

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften
ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde
Nr. 59

Untersuchungen des anomalen geomagnetischen Feldes –
eine Methode zur Lokalisierung der Unterkante
der magnetisch wirksamen Erdkruste

von
Gudrun Rother

Als Manuskript gedruckt
Potsdam 1979

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	5
2.	Unterkante der magnetisch wirksamen Kruste	6
2.1.	Magnetfeld der Erde und Krustenstruktur	6
2.2.	CURIE-Isotherme - eine Grenzfläche in der vertikalen Gliederung der Erdkruste	7
3.	Geomagnetische Interpretation - der Weg vom Anomalienfeld zu Aussagen über die Parameter seiner Quellen, speziell deren Unterkante	13
3.1.	Direkte Aufgabe - Schluß vom Modell auf geophysikalisch meßbare Größen	13
3.1.1.	Modell	14
3.1.2.	Energiedichtespektrum	15
3.1.3.	Komplexes Spektrum eines Modellensembles	20
3.1.4.	Energiedichtespektrum eines Doppelensembles	28
3.2.	Inverse Aufgabe - Schluß von geomagnetischen Anomalien auf die Parameter ihrer Quellen; spektrale Betrachtungen und Tiefenbestimmungen	31
3.2.1.	Tiefenbestimmungen für Einzelquellen	31
3.2.2.	Tiefenbestimmungen für Quellenensembles	35
3.2.3.	Tiefenbestimmungen für Doppelensembles von Quellen	35
4.	Verfahrens- und rechentechnische Realisierung der Erzeugung von Modellfeldern, der Bearbeitung und Interpretation geophysikalischer Potentialfelder	40
4.1.	Allgemeine Bemerkungen	40
4.2.	Überblick über mögliche Bearbeitungsschritte und ihre Kopplung	41
4.2.1.	Direkte Aufgabenstellung	41
4.2.2.	Dateneingabe	43
4.2.3.	Übergang Ortsraum - Frequenzraum und Umkehrung	44
4.2.4.	Datenaufbereitung	45
4.2.5.	Spektralberechnung	49
4.2.6.	Logarithmisches radiales Energiedichtespektrum	54
4.2.7.	Ergebnisse, Ausgabe, Darstellung von Feldern	54
4.2.8.	Interpretation	55
5.	Tiefeninterpretationen an Modell- und Felddaten	56
5.1.	Einzelprismen	56
5.2.	Prismenensembles	60
5.3.	Doppelensembles	73
5.4.	Anwendung auf Felddaten	77
5.4.1.	Datengewinnung	77
5.4.2.	Bearbeitung und Interpretation	78
5.4.3.	Ergebnisse und Einschätzung	83
6.	Zusammenfassung	87
7.	Literaturverzeichnis	90

Zusammenfassung

Methodische Untersuchungen zur Schlußweise von Anomalien des geomagnetischen Feldes auf die Tiefe bis zur unteren Begrenzung ihrer Quellen können einen Beitrag zur Problematik der Auffindung des CURIE-Übergangsbereiches in der Erdkruste liefern. Als charakteristische Auswertegröße dient das Energiedichtespektrum, das über die zwei-dimensionale FOURIER-Transformation von flächenhaft vorliegenden Totalintensitätswerten gewonnen wird. Seine Untersuchung bringt ein Verfahren, das Tiefeninterpretationen zur Lage der Ober- und Unterkante der Quellen für die Modelle Prisma und Prismenensemble ermöglicht. Die Erweiterung für Doppelensemblemodelle gestattet es, durch Spektrzerlegung unter Berücksichtigung der Kopplung der Teilbeiträge Aussagen über die mittleren Tiefenparameter beider Quellenensembles und das Verhältnis ihrer Magnetisierungen zu treffen. Die Methodik wird erfolgreich auf Felddaten unter Verwendung des Doppelensembles als Interpretationsmodell angewendet. Das bringt auch einen Beitrag zur Problematik, den Einfluß lokaler und regionaler Anomalien voneinander zu trennen. Für die Bearbeitung und Interpretation geophysikalischer Potentialfelder sowie die Erzeugung von Modellfeldern wird ein Bearbeitungssystem vorgestellt. Die Arbeit enthält die wesentlichsten Punkte der unveröffentlichten Dissertation (ROTHER, 1979).

Summary

Methodical investigations for determining the depth to the lower boundary of the source from geomagnetic field anomalies can provide a contribution to the problematic of finding the region of CURIE-temperature in the earth's crust. The characteristic evaluating function is the energy density spectrum, which is obtained by means of the two-dimensional FOURIER transformation of total intensity values given in a plane. The investigation of this spectrum provides a method which allows depth interpretations for the location of the upper and lower edges of the sources for the single-prism and prism-ensembles models. The extension of this method to double-ensemble models permits to estimate the average depth parameters of both source ensembles and the ratio of their magnetizations by means of a spectral decomposition, taking into account the coupling of the partial contributions. An application of the method to observed field data, using the double ensemble as a model of interpretation, was successful and additionally provided a contribution to the set of problems related to the separation of the effects of local and regional anomalies. In the paper a working system is demonstrated for treating and interpreting of geophysical potential fields and for evaluating of model fields. The paper contains the essential topics of the unpublished dissertation (ROTHER, 1979).

Резюме

Методические исследования аномалий геомагнитного поля и вывода по ним нижнего ограничения их источников могут внести вклад в решение вопроса нахождения области земной коры, отвечающей переходу Кюри. Характеристическая величина, используемая при обработке данных площадного измерения модуля вектора напряженности, есть энергоплотностной спектр, полученный путем двухмерного преобразования ФУРЬЕ этих данных. Анализ этого спектра позволяет интерпретировать положения верхней и нижней граней источников в случаях модели призмы или модели ансамбля призм. Распространение метода на модели двойных ансамблей призм допускает высказывания о средних глубинных параметрах обоих ансамблей источников и об отношении их намагниченностей путем разложения спектров с учетом связи отдельных составляющих. Методика применяется успешно к данным наблюдения при употреблении интерпретационной модели двойного ансамбля призм. Таким образом она вносит вклад в проблематику отделения влияния локальных и региональных аномалий. В работе представлена система для обработки и интерпретации геофизических потенциальных полей, а также для произведения модельных полей. Работа содержит основные пункты диссертации (РОТЕР 1979 г.).

1. Einleitung

Betrachtungen zur Struktur der tieferen Erdkruste, Beschäftigung mit den physikalischen Eigenschaften des Krustenmaterials und Untersuchungen zur stofflichen Zusammensetzung sind drei Hauptrichtungen bei der Erforschung des statischen Zustandes der Erdkruste unter Einbeziehung aller Geowissenschaften. Bei der Beleuchtung des strukturellen Aufbaus kommt es besonders darauf an, die vertikale Gliederung der Erdkruste zu untersuchen, d. h. Grenzflächen oder Übergangsbereiche zwischen einzelnen Schichten zu finden und deren Tiefenlage zu bestimmen.

Die seismischen Verfahren liefern bei der Suche solcher Grenzen innerhalb der Erdkruste die besten Detailaussagen, deshalb ist auch die auf den elastischen Eigenschaften beruhende vertikale Gliederung die gebräuchlichste. Neben ihr wären z. B. Gliederungen nach thermischen, elektrischen oder magnetischen Eigenschaften möglich. Dabei ist es nicht zwingend notwendig, wenngleich zwar möglich, daß dominierende Unstetigkeiten im Verlauf eines Parameters sich auch in dem aller anderen physikalischen Parameter widerspiegeln. D. h., die Beleuchtung der vertikalen Gliederung der Erdkruste unter verschiedenen geophysikalischen Blickwinkeln muß nicht eine Bestätigung der Einteilung nach elastischen Eigenschaften bringen und etwa als wertlos angesehen werden, falls sie das nicht tut. Sie bietet in jedem Fall zusätzliche Möglichkeiten, den Krustenbau besser zu überschauen, und evtl. sogar in einigen Fällen der Übereinstimmung hervorstechender Unstetigkeiten eine starke Untermauerung des bisherigen Wissens.

Ziel der vorliegenden Arbeit soll es sein, einen Beitrag zur Gewinnung von Aussagen über die Tiefenlage einer Grenzfläche zu leisten, die aus den magnetischen Eigenschaften der Erdkruste resultiert. Es wird die Lage der "magnetischen Unterkante" der Erdkruste oder die "CURIE-Isotherme" gesucht, dabei soll der Weg über die Interpretation des geomagnetischen Anomalienfeldes führen. Den geomagnetischen Anomalien werden als Quellen geologische Körper in der Erdkruste zugeordnet, deren Magnetisierung sich von der ihrer Umgebung unterscheidet. Mit der Tiefe unter der Erdoberfläche steigt die Temperatur an. Beim Erreichen der CURIE-Temperatur verlieren diese geologischen Körper ihre markante Magnetisierung. Sie sind dadurch als Quellen für magnetische Anomalien nach unten begrenzt, obwohl sich die lithologische Einheit, an die sie gebunden sind, durchaus weiter nach unten fortsetzen kann. Methodische Untersuchungen zur Schlußweise aus den Anomalien auf die Tiefe bis zur unteren Begrenzung ihrer Quellen können somit einen Beitrag zur Problematik der Auffindung der magnetischen Krustenbasis liefern. Um so schließen zu können, müssen die Wechselbeziehungen zwischen dem Anomalienfeld und seinen Quellen untersucht werden. Dabei sind drei Komplexe wesentlich: die Betrachtung der direkten Aufgabe, die Datenaufbereitung und die Lösung der inversen Aufgabe.

Die Lösung der direkten Aufgabe, der Schluß von Quellen und ihren Charakteristika auf die von ihnen im Feldverlauf hervorgerufenen Anomalien, wird mit der Absicht untersucht, einerseits eine Basis für die Umkehrung der Aufgabenstellung zur Erreichung von Tiefeninterpretationen zu haben und andererseits mit ihrer Hilfe Datenmaterial für Beispielinterpretationen zu erzeugen.

Die Datenaufbereitung verfolgt das Ziel, gewisse Strukturen oder Eigenschaften des Feldes zu verstärken und andere zu unterdrücken.

Für Tiefeninterpretationen wird ein Verfahren bereitgestellt, dem als charakteristische Auswertegröße das Energiedichtespektrum als Grundlage dient. Die Methodik wird an theoretischen Beispielen, Einzelquellen und Modellensembles, an synthetischem und empirischem Datenmaterial getestet. Es werden Unterkantentiefen berechnet. Zur Realisierung der Bearbeitungsschritte zur Lösung der direkten Aufgabe, der Datenaufbereitung und der Interpretation wird ein System von Computer-Programmen erarbeitet, das auch für andere geophysikalische Untersuchungen nutzbar ist.

2. Unterkante der magnetisch wirksamen Kruste

2.1. Magnetfeld der Erde und Krustenstruktur

Das beobachtete geomagnetische Feld stellt die Summe von Anteilen dar, die ihre Ursachen in unterschiedlichen Quellen haben, die zu über 98 % im Innern der Erde zu suchen sind (MUNDT 1977). Das Herangehen an die einzelnen Probleme bei der Untersuchung des geomagnetischen Potentialfeldes erfordert seine Aufspaltung in verschiedene Komponenten. Im Anomalienfeld finden die Inhomogenitäten der Erdkruste ihren Niederschlag. Betrachtungen geomagnetischer Anomalien können demzufolge Aussagen zum Aufbau der Erdkruste liefern. Untersuchungen des geomagnetischen Anomalienpektrums auf langen Profilen führten ALLDREDGE u. a. (1961, 1963), ALLDREDGE (1965) und auch LUGOVENKO & PORTNOVA (1968) durch. Sie veröffentlichten die bekannten grafischen Darstellungen der Verteilung der Energie (bzw. der Amplitude) über der Wellenlänge. Starke bzw. sehr starke Anteile der Energie findet man unterhalb von etwa 300 km bzw. oberhalb 3500 km Wellenlänge. Dagegen sind die dazwischen liegenden Wellenlängen schwächer vertreten. Den langwelligen Komponenten sind Quellen im Erdkern zuzuordnen, den kürzeren dagegen Inhomogenitäten in der Erdkruste. Das Fehlen des dazwischenliegenden Frequenzbereiches deutet den nichtmagnetischen Charakter des Erdkrustenmaterials unterhalb von Tiefen an, wo die Temperatur den CURIE-Punkt überschritten hat. Folgt man der Einteilung der geomagnetischen Anomalien auf Kontinenten nach ihren charakteristischen Dimensionen in lokale, regionale und globale Anomalien (z. B. MUNDT 1967), dann kommt man zu dem Schluß, daß die Gruppe der regionalen Anomalien (charakteristische Dimensionen zwischen 10 und 200 bis 250 km) näher untersucht werden muß, wenn Aussagen zur Tiefenlage der CURIE-Isotherme das Ziel sind. Das wird untermauert durch eine Zusammenstellung der Faktoren, die die Struktur der regionalen geomagnetischen Feldverteilung bestimmen (MUNDT 1967, 1977):

- Mächtigkeit der Erdkruste oberhalb der CURIE-Isotherme,
- Mächtigkeit und Suszeptibilität der einzelnen Schichten der Erdkruste,
- Inhomogenitäten innerhalb der magnetisierten Krustenschichten.

Alle diese Einflüsse spiegeln sich im beobachteten regionalen geomagnetischen Feldverlauf als Summe wider, was die Untersuchung spezieller Zusammenhänge erschwert.

2.2. CURIE-Isotherme - eine Grenzfläche in der vertikalen Gliederung der Erdkruste

In den vorangegangenen Bemerkungen wurde bereits der Terminus "CURIE-Isotherme" verwendet, um eine Grenze innerhalb der vertikalen Gliederung der Erde unter magnetischen Gesichtspunkten zu benennen.

Definition

Die CURIE-Isotherme ist der geometrische Ort aller der Punkte, für die der ferromagnetische CURIE-Punkt erreicht ist, an dem der Übergang vom Ferromagnetismus als Materialeigenschaft zum Paramagnetismus erfolgt.

Unterhalb der CURIE-Isotherme in der Erde, d. h. also bei Temperaturen über dem CURIE-Punkt des vorliegenden Materials, sind die Gesteine magnetisch nicht mehr wirksam. Das berechtigt dazu, diesen Grenzbereich auch "magnetische Krustenbasis" oder "magnetische Unterkante der Erdkruste" zu nennen. Der Terminus "CURIE-Isotherme" ist eigentlich irreführend, denn sie ist keine echte Isotherme, die als Linie oder Fläche gleicher Temperatur zu definieren wäre. Vielmehr wird die Temperatur entlang dieser Grenzfläche oder in diesem Grenzbereich unterschiedlich sein, da die CURIE-Temperatur materialabhängig ist.

Wege zur Lokalisierung der Grenzfläche

a) Um die Tiefe bis zur CURIE-Isotherme zu bestimmen, könnte man Untersuchungen zum geothermischen Gradienten mit Materialbetrachtungen verknüpfen und daraus schließen, in welcher Tiefe die CURIE-Temperatur erreicht wird. Das ist mit Schwierigkeiten verbunden, weil mit zunehmender Tiefe außer der Temperatur auch der Druck zunimmt und die Stabilität der magnetischen Minerale in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und chemischer Zusammensetzung variiert. So sind Titanomagnetite den erhöhten Druck-Temperatur-Verhältnissen besser angepaßt als Magnetit, und zwar um so besser, je höher der Titangehalt ist (z. B. FRÖLICH 1969, 1970, FRÖLICH u. a. 1970). Da aber mit steigendem Titananteil der CURIE-Punkt der Titanomagnetite absinkt, wird der Wert für die CURIE-Temperatur fragwürdig, der den geothermischen Betrachtungen als Ausgangspunkt dienen soll. Bei Ansätzen mit dem Wert für reinen Magnetit (578°C) wird man zu große Tiefen für die CURIE-Isotherme erhalten. FRÖLICH (1964, 1970) erwartet deshalb nur in Regionen mit einem Temperaturgradientenminimum und geringem Titanomagnetitanteil ein begrenzt ferrimagnetisches Verhalten in der tieferen Erdkruste, während im allgemeinen die tieferen Schichten der Erdkruste im paramagnetischen Bereich liegen sollten. Statt des Begriffes CURIE-Isotherme schlägt er den der "kritischen magnetischen Tiefenzone" vor, weil sich die Lage der CURIE-Isotherme in dieser Zone sprunghaft ändern kann, da sie außer vom Temperaturgradienten in der Erdkruste vom Titanomagnetitgehalt der Gesteine abhängig ist, worüber auch URAZAEV (1969) schreibt. SHUEY u. a. (1973) betrachten im Zusammenhang mit Untersuchungen zur Tiefenlage der CURIE-Isotherme ebenfalls die CURIE-Punkterniedrigung infolge des Titangehaltes.

Sie erwarten für die Gesteine in der tieferen Kruste und dem oberen Mantel, daß der Titangehalt der Magnetit-Spinell-Phase 5 bis 10 Molprozent Ulvöspinell sein wird, und demzufolge sei mit CURIE-Punkten von 560 bis 520 °C für plutonische Körper zu rechnen.

b) Es ist bekannt, daß am CURIE-Punkt nicht nur die magnetischen Materialeigenschaften prägnante Züge tragen, sondern der CURIE-Temperaturbereich auch von Anomalien anderer Eigenschaften, z. B. des Elastizitätsmoduls, der Wärmekapazität, des elektrischen Widerstandes oder des thermischen Ausdehnungskoeffizienten begleitet wird (PUŠKOV 1966, STREET & LEWIS 1951, FRÖLICH & MECKE 1968, FRÖLICH u. a. 1970, URAZAEV 1969). Man könnte deshalb versuchen, zur Bestimmung der CURIE-Tiefe Untersuchungen solcher nicht-magnetischer Parameter heranzuziehen (GEL'FAND 1969). Auch FRÖLICH (1969), FRÖLICH & MECKE (1968) beschäftigen sich mit diesen Problemen, z. B. mit der Anomalie der spezifischen Wärme und der daraus resultierenden sprunghaften Volumenabnahme am CURIE-Punkt (bei Magnetit z. B. 0,3 % und bei Titanomagnetiten ebenfalls nachweisbar). Eine Abschätzung der Auswirkung dieser Verdichtung im CURIE-Temperaturbereich auf eine Verminderung der seismischen Wellengeschwindigkeit sei zwar möglich, aber um nicht mehr als 12 m/s.

c) Drittens können die Überlegungen auf geomagnetische Betrachtungen hinauslaufen, für die die Interpretation der CURIE-Isotherme als magnetische Krustenbasis den Grundgedanken liefert. Der Schluß auf ihre Tiefenlage läuft dann über die Analyse von regionalen Anomalien im geomagnetischen Feldverlauf und die Bestimmung der unteren Begrenzung der sie hervorrufenden Quellen. Die Quellen werden als Störkörper angesehen, die sich zwar stofflich durchaus unter diese untere Begrenzung fortsetzen können, aber durch das Erreichen der CURIE-Temperatur ihre magnetische Wirksamkeit verlieren und damit im magnetischen Sinne dort nach unten begrenzt sind (vgl. z. B. HEIRTZLER & LE PICHON 1965, PAKISER & ZIETZ 1965). Die Grundidee für eine solche Schlußweise findet sich bereits bei VAQUIER & AFFLECK (1941), die als erste versuchten, die Tiefe bis zur magnetischen Krustenbasis zu bestimmen. Ihre Arbeit fußt auf der groben Einteilung der Erdkruste in drei Bereiche:

- eine mehr oder weniger mächtige, schwach ferromagnetische Sedimentschicht an der Erdoberfläche,
- darunter eine ferromagnetische Granitschicht (mit "Störkörpern" bzw. Magnetisierungskontrasten),
- darunter eine "Basaltschicht", die unterhalb der CURIE-Isotherme paramagnetischen Charakter zeigt.

Von den drei angeführten Richtungen zur Suche nach der CURIE-Isotherme soll sich vorliegende Arbeit auf nähere Betrachtungen der Methodik mit Hilfe geomagnetischer Anomalieninterpretationen beschränken.

Zusammenstellung von Angaben zur Tiefenlage der CURIE-Isotherme

In Tab. 1 wurden aus der Literatur Tiefenwerte zusammengestellt. Angegeben werden außerdem: das Untersuchungsgebiet, wenn es sich um lokale Untersuchungen handelt, die Verfasser und Bemerkungen zur Bestimmungsmethodik. Geordnet wurde im wesentlichen nach dem Erscheinungsjahr. Um Untersuchungen in gleichen oder benachbarten Gebieten nicht auseinanderzureißen, wurde diese Ordnung an manchen Stellen unterbrochen. Einige Autoren, die zahlreiche magnetische Einzelanomalien interpretieren und daraus Rückschlüsse auf Quellenunterkantenlagen erzielen, zeichnen Profil- oder Isolinienkartendarstellungen für die Unterkantentiefen; auf solche Versuche wird in der Spalte "CURIE-Tiefe" hingewiesen (z. B. bei BULINA, BHATTACHARYYA u. a.).

