigkeit von  $s$  und  $c$  und den Aufstellungsparametern der Spiegel.

Für die Beurteilung der Fehler in der Berechnung des Streckenverhältnisses  $s'$  zu  $s$  ist es günstig,  $\alpha$  noch durch die Werte von  $\varphi$  und  $\gamma$  zu ersetzen. Gleichzeitig ersetzen wir  $c$  durch  $\Delta$  aus Gleichung (3). Nach diesen und einigen weiteren Umrechnungen nimmt dann  $s'$  folgende Form an:

$$(7) \quad s' = \frac{\sin q \delta}{\sin \delta} s \frac{\cos(\gamma + \delta)}{\cos(\gamma - q \delta)} + \frac{\Delta}{2 \cos \varphi} \cdot \frac{1}{\cos^2(\gamma - q \delta) \{1 - \tan \varphi [\tan(\gamma - \delta) + \tan \frac{\varepsilon}{2}] - \tan(\gamma - q \delta) \tan \frac{\varepsilon}{2}\}} .$$

Im folgenden wird diese Gleichung vereinfacht. Zunächst sei  $\delta = 0$ ; d.h., beide Spiegel  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$  sind einander parallel, aber ihre Lage zur Messungslinie ist noch schief:  $(90^\circ + \gamma)$ . Der Ausdruck für  $s'$  lautet dann

$$(8) \quad s' = q s + \frac{\Delta}{2 \cos \varphi} \cdot \frac{1}{\cos^2 \gamma \{1 - \tan \varphi [\tan \gamma + \tan \frac{\varepsilon}{2}] - \tan \gamma \tan \frac{\varepsilon}{2}\}} .$$

Bei weiterer Vereinfachung durch  $\gamma = 0$  wird der Ausdruck für  $s'$  zu

$$(9) \quad s' = q s + \frac{\Delta}{2 \cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \tan \varphi \tan \frac{\varepsilon}{2}} .$$

Wird endlich der Winkel  $\varepsilon = 0$ , d.h. sind die beiden austretenden Strahlen einander parallel, so wird

$$(10) \quad s' = q s + \frac{\Delta}{2 \cos \varphi} .$$

Die hier abgeleiteten Formeln gelten unter den gemachten Voraussetzungen ohne Vernachlässigungen und stellen keine Näherungswerte dar.

Das für die Praxis wichtigste Ergebnis der Gleichung (7) ist die Feststellung, daß  $s'/s$  von  $\varphi$  und  $\varepsilon$  unabhängig bleibt, wenn  $\Delta = 0$  ist; daß also, wie auch

immer die Lage der Messungslinie zu den Spiegeln ist,  $\varphi$  und  $\varepsilon$  erst wirksam werden, wenn  $S_{(3)}$  nicht genau im Idealpunkt C steht, d.h.  $\Delta \neq 0$  ist.

Die Lage der beiden Spiegel  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$  gegenüber der Messungslinie ist durch die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$  bestimmt (s.o.). In der Praxis bleiben diese beiden Winkel in der Größenordnung von einigen Sekunden. Da die Spiegel der Standardbasis auf der Fluchtungsline eines Lasers in Autokollimation aufgereiht werden, dürften die Werte für  $\gamma$  und  $\delta$  mit Sicherheit  $\pm 6''$ , wahrscheinlich aber  $\pm 3''$  nicht überschreiten. Dies bedeutet, daß sowohl für  $\delta$  als auch für  $\gamma$  die Näherung bis zur zweiten Ordnung - auch im Hinblick auf die spätere Vervielfachung und Summation der Fehler - vollständig ausreicht. - Der Winkel  $\varphi$ , der in jeder Multiplikationsstufe einen voraus festgelegten Wert hat und unabhängig von den Schwankungen  $\gamma$  und  $\delta$  ist, ist jedoch so groß, daß seine Näherung von Fall zu Fall untersucht werden muß.

Der Winkel  $\varepsilon$  ist ebenso von  $\gamma$  und  $\delta$  unabhängig. Seine Einstellung wird im Beobachtungsfernrohr laufend durch das Auge kontrolliert. Um die Einflüsse von  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $\varphi$  deutlicher werden zu lassen, wird hier zunächst  $\varepsilon = 0$  gesetzt. Sein Einfluß auf das Endergebnis der Korrektionsrechnung wird später untersucht werden.

Zur Verdeutlichung der Abhängigkeit der jeweiligen Strecke  $s_i$  von der Ausgangsbasis  $s$  und den Abweichungen  $\Delta$  schreiben wir die Gleichung (11) in folgender Form:

$$(11) \quad s_i = A_i s_{i-1} + B_i \frac{\Delta_i}{2} .$$

Dabei bezeichnen wir die vier Meßstufen mit  $i$ , so daß

i	1	2	3	4
q	4	7	4	3

ist.

Näherung für A

Für

$$A = \frac{\sin q \delta}{\sin \delta} \cdot \frac{\cos (\gamma + \delta)}{\cos (\gamma - q \delta)}$$

setzen wir an die Stelle der drei in der Meßstrecke benutzten  $q$ -Werte die Näherungen, die in Tab. 2 zusammengefaßt sind. Wie daraus erkennbar ist, kann man diese Näherungs-

Tab. 2

q	A
3	$3 - 4 \delta (\gamma - \delta)$
4	$4 - 10 \delta (2\gamma - 3 \delta)$
7	$7 - 56 \delta (\gamma - 3 \delta)$

werte darstellen in der Form

$$(12) \quad A_i = q_i + U_i \cdot$$

Näherung von B

Zur Erhöhung der Übersichtlichkeit schreiben wir  $\gamma = q \delta = v$ . In dieser Schreibweise wird jetzt

$$(13) \quad B = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{\cos^2 v [1 - \tan \varphi (\tan v + \tan \frac{\varepsilon}{2}) - \tan v \tan \frac{\varepsilon}{2}]} \approx$$

$$\approx 1 + \frac{\varphi^2}{2} + (v + \tan \varphi)(v + \frac{\varepsilon}{2}) \cdot$$

Hier wurde  $\cos \varphi = 1 - (\varphi^2/2)$  gesetzt,  $\tan \varphi$  dagegen gelassen als ein Wert, der unmittelbar aus der Anordnung der Messungslinie im Interferometer folgt und dessen lineare Näherung nicht ausreicht.

Allgemeine Form der Näherung

Unter Berücksichtigung der jetzt gewählten Schreibweise nimmt die Näherungsgleichung für  $s_i$  folgende Form an:

$$(14) \quad s_i = q_i s_{i-1} + \frac{\Delta_i}{2} + (U_i s_{i-1} + W_i \frac{\Delta_i}{2}) \cdot 10^{-10} \cdot$$

Dies ist die Rekursionsformel für die Aneinanderreihung der Multiplikationsstufen zur Gesamtstrecke. In dieser Schreibweise teilen sich die s-Werte in zwei Wertegruppen: Die beiden ersten Summanden stellen die Grundwerte des entsprechenden Streckenabschnitts dar, während die in Klammer gesetzten Werte die Korrektionswerte sind, die durch die zufällige Stellung der Spiegel verursacht wurden.

### 3.2. Kopplung der vier Meßstufen

#### 3.2.1. Grundgleichung der Kopplung

Durch sukzessives Einsetzen der s-Werte entsprechend den Indizes  $i$  - wobei zu berücksichtigen ist, daß der Wert  $s_0$ , der die Länge des Grundetalons darstellt, mit  $e$  geschrieben wird - erhalten wir

$$(15) \quad \sum_{i=1}^{i=4} s_i = l \cdot$$

Die Summe dieser vier s-Werte ergibt dann die Gesamtlänge der Interferenzstrecke

$$(16) \quad l = 480 e + 120 \frac{\Delta_1}{2} + 17 \frac{\Delta_2}{2} + 4 \frac{\Delta_3}{2} + \frac{\Delta_4}{2} + \left\{ (120 U_1 + 68 U_2 + 112 U_4) e + \right.$$

$$+ (120 W_1 + 17 U_2 + 28 U_3 + 28 U_4) \frac{\Delta_1}{2} +$$

$$\left. + (17 W_2 + 4 U_3 + 4 U_4) \frac{\Delta_2}{2} + (4 W_3 + U_4) \frac{\Delta_3}{2} + W_4 \frac{\Delta_4}{2} \right\} \cdot 10^{10}$$

mit

$$W_i = \frac{\varphi_i^2}{2} + (v_i + \tan \varphi_i)(v_i + \frac{\varepsilon}{2}) .$$

Die Gleichung (16) ist die Grundgleichung für die Länge der Interferenzstrecke. Sie gilt innerhalb der bisher gemachten Voraussetzungen. Es bereitet aber keine Schwierigkeiten, durch Erweiterung der Begriffe und durch Hinzufügung eines neuen Korrektionswertes den Brechungsindex der Luft und eine Reihe von technisch notwendigen Abweichungen zu berücksichtigen.

### 3.2.2. Brechungsindex der Luft

Die obigen Berechnungen der Wegdifferenz im Interferometer lassen den Brechungsindex der Luft, in der die Messungen erfolgen, außer Betracht. Die  $\Delta$ -Werte sind rein geometrische Strecken. Wollen wir sie durch Lichtwellenlängen ausdrücken, etwa bei der Anwendung eines Kompensators, so müssen wir beachten, daß die Wellenlänge in Luft kleiner ist als im Vakuum:

$$\lambda_{\text{Luft}} = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n} .$$

In der Strecke  $\Delta$  sind dann  $\Delta : \lambda_{\text{Vakuum}}/n = \Delta n/\lambda_0$  Wellenlängen enthalten.

Bei der Benutzung von Wellenlängenkatalogen ist darauf zu achten, welche Wellenlängen angegeben sind. Die Standardwellenlänge gilt unter den Bezugsbedingungen: 760 Torr, 15 °C, 0,03% CO<sub>2</sub>, trocken. Der Brechungsindex der Luft ist stets auf Vakuum ( $n = 1$ ) bezogen.

$\Delta \cdot n$  wird als der optische Weg zu  $\Delta$  bezeichnet. Die Luft verkürzt also für das Licht die geometrische Wegstrecke  $l$ , die es im Vakuum durchlaufen würde, um

$$dl = l \frac{n_\lambda - 1}{n_\lambda} .$$

$dl$  hat die gleiche Dimension wie  $l$  (z.B. [mm]) und ändert sich mit  $n_\lambda$ , d.h.  $dl$  ist abhängig von  $\lambda$ .

Für unser Interferometer bedeutet dies folgendes: Die Wege von A über C nach E<sub>2</sub> (siehe Abb. 5) bzw. A über B' nach E<sub>1</sub> sind gleich lang ( $l$ ). Auf beiden Wegen wirken verschiedene Brechungsindizes  $n$  bzw.  $\bar{n}$ . Die beiden Wellenfronten bei E<sub>1</sub> und E<sub>2</sub> liegen jetzt um

$$\Delta_{\bar{n}} = l \frac{\bar{n} - 1}{\bar{n}} \quad \text{bzw.} \quad \Delta_n = l \frac{n - 1}{n}$$

vor den beiden bisherigen Punkten E<sub>1</sub> bzw. E<sub>2</sub>. In bezug auf das Beobachtungsfernrohr tritt zu  $\Delta_n$  noch die geometrische Verschiebung  $\Delta$ . Die Differenz im Fernrohr ist infolgedessen



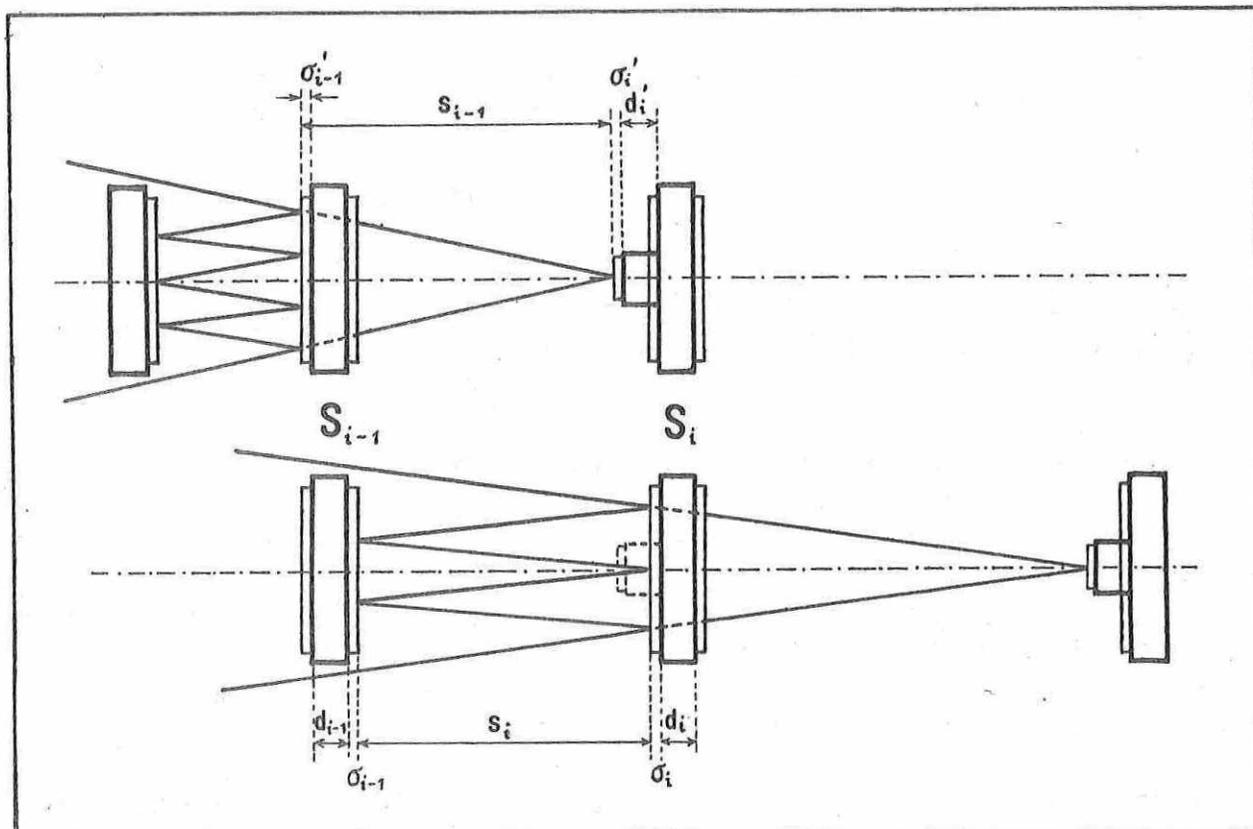


Abb. 6 Übergang von einer Stufe zur anderen

Die Spiegeldicke von  $S_{i-1}$  wird durch den auf  $S_i$  aufgesprengten Klotz kompensiert. Diese Kompensation ist aber nicht vollkommen. Die effektiven Spiegelschichtdicken setzen sich zusammen aus der reinen geometrischen Dicke der Schicht und einer vom Reflexionsvermögen abhängigen Phasenverschiebung. Anhand der Abb. 6 findet man folgende Transformationsgleichung:

$$(19) \quad s_{i-1} + \sigma'_i + d_i - \sigma_{i-1} = s_i + \sigma'_{i-1} + d_{i-1} + \sigma_{i-1}.$$

Wir gewinnen daraus einen Korrekturfaktor  $\kappa_i$  aus der Beziehung

$$(20) \quad s_i = s_{i-1} + \kappa_i.$$

Hierin ist

$$\kappa_i = (d_i - d_{i-1}) + (\sigma' - \sigma)_i - (\sigma' + \sigma)_{i-1}.$$

Setzen wir diese Werte in den Rekursionsprozeß ein, so erhalten wir infolge ihres Einflusses auf die Interferenzstrecke die neue, erweiterte Gleichung (21):

$$\begin{aligned}
 (21) \quad l_{(21)} &= l_{(16)} + 480 \kappa_0 + 119 \kappa_1 + 16 \kappa_2 + 3 \kappa_3 + \\
 &+ \left\{ (120 U_1 + 68 U_2 + 112 U_3 + 112 U_4) \kappa_0 + \right. \\
 &+ \left. (17 U_2 + 28 U_3 + 28 U_4) \kappa_1 + (4 U_3 + 4 U_4) \kappa_2 + U_4 \kappa_3 \right\} \cdot 10^{-10}
 \end{aligned}$$

$s_0$  ist die Länge des Quarzrohres ( $e_0$ ), und  $\kappa_0$  ist die Summe der effektiven Schichtdicken der Verspiegelung, die auf den inneren Flächen der am Quarzrohr angesprengten Spiegel aufgebracht ist.  $\kappa_0$  ist negativ.

### 3.2.4. Korrekturen und Abschätzung ihrer Auswirkungen

Setzen wir jetzt in die Gleichung (16) für  $U_i$  und  $W_i$  die zu den gemessenen Größen von  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  gehörenden Werte ein, so erhalten wir die Korrektur der Interferenzstrecke auf Grund der Winkelfehler der Spiegel. Am stärksten wirkt der erste Summand unter der geschweiften Klammer durch seine Multiplikation mit  $e$ . Die weiteren Summanden enthalten als Faktor die  $\Delta$ -Werte, die durch entsprechende Grundjustierung der Spiegel klein gehalten werden können.

Die Abschätzung eines zu erwartenden Maximalwertes erfolgt in der Annahme größter Werte für  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  mit 6". Für  $\Delta_{1-4}$  wird ein Satz von tatsächlich gemessenen Werten benutzt, die bei späteren Messungen sicher nicht überschritten werden:

$$\Delta_1 = -0,194 \text{ mm}, \quad \Delta_2 = -1,188 \text{ mm}, \quad \Delta_3 = -0,238 \text{ mm}, \quad \Delta_4 = -0,104 \text{ mm}.$$

$e$  ist 1000 mm. Setzen wir diese Werte in Gleichung (16) ein, so erhalten wir in [mm]:

$$\begin{aligned}
 l &= 480 \cdot 1000 - 120 \cdot 0,097 - 17 \cdot 0,594 - 4 \cdot 0,119 - 0,052 + \\
 &+ \left\{ 0,0000206 \cdot 1000 - 0,00516 \cdot 0,097 - 0,000067 \cdot 0,594 - \right. \\
 &\quad \left. - 0,000001 \cdot 0,119 - 180 \cdot 10^{-10} \right\} = \\
 &= 480000 - 11,64 - 10,098 - 0,476 - 0,052 + \\
 &+ \left\{ 21 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-7} - 1 \cdot 10^{-9} \right\}.
 \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis demonstriert nun drei wichtige Erkenntnisse besonders deutlich.

1. Die Meßunsicherheit von  $\Delta_1$  muß kleiner als  $\pm 1$  sein, da sonst die Multiplikation mit 120 bereits Fehler von hundertstel Millimetern bringt. Eine Verkleinerung von  $\Delta_1$  nützt hier nichts.
2. Die Winkel  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  wirken am stärksten in den U-Werten durch die Multiplikation mit der Länge des Etalons.
3. Die weiteren von  $\Delta_1$  bis  $\Delta_4$  abhängigen Korrekturen sind praktisch wenig wirksam und lassen sich durch systematische Verkleinerung der  $\Delta$ -Werte ohne Schwierigkeiten zum Verschwinden bringen.

Insgesamt muß festgestellt werden, daß die Winkel  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  unterhalb von  $4''$  bleiben müssen, wenn keine besondere Messung ihrer tatsächlichen Größe erfolgt. - Die Anwendung der Korrekturen auf die Gleichung (21) bringt gegenüber (16) keine prinzipiellen Änderungen.

### 3.3. Die Bedeutung des Divergenzwinkels $\varepsilon$

Der Winkel  $\varepsilon$  am Spiegel  $S_{(3)}$  jeder einzelnen Meßstufe ist ebenso wie das dazu gehörige  $\delta$  und  $\gamma$  bestimmend für die Interferenzerscheinungen. Ein wesentlicher Unterschied besteht aber darin, daß  $\varepsilon$  in jedem Moment der Messung vom Messenden selbst im Fernrohr erkennbar und meßbar, mindestens schätzbar ist, während das für  $\gamma$  und  $\delta$  nicht in diesem Umfang der Fall ist.  $\gamma$  und  $\delta$  müssen durch eine Autokollimationseinrichtung bestimmt werden.

$\varepsilon$  wird gleich Null, wenn die beiden Beugungsbilder auf dem Weg zwischen  $S_{(1)}$  und  $S_{(2)}$  und über  $S_{(3)}$  zusammenfallen. Die jeweilige Größe von  $\varepsilon$  läßt sich aus derjenigen der entstandenen Beugungsbilder gut abschätzen. So ist z.B. der Abstand von der Mitte des Beugungsbildes bis zum ersten Minimum in der Richtung der Höhe  $7,5''$ , in der Seite  $6,3''$ . Liegen also die beiden Beugungsbilder so nebeneinander, daß ihre ersten Minima zusammenfallen, so ist der Abstand zwischen den Hauptmaxima der beiden Beugungsbilder ca.  $14''$ , d.h.

$$\frac{\varepsilon}{2} = 7'' \approx 3 \cdot 10^{-5}.$$

Es bereitet also keine Schwierigkeit,  $\varepsilon$  so unter Kontrolle zu halten, daß seine Schwankungen größtmäßig von gleicher Ordnung bleiben wie die von  $\gamma$  und  $\delta$ .

4. Technische Ausführung4.1. Doppelspaltinterferenzen und optische Dimensionierung

Die im Meßverfahren von VÄISÄLÄ benutzten Interferenzen sind die Beugungsbilder eines Objektspaltes, gebeugt durch die beiden Öffnungen eines Doppelspaltes.

## 4.1.1. Punktförmiger Objektspalt

Der Objektspalt wird zunächst als punktförmig angenommen. Die durch den Doppelspalt entstehenden Beugungsbilder werden wie folgt berechnet: Wir gehen aus von den Formeln für die Amplituden und Intensitäten

$$(22) \quad \mathcal{E} = \frac{i}{\lambda f} \iint e^{i \frac{2\pi}{\lambda} H} ds; \quad I \sim \mathcal{E} \mathcal{E}^* .$$

Hierin ist  $S$  die Fläche des Doppelspaltes mit dem Flächenelement  $ds$ .  $H$  ist die HAMILTONsche Funktion,  $f$  die Brennweite des Fernrohrs und  $i = \pm \sqrt{-1}$ . Die Integration erfolgt über die beiden Öffnungen des Doppelspaltes, wobei wir berücksichtigen, daß auf beiden Seiten ungleichmäßige Helligkeit herrscht.

Das Ergebnis läßt sich in folgender Form darstellen:

$$(23) \quad I = \frac{16 b^2 h^2}{\lambda^2 f^2} \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{\lambda} y b}{\frac{2\pi}{\lambda} y b} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{\lambda} z h}{\frac{2\pi}{\lambda} z h} \right)^2 \left[ 1 + \frac{I}{I} \cos \frac{2\pi}{\lambda} z 2 d \right] .$$

In dieser Gleichung kennzeichnen  $2b$  und  $2h$  die Abmessungen der einzelnen Spalte des Doppelspaltes und  $2d$  den Abstand zwischen den Mitten beider Spalte (siehe Abb. 7).  $f$  in dem vorgesetzten Faktor ist die Brennweite des Beobachtungsfernrohrs.

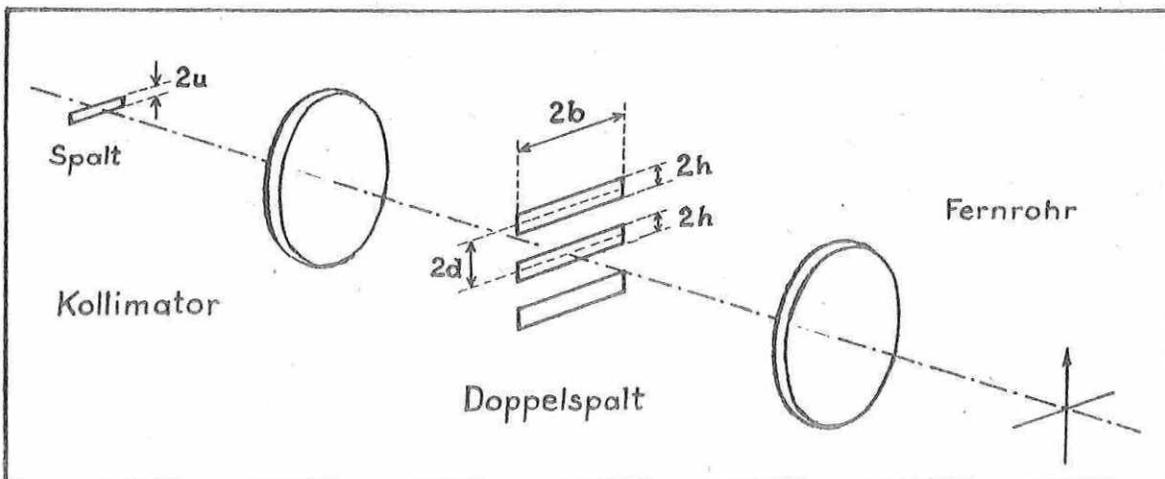


Abb. 7 Anordnung des Doppelspaltes

Die Koordinaten  $y$  und  $z$  sind so gewählt, daß  $z$  in der Verbindungslinie der beiden Spalte läuft, während  $y$  senkrecht dazu steht. Hier bedeutet das, daß  $z$  vertikal zu nehmen ist und  $y$  horizontal.  $b, h, d$  werden ebenso wie  $\lambda$  und  $f$  in [mm] gemessen;  $y$  und  $z$  dagegen sind Winkel.