Tab. 1. Zusammenstellung von Tiefenlagen der CURIE-Isotherme aus der Literatur

CURIE-Tiefe	Untersuchungsgebiet	Verfasser	Methode
18,5-23,5 km		BENFIELD 1940 (zitiert bei MUNDT 1967)	Temperaturzunahme mit Tiefe (CURIE-Punkt basaltischen Materials = 475 °C)
~20 km (18-24 km)	USA und andere Länder	VAQUIER & AFFLECK 1941	Interpretation von Einzelanomalien (Vertikalintensität), Unterkantenbestimmung bei plattenförmigen und zylindrischen Modellen
20-30 km 50-40 km	Kontinente Ozeane	HAALCK 1953, 1954	Betrachtungen der geothermischen Tiefenstufe (CURIE-Punkt 600 °C angenommen)
30-40 km		BIRCH 1955 (zit. bei MUNDT 1967)	Temperatur-Tiefenkurven für mehrere Krustenmodelle, die sich in den Annahmen über Verteilung radioaktiven Materials und Wärmefluß unterscheiden
ca. 20 km		KÖHLER 1958	Abschätzung aus Temperaturzunahme mit der Tiefe
25-28 km 50-55 km	Kontinente Ozeane	RAFF 1961 (zit. bei MUNDT 1967)	Analyse von Wärmestrommessungen
12-18 km	Gebiet der Sibirischen Tafel	BULINA 1961	Unterkantenbestimmung aus Profilen von Einzelanomalien, Modell: senkrecht stehende Platte

Tab. 1. (Fortsetzung)

CURIE-Tiefe	Untersuchungsgebiet	Verfasser	Methode
10-20 km u. geringer 20-40 km u. mehr (Profildarstellung)	UdSSR, längs 58° nördlicher Breite	BULINA 1970, 1972	Unterkantenbestimmung aus Profilen von Einzelanomalien, Modell: senkrecht stehende Platte
40-60 km	Atlantischer Ozean	GAJNANOV & SOLOV'EV 1963	Unterkante magnetischer Störkörper (Methode von BULINA 1961, 1966)
30-40 km	Indischer Ozean	GAJNANOV 1964,	
20-30 km	Tafelgebiete	GAJNANOV & KORJAKIN 1967	
10 km 10-30 km	Mittelatlant. Riftzone: Zentrum von Zentrum nach Seiten (bis 80 km)	HEIRTZLER & LE PICHON 1965	Unterkante langgestreckter prismatischer Körper (geomagnet. Anomalie) Wärmeflußbetrachtungen 500-°C-Isotherme)
10-15 km	DDR	FRÖLICH 1964, 1969, 1970	CURIE-Temperatur der Erdkrustengesteine (CURIE-Temperatur = 335 °C)
20-25 km	DDR	MUNDT 1967	Interpretation magnetischer Einzelanomalien, Methode: BULINA 1961, 1966 und VAQUIER & AFFLECK 1941
20 km 16 km	Süd-West-Australien Indischer Ozean, Eurasien	MUNDT 1967	Statistische geomagnetische Interpretation, Abbruch Tiefenspektrum, Profilbetrachtung
17-24 km (Isolinienkarte)	Kanada: Nord-West-Ontario	BHATTACHARYYA & MORLEY 1965	Interpretation von geomagnetischen Einzelanomalien, Unterkantensuche, Modell: Prisma
10-32 km (Isolinienkarte)	Ostkanada (Teil des Apalachengürtels)	BHATTACHARYYA & RAY-CHAUDHURI 1967	dto.
7-20 km (Isolinienkarte)	Kanada: Arktische Inseln und Kontinental-schelf	BHATTACHARYYA 1968	dto.
40-60 km	UdSSR: Kaukasus und Westteil Mittelasiens	MATUCHKIN 1969	Interpretation aeromagnetischer Profile (Methode BULINA 1961, 1966)
18,5 km	UdSSR: Wolga-Kama-Gebiet	URAZAEV 1969	Interpretation magnet. Anomalien, Modell: Block, Unterkantentiefen bestimmt mit Kurvenatlas u. Methode von PROVODNIKOV 1963

Tab. 1. (Fortsetzung)

CURIE-Tiefe	Untersuchungsgebiet	Verfasser	Methode
65 km	Kontinente	LUGOVENKO 1969	Untersuchung der statistischen Eigenschaften des anomalen Geomagnetfeldes (Profile, Autokorrelationsfunktion, Modell: horizontaler Zylinder, Tiefe bis Achse)
40-70 km bis zu 100 km	an Plattengrenzen an einzelnen Stellen auf Platten	BELJAJEV- SKIJ u. a. 1970	CURIE-Punkt = 600 °C angenommen (Schluß aus geothermischen Daten von BELOUSOV 1966, LJUBIMOVA 1963, 1967)
50-100 km (Isolinienkarte)	UdSSR	BORISOV u. a. 1972	Temperaturbetrachtungen und Quellenunterkante geomagnetischer Anomalien
weniger als 70 km		BAGIN u. a. 1973	Gesteinsphysikalische Betrachtungen
30-36 km	Kanada: Manitoba und Nordwesten Ontarios	HALL 1974	Erdkrustenmodell und langwellige aeromagnetische Anomalien
22 km 37 km	USA: Basin Range Province, Colorado Plateau	SHUEY u. a. 1973	Gestützt auf geothermische Betrachtungen bei BLACKWELL 1971 (CURIE-Punkt: 520 bis 560 °C) und Vergleich mit Interpretation aeromagnetischer Anomalien (Kurvenanpassung)
5-12 km und unter 12 km (Isolinienkarte)	USA: Yellowstone National Park	BHATTACHARYYA & LEU 1975	Interpretation aeromagnetischer Anomalien (Spektralbetrachtung), Vergleiche mit geothermischen Untersuchungen - Korrelation mit Dicke der magnet. Kruste
10±3 km	dto.	SMITH u. a. 1974 (zit. bei BHATTACHARYYA & LEU 1975)	Geothermische Untersuchungen
16-20 km 7-17 km 15-31 km	Westen der USA: Utah High Plateau Yellowstone Nat. Park Uinta Basin	SHUEY u. a. 1977	Interpretation aeromagnetischer Anomalien (spektrale Methodik)
6-30 km (Mittelwert: 20 km) (Kartendarstellung)	USA: Nord- und Zentralarizona	BYERLY & STOLT 1977	Unterkanten magnetischer Einzelanomalien (Vergleich mit seismischen, geothermisch-stofflich-magnetischen Betrachtungen)

Tab. 1. (Schluß)

CURIE-Tiefe	Untersuchungsgebiet	Verfasser	Methode
23-25 km	UdSSR (Ukraine) Ukrainische Tafel, Kriwoj Rog, Dnepr-Donetsk-Senke	LEBEDEV & POZNANSKAJA 1974, 1975	Theoretische Modellierung für die Veränderung der magnetischen Parameter in der tieferen Erdkruste (Petrophysik)
15-16 km 5- 6 km	Skythische Platte Karpaten		
40-100 km	UdSSR (Ukrain. Schild)	KRUTIKOV- SKAJA 1976, 1977	CURIE-Isotherme = 580°C Isotherme nach KUTAS (1976) (Temperaturregime in Erdkruste)
(bis 30 km)	dto.	KRUTIKOV- SKAJA 1976 KRUTIKOV- SKAJA u. a. 1973, PASKEVIČ 1976	Sohle der unteren magnetisch-aktiv. Schicht des magnetischen Krustenmodells, diese Tiefe wird aber von den Verfassern nicht als CURIE-Tiefe interpretiert
11-15 km	Norden der DDR	LINDNER & STIER 1976	Interpretation geomagnetischer Einzelanomalien (Kurvenanpassung), Modell: Prisma

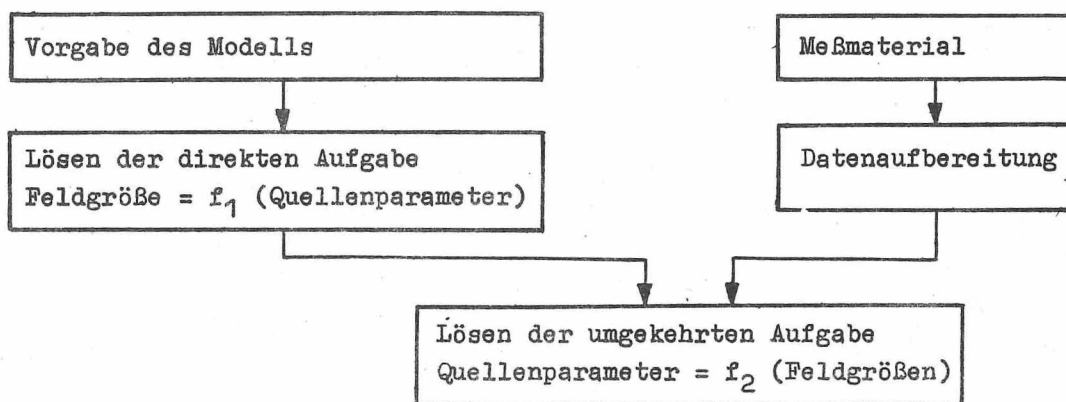
Die in Tab. 1. gegebene Zusammenstellung läßt die Schwierigkeiten bei der Suche nach der magnetischen Krustenbasis noch einmal sehr deutlich werden. Sie zeigt aber auch durch die Vielfalt des Herangehens an die Fragestellung, daß die Problematik den Ring um die drei in der Einleitung genannten Hauptrichtungen bei der Erforschung des statischen Zustandes der Erdkruste schließt. Es wurden sowohl Betrachtungen zur stofflichen Zusammensetzung der in der betrachteten Tiefe zu erwartenden Gesteine mit Aussagen über deren physikalische Parameter gekoppelt, als auch Erkenntnisse über das Temperaturregime und Rückschlüsse aus den an der Erdoberfläche gemessenen geophysikalischen Feldern herangezogen. Andererseits bereichern gewonnene Tiefenlagen die Modelle der verschiedensten Zweige der Geowissenschaften, der Geophysik und der Geochemie. Sicherlich ist die Zone des Erreichens der CURIE-Temperatur keine glatte Fläche, denn wie bereits festgestellt, ist sie keine "echte Isotherme". Außerdem weist die Erdkruste bezüglich der Temperatur ebenfalls größere Inhomogenitäten auf, z. B. stellen HURTIG & SCHLOSSER (1975) fest, daß im Gebiet der DDR die Temperatur in 30 km Tiefe zwischen 500 und 750 °C bzw. in 16 km Tiefe zwischen 300 und 420 °C schwanken kann.

Der Wert einer solchen Zusammenstellung wie Tab. 1. kann und soll also nicht darin liegen, durch die Unsicherheiten und Schwierigkeiten, die sie aufzeigt, vor dem Herangehen an die Problematik abzuschrecken, oder darin, eine Vereinheitlichung der Ergebnisse zu erzielen. Sie soll eher durch die aufgezeigte Vielfalt den Stellenwert des Problemkreises innerhalb der vertikalen Gliederung der Erdkruste nochmals unterstreichen.

3. Geomagnetische Interpretation - der Weg vom Anomalienfeld zu Aussagen über die Parameter seiner Quellen, speziell deren Unterkante

Methodische Untersuchungen zur Schlußweise aus dem Verlauf von Anomalien des geomagnetischen Feldes auf die Tiefe bis zur unteren Begrenzung ihrer Quellen können einen Beitrag zur Problematik der Auffindung des CURIE-Übergangsbereiches leisten. Dazu ist die Beleuchtung der Ursachen-Wirkungs-Zusammenhänge zwischen Quellen und Feld und vor allem ihre Umkehrung wesentlich, was die Aufgabe der geomagnetischen Interpretation ist.

Man bezeichnet den Schluß vom Modell auf geophysikalisch meßbare Größen als direkte Aufgabe. Das inverse Problem, der Schluß von meßbaren geophysikalischen Feldgrößen auf die Objektparameter, wird umgekehrte Aufgabe genannt. Schematisch verläuft der Interpretationsprozeß folgendermaßen:



3.1. Direkte Aufgabe - Schluß vom Modell auf geophysikalisch meßbare Größen

Um interpretieren zu können, muß man die Wirkung der zu suchenden Größen auf die Meßwerte oder aus diesen zu gewinnende Charakteristika an Hand von Modellen untersucht haben. Solche Betrachtungen sind aus drei Gründen wesentlich:

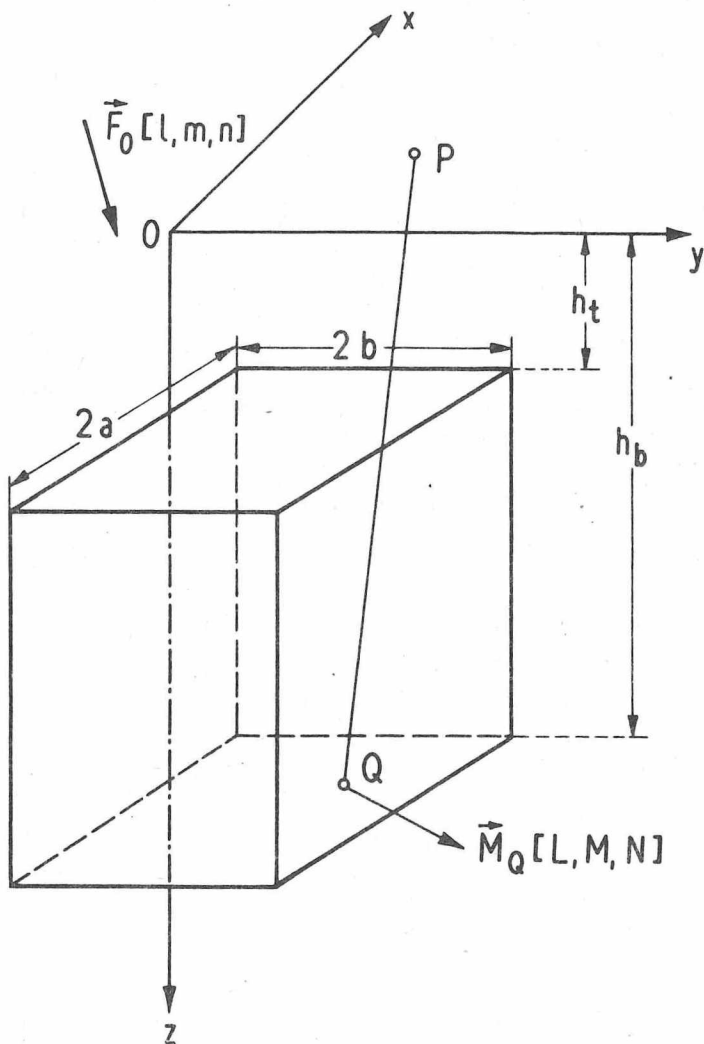
- a) bringen sie einen funktionellen Zusammenhang: Feldgröße = f_1 (Quellenparameter), dessen Umkehrung das Ziel der Interpretation ist;
- b) ermöglichen sie die Berechnung von Modellanomalien, die mit beobachteten verglichen werden können;
- c) können sie Daten für Beispielinterpretationen liefern, die Aussagen über die Güte der Interpretationsverfahren zulassen, indem die Ergebnisse mit den hineingesteckten Modellparametern verglichen werden.

3.1.1. Modell

Von den benutzten Modellquellkörpern muß gefordert werden, daß sie

- einerseits einfach genug sind, um überschaubar zu bleiben, z. B. bezüglich der Parameterzahl und ihrer geophysikalischen Wirkungen;
- andererseits aber kompliziert genug sind, um Interpretationen von Meßwerten überhaupt zuzulassen und die Natur wenigstens näherungsweise widerzuspiegeln.

Für das gesteckte Ziel, sich mit Betrachtungen zum Abbruch von Quellen magnetischer Anomalien nach unten zu beschäftigen, bietet sich nach Durchsicht der umfangreichen Literatur (siehe ROTHER 1979) als einfaches, die gestellten Forderungen erfüllendes Grundmodell das Prisma an (der Einfachheit halber rechtwinklig und vertikal einfallend). Es gehört zur Gruppe räumlich geschlossener Quellen, bietet eine endliche vertikale Erstreckung und durch die Variation aller seiner Parameter eine Vielfalt der auf Prismenbasis möglichen Körper.



Aufpunkt : $P(x, y, 0)$

Quellpunkt : $Q(\xi, \eta, \zeta)$

Prismenerstreckung

in x-Richtung : $2a = \xi_2 - \xi_1$

in y-Richtung : $2b = \eta_2 - \eta_1$

in z-Richtung : $d = h_b - h_t$

Prismenmagnetisierung \vec{M}_Q
(Richtungscosinus L, M, N)

Geomagnetisches Normalfeld \vec{F}_0
(Richtungscosinus l, m, n)

Abb. 1. Prisma

Als Lösung der direkten Aufgabe findet man für die Totalintensität der durch ein solches Prisma (Abb. 1) in der Beobachtungsebene hervorgerufenen Anomalie einen analytischen Ausdruck in Abhängigkeit von den Quellenparametern (BHATTACHARYYA 1964):

$$(1) \quad F(x, y, 0) = M_Q \left[\frac{\alpha_{23}}{2} \log \frac{R_0 + (x - \xi)}{R_0 - (x - \xi)} + \frac{\alpha_{13}}{2} \log \frac{R_0 + (y - \eta)}{R_0 - (y - \eta)} + \right. \\ \left. + \alpha_{12} \log \frac{1}{R_0 + \xi} - 1 L \arctan \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{(x - \xi)^2 + R_0 \xi + \xi^2} - \right. \\ \left. - m M \arctan \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{(y - \eta)^2 + R_0 \xi + \xi^2} + N n \arctan \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{R_0 \xi} \right]$$

$$\begin{array}{c} \xi_2 \\ | \\ n_2 \\ | \\ h_t \\ \hline \xi_1 \\ | \\ n_2 \\ | \\ h_b \end{array}$$

Es gelten die Abkürzungen:

$$(2) \quad R_0^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \xi^2, \\ \alpha_{12} = L m + M l, \\ \alpha_{13} = L n + N l, \\ \alpha_{23} = M n + N m.$$

Es ist absehbar, daß ein Auflösen dieses Ausdrucks nach der Unterkantentiefe h_b nicht möglich sein wird. Mit Hilfe des Zusammenhanges können aber Anomalienfelder für Modellbeispiele bereitgestellt werden.

3.1.2. Energiedichtespektrum

Transformiert man vom durch die Koordinaten x, y, z aufgespannten Ortsraum in den Frequenzraum (genauer den Wellenzahlraum), so stellen sich die analytischen Ausdrücke einfacher dar, wodurch aber keineswegs Einschränkungen in ihrer Aussagekraft eintreten. Die entsprechende mathematische Operation ist die FOURIER-Transformation. Man gelangt zum komplexen Spektrum $\Delta \bar{F}$ (das Überstreichen symbolisiert die FOURIER-Transformierte). Die Koordinaten im Frequenzraum sind u, v bzw. die Polarkoordinaten r und Θ . Als Betragsquadrat des komplexen Spektrums erhält man das Energiedichtespektrum (oft auch einfach Energiespektrum genannt):

$$(3) \quad E(u, v) = \Delta \bar{F}(u, v) \cdot \Delta \bar{F}^*(u, v) \\ \text{(das Symbol } * \text{ heißt konjugiert komplex.)}$$

Führt man die FOURIER-Transformation aus, so erhält man ausgehend z. B. von (1) für die Totalintensität eines prismenförmigen Quellkörpers einen Ausdruck für das Energiedichtespektrum in Abhängigkeit von den Quellenparametern, der sich verallgemeinert in folgender Form schreiben läßt (BHATTACHARYYA 1966, SPECTOR 1968):

$$(4) \quad E(u, v) = K_M \cdot H(h) \cdot G_F(\Theta) \cdot G_Q(\Theta) \cdot S^2(a, b, \beta).$$

Damit wird das Energiespektrum in Faktoren zerlegt, die außer von den Koordinaten des Frequenzraumes jeweils nur von maximal drei Parametern eines bestimmten Typs abhängig sind (Parameter der Quelle und des Erdfeldes).

K_M ist eine Konstante, die dem Quadrat der Wellenmagnetisierung bzw. des magnetischen Momentes proportional ist.

Der Faktor H hängt nur von der Tiefe und der Tiefenerstreckung des Quellkörpers ab.

G_F bzw. G_Q enthalten die Richtungscosinus des Erdfeldes bzw. der Quellenmagnetisierung.

Der Faktor S enthält die Geometrie des Modells, dabei stehen a , b und β symbolisch für seine horizontalen Abmessungen und seine Orientierung gegenüber den Koordinatenachsen.

Tab. 2 gibt eine Übersicht über die Faktoren der Gleichung (4) für verschiedene Modelltypen. (Die Bezeichnungen für die vom Prisma abweichenden Modelle sind analog zum Prisma gewählt. M charakterisiert die Quellenmagnetisierung bzw. Polstärke, α die geometrischen Abmessungen, β die Lage der Quelle zum Koordinatensystem.)

Vergleicht man z. B. für das Prisma die Darstellungen (1) für die Totalintensität (Ortsraum) mit den Relationen (4) und Tab. 2 für das Energiedichtespektrum (Frequenzraum), so fällt der Vorteil der Faktorendarstellung im Frequenzraum klar ins Auge. Die Produktdarstellung in (4) bietet noch einen anderen Vorteil. Beim Übergang zum logarithmischen Energiespektrum, d. h., zu $\log E(u, v)$, gelangt man zu einem additiven Einfließen der einzelnen Glieder.

$$(5) \quad \log E(u, v) = \log K_M + \log H(h) + \log G_F(\theta) + \log G_Q(\theta) + \log S(a, b, \beta).$$

Im folgenden werden die einzelnen Faktoren in (4) bzw. Summanden in (5) gesondert betrachtet.

Tiefenabhängiger Faktor $H(h)$

Betrachtet man die Spalte für $H(h)$ in Tab. 2, so sieht man, daß sich nach dem Typ des Faktors $H(h)$ eine Einteilung der angeführten Modelle in drei Gruppen vornehmen läßt:

- | | | | |
|-----|------|--|---|
| (6) | I. | $H(h) = e^{-2hr}$ | Punktpol
Linienpol |
| (7) | II. | $H(h) = r^2 e^{-2hr}$ | bodenloses Prisma
Dipol |
| (8) | III. | $H(h) = e^{-2h_t r} (1 - e^{-(h_p - h_t)r})^2$ | Linie von Dipolen
dünne Platte
Prisma
dünne vertikale Platte |

$E(u, v) = K_M \cdot H(h) \cdot G_F(\Theta) \cdot G_Q(\Theta) \cdot S^2(a, b, \beta)$					
Modell	K_M	$H(h)$	$G_F(\Theta)$	$G_Q(\Theta)$	$S^2(a, b, \beta)$
Punktpol	$4\pi^2 M_0$	e^{-2hr}	$n^2 + (l \sin \Theta + m \cos \Theta)^2$	1	1
Linienpol	$4\pi^2 M_S^2$	e^{-2hr}		1	$\frac{\sin^2 [\alpha (u \cos \beta + v \sin \beta)]}{\alpha^2 (u \cos \beta + v \sin \beta)^2}$
Dipol	$4\pi^2 M_D^2$	$r^2 e^{-2hr}$		$N^2 + (L \sin \Theta + M \cos \Theta)^2$	1
Linie von Dipolen	$4\pi^2 M_L^2$	$r^2 e^{-2hr}$			$\frac{\sin^2 [\alpha (u \cos \beta + v \sin \beta)]}{\alpha^2 (u \cos \beta + v \sin \beta)^2}$
Rechtwinkl. Prisma (senkr. einfallend) Bodenlos	$64\pi^2 M_Q^2$	$e^{-2h_t r}$			$\frac{\sin^2(ua)}{u^2} \cdot \frac{\sin^2(vb)}{v^2}$
Endl. Tiefenausdeh.		$e^{-2h_t r} (1 - e^{-(h_b - h_t)r})^2$			
Dünne Platte Horizontal gelagert	$64\pi^2 (M_{QDp})^2$	$r^2 e^{-2hr}$			
Schräg einfallend					$\frac{\sin^2(ua)}{u^2} \cdot \frac{\sin^2(br \sin \beta) + \sin^2(bv \cos \beta)}{u^2 \sin^2 \beta + v^2}$
Vertikal gelagert		$e^{-2h_t r} (1 - e^{-(h_b - h_t)r})^2$			$\frac{\sin^2(ua)}{u^2}$

Tab. 2. Energiespektrum

Fall I. soll "bodenloser Fall" genannt werden, das heißt für das Prisma: Es setzt sich nach unten gegen Unendlich fort, bzw. seine untere Fläche befindet sich in so großer Tiefe, daß von ihr keine Wirkung mehr auf das Energiespektrum ausgeht. Die Bildung des natürlichen Logarithmus liefert eine lineare Abhängigkeit von r , der radialen Koordinate des Frequenzraumes:

$$(9) \quad \log H(h) = - 2 h_t r.$$

Stellt man (9) grafisch dar, d. h., $\log H(h)$ über r (Abb. 2), so erhält man eine Gerade, deren Anstieg von der Tiefe bis zur Prismenoberkante bestimmt wird.