Das Intensitätsverhältnis bezeichnen wir mit  $\bar{I}/I$ . Hier bedeutet  $\bar{I}$  die Intensität des mehrfach,  $I$  die des nur einmal reflektierten Strahles.

#### 4.1.2. Intensitätsverhältnis $\bar{I}/I$

Das Verhältnis der Intensitäten  $\bar{I}$  zu  $I$  ist im allgemeinen kleiner als 1, da im mehrfach reflektierten Strahlengang höhere Verluste auftreten als in dem bei der einfachen Reflexion an  $S_{(3)}$ . Die Folge ist, daß die Ausschläge der Interferenzfunktion, die durch den Ausdruck in der eckigen Klammer gegeben sind, nicht mehr zwischen 0 und 2 verlaufen, sondern kleiner werden. Die optische Auswirkung besteht darin, daß das Interferenzbild kontrastarm wird. - Um das Intensitätsverhältnis günstiger zu gestalten, wurde das Reflexionsvermögen an den Spiegeln  $S_{(3)}$  herabgesetzt.

Die Helligkeit eines mehrfach reflektierten Strahles nach  $n$  Reflexionen berechnet sich aus der Formel

$$I_n = (\text{Reflexionsvermögen})^n .$$

Um die Reflexionsschichten auf den Interferenzspiegeln nachträglich ändern zu können, wurden alle Aufdampfungen bisher unvergütet in Aluminium durchgeführt. Das Reflexionsvermögen einer solchen Schicht kann daher nur mit 0,92 angegeben werden. Die maximal auftretende Reflexionsanzahl ist  $n = 14$ . Hieraus ergibt sich also für das ungünstigste Intensitätsverhältnis:

$$\bar{I}/I = 0,34 .$$

#### 4.1.3. Endlicher Objektspalt

Die Verwendung eines Objektspaltes mit endlicher Ausdehnung bringt vor allem die Steigerung der Gesamthelligkeit des Interferenzbildes. Jedoch muß dabei berücksichtigt werden, daß seine Ausdehnung in den beiden Koordinaten  $y$  und  $z$  verschiedene Wirkungen auf das Interferenzbild ausübt. Die Ausdehnung in der  $y$ -Richtung bringt lediglich die Helligkeitssteigerung. Die Ausdehnung in der  $z$ -Richtung jedoch verursacht gleichzeitig mit der Helligkeitssteigerung auch eine Verschlechterung des Kontrastes im Interferenzbild. Berücksichtigen wir dabei, daß die Veränderungen, die durch die beiden ersten Klammersausdrücke in (23) entstehen, wesentlich geringer sind als diejenigen, die sich aus dem Ausdruck in den eckigen Klammern ergeben, so können wir uns auf die Integration des Ausdruckes in den eckigen Klammern über die Objektspaltbreite  $2u$  beschränken. Diese weitere Veränderung des Kontrastes wird durch das folgende Integral dargestellt, welches über die Intensitäten zu nehmen war:

$$(24) \quad I_u = \int_{-u}^{+u} I dz_0 = I_0 \int_{-u}^{+u} \left[ 1 + \frac{\bar{I}}{I} \cos \frac{4\pi}{\lambda} d(z - z_0) \right] dz_0 =$$

$$= I_0 \cdot 2u \left[ \frac{\bar{I} \sin \frac{4\pi}{\lambda} du}{I \frac{4\pi}{\lambda} du} \cos \frac{4\pi}{\lambda} dz \right] .$$

Für den auf der Basis verwendeten Kollimator mit einer Brennweite von 1 600 mm und bei Berücksichtigung des Abstandes  $2d = 30$  mm ergeben sich für Spaltenbreiten  $2u$  von 10 bzw. 20  $\mu\text{m}$  Kontrastminderungen auf 0,815 bzw. 0,385. Man erkennt deutlich, daß sich der Kontrast mit wachsender Spaltbreite außerordentlich stark verschlechtert. Man erkennt aber auch gleichzeitig, daß durch die geringe Spaltbreite  $2u$  das Gesamtintensitätsverhältnis gegenüber der beleuchtenden Lampe wesentlich herabgesetzt wird. In unserem Falle würde es etwa 10/1 000 000 betragen. Diese starke Verminderung der Helligkeit kann durch die Länge des Spaltes bis zu einem gewissen Grade verbessert werden. Es bleibt aber als einzig sichere Möglichkeit, um ein Interferenzbild genügender Helligkeit zu erhalten, der Lichtquelle bereits eine möglichst intensive Strahlungsleistung zu geben. Aus diesem Grunde wurde für die Beleuchtung des Kollimators von vornherein die Quecksilberhöchstdrucklampe HBO 50 W benutzt.

#### 4.1.4. Dimensionierung des Doppelspaltes

Die endgültige Dimensionierung des Doppelspaltes muß sich nach drei Gesichtspunkten richten:

1. Der Abstand zwischen den beiden Einzelspalten ( $2d$ ) muß so gewählt werden, daß der Abstand zwischen den einzelnen Interferenzstreifen (von Maximum zu Maximum) groß genug ist, um die einzelnen Streifen voneinander trennen bzw. noch Bruchteile des Streifenabstandes schätzen zu können.
2. Das Beugungsfeld, welches durch die beiden Größen  $2b$  und  $2h$  bestimmt wird, muß in der 0. Ordnung so groß sein, daß innerhalb dieses Feldes eine genügende Anzahl von Doppelspaltstreifen sichtbar wird.
3. Gleichzeitig muß beachtet werden, daß der reflektierte Strahl längs seines Weges bei der Mehrfachreflexion auch in der vollen Breite der 0. Ordnung reflektiert wird. Wichtig ist hier die Unterdrückung von Überlappungen in den Reflexionen, die unter Umständen zu störenden Nebenbildern führen. Mit dieser Aufgabe ist auch die Größe des Winkels  $\varphi$ , des Einfallswinkels in die Interferenzstufe, verbunden;  $\varphi$  muß jedoch aus anderen Gründen möglichst klein gehalten werden.

Die Forderungen 1 und 2 sind durch die Beugungsgleichung miteinander gekoppelt.

Zu 1: Der Abstand zwischen den Maxima der Interferenzstreifen des Doppelspaltes wird durch den Kosinus  $\frac{4\pi}{\lambda} dz$  bestimmt.  $\cos \left[ \frac{4\pi}{\lambda} dz \right]$  durchläuft zwischen den Maxima den  $\sphericalangle \pi$ , d.h.

$$z_d = \frac{\lambda}{4d} .$$

Zu 2: Der Abstand zwischen der Achse und dem ersten Minimum wird bestimmt durch den Ausdruck

$$\frac{\sin \frac{2 \pi}{\lambda} z h}{\frac{2 \pi}{\lambda} z h} .$$

Es ergibt sich dann

$$z_h = \frac{\lambda}{2 h} .$$

Die Forderung, daß innerhalb der 0. Ordnung, deren Breite durch  $4 z_h$  bestimmt ist, die Doppelspaltinterferenzen mit ca. 3 bis 4 Maxima erkennbar sein sollen, ist dann erfüllt, wenn

$$2 h = 4 d$$

ist.

Die endgültige Dimensionierung des Doppelspaltes beruht auf den Erfahrungen mit dem 24-m-Interferenzkomparator und speziellen Vorversuchen. Dabei mußte berücksichtigt werden, daß die Herstellung der eigenartigen Spiegelformen gewisse Schwierigkeiten mit sich bringt, wenn die hohe Genauigkeit an Ebenheit gewahrt werden soll. So wurde als Abschluß aller dieser Überlegungen folgender Wert gewählt:

$$2 d \approx 30 \text{ mm} .$$

Dies entspricht einer Winkelgröße des Abstandes von Maximum zu Maximum von  $3,64''$  für  $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$ . Entsprechend der obigen Darlegung wird dann  $2 h$  und damit auch  $2 b \approx 15 \text{ mm}$ . Die Beugungsbilder 0. Ordnung haben somit eine Fläche von  $(7,5'')^2$ .

Um die Divergenz dieses Beugungsbündels nicht zu stark auf die Spiegel wirken zu lassen, wurde die Eintrittspupille für den interferometrischen Strahlengang in den Endspiegel  $S_{(3)}$  der jeweiligen Meßstufe gelegt. Die größte Entfernung, in der von dieser Eintrittspupille aus noch Blenden bzw. Spiegelflächen vorhanden sind, liegt in der Kombination der Spiegel  $S_2, S_3, S_4$ ; sie beträgt 336 m. Die Divergenz des Bündels durch die Beugung führt an dieser Stelle zu einem Querschnitt von etwa  $24 \times 24 \text{ mm}^2$ . Der Spiegel  $S_3$  trägt dieser Erweiterung des Bündels durch eine entsprechende Vergrößerung der Reflexionsflächen Rechnung. An diesem Spiegel ließ sich die Vergrößerung infolge der geringen Anzahl von Reflexen ohne Schwierigkeiten unterbringen.

## 4.2. Spiegel und Quarzendmaß

### 4.2.1. Die Spiegelplatten

Form und Größe der Spiegelplatten wurden durch die Lage und Größe der Reflexionsflächen festgelegt. Während für die einfachen Reflexionen jeweils nur ein Strahlen-

gang in der Höhe der Interferometerachse vorgesehen ist, wurden ebenso wie bei VÄISÄLÄ für die Mehrfachreflexionen zwei Strahlengänge eingeführt, der eine über und der andere unter der Interferometerachse. Diese Anordnung soll Fehler eliminieren, die durch vertikale Kippungen der Spiegel entstehen könnten.

Die Spiegelhöhe beträgt einheitlich 100 mm, die Dicke der Spiegel mit einer Ausnahme ( $S_3$ ) 20 mm. Die Spiegelbreite variiert infolge der Anzahl der Reflexionen, der Erweiterung der Lichtbündel durch Beugung sowie des Einfallswinkels der Lichtbündel vom Kollimator her. Zum ungehinderten Durchlaß der einfach reflektierten Lichtbündel erhielt die Spiegelplatte  $S_0$  zwei kreisförmige Durchbohrungen und die Spiegel  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  seitliche Ausschnitte. Die Spiegel haben im einzelnen folgende Abmessungen:

$S_{-1}$	$73 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$
$S_0$	$134 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$
$S_1$	$154 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$
$S_2$	$166 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$
$S_3$	$187 \times 100 \times 28 \text{ mm}^3$
$S_4$	$73 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$

Abb. 8 vermittelt den Anblick aller Spiegelplatten zusammen mit dem Quarzmaß.

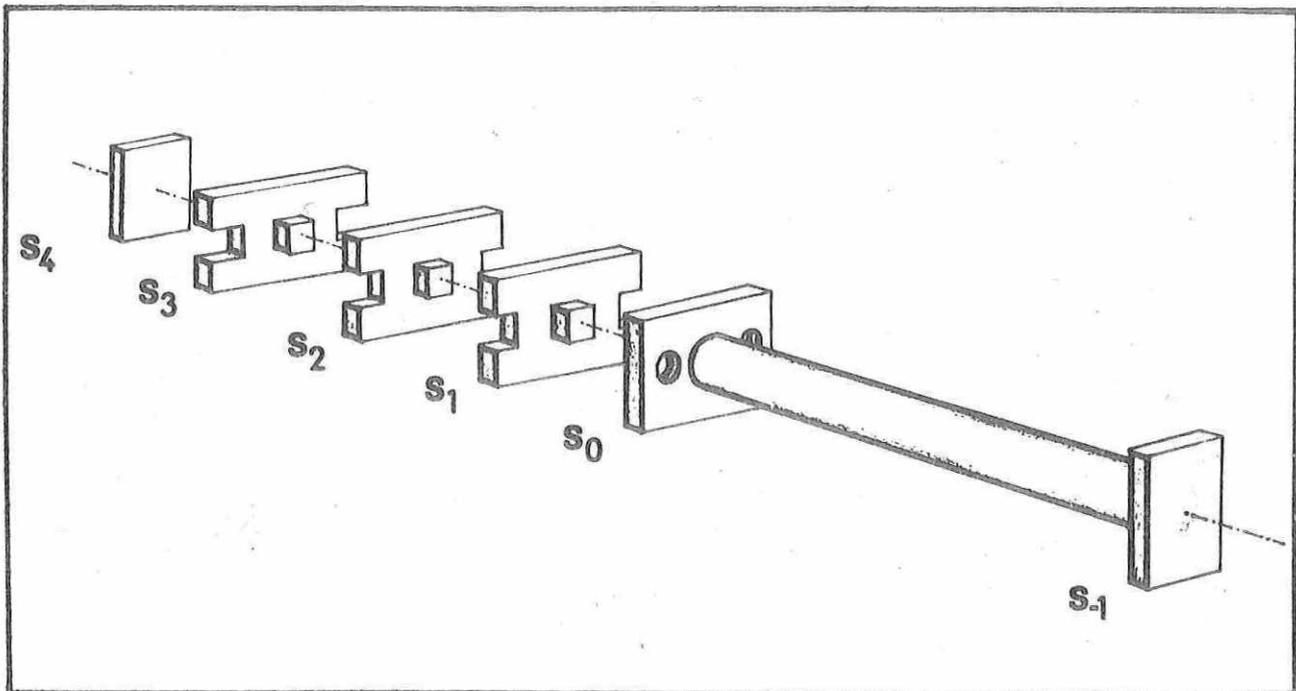


Abb. 8 Quarzmaß und Spiegel

Die an den Spiegeln  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  angesprengten Spiegelklötzchen für die einfachen Reflexionen kompensieren die Dicke der Spiegel  $S_0$ ,  $S_1$  und  $S_2$ . Die Spiegelplatten sind aus Gründen der thermischen Stabilität durchweg aus Quarzglas gefertigt.

Die aufgedampften Spiegelschichten bestehen aus Aluminium.

#### 4.2.2. Die Spiegelhalterungen

Abb. 9 zeigt einen Spiegel auf seiner Halterung. Das Problem der Verstellbarkeit in drei Freiheitsgraden - Längsverschiebung, Drehung um eine vertikale Achse und Neigung um eine horizontale Achse - ist hier durch die Anordnung von vier Platten gelöst. Die untere Platte 1 steht mit drei Fußschrauben fest in einer Zwangszentrierung auf der Unterlage. Die Platten 2 bis 4 sind mit Hilfe der Meßschraube  $M_2$  um die vertikale Achse  $V$  drehbar. Die Platten 3 und 4 können mit Hilfe der Meßschraube  $M_3$  um das Federgelenk  $G$  geneigt werden. Die obere Platte 4 ist mit Hilfe der Meßschraube  $M_4$  in der Längsrichtung verschiebbar. - Die Empfindlichkeit der Justierelemente reicht aus, den Spiegel auf einem Längsverschiebeweg von 40 mm auf  $\pm 2 \mu\text{m}$  und  $\pm 1''$  einzustellen.

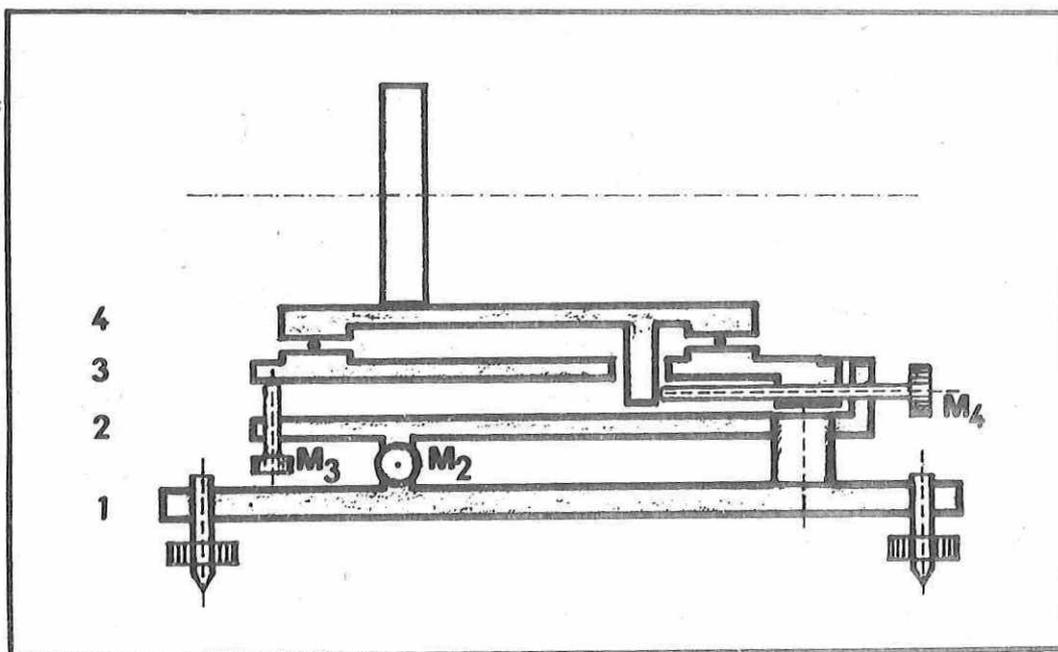


Abb. 9 Spiegelhalterung

#### 4.2.3. Das Quarzmaß

Die Forderungen an die thermische Stabilität, an die Maßhaltigkeit sowie an die Qualität der Bearbeitung ließen als Material für das Endmaß reines Quarzglas wählen, die Forderungen an die mechanische Stabilität als Form für das Endmaß ein Rohr mit einem äußeren Durchmesser von 45 mm und einer Wandstärke von 5 mm. Abb. 8 läßt das Maß mit den an seinen Endflächen angesprengten Spiegeln  $S_0$  und  $S_{-1}$  erkennen.

#### 4.2.4. Die Halterung des Quarzmaßes

Abb. 10 zeigt die Halterung des Quarzmaßes. Mit seinen beiden Umklammerungen ruht das Maß an drei Stellen auf Stahlkugeln. Eine Längsführung für eine der zwei Kugeln unter der Umklammerung bei  $S_0$  bestimmt seine Seitenlage. Am Spiegel  $S_0$  sind zwei kleine Stahlplättchen angeklebt, die von zwei an den Trägern 3 und 4 befestigten Magneten angezogen werden und damit das Maß in der Längsrichtung fixieren. Die Unterstütsungsstellen können durch die beiden Meßschrauben  $M_1$  und  $M_2$  variiert werden. Die gesamte Halterung ist durch ihre Fußschrauben und eine Schlittenführung unter der Fußschraube bei  $S_{-1}$  justierbar. Die eine Fußschraube unter  $S_0$  sitzt in einer Bohrung zwangszentriert, die andere ruht mit plan geschliffener Fläche auf einer Kugel.

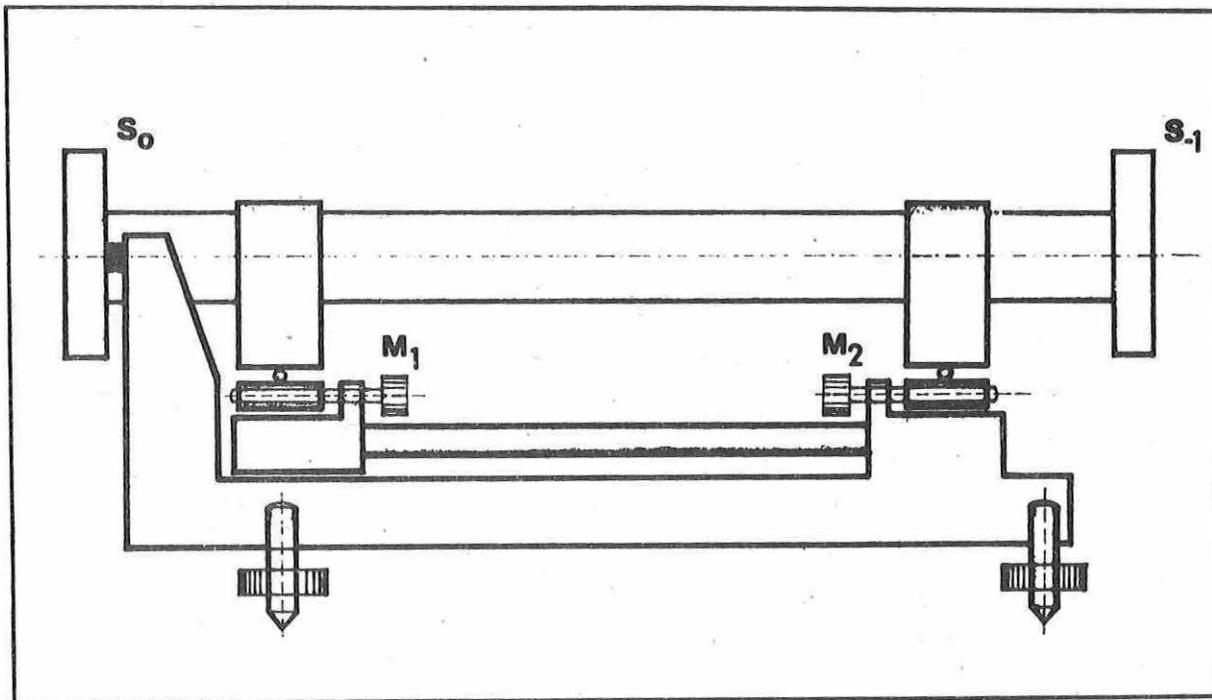


Abb. 10 Quarzmaßhalterung

### 4.3. Kollimator und Beobachtungsfernrohr

#### 4.3.1. Die Optik des Kollimators

Der Kollimator ist mit einem Astro-Objektiv mit einem freien Durchmesser von 110 mm und einer Brennweite von 1600 mm ausgerüstet. Maßgebend für die Wahl des Objektivs war insbesondere der freie Durchmesser im Hinblick auf die Ausleuchtung der Pupillen. Die Spaltblende des Kollimators ist in der Höhe von 0 bis 0,3 mm und in der Breite von 0 bis 3 mm verstellbar. Eine hinter der Spaltblende am Kollimatorrohr befestigte Platte ermöglicht die wahlweise Aufstellung verschiedener Lampen. Zur Meßausrüstung gehören eine Quecksilber-Spektrallampe, eine queck-

silber-Höchstdrucklampe HBO 50 W und eine Mikroleuchte 100 W für weißes Licht.

#### 4.3.2. Die Vergrößerung des Fernrohres

Die deutliche Erkennbarkeit der Interferenzstreifen des Meßsystems erfordert wegen ihres geringen Winkelabstandes eine erhebliche Vergrößerung des Bildes. Sie wurde so gewählt, daß dem Auge des Beobachters der Abstand zweier Interferenzstreifen als eine Strecke von 1 mm auf 250 mm Distanz erscheint; das entspricht einer 250fachen Vergrößerung. Durch die Auswechslung von Okularen ist es möglich, den Beobachtungseigenheiten der verschiedenen Meßpersonen ohne Schwierigkeit entgegenzukommen. Mit diesen Erwägungen wurde für das Beobachtungsfernrohr ein Objektiv mit einer Brennweite von 2250 mm gewählt.

#### 4.3.3. Die justierbare Aufstellung

Für jede Interferenzstufe ergibt sich aus der Zahl der Reflexe, der Dimension der beugenden Öffnungen und den Abständen der Spiegel eine günstigste Richtung für Kollimator und Beobachtungsfernrohr. Für den raschen Übergang von einer Interferenzstufe zur anderen ist eine schnelle Verschiebung von Kollimator und Fernrohr notwendig. Zu diesem Zwecke lagern beide Instrumente auf je zwei Kugelschlitten, auf denen mit Hilfe von Meßschrauben und Parallelendmaßen die Verschiebungen aus Winkeldrehung und Translation schnell und sehr genau ( $\pm 1''$ ) vorgenommen werden können. Die beiden Meßschrauben am Untergestell des Kollimators sind in Abb. 11 zu erkennen.

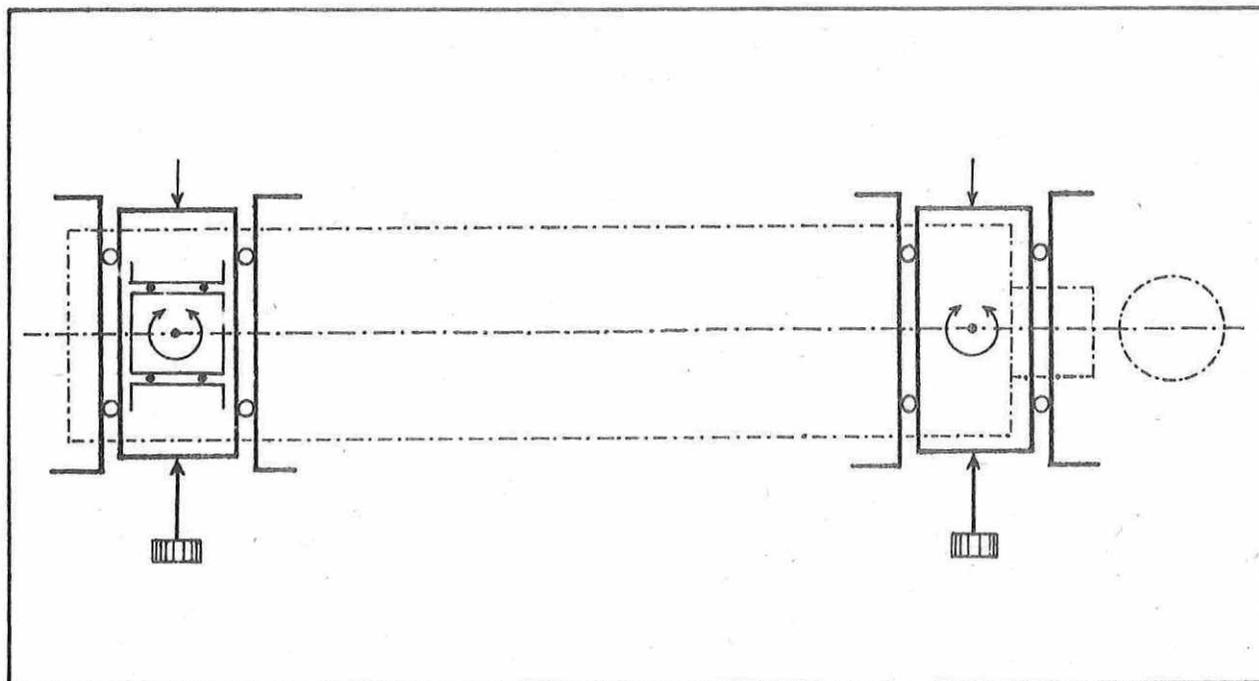


Abb. 11 Bewegungselemente des Kollimators

4.4. Der Kompensator

Vor dem Objektiv des Beobachtungsfernrohres trägt eine mit dem Fernrohr verbundene Platte den optischen Kompensator (siehe Abb. 12), mit dem die restlichen Wegdifferenzen der interferierenden Lichtbündel gemessen werden. Um die Achromasie-Bedingung [38] zu erfüllen, ist eine spezielle Anordnung von Kronglas- und Flintglasplatten erforderlich. Im Kompensatorrahmen  $Kp_u$  sind in der Mitte eine Flintglasplatte und oben und unten je eine Kronglasplatte untergebracht, im Kompensator  $Kp_o$  in der Mitte eine Kronglasplatte und oben und unten je eine Flintglasplatte. Der mittlere Bereich ist für den Durchgang der einfach reflektierten, der obere und untere für die mehrfach reflektierten Lichtbündel bestimmt.