Fall II. - "laminarer Fall", die Plattenstärke d ist klein gegenüber den anderen Plattenabmessungen $2 a$ und $2 b$.

$$(10) \quad \log H(h) = - 2 h r + 2 \log r.$$

(10) beschreibt eine nichtlineare Abhängigkeit von r , hervorgerufen durch den Beitrag $2 \log r$. Bei $r_{\max} = 1/h$ tritt ein Maximum auf (vgl. Abb. 2).

Fall III. - "endliches Prisma", hier trägt der Einfluß der Prismenunterkante merkbar zum Energiespektrum bei.

$$(11) \quad \log H(h) = - 2 h_t r + 2 \log (1 - e^{-(h_b - h_t)r})$$

Dieser Ausdruck hängt ebenfalls nichtlinear von r ab. Er hat bei

$$(12) \quad r_{\max} = \frac{1}{h_b - h_t} \log \left(\frac{h_b}{h_t} \right)$$

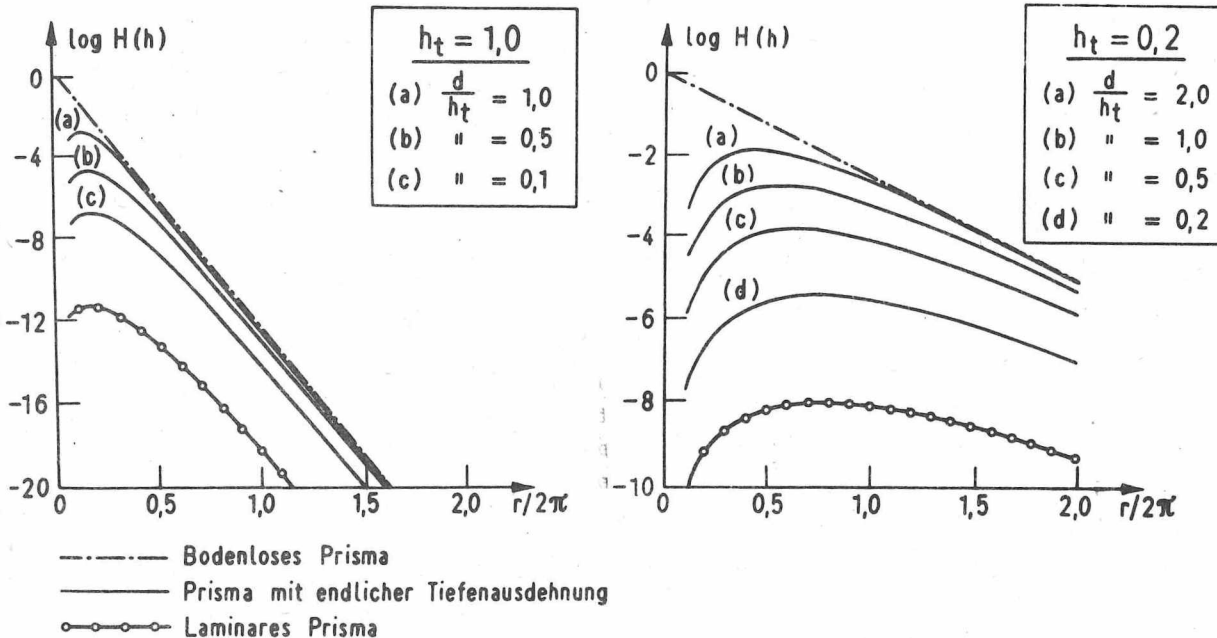


Abb. 2. Darstellung des tiefenabhängigen Faktors (nach SPECTOR [1968])

ein Maximum (Abb. 2). Dieser Modelltyp liegt vom Tiefenfaktor her zwischen dem bodenlosen und dem laminaren Fall. Er ist das für Betrachtungen der Unterkantenlagen geeignete Modell. In dem Auftreten eines Maximums bei niedrigen Frequenzen, d. h., im Abweichen der Kurve $H(h)$ über r für niedrige r -Werte von einer Geraden, spiegelt sich der Einfluß der Unterkantenlage in endlicher Tiefe wider.

In Abb. 2, die bei SPECTOR (1968) entnommen wurde, werden die drei Fälle: bodenloser, laminarer und der endlicher Tiefenerstreckung gegenübergestellt. Ähnliche Kurven findet man auch bei SPECTOR & GRANT (1970) und BHATTACHARYYA (1966). Vergleicht man die Kurven miteinander, so stellt man fest, daß sich bodenloses und endliches Modell nur bei niedrigen Frequenzen unterscheiden, mit wachsendem r nähert sich die Kurve des endlichen Prismas asymptotisch der des bodenlosen (diese Annäherung beginnt um so eher je größer $d = h_b - h_t$ ist). Der nichtlineare Verlauf der Kurve für das laminare Modell ist sowohl bei niedrigen Frequenzen deutlich ausgeprägt (speziell durch das Auftreten des Maximums) als auch bei höheren Frequenzen sichtbar im Unterschied zum linearen Verlauf des bodenlosen oder des endlichen Modells. Diese Abweichung wird zu höheren Frequenzen hin deutlicher, denn sie wird durch das stetig wachsende Glied $2 \log r$ bestimmt.

Feldabhängiger Faktor $G_F(\theta)$

Dieser von den Richtungscosinus des Erdfeldes l, m, n abhängige Faktor im Energiespektrum (4) tritt bei allen Modelltypen der Tab. 2 auf.

$$(13) \quad G_F(\theta) = n^2 + (l \sin \theta + m \cos \theta)^2.$$

$G_F(\theta)$ ist außer von der Richtung des geomagnetischen Feldvektors nur von θ (nicht von r) abhängig und enthält auch die Geometrie- oder Lageparameter des Störkörpers nicht. Das bedeutet, daß er Tiefenbestimmungen aus dem Energiespektrum nicht beeinflusst, wenn davor bezüglich θ gemittelt werden kann. Bei bekannter Richtung von \vec{F}_0 kann das Energiespektrum durch $G_F(\theta)$ dividiert werden, und damit fällt sein Einfluß weg. Diese Überlegung gibt die Basis für ein Verfahren der Datenaufbereitung, die Transformation zum Pol.

Von der Quellenmagnetisierung abhängiger Faktor $G_Q(\theta)$

$$(14) \quad G_Q(\theta) = N^2 + (L \sin \theta + M \cos \theta)^2$$

Dieser Faktor ist von der Richtung der Quellenmagnetisierung (Richtungscosinus L, M, N) abhängig, er gleicht in seiner mathematischen Struktur dem vom Erdfeld abhängigen Faktor $G_F(\theta)$, ist ebenso wie dieser nur von θ , nicht von r abhängig sowie nicht von der Geometrie der Anomalienquelle und ihrer Tiefenlage.

Von der Quellengeometrie abhängiger Faktor $S^2(a, b, \beta)$

Dieser Faktor tritt bei all den Modellen auf, die endliche horizontale Dimensionen besitzen (Tab. 2). Er enthält die Geometrie der Quelle (durch a und b), die Orientierung des Quellkörpers gegenüber dem Koordinatensystem (symbolisiert durch β) und r und θ , die Koordinaten des Frequenzraumes. Im wesentlichen ist $S^2(a, b, \beta)$ das Produkt zweier Funktionen vom Typ $\sin^2 x/x^2$. Z. B. gilt für einen allgemeineren Fall als in Tabelle 2 angegeben, für ein rechtwinkliges Prisma (Seitenlängen $2a$ bzw. $2b$), orientiert im Winkel β zur x -Achse (nach SPECTOR 1968):

$$(15) \quad S^2(a, b, \beta) = \frac{\sin^2 \sqrt{a} r \sin(\theta + \beta)}{\sqrt{a} r \sin(\theta + \beta)^2} \cdot \frac{\sin^2 \sqrt{b} r \cos(\theta + \beta)}{\sqrt{b} r \cos(\beta + \theta)^2}$$

Die Wirkung des Faktors $S^2(a, b, \beta)$ äußert sich bei der Darstellung des Energiespektrums über der u - v -Ebene in zwei orthogonal zueinander liegenden äquidistanten Serien von Nulllinien, wobei der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nulllinien den Prismendimensionen umgekehrt proportional ist (π/a bzw. π/b). BHATTACHARYYA (1966) veröffentlicht dazu zwei Abbildungen, in denen diese Nulllinien (oder "Knotenlinien", wie er sie nennt) im zweidimensionalen Amplitudenspektrum gezeigt werden. In diesen Abbildungen ist auch das Abklingen der Amplitude mit r klar zu sehen. Die Tatsache, daß r^4 im Nenner von $S^2(a, b, \beta)$ auftritt, bedeutet, daß der Faktor und damit das Energiespektrum mit wachsendem r stark abklingen, wesentlich stärker als das nur vom Tiefenfaktor $H(h)$ bewirkt würde. Daraus folgt, daß für genaue Tiefenbestimmungen ein Kompensieren des Faktors $S^2(a, b, \beta)$ angestrebt werden muß.

3.1.3. Komplexes Spektrum eines Modellensembles

Bisher wurden Einzelkörper als Modellquellen für geomagnetische Anomalien betrachtet. Tatsächliche magnetische Anomalienkarten sind jedoch eine Summe von vielen, sich überlagernden Anomalien, deren Ursachen eine unregelmäßige Verteilung magnetischer Minerale in der Erdkruste sind. Man kann diese Strukturen jedoch durch Ensembles diskreter Körper darstellen, wenn man nur die Variationsbreite der die Modellkörper beschreibenden Parameter (Gestalt, Größe, magnetische Eigenschaften, Lagerungstiefe) groß genug wählt (SPECTOR 1968, SPECTOR & GRANT 1970, LUGOVENKO 1977).

Hier soll als Grundmodell ein rechtwinkliges Prisma verwendet werden, denn Prismen lassen breite Variationsmöglichkeiten zu und erlauben durch Zusammensetzungen die Darstellungen der verschiedensten Körper. Der Parameterraum eines solchen Prismas ist siebendimensional (Abb.1):

- 3 Parameter für Richtung und Betrag der Quellenmagnetisierung \vec{M}_Q
(M_Q , L , M oder als Parameter der Richtung die Deklination D_Q und die Inklination I_Q des Quellenmagnetisierungsvektors)
- 2 Parameter für die horizontalen Abmessungen ($2a$, $2b$)
- 2 Parameter für Tiefenlage und Tiefenerstreckung (h_t , h_b).

Im Parameterraum des Prismenensembles kommen dann noch 2 Parameter für die Lagekoordinaten des Einzelprismas dazu: ξ, η (Koordinaten des Schwerpunktes). Außerdem geht der Einfluß der Richtung des geomagnetischen Feldvektors \vec{F}_0 ein, die jedoch für alle Einzelprismen des Ensembles gleich ist. Der Parameterraum eines Ensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung (zur Vereinfachung noch rechtwinklig und achsenparallel gelagert, d. h. $\beta = 0$) ist demzufolge neundimensional. Kompliziertere Modelle können im Prinzip ähnlich behandelt werden, sie würden einen noch höherdimensionalen Parameterraum erfordern, eine bessere Betrachtungsweise des Problems jedoch nicht bringen.

Jedes Einzelmodell des Ensembles ist in dessen Parameterraum mit einem Punkt P_p $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j$ verknüpft, wobei für die weiteren Betrachtungen $j = 9$ zu setzen ist. Das gesamte Ensemble liefert dann eine Punktverteilung im Parameterraum.

Die Totalfeldanomalie eines Ensembles von K Körpern läßt sich als Summe der Anomalien der Einzelquellkörper schreiben:

$$(16) \Delta F(x, y, 0) = \sum_{k=1}^K \Delta F_k(x, y, 0).$$

Die FOURIER-Transformierte einer Summe ergibt sich als Summe der FOURIER-Transformierten der Summanden, und folglich wird das komplexe Spektrum:

$$(17) \Delta \bar{F}(u, v) = \sum_{k=1}^K \Delta \bar{F}_k(u, v).$$

Jede individuelle FOURIER-Transformierte $\Delta \bar{F}_k$ kann als Produkt von Einflußfaktoren ausgedrückt werden:

$$(18) \Delta \bar{F}_k(u, v) = \Delta \bar{F}_k(r, \Theta) = \Gamma_F(1, m, \Theta) \cdot \chi_k(h_{t_k}, h_{d_k}, r) \cdot \Gamma_{Q_k}(M_{Q_k}, L_k, M_k, \Theta) \cdot s_k(a_k, b_k, r, \Theta) \cdot p_k(\xi_k, \eta_k, r, \Theta)$$

Der Index k an den Variablen deutet an, daß es sich um die Parameter der einzelnen zum Ensemble gehörenden Prismen handelt. Zur Unterscheidung von den im Ausdruck für die Energiedichte (4) gewählten Symbolen wurden hier andere verwendet; symbolisch geschrieben wäre:

$$\chi \cdot \chi^{\#} = H; \quad s \cdot s^{\#} = S^2; \quad \Gamma_Q \cdot \Gamma_Q^{\#} = G_Q.$$

Für die einzelnen Faktoren gilt:

a) Von der Feldrichtung abhängiger Faktor:

$$(19) \Gamma_F(1, m, \Theta) = n + 1 (1 \sin \Theta + m \cos \Theta)$$

(wegen des Zusammenhanges zwischen den Richtungscosinus: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ ist dieser Term nur von zwei Richtungsparametern abhängig). Dieser Faktor ist für alle Prismen gleich und kann folglich vor das Summationszeichen gesetzt werden.

b) Tiefenabhängiger Faktor:

$$(20) \quad \chi_k(h_{t_k}, h_{b_k}, r) = e^{-h_{t_k} r} (1 - e^{-d_k r})$$

mit $d_k = h_{b_k} - h_{t_k}$.

c) Von der Quellenmagnetisierung abhängiger Faktor

$$(21) \quad \Gamma_{Q_k}(M_{Q_k}, L_k, M_k, \Theta) = 2\pi M_{Q_k} \left\{ N_k + i(L_k \sin \Theta + M_k \cos \Theta) \right\}.$$

Gegenüber (14) wurde hier der Betrag M_{Q_k} der Magnetisierung des Einzelprismas mit im Faktor Γ_{Q_k} untergebracht, da sie bei einem Ensemble von Prismen nicht mehr als Konstante gewertet werden kann.

d) Von der Quellengeometrie abhängiger Faktor

$$(22) \quad s_k(a_k, b_k, r, \Theta) = \frac{\sin(a_k r \sin \Theta)}{a_k r \sin \Theta} + \frac{\sin(b_k r \cos \Theta)}{b_k r \cos \Theta}.$$

Gegenüber (15) wurde also $\beta = 0$ gesetzt, um die Parameterzahl nicht unnötig zu erhöhen, außerdem wird durch das Zusammensetzen von mehreren Prismen versetzt zueinander die Approximation schräg streichender Prismen möglich, d. h., durch breite Variation in den a_k und b_k wird im Grunde $\beta \neq 0$ mit realisierbar.

e) Der Faktor $p_k(\xi_k, \eta_k, r, \Theta)$ repräsentiert die Abhängigkeit von der Schwerpunktlage (ξ_k, η_k) des Prismas, er hat die Form (vgl.: SYBERG 1972, ROTHER 1979):

$$(23) \quad p_k(\xi_k, \eta_k, r, \Theta) = e^{-i(u \xi_k + v \eta_k)}.$$

Von den einzelnen Faktoren soll nun zu dem Quellenensemble als Ganzes zurückgekommen werden. Betrachtungen solcher Ensembles findet man bei SPECTOR und GRANT. SPECTOR (1968) verwendet bodenlose Prismen als Modelle. SPECTOR & GRANT (1970) betrachten die Energiedichte, was bedeutet, daß die Variation der Lagekoordinaten von vornherein ausgeklammert wird (d. h., bei ihnen ist $j = 8$). Das Vorgehen hier lehnt sich an das der beiden Autoren an, vom Verfasser werden jedoch Prismen endlicher Tiefenausdehnung als Grundmodelle verwendet, außerdem wird vom Spektrum ausgegangen. Es wird benutzt, daß die mathematische Erwartung (Symbol $\langle \dots \rangle$) des komplexen Spektrums $\Delta \bar{F}$ dem Ensemblemittel von $\Delta \bar{F}$ gleich ist. Dieser Satz gilt streng genommen nur für große Ensembles, bei SPECTOR & GRANT (1970) wird jedoch abgeschätzt, daß er bereits bei einer Modellkörperanzahl von $K = 5$ oder 6 anwendbar ist:

$$(24) \quad \langle \Delta \bar{F} \rangle = \int \dots \int \Delta \bar{F} \Phi \, d\lambda_1 \dots d\lambda_9$$

wo $\lambda_1, \dots, \lambda_9$ die Koordinaten im neundimensionalen Parameterraum des Ensembles sind, Φ ist eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für diese Parameter.

Unter der Annahme, daß die Parameter unabhängig voneinander variieren, kann man die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion Φ als Produkt der individuellen Verteilungsfunktionen für die einzelnen Parameter schreiben:

$$(25) \quad \Phi = \Phi_1(h_t) \Phi_2(d) \Phi_3(a) \Phi_4(b) \Phi_5(M_Q) \Phi_6(I_Q) \Phi_7(D_Q) \Phi_8(\xi, \eta).$$

Dabei wurde für die Lagekoordinaten ξ, η eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte $\Phi_8(\xi, \eta)$ benutzt. Bei der Beschreibung der Richtung der Quellenmagnetisierung \vec{M}_Q wurde zu den in der Geophysik üblichen Parametern: Inklination I_Q und Deklination D_Q übergegangen. Mit (25) erhält man aus (24), (17) und (18) (symbolische Schreibweise):

$$(26) \quad \langle \Delta \bar{F} \rangle = \langle \chi \rangle \cdot \langle \Gamma_Q \rangle \cdot \langle s \rangle \cdot \langle p \rangle.$$

Mit Hilfe der zwei Annahmen:

- Zahl der Körper groß,
- die Parameter variieren statistisch unabhängig voneinander, gelingt es also, den Erwartungswert des komplexen Spektrums eines Modellensembles als Produkt von vier Erwartungswerten zu schreiben, von denen jeder höchstens von drei Parametern abhängt.

Analog zum Vorgehen bei der Betrachtung eines Einzelprismas sollen jetzt die Faktoren einzeln betrachtet werden.

Tiefenabhängiger Faktor

Es gilt (20):

$$\chi(h_t, d, r) = e^{-h_t r} (1 - e^{-dr}).$$

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte von h_t wird eine rechteckige Verteilungsfunktion angenommen, d. h., h_t kann im Bereich $h_{t0} - \Delta h_t \leq h_t \leq h_{t0} + \Delta h_t$ mit konstanter Wahrscheinlichkeit $1/(2 \Delta h_t)$ variieren. Analog soll d mit der Wahrscheinlichkeit $1/(2 \Delta d)$ im Bereich $d_0 - \Delta d \leq d \leq d_0 + \Delta d$ variieren. Damit gilt für die Erwartung des Faktors $e^{-h_t r}$:

$$(27) \quad \langle e^{-h_t r} \rangle = \frac{1}{2 \Delta h_t} \int_{h_{t0} - \Delta h_t}^{h_{t0} + \Delta h_t} e^{-h_t r} dh_t = e^{-h_{t0} r} \frac{\sinh(r \Delta h_t)}{r \Delta h_t}$$

bzw. für die Erwartung des Faktors $(1 - e^{-dr})$:

$$(28) \quad \langle 1 - e^{-dr} \rangle = \frac{1}{2 \Delta d} \int_{d_0 - \Delta d}^{d_0 + \Delta d} (1 - e^{-dr}) dd = 1 - e^{-d_0 r} \frac{\sinh(r \Delta d)}{r \Delta d}$$

Die Erwartung des tiefenabhängigen Faktors wäre dann:

$$(29) \quad \langle \chi \rangle = \langle e^{-h_t r} \rangle \langle 1 - e^{-dr} \rangle.$$

Das Energiespektrum enthält das Quadrat dieses Ausdruckes. Der Beitrag des tiefenabhängigen Gliedes zum Logarithmus der Energiedichte ergibt sich dann folgendermaßen:

$$(30) \quad \log \langle \chi^2 \rangle = -2 h_{t_0} r + 2 \log \left[\frac{\sinh \left(\frac{r \Delta h_t}{r \Delta h_t} \right)}{r \Delta h_t} \right] + \\ + 2 \log \left[1 - e^{-d_0 r} \frac{\sinh \left(\frac{r \Delta d}{r \Delta d} \right)}{r \Delta d} \right].$$

In Abb. 3 wird der Beitrag des tiefenabhängigen Gliedes zum Logarithmus der Energiedichte grafisch dargestellt. Zum Vergleich sind drei Kurven gezeigt:

a) die Kurve für das bodenlose Prisma (9):

$$\log (\chi) = -2 h_t r$$

b) die Kurve für ein Prisma endlicher Tiefenerstreckung (11):

$$\log (\chi) = -2 h_t r + 2 \log (1 - e^{-dr})$$

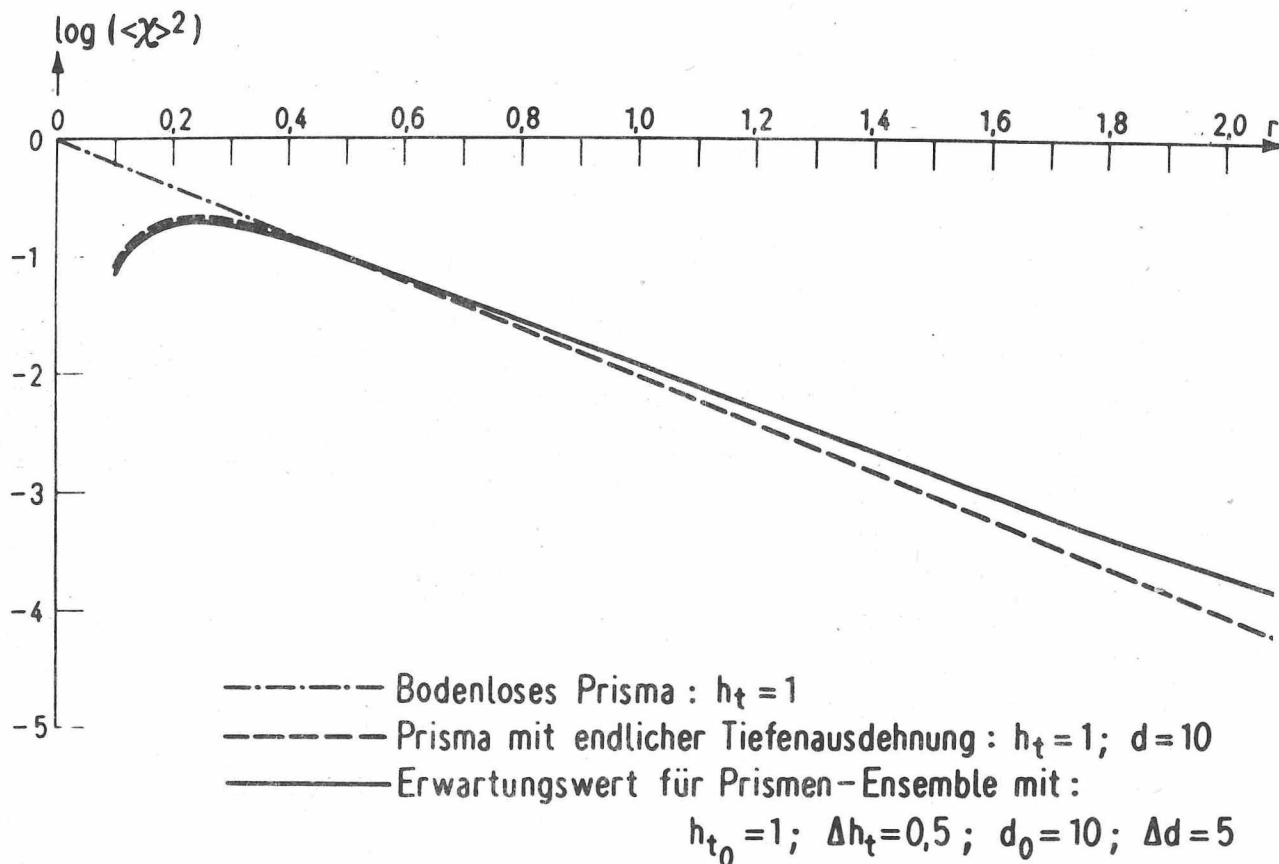


Abb. 3. Beitrag des tiefenabhängigen Gliedes zum log. Energiespektrum

c) die durch (30) gegebene Kurve für ein Prismenensemble. Ein Vergleich der Kurven a) und b) zeigt den Unterschied zwischen bodenlosem und endlichem Prisma noch einmal sehr deutlich, das nichtlineare Verhalten von b) mit seinem Maximum im niederfrequenten Bereich.