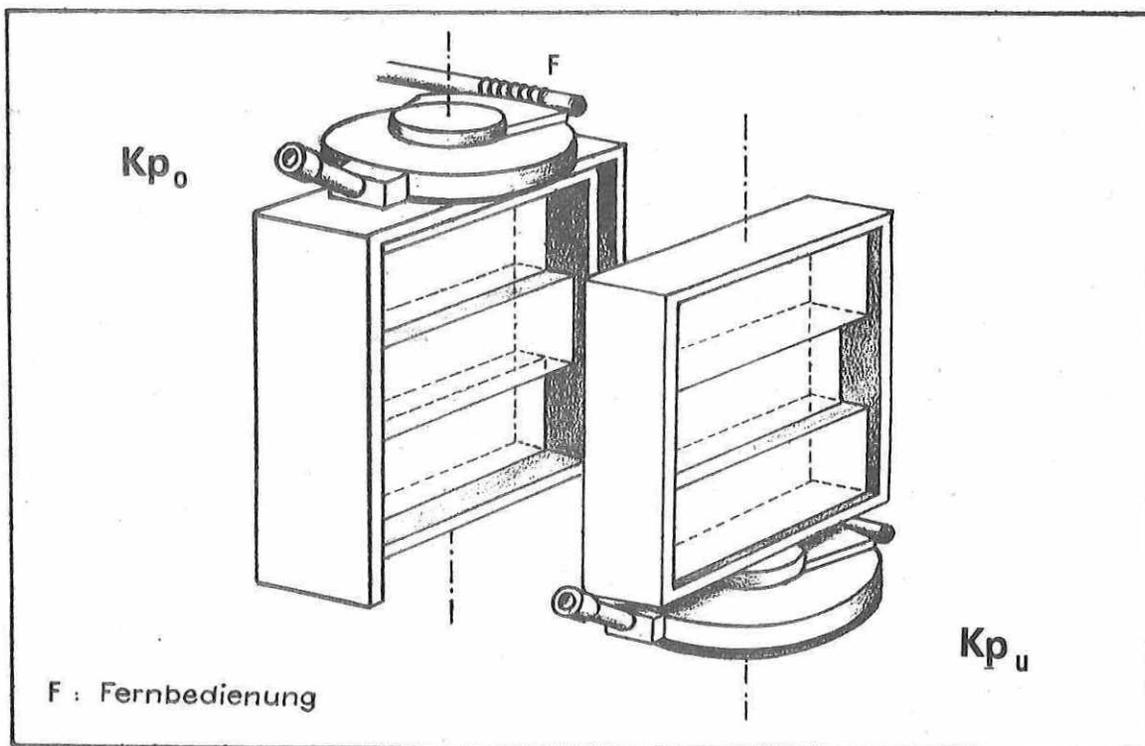


Abb. 12 Kompensator

Die Drehung der beiden Rahmen wird an Teilkreisen mit kleinen Skalenmikroskopen abgelesen. Der Skalenwert beträgt  $10^\circ$ . Das Dickenverhältnis der Kron- und Flintglasplatten wurde so berechnet, daß die Achromasie-Bedingung für die Wellenlängen  $\lambda_1 = 0,459\ 319\ \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,546\ 072\ \mu\text{m}$ ,  $\lambda_3 = 0,632\ 826\ \mu\text{m}$  erfüllt ist. Die Kronglasplatten haben danach eine Dicke von  $27,068\ \text{mm}$  erhalten, die Flintglasplatten eine solche von  $12,755$ . - Die Drehung eines Kompensatorrahmens von  $0$  auf  $41,3^\circ$  kompensiert eine Wegdifferenz von  $1\ \text{mm}$ ; sie kann durch eine Fernbedienung vom Platz des Beobachters am Fernrohr aus vorgenommen werden.

#### 4.5. Die Laserfluchtung

Es ist notwendig, die Spiegel der einzelnen Interferenzstufen auf einer geraden Linie aufzureihen und ihre Meßflächen exakt parallel zu stellen bzw., wie aus Gleichung (16) hervorgeht, die Winkel  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $\varepsilon$  mit einer Genauigkeit von  $1''$  zu ermitteln.

Als Fluchtungsmittel dient der Strahl eines Helium-Neon-Lasers (Typ ZNA-250,  $\lambda = 0,633\mu\text{m}$ ), der durch einen Kollimator in höherem Grade gebündelt wird. Das aus dem Kollimator austretende Bündel hat einen Durchmesser von 25 mm, der sich auf der Strecke von 480 m auf 30 mm erweitert. Der Kollimator selbst besteht aus der Objektivlinse mit +2000 mm Brennweite, einer Blende von ca. 0,2 mm Durchmesser und einem Kollektiv von ca. 100 mm Brennweite (siehe Abb. 13).

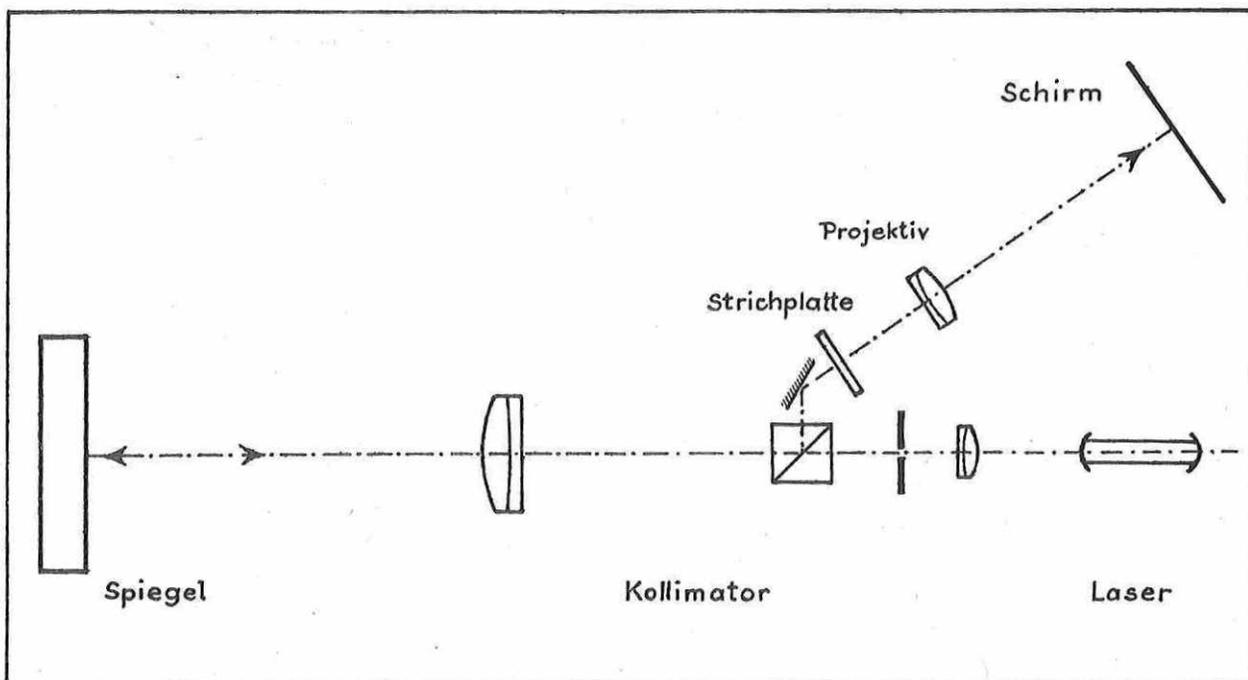


Abb. 13 Laserfluchtung und -autokollimation

Die Fluchtungslinie ist optisch bestimmt durch die Verbindungslinie zwischen Blenden- und Objektivmitte. Die Ausrichtung der Fluchtungslinie in 480 m Entfernung erfolgt bei ruhiger Luft mit einer Meßunsicherheit von ca. 5 mm durch Zentrieren des Objektivs. Die Standfestigkeit des Kollimators ist hoch, da die Optik auf dem schweren Betonsockel befestigt ist, der gleichzeitig Kollimator und Beobachtungsfernrohr trägt.

Die von den einzelnen Spiegelzentren reflektierten Strahlen werden über einen zwischen der Blende und dem Objektiv eingeschalteten Teilungswürfel in Autokollimation durch Projektion auf einen entfernten Schirm beobachtet. Bei ruhiger Atmosphäre ist es möglich, die Kippung der beobachteten Spiegel mit einer Unsicherheit von  $\pm 0,5''$  zu bestimmen.

#### 4.6. Die Temperaturmeßstationen

An 17 Stationen der Interferenzstrecke (vgl. Abschnitt 6.3.1.) wird die Lufttemperatur mit Quecksilberthermometern gemessen. Um zu gewährleisten, daß die angezeigte Temperatur optimal der umgebenden Lufttemperatur entspricht, ist es nötig, den Temperaturfühler, die Quecksilberkugel, vor Wärmestrahlung zu schützen. In der Meteorologie wird die sicherste Bestimmung der Lufttemperatur mit dem Verfahren der Aspirationspsychrometer vorgenommen. Es wurden eine Reihe von Strahlungsschutz-Einrichtungen konstruiert und die unter ihnen von den Thermometern angezeigten Temperaturen mit den Angaben eines Aspirationspsychrometers verglichen. Die auf Abb. 14 gezeigte Anordnung mit Aluscheiben [26] wies fast immer die geringsten Abweichungen auf. Dies wurde besonders unter extremen Wärme- und Strahlungsverhältnissen deutlich. Daraufhin wurden alle Thermometer für die Bestimmung der Lufttemperatur mit einem solchen Strahlungsschutz versehen.

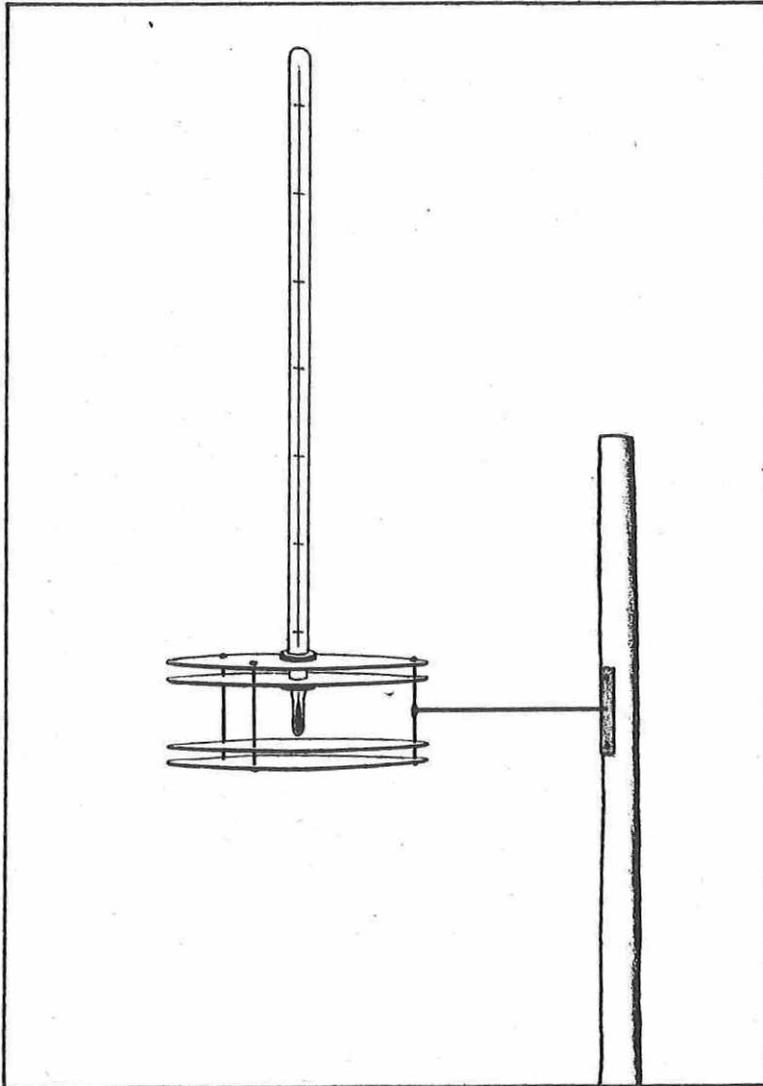


Abb. 14 Temperaturmeßstation

Die Temperatur des Quarzmaßes wird mit zwei unmittelbar am Quarzrohr angelegten Körperthermometern gemessen, deren Kupferkörper der Rohrkrümmung entsprechend geschliffen und gegen äußere Wärmeeinwirkung durch eine Isolationsschicht geschützt sind.

#### 4.7. Die Ablotung

Die Enden der Interferenzstrecke  $S_0 - S_4$  werden mit Hilfe von Abloteeinrichtungen an die unterirdischen geodätischen Festlegungen UF 0 und UF 20 angeschlossen. Dabei ist ein Höhenunterschied von rund 2 m zu überbrücken.

Eine Abloteeinrichtung (Abb. 15) besteht aus einem Lotstab mit einer Zentrierspitze und einem aufsetzbaren Lotstabkopf mit einer 1"-Libelle L und einer Meßschraube M. Auf die Enden der Meßschraube sind sphärisch geschliffene Glasstücke aufgesetzt, mit denen die Fläche des Spiegels S angetastet wird. Der Lotstab, ein Aluminiumrohr mit einem Durchmesser von 50 mm, wird an der Pfeileroberfläche von einem Kreuzschlitten gehalten. Die Zentrierspitze des Lotstabes in der Bohrung der unterirdischen Festlegung UF 0 ist in Abb. 18 wiedergegeben.

#### 4.8. Aufstellung des Interferometers auf der Basis

Die einzelnen Teile des Interferometers stehen auf massiven Eisenbetonpfeilern, die auf breitflächige, 1 m tief gegründete Fundamente aufgesetzt sind. Zum Schutz gegen die Witterung können die Spiegel mit Aluminiumhauben abgedeckt werden. Die erste Interferenzstufe  $S_{-1} - S_0 - S_1$  und die Station  $S_4$  sind zusätzlich durch ein Zeltdach geschützt. Kollimator, Fernrohr und Laser sind in einem Holzhaus untergebracht.

Die Meßstrahlen verlassen das Holzhaus durch optische Laborfenster und treten durch diese auch wieder ein, so daß der Strahlenverlauf in klar getrennten Medien erfolgt. Die Abb. 16 bis 22 vermitteln einen Eindruck von der Aufstellung des Interferometers. Abb. 23 zeigt ein Längsprofil der Standardbasis.