Mit den gewählten Parametern Δh_t und Δd wird die Streubreite für das Prismenensemble ziemlich groß angenommen (= 50 %), d. h. gleichmäßige Verteilung für die Prismen im Bereich $0,5 \leq h_t \leq 1,5$ und $5,0 \leq d \leq 15,0$. Trotzdem zeigt ein Vergleich der Kurven b) und c), daß man mit den Mittelwerten des Ensembles arbeiten kann, denn die Differenz macht sich erst im quasilinearen Abschnitt bemerkbar, die Maximumlage wird kaum beeinflusst. Für die Interpretation verdichtet sich das zu der Aussage, daß eine hinreichend genaue Bestimmung mittlerer Werte noch bei einer Streubreite von 50 % möglich ist.

Von der Quellenmagnetisierung abhängiger Faktor

Dieser Faktor wird durch (21) gegeben, das sich bei Einführung der Inklination I_Q und der Deklination D_Q zur Charakterisierung der Richtung des Magnetisierungsvektors schreibt:

$$(31) \quad \Gamma_Q (M_Q, I_Q, D_Q, \Theta) = 2 \pi M_Q \sin I_Q \left[1 + i \cot I_Q \sin (D_Q + \Theta) \right].$$

Auch hier sollen gleichförmige Verteilungsfunktionen für die drei Parameter vorliegen. Das bedeutet: M_Q ist gleichförmig verteilt (Wahrscheinlichkeit $1/(2 \Delta M_Q)$) um den Mittelwert M_{Q_0} im Bereich: $M_{Q_0} - \Delta M_Q \leq M_Q \leq M_{Q_0} + \Delta M_Q$, I_Q ist gleichförmig verteilt im Bereich: $I_{Q_0} - \Delta I_Q \leq I_Q \leq I_{Q_0} + \Delta I_Q$, D_Q ist gleichförmig verteilt im Bereich: $D_{Q_0} - \Delta D_Q \leq D_Q \leq D_{Q_0} + \Delta D_Q$. Die Erwartung des Faktors Γ_Q ist dann:

$$(32) \quad \langle \Gamma_Q \rangle = \frac{1}{2 \Delta M_Q} \int_{M_{Q_0} - \Delta M_Q}^{M_{Q_0} + \Delta M_Q} \frac{1}{2 \Delta I_Q} \int_{I_{Q_0} - \Delta I_Q}^{I_{Q_0} + \Delta I_Q} \frac{1}{2 \Delta D_Q} \int_{D_{Q_0} - \Delta D_Q}^{D_{Q_0} + \Delta D_Q} \left\{ 2 \pi M_Q \sin I_Q \cdot \left[1 + i \cot I_Q \sin (D_Q + \Theta) \right] \right\} dM_Q dI_Q dD_Q = \\ = 2 \pi M_{Q_0} \sin I_{Q_0} \left[1 + i \cot I_{Q_0} \sin (D_{Q_0} + \Theta) \right] \frac{\sin \Delta I_Q}{\Delta I_Q} \frac{\sin \Delta D_Q}{\Delta D_Q}$$

Unter der Annahme, daß ΔI_Q und auch ΔD_Q klein bleiben, d. h., $\sin \Delta I_Q / \Delta I_Q \approx 1$ bzw. $\sin \Delta D_Q / \Delta D_Q \approx 1$ gilt, tendiert der Erwartungswert für den von der Quellenmagnetisierung abhängigen Faktor gegen den Ausdruck, der für ein Einzelprisma erhalten wurde (abgesehen von $2 \pi M_Q$, das dort als konstantes Glied ausgeklammert worden war). Die Annahme ist möglich, denn die Quellenmagnetisierung \vec{M}_Q setzt sich aus einem im Erdfeld induzierten und einem remanenten Anteil zusammen. Die Richtung dieser Summe wird in der Regel sicherlich nicht so weit vom Erdfeld abweichen, daß $\sin \Delta I_Q / \Delta I_Q$ bzw. $\sin \Delta D_Q / \Delta D_Q$ wesentlich verschieden von 1 werden. SPECTOR & GRANT (1970) schätzen ab, daß das bis etwa 20° Abweichung vom Mittelwert richtig ist.

Von der Quellengeometrie abhängiger Faktor

Dieser Faktor wird durch (22) gegeben:

$$S(a, b, r, \Theta) = \frac{\sin(a r \sin \Theta)}{a r \sin \Theta} + \frac{\sin(b r \cos \Theta)}{b r \cos \Theta}.$$

Bei Annahme rechteckiger Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen für a und b , d.h.:

$$\begin{aligned} a_0 - \Delta a &\leq a \leq a_0 + \Delta a, \\ b_0 - \Delta b &\leq b \leq b_0 + \Delta b \end{aligned}$$

folgt für die Erwartung des betrachteten Faktors im komplexen Spektrum:

$$(33) \langle S \rangle = \frac{1}{4\Delta a \Delta b} \int_{a_0 - \Delta a}^{a_0 + \Delta a} \int_{b_0 - \Delta b}^{b_0 + \Delta b} \left(\frac{\sin(a r \sin \Theta)}{a r \sin \Theta} + \frac{\sin(b r \cos \Theta)}{b r \cos \Theta} \right) da db.$$

(33) enthält den Integralsinus.

$$(34) S_i(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt,$$

der als unendliche Reihe ausgedrückt werden kann.

Mit (34) läßt sich (33) schreiben:

$$(35) \langle S \rangle = \frac{1}{4\Delta a \Delta b} \frac{S_i((a_0 + \Delta a) r \sin \Theta) - S_i((a_0 - \Delta a) r \sin \Theta)}{r \sin \Theta} + \frac{S_i((b_0 + \Delta b) r \cos \Theta) - S_i((b_0 - \Delta b) r \cos \Theta)}{r \cos \Theta}.$$

(35) beschreibt die Wirkung der horizontalen Quellenabmessungen a , b auf das komplexe Spektrum. Der Einfluß auf das Energiespektrum $E(r, \Theta)$ ist dann: $\langle S \rangle^2$.

Um den Einfluß des Winkels in der Frequenzebene auszuschalten, d. h. um zu einem Ausdruck zu gelangen, der nur noch von r abhängt, muß $\langle S \rangle^2$ über Θ gemittelt werden.

In das logarithmische Energiespektrum geht der Einfluß der horizontalen Queldimensionen additiv ein:

$$(36) \log \left[\langle S(r) \rangle^2 \right] = \log \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \langle S \rangle^2 d\Theta \right].$$

Vorn wurde angeführt, daß die Modellwahl deshalb auf das Prisma fiel, weil dieses Variationen zuläßt, die zu den verschiedensten Quellen führen. Um das zu gewährleisten, schlägt SPECTOR (1968) vor, den Bereich für a von 0 bis $2a_0$ zu wählen und den Bereich für b genauso groß zu machen (also: $\Delta a = \Delta b = a_0$ und $b_0 = a_0$). Damit schreibt sich (36) unter Benutzung von (35):

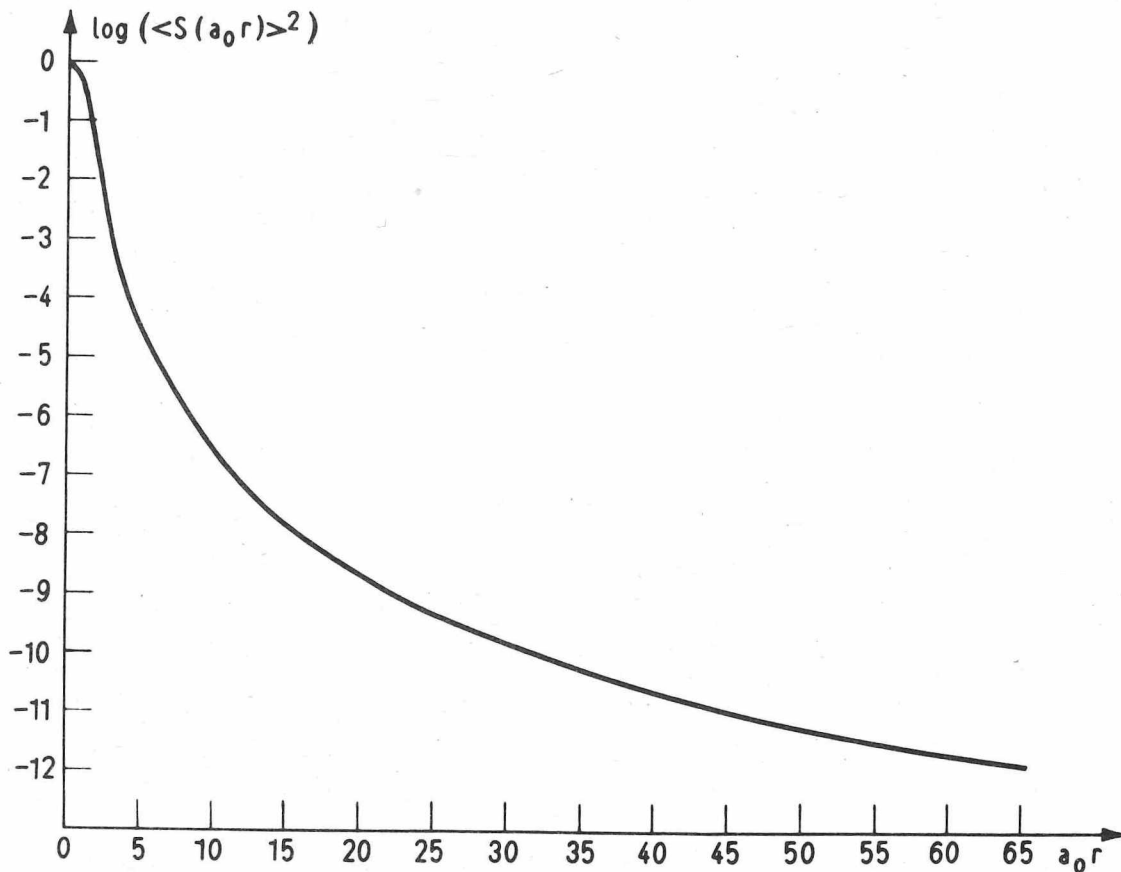


Abb. 4. Darstellung des Erwartungswertes $\langle S(a_0 r) \rangle$

$$(37) \quad \log \langle S(r) \rangle^2 = \log \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{S_i(2a_0 r \sin \theta)}{2a_0 r \sin \theta} \cdot \frac{S_i(2a_0 r \cos \theta)}{2a_0 r \cos \theta} d\theta \right]^2$$

SPECTOR (1968) und SPECTOR & GRANT (1970) veröffentlichten für verschiedene a_0 -Werte Kurven für die Größe $\log \langle S(r) \rangle^2$ in Abhängigkeit von r . Da in (37) r immer mit a_0 gekoppelt als $a_0 r$ auftritt, kann man $\log \langle S(r) \rangle^2$ auch in Abhängigkeit von $a_0 r$ darstellen und umgeht damit die Tatsache, daß für verschiedene a_0 -Werte verschiedene Kurven nötig werden. Abb. 4 zeigt $\log \langle S(r) \rangle^2$ über $a_0 r$ dargestellt. Danach ist festzustellen, daß der Einfluß des Faktors $\langle S(r) \rangle^2$ im logarithmischen Energiespektrum den Abfall der Kurve steiler werden läßt. Gleichung (37) bzw. Abb. 4 ermöglichen das Ausblenden dieses Einflusses aus dem logarithmischen Energiespektrum bei Entscheidung für ein bestimmtes a_0 .

Von der Quellenverteilung abhängiger Faktor

Bei den vorhergehenden Betrachtungen der Faktoren, die in die Erwartung des komplexen Spektrums eingehen, wurden immer gleichförmige Verteilungen gewählt. Das wäre für die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der die Quellenlage beschreibenden Koordinaten ξ und η nicht sinnvoll. Damit würden zu starke Einschränkungen auferlegt und

die allgemeine Anwendung in Frage gestellt, denn die benutzten Körper besitzen einen endlichen Querschnitt und können auf mannigfaltigste Weise über die betrachtete Karte verteilt sein, was die Auswahl einer geeigneten Verteilungsfunktion für f und η schwierig macht. SPECTOR (1968) hat das Problem der Beeinflussung des komplexen Spektrums durch die Lage der Einzelquellen an Hand von zwei Beispielen mit zwei bzw. drei Punktpolen beleuchtet. Er gelangt zu dem Schluß, daß die Art und Weise, in der die Quellen verteilt sind, das Bild des Spektrums in der u-v-Ebene beeinflusst, daß jedoch eine Mittelung des Energiespektrums bezüglich des Winkels Θ in der u-v-Ebene diese Asymmetrie hinreichend unterdrückt.

Geschlossene Darstellung

Eine Zusammenfassung der gewonnenen Ergebnisse bringt für das komplexe Spektrum eines Modellensembles von Prismen endlicher vertikaler Erstreckung:

$$(38) \quad \Delta \bar{F}(r, \Theta) = A e^{-h_t o r} (1 - e^{-d_o r}) \sin I_{Q_o} \left[\sqrt{1 + i \cot I_{Q_o} \sin(D_{Q_o} + \Theta)} \right] \cdot \\ \cdot \sin I_F \left[\sqrt{1 + i \cot I_F \sin(D_F + \Theta)} \right] \langle S(a_o, r, \Theta) \rangle,$$

wo A eine Konstante ist, in die der Mittelwert der Quellenmagnetisierung und der Betrag der Intensität des Erdfeldes eingehen. Der Index 0 kennzeichnet den Mittelwert der jeweiligen Größe. Dividiert man durch die Beiträge, die vom Erdfeld bzw. der Quellenmagnetisierung herrühren und geht zum radialen (über Θ gemittelten) Spektrum über, so kann man schreiben:

$$(39) \quad \Delta \bar{F}_N(r) = A \cdot e^{-h_t o r} (1 - e^{-d_o r}) \langle S(a_o, r) \rangle.$$

(39) drückt aus, daß die markantesten Faktoren für die Form des radialen komplexen Spektrums eines solchen Prismenensembles die Abhängigkeiten von der Tiefenlage, der Tiefenerstreckung und den horizontalen Dimensionen der Quellkörper sind.

Wegen ihrer Tragweite sollen nochmal die Hauptannahmen festgestellt werden, unter denen die Aussage der Gleichung (39) gewonnen wurde:

- Anzahl der Körper des Ensembles genügend groß,
- Variationen der Parameter (in genügender Breite) unabhängig voneinander,
- die Variationsbreiten für Deklination D_Q und Inklination I_Q der Quellenmagnetisierung bleiben klein,
- der Einfluß der Lage der Quellen wird bei Mittelung über Θ eliminiert.

3.1.4. Energiedichtespektrum eines Doppelensembles

Unter einem Doppelensemble soll eine Kombination von zwei Modellensembles verstanden werden, wobei für beide die bei einem Ensemble gemachten Annahmen zutreffen. Die direkte Aufgabe für ein solches Doppelensemble wird gesondert behandelt, weil dieses Modell in der Lage ist, die Unterscheidung oberflächennaher und tieferliegender Quellen zu beschreiben.

Außerdem stellten SPECTOR & GRANT (1970) fest, daß das Auftreten von zwei Ensembles der in der Natur häufigste Fall ist, wohingegen der Ein- bzw. Mehrensemblefall (≥ 3 Ensembles) selten vorkommen. SPECTOR (1968) betrachtet ein Doppelensemble, bei dem für die oberen Quellen der laminare Typ und für die tieferliegenden der bodenlose Typ angenommen werden. Bei den vorliegenden Untersuchungen werden auch andere Kombinationen und vor allem die Kopplung zweier Ensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung möglich.

Das komplexe Spektrum des Doppelensembles läßt sich nach (17) als Summe der komplexen Spektren der zwei Ensembles schreiben:

$$(40) \quad \Delta \bar{F}_N(r) = \Delta \bar{F}_{N_1}(r) + \Delta \bar{F}_{N_2}(r).$$

Das erste Ensemble (etwa die oberflächennahen Quellen) habe die Parameter:

mittlere Tiefe bis zur Oberkante der Quellen: h_{t10} ,

mittlere horizontale Dimension: $2a_{10}$,

der zweiten Modellverteilung entsprechen h_{t20} und $2a_{20}$.

Mit (39) und (40) erhält man:

$$(41) \quad \Delta \bar{F}_N(r) = A_1 e^{-h_{t10} r} (1 - e^{-d_{10} r}) \langle S(a_{10}, r) \rangle + \\ + A_2 e^{-h_{t20} r} (1 - e^{-d_{20} r}) \langle S(a_{20}, r) \rangle.$$

Geht man von (40) zum radialen Energiespektrum über, so erhält man:

$$(42) \quad E_N(r) = \langle \Delta \bar{F}_N(r) \rangle^2 = \langle \Delta \bar{F}_{N_1}(r) \rangle^2 + \langle \Delta \bar{F}_{N_2}(r) \rangle^2 + \\ + 2 \Delta \bar{F}_{N_1} \Delta \bar{F}_{N_2}.$$

Die Energie des Doppelensembles setzt sich demnach aus der Summe der Energien der beiden Einzelensembles plus einem gekoppelten Term zusammen:

$$(43) \quad E_N(r) = E_{N_1}(r) + E_{N_2}(r) + E_{N_{12}}(r)$$

mit:

$$(44) \quad E_{N_{12}}(r) = 2 \sqrt{E_{N_1}(r) \cdot E_{N_2}(r)},$$

$$(45) \quad E_{N_1}(r) = \langle A_1 e^{-h_{t10} r} (1 - e^{-d_{10} r}) \langle S(a_{10}, r) \rangle \rangle^2$$

und $E_{N_2}(r)$ analog.

An Hand eines Beispiels soll der Sachverhalt erläutert werden. Der Einfluß der horizontalen Parameter der Quellen wird dabei vernachlässigt (eine Berücksichtigung hätte nur etwas steilere Kurven bewirkt). In Abb. 5 werden die einzelnen Glieder der Gleichung (43) für ein Doppelensemble aus zwei Ensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung dargestellt. Die Werte der Quellenparameter sind in der Abbildung angegeben. Es ist zu sehen, daß der Einfluß des gekoppelten Gliedes $E_{N_{12}}$ beträchtlich ist, vor allem bei niedrigen Frequenzen. Für $r > 0,7$ dominieren klar die oberflächennahen Quelle

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die getrennt berechneten Beiträge der Ensembles nicht einfach addiert werden können, ohne die Kopplung zu berücksichtigen. Die Beachtung dieser Tatsache ist vor allem für Interpretationsbetrachtungen wichtig, wo eine Trennung der Beiträge oberflächennaher und tieferliegender Quellen beabsichtigt wird.