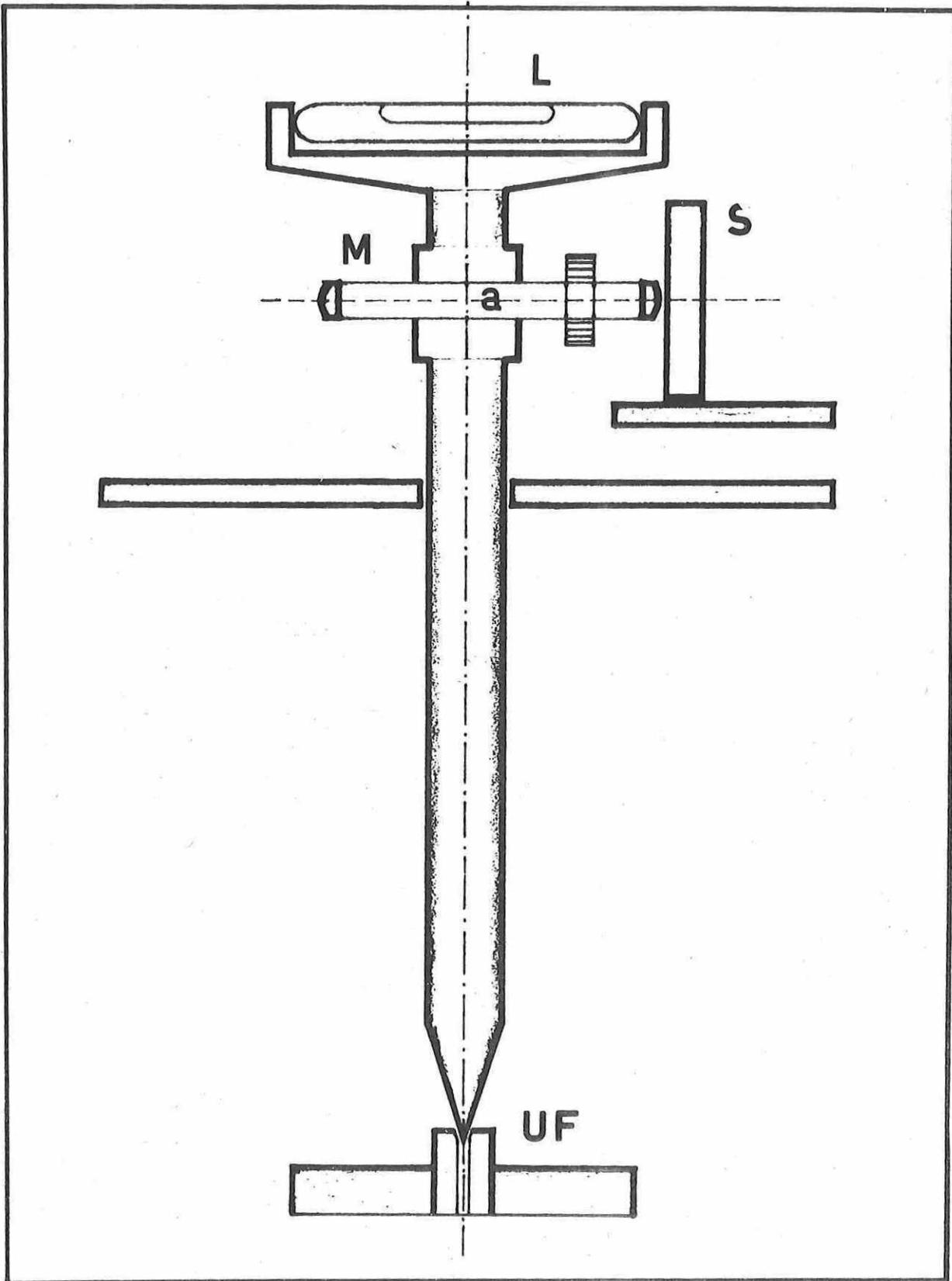


Abb. 15 Abloteeinrichtung



Abb. 16 Platz des Beobachters

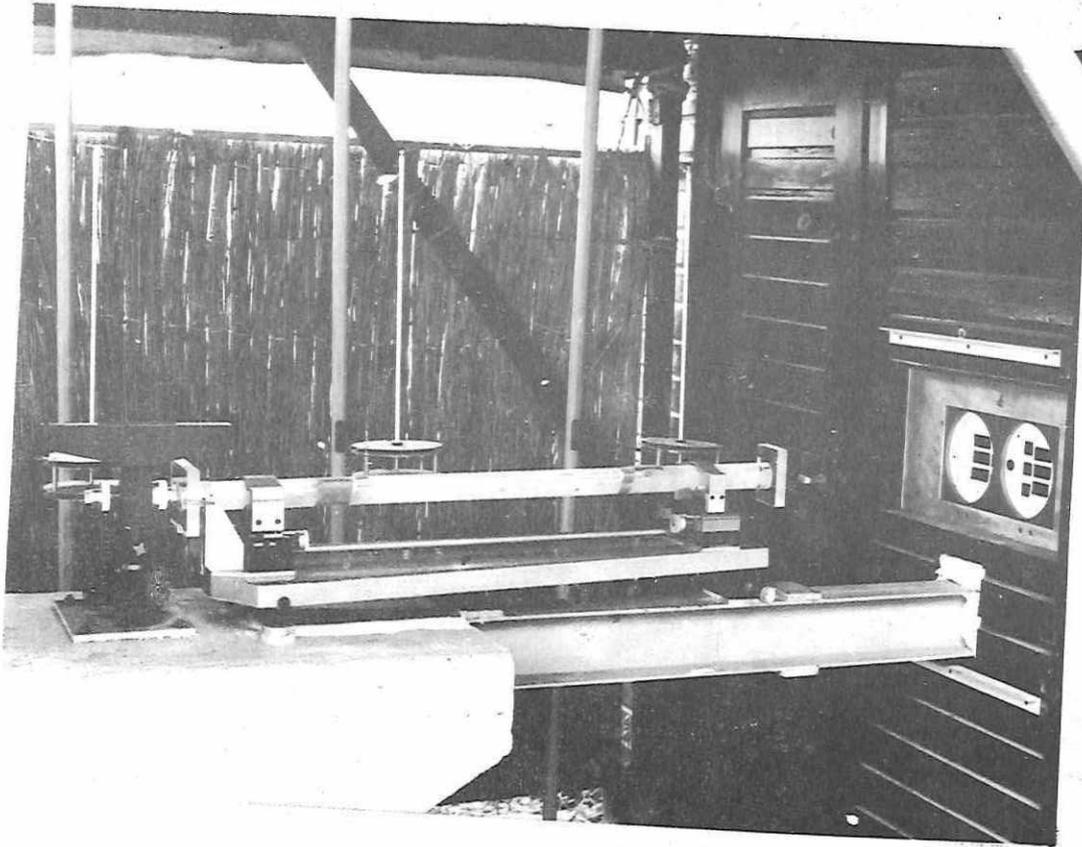


Abb. 17 Quarzendmaß am Basis-Nullpunkt

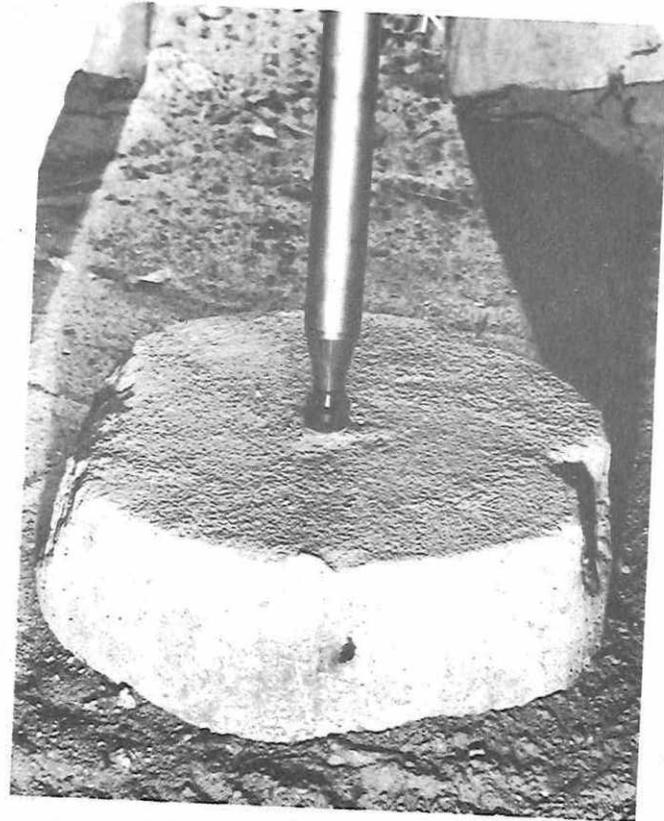


Abb. 18 Lotstabspitze in UFO

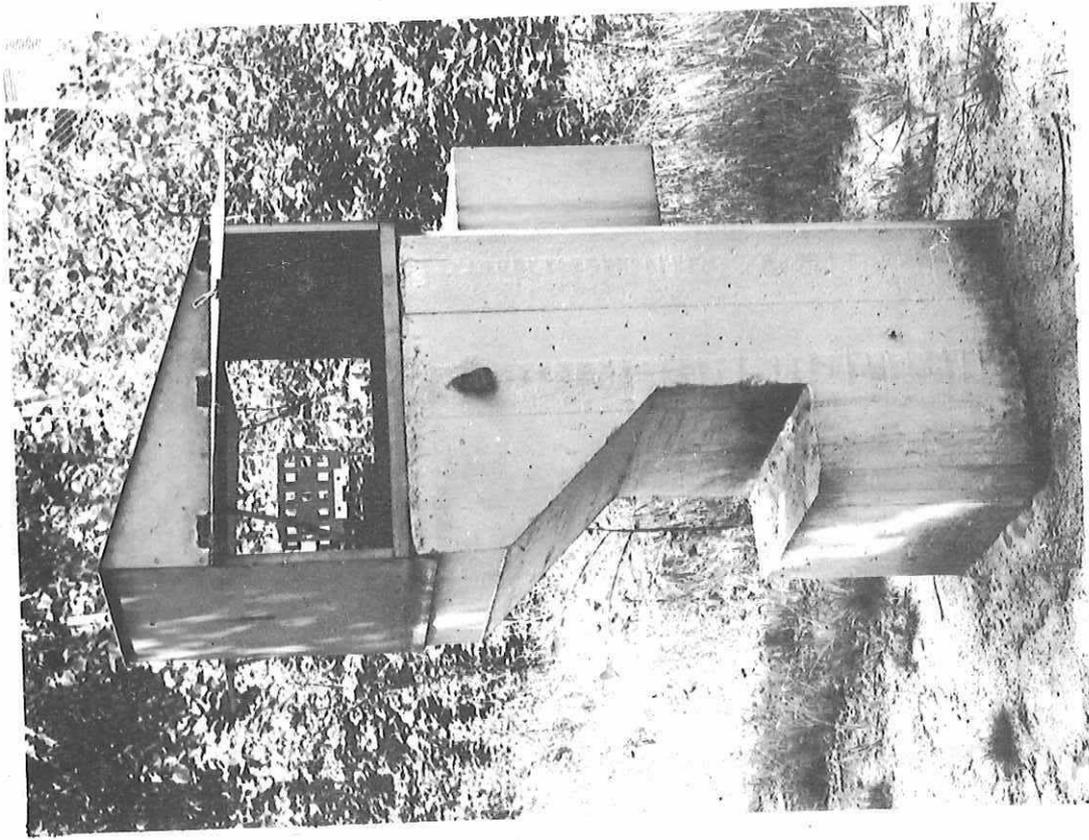


Abb. 20 Spiegelstation S2

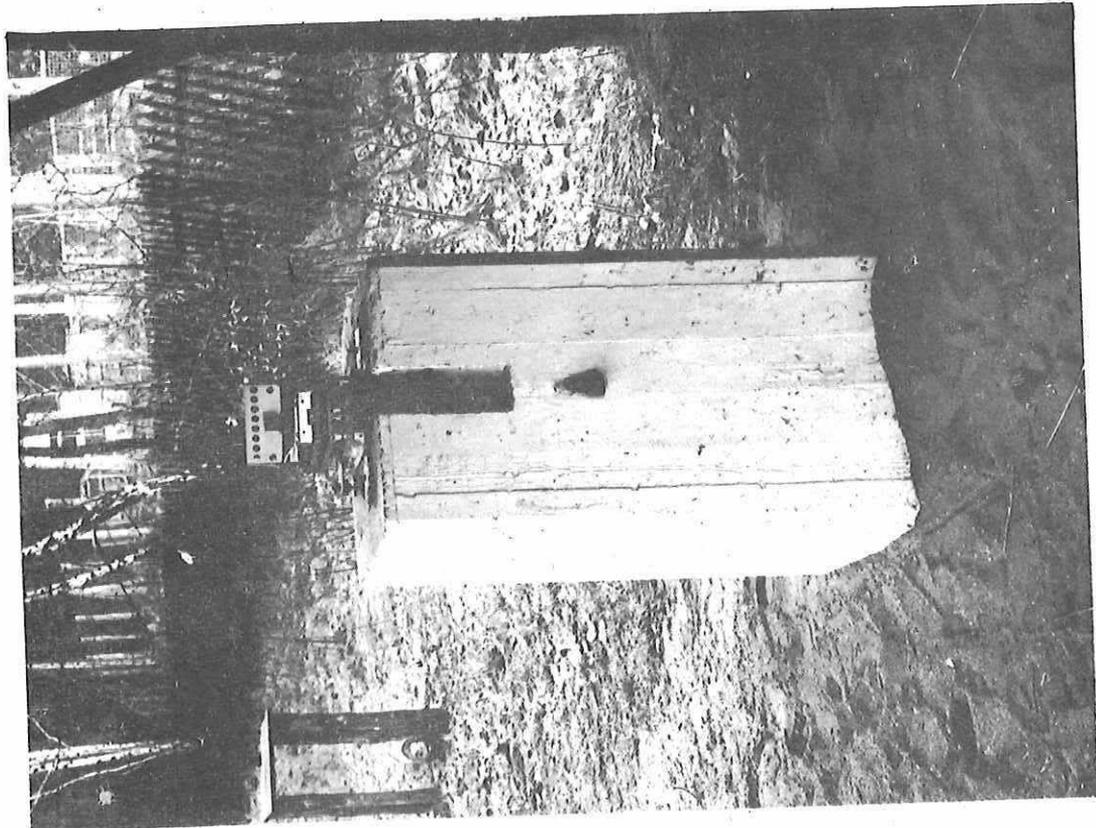


Abb. 19 Spiegelstation S1

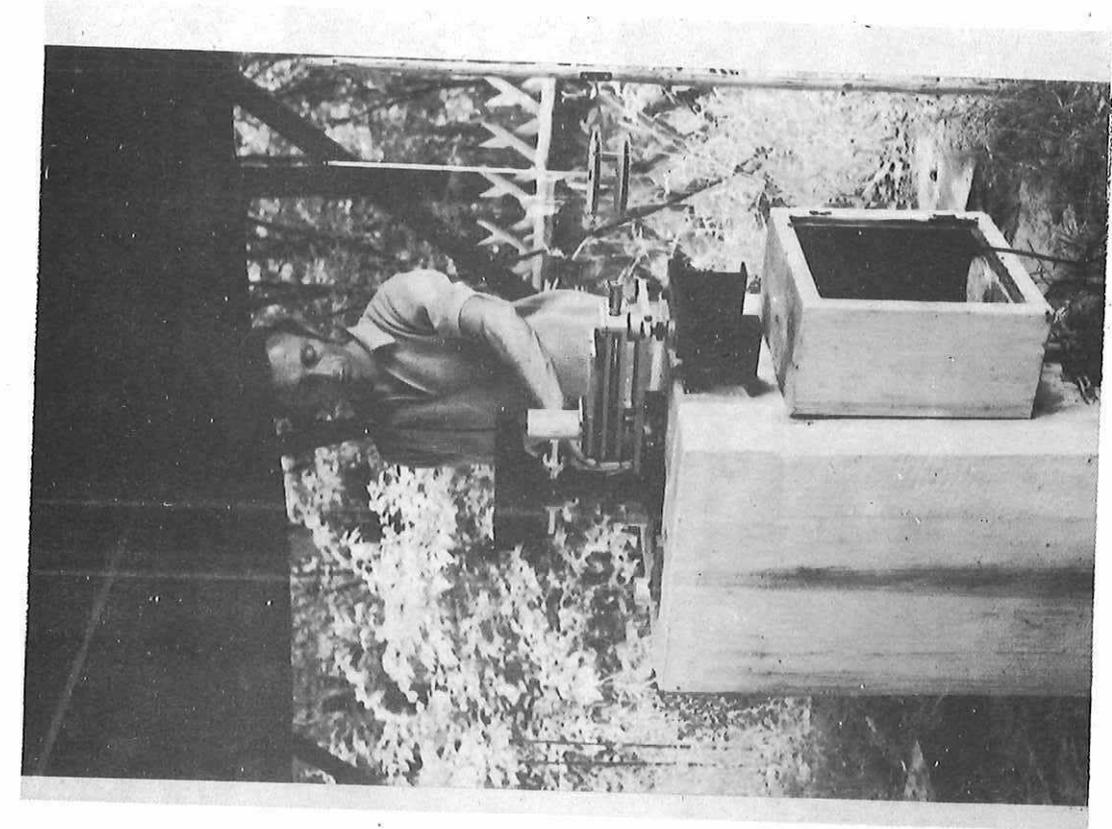


Abb. 22 Spiegelstation Basis-Mitte

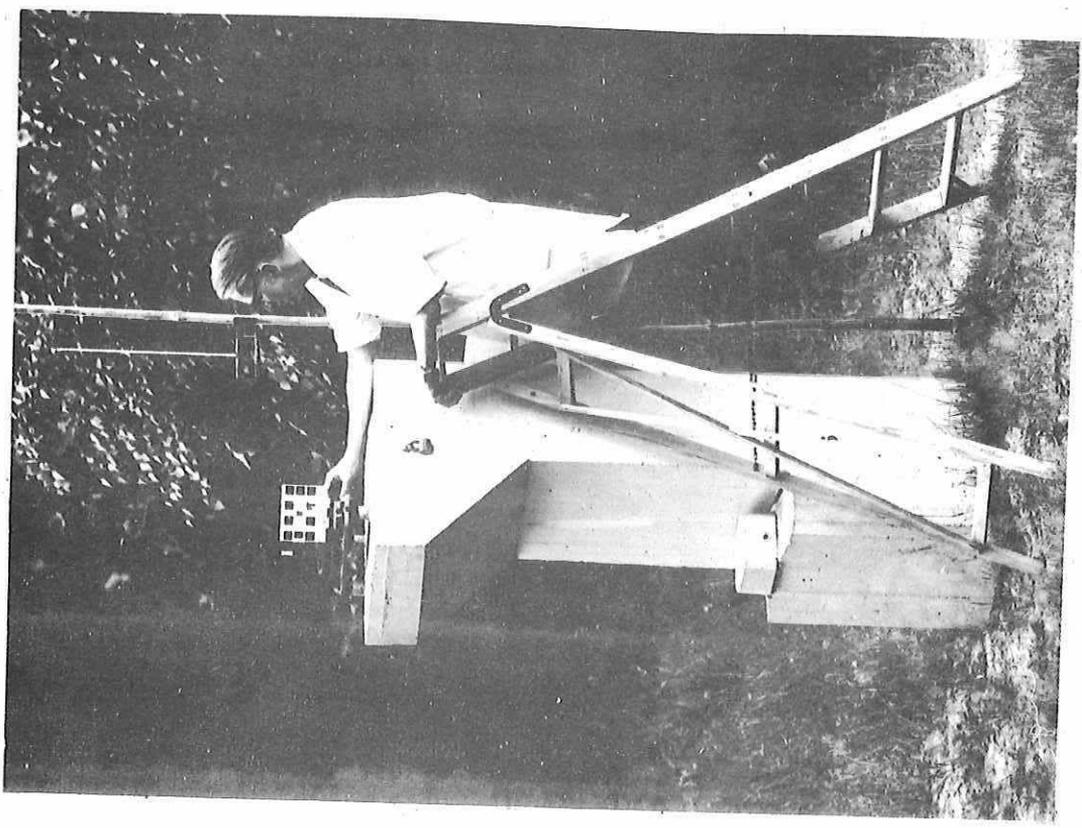


Abb. 21 Spiegelstation S<sub>3</sub>

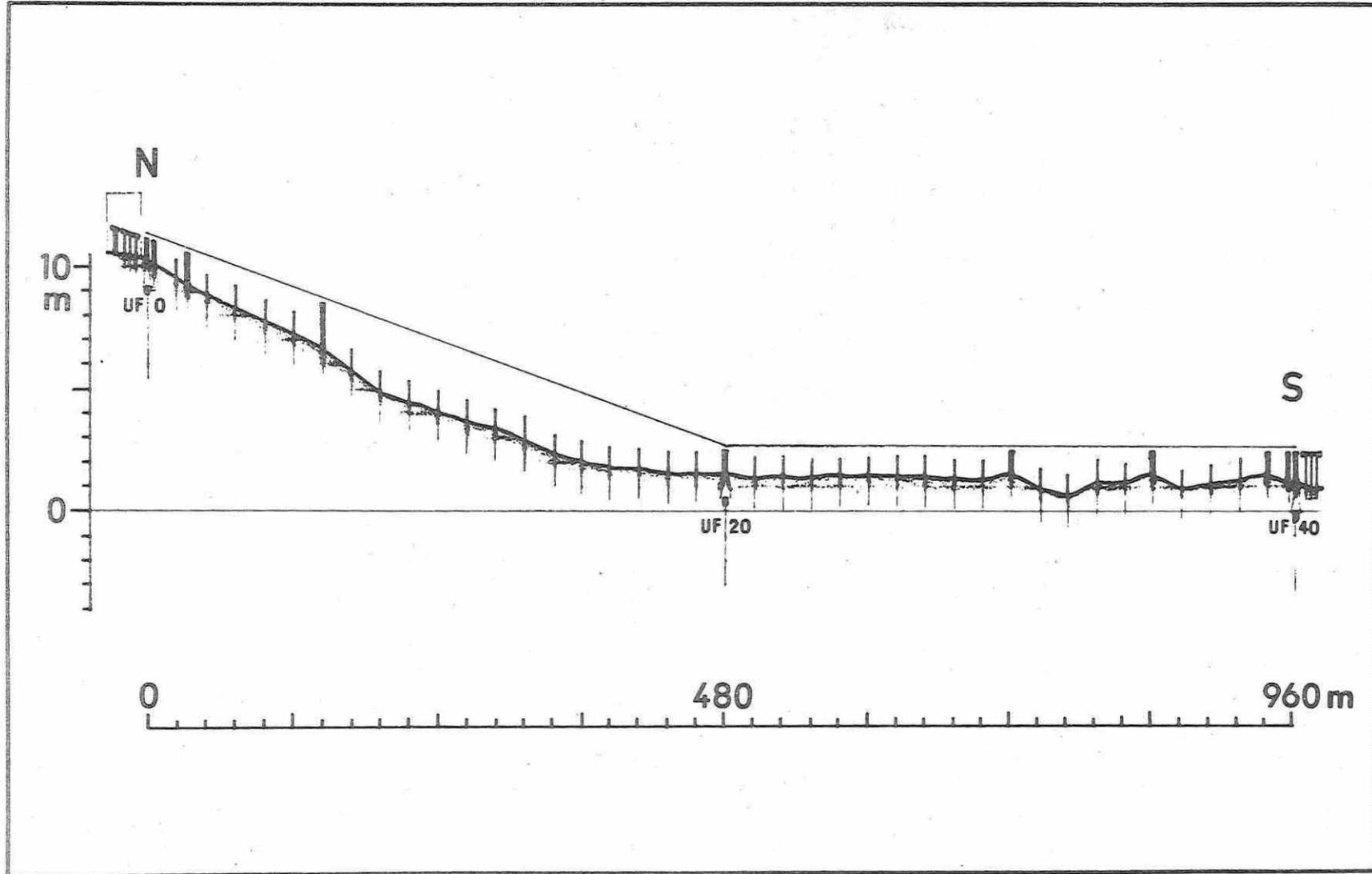


Abb. 23 Längsprofil der Basis

5. Abschätzung der wichtigsten Fehlereinflüsse5.1. Die Meßfehler, ihre Einteilung und zulässige Größe

Bei der hier vorgenommenen Fehlerabschätzung werden drei Gruppen von Fehlerquellen unterschieden: die Bestimmung der konstanten und der variablen Korrekturen sowie das Einhalten der Nullbedingungen. Dementsprechend werden die Meßfehler in drei Gruppen eingeteilt:

1. die Meßfehler der konstanten Korrekturen,
2. die Meßfehler der variablen Korrekturen,
3. die Abweichungen von den Nullbedingungen.

Die konstanten Korrekturen des Meßgeräts werden nur in größeren Zeitabständen bestimmt, da sie keinen oder nur langsamen Veränderungen unterworfen sind. Ihre Meßfehler verfälschen die mit dem Meßgerät erzielten Ergebnisse stets um den gleichen Betrag und in gleicher Richtung. Die variablen Korrekturen sind von den äußeren veränderlichen Bedingungen abhängig und werden bei jeder Messung mit dem Gerät neu bestimmt. Ihre Meßfehler sind im wesentlichen zufälliger Art, enthalten aber auch nicht erfaßbare systematische Anteile. - Nullbedingungen sind Forderungen, bestimmte Bezugsbedingungen einzuhalten. Abweichungen von ihnen entstehen durch unvollkommene Justierung, mangelnde mechanische Ausführung und Störungen mannigfacher Art. Sie werden im Meßprozeß quantitativ nicht gesondert erfaßt und wirken teils als systematische, teils als zufällige Fehler.

In der folgenden Übersicht sind die am Meßergebnis anzubringenden Korrekturen mit ihren mittleren Fehlern und die wichtigsten mittleren Fehler als Folge des Nichteinhaltens von Nullbedingungen zusammengestellt. Die Korrekturen der Gerätekonstanten sind in die Istmaße dieser Konstanten einbezogen.

Istmaß der Gerätekonstanten bzw. Korrektur	Mittl. Fehler
1. e - Länge des Quarzmaßes	$m_e$
d - Dicke der Spiegel $S_0$ bis $S_4$	$m_d$
d' - Dicke der Spiegelklötzchen $S_1'$ bis $S_3'$	$m_{d'}$
$\sigma$ - optisch wirksame Spiegelschichtdicke	$m_\sigma$
a - Länge der Lotstab-Meßschrauben	$m_a$
$k_h$ - Höhenreduktion	$m_{kh}$
2. $k_t$ - thermische Ausdehnung des Quarzmaßes	$m_{kt}$
$k_p$ - elastische Dehnung des Quarzmaßes	$m_{kp}$
$k_n$ - Refraktionskorrektur	$m_{kn}$
$\Delta r$ - Wegdifferenz der Lichtbündel	$m_{\Delta r}$
$k_A$ - Ablotekorrektur	$m_{kA}$
$k_a$ - thermische Ausdehnung der Lotstab-Meßschrauben	$m_{ka}$

3.  $\nu$  - Nichtparallelität der Spiegelebenen $m_y$  $m$  - mechanische Instabilitäten $m_m$ 

Die Länge der Basis-Nordhälfte ergibt sich gemäß (16) bzw. Abb. 24 aus der Gleichung

$$(25) \quad l_N = 480 e - 120 d_0 - 16 d_1 - 3 d_2 + d_4 + 120 d'_1 + 17 d'_2 + \\ + 4 d'_3 - 1235 \sigma - 0,5 a_0 + 0,5 a_4 + k_h + \\ + 480 (k_t + k_p) + 120 k_{n1} + 17 k_{n2} + 4 k_{n3} + k_{n4} + \\ + 60 \Delta r_1 + 8,5 \Delta r_2 + 2 \Delta r_3 + 0,5 \Delta r_4 - k_{A0} + k_{A4} - 0,5 k_{a0} + 0,5 k_{a4} .$$

Die hieraus abgeleitete Funktion für den mittleren Fehler von  $l_N$  lautet:

$$(26) \quad m_{l_N}^2 = 6,38 \cdot 10^5 m_e^2 + 2,30 \cdot 10^5 m_{d_0}^2 + 1,44 \cdot 10^4 m_{d_0}^2 + \\ + 1,44 \cdot 10^4 m_{d_1}^2 + 289 m_{d_2}^2 + 256 m_{d_1}^2 + 16 m_{d_3}^2 + \\ + 9 m_{d_2}^2 + m_{d_4}^2 + m_{k_h}^2 + 0,25 m_{a_0}^2 + 0,25 m_{a_4}^2 + \\ + 2,30 \cdot 10^5 m_{k_t}^2 + 2,30 \cdot 10^5 m_{k_p}^2 + 1,44 \cdot 10^4 m_{k_{n1}}^2 + \\ + 3,6 \cdot 10^3 m_{\Delta r_1}^2 + 289 m_{k_{n2}}^2 + 72 m_{\Delta r_2}^2 + 16 m_{k_{n3}}^2 + \\ + 4 m_{\Delta r_3}^2 + m_{k_{n4}}^2 + m_{k_{A0}}^2 + m_{k_{A4}}^2 + 0,25 m_{k_{a0}}^2 + 0,25 m_{k_{a4}}^2 + 0,25 m_{\Delta r_4}^2 + \\ + m_y^2 + m_m^2 .$$

Es wurde abgeschätzt, welche Größe den angeführten mittleren Fehlern zugebilligt werden kann. Der Schätzung ist zugrunde gelegt, daß der Fehleranteil der konstanten Korrekturen insgesamt  $1,5 \cdot 10^{-7}$  der Basislänge nicht überschreiten sollte, während für den der variablen Korrekturen und Nullbedingungen der doppelte Betrag zugelassen wurde, weil dieser Teil durch das Meßverfahren beeinflussbar ist und durch Wiederholungsmessungen, günstige Meßumstände und die Verfahrensweise selbst gesenkt werden kann.

Unter Berücksichtigung dessen, was im einzelnen erreichbar ist, erhält man etwa folgende zulässige mittlere Fehler [ $\mu\text{m}$ ]:

$m_e \leq 0,12$	$m_{d_0} \leq 0,05$	$m_{d_1} \leq 0,05$	$m_{k_h} \leq 30$
$m_{k_t} \leq 0,16$	$m_{d_1} \leq 0,4$	$m_{d_2} \leq 0,3$	$m_a \leq 10$
$m_{k_p} \leq 0,02$	$m_{d_2} \leq 2$	$m_{d_3} \leq 1,5$	$m_{k_a} \leq 20$
	$m_{d_4} \leq 6$	$m_\sigma \leq 0,02$	$m_{k_A} \leq 20$

$$\begin{array}{lll}
 m_{kn1} \leq 0,3 & m_{\Delta r1} \leq 0,6 & m_p \leq 40 \\
 m_{kn2} \leq 2 & m_{\Delta r2} \leq 4 & m_m \leq 50 \\
 m_{kn3} \leq 8 & m_{\Delta r3} \leq 15 & \\
 m_{kn4} \leq 30 & m_{\Delta r4} \leq 60 & 
 \end{array}$$

Die Summe der Fehlerquadrate ergibt mit diesen Werten

$$m_{1N} \leq \pm 0,16 \text{ mm} \quad (\cong 3,3 \cdot 10^{-7}) .$$

Diese Abschätzung gilt auch für den Fall, daß die angegebenen Werte als Meßunsicherheiten aufgefaßt werden.

## 5.2. Die konstanten Korrekturen

### 5.2.1. Die Meßfehler des Quarzmaßes und der Spiegel

In Abb. 24 ist abgeleitet, mit welchem Betrage die Plattendicken der Spiegel in das Endergebnis eingehen. Die in der Abbildung gewählte Schreibweise zeigt gegenüber der Darstellung in Gleichung (25), daß die Gesamtlänge effektiv nur durch drei Plattendicken vergrößert wird, während sonst nur Dickendifferenzen das Ergebnis beeinflussen. Dadurch werden bei der Dickenmessung nicht erfaßte systematische Fehler weitgehend eliminiert.

Die höchste Anforderung wird an die Messung des Quarzmaßes gestellt. Der zugelassene relative mittlere Fehler wird mit  $0,12 \mu\text{m}/\text{m} \cong 1,2 \cdot 10^{-7}$  angegeben. Der kleinste zugelassene relative mittlere Fehler für eine Plattendicke beträgt demgegenüber  $0,05 \mu\text{m}/20 \text{ mm} \cong 2,5 \cdot 10^{-6}$ .

### 5.2.2. Der Meßfehler der optisch wirksamen Dicke der Spiegelschichten

Quarzmaßlänge und Plattendicke beziehen sich auf die mechanischen Oberflächen der Quarzkörper. Die Reflexionen der Lichtstrahlen für den Längenvergleich der Spiegelabstände erfolgen aber an den aufgedampften Spiegelschichten. Wenn ihre optisch wirksame Dicke auch sehr gering ist, so ist ihr Einfluß als konstante Korrektur doch in Rechnung zu setzen.