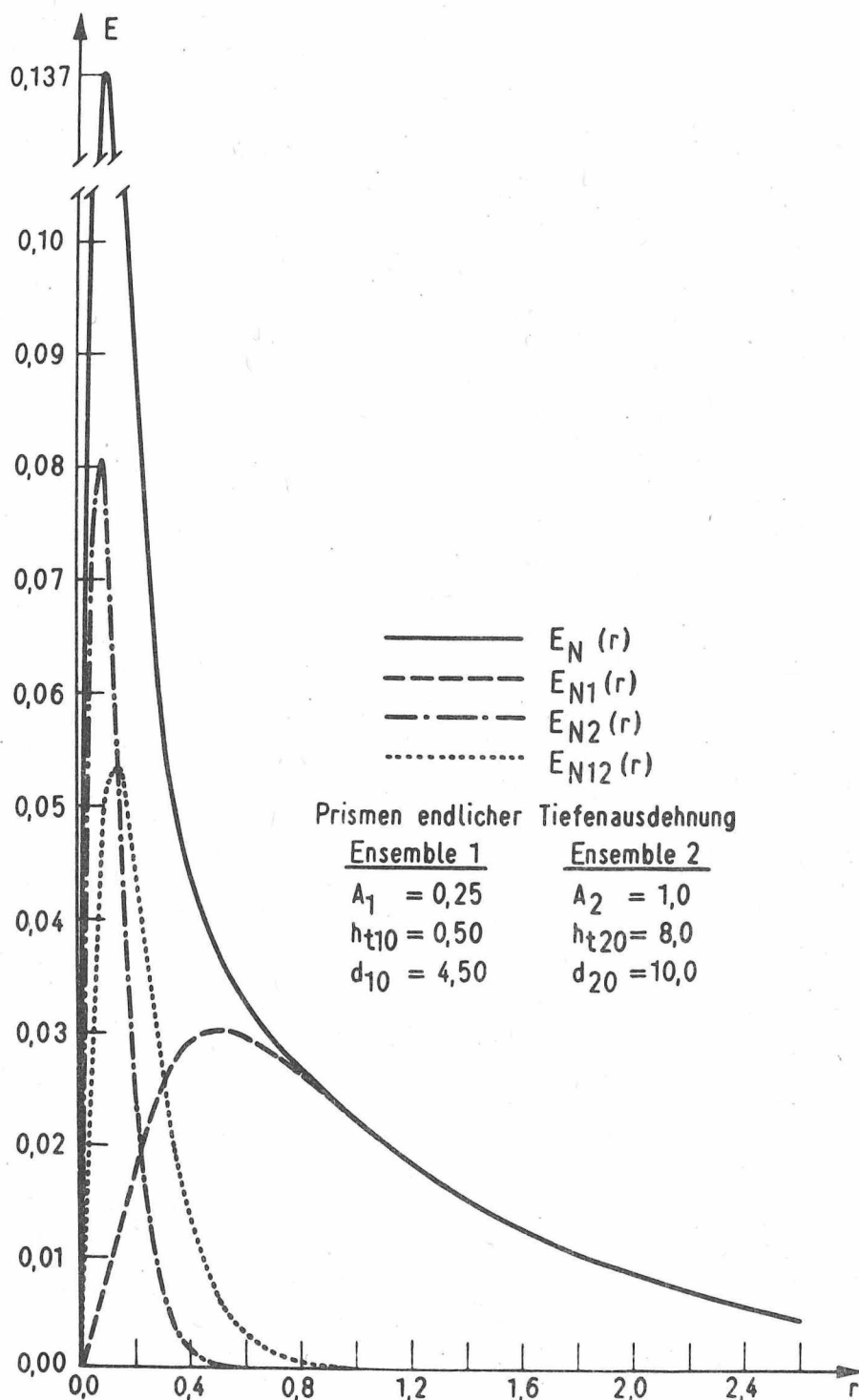


Abb. 5. Radiales Energiespektrum eines Doppelensembles

3.2. Inverse Aufgabe - Schluß von geomagnetischen Anomalien auf die Parameter ihrer Quellen; Spektrale Betrachtungen und Tiefenbestimmungen

Nach einer Analyse der Möglichkeiten zur Lösung der inversen Aufgabenstellung und einer kritischen Durchsicht der wenigen Versuche aus der Literatur zur Unterkantenbestimmung für Quellen endlicher Tiefenausdehnung (ROTHER 1979) läßt sich zusammenfassend feststellen:

Das wesentlichste Problem bei der Anwendung der Verfahren zur Suche der unteren Quellenbegrenzung liegt in der Gewinnung interpretierbarer Anomalien. Mit der Güte des Ausschaltens von Überlappungen durch benachbarte Anomalien und andere Störeinflüsse wächst und fällt die Aussagekraft der erzielten Ergebnisse, vor allem weil die Wirkung endlicher Unterkantenlagen sich in dem gegen Störungen besonders empfindlichen Flankenbereich der Anomalien äußert.

Für Interpretationen im Frequenzraum sprechen folgende Tatsachen:

- Bei Gewinnung der Spektren aus Karten wird das gesamte zweidimensionale Bild der Anomalie herangezogen.
- Der Informationsgehalt der Spektren ist nicht geringer als der der Originalanomalien (BHATTACHARYYA 1966).
- Von Einzelanomalie-Interpretationen und ihren Nachteilen (des nur sehr ungenauen und schwierigen Herauspräparierens der Anomalie aus dem Datenmaterial) kann man zur Behandlung von Anomalienensembles übergehen, für die die Überlappung der Anomalien nicht ins Gewicht fällt. Als Ergebnisse treten dann Ensemblemittelwerte auf.

Wegen der genannten Vorteile und vor allem der nicht zu übersehenden Nachteile anderer Betrachtungsweisen fällt die Entscheidung für spektrale Interpretationen. Hier soll eine Methodik vorgestellt werden, die aus spektralen Betrachtungen auf Tiefenbestimmungen schließt, sie ist sowohl bei Einzelquellen anwendbar, als auch für Quellenensembles erweiterungsfähig.

3.2.1. Tiefenbestimmungen für Einzelquellen

Zur Interpretation werden das komplexe Spektrum bzw. das Energiedichtespektrum und dessen Logarithmus herangezogen. Die entsprechenden Zusammenhänge waren bei der Behandlung der direkten Aufgabe in Tab. 2 zusammengestellt worden. Der für Tiefenuntersuchungen interessante Faktor ist $H(h)$, vgl. (5) bis (11). In Abb. 2 war $\log H(h)$ in Abhängigkeit von r für die drei Modelltypen (laminar, bodenlos und endliche Tiefenerstreckung) mit seinen charakteristischen Unterschieden dargestellt worden. Sollen Interpretationen erfolgen, so muß man sich an Hand der grafischen Darstellung für einen Modelltyp entscheiden, d. h., für den Ansatz laminarer oder Prismenmodelle. Diese Unterscheidung ist danach zu treffen, ob abgesehen von den niedrigen Frequenzen im wesentlichen linearer oder nichtlinearer Verlauf vorliegt. Der Fall einer laminaren Quelle kann auf den bodenlosen Fall zurückgeführt werden, indem von der Kurve $\log H(h)$ die Funktion $\log(2r)$ subtrahiert wird, denn um dieses Glied differieren die beiden Fälle (vgl. (6), (7)). Die Kurve, die nunmehr linearen Verlauf zeigt, kann weiter behandelt werden wie für den bodenlosen Fall (h_t entspricht dann aber der Quelltiefe der dünnen Platte.).

Aus dem Anstieg des linearen Teils der Kurve $\log H(h, r)$ kann auf die Tiefenlage h_t der Oberkante der prismenförmigen Quelle geschlossen werden:

$$\log H(h, r_2) - \log H(h, r_1) = -2 h_t (r_2 - r_1)$$

$$(46) \quad \frac{\Delta \log H(h)}{\Delta r} = -2 h_t$$

Sollen außerdem Schlußfolgerungen auf die Tiefenerstreckung der Quelle getroffen werden, so ist das aus der Bestimmung der Lage des Maximums der Kurve $\log H(h, r)$ möglich, das im Falle endlicher Tiefenausdehnung bei niederen Frequenzen auftritt. Aus der Frequenz r_{\max} , bei der es liegt, und h_t kann die Tiefe h_b bis zur Unterkante der Quelle bestimmt werden. Man erhält aus (12):

$$(47) \quad r_{\max} h_t = \log (h_b/h_t) / (h_b/h_t - 1)$$

Den Zusammenhang (47) kann man grafisch darstellen (BHATTACHARYYA 1966) oder tabellieren. Dann läßt sich zum Wert von $h_t \cdot r_{\max}$ der entsprechende Wert für h_b/h_t aufsuchen und h_b berechnen.

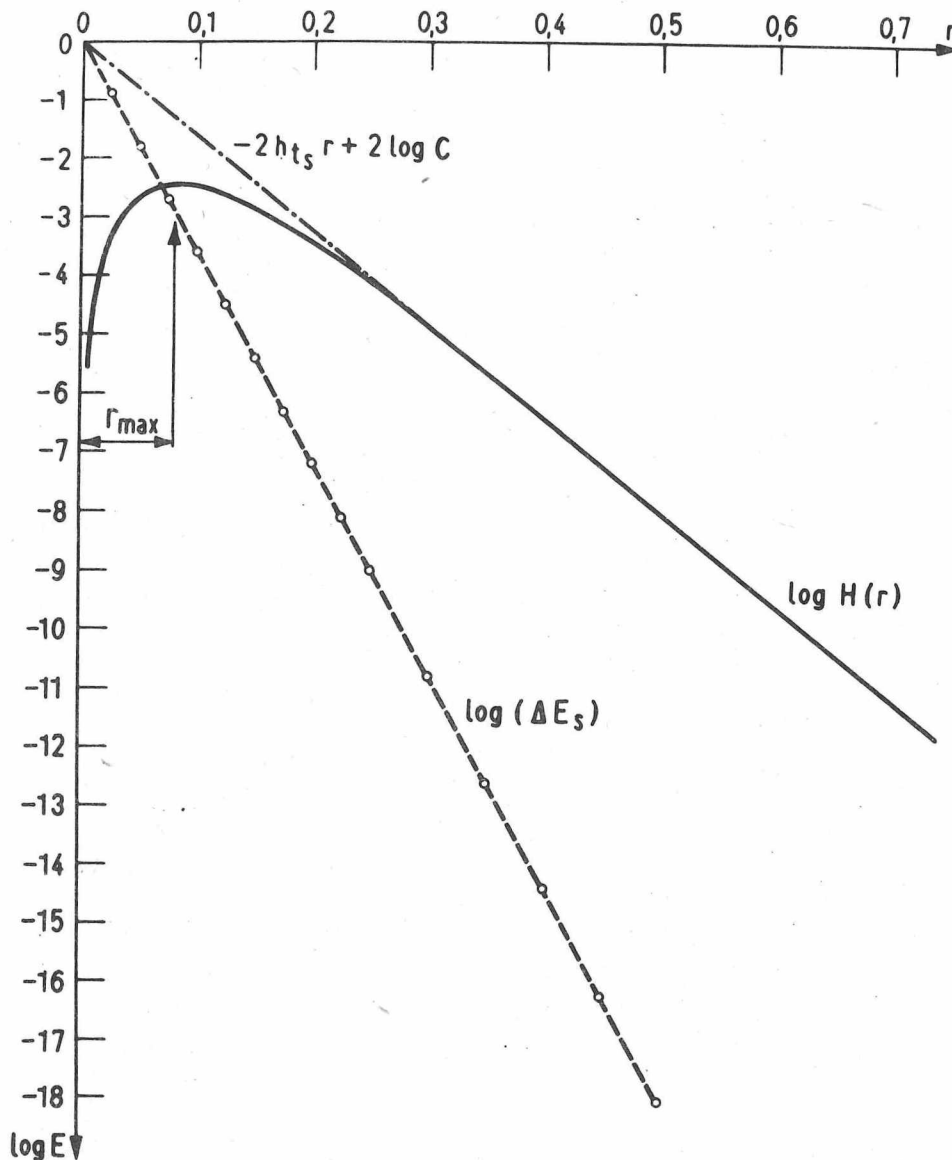
In Abb. 6 ist ein Beispiel für dieses Vorgehen angegeben. Für ein Prisma, dessen Oberkantentiefe $h_t = 8$ Einheiten und dessen Unterkantentiefe $h_b = 18$ Einheiten sind, wird $\log H(r)$ über r dargestellt, d. h. die analytisch gewonnene Funktion. Aus dem Anstieg des linearen Bereiches der Kurve kann man auf die Oberkantentiefe schließen und erhält mit (46)

$$h_{t_s} = - \frac{-8,0}{0,5 \cdot 2} = 8,0 \text{ Einheiten.}$$

(Der Index s zeigt an, daß es sich um einen aus dem Spektrum gewonnenen Wert handelt, zur Unterscheidung vom hineingesteckten Modellparameter.)

Das Maximum der Kurve liegt bei $r_{\max} = 0,08$. Für $r_{\max} \cdot h_t = 0,64$ findet man nach (47) den Wert $h_b/h_t = 2,3$, woraus man $h_b = 18,4$ erhält. ^s Für dieses theoretische Beispiel lassen sich also die Parameter für die Tiefenlage der prismenförmigen Quelle hinreichend genau zurückgewinnen.

Zum Aufsuchen des Maximums und dem dazugehörigen r_{\max} ist noch folgendes zu bemerken: Mit wachsendem h_b verlagert sich das Maximum zu niedrigeren Frequenzen: mit $h_b \Rightarrow \infty$ folgt $r_{\max} \Rightarrow 0$. Die Größe des Untersuchungsgebietes (Profillänge bzw. die Seitenlänge des Untersuchungsgebietes bei Kartenbetrachtungen) bestimmt die maximal untersuchte Wellenlänge und damit die niedrigste Frequenz. Ist diese nicht klein genug, um in Richtung auf tiefere Frequenzen den durch endliche Unterkantentiefe verursachten nichtlinearen Verlauf überhaupt zu überstreichen, so wird der Schlußmöglichkeit auf die Unterkantentiefe ein Riegel vorgeschoben. Dann kann nur die Aussage getroffen werden, daß die Tiefenerstreckung größer ist als ein Richtwert, der aus der niedrigsten im berechneten Spektrum enthaltenen Frequenz bestimmt werden kann.



Prisma 31 $h_t = 8$; $h_b = 18$

Abb. 6. Zerlegung des logarithmischen Energiespektrums eines Prismas endlicher Tiefenausdehnung

Abgesehen von dem Fall, daß das Maximum gar nicht in der Kurve erscheint, weil das Beobachtungsgebiet zu klein ist, ist es ohnedies oft sehr schwierig, r_{\max} aus der Kurve zu bestimmen. Bereits eine geringe Fehlbestimmung von r_{\max} hat bei der Berechnung von h_b beträchtliche Abweichungen zur Folge. Im angegebenen Beispiel lag das Maximum bei 0,08. Abb. 6 zeigt, daß Werte für r_{\max} im Bereich $0,07 \leq r_{\max} \leq 0,095$ durchaus noch nicht abwegig wären. Das würde für h_b bewirken (mit $h_t = 8$, was aus der Kurve ziemlich genau bestimmbar ist): $13,52 \leq h_b \leq 25,2$. Bei diesem Beispiel war das Spektrum analytisch berechnet worden. Die Kurve mußte also nicht aus Werten an diskreten Punkten gewonnen werden, wie das bei praktischen Beispielen der Fall ist, für die sich der Unsicherheitsfaktor noch beträchtlich erhöht.

Aus den genannten Gründen schlägt der Verfasser ein anderes Vorgehen vor:

Unterkantenbestimmung durch Spektrenzerlegung

h_t wird wie oben beschrieben aus dem Anstieg des linearen Teils der Kurve $\log H(h, r)$ mit (46) bestimmt. Der Schnittpunkt der Verlängerung des linearen Kurvenabschnittes mit der Ordinatenachse liefert: $2 \log C$. Mit Hilfe der so gewonnenen Größen h_{t_s} und $2 \log C$ wird berechnet:

$$(48) \quad \sqrt{\Delta E_s} = \sqrt{H(r)} - C e^{-h_{t_s} r}.$$

$\sqrt{\Delta E_s}$ ist die Differenz zwischen den tiefenabhängigen Anteilen der Amplitudenspektren für die vorliegende Quelle und für einen angenommenen bodenlosen prismenförmigen Störkörper gleicher Oberkantentiefe. $\sqrt{\Delta E_s}$ gibt also ein Maß für die Abweichung der vorliegenden Quelle von einem bodenlosen Prisma an. Für den linearen Bereich der Kurve $\log H(h, r)$ wird $\sqrt{\Delta E_s} \approx 0$ sein. In dem Bereich für r , wo die endliche untere Begrenzung der Quelle Einfluß besitzt, wird $\sqrt{\Delta E_s} < 0$ werden, denn es gilt (vgl. (8) und (48)):

$$(49) \quad \sqrt{\Delta E_s} = -C e^{-h_b r}.$$

(Der konstante Faktor C , für theoretische Beispiele = 1, wurde aus Normierungsgründen eingeführt.)

Bildet man für die Bereiche, in denen $\sqrt{\Delta E_s} < 0$ wird: $\log(\Delta E_s)$ und stellt das grafisch über r dar, so kann man eine Gerade mit dem Ordinatenabschnitt $2 \log C$ durch diese Punkte legen, aus deren Anstieg man h_b bestimmen kann, denn es folgt aus (49):

$$(50) \quad \log(\Delta E_s) = 2 \log C - 2 h_b r.$$

Zur Illustration soll wiederum das Prismenmodell der Abb. 6 dienen. Die Verlängerung des linearen Bereiches der Kurve $\log H(r)$ (in Abb. 6 strichpunktiert eingezeichnet) liefert: $h_{t_s} = 8,0$ Einheiten und $2 \log C = 0$. Mit diesen Werten wird $\log(\Delta E_s)$ berechnet. Die Punkte, an denen $\sqrt{\Delta E_s} < 0$ ist, sind in Abb. 6 eingezeichnet worden (Kreise). Der Anstieg einer Geraden durch $2 \log C$ und $\log(\Delta E_s)$ für diese Punkte liefert h_b , für das Beispiel $h_b = 18$, also den exakten Wert des Modells. Beispiele, bei denen das logarithmische Energiespektrum nicht auf analytischem Wege, sondern über die Berechnung der Totalintensität der von dem Störkörper hervorgerufenen Anomalie gewonnen wird, werden später betrachtet.

Das hier am Beispiel eines Einzelprismas vorgestellte Verfahren bildet auch die Basis für die Interpretation bei Quellenensembles.

3.2.2. Tiefenbestimmungen für Quellenensembles

Abschnitt 3.1.3. beschäftigte sich mit der direkten Aufgabe für Modellensembles. Dort war gezeigt worden, daß Modellensembles im Grunde wie Einzelquellen behandelt werden können, wenn anstelle der Prismenparameter die Ensemblemittelwerte der entsprechenden Parameter benutzt werden. Stellt man die Frage nach dem Herauslösen des tiefenabhängigen Faktors aus dem Energiespektrum, so war gezeigt worden, daß der Einfluß durch die Variation der Quellenverteilung und der Quellenmagnetisierung im Spektrum durch Mittelung über θ ausgeschaltet werden kann (vgl. (39)). Es bleibt dann noch der Anteil zu berücksichtigen, der von der Quellengeometrie zum Spektrum beigetragen wird.

Mit (37) und der zugehörigen Abb. 4 war eine Korrekturmöglichkeit angeboten worden, um das logarithmische radiale Energiespektrum auf $H(h, r)$ zu reduzieren, d. h. es muß $\log \langle S(r) \rangle$ vom logarithmischen radialen Energiespektrum subtrahiert werden, um eine Kurve zu erhalten, die für Tiefenbetrachtungen genutzt werden kann. Die Interpretation der gewonnenen Kurve erfolgt dann ganz analog zum Vorgehen bei Einzelquellen mit dem im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten verbesserten Verfahren.

3.2.3. Tiefenbestimmungen für Doppelensembles von Quellen

Die logische Fortsetzung vom Ansatz eines Quellenensembles führt zu dem mehrerer Quellenensembles. Die direkte Aufgabe für ein Doppelensemble, das für die Interpretation geomagnetischer Anomalien sinnvoll ist, wurde bereits behandelt. Es liefert ein Modell für die Betrachtung: oberflächennahe - tieferliegende Quellen und ihre Trennung bei der Interpretation. Um aus dem radialen Energiespektrum bzw. seinem Logarithmus Schlüsse auf die Tiefenparameter der beiden Quellenensembles ziehen zu können, muß man sich zunächst Gedanken darüber machen, wo die Parameter der Ensembles möglichst getrennt einfließen bzw. der Einfluß des einen oder anderen Parameters vor dem der anderen dominiert. In Abb. 5 war dazu ein Beispiel betrachtet worden, sie zeigt das entsprechende radiale Energiespektrum. Der Energiebeitrag E_{N2} des Ensembles endlicher Prismen für die tieferen Quellen klingt im Vergleich zu dem der oberflächennahen relativ schnell ab und damit auch der gekoppelte Term E_{N12} . Deshalb ist im Energiespektrum oberhalb einer bestimmten Frequenz (abhängig von h_{t20}) nur noch der Beitrag der oberflächennahen Quellen enthalten, was bei der Interpretation ausgenutzt werden kann.

Gleichung (43) gab die Energie des Doppelensembles $E_N(r)$ an, man kann sie auch schreiben:

$$(51) \quad E_N(r) = \left(\sqrt{E_{N1}(r)} + \sqrt{E_{N2}(r)} \right)^2$$

mit:

$$E_{Nk}(r) = A_k e^{-h_{tk} r} (1 - e^{-d_{k0} r}) \quad k = 1, 2$$

$\sqrt{E_N(r)}$ entspricht dem radialen Amplitudenspektrum. Dabei wurde $\langle S(a_0, r) \rangle$ unberücksichtigt gelassen, da sein Einfluß sich näherungsweise korrigieren läßt.

Gelingt es, die Tiefenparameter der oberflächennahen Quellen zu bestimmen und damit $E_{N1}(r)$, so kann man das Energiespektrum für die tieferliegenden folgendermaßen gewinnen:

$$(52) \quad E_{N2}(r) = (\sqrt{E_N(r)} - \sqrt{E_{N1}(r)})^2.$$

Das soll an Hand des Beispiels versucht werden. In Abb. 5 waren die Beiträge der ins Energiespektrum einfließenden Anteile und ihre Summe dargestellt worden. Abb. 7 zeigt deren natürliche Logarithmen. Abb. 8 zeigt die einzelnen Schritte bei der Interpretation. Die zu interpretierende Kurve $\log \sqrt{C^2 E_N(r)}$ ist als ausgezogene Linie dargestellt. $r = 1,0$ ist der Grenzwert, oberhalb welchem nur noch der Beitrag des oberen Ensembles zur Energie wesentlich ist. In diesem Bereich ($r > 1,0$) ist der Kurvenverlauf linear, d. h. es liegt kein laminares, sondern ein Prismenensemble vor. Der lineare Kurvenabschnitt mit seiner Verlängerung bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse (strichpunktierte Gerade in Abb. 8) kann durch die Gleichung beschrieben werden:

$$(53) \quad \log \sqrt{C^2 E_N(r)}_{\text{linear}} = -2 h_{t_{1s}} r + 2 \log (A_1 C).$$

Das konstante Glied $\log C$ wird angefügt, weil eine Normierung von Spektren aus empirischem Datenmaterial schwierig ist und eine Verschiebung in Ordinatenrichtung praktisch bedeutungslos ist.

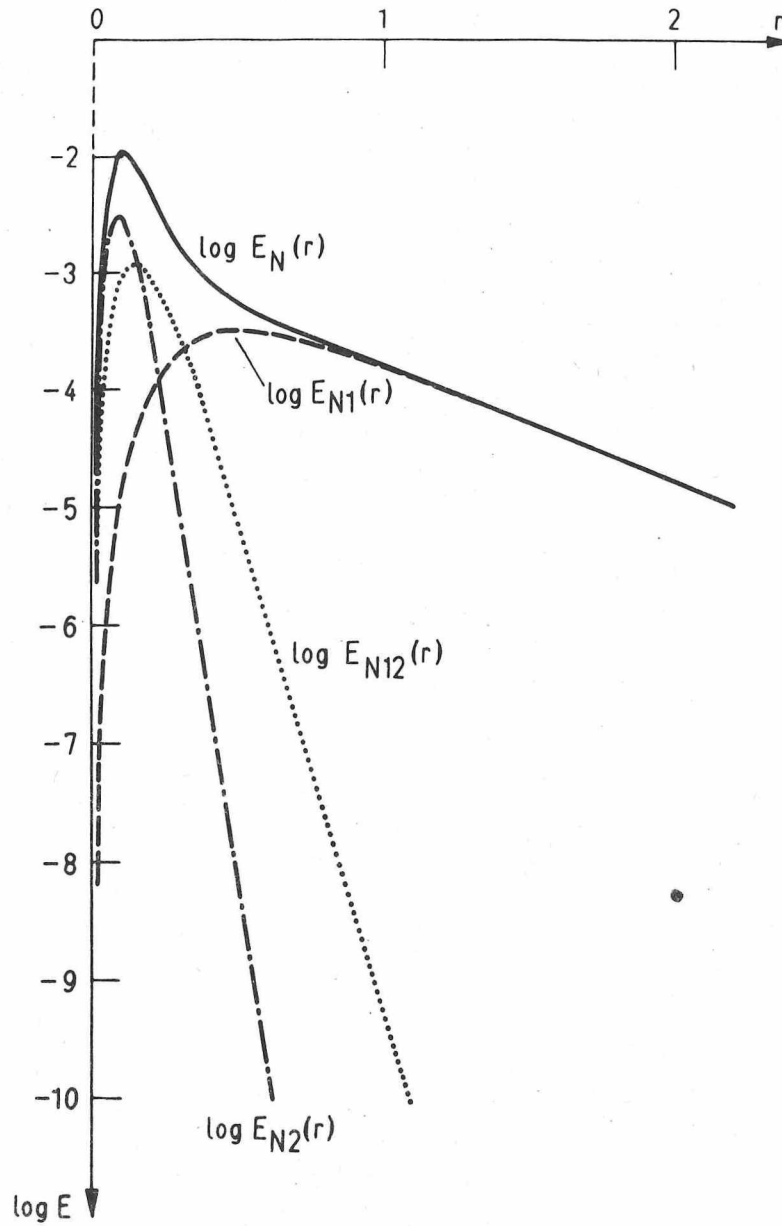
Aus der Geraden (53) lassen sich bestimmen:

$$h_{t_{1s}} = 0,5 \quad \text{und} \quad 2 \log (A_1 C) = -2,77.$$

Zur Ausblendung des Beitrages eines bodenlosen Prismenensembles mit diesen Parametern aus dem Energiespektrum wird folgende Funktion gebildet:

$$(54) \quad \sqrt{\Delta E_{1s}(r)} = e^{1/2 \log \sqrt{C^2 E_N(r)}} - A_1 C e^{-h_{t_{1s}} r}.$$

Diese Funktion bzw. $\log (\Delta E_{1s})$ geben Auskunft über die Abweichung des Energiespektrums für das vorliegende Beispiel vom Energiespektrum eines bodenlosen Prismenensembles der Oberkantentiefe $h_{t_{1s}}$. Für das Beispiel wurde $\log (\Delta E_{1s})$ an diskreten Punkten berechnet und in Abb. 8 eingezeichnet, dabei wird zwischen Punkten, für die $\sqrt{\Delta E_{1s}} \geq 0$ bzw. $\sqrt{\Delta E_{1s}} < 0$ gilt, unterschieden. Sie werden durch unterschiedliche Punktsymbole gekennzeichnet. Für $r > 1,1$ sind die Abweichungen $\sqrt{\Delta E_{1s}}$ gering (≈ 0), die Kurve $\log \sqrt{C^2 E_N(r)}$ wird hinreichend durch das bodenlose Modell beschrieben, d. h. sowohl der Einfluß der tieferliegenden Quellen als auch der der endlichen Tiefenerstreckung des oberen Quellenensembles sind vernachlässigbar bzw. nicht auswertbar. Für das Beispiel ist in diesem Bereich durchweg $\sqrt{\Delta E_{1s}} < 0$, was durch die ungenaue Bestimmung von $2 \log (A_1 C)$ verursacht wird, im allgemeinen schwankt $\sqrt{\Delta E_{1s}}$ um Null für den linearen Bereich. Im Bereich $r \leq 0,8$ herrscht der Einfluß der tieferliegenden Quellen und des gekoppelten Gliedes im Energiespektrum vor, für $r < 0,6$ wird deshalb auch $\sqrt{\Delta E_{1s}}$ positiv. Der Einfluß der endlichen Tiefenausdehnung der oberen Quellen bildet sich also im Bereich $0,8 < r < 1,1$ ab. Die in Abb. 8 gestrichelt gezeichnete Gerade durch den Ordinatenabschnitt $2 \log (A_1 C)$ und die Punkte von $\log (\Delta E_{1s})$ mit $\sqrt{\Delta E_{1s}} = 0$ in diesem Bereich liefert durch ihren Anstieg die Unterkantentiefe des oberen Quellenensembles: $h_{b_{1s}} \approx 5,0$.



<u>Ensemble 1</u>	<u>Ensemble 2</u>
$A_1 = 0,25$	$A_2 = 1,0$
$h_{t10} = 0,50$	$h_{t20} = 8,0$
$d_{10} = 4,50$	$d_{20} = 10,0$

Abb. 7. Logarithmisches Energiespektrum eines Doppelensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung

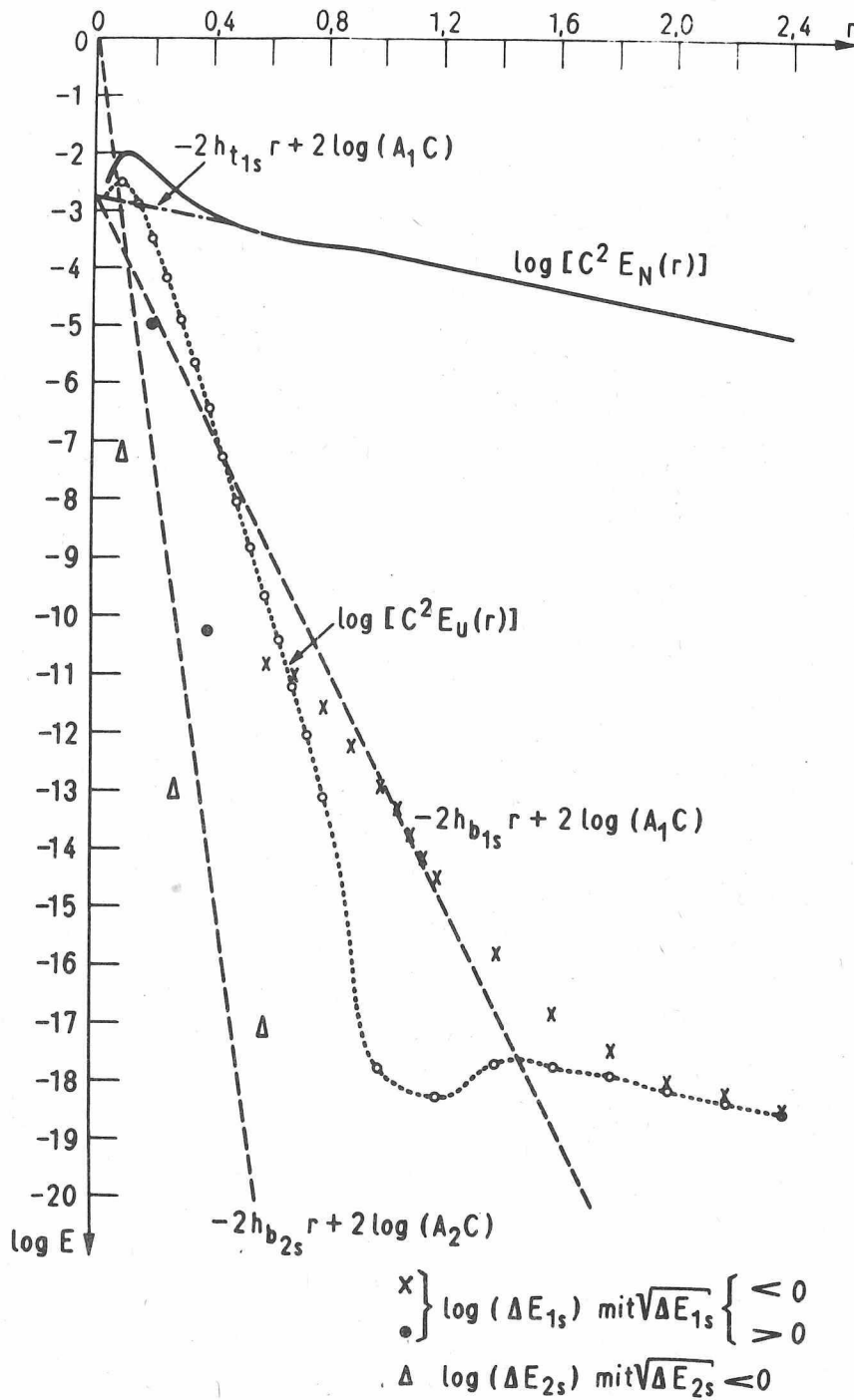


Abb. 8. Zerlegung des logarithmischen Energiespektrums eines Doppelensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung

Mit Hilfe dieser gewonnenen Werte ist man in der Lage, die Energie des oberen Ensembles aus dem Energiespektrum auszublenden. Das wird durch Berechnung folgender Funktion erreicht:

$$(55) \quad C^2 E_u(r) = \left\{ e^{1/2 \log \sqrt{C^2 E_N(r)}} - A_1 C (e^{-h_{t1s} r} - e^{-h_{b1s} r}) \right\}^2 \\ = \left\{ \sqrt{E_{1s}(r)} + A_1 C e^{-h_{b1s} r} \right\}^2.$$

Die mit (55) gewonnene Kurve wurde in Abb. 8 punktiert gezeichnet. Sie gleicht der Kurve für das logarithmische Energiespektrum des tieferliegenden Ensembles der Abb. 7, was sich mit (51) zeigen läßt

$$(56) \quad E_u(r) = C^2 E_{N2}(r).$$

Die Genauigkeit, mit der die Abtrennung der oberen Quellen erfolgt, hängt natürlich davon ab, wie gut sich h_{t1s} , $A_1 C$ und h_{b1s} bestimmen lassen.

Die Bearbeitung der Kurve $\log \sqrt{C^2 E_u(r)} = 2 \log C + \log E_{N2}(r)$ kann dann wie die Interpretation für Einzelensembles endlicher Prismen (bzw. Einzelquellen) erfolgen: Aus ihrem Anstieg und dem nichtlinearen Verhalten im Bereich $r < 0,4$ können, mit der im Abschnitt 3.2.1. abgeleiteten Methodik h_{t2s} , $2 \log (A_2 C)$ und h_{b2s} bestimmt werden. Aus dem Anstieg des linearen Bereiches von $\log \sqrt{C^2 E_u(r)}$ folgt $h_{b2s} = 8,0$ und aus dem Ordinatenabschnitt $2 \log (A_2 C) = 0$. Als Maß für die Abweichung des Energiespektrums des tieferliegenden Quellenensembles von dem eines bodenlosen Prismenensembles mit h_{t2s} und $2 \log (A_2 C)$ als Parameter erhält man:

$$(57) \quad \sqrt{\Delta E_{2s}(r)} = e^{1/2 \log \sqrt{C^2 E_u(r)}} - A_2 C e^{-h_{t2s} r}.$$

Im Bereich $r \geq 0,6$ schwankt $\sqrt{\Delta E_{2s}}$ mehr oder weniger um Null, d. h., dort wird der Sachverhalt durch ein Modell endlicher Prismen für die oberflächennahen Quellen und bodenloser für die tieferliegenden hinlänglich beschrieben. Die negativen Abweichungen $\sqrt{\Delta E_{2s}}$ im Bereich $r < 0,6$ deuten den Einfluß der endlichen Unterkantenlage der tieferliegenden Quellen an. Eine Gerade (gestrichelt in Abb. 8) durch $\log (\Delta E_{2s})$ für diese Punkte und den Ordinatenabschnitt $2 \log (A_2 C)$ wird beschrieben durch:

$$(58) \quad \log \sqrt{\Delta E_{2s}(r)} = -2 h_{b2s} r + 2 \log (A_2 C).$$

Ihr Anstieg liefert einen Wert von $h_{b2s} = 17,6$. Aus $2 \log (A_1 C)$ und $2 \log (A_2 C)$ kann man Aussagen über das Verhältnis A_1/A_2 der beiden Quellenensembles gewinnen (für das Beispiel: $A_1/A_2 = 1/4$). Mit Hilfe dieses schrittweisen Ausblendens der einzelnen Beiträge aus dem radialen Energiespektrum gelingt es also, mittlere Aussagen über die Tiefenparameter der Quellenensembles zu gewinnen.

Die im Abschnitt 3.2.1. angeführten Vorteile der Bestimmung endlicher Unterkantenlagen durch Spektrenzerlegung gegenüber der Bestimmung aus dem Maximum kommen bei dem Beispiel deutlich zum Ausdruck. Aus der Kurve für $\log (E_N(r))$ in Abb. 22 wäre es unmöglich, über die Maximumsuche auf die Unterkantenlage des oberen Ensembles zu schließen, weil sich das Maximum in der Kurve nicht durchprägt. In dem Bereich, in

dem es liegen würde, spielt die Kopplung der beiden Ensembles eine nicht zu vernachlässigende Rolle (es müßte bei $r = 0,51$ liegen). Dagegen liefert das hier vorgeschlagene Vorgehen zufriedenstellende Ergebnisse.

4. Verfahrens- und rechen-technische Realisierung der Erzeugung von Modellfeldern, der Bearbeitung und Interpretation geophysikalischer Potentialfelder

4.1. Allgemeine Bemerkungen

Um mit der vorgestellten Methodik zur Tiefeninterpretation praktisch arbeiten zu können, müssen Wege für die Realisierung der einzelnen Bearbeitungsschritte gesucht werden. Die dreidimensionale Betrachtungsweise, also flächenhaft verteilte Felddaten, erfordert die Behandlung größerer Datenmengen, und der Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung ist notwendig. Nach NAIDU (1970) muß das Verhältnis Seitenlänge des Untersuchungsgebietes zur Oberkantentiefe der Quellen, auf die geschlossen werden soll, theoretisch mindestens 12,5 und praktisch noch wesentlich größer sein. Nach SPECTOR (1968) muß der Faktor mindestens 5 bis 10 sein und nach KALININA (1970) 10 bis 16 für $(h_b - h_t)/h_t > 20$.

Aufbauend auf dem im Abschnitt 3.1. angegebenen Schema liegen drei Hauptkomplexe vor:

- Datengewinnung,
- Datenaufbereitung,
- Interpretation.

Bei der Behandlung der Problematik ergeben sich zwei Stufen. Das ist einmal das Arbeiten mit Modellbeispielen, d. h., mit synthetischem Datenmaterial, und zum anderen mit empirischen, aus magnetischen Vermessungen gewonnenen Daten. Die erste Etappe soll den Weg für die zweite ebnen. Diese beiden Stufen unterscheiden sich bezüglich der Datengewinnung. Empirische Daten werden aus Karten magnetischer Vermessungen entnommen oder liegen bereits digitalisiert vor und stehen dann direkt zur Verfügung. Für die Behandlung von Modellen müssen die Daten über die Lösung der direkten Aufgabe gewonnen werden. Es ergeben sich somit folgende Komplexe, die umgesetzt werden müssen:

- a) Lösen der direkten Aufgabe, Berechnung des anomalen Feldes bei vorgegebenen Einzelmodellen oder Modellensembles,
- b) Realisierung der Datenaufbereitung,
- c) Herausarbeiten verwertbarer Charakteristika (Felder, Funktionen, Einzelwerte, Spektren) und deren Darstellung,
- d) Verfahren der Interpretationsphase.

Die Komplexe a) bis c) bieten Methoden und Verfahren an, die nicht nur für die Behandlung der in den Rahmen vorliegender Arbeit fallenden Problematik, sondern auch für andere Aufgaben der Geophysik wesentlich und anwendbar sind. Ziel ihrer rechentechnischen Realisierung ist es deshalb, die Rechenprogramme möglichst variabel anzulegen, aneinander anschließbar und damit vielfältig und direkt koppelbar zu gestalten. Um diesen Forderungen gerecht zu werden, wurde ein Programmblock erarbeitet, in dem einzelne Verfahren oder Verfahrensschritte durch Unterprogramme als Bausteine konzipiert werden. Diese Bausteine werden dann in einem der speziellen Fragestellung angepaßten Hauptprogramm zusammengestellt und können beliebig aneinandergereiht werden. Außerdem werden durch das Bausteinprinzip Weiterentwicklungen und dem Einbau zusätzlicher Verfahren keine Grenzen gesetzt.

Die flächenhafte Verteilung der Daten wird über eine zweidimensionale Matrix gewährleistet, die jeweils die Eingangswerte des Feldes für das entsprechende Verfahren enthält und in der danach die Ergebniswerte gespeichert werden. Die Parameterübermittlung für die Einzelverfahren selbst erfolgt über Parameterfelder oder direkt im Aufruf der Bausteinunterprogramme. Durch dieses Vorgehen ist der Programmblock für Nutzer einfach zu handhaben, ohne daß sie die Programme der Einzelmethode genau kennen müssen. Es genügt, die Aufrufe für die gewählten Methoden aneinanderzureihen, um den gewünschten Bearbeitungsweg zu verwirklichen. Das Programmpaket wurde für die Rechenanlage BESM 6 in der Programmiersprache FORTRAN geschrieben.

4.2. Überblick über mögliche Bearbeitungsschritte und ihre Kopplung

Abb. 9 gibt in schematischer Darstellung einen Überblick über mögliche Bearbeitungszweige des Programmpaketes. Außerdem zeigt sie dadurch, daß sie nicht problemgebunden abgefaßt wurde, den Weg für beliebige Zusammenstellungen zur Anwendung in anderen Gebieten der Potentialfeldbearbeitung.

In den folgenden Abschnitten werden die für die Einzelschritte gewählten Verfahren und teilweise im Überblick die Algorithmen vorgestellt. Anwendungsbeispiele sind im Kap. 5 enthalten. (Die Rechenprogramme selbst, ihre Handhabung und die Befehlsfolgen für die Einzelprogramme werden bei ROTHER 1979 behandelt.)

4.2.1. Direkte Aufgabenstellung

Als Grundmodell wurde ein prismenförmiger Störkörper gewählt. Abb. 7 zeigte die Parameter dieses Quellentyps. Aus diesem Grundmodell können Modellensembles zusammengestellt werden. Für Einzelquellen und Quellenensembles lassen sich bei vorgegebenen Quellenparametern die Werte für die Totalintensität und ihre zweite vertikale Ableitung der von der Quelle hervorgerufenen Anomalie an beliebigen Punkten berechnen. Bei Vorgabe der entsprechenden Abmessungen lassen sich diese Funktionen an den Punkten eines regelmäßigen Gitters bestimmen und in eine Matrix einspeichern oder auch in Tabellen- oder Isoliniendarstellung ausgeben. Abb. 10 gibt als Beispiel das Isolinenbild der Totalintensitätsanomalie eines prismenförmigen Störkörpers, das über den Computer erstellt wurde.