Am Aufbau der vier Multiplikationsstufen sind 12 Spiegelschichten beteiligt. Bezeichnet man die optisch wirksame Schichtdicke an der Vorderseite einer Spiegelplatte mit  $\sigma$ , diejenige an der Rückseite mit  $\sigma'$  und die Schichtdicke auf einem Spiegelklötzchen mit  $\sigma''$ , dann läßt sich die Korrektur für das Endergebnis wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned}
 27) \quad k_{\sigma} &= -480 \sigma_{-1} - 600 \sigma_0 - 119 \sigma'_0 - 136 \sigma_1 - 16 \sigma'_1 + 120 \sigma''_1 - \\
 &\quad - 20 \sigma_2 - 3 \sigma'_2 + 17 \sigma''_2 - 3 \sigma_3 + 4 \sigma''_3 + \sigma_4 .
 \end{aligned}$$

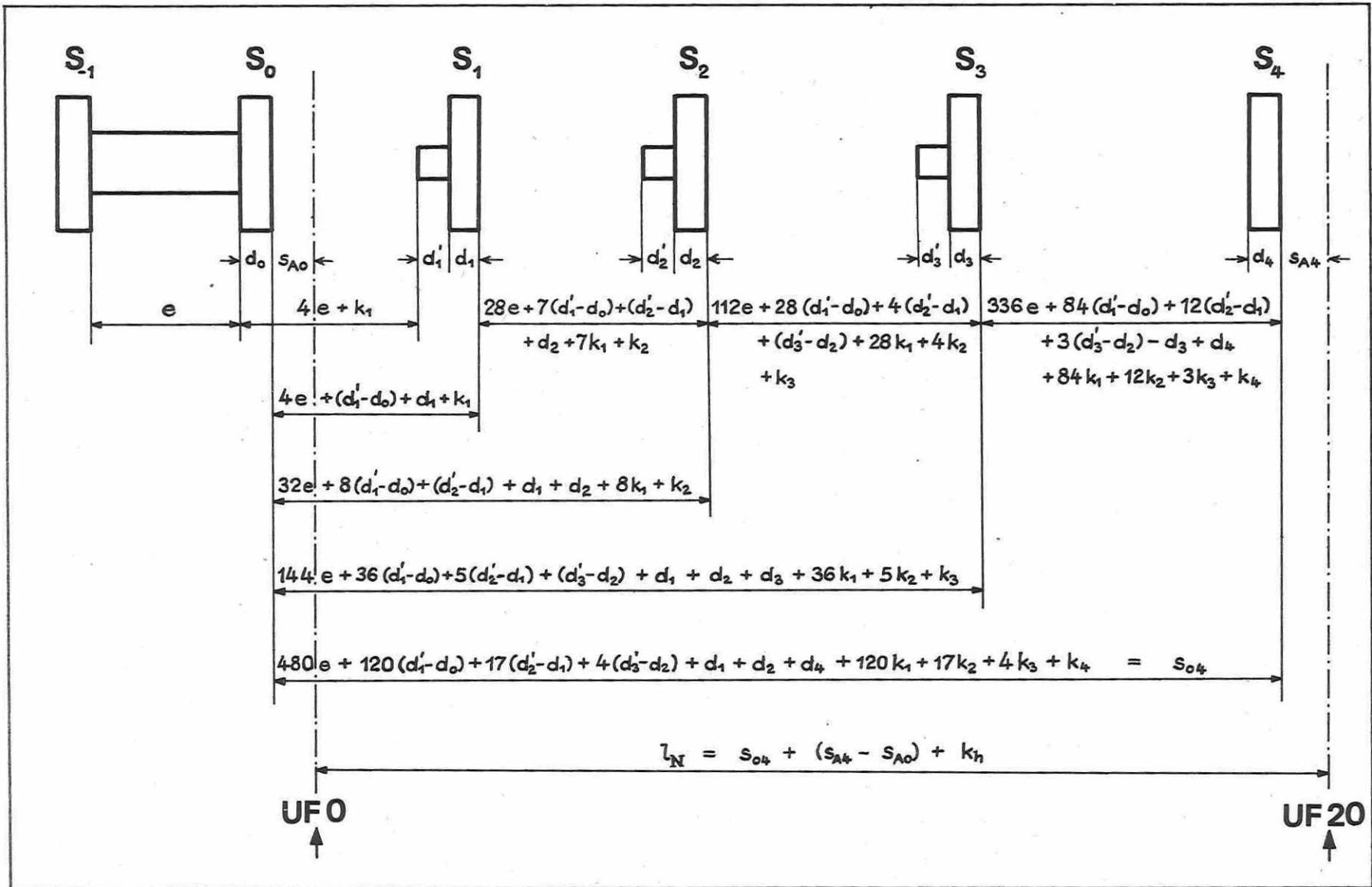


Abb. 24 Die Ableitung der Basislänge  $l_N$

Die Indizes beziehen sich auf die betreffenden Spiegel. Wenn alle Spiegelschichten die gleiche Dicke  $\sigma$  haben, läßt sich die Korrektur zusammenfassen zu dem Wert

$$k_{\sigma} = -1235 \sigma .$$

Wegen der in gewissen Grenzen schwankenden Schichtdicken ist es gerechtfertigt, für die Fehlerrechnung (26) den Ausdruck (27) anzuwenden.

### 5.2.3. Die Meßfehler der Lotstab-Meßschrauben

Die Lotstab-Meßschrauben sind für die Antastung an den Meßflächen der Spiegel mit sphärisch geschliffenen Glasenden versehen (siehe Abb. 15). Der Krümmungsradius der sphärischen Endflächen ist mit  $r = 130$  mm festgelegt. Da die Spiegelflächen gegenüber den Lotstabachsen geneigt sind, wird bei der Antastung mit den Meßschrauben ein systematischer Fehler auftreten. Auf Grund der Messungsanordnung entstehen aber am Streckenanfang bei  $S_0$  wie am Streckenende bei  $S_4$  gleich große Fehler mit entgegengesetzten Vorzeichen, so daß sie sich in der Summe aufheben. Ebenso wird ein systematischer Längenfehler der Meßschrauben eliminiert.

### 5.2.4. Der Meßfehler der Höhenreduktion

Die geneigte Interferenzstrecke ist auf das Niveau der unterirdischen Festlegung UF 40 zu reduzieren. Die Projektion auf die Niveaufläche, die durch UF 40 bestimmt ist, wird als Kreisbogen mit dem hier zutreffenden Krümmungsradius

$$R_0 = R + H \approx 6378,7 \text{ km}$$

angenommen. Den Krümmungsradius  $R$  erhält man aus der Beziehung

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N} .$$

$\alpha$  ist das Azimut der Basis, und  $M$  und  $N$  sind die Meridian- und Querkrümmungshalbmesser in der geographischen Breite  $\varphi$  der Basis. Mit  $\alpha \approx 29^{\circ}18'$ ,  $\varphi \approx 52^{\circ}22,5'$  und der Höhe von UF 40 über NN  $H = 47$  m erhält man den oben angegebenen Wert für  $R_0$ . Die Reduktion erfolgt in den drei bekannten Schritten (siehe Abb. 25):

1. Übergang von der geneigten Strecke  $s$  zur horizontalen Strecke  $s'$  :

$$(28) \quad s' = s - \frac{\Delta h^2}{2s} - \frac{\Delta h^4}{8s^3} - \frac{\Delta h s}{2R_0} .$$

$\Delta h$  ist die Höhendifferenz zwischen Anfang und Ende der Strecke  $s$ .

2. Übergang von der horizontalen Strecke  $s$  zum Kreisbogen  $b$  :

$$(29) \quad b = s' + \frac{1}{24} \frac{s^3}{R_0^2} .$$

3. Übergang vom Kreisbogen  $b$  zum Kreisbogen  $b_0$  im Niveau UF 40 :

$$(30) \quad b_0 = b - b \frac{\Delta h_0}{R_0} .$$

$\Delta h_0$  ist der Höhenunterschied zwischen  $b$  und  $b_0$ .

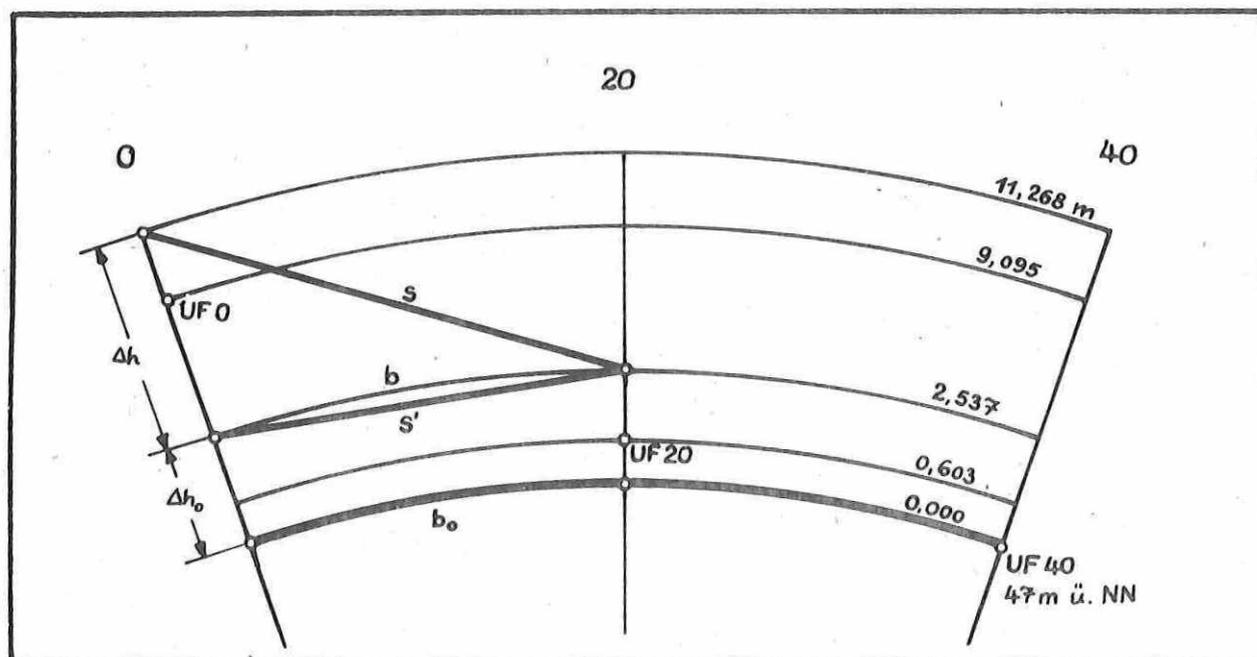


Abb. 25 Höhenreduktion der Interferenzstrecke

Für die Zusammenfassung in der Höhenreduktion  $k_h$  kann mit ausreichender Näherung  $b = s$  und  $R_0 = R$  gesetzt werden:

$$(31) \quad k_h = -\frac{\Delta h^2}{2s} - \frac{\Delta h^4}{8s^3} - \frac{\Delta h s}{2R} + \frac{s^3}{24R^2} - \frac{\Delta h_0 s}{R} .$$

Mit den Werten  $\Delta h = 8,731$  m,  $\Delta h_0 = 2,537$  m,  $s = 480,12$  m und  $R = 6379$  km erhält man aus (31) die Funktion für den mittleren Fehler von  $k_h$ :

$$(32) \quad m_{k_h}^2 = 3,32 \cdot 10^{-4} m_{\Delta h}^2 + 5,66 \cdot 10^{-9} m_{\Delta h_0}^2 + 2,77 \cdot 10^{-8} m_s^2 + 6,63 \cdot 10^{-21} m_R^2 .$$

Die Forderung  $m_{k_h} \leq 30 \mu\text{m}$  wird erfüllt durch

$$m_{\Delta h} \leq 1,3 \text{ mm}, \quad m_{\Delta h_0} \leq 10 \text{ cm}, \quad m_s \leq 10 \text{ cm}, \quad m_R \leq 1 \text{ km} .$$

Hier zeigt sich, daß der Höhenunterschied der Endpunkte der Interferenzstrecke sehr genau gemessen werden muß. Dieser Höhenunterschied muß dann auch mit der gleichen Sicherheit bei der Antastung mit den Lotstab-Meßschrauben eingehalten werden.

### 5.3. Die variablen Korrekturen

#### 5.3.1. Die Meßfehler der veränderlichen Quarzmaßkorrekturen

Die thermische Längenausdehnung des Quarzmaßes wird nach der Beziehung

$$(33) \quad k_t = a(t - 20 \text{ }^\circ\text{C}) + b(t - 20 \text{ }^\circ\text{C})^2$$

und die vom Luftdruck abhängige elastische Dehnung nach der Beziehung

$$(34) \quad k_p = c(p - 760 \text{ Torr})$$

korrigiert. Die Koeffizienten  $a$  und  $b$  in (33) sind die Produkte aus den Längentemperaturkoeffizienten  $\alpha$  bzw.  $\beta$  mit der Quarzmaßlänge  $1 \text{ m}$ . Die Funktionen der mittleren Fehler lauten mit der Annahme von Näherungswerten  $a \approx 0,5 \mu\text{m grad}^{-1}$ ,  $b \approx 0,005 \mu\text{m grad}^{-2}$  und  $c \approx 0,001 \mu\text{m Torr}^{-1}$ :

$$(35) \quad m_{kt}^2 = (0,5 + 0,01 \Delta t)^2 m_{\Delta t}^2 + \Delta t^2 m_a^2 + \Delta t^4 m_b^2,$$

$$(36) \quad m_{kp}^2 = 1 \cdot 10^{-6} m_{\Delta p}^2 + \Delta p^2 m_c^2.$$

Hierin ist für  $(t - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = \Delta t$  und für  $(p - 760 \text{ Torr}) = \Delta p$  gesetzt. Sollen die Fehler  $m_{kt} = 0,15 \mu\text{m}$  und  $m_{kp} = 0,02 \mu\text{m}$  eingehalten werden, dann sind für die Bestimmung von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\Delta t$  und  $\Delta p$  etwa folgende Fehler zulässig:

Tab. 3. Fehlergrenzen für die Bestimmung der thermischen und elastischen Längenausdehnung des Quarzmaßes

$\Delta t$ [grad]	$m_a$ [ $\mu\text{mgrad}^{-1}$ ]	$m_b$ [ $\mu\text{mgrad}^{-2}$ ]	$m_{\Delta t}$ [grad]	$\Delta p$ [Torr]	$m_c$ [ $\mu\text{mTorr}^{-1}$ ]	$m_{\Delta p}$ [Torr]
0	$\infty$	$\infty$	0,3	0	$\infty$	20
5	0,02	0,003	0,2	5	0,003	15
10	0,01	0,001	0,2	10	0,001	15
15	0,005	0,000 4	0,15	15	0,001	10
20	0,004	0,000 2	0,15	20	0,000 7	10

Die Meßfehler der thermischen Ausdehnung des Quarzmaßes haben am Gesamtfehler der Interferenzmessung bedeutenden Anteil, zumal die Meßtemperatur im Felde meist größere Abweichungen von  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  haben wird. Darum ist der Bestimmung der thermischen Längenausdehnung des Quarzmaßes besondere Beachtung zu schenken. Der Luftdruck dagegen hat auf die Quarzmaßlänge nur geringen Einfluß. Er wird mit berücksichtigt, weil er leicht bestimmbar ist.

### 5.3.2. Die Meßfehler der Refraktionskorrektur

Die Refraktionskorrektur für eine Multiplikationsstufe ist im wesentlichen abhängig von der Differenz der mittleren Lufttemperatur entlang der in den jeweiligen Streckenabschnitten getrennt verlaufenden Lichtbündel. Die durch einen Temperaturunterschied  $\Delta t = t_1 - t_2$  in den beiden Streckenabschnitten  $s_1$  und  $s_2$  hervorgerufene Wegdifferenz der Lichtbündel beträgt

$$(37) \quad \Delta r = 2 s_2 \frac{\partial n}{\partial s} \Delta t ,$$

wenn mit  $s_2$  die aus der Multiplikation hervorgegangene Strecke bezeichnet wird.

Die am Messungsergebnis anzubringende Refraktionskorrektur  $k_n$  hat das gleiche Vorzeichen, ist aber nur halb so groß, weil eine Wegdifferenz  $\Delta r$  durch eine Verschiebung des dritten Spiegels um den Betrag  $1/2 \Delta r$  kompensiert wird:

$$(38) \quad k_n = s_2 \frac{\partial n}{\partial t} \Delta t .$$

$\partial n / \partial t$  ist die Änderung des Brechungsindex der Luft in Abhängigkeit von der Änderung der Lufttemperatur.

Es ist entsprechend [7] für die effektive Wellenlänge des weißen Lichtes  $\lambda \approx 0,556 \mu\text{m}$  und einen mittleren Partialdruck des Wasserdampfgehaltes in der Luft  $f = 7 \text{ Torr}$  (Mittelwert für Potsdam)

$$(39) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{1,415 \ 212 \ 6 \ p - 1,445 \ 5 \cdot 10^{-9}}{(1 + 0,003 \ 671 \ t)^2} .$$

Nach (39) ist zum Beispiel für mittlere atmosphärische Bedingungen  $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $p = 760 \text{ Torr}$ , für  $\Delta t = 1 \text{ grad}$  und  $s_2 = 1 \text{ m}$   $k_n \approx -1 \mu\text{m}$ . Auf die vier Interferenzstufen angewendet, nimmt  $k_n$  folgende Werte an:

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{lll} 1. \text{ Stufe} & (4 \text{ m}) & k_{n1} = 4 \mu\text{m} \frac{\partial n}{\partial t_1} \cdot 10^6 \Delta t_1 \\ 2. \text{ Stufe} & (32 \text{ m}) & k_{n2} = 28 \mu\text{m} \frac{\partial n}{\partial t_2} \cdot 10^6 \Delta t_2 \\ 3. \text{ Stufe} & (144 \text{ m}) & k_{n3} = 112 \mu\text{m} \frac{\partial n}{\partial t_3} \cdot 10^6 \Delta t_3 \\ 4. \text{ Stufe} & (480 \text{ m}) & k_{n4} = 336 \mu\text{m} \frac{\partial n}{\partial t_4} \cdot 10^6 \Delta t_4 \end{array} \right.$$

In das Endergebnis gehen diese Korrekturen mit unterschiedlichen Gewichten ein. Ihr Gesamteinfluß ist

$$(41) \quad \Sigma k_n = 120 k_{n1} + 17 k_{n2} + 4 k_{n3} + k_{n4}$$

$$(42) \quad \Sigma k_n = (480 \frac{\partial n}{\partial t_1} \Delta t_1 + 476 \frac{\partial n}{\partial t_2} \Delta t_2 + 448 \frac{\partial n}{\partial t_3} \Delta t_3 + 336 \frac{\partial n}{\partial t_4} \Delta t_4) \cdot 10^6 .$$

Nach (40) sind für  $k_{n1}$  die kleinsten, für  $k_{n4}$  die größten Werte zu erwarten, dafür geht  $k_{n1}$  mit dem größten Gewicht in das Endergebnis ein,  $k_{n4}$  aber mit dem kleinsten. In der Zusammenwirkung sind die Glieder fast gleichgewichtig.

Jedem  $k_n$ -Wert wurde in seinem Einfluß auf das Endergebnis ein Fehleranteil von  $30 \mu m$  zugebilligt. Danach sind für die Temperaturdifferenzen in den einzelnen Multiplikationsstufen etwa folgende mittlere Fehler zulässig:

$$m_{\Delta t1} = m_{\Delta t2} = 0,06 \text{ grad}, \quad m_{\Delta t3} = 0,07 \text{ grad}, \quad m_{\Delta t4} = 0,09 \text{ grad}.$$

### 5.3.3. Die Meßfehler der Wegdifferenzen

Restliche Wegdifferenzen der Lichtbündel, die durch Verschieben der Interferenzspiegel nicht mehr ausgeglichen werden konnten, werden mit Hilfe zweier Kompensatorplatten gemessen. Der Drehwinkel  $\alpha$  einer Kompensatorplatte wird durch Beobachten zweier Gegenstellungen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  ermittelt, die die gleiche Änderung  $\Delta r$  der Weglänge und damit die gleiche Stellung der Meßinterferenzen im Beugungsbild des Doppelspalts bewirken.

$$(43) \quad \alpha = \frac{1}{2} (\varphi_2 - \varphi_1) .$$

Mit  $m_{\varphi1} = m_{\varphi2} = m_\varphi$  ist

$$(44) \quad m_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_\varphi^2 .$$

Die Plattenstellungen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  werden an Teilkreisen mit einem Skalenwert von  $10^\circ$  abgelesen. Nimmt man an, daß die Schätzung auf  $\pm 2^\circ$  gelingt, dann dürfen unter Zugrundelegen allein der Schätzfehler die Platten bis zu einem Verschwenkungswinkel von  $35^\circ$  verwendet werden, um z.B. in der 4-m-Stufe für

$$m_{\alpha1} = \pm 1,4^\circ \rightarrow m_{\Delta r1} = \pm 0,6 \mu m$$

zu erhalten.

Wird festgelegt, daß die Einstellung der Spiegel so genau zu erfolgen hat, daß die Kompensatorplatten nur bis zu Drehwinkeln  $\alpha \leq 25^\circ$  benutzt werden, dann gelten für die Bestimmung der Plattenstellungen  $\varphi$  folgende zulässige mittlere Fehler:

	$m_{\Delta r}$	$m_\alpha$	$m_\varphi$
1. Stufe	$0,6 \mu m$	$0,02^\circ$	$0,03^\circ$
2. Stufe	$4 \mu m$	$0,14^\circ$	$0,20^\circ$
3. Stufe	$15 \mu m$	$0,52^\circ$	$0,75^\circ$
4. Stufe	$60 \mu m$	$2,06^\circ$	$2,99^\circ$

Die Messung der Wegdifferenzen wird nun aber wesentlich von der Fluktuation der Interferenzen beeinflusst. Um zu einem brauchbaren Mittelwert zu gelangen, werden die Interferenzen in jeder Plattenstellung mehrfach beobachtet:

$$\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13}, \dots, \varphi_{1n}; \quad \varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}, \dots, \varphi_{2n}.$$

Der Drehwinkel  $\alpha$  ist dann

$$(45) \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{1}{n} \sum_1^n (\varphi_{21} - \varphi_{11}),$$

und der mittlere Fehler wird

$$(46) \quad m_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{n} m_{\varphi}^2.$$

Es wird von Fall zu Fall zu prüfen sein, ob  $m_{\alpha}$  die zulässige Größe überschreitet.

#### 5.3.4. Meßfehler der Ablotekorrektionen

Die veränderlichen Ablotekorrektionen  $k_A$  sind eine Funktion der Meßschraubenablesungen  $M_N$  und  $M_S$  beim Antasten der Spiegel, der Libellenablesungen  $L_{N1}$ ,  $L_{N2}$  und  $L_{S1}$ ,  $L_{S2}$ , des Skalenwertes  $p$  der Libelle und der Lotstablänge  $l$  (siehe Abb. 26)

$$(47) \quad k_A = 0,5 (M_N - M_S) + \frac{p}{4} (\Sigma L_S - \Sigma L_N).$$

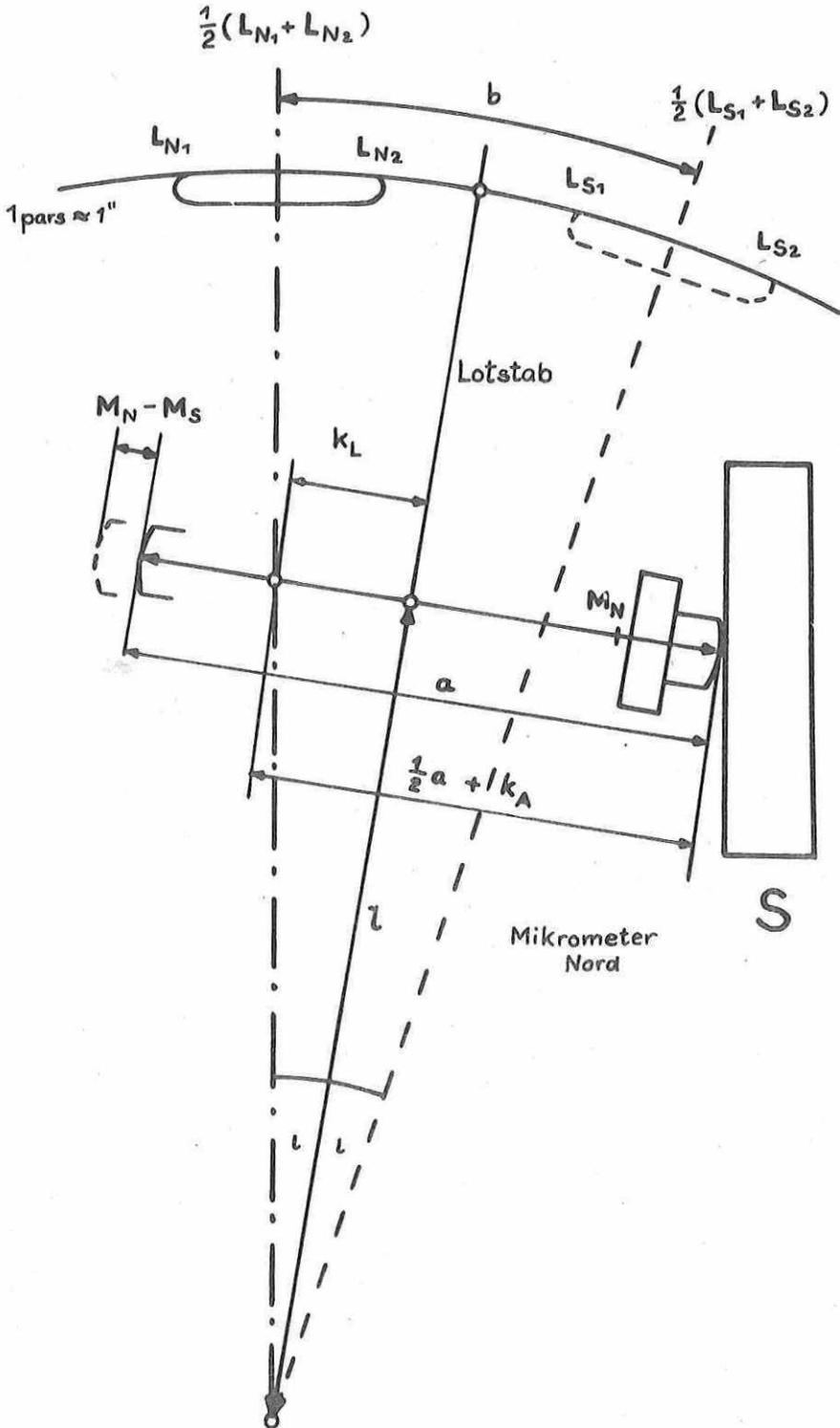
Die Indizes  $N$  und  $S$  beziehen sich auf die Stellungen des Meßstabes in Orientierung "Mikrometer Nord" und "Mikrometer Süd". Die Funktion des mittleren Fehlers lautet mit den Näherungswerten  $p \approx 1''$ ,  $l \approx 2$  m,  $\Sigma L_S - \Sigma L_N = 10$  pars

$$(48) \quad m_{kA}^2 = 0,5 m_M^2 + 25 m_L^2 + 625 m_p^2 + 1,5 \cdot 10^{-10} m_l^2.$$

Der Faktor 25 hat die Dimension  $[\mu\text{m}^2]$ , 625  $[\mu\text{m}^2/(")^2]$ . Soll  $m_{kA} \leq 20 \mu\text{m}$  sein, dann muß eingehalten werden

$$m_M \leq 20 \mu\text{m}, \quad m_L \leq 2 \text{ pars}, \quad m_p \leq 0,3'', \quad m_l \leq 6 \text{ dm}.$$

Das sind Forderungen, die weiten Spielraum lassen und die Leistungsfähigkeit dieses mechanischen Abloteverfahrens nicht ausschöpfen.



## 6. Prüfungen und Erprobung des Interferenzkomparators

### 6.1. Beglaubigung und Untersuchung der Endmaße

#### 6.1.1. Beglaubigung der Endmaßlängen

Die Länge der Quarzendmaße, die Dicke der Interferenzspiegel und die optisch wirksame Dicke der Spiegelschichten wurden vom Amt für Standardisierung, Meßwesen und Warenprüfung (ASMW) gemessen und beglaubigt. Die erreichten Meßunsicherheiten genügen den gestellten Forderungen. Die beglaubigten Ergebnisse sind in Tab. 4 zusammengestellt. Die darin angegebenen Meßunsicherheiten beziehen sich auf eine statistische Sicherheit von 95 % ; eine Übertragung in eine statistische Sicherheit von 68 % vermindert diese Werte um die Hälfte ihrer Größe.

Es sind zwei komplette Sätze Quarzendmaße und Spiegel vorhanden. Der Satz I wurde für Voruntersuchungen verwendet, der Satz II diente den Interferenzmessungen. Einige Spiegel wurden ausgetauscht, weil die Geräte bei den Messungen längere Zeit den Einflüssen der Atmosphäre ausgesetzt waren und das Reflexionsvermögen mehrerer Spiegelschichten gelitten hatte.

Zu den Endmaßen gehören ferner die Lotstab-Meßschrauben, deren Längen ebenfalls vom ASMW gemessen wurden. Die Anforderung an die Meßunsicherheit beträgt hierbei nur  $\pm 10 \mu\text{m}$ . Die Ergebnisse sind:

$$a_0 = 138,544 \text{ mm} \pm 2 \mu\text{m}, \quad a_4 = 215,550 \text{ mm} \pm 2 \mu\text{m} .$$

Hier wie im folgenden sind die Meßunsicherheiten mit einer statistischen Sicherheit von 68 % angegeben.

#### 6.1.2. Die thermische Längenausdehnung der Quarzendmaße

Die Länge der Endmaße wurde bei 20 °C bestimmt. Ihre Anwendung erfolgt aber bei Temperaturen, die häufig von 20 °C wesentlich abweichen. In Tab. 3 ist nachgewiesen, wie genau die Längentemperaturkoeffizienten (im folgenden kurz Temperaturkoeffizienten genannt) der Quarzmaße bekannt sein müssen.

Die Herstellerfirma Quartz & Silice S.A. Paris teilte mit, daß der lineare Temperaturkoeffizient des gelieferten Quarzglas von 0 bis 1000 °C

$$\alpha = 0,54 \cdot 10^{-6} \text{ grd}^{-1}$$

beträgt. Dieser Mittelwert kann den hier gestellten Anforderungen im Temperaturwendungsbereich von 0 bis 20 °C nicht genügen. Darum wurde eine eigene Untersuchung der thermischen Längenausdehnung des verwendeten Quarzglas durchgeföhrt.

Der Winter 1971/72 bot die Möglichkeit, die Länge eines Quarzmaßes mit 5 thermisch untersuchten 24-m-Invardröhren auf dem 24-m-Interferenzkomparator [33] bei den Temperaturen 0°, 10° und 20 °C zu vergleichen. Da die Meßunsicherheit eines interfero-

Tab. 4. Die Gerätekonstanten

(Meßunsicherheit nach Angabe der prüfenden Stelle  
mit einer statistischen Sicherheit von 95 % )

Symbol	Datum	Meßwert [mm]	Meß- unsicherheit [ $\mu\text{m}$ ]
<b>Länge der Quarzendaße</b>			
Q(I)	6.4.71	1 000,047 275	$\pm 0,15$
Q(II)	6.4.71	1 000,048 775	$\pm 0,15$
<b>Dicke der Interferenzspiegel</b>			
S <sub>0</sub> (II)	16.6.71	20,006 513	$\pm 0,015$
S <sub>1</sub> (II)	16.6.71	20,004 398	$\pm 0,02$
S <sub>2</sub> (II)	16.6.71	20,005 084	$\pm 0,02$
S <sub>4</sub> (II)	16.6.71	20,006 8	$\pm 0,4$
K <sub>1</sub> (II)	16.6.71	20,007 165	$\pm 0,01$
K <sub>2</sub> (II)	16.6.71	20,004 58	$\pm 0,015$
K <sub>3</sub> (II)	16.6.71	20,005 342	$\pm 0,02$
S <sub>2</sub> (I)	10.8.72	20,006 33	$\pm 0,02$
S <sub>4</sub> (I)	10.8.72	20,008 42	$\pm 0,02$
K <sub>2</sub> (I)	10.8.72	20,006 12	$\pm 0,02$
K <sub>4</sub>	23.8.72	8,024 8	$\pm 0,3$
<b>Optisch wirksame Dicke der Spiegelschichten</b>			
$\sigma$	16.6.71	0,000 012	$\pm 0,015$

metrischen Längenvergleichs bei  $1 \cdot 10^{-7}$  liegt und die Temperaturkoeffizienten der Invardrähte mit einer Reproduzierbarkeit  $m_\alpha = 2 \cdot 10^{-8} \text{ grad}^{-1}$  angegeben sind, war aus der Beobachtungsspanne von 20 grad für den Temperaturkoeffizienten des Quarzmaßes eine Meßunsicherheit ebenfalls in der Größenordnung  $10^{-8} \text{ grad}^{-1}$  zu erwarten. Der Ansatz für die rechnerische Ausgleichung der Beobachtungen lautete unter Berücksichtigung von (33):

$$(49) \quad k_{tQ} = \frac{1}{24} (l_D + k_{tD} - \Delta l - \Sigma k) - l_Q = a (t - 20 \text{ }^\circ\text{C}) + b (t - 20 \text{ }^\circ\text{C})^2 .$$

Hier bedeuten  $k_{tQ}$  die Korrektur der thermischen Ausdehnung des Quarzmaßes,  $l_D$  die Drahtlänge bei 20 °C,  $k_{tD}$  die Korrektur der thermischen Ausdehnung des Invardrahtes,  $\Delta l$  die interferometrisch gemessene Differenz zwischen der Länge eines Invardrahtes und der 24fachen Quarzmaßlänge,  $\Sigma k$  die Summe der Korrekturen für die interferenz-optische Multiplikation,  $l_Q$  die Länge des Quarzmaßes bei 20 °C und  $a, b$  die Temperaturkoeffizienten des Quarzmaßes, multipliziert mit der Länge 1 m. Im Ergebnis wurde erhalten

$$a = (0,480 \pm 0,026) \mu\text{m grad}^{-1}, \quad b = (0,009 \pm 0,001) \mu\text{m grad}^{-2}$$

bei einem Gewichtseinheitsfehler von  $m_0 = \pm 0,27 \mu\text{m}$ .

Der erhaltene Wert für den linearen Temperaturkoeffizienten liegt dem für Quarz allgemein angegebenen von 0,42 näher. Sein errechneter mittlerer Fehler ließe Messungen bis zu  $\Delta t = 5 \text{ grad}$  zu. Die Größe des quadratischen Temperaturkoeffizienten überschreitet den erfahrungsgemäßen Wert 0,001 erheblich; eine Erklärung dafür läßt sich auf Grund der Untersuchungen nicht geben. - Später ergab sich die Möglichkeit, einen Temperaturkoeffizienten aus den interferometrischen Basismessungen selbst abzuleiten. Sie erfolgten bei Temperaturen zwischen 0 und 18 °C, wobei angenommen wurde, daß die Basislänge in dieser Zeit unverändert blieb. Das Ergebnis dieser Rechnung ist auf Seite 75 mitgeteilt.

### 6.1.3. Die thermische Ausdehnung der Spiegel und Lotstab-Meßschrauben

In der Interferenzstrecke ist die Dicke von drei Interferenzspiegeln enthalten, die zusammen 60 mm beträgt. Die Spiegel bestehen aus Quarzglas. Die Rechnung zeigt, daß erst bei einer Temperaturdifferenz von 20 grad eine Korrektur für die Basislänge von 1  $\mu\text{m}$  erreicht wird; deshalb wird die thermische Ausdehnung der Spiegel vernachlässigt.

Anders verhält es sich mit den Lotstab-Meßschrauben. Für die Berechnung ihrer thermischen Längenausdehnung ist es wegen der nur kleinen Längen ausreichend, die Standardwerte für die thermische Ausdehnung und auf 1 bis 2 grad genäherte Temperaturen zu benutzen.

#### 6.1.4. Parallelität und Unterstützung der Quarzendmaße

Bei der Unterstützung in den günstigsten Punkten soll ein Quarzendmaß von der Fertigung her parallele Endflächen haben. Wie gut diese Parallelität gelungen ist, geht aus den Absolutmessungen beim ASMW hervor. Die Messungen wurden an vier Stellen der Kreisringflächen vorgenommen; jeweils zwei Stellen liegen in einem Abstand von 40 mm einander gegenüber. Die Längendifferenzen zwischen diesen gegenüberliegenden Stellen betragen:

beim Quarzendmaß  $Q_I$   $0,16 \mu\text{m}$  und  $0,20 \mu\text{m}$  ,

beim Quarzendmaß  $Q_{II}$   $0,08 \mu\text{m}$  und  $0,10 \mu\text{m}$  .

Danach liegt die Parallelität von  $Q_I$  bei  $1''$ , von  $Q_{II}$  bei  $0,5''$ . Bestätigt wird diese Aussage durch eine Prüfung des Maßes  $Q_I$  mit Hilfe der Autokollimation.

Für die Anwendung bei Interferenzmessungen auf der Basis müssen an den Endflächen eines Quarzmaßes die Spiegel  $S_{-1}$  und  $S_0$  angesprengt werden. Dazu wurde festgelegt, daß die Orientierung der Spiegel am Quarzmaß so erfolgt, daß der restliche, von der Fertigung herrührende Keilwinkel der Endflächen eine horizontale Scheitellinie hat. Durch Variation der Unterstützungspunkte ist es dann möglich, Endflächen und Spiegel sehr genau parallel zu stellen. Die Unterstützungspunkte, die die zusätzliche Belastung des Quarzmaßes berücksichtigen, wurden neu berechnet.

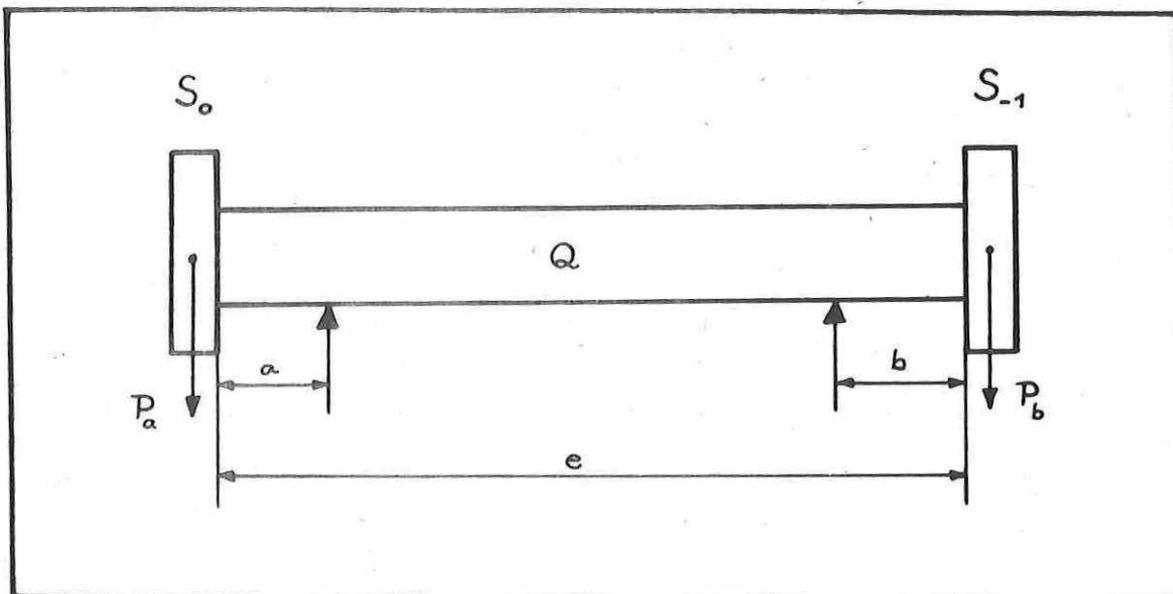


Abb. 27 Unterstützung eines Quarzendmaßes

Für die Bedingung, daß die Biegelinie eines Maßes am Ende parallele Tangenten hat, stehen die Abstände  $a$  und  $b$  der Unterstützungspunkte von den Enden des Maßes (siehe Abb. 27) in folgender Beziehung:

$$(50) \quad a' = \frac{1 - 3 b' (1 - 2 P_{b'})}{3 + 6 P_{a'} - 6 b' (1 + P_{a'} + P_{b'})} .$$

In dieser Gleichung sind statt  $a$  und  $b$  die relativen Längen  $a'$  und  $b'$  und statt  $P_a$  und  $P_b$  die relativen Kräfte  $P_{a'}$  und  $P_{b'}$  angegeben, um eine dimensionslose Beziehung zu erhalten. Es ist

$$a' = \frac{a}{e}, \quad b' = \frac{b}{e}, \quad P_{a'} = \frac{P_a}{Q}, \quad P_{b'} = \frac{P_b}{Q},$$

wobei  $e$  die Länge des Endmaßes,  $P_a, P_b$  die an den Enden zusätzlich wirkenden Kräfte und  $Q$  das Gewicht des Endmaßes bezeichnen. Für die verwendeten Quarzmaße und Spiegel ist

$$e = 100 \text{ cm}, \quad Q = 1,265 \text{ kp}, \quad P_a = 0,539 \text{ kp}, \quad P_b = 0,319 \text{ kp}.$$

Damit geht die Gleichung (50) über in

$$a' = \frac{1 - 3,692 b'}{5,308 - 9,692 b'} .$$

Zu Werten für  $b'$  von 0 bis 0,27 findet man Werte für  $a'$  von 0 bis 0,19.

Wie genau die Unterstützungspunkte eingestellt werden müssen, geht aus den beiden nachstehenden Ableitungen für die auftretenden Neigungswinkel  $\nu_a$  und  $\nu_b$  an den beiden Enden des Maßes hervor. Hier ist vorausgesetzt, daß der zu  $b$  gehörige Unterstützungspunkt bei der Veränderung von  $a$  unverändert bleibt.

$$(51) \quad \begin{cases} \nu_a = \frac{Q l^2 g}{24 E J} [2 a'^2 - 4 a' (1 + P_{b'}) + 3 + 8 P_{a'}] da' , \\ \nu_b = \frac{Q l^2 g}{24 E J} [2 a'^2 + 4 a' (2 + 3 P_{a'} + 8 P_{b'}) - 3 - 8 P_{a'}] da' . \end{cases}$$

Mit den Werten für die verwendeten Quarzmaße  $E = 660\,000 \text{ kp/cm}^2$  und  $J = 11,88 \text{ cm}^4$  gehen die Gleichungen (51) über in

$$\nu_a = + 81'' da', \quad \nu_b = - 63'' db' .$$

Eine Verschiebung des Unterstützungspunktes bei  $a$  um 1 cm bewirkt demnach Endflächeneigungen  $\nu_a$  und  $\nu_b$  von  $+0,8''$  bzw.  $-0,6''$ .

#### 6.1.5. Ebenheit und Planparallelität der Interferenzspiegel

Die Auswertung interferometrischer Ebenheitsprüfungen ergab, daß bei den bis  $166 \times 100 \text{ mm}^2$  großen Spiegeln die Interferenzstreifen auf 0,1 bis 0,2 Streifenbreiten gerade sind. Nur bei dem  $187 \times 100 \text{ mm}^2$  großen Spiegel  $S_3$  kommt zum Rande hin eine Abweichung von 0,5 Streifenbreiten vor, die hier in ihrer Auswirkung auf die vierte Interferenzstufe bedeutungslos ist. Die auftretenden Krümmungen der Spiegelflächen

haben generell Radien über 100 km. Die Planparallelität der Spiegel wird vom Hersteller mit 2" angegeben.

## 6.2. Prüfung des Kompensators

Beim VEB Carl Zeiss Jena wurde die Brechung der verwendeten Gläser BK 7 (Kron) und F 2 (Flint) untersucht. Um das Dickenverhältnis der aus ihnen zu fertigenden Kompensatorplatten festlegen zu können [38], wurden aus den Messungen für drei speziell ausgewählte Wellenlängen die zugehörigen Brechungszahlen berechnet. Sie betragen:

Wellenlänge [ $\mu\text{m}$ ]	Brechungszahl Kron	Brechungszahl Flint
$\lambda_1 = 0,458\ 3193$	$n_1 = 1,524\ 646$	$n_{1'} = 1,637\ 574$
$\lambda_2 = 0,546\ 0724$	$n_2 = 1,518\ 850$	$n_{2'} = 1,624\ 730$
$\lambda_3 = 0,632\ 8255$	$n_3 = 1,515\ 200$	$n_{3'} = 1,617\ 165$

Die Wellenlängen beziehen sich auf Standardluft 15 °C, 760 Torr, 0,03 %  $\text{CO}_2$ , 59 % relative Feuchte. Die Meßunsicherheit der Brechungszahlen liegt bei  $1 \cdot 10^{-5}$  n.

Zu dem errechneten Dickenverhältnis  $d'/d = 0,471\ 144$  und der Vorgabe, daß die Kompensation einer Wegdifferenz der Lichtbündel von 2 mm noch möglich ist, wurden für die Kron- und Flintplatten entsprechende Dickenwerte gewählt und in der Fertigung wie folgt realisiert:

Kron	Flint
$d_1 = 27\ 068,7\ \mu\text{m}$	$d_{1'} = 12\ 754,5\ \mu\text{m}$
$d_2 = 27\ 067,4\ \mu\text{m}$	$d_{2'} = 12\ 755,2\ \mu\text{m}$
$d_3 = 27\ 067,0\ \mu\text{m}$	$d_{3'} = 12\ 753,9\ \mu\text{m}$
<hr/>	<hr/>
Mittel $d = 27\ 067,7\ \mu\text{m}$	$d' = 12\ 754,6\ \mu\text{m}$

Die Meßunsicherheit beträgt  $\pm 0,1\ \mu\text{m}$ .

Die folgende Abschätzung zeigt, daß diese Messungsunterlagen ausreichen, um bis zu einem Drehwinkel  $\alpha = 50^\circ$  eine optische Wegdifferenz auf  $\pm 0,1\ \mu\text{m}$  genau zu messen. Zwischen der optischen Wegdifferenz  $\Delta r$  und dem Drehwinkel  $\alpha$  besteht die Beziehung

$$(52) \quad \Delta r = \left\{ \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - (n - 1) \right\} d - \left\{ \sqrt{n'^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - (n' - 1) \right\} d' .$$

Die Fehlerfunktion für  $m_{\Delta r}$  lautet

$$(53) \quad m_{\Delta r}^2 = N^2 + D^2 + A^2$$

mit

$$N^2 = \left( \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} - 1 \right)^2 d^2 m_n^2 + \left( \frac{n'}{\sqrt{n'^2 - \sin^2 \alpha}} - 1 \right)^2 d'^2 m_n'^2 ,$$

$$D^2 = \left( \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - n + 1 \right)^2 m_d^2 + \\ + \left( \sqrt{n'^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - n' + 1 \right)^2 m_d'^2 ,$$

$$A^2 = \left\{ \left( \sin \alpha - \frac{\sin 2 \alpha}{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d - \left( \sin \alpha - \frac{\sin 2 \alpha}{2 \sqrt{n'^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d' \right\}^2 m_\alpha^2 .$$

Mit den Zahlenwerten  $n = 1,519$ ,  $n' = 1,625$ ,  $d = 27,07$  mm,  $d' = 12,75$  mm und Meßunsicherheiten von  $u_n = u_n' = \pm 0,000 015$ ,  $u_d = u_d' = \pm 0,1 \mu\text{m}$  und  $u_\alpha = \pm 1^\circ$  erhält man die in Tab. 5 angeführten Meßunsicherheiten der optischen Wegdifferenz  $u_{\Delta r}$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ . Zu ihrer Berechnung wurden in der Funktion (53) die mittleren Fehler  $m$  durch Meßunsicherheiten  $u$  ersetzt. Danach sind die Einflüsse der Fehler von  $n$  und  $d$  vernachlässigbar klein gegenüber denen der Drehwinkelfehler.

Tab. 5. Meßunsicherheit der optischen Wegdifferenz

$\alpha$ [°]	N [ $\mu\text{m}$ ]	D [ $\mu\text{m}$ ]	A [ $\mu\text{m}$ ]	$u_{\Delta r}$ [ $\mu\text{m}$ ]
0	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	0,11	0,11
20	0,01	0,00	0,22	0,22
30	0,02	0,00	0,35	0,35
40	0,04	0,01	0,51	0,51
50	0,06	0,02	0,69	0,70

Die Kompensatorstabelle für die Auswertung der Interferenzmessungen wurde für  $\lambda_2$  und die Mittelwerte  $d$  und  $d'$  nach der EDVgerechten Näherungsgleichung [ $\mu\text{m}$ ] berechnet:

$$(54) \quad \Delta r = \sum_1^n a_1 \sin^{2i} \alpha$$

$$\text{mit } a_1 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2i} \left( d \frac{n^{2i-1} - 1}{n^{2i-1}} - d' \frac{n'^{2i-1} - 1}{n'^{2i-1}} \right)$$

und mit  $d = 27 067,7 \mu\text{m}$ ,  $d' = 12 754,6 \mu\text{m}$ ,  $n = 1,518 85$  und  $n' = 1,624 73$

$$\Delta r = 2171,123 \sin^2 \alpha + 1195,239 \sin^4 \alpha + 755,691 \sin^6 \alpha + \\ + 519,077 \sin^8 \alpha + 378,591 \sin^{10} \alpha + 289,195 \sin^{12} \alpha + \\ + 229,101 \sin^{14} \alpha + 186,833 \sin^{16} \alpha .$$

### 6.3. Untersuchungen zur Refraktionsbestimmung

#### 6.3.1. Die Methode zur Messung der Lufttemperatur

Die Erfassung des Refraktionseinflusses der Luft auf die Interferenzmessung wird zurückgeführt auf die Bestimmung der mittleren Lufttemperatur in den einzelnen Streckenabschnitten. Als wichtigster Parameter geht die Temperaturdifferenz der beiden Streckenabschnitte einer jeden Interferenzstufe in die Korrektionsrechnung ein.

Die Grundaufgabe besteht darin, die mittlere Lufttemperatur in einem Streckenabschnitt  $\overline{AB}$  zu messen; sie beträgt

$$t_{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AB}} \int_A^B t(s) ds .$$

Es wurde auf das einfache Verfahren zurückgegriffen, die Temperatur entlang der Messungslinien punktweise zu erfassen und die mittleren Temperaturen als allgemeine arithmetische Mittel unter Berücksichtigung der Abstände der Meßstationen zu berechnen. Bei einem solchen Verfahren treten zwei Arten von Fehlern auf:

1. Fehler durch die Linearisierung. Bei der Bildung des allgemeinen arithmetischen Mittels wird angenommen, daß zwischen den Meßstationen ein lineares Temperaturgefälle besteht; das ist jedoch nicht der Fall.
2. Fehler der Temperaturermittlung an den einzelnen Stationen. Die an den Thermometern abgelesene Temperatur weicht von der wirklichen Temperatur der umgebenden Luft mehr oder weniger ab.

In der Fehlerabschätzung wurde nachgewiesen, daß die Temperaturdifferenzen in den vier Interferenzstufen mit etwa gleicher Sicherheit gemessen werden müßten. Daraus folgt, daß die Meßstationen in den einzelnen, sehr unterschiedlich langen Streckenabschnitten so zu verteilen sind, daß die mittleren Temperaturen dieser Abschnitte etwa gleich genau erhalten werden.

Für die Verteilung der Meßstationen ergaben sich mit Beachtung der beiden Fehlerarten folgende Richtlinien:

1. Unter der Annahme gleichartiger Temperaturverteilung erhält man in den verschiedenen langen Streckenabschnitten mittlere Temperaturen mit gleicher Meßunsicherheit, wenn die Meßstationen gleiche Abstände haben.
2. Unter der Annahme gleichwertiger Temperaturbestimmung an den einzelnen Stationen erhält man in den verschiedenen langen Streckenabschnitten mittlere Temperaturen mit gleicher Meßunsicherheit, wenn jeder Abschnitt die gleiche Anzahl von Meßstationen hat.

Die Streckenabschnitte haben Längen von 1, 4, 28, 112, 336 m. Es ist nicht möglich, beide Richtlinien in gleicher Weise zu erfüllen.

Die Aufnahme von Temperaturprofilen längs der Basis-Nordhälfte brachte den Hinweis,

daß am ungeschützten Nordende der Basis mit den kurzen Streckenabschnitten die Temperaturgradienten etwas größer als im weiteren Basisverlauf sind und hier auch im Hinblick auf die Fehlerart 1 ein geringerer Abstand der Meßstationen erforderlich ist. Ausreichend genähert im Hinblick auf die erwartete Meßunsicherheit erscheint die getroffene Lösung, bei der 17 Stationen an folgenden Stellen der Meßstrecke eingerichtet wurden [m]:

-1,0 -0,5 0,0 2,0 4,0 13,3 22,7 32,0 60,0 88,0 116,0 144,0 211,2  
278,4 345,6 412,8 und 480,0.