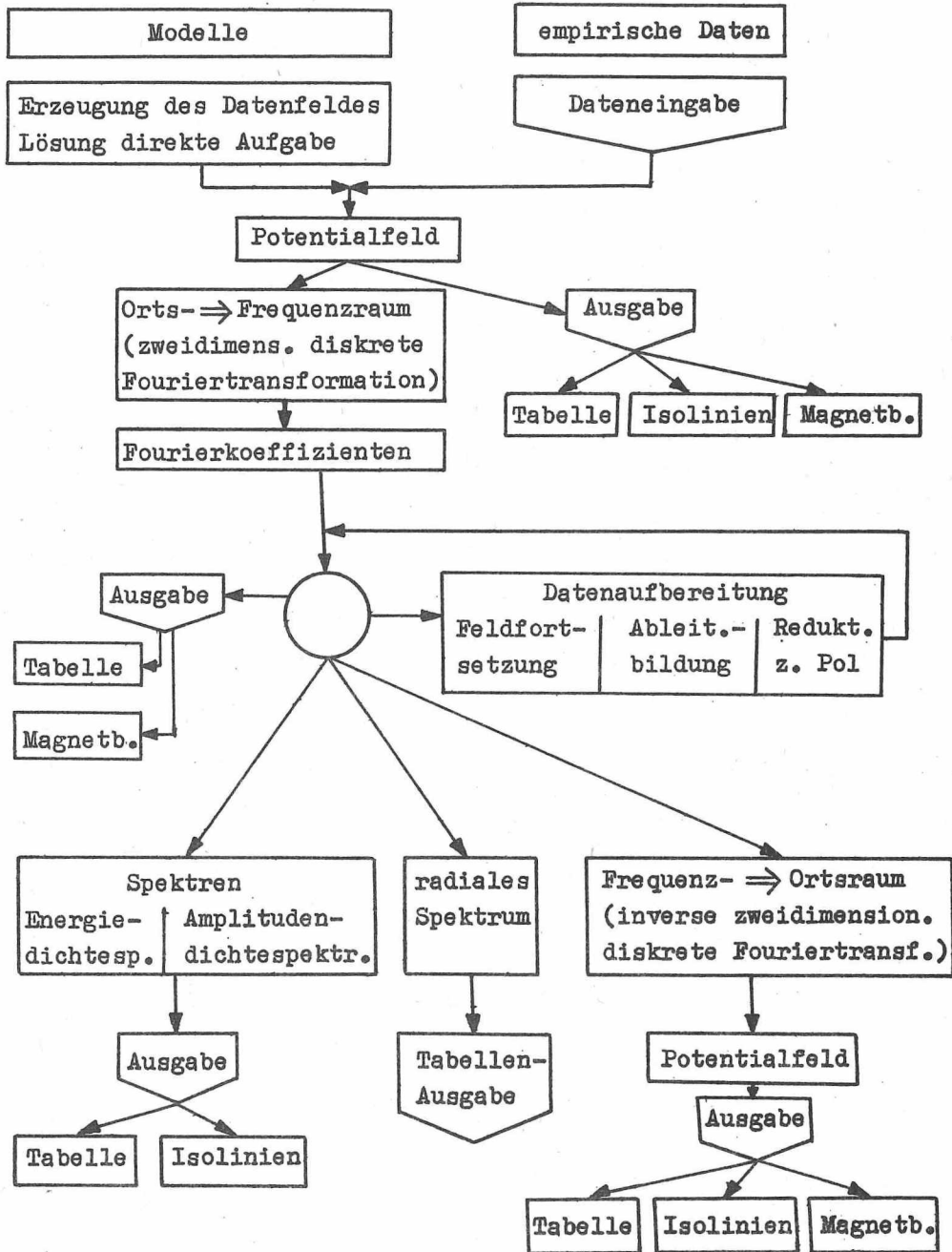


Abb. 9. Programmpaket zur Erzeugung und Bearbeitung geophysikalischer Potentialfeld-Daten
Schematischer Überblick über die Ablaufmöglichkeiten

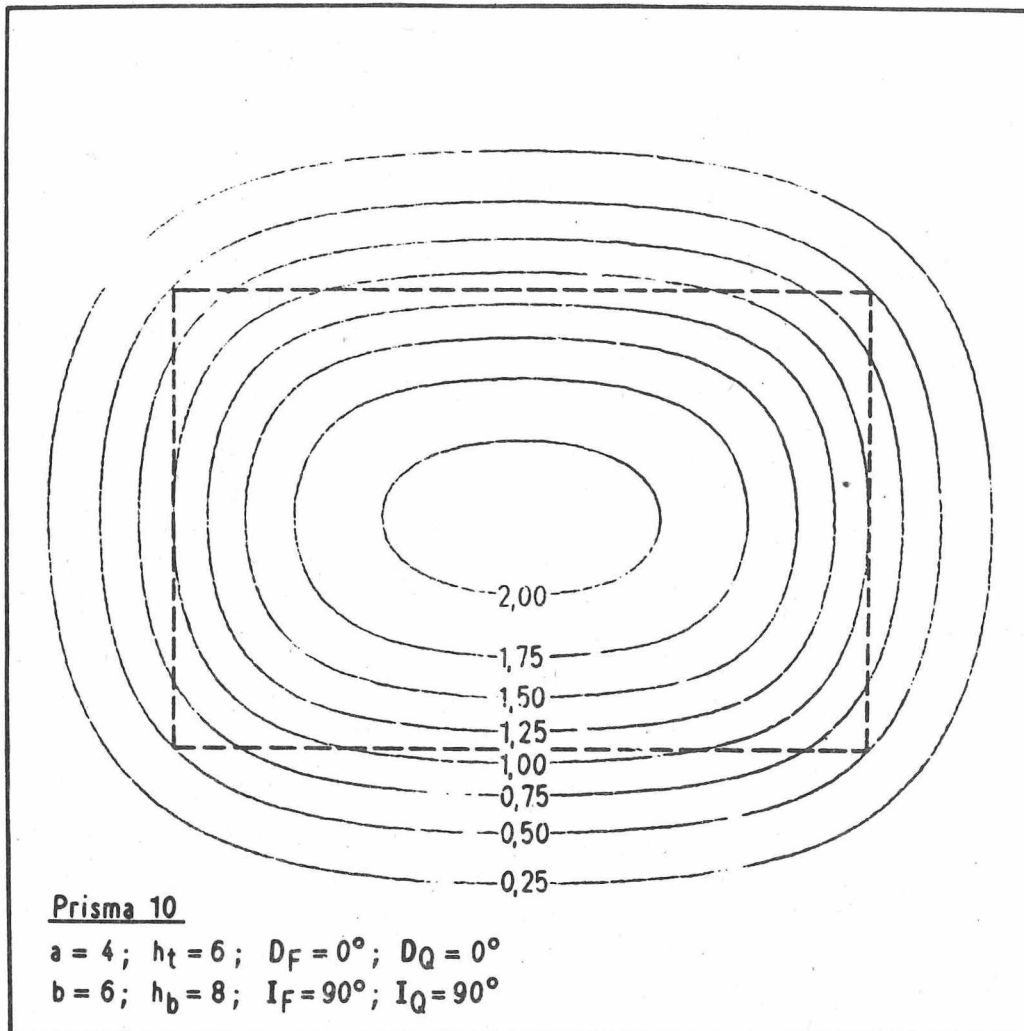


Abb. 10. Totalintensität

4.2.2. Dateneingabe

Wenn nicht Modellbeispiele, sondern Felddaten von Vermessungen behandelt werden sollen, so müssen diese auf digitalen Datenträgern bereitgestellt und in die EDV-Anlage eingelesen werden. Mit einem im Programmpaket enthaltenen Einlese-Unterprogramm kann das zeilenweise geschehen. Eine andere Möglichkeit ist das Bereitstellen der Daten auf Magnetband, von dem sie gelesen und in die Rechenanlage eingespeichert werden können.

4.2.3. Übergang Ortsraum - Frequenzraum und Umkehrung

Dieser Übergang (Tab. 3) erfolgt über die zweidimensionale diskrete FOURIER-Transformation, die den Schritt von der Matrix der Feldwerte zur Matrix der FOURIER-Koeffizienten geht:

$$(59) \quad \bar{A}(u, v) = \sum_{j=0}^{S-1} \sum_{k=0}^{Z-1} A(k \Delta x, j \Delta y) e^{-i(uk \Delta x + vj \Delta y)} \Delta x \Delta y.$$

Für die Berechnung der FOURIER-Transformation einer digitalen Funktion gaben COOLEY & TUKEY (1965) einen Algorithmus an, der unter dem Namen "schnelle FOURIER-Transformation" bekannt geworden ist und im Vergleich zur konventionellen Transformationsmethode (Z^2 Operationen, Z = Anzahl der Daten) nur $2Z \log_2 Z$ Operationen erfordert. Das für eindimensionale Datenserien ausgearbeitete Verfahren (in IEEE 1967, 1969 sind Arbeiten dazu zusammengefaßt) läßt sich für zweidimensionale in Matrixform gegebene Daten ausbauen (vgl. NAIDU 1970), dabei wird folgendermaßen vorgegangen: Zuerst werden alle Zeilen der Matrix einzeln der FOURIER-Transformation unterworfen, danach werden die Spalten transformiert, was Abarbeitung von (59) in folgender Form bedeutet:

$$(60) \quad \bar{A}(u, v) = \sum_{k=0}^{Z-1} \left\{ \sum_{j=0}^{S-1} A(k \Delta x, j \Delta y) e^{-ivj \Delta y} \Delta y \right\} e^{-iuk \Delta x} \Delta x$$

Z = Zeilenanzahl, S = Spaltenanzahl.

Bei $Z = S$ hat man also $2Z$ eindimensionale FOURIER-Transformationen zu berechnen, die bei Benutzung der schnellen FOURIER-Transformation $4Z^2 \log_2 Z$ Operationen erfordern (im Gegensatz zu $3Z^3$ beim konventionellen Vorgehen). Der Algorithmus arbeitet mit komplexen Daten, das Ergebnis wird auf die gleichen Plätze gespeichert wie die Ausgangsfunktion. Arbeitet man mit reellen Daten, dann speichert man überlicherweise für die Imaginärteile der Ausgangsdaten Nullen ein und erhält nach der Transformation komplexe FOURIER-Koeffizienten. Bei Z mal S reellen Daten würden also $2 \cdot Z \cdot S$ Speicherplätze gebraucht. Der Vorteil des schnellen Arbeitens mit großen Datenmengen würde somit eingeschränkt werden durch hohen Speicherplatzbedarf, was für die Bearbeitung in einer Verringerung der Kartenfläche resultiert. Eine Modifizierung des Algorithmus (NAIDU 1970) unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften für die FOURIER-transformierten reeller Daten schafft hier Abhilfe, außerdem verringert sich dadurch nochmals die Rechenzeit. Mit der Ausnutzung solcher Symmetrieeigenschaften beschäftigt sich BERGLAND (1969) für den Fall eindimensionaler reeller Datenserien $g(x)$, für deren FOURIER-transformierte gilt:

$$(61) \quad \left. \begin{aligned} \bar{g}(u) &= \bar{g}^* (-u) \\ \bar{g}(u = 0, \pi) &= \text{reell} \end{aligned} \right\} \cdot$$

Die FOURIER-transformierte einer zweidimensionalen reellen Datenmatrix erfüllt folgende Relationen:

$$\begin{aligned}
 (62) \quad \bar{A}(u, v) &= \bar{A}^* (-u, -v), \\
 \bar{A}(-u, v) &= \bar{A}^*(u, -v), \\
 A(u = 0, v = 0) &= \text{reell.}
 \end{aligned}$$

Diese Beziehungen gestatten es, nur noch die Hälfte der Koeffizienten abzuspeichern, ohne daß Informationsverlust auftritt, z.B. nur $\bar{A}(u, v \geq 0)$.

Ein anderer Fakt, der bei der Berechnung ausgenutzt werden kann, ist die Möglichkeit, daß die FOURIER-Transformation für zwei reelle Datenserien $g_1(x)$ und $g_2(x)$ simultan ausgeführt werden kann, wenn man aus ihnen eine Serie komplexer Werte bildet (vgl. z. B. COOLEY u. a. 1969):

$$(63) \quad g(k \Delta x) = g_1(k \Delta x) + i g_2(k \Delta x).$$

Für die FOURIER-Transformierte gilt dann:

$$(64) \quad \bar{g}(u) = \bar{g}_1(u) + i \bar{g}_2(u).$$

Da $g_1(x)$ und $g_2(x)$ reell sind, genügen $\bar{g}_1(u)$ und $\bar{g}_2(u)$ der Beziehung (61), und es folgt:

$$\begin{aligned}
 (65) \quad \bar{g}_1(u) &= \frac{\bar{g}(u) + \bar{g}^*(-u)}{2} \\
 \bar{g}_2(u) &= -i \frac{\bar{g}(u) - \bar{g}^*(-u)}{2}
 \end{aligned}$$

Mit (65) lassen sich die FOURIER-Transformierten der beiden reellen Datenfolgen aus der komplexen berechnen.

Dem erarbeiteten Programm zur direkten FOURIER-Transformation zweidimensionaler Daten liegt ein solcher modifizierter Algorithmus zugrunde, der (62), (64) und (65) ausnutzt. Für den Übergang vom Frequenz- zum Ortsraum wurde ein Programm geschrieben, das die inverse zweidimensionale FOURIER-Transformation realisiert und ebenfalls auf dem modifizierten schnellen Algorithmus fußt. Außerdem wurde in das Programmsystem ein Programm für die schnelle FOURIER-Transformation zweidimensionaler komplexer Daten eingebaut.

4.2.4. Datenaufbereitung

Die Datenaufbereitung stellt den Schritt zwischen der reinen Messung und der Interpretation dar. Ihre Methoden, wie Abspaltung des Normalfeldes, Filterungen, Feldfortsetzungen, Feldtransformationen, Berechnung von Ableitungen u. ä. machen noch keinerlei Annahmen über Gestalt, Größe, Zusammensetzung oder physikalische Parameter des der späteren Interpretation zugrunde gelegten Modells und liefern auch keine Aussagen über Tiefenlage, Mächtigkeit oder Polarisationsvektor der anzunehmenden Störkörper. Vielmehr wird in der Aufbereitungsphase versucht, aus dem gemessenen Potentialfeld, das alle möglichen Einflüsse enthält, möglichst viele Nebenerscheinungen auszublenden und das

	Ortsraum	Frequenzraum
Variable	x, y	u, v
Totalintensität	ΔF	$\Delta \bar{F}$
Fouriertransformation		$\Delta \bar{F} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta F(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy$
Inverse Fouriertransf.	$\Delta F = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \bar{F}(u, v) e^{-i(ux+vy)} du dv$	
Filterung (Datenaufbereitung)	Faltung $\Delta F(x, y) * k(x, y) =$ $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta F(x-\lambda; y-\varrho) k(\lambda, \varrho) d\lambda d\varrho$	Multiplikation $\Delta \bar{F}(u, v) \cdot \bar{k}(u, v)$
Filteroperator	$k(x, y)$	$\bar{k}(u, v)$

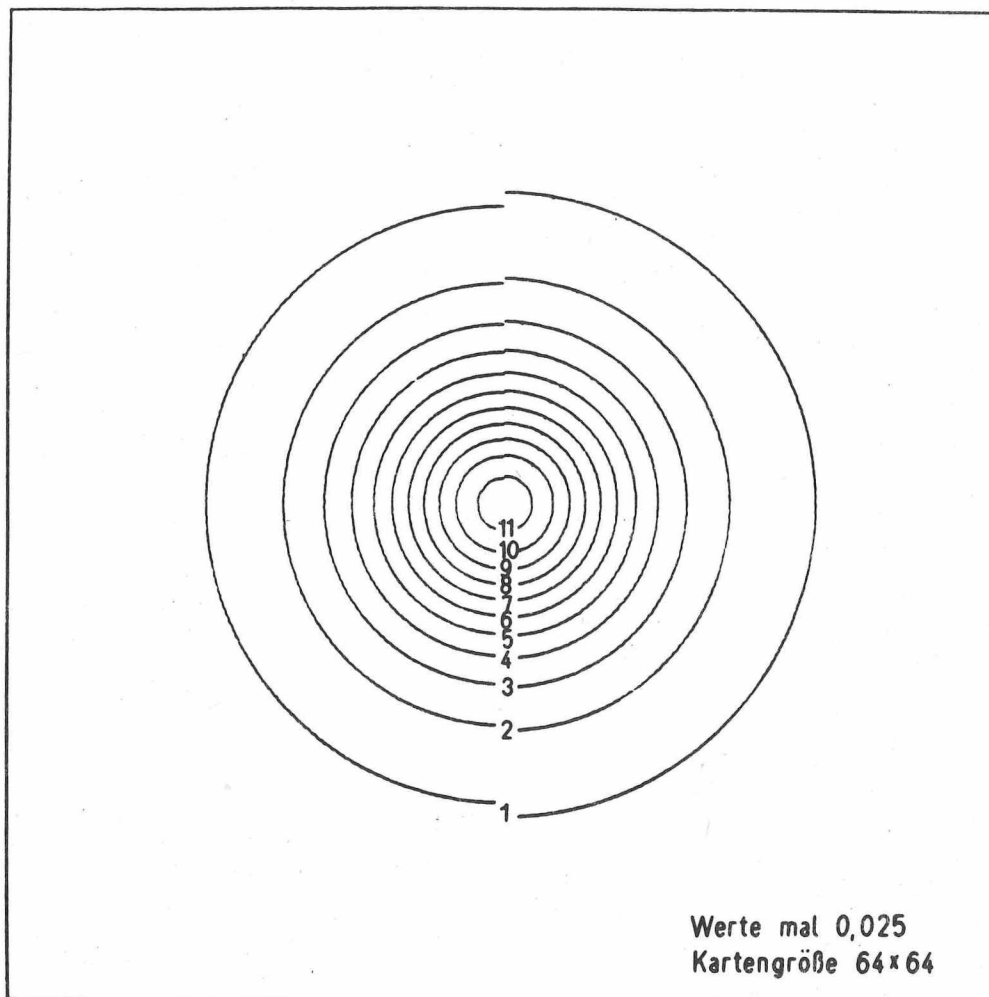
Tab. 3. Gegenüberstellung von Orts- und Frequenzraum

Filterung	Filteroperator $k(x, y)$	Frequenzantwort des Filteroperators $\bar{k}(u, v)$
Aufwärtsfortsetzung $h_f > 0$	$\frac{h_f}{2\pi} \cdot \frac{1}{(x^2 + y^2 + h_f^2)^{3/2}}$ [DEAN 1958]	$e^{-h_f \sqrt{u^2 + v^2}}$
Abwärtsfortsetzung $h_f < 0$	$\lim_{q_0 \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{q_0} e^{-hq} q \cdot J_0(q \sqrt{x^2 + y^2}) dq \right]$ [DEAN 1958]	$e^{-h_f \sqrt{u^2 + v^2}}$
Vertikale Ableitung	$\left(\frac{\partial}{\partial z} \right)^s$	$[-(u^2 + v^2)^{1/2}]^s$
Horizontale Ableitungen	$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^s$	$(iu)^s$
	$\left(\frac{\partial}{\partial y} \right)^s$	$(iv)^s$
Reduktion zum Pol		$\frac{(u^2 + v^2)^{1/2}}{(u^2 + v^2)^{1/2} n + i(lu + mv)} \cdot \frac{(u^2 + v^2)^{1/2}}{(u^2 + v^2)^{1/2} N + i(lu + Mv)}$
Transformation einer Komponente in eine andere		$\frac{(u^2 + v^2)^{1/2} n_2 + i(l_2 u + m_2 v)}{(u^2 + v^2)^{1/2} n_1 + i(l_1 u + m_1 v)}$
z. B. Z- in X- Komponente	$\frac{x}{2\pi} \cdot \frac{1}{(x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}}$ [PETERS 1949 KÖHLER 1958]	$\frac{i u}{(u^2 + v^2)^{1/2}}$

Tab. 4. Filteroperationen

Material so weit aufzubereiten, daß die Auswahl der auszuwertenden Anomalien erleichtert wird oder gewisse Strukturen klarer hervortreten bzw. andere zurückgedrängt werden.

Betrachtet man die Methoden der Feldbearbeitung unter dem Blickwinkel der Darstellung im Orts- und Frequenzraum, so kann man sie alle als Filterungen ansehen. Filterung ist dabei im Ortsraum als eine Faltung mit einer bestimmten Funktion (Filteroperator) aufzufassen. Ausführung der FOURIER-Transformation liefert dann einen einfacheren Zusammenhang, weil dabei der Übergang zur multiplikativen Verknüpfung vonstatten geht (Tab. 3). Die Methoden der Datenaufbereitung entsprechen also im Frequenzraum der Multiplikation der FOURIER-Transformierten des Feldes mit der FOURIER-Transformierten des Filteroperators (Tab. 4).



Links : Prisma 27

$a = b = 2,5$

$h_t = 6$

Aufwärtsfortsetzung mit $h_f = 3$

Rechts : Prisma 28

$a = b = 2,5$

$h_t = 9$

Abb. 11. Feldfortsetzung

Im Rahmen des Programmblockes sind an Verfahren der Datenaufbereitung möglich: Feldfortsetzung, Bildung vertikaler Ableitungen beliebigen Grades, Transformation zum Pol. Sie werden im Frequenzraum mit dem in Tabelle 5 angegebenen Formalismus realisiert. Ausgangspunkt sind die FOURIER-transformierten Felder, und auch die Ergebnisdaten bleiben FOURIER-Koeffizienten des entsprechend behandelten Feldes. Um also etwa eine vertikale Ableitung zu bilden, muß das Feld der FOURIER-Transformation unterworfen werden, danach kann die Ableitungsbildung angesetzt werden, über die inverse Transformation erhält man dann die gewünschte vertikale Ableitung des Ursprungfeldes. Analog gilt dieser Weg auch für Feldfortsetzung und Reduktion zum Pol.

Abb. 11 gibt ein Beispiel für die Ausführung einer Feldfortsetzung. Das Feld der Totalintensität einer Prismenquelle wurde nach oben fortgesetzt. Links in der Abbildung ist das fortgesetzte Feld gezeichnet und rechts zum Vergleich das analytisch berechnete Feld der gleichen Quelle für die entsprechende Höhe. Die Qualität der Feldfortsetzung ist gut.

4.2.5. Spektralberechnung

Das Energiedichtespektrum war als Betragsquadrat der FOURIER-Transformierten der Totalintensität $\Delta\bar{F}(u, v)$ definiert worden

$$E(u, v) = \Delta\bar{F}(u, v) \Delta\bar{F}^*(u, v).$$

Außerdem ist bekannt, daß das Energiespektrum die FOURIER-Transformierte der Autokorrelationsfunktion ist. Auf diesen beiden Definitionen können die Verfahren zur Bestimmung des Energiedichtespektrums aufbauen (SPECTOR 1968, NAIDU 1969):

- a) FOURIER-Transformation und Bildung des Betragsquadrates der FOURIER-Transformierten;
- b) Berechnung der Autokorrelationsfunktion und FOURIER-Transformation;
- c) eine dritte Möglichkeit liegt in der Erarbeitung einer Reihe von Bandpaßfiltern, wobei das Band die Frequenzen enthält, für die das Spektrum gesucht wird. Faltung der Filter mit der Zufallsfunktion, Quadrieren des Ausgangs ergeben das gesuchte Spektrum (NAIDU 1969).

Wegen der notwendigen Betrachtung zweidimensionaler Feldverteilungen werden zwei Randbedingungen für die Spektrengewinnung von Bedeutung: Rechenzeit und Speicherplatzbedarf. NAIDU (1969) wägt die drei Verfahren unter diesen Gesichtspunkten gegeneinander ab und findet, daß der Weg a) über FOURIER-Transformation und Quadrieren am ökonomischsten wird. Auch SPECTOR (1968) entscheidet sich für diesen Weg. Er schlägt darüber hinaus vor, für die Zwecke, bei denen die Autokorrelationsfunktion ein günstigeres Hilfsmittel als das Energiespektrum darstellt, sie durch inverse FOURIER-Transformation aus dem Energiespektrum zu gewinnen, denn so können auch Verfahren der Datenaufbereitungsphase, wie Feldfortsetzungen u.a. auf die Autokorrelationsfunktion übertragen werden. Auch hier wird der Weg a) beschrrieben, insbesondere gestützt auf die in 4.2.3. beschriebene weitere Speicherplatz- und Rechenzeitverminderung.

Bei der Bearbeitung gemessener Felddaten hat man es immer mit endlicher Datenlänge bzw. begrenzter Kartengröße zu tun, wobei die Meßwerte an diskreten, meist äquidistanten Punkten vorliegen. Aus diesen Gründen ist man gezwungen, mit der diskreten FOURIER-Transformation zu arbeiten. Wegen der endlichen Kartengröße erhält man nur eine genäherte Realisierung der theoretischen FOURIER-Transformierten. Man muß die unerwünschten Nebeneffekte der Digitalisierung in Betracht ziehen und versuchen, sie möglichst gering zu halten (z. B. SPECTOR 1968, KU u. a. 1971, CLEMENT 1973, CASSANO & ROCCA 1975, TSAY 1975, REGAN & HINZE 1976). Zu beachten sind:

- α) Wirkung der endlichen Kartengröße;
- β) Aliasing im Spektrum infolge der Digitalisierung an diskreten Punkten;
- γ) Verfälschung des Energiespektrums bei niedrigen Frequenzen durch unvollständige Hauptfeldabtrennung und Trendbeseitigung;
- δ) Beiträge durch Rauschkomponenten und Rundungsfehler.