Die nachstehende Zusammenstellung gibt eine Übersicht über die Abstände und die Anzahl der Meßstationen:

Länge der Teilstrecke [m]	1	4	32	144	336
Abstand der Meßstationen [m]	0,5	2,0	9,3	28,0	67,2
Anzahl der Meßstationen	3	3	4	5	6

Die Temperaturdifferenzen in den vier Interferenzstufen lassen sich genähert erfassen nach

$$(55) \left\{ \begin{array}{l} \Delta t_1 = 0,25 t_1 + 0,50 t_2 - 0,50 t_4 - 0,25 t_5 ; \\ \Delta t_2 = 0,25 t_3 + 0,50 t_4 + 0,08 t_5 - 0,33 t_6 - 0,33 t_7 - 0,17 t_8 ; \\ \Delta t_3 = 0,17 t_5 + 0,33 t_6 + 0,33 t_7 + 0,04 t_8 - 0,25 t_9 - \\ \quad - 0,25 t_{10} - 0,25 t_{11} - 0,12 t_{12} ; \\ \Delta t_4 = 0,12 t_8 + 0,25 t_9 + 0,25 t_{10} + 0,25 t_{11} + 0,03 t_{12} - \\ \quad - 0,20 t_{13} - 0,20 t_{14} - 0,20 t_{15} - 0,20 t_{16} - 0,10 t_{17} . \end{array} \right.$$

Die mittleren Fehler der Temperaturdifferenzen als Folge der mittleren Fehler  $m_t$  der Temperaturerfassung an den einzelnen Stationen betragen

$$m_{\Delta t_1} = 0,79 m_t, \quad m_{\Delta t_2} = 0,75 m_t, \quad m_{\Delta t_3} = 0,67 m_t, \\ m_{\Delta t_4} = 0,61 m_t .$$

Zur Erfüllung der gestellten Forderungen muß der mittlere Fehler der Temperaturbestimmung an einer Station kleiner als 0,1 grd sein. Günstig wirkt sich der Umstand aus, daß die systematischen Fehleranteile durch die Differenzbildung eliminiert werden.

### 6.3.2. Prüfung der Thermometer

Die eingesetzten Quecksilberthermometer tragen eine Teilung mit einem Skalenwert von 0,1 grd. An den Stellen 0, 4, 8, 12, 16, 20° wurden vom Meteorologischen Dienst Korrektionswerte auf 0,01 grd ermittelt.

#### 6.4. Untersuchung der Abloteeinrichtungen

##### 6.4.1. Prüfung der Libellen

Die Libellen wurden 1967 im Geodätischen Institut Potsdam geprüft. Die Ergebnisse sind

Libelle Nr. 502 (Lotstab 0 m)

Skalenwert  $1''10 \pm 0''16$  bei  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  zwischen Strich 20 und 41,

Libelle Nr. 3520 (Lotstab 480 m)

Skalenwert  $1''07 \pm 0''10$  bei  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  zwischen Strich 21 und 42.

Die Unsicherheit der Angabe ist hier die Abweichung der auf Blasenmitte bezogenen Meßwerte von der ausgleichenden linearen Funktion.

##### 6.4.2. Erprobung des Ablotens

Das Abloten erfolgt durch Antasten der Meßschraube am Spiegel. Libelle und Mikrometer sind abzulesen, wenn die Meßschraube den Spiegel berührt. Um Justierfehler und Exzentrizitäten zu eliminieren, wird die Messung wiederholt, nachdem der Lotstab um  $180^{\circ}$  gedreht wurde. Das Antasten ist der wesentliche und kritische Teil des Meßvorganges. Ursprünglich war daran gedacht, im Falle der Berührung NEWTONsche Ringe zu beobachten. Die Meßschraube mit ihren sphärisch geschliffenen Endstücken aus Glas und ihrer Durchbohrung war dazu eingerichtet worden. Die Erkennbarkeit bereitete jedoch Schwierigkeiten. Es wurde ein anderes, sicheres und empfindliches Kriterium für den Augenblick der Berührung gefunden: die Libelle. Sie reagiert sehr deutlich, wandert ruckartig aus und geht nach der Lösung des Kontaktes in ihre Ausgangsstellung zurück. Die Reproduzierbarkeit dieser Art des Antastens liegt bei  $\pm 2\text{ }\mu\text{m}$ ! Der mittlere Fehler einer einzelnen Ablotung, abgeleitet aus Doppelbeobachtungen, beträgt  $\pm 10\text{ }\mu\text{m}$ . Voraussetzung für eine sichere Ablotung ist die ausreichende Temperierung der Libelle. Die Blase einer nicht temperierten Libelle bleibt nicht stehen. Ein gut justierter und austemperierter Lotstab, der gut gehalten ist, kann über Tage hin ohne Nachjustieren für Ablotungen benutzt werden.

#### 6.5. Erfahrungen beim Aufsuchen und Beobachten der Interferenzen

##### 6.5.1. Das Justieren der Spiegel

Für das Zustandekommen der Interferenzerscheinung muß der vorgegebene geometrische Strahlengang hergestellt werden. Dazu gehört, daß Kollimator und Fernrohrachse die vorgeschriebene Richtung haben und die Spiegel untereinander streng parallel und im richtigen Abstand voneinander stehen.

Von diesen Justierarbeiten ist das Ausrichten der Spiegel besonders diffizil. Erstens bringt die Kopplung der Interferenzstufen die einschränkende Bedingung, daß Spiegel, die an einer Multiplikation soeben beteiligt waren, bei der folgenden unangetastet stehen bleiben, um Abstandsänderungen und damit Meßfehler I. Ordnung zu

vermeiden. Zweitens bleibt ein einmal justierter Zustand nicht über Stunden mit der geforderten Genauigkeit erhalten. Bodenerschütterungen, Wärmeeinwirkungen und Wind verändern die Spiegelrichtungen und möglicherweise auch die Spiegelabstände.

Für das Parallelstellen der Spiegel hat sich die Laserautokollimation sehr gut bewährt. Der reflektierte rote Laserstrahl wird auf einen roten Schirm in eine zentrale Markierung projiziert. Dieser Vorgang, der das Ausrichten eines Spiegels je nach Wetterlage auf etwa  $\pm 1$  bis  $2''$  gewährleistet, ist der erste Schritt der Feinjustierung. Der zweite Schritt erfolgt dadurch, daß die im Fernrohr nun sichtbaren Beugungsbilder des vom Kollimatorspalt ausgesendeten Lichtes zur Deckung gebracht werden. Dabei bleiben zwei von den drei Spiegeln einer Interferenzstufe unverändert stehen, und es wird nur der Spiegel nachjustiert, der an der vorangegangenen Interferenz-optischen Multiplikation nicht beteiligt war.

Die großen Entfernungen bergen ihre besonderen Schwierigkeiten in sich. So wird der reflektierte Laserstrahl vom entferntesten Spiegel  $S_4$  selten in der Nähe des Laser-Kollimator-Objektivs eintreffen. Wird er dort nicht gefunden, so muß er von  $S_4$  her durch Abgehen der Strecke schrittweise einjustiert werden.

Die vier Interferenzstufen werden von 6 Spiegeln gebildet. Dadurch, daß die Stufen miteinander gekoppelt sind, ist es theoretisch ausreichend, zwei Spiegel durch Autokollimation parallel zu stellen. Mit ihrer Stellung ist die der anderen vier Spiegel grundlegend vorbestimmt [31]. Ein Autokollimationsfehler bei diesen zwei Spiegeln wirkt gesetzmäßig auf die übrigen Spiegel ein. Um die Wirkung begangener Autokollimationsfehler auf ein Minimum zu reduzieren, werden die am weitesten voneinander entfernten Spiegel  $S_4$  und  $S_2$  der vierten Interferenzstufe als Ausgangsspiegel behandelt, die nach der Autokollimation nicht mehr nachjustiert werden; die anderen werden nach ihnen eingestellt. Zu vertreten ist auch ein Verfahren, bei dem von den Spiegeln  $S_3$  und  $S_2$  ausgegangen wird.

Das Aufsuchen der Interferenzen geschieht in dieser Reihenfolge: Eine geodätische Vormessung hat die Spiegelabstände auf etwa  $\pm 1$  mm festgelegt. Der Einsatz einer Quecksilber-Spektrallampe mit einem grünen Interferenzfilter läßt die Beobachtung von Interferenzen über einen Verstellbereich des jeweils entferntesten Spiegels von  $\pm 0,4$  mm zu. Durch Abfahren der Grenzen kann die Mitte auf mindestens  $\pm 0,04$  mm gefunden werden. Der Einsatz einer HBO-Lampe mit grünem Interferenzfilter gestattet die Beobachtung von Interferenzen über eine Spiegelverstellung von  $\pm 30 \mu\text{m}$ . Nach einer Mittelung hier sind die Interferenzen im weißen Licht dann sehr schnell zu finden. Die einmal so eingestellten Spiegel bewahren die Abstände ausreichend sicher, um bei folgenden Interferenzmessungen im Wechsel von HBO- und weißer Glühlampe die Interferenzen im Bereich des optischen Kompensators wiederzufinden.

Beim Beginn einer Interferenzmessung müssen alle Spiegel so gut ausgerichtet sein, daß die geometrischen Bedingungen des Strahlengangs hinreichend erfüllt und die Stellungen des Kompensators bekannt sind, bei denen die Interferenzen zu erwarten sind. Zeitlichen umweltbedingten Änderungen der Spiegellagen kann nur durch zügiges Messen begegnet werden.

### 6.5.2. Die atmosphärischen Bedingungen

Ein Lichtstrahl, der die 480-m-Strecke einmal hin und zurück durchläuft, erleidet durch die Refraktion der Luft die gleiche Verzögerung, die eine 50 cm dicke Glasplatte erzeugen würde. Dieser Vergleich mag eine Vorstellung davon geben, welche Anforderungen an die Homogenität der Luft gestellt werden, um das auf verschiedenen Wegen durch sie hindurchgehende Licht interferenzfähig zu halten! In der Tat bereiten die atmosphärischen Bedingungen bei Interferenzmessungen über große Entfernungen oft die größten Schwierigkeiten. Es treten drei Effekte auf, die das Zustandekommen und Beobachten des Interferenzbildes erschweren oder verhindern:

1. Die Beugungsbildchen im Fernrohr flackern hin und her und decken sich nur in kurzen Augenblicken.
2. Die Wegdifferenzen der Lichtbündel ändern sich in rascher Folge, so daß die Interferenzen nur kurz auftauchen oder unerkant vorüberhuschen.
3. Die Interferenzen werden durch die Turbulenz der Atmosphäre zerstört.

Möglicherweise tritt noch ein vierter, langzeitiger Effekt auf, der auf Dispersionserscheinungen beruht, weil das eine Teilbündel eine andere Farbverschiebung erleidet als das andere.

Die wichtige Frage ist, welche Witterungsbedingungen die Beobachtung der Interferenzen ermöglichen; sie ist mit den Merkmalen Sonne, Wolken, Wind, Niederschlag und Temperatur nicht allgemeingültig zu beantworten. Es wurden schon bei heiterem Himmel alle Interferenzen gesehen, während bei völliger Bedeckung und leichtem Nieselregen, dem sprichwörtlichen "Interferenzwetter", die Bilder so unruhig waren, daß keine Interferenzen beobachtet werden konnten.

Aus den bisherigen Erfahrungen können jedoch etwa folgende Hinweise abgeleitet werden: Meist günstig sind geringe Temperaturunterschiede zwischen Tag und Nacht, bedeckter Himmel, schwacher Wind oder Flaute, der Spätnachmittag bis zum Sonnenuntergang und die Zeit etwa 1 bis 2 Stunden nach Sonnenuntergang. Immer ungünstig sind starke Temperaturänderungen, Strahlungswetter, starker und böiger Wind, hohe Luftfeuchtigkeit, Tau. Ausgeglichene Verhältnisse herrschen oft im Herbst.

Eine größere Anzahl Interferenzmessungen zur vorliegenden Arbeit sind dadurch unbrauchbar geworden, daß sich während der Durchführung des Meßprogramms die atmosphärischen Bedingungen plötzlich änderten und noch fehlende Beobachtungen unmöglich machten. Der Ausfall einer Interferenzstufe macht alle vorangegangenen Justierarbeiten und Messungen zunichte. Günstiges Beobachtungswetter muß über wenigstens 5 Stunden anhalten.

## 7. Die Messungen und ihr Ergebnis

### 7.1. Messungsprogramm

Zur Ableitung eines plausiblen Mittelwertes und zur Untersuchung seiner Reproduzierbarkeit wurde eine Reihe von Messungen bei unterschiedlichen atmosphärischen Bedingungen geplant. Eine Messung umfaßt den einmaligen Durchgang aller vier Interferenzstufen mit anschließenden Ablotungen. Es kann mit der ersten oder vierten Stufe begonnen werden. Die Erwartung, jede Messung im Hin- und Rückgang ausführen zu können, ließ sich bisher in keinem Falle verwirklichen. Die Arbeitsvorgänge einschließlich der Justage sind noch nicht soweit vereinfacht, daß die Durchführung einer Doppelmessung an einem Tage möglich gewesen wäre. Die Arbeiten für eine Messung und die Beobachtungen werden im allgemeinen von drei Personen ausgeführt. - Für die Übertragung der Maßeinheit von der Basis-Nordhälfte auf die Basis-Südhälfte mit Hilfe von Invardrähten war eine Messung vorgesehen.

### 7.2. Ablauf der Messungen

Die vier aufeinanderfolgenden interferenz-optischen Multiplikationen und die zugehörigen Ablotungen wurden bisher an 6 Tagen ausgeführt: am 29. Dezember 1971, am 17., 18., 20., 21. April und 26. Mai 1972. Das Wetter zeichnete sich an diesen Tagen durch verhältnismäßig geringe Temperaturänderungen aus (2 bis 7 grd in 24 Stunden), der Himmel war mit Ausnahme des Tages im Mai völlig bedeckt, während der Messungen im Dezember fiel leichter Schnee, im Mai gab es kurze Regenschauer, die Windstärken lagen zwischen 1 und 5 m/s. Die Messung im Dezember erfolgte noch ohne Berücksichtigung der Lufttemperatur und ohne Beobachtung der Interferenzen im unteren Spiegelbereich. Die Dauer einer Messung und die Namen des Meßpersonals gehen aus der folgenden Zusammenstellung hervor:

Datum	Dauer der Messung	Meßpersonal
29.12.71	7 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT, Ing. WAWRA
17. 4.72	10 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT, Ing. WAWRA
18. 4.72	6 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT
20. 4.72	5 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT, Dr. PAUSCHER, Ing. LANGER
21. 4.72	4 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT, Dr. WEISE, Ing. LANGER
26. 5.72	5 Std.	Dr. SCHÜLER, Dr. RAUHUT, Dr. REHSE

Die Angaben über die Dauer einer Messung lassen die Vorbereitungen bis zur Meßbereitschaft unberücksichtigt; für das Aussetzen der Leitern und Thermometer, der Spiegel und des Quarzmaßes wurden etwa eine Stunde, für die Autokollimation und das Einrichten der Strahlengänge mindestens zwei Stunden benötigt. Das Abbauen und Sicherstellen von Geräten nach einer Messung dauerte wiederum eine Stunde. Diese Zeiten können später reduziert werden, wenn die nötigen Schutzeinrichtungen vorhanden sind, die es gestatten, die Geräte für längere Zeit an ihrem Aufstellungsort zu belassen.

Die Messungen am 29.12. und am 18.4. begannen mit der vierten Interferenzstufe bei 480 m, die anderen Messungen mit der ersten Stufe, der Vervielfachung des Quarzmaßes. Am schwierigsten waren die Interferenzen in den Stufen 2 (wegen der hohen Vervielfachungszahl) und 4 (wegen der großen Entfernung) zu beobachten. Letztere zeigt eine besonders starke Abhängigkeit von den Witterungsbedingungen; die Stufe 2 ist gegen mechanische Instabilitäten sehr empfindlich. Die Interferenzen der ersten Stufe ließen sich bei jeder beliebigen Wetterlage beobachten, und auch die der dritten bereiteten verhältnismäßig wenig Schwierigkeiten. - Die Invardrahtmessungen der ganzen Basis erfolgten in den Tagen 2. bis 4. Mai 1972 mit Unterstützung von Geodäsie-Studenten der TU Dresden.

### 7.3. Die Ergebnisse der Interferenzmessungen

#### 7.3.1. Die Wegdifferenzen der Lichtbündel

Die mit den optischen Kompensatoren gemessenen Wegdifferenzen sind in Tab. 6 zusammengestellt. In den Spalten 3 und 4 sind die mittleren Fehler der Mittel aus den Beobachtungen der oberen bzw. unteren Interferenzen angegeben. Die "oberen" Interferenzen werden vom einfach reflektierten Lichtbündel in der mittleren und dem mehrfach reflektierten in der oberen Spiegelzone, die "unteren" Interferenzen von demselben einfach reflektierten Lichtbündel und dem mehrfach reflektierten in der unteren Spiegelzone erzeugt. Der Kompensator wurde in den Stufen 1 und 2 je Plattenverschwenkung vier- bis achtmal eingestellt und abgelesen, in den Stufen 3 und 4 jeweils drei- bis fünfmal. Im Vergleich mit den aufgestellten Fehlergrenzen ist zu erkennen, daß die Forderungen nach diesen Angaben erfüllt sind.

Es war zu erwarten, daß die Unterschiede  $\Delta r_o - \Delta r_u$  (Spalte 5) zwischen den aus "oben" und "unten" erhaltenen Wegdifferenzen besonders in der empfindlichen Stufe 2 größer sind als die mittleren Fehler  $m_{\Delta r}$ , weil in ihnen die Unparallelität der Spiegel im Zusammenhang mit der Multiplikationszahl zum Ausdruck kommt. Die Größe der wirklich aufgetretenen Unterschiede  $\Delta r_o - \Delta r_u$  in dieser Stufe aber war nicht zu erwarten. Hier wirken sich mechanische Instabilitäten aus, die in der Aufstellung des Quarzmaßes und des Spiegels  $S_1$  vermutet werden müssen und die das Endergebnis sehr ungünstig beeinflusst haben. Das Feldbuch enthält von der Messung Nr. 3 die Bemerkung, daß während der Beobachtung der Stufe 2 das Quarzmaß ein wenig nachjustiert wurde. Bei den folgenden Messungen unterblieben solche Nachjustierungen. Daß bei der Messung Nr. 5 wiederum ein großer Unterschied  $\Delta r_o - \Delta r_u$  in den Wegdifferenzen der Stufe 2 auftrat, konnte schon während der Messung durch ein deutlich verfolgbares, unkorrigierbares stetiges Wandern der Interferenzen vorausgesagt werden. Hier wurde nur die zuerst ermittelte Wegdifferenz "oben" für die Gesamtauswertung benutzt, weil diese den zeitlich engsten Anschluß an die zuvor gemessene Stufe 1 darstellt. Fehlende Angaben bei der Stufe 4 sind darin begründet, daß die Interferenzen nur in e i n e m Spiegelbereich beobachtet oder überhaupt nur einmal eingestellt wurden. Wie schon erwähnt, erfolgte die gesamte Messung Nr. 1 nur im oberen Spiegelbereich.

Aus der Spalte 6 geht hervor, daß der empfohlene Meßbereich des Kompensators,

Tab. 6. Die Wegdifferenzen

Nr. der Mes- sung	Stufe	$m_{\Delta r}$	$m_{\Delta r}$	$\Delta r_o - \Delta r_u$	$\Delta r$	c	c $\Delta r$
		(oben) [ $\mu m$ ]	(unten) [ $\mu m$ ]	[ $\mu m$ ]	Mittel [ $\mu m$ ]		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0,2	-	-	- 164,0	60	- 9 840
	2	0,5	-	-	-1037,5	8,5	- 8 819
	3	0,8	-	-	+ 358,7	2	+ 717
	4	0,2	-	-	- 35,2	0,5	- 18
							<u>-17 960</u>
2	1	0,6	0,2	3,3	- 364,0	60	-21 840
	2	1,3	0,9	18,4	- 105,7	8,5	- 898
	3	1,2	0,9	7,6	- 127,1	2	- 254
	4	-	-	-	- 19,3	0,5	- 10
							<u>-23 002</u>
3	1	0,4	0,3	1,3	- 226,8	60	-13 608
	2	1,6	1,0	56,9	- 749,8	8,5	- 6 373
	3	1,2	1,8	3,7	- 120,8	2	- 242
	4	0,6	-	-	- 88,8	0,5	- 44
							<u>-20 267</u>
4	1	0,3	0,3	2,8	- 245,7	60	-14 742
	2	1,2	1,5	9,2	- 782,4	8,5	- 6 650
	3	2,4	1,1	2,8	- 240,0	2	- 480
	4	0,6	-	-	- 94,2	0,5	- 47
							<u>-21 919</u>
5	1	0,4	0,4	0,4	- 194,0	60	-11 640
	2	1,2	4,1	48,2	-1187,1	8,5	-10 090
	3	1,9	2,0	7,4	- 237,5	2	- 475
	4	0,8	1,4	3,9	- 104,2	0,5	- 52
							<u>-22 257</u>
6	1	0,2	0,3	1,4	- 180,9	60	-10 854
	2	0,8	1,8	14,5	- 308,2	8,5	- 2 620
	3	1,4	1,0	9,4	+ 139,2	2	+ 278
	4	2,5	-	-	- 326,5	0,5	- 163
							<u>-13 359</u>

der vor allem in den Stufen 1 und 2 eingehalten werden sollte, in 5 Fällen überschritten wurde. Eine Plattenverschwenkung  $\alpha = 25^{\circ}$  kompensiert eine Wegdifferenz  $\Delta r = 346 \mu\text{m}$ . Die größeren Werte in der zweiten Stufe sind dadurch bedingt, daß sich eine Lageänderung der Spiegel besonders bei der höheren Multiplikationszahl auswirkt und eine Spiegelverschiebung unmittelbar vor einem Meßprogramm ungerne vorgenommen wurde.

### 7.3.2. Die Refraktionskorrekturen

Im Diagramm Abb. 28 ist der Verlauf der Lufttemperatur entlang der Basis dargestellt, wie er sich an vier Tagen während der Interferenzmessungen in den einzelnen Stufen ergab. Die aus den Messungen der Lufttemperatur abgeleiteten Refraktionskorrekturen sind in Tab. 7 zusammengestellt. Die  $\Delta t$ -Werte in der Spalte 3 geben jeweils den Unterschied zwischen der mittleren Lufttemperatur der Ausgangsstrecke und derjenigen der abgeleiteten Strecke einer Interferenzstufe an. Der größte Unterschied betrug  $0,4$  grad. In der Spalte 4 ist die mittlere Lufttemperatur angegeben, bei der eine Interferenzmessung erfolgte. Der Luftdruck in Spalte 5 gilt als Mittelwert für die Zeit einer Tagesmessung. Die Korrektionswerte in Spalte 6 sind nach Formel (38) berechnet und ihre Auswirkung auf das Gesamtergebnis in Spalte 8 zusammengefaßt.

Bei den erhaltenen Werten ist ein Zusammenhang zwischen der Temperatur, bei der eine Messung durchgeführt wurde, und der Größe des Refraktionseinflusses zu erkennen. Je kleiner  $t_m$  ist, um so größer ist  $\Sigma c \cdot k_n$ . Dieser Zusammenhang ist wahrscheinlich bedingt durch die Störung des Temperaturfeldes im Bereich des Beobachtungshauses am Basis-Mullpunkt. Die Größe der  $k_n$ -Werte wird aber auch bestimmt durch die unterschiedliche Abschirmung der Strecke vor Wind und die wechselnde Höhe der Messungslinie über dem Gelände.

Die Refraktion beeinflusst das Endergebnis mit Korrektionswerten in der Größenordnung  $2,5$  bis  $7 \cdot 10^{-7}$  der Streckenlänge. Bei den Interferenzmessungen auf der Basis-Südhälfte im Oktober 1964 durch das Finnische Geodätische Institut erreichte diese Korrektion nur die relative Größe  $4 \cdot 10^{-8}$ . Dies zeigt, daß der Bestimmung des Refraktionseinflusses auf der atmosphärisch besonders inhomogenen Basis-Nordhälfte besondere Beachtung geschenkt werden muß.

### 7.3.3. Die thermische Ausdehnung des Quarzmaßes

Auf Seite 59 wurde bereits darauf hingewiesen, daß der Temperaturkoeffizient des Quarzmaßes auch aus den Basismessungen selbst abgeleitet werden konnte. Zu diesem Zwecke wurde die Länge der Basis-Nordhälfte ohne thermische Korrektion des Quarzmaßes berechnet und die sich ergebenden Differenzen allein der thermischen Längenausdehnung des Quarzmaßes zugeschrieben.

Von den 6 Interferenzmessungen konnte die zweite vom 17.4.72 nicht verwendet werden. Darauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen. Dagegen wurde die erste Messung vom 29.12.71 mit einbezogen, obwohl sie keine Refraktionsbestimmung enthält.

Tab. 7 . Die Refraktionskorrekturen

Nr. der Messung	Stufe	$\Delta t^{1)}$ [grd]	$t_m$ [°C]	P [Torr]	$k_n$ [µm]	c	$c k_n^{1)}$ [µm]
1	2	3	4	5	6	7	8
2	1	+0,124	10,4	758	- 0,49	120	- 58,8
	2	+0,120	8,3		- 3,39	17	- 57,6
	3	+0,081	7,6		- 9,20	4	- 36,8
	4	+0,243	6,2		-83,6	1	<u>- 83,6</u> -236,8
3	1	+0,445	6,0	754	- 1,82	120	-218,4
	2	+0,181	6,5		- 5,15	17	- 87,6
	3	+0,004	7,2		- 0,95	4	- 3,8
	4	+0,183	7,3		-62,2	1	<u>- 62,2</u> -372,0
4	1	+0,200	10,9	762	- 0,80	120	- 96,0
	2	+0,203	10,5		- 5,67	17	- 96,4
	3	+0,026	10,1		- 2,91	4	- 11,6
	4	+0,014	9,3		- 4,7	1	<u>- 4,7</u> -208,7
5	1	+0,222	12,0	756	- 0,87	120	-104,4
	2	+0,079	11,6		- 2,17	17	- 36,9
	3	-0,018	11,2		+ 1,99	4	+ 8,0
	4	-0,003	11,0		- 1,0	1	<u>- 1,0</u> -134,3
6	1	+0,042	17,5	747	- 0,16	120	- 19,2
	2	+0,136	16,9		- 3,56	17	- 60,5
	3	-0,087	14,8		+ 9,26	4	+ 37,0
	4	+0,272	14,2		-87,2	1	<u>- 87,2</u> -129,9

1) Die letzte Dezimale ist nur Rechenstelle

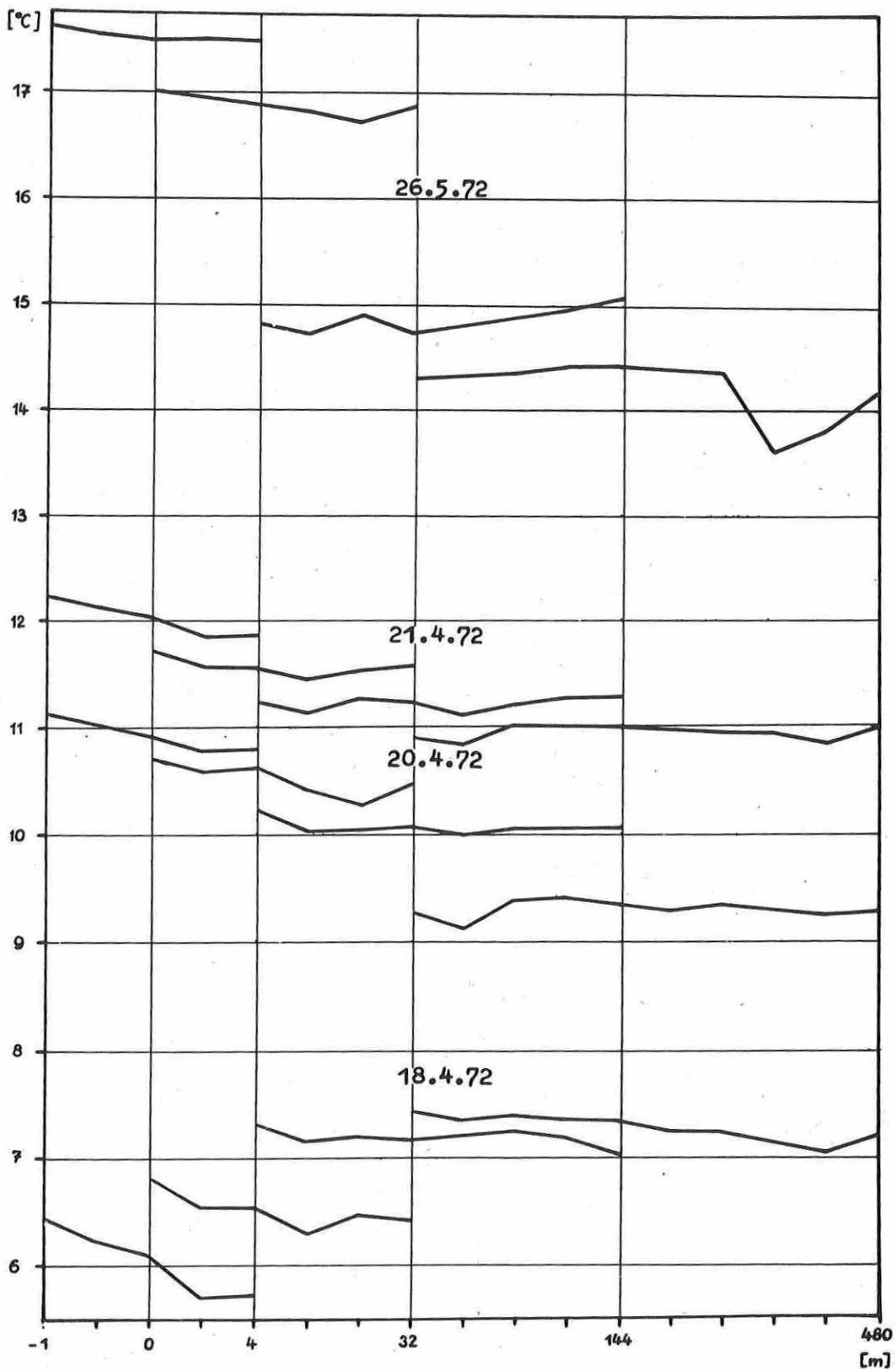


Abb. 28 Temperaturverteilung entlang der Basis

Sie hat hier besonderen Wert, weil ihre Meßtemperatur mit 19 grd den größten Abstand von 20 °C hat. Es wurde eine geschätzte Refraktionskorrektur eingeführt, wobei der Fehler der Schätzung gegenüber dem Einfluß der thermischen Ausdehnung des Quarzmaßes klein ist.

Der Rechenansatz für die Ausgleichung hat die Form

$$(56) \quad k_{tQ} = \frac{1}{480} (l_N - l_t) = a(t - 20 \text{ °C}) .$$

Es ist  $k_{tQ}$  die Korrektur der thermischen Längenausdehnung des Quarzmaßes,  $l_N$  die Basislänge,  $l_t$  die Basislänge ohne Korrektur der thermischen Längenausdehnung des Quarzmaßes (Beobachtung) und  $a$  der Temperaturkoeffizient des Quarzmaßes, multipliziert mit der Länge 1 m des Maßes.

Auf die Einführung eines quadratischen Temperaturkoeffizienten mußte verzichtet werden, weil bei der vorhandenen Streuung die Anzahl der Messungen zu gering ist. Als Koeffizient ergab sich

$$a = (0,475 \pm 0,032) \mu\text{m grd}^{-1}$$

in Übereinstimmung mit dem Wert, den die Vergleichsmessungen mit den Invardrähten für die Temperatur von  $t = 20 \text{ °C}$  erbrachten. Den Basismessungen wurde trotz der größeren Streuung ein besonderes Gewicht beigemessen. Die Korrektur der thermischen Längenausdehnung des Quarzmaßes erfolgte daraufhin bei der Auswertung der Interferenzmessungen nach der Beziehung

$$k_{tQ} = 0,48 \mu\text{m} (t - 20 \text{ °C}) .$$

#### 7.3.4. Die Länge der Basis-Nordhälfte

Gemäß Gleichung (25) ist Tab. 8 angelegt. Die Ergebnisse der 6 Messungen sind

1.	29.12.1971	480 m + 45,096 mm
2.	17. 4.1972	(+ 43,886 mm)
3.	18. 4.1972	+ 45,394 mm
4.	20. 4.1972	+ 45,005 mm
5.	21. 4.1972	+ 45,029 mm
6.	26. 5.1972	+ 45,289 mm
Mittelwert $l_N$		= 480 m + 45,163 mm

Mittlerer Fehler des Mittelwertes  $\pm 0,076 \text{ mm} \hat{=} \pm 1,6 \cdot 10^{-7}$

In die Mittelbildung wurde die zweite Messung nicht mit einbezogen. Sie enthält einen groben Fehler, der wahrscheinlich durch eine unkontrollierte Veränderung des 4-m-Abschnittes entstanden ist. Die Wartezeit vom Anschluß der zweiten Interferenzstufe an die erste betrug hier 3,5 Stunden. Während dieser Zeit war der Abstand der

Tab. 8. Berechnung der Interferenzmessungen

	1. Messung 29.12.1971 [mm]	2. Messung 17.4.1972 [mm]	3. Messung 18.4.1972 [mm]	4. Messung 20.4.1972 [mm]	5. Messung 21.4.1972 [mm]	6. Messung 26.5.1972 [mm]
$\Sigma e$	480022,6920	480022,6920	480022,6920	480022,6920	480022,6920	480022,6920
$\Sigma d, d'$ ,	+60,05854	+68,1311	+68,1311	+68,1311	+68,1311	+68,1102
$\Sigma a$	+60,9670	+38,5030	+38,5030	+38,5030	+38,5030	+38,5030
$k_h$	-79,9260	-79,9260	-79,9260	-79,9260	-79,9260	-79,9260
$\Sigma k_t, k_p$	- 4,4136	- 2,0126	- 3,0269	- 1,9157	- 1,6709	- 0,4210
$\Sigma \Delta r$	-17,9590	-23,0023	-20,2673	-21,9195	-22,2574	-13,3586
$\Sigma k_n$	- 0,2160	- 0,2368	- 0,3720	- 0,2087	- 0,1343	- 0,1299
$\Sigma k_A$	+ 3,8665	+19,7373	+19,6598	+19,6492	+19,6912	+ 9,8282
$l_N$	480045,096	480043,886	480045,394	480045,005	480045,029	480045,289

Spiegel  $S_0/S_1$  sicher nicht auf  $1 \cdot 10^{-7}$  konstant geblieben. Erst die spätere Erfahrung brachte den Hinweis, daß besonders der Übergang von der ersten zur zweiten Stufe so schnell wie möglich zu erfolgen hat.

Die Anwendung des Interferometers erbrachte in einem ersten Test für einen Mittelwert von 5 Einzelmessungen einen mittleren Fehler von  $1,6 \cdot 10^{-7}$ . Der mittlere relative Fehler einer Einzelmessung beträgt somit  $3,6 \cdot 10^{-7}$ . Die Fehlergrößen stehen im Einklang mit der Fehlerkalkulation auf Seite 48. Unter den abgeschätzten Einzelfehlern haben die mechanischen Instabilitäten einen größeren Einfluß gehabt, als zuvor angenommen worden war.

Unter den systematisch wirkenden Fehlern ist die Meßunsicherheit des Quarzmaßes von Bedeutung; sie beträgt  $1,0 \cdot 10^{-7}$ . Mit ihrer Einbeziehung und derjenigen nicht erfaßter systematischer Fehler kann für den erhaltenen Mittelwert der Basis-Nordhälfte eine Meßunsicherheit von  $2 \cdot 10^{-7}$  angegeben werden.

#### 7.4. Das Ergebnis der Invardrahtmessungen

Die Messungen der ganzen Standardbasis im Mai 1972 mit 8 Invardrähten in doppeltem Hin- und Rückgang sagen aus, daß die Basis-Nordhälfte um

$$\Delta l = 32,661 \text{ mm} \pm 0,14 \text{ mm}$$

länger ist als die Basis-Südhälfte.

#### 7.5. Die Länge der ganzen Basis

Mit dem Ergebnis der Interferenzmessungen und der Invardrahtmessungen erhält man die Länge  $l$  der ganzen Basis nach der Beziehung

$$l = 2 l_N - \Delta l;$$

das sind

$$l = 960\,057,665 \text{ mm} \pm 0,23 \text{ mm}.$$

Die Längenangabe bezieht sich auf das Niveau der unterirdischen Festlegung des Südendes der Basis UF 40, ihre Meßunsicherheit beträgt relativ zur Basislänge  $2,4 \cdot 10^{-7}$  bei einer statistischen Sicherheit von 68 %.

Bei der Wertung des Ergebnisses sind die Umstände und Bedingungen zu beachten, unter denen es erhalten wurde. Die Anlage entspricht bis zu einem gewissen Grade noch einem Laboraufbau. Die für alle Messungen als fest gedachte Aufstellung des Interferometers konnte wegen des erforderlichen Abbaues nach jeder Messung noch nicht genutzt werden. Die stabile Beschaffenheit der ersten, durch das Quarzmaß gegebenen, entscheidend wichtigen Spiegelkombination wurde noch durch mechanische Instabilitäten

überdeckt. Die Anzahl der erfolgreichen Messungen erscheint gering; sie ist aber durch anhaltend ungünstige und wechselnde Witterung bedingt.

Ein Vergleich mit dem finnischen Wert 1964 und seiner Genauigkeit ist nur bedingt möglich und aussagekräftig.

1. 1964 wurde die Basis-Südhälfte interferometrisch gemessen, 1972 dagegen die Basis-Nordhälfte. Die Basis-Südhälfte ist horizontal und durch den allseitigen Bewuchs atmosphärisch homogen. Die Basis-Nordhälfte hat ein Gefälle von 8,7 m auf 480 m und durch den unterschiedlichen Bewuchs in den einzelnen Abschnitten recht unterschiedliche atmosphärische Verhältnisse.
2. Der VÄISÄLÄ-Komparator stellt ein ausgereiftes Meßsystem dar, mit dem neuen Interferometer wurden dagegen erste Versuchsmessungen unter recht unterschiedlichen Bedingungen ausgeführt.

Das jetzt vorliegende Ergebnis ist um 1,2 mm kleiner als das der finnischen kombinierten Interferenz-Invardraht-Messung des Jahres 1964. Die Meßunsicherheit wurde damals mit  $1,5 \cdot 10^{-7}$  angegeben. Der mittlere Fehler der Interferenzmessung betrug  $0,9 \cdot 10^{-7}$ .

Der abgeleitete Längenwert ist das Ergebnis einer ersten Messungsserie des neuen Interferometers und trägt darum noch keinen verbindlichen Charakter. Die Arbeiten werden insbesondere mit einer Untersuchung der Störgrößen fortgesetzt.

8. Formelzeichen und Symbole

- |               |   |   |  |
|---------------|---|---|--|
| A             | - Hilfsgröße                                | a | - Strecke                                    |
|               | - Index "Ablotung"                          |   | - Koeffizient [ $\mu\text{m}/\text{grd}$ ]   |
| B             | - Beobachtungsfernrohr                      |   | - Meßschraubenlänge                          |
| D             | - Doppelspalt                               | b | - Strecke                                    |
|               | - Invardraht                                |   | - Koeffizient [ $\mu\text{m}/\text{grd}^2$ ] |
| E             | - Elastizitätsmodul                         |   | - Kreisbogen                                 |
| F             | - Brennpunkt                                |   | - Doppelspalt-Breite                         |
| H             | - Höhe über NN                              | c | - Strecke                                    |
| I             | - Trägheitsmoment                           |   | - Koeffizient [ $\mu\text{m}/\text{Torr}$ ]  |
|               | - Intensität                                |   | - Faktor                                     |
| K             | - Spiegelklotz                              | d | - Spiegeldicke                               |
| Kl            | - Kollimator                                |   | - Doppelspalt-Abstand                        |
| Kp            | - Kompensator                               | e | - Quarzmaßlänge                              |
| L             | - Libellenablesung                          | h | - Höhe                                       |
| M             | - Meßschraubenablesung                      |   | - Doppelspalt-Höhe                           |
| N             | - Hilfsgröße                                | i | - laufende Nummer                            |
| NN            | - Normal-Null                               | k | - Korrektion                                 |
| P             | - Kraft                                     | l | - Länge                                      |
|               | - statistische Sicherheit                   | m | - mittlerer Fehler                           |
| Q             | - Quarzmaß                                  |   | - Index "mechanisch"                         |
| R             | - Erdradius                                 | n | - Brechungszahl                              |
| S             | - Spiegel                                   |   | - Anzahl                                     |
| U             | - Hilfsgröße                                | p | - Luftdruck [Torr]                           |
| W             | - Hilfsgröße                                | q | - Multiplikationszahl                        |
|               |   | r | - optischer Weg                              |
|               |   | s | - Strecke                                    |
|               |   | t | - Temperatur [ $^{\circ}\text{C}$ ]          |
|               |   | u | - Meßunsicherheit                            |
|               |   |   | - Präzisionsspalt-Breite                     |
| $\Delta$      | - Differenz                                 |   |  |
| $\alpha$      | - Winkel                                    |   |  |
|               | - Azimut                                    |   |  |
|               | - linearer Längentemperaturkoeffizient      |   |  |
| $\beta$       | - Winkel                                    |   |  |
|               | - quadratischer Längentemperaturkoeffizient |   |  |
| $\gamma$      | - Spiegeldrehung                            |   |  |
| $\delta$      | - Keilwinkel                                |   |  |
| $\varepsilon$ | - Strahlendivergenz                         |   |  |
| $\kappa$      | - Hilfsgröße                                |   |  |
| $\lambda$     | - Wellenlänge                               |   |  |
| $\nu$         | - Neigungswinkel                            |   |  |
|               | Unparallelität                              |   |  |
| $\varrho$     | - Einheitswinkel                            |   |  |
| $\sigma$      | - wirksame optische Schichtdicke            |   |  |
| $\upsilon$    | - Hilfsgröße                                |   |  |
| $\varphi$     | - Richtungswinkel                           |   |  |
|               | geographische Breite                        |   |  |
| $\omega$      | - Verschwenkungswinkel $S_{-1}$             |   |  |

Literatur

- [1] BAIRD, K.M. The role of interferometry in long distance measurement.  
Metrologia, Berlin-Heidelberg-New York 4 (1968) 3, S. 135-144
- [2] BAYER-HELMS, F. Biegung von Endmaßen bei horizontaler Lagerung auf Schneiden.  
Mitt. phys.-techn. Bundesanstalt, Braunschweig 77 (1967), S. 1-12
- [3] BENDER, P.L. Laser measurements of long distances.  
Proc. I.E.E.E., USA 55 (1967) 6, S. 1039-1045
- [4] BREIN, R. Direkte Messung der atmosphärischen Refraktion.  
Bericht über die Tätigkeit des Inst. f. angew. Geod. im Jahre 1968, Frankfurt a.M. (1969), S. 45 bis 48
- [5] BRUINS, G.J.; HONKASALO, T.; KUKKAMÄKI, T.J. Standard Base "Loenermark".  
Publ. Netherl. geod. Commiss., Delft (1964)
- [6] CUSHMAN, S.F. Remeasurement of the Comparator Baseline, Mansfield, Ohio 1967.  
Reports Dept. geod. Sci., Ohio State Univ., Ohio (1969) 109
- [7] EDLEN, B. The refractive index of air.  
Metrologia, Berlin-Heidelberg-New York 2 (1966) 2, S. 71-80
- [8] EICHHORN, G. Lichtinterferenzmessung mit dem Väisälä-Interferenzkomparator.  
Z. Instrum.-Kde., Braunschweig 67 (1959) 5, S. 134-135
- [9] ENGELHARD, E. Interferometrische Kalibrierung von Endmaßstäben aus Quarz.  
Z. Instrum.-Kde., Braunschweig 67 (1959) 3, S. 59 bis 65
- [10] FROOME, K.D.; BRADSELL, R.H. N.P.L. Mekometer III.  
Allg. Vermess.-Nachr., Karlsruhe 75 (1968) 4, S. 159-162
- [11] HERZOG, H. Kritische Betrachtungen zu den Interferenzmessungen 1960 und 1961 mit dem Väisälä-Interferenzkomparator auf der Münchner Normalstrecke.  
Dt. geod. Komm., R.C, München (1963) 66
- [12] HERZOG, H. Die Interferenzmessungen 1963 mit dem Väisälä-Interferenzkomparator auf der Münchner Normalstrecke.  
Dt. geod. Komm., R.B, München (1964) 114

- [13] HILLEBRAND, H. Kritische Betrachtungen zur Messung von Normalstrecken mit dem Väisälä-Interferenzkomparator. Dt. geod. Kommiss., R.C, München (1961) 44
- [14] HONKASALO, T. Measuring of the 864-m-long Nummela Standard Base Line with the Väisälä Light Interference Comparator and some investigations into invar wires. Veröff. finn. geod. Inst., Helsinki (1950) 37
- [15] HONKASALO, T. Einrichtung einer Interferenz-Standard-Basis und ihre Messung. Z. Verm.-Wesen, Stuttgart 83 (1958) 6, S. 180-183
- [16] HONKASALO, T. A differential thermometer for the Väisälä comparator. Ann. Acad. Sci. fenn., Ser. A III, Helsinki (1961) 61
- [17] HONKASALO, T. Base géodésique standard de Mata das Virtudes. Manuskript (1962)
- [18] HONKASALO, T. Remeasurement of the Standard Base Line Loernermark. Netherl. geod. Commiss., Delft 4 (1971) 2, S. 1-24
- [19] HONKASALO, T.; WEISE, H. Die Standardbasis Potsdam. Arb. geod. Inst. Potsdam (1967) 13
- [20] KIVINIEMI, A. Niinisalo calibration base line. Veröff. finn. geod. Inst., Helsinki (1970) 69
- [21] KNEISSL, M.; EICHHORN, G. Ergebnisse der Interferenzmessungen 1958 mit dem "Väisälä"-Komparator auf der Münchner Normalstrecke. Abh. bayer. Akad. Wiss., N.F., München (1959) 98
- [22] KONDRASKOV, V.A. Interferenciya sveta i ee primeneniye v geodezii (Die Lichtinterferenz und ihre Anwendung in der Geodäsie). Moskva: Geodezizdat 1956
- [23] KUKKAMÄKI, T.J. Untersuchungen über die Meterendmaße aus geschmolzenem Quarz nach lichtinterferometrischen Methoden. Veröff. phys. Lab. Univ. Turku (1933) 2
- [24] KUKKAMÄKI, T.J. Base de comparación Buenos Aires Internacional Standard para medidas lineales. Publicación técnica No. 26, Dirección General del Instituto Geográfico Militar, Buenos Aires 1955
- [25] KUKKAMÄKI, T.J. Die mit dem Väisälä-Interferenzkomparator gemessenen Standardgrundlinien. Dt. geod. Kommiss., R.B, Frankfurt a.M. (1963) 95 I, S. 49-54

- [26] KUKKAMÄKI, T.J. Ohio Standard Baseline.  
Ann. Acad. Sci. fenn., Ser. A, Helsinki (1969)  
102, S. 1-58
- [27] KUKKAMÄKI, T.J.;  
HONKASALO, T. Die Eichstrecke in Buenos Aires.  
Dt. geod. Kommiss., wiss. Übers.-Dienst, München  
(1967) 15
- [28] MÜHLIG, F. Der 24-m-Interferenzkomparator des Geodätischen  
Institutes Potsdam.  
Veröff. geod. Inst. Potsdam, Berlin (1949) 2
- [29] OWENS, J.C. The use of atmospheric dispersion in optical  
distance measurement.  
Bull. geod., n.s., Paris (1968) 89, S. 277-291
- [30] RAUHUT, J. Über die Leistungsfähigkeit des Potsdamer 24-m-  
Interferenzkomparators.  
Arb. geod. Inst. Potsdam (1968) 19.
- [31] RAUHUT, J. Schnittbedingung der Reflexionsebenen bei opti-  
schen Streckenmultiplikationen.  
Feingerätetechnik, Berlin 19 (1970) 6, S. 273-275
- [32] SCHMIDT, K. Ein Beitrag der staatlichen Metrologie zur Siche-  
rung der Einheitlichkeit und Richtigkeit der Län-  
genmessungen.  
Wiss. Z. techn. Hochsch. Magdeburg 15 (1971) 5,  
S. 503-508
- [33] SCHÜLER, R.; RAUHUT, J. Der neue 24-m-Interferenzkomparator des Geodäti-  
schen Instituts Potsdam.  
Veröff. geod. Inst. Potsdam, Berlin (1966) 28
- [34] TERRIEN, J. Mesure interférentielle de deux étalons à bouts  
d'un mètre appartenant à l'Institut Géodésique de  
Finlande.  
Procès-verbaux, Com. internat. Poids et Mes., 2  
Sér., Paris 24 (1955), S. 160
- [35] VÄISÄLÄ, Y. Die Anwendung der Lichtinterferenzen zu Längen-  
messungen auf größere Distanzen.  
Veröff. finn. geod. Inst., Helsinki (1923) 2
- [36] VÄISÄLÄ, Y. Anwendung der Lichtinterferenz bei Basismessungen.  
Veröff. finn. geod. Inst., Helsinki (1930) 14
- [37] VÄISÄLÄ, Y. Bemerkungen zur Methode der Basismessung mit Hilfe  
der Lichtinterferenz.  
Veröff. finn. geod. Inst., Helsinki (1955) 47
- [38] VÄISÄLÄ, Y. Zur Theorie der Kompensatoren.  
Ann. Univ. Turkuensis, Ser. A I, Turku (1956) 24

- [39] VÄISÄLÄ, Y. Über Quarzendmaße.  
Dt. geod. Kommiss., R.B, Frankfurt a.M. (1963)  
95 I, S. 55-59
- [40] VÄISÄLÄ, Y. Expériences sur base d'essai interférentielle à Turku-Tuorla.  
Ann. Acad. Sci. fenn., Ser. A VI, Helsinki (1967)  
248
- [41] VÄISÄLÄ, Y. Bedeutende Untersuchungen über Meterendmaße.  
Astron. opt. Inst. Univ. Turku, Inform.-Nr. 36;  
S.-Abdr. aus: Ann. Acad. Sci. fenn., Ser. A,  
Helsinki (1971) 368
- [42] VÄISÄLÄ, Y.; OTERMA, L. System of quartz-metres and the absolute length of its gauges.  
Metrologia, Berlin-Heidelberg-New York 3 (1967)  
2, S. 37-41
- [43] VARLICH, G.V.; SCHWARZ, U.O. Izmerenie rasstojanij metodom interferencii sveta (Entfernungsmessung nach der Methode der Lichtinterferenz).  
Trudy CNIIGAIK, Moskva (1937) 22
- [44] WATANABE, N. Standardization of a 25 m Jäderin wire and absolute measurement of a distance of 100 m in terms of wave length of light.  
Japan Reports Nr. 1 in: Trav. Assoc. internat. Géod., Paris 13 (1936) 2