Im folgenden sollen diese Wirkungen nacheinander betrachtet werden.

α) Wirkung der endlichen Kartengröße

Dadurch, daß bei empirischen Daten das anomale Feld $\Delta F(x, y)$ nur über einer endlichen Fläche $L_x \cdot L_y$ und nicht über der ganzen Beobachtungsebene vorliegt, wie es bei der Definition des Energiespektrums angenommen wurde, kann man nur eine Schätzung des richtigen Energiespektrums erhalten. Multipliziert man $\Delta F(x, y)$ mit einer Gewichtsfunktion $GF(x, y)$ (Fensterfunktion), die außerhalb des Definitionsgebietes von $\Delta F(x, y)$ verschwindet, so kann man synthetisch eine überall definierte Feldfunktion einführen:

$$\Delta F'(x, y) = \Delta F(x, y) \cdot GF(x, y).$$

Da die FOURIER-Transformierte des Produkts zweier Funktionen der Faltung der FOURIER-Transformierten der beiden Funktionen entspricht (Tab. 3), gilt:

$$\overline{\Delta F'}(u, v) \hat{=} \overline{\Delta F}(u, v) \otimes \overline{GF}(u, v).$$

Die Wahl der Fensterfunktion $GF(x, y)$ muß den Wunsch verfolgen, möglichst nur geringe Störungen von $\overline{\Delta F}(u, v)$ zu bewirken. Die einfachste Fensterfunktion ist die Rechteckfunktion:

$$GF(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{im Definitionsgebiet von } F \\ 0 & \text{außerhalb.} \end{cases}$$

Andere Fensterfunktionen klingen an den Grenzen des Definitionsgebietes von ΔF nicht so steil ab, wie z. B. das bei SPECTOR (1968) benutzte HANNING-Fenster. SPECTOR (1968) oder auch KU u. a. (1971) beschäftigen sich mit der Wahl von Fensterfunktionen. Sie schließen, daß das Rechteckfenster nicht günstig sei, da wegen seiner steilen Flanken neben einem scharfen Hauptband im Spektrum negative Seitenbänder auftreten.

REGAN, HINZE (1976) vergleichen verschiedene Datenfenster (Rechteckfenster, BARTLETT-, PARZEN-, TUCKEY-Spektrum) hinsichtlich ihrer Wirkung auf das Spektrum miteinander. Sie testen das Leistungsvermögen der Fensterfunktionen, indem sie Korrelationskoeffizienten zwischen den mit Hilfe der Fensterfunktionen gewonnenen Spektren und dem theoretischen in Abhängigkeit von dem Verhältnis Datenlänge/Oberkanten-tiefe und ähnlichen anderen Größen berechnen. In den von ihnen untersuchten Fällen erweist sich das Rechteckfenster effektiver als die anderen, d. h. sein Vorteil eines engen Hauptbandes wird von den Nachteilen der Seitenbänder nicht zu stark abgewertet.

β) Aliasing im Spektrum infolge der Digitalisierung an diskreten Punkten

Zur Berechnung des gewünschten Spektrums muß die Karte der Feldmessungen digitalisiert werden, d. h. $\Delta F(x, y)$ wird an den Stellen:

$$\begin{aligned} x &= j \Delta x, & j &= 0, 1, 2, \dots, Z-1 \\ y &= k \Delta y, & k &= 0, 1, 2, \dots, S-1 \end{aligned}$$

bestimmt. Die Realisierung der FOURIER-Transformation erhält man dann über die diskrete FOURIER-Transformation (vgl. 59) ebenfalls an äquidistanten Punkten im Frequenzraum, wobei die Frequenzintervalle gegeben sind durch:

$$\Delta u = \frac{2\pi}{(Z-1)\Delta x} = \frac{2\pi}{L_x} \quad \text{bzw.} \quad \Delta v = \frac{2\pi}{(S-1)\Delta y} = \frac{2\pi}{L_y}.$$

Die überstrichenen Frequenzbereiche werden durch die NYQUIST-Frequenz $\pi/\Delta x$ bzw. $\pi/\Delta y$ begrenzt:

$$-\frac{\pi}{\Delta x} \leq u \leq \frac{\pi}{\Delta x} \quad \text{und} \quad -\frac{\pi}{\Delta y} \leq v \leq \frac{\pi}{\Delta y}.$$

Die Realisierung des Spektrums über die NYQUIST-Frequenz hinaus ergibt sich dann periodisch fortgesetzt (Periode $2\pi/\Delta x$ bzw. $2\pi/\Delta y$). Das soll unter dem Blickwinkel der Interpretation von Anomalienkarten näher beleuchtet werden. Wie die Betrachtung der direkten Aufgabe für prismenförmige Quellkörper ergeben hat, klingen die zu erwartenden Energiespektren exponentiell mit $e^{-h\sqrt{x^2+y^2}}$ ab, d. h. das Spektrum ist auf ein bestimmtes Frequenzband beschränkt, etwa nur im Bereich $-u_{\max} \leq u \leq u_{\max}$; $-v_{\max} \leq v \leq v_{\max}$ signifikant verschieden von Null. Wurden nun die Digitalisierungsintervalle zu groß gewählt und die daraus resultierende NYQUIST-Frequenz wird zu klein, d. h. $\pi/\Delta x < u_{\max}$ bzw. $\pi/\Delta y < v_{\max}$, so tritt der sogenannte Aliasing-Effekt auf: Es erfolgt periodische Fortsetzung in einen eigentlich für die betrachtete Funktion noch interessanten Frequenzbereich hinein, und damit wird das Spektrum verfälscht. Um das zu verhindern, muß gefordert werden (CLEMENT 1973):

$$\Delta x < \frac{\pi}{u_{\max}} \quad \text{und} \quad \Delta y < \frac{\pi}{v_{\max}}.$$

γ) Verfälschung des Energiespektrums durch unvollständige Trendbeseitigung

Wenn bei der Gewinnung des anomalen geomagnetischen Feldes ungenügende Hauptfeldabtrennung erfolgte, z. B. der Trend unvollständig eliminiert wurde, so hat das ebenfalls Auswirkungen auf die Spektrenberechnung, vor allem auf den niederfrequenten Bereich. SPECTOR (1968), der diesen Effekt untersuchte, schätzte ab, daß bei Spektren, die mit Hilfe des HANNING-Fensters gewonnen wurden, der Bereich

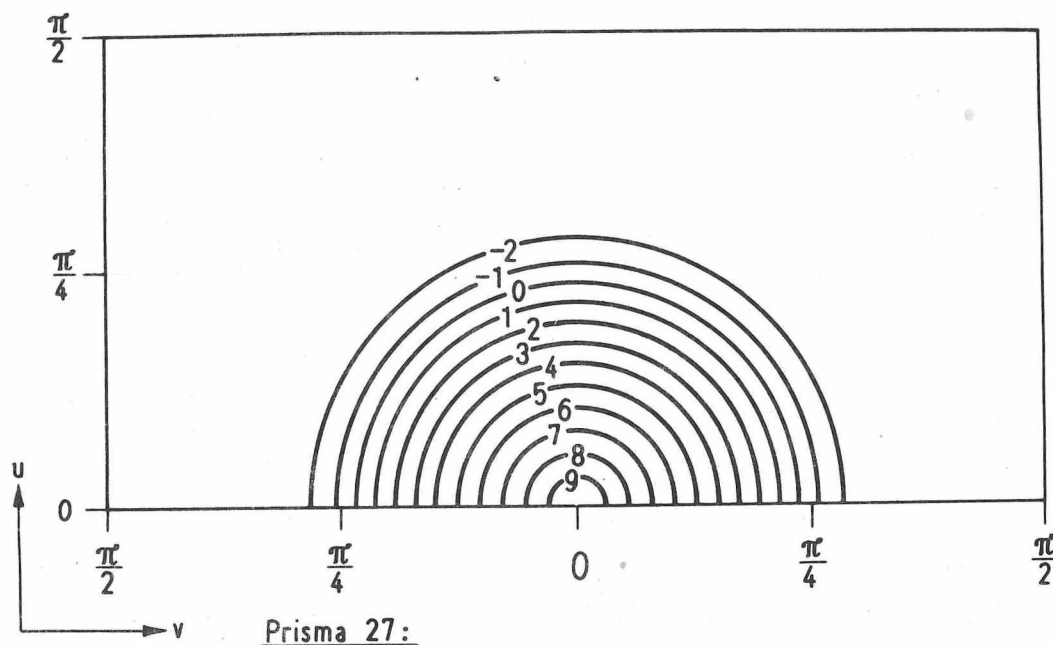
$$-\frac{4\pi}{L_x} \leq u \leq \frac{4\pi}{L_x} \quad \text{und} \quad -\frac{4\pi}{L_y} \leq v \leq \frac{4\pi}{L_y}$$

von der Interpretation ausgeschlossen werden sollte. Er schließt daraus weiter, daß es deshalb schwer sein wird, Unterkantenlagen von Quellkörpern zu berechnen, da der Unterschied zwischen bodenlosem Quelltyp und dem endlicher Tiefenausdehnung gerade im niederfrequenten Teil des Spektrums ausgeprägt ist. Es sei denn, es werden sehr große Karten benutzt.

δ) Rauschbeiträge

Das gemessene Feld enthält neben der Signalkomponente eine Rauschkomponente. Diese kann von Meßfehlern, Rundungsfehlern und Ungenauigkeiten bei der Digitalisierung herühren. Wenn das Rauschen zufälliger Natur ist, was angenommen werden kann, dann ist seine Energiedichte unabhängig von der Frequenz (SPECTOR 1968). Bei höheren Frequenzen kann sie größer als die der Signalkomponente zuzuordnende und mit wachsender Frequenz abnehmende Energiedichte werden. Dieser vom "Signalspektrum" zu unterscheidende Bereich ist dadurch gekennzeichnet, daß das Spektrum abflacht und die Energiedichte praktisch um einen Mittelwert schwankt. Durch die Rauschkomponente wird also der Nutzbereich des Spektrums nochmals beschnitten. Das wird vor allem bei sehr steilem Abfallen der Energiedichte mit steigender Frequenz, also besonders schmalbandigem Spektrum wichtig (z. B. bei größeren Oberkantentiefen). In solchen Fällen kann die Zahl der für Interpretationen verwendbaren, an diskreten Punkten gegebenen Energiedichtewerte empfindlich sinken. Um deren Zahl zu steigern, müßte ihr Abstand, also $\Delta u = 2\pi/L_x$ und $v = 2\pi/L_y$ verringert werden. Das ist nur durch Vergrößerung von L_x und L_y möglich und unterstreicht nochmals die Notwendigkeit, große Untersuchungsgebiete zu wählen.

Zusammenfassend kann man aus (α) bis (δ) folgern, daß einerseits zu kleine Karten und andererseits zu große Gitterpunktabstände der Meßwerte die Aussagekraft des Spektrums einschränken. Zu kleine Kartenabmessungen haben zu große Abstände der diskreten Punkte im Frequenzraum und damit geringe Auflösung zur Folge. Das ist, wie unter (δ) gezeigt, hinderlich bei der Bestimmung großer Oberkantentiefen. Außerdem schränkt es die Möglichkeit ein, vom Abstand der Knotenlinien im Spektrum auf die horizontalen Quellendimensionen zu schließen, denn diese Nulllinien lassen sich nur bei genügender Datendichte im Frequenzraum ausfindig machen. Besonders einschneidend erschweren bzw. verhindern zu kleine Karten jedoch die Lokalisierung des bei endlicher Tiefenerstreckung der Quellen im niederfrequenten Bereich des Energiedichtespektrums auftretenden Maximums, was für die Methodik der Unterkantenbestimmung von Bedeutung wird. Zu große Gitterpunktabstände bewirken zu niedrige NYQUIST-Frequenz, damit Aliasing und speziell Verfälschung des Anteils oberflächennaher Quellen im Spektrum, dessen annähernde Wie-



Prisma 27:

$$a = b = 2,5; h_t = 6,0; h_b = \infty; D_F = D_Q = 0^\circ; I_F = I_Q = 90^\circ$$

Abb. 12. Energiedichte-Spektrum (Logarithmus)-Isoliniendarstellung

dergabe aber für seine Abtrennung wesentlich ist. Möglichst großen Karten werden durch die Vermessung selbst Grenzen gesetzt, außerdem wachsen mit der Kartengröße ebenso wie mit der Verringerung der Gitterpunktabstände der Speicherplatzbedarf und die Rechenzeiten für die Rechanlagen. Man muß also versuchen, für die jeweils bezüglich der weiteren Bearbeitung gesteckten Ziele einen günstigen Kompromiß zu finden. SPECTOR (1968) schätzt ab, daß h_t/L_x und h_t/L_y , also das Verhältnis Quelltiefe zur Seitenlänge der Karte, mindestens 6 bis 8 sein muß; REGAN & HINZE (1976) finden $h_t/L_x \geq 6$ und $h_t/L_y \geq 6$, wenn der Fehler für h_t -Bestimmungen maximal 10 % bleiben soll. Analog schätzen REGAN & HINZE ab, daß h_b -Bestimmungen mit einem Fehler $\leq 10\%$ nur bei h_b/L_x und $h_b/L_y \geq 6$ möglich werden. Für die Gitterpunktabstände schätzt SPECTOR (1968) ab, daß sie nicht größer als $1/4$ bis $1/3$ der Anomalienbreite bzw. der schmalsten Variation magnetischer Eigenschaften in der Karte sein dürfen, damit deren Beitrag zum Spektrum durch den Aliasing-Effekt nicht zu stark verfälscht wird.

Von den FOURIER-Koeffizienten ist der Übergang zum Energiedichtespektrum durch Bildung des Betragsquadrates der FOURIER-Koeffizienten möglich. Das Amplitudendichtespektrum läßt sich daraus durch Radizieren bilden. Diese beiden Schritte werden durch ein Unterprogramm realisiert. Berücksichtigt man, daß die Spektren bei reellen Ausgangsdaten Symmetrien besitzen, so braucht man sie nur für zwei Quadranten zu berechnen. In dem Unterprogramm ist außerdem die Bildung des Logarithmus der beiden Spektren enthalten. Das gewünschte der vier möglichen Ergebnisse kann entweder als Tabelle ausgedruckt

oder sein Isolinienbild kann gezeichnet werden. (Das Zeichenprogramm wurde allerdings nicht speziell auf den Charakter der Spektren eingestellt, es wählt die Isolinienwertigkeiten äquidistant. Es ist deshalb nicht möglich, in der Darstellung z. B. "Knotenlinien" (Linien, auf denen die Energie gleich Null wird) zu lokalisieren, dazu müßte für verschiedene Bereiche der u-v-Ebene unterschiedlicher Werteabstand der Isolinien gewählt werden. Trotzdem geben die Zeichnungen einen guten Überblick über die Struktur der Spektren.) Abb. 12 gibt als Beispiel für ein über den Computer erzeugtes Spektrum das Isolinienbild des Logarithmus vom Energiedichtespektrum eines Prismenmodells. Andere Beispiele findet man im Kapitel 5.)

4.2.6. Logarithmisches radiales Energiedichtespektrum

Bei den besprochenen Verfahren zur Interpretation von Tiefenlagen spielte nicht die flächenhafte Verteilung des Energiespektrums die Hauptrolle, sondern der tiefenabhängige Anteil. Er hängt außerdem von r ab, der radialen Polarkoordinate im Frequenzraum. Um diese Abhängigkeit zu erhalten, muß der Einfluß der anderen Polarkoordinate im Frequenzraum, Θ , eliminiert werden. Das geschieht durch Bildung des radialen Energiespektrums

$$(66) \quad E_{\Theta}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(r \cos \Theta, r \sin \Theta) d\Theta,$$

wo $r^2 = u^2 + v^2$ und $\Theta = \arctan(u/v)$ ist.

(66) entspricht praktisch einer Mittelbildung auf Kreisringen, was als Algorithmus auch den Unterprogramm des Programmsystems zugrunde gelegt wurde. Die Bildung des Logarithmus liefert dann das logarithmische radiale Energiedichtespektrum $\log E_{\Theta}$, oft einfacher nur "logarithmisches Energiespektrum" (oder auch "radiales logarithmisches Energiespektrum") genannt. Die Gewinnung dieser Funktion bildet die Grundlage für die Interpretationsphase.

4.2.7. Ergebnisse, Ausgabe und Darstellung von Feldern

Als Ergebnisse werden von dem Programmsystem angeboten:

- Matrizen von Feldwerten, die entweder als Ergebnisse von Modellrechnungen oder bearbeitet durch die Methoden der Datenaufbereitung erzeugt werden, d. h. Feldwerte an regelmäßigen Punktgittern;
- Feldwerte an Einzelpunkten;
- Matrizen von FOURIER-Koeffizienten, aus Feldmatrizen über die FOURIER-Transformation gewonnen oder mit den Methoden der Datenaufbereitung bearbeitet;
- Spektren in Matrixform;
- logarithmisches radiales Energiedichtespektrum.

Als Form der Ergebnisdarstellung sind im Rahmen des Programmblockes möglich:

- Darstellung von Feldern in Tabellenform durch Ausdrucken der gesamten Matrix, ausgewählter Teile oder für ein weitmaschigeres Gitter;
- Isoliniendarstellung über ein Zeichengerät;
- Ausdrucken der FOURIER-Koeffizienten in Tabellenform, wobei die Symmetrieeigenschaften der Koeffizientenmatrix berücksichtigt werden;
- Spektrenaussage in Tabellenform;
- Spektrenaussage als Isoliniendarstellung über ein Zeichengerät;
- Abspeicherung der Werte von Feld- oder Koeffizientenmatrizen auf Magnetband, um sie für weitere Bearbeitungen zur Verfügung zu haben.

4.2.8. Interpretation

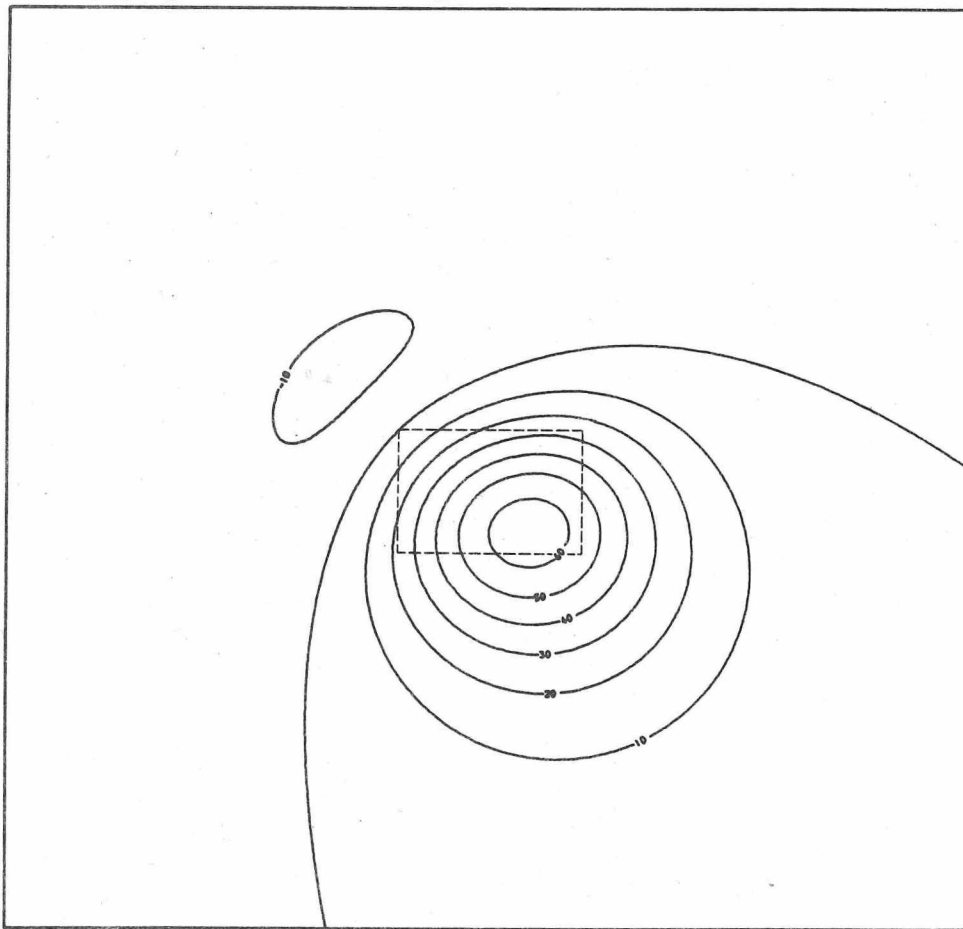
Als gesondertes Programm wurde zur Realisierung der im Abschnitt 3.3. besprochenen Interpretationsmethodik ein Verfahren programmiert, das die Weiterbearbeitung logarithmischer radialer Energiespektren erlaubt. Es realisiert:

- a) das Ausblenden des tiefenabhängigen Anteils für Modelle vom Typ:
 - bodenloses Prisma,
 - laminares Modell,
 - Prisma endlicher Tiefenerstreckung
 aus dem logarithmischen Energiespektrum.
- b) die Gewinnung von $\log(\Delta E_g)$ für Unterkantentiefenbestimmungen aus dem logarithmischen radialen Energiespektrum (50).
- c) die Korrektur des logarithmischen Energiespektrums um $2 \log r$, d. h. den Übergang vom laminaren zum bodenlosen Typ für Interpretationszwecke (ROTHER 1979).
- d) kann das Programm benutzt werden, um den theoretischen tiefenabhängigen Faktor im Energiespektrum für die unter a) aufgezählten Modelltypen zu erhalten, da er bei der Realisierung von a) gebraucht wird und zu Vergleichszwecken mit ausgegeben wird.

5. Tiefeninterpretationen an Modell- und Felddaten

5.1. Einzelprismen

Als Beispielmodell wurde ein Prisma gewählt, dessen Magnetisierungsvektor \vec{M}_Q nicht parallel zum Erdfeldvektor \vec{F}_0 liegt. Für das Modell wurde die Totalintensität der von ihm im Feldverlauf hervorgerufenen Anomalie an einem regelmäßigen Gitter (64 mal 64 Punkte) berechnet und als Matrix gespeichert. Die über den Computer gewonnene Iso-
liniendarstellung des Feldes ist in Abb. 13 gegeben, in der auch die Modellparameter zu finden sind ($M_Q = 1$ wie für alle Beispiele). Die Umrisse der Prismendeckfläche sind in der Abb. 13 gestrichelt eingezeichnet. Dadurch, daß $I_F \neq 90^\circ$ und $I_Q \neq 90^\circ$ sind, liegt das Maximum nicht zentriert über dem Quellkörper.

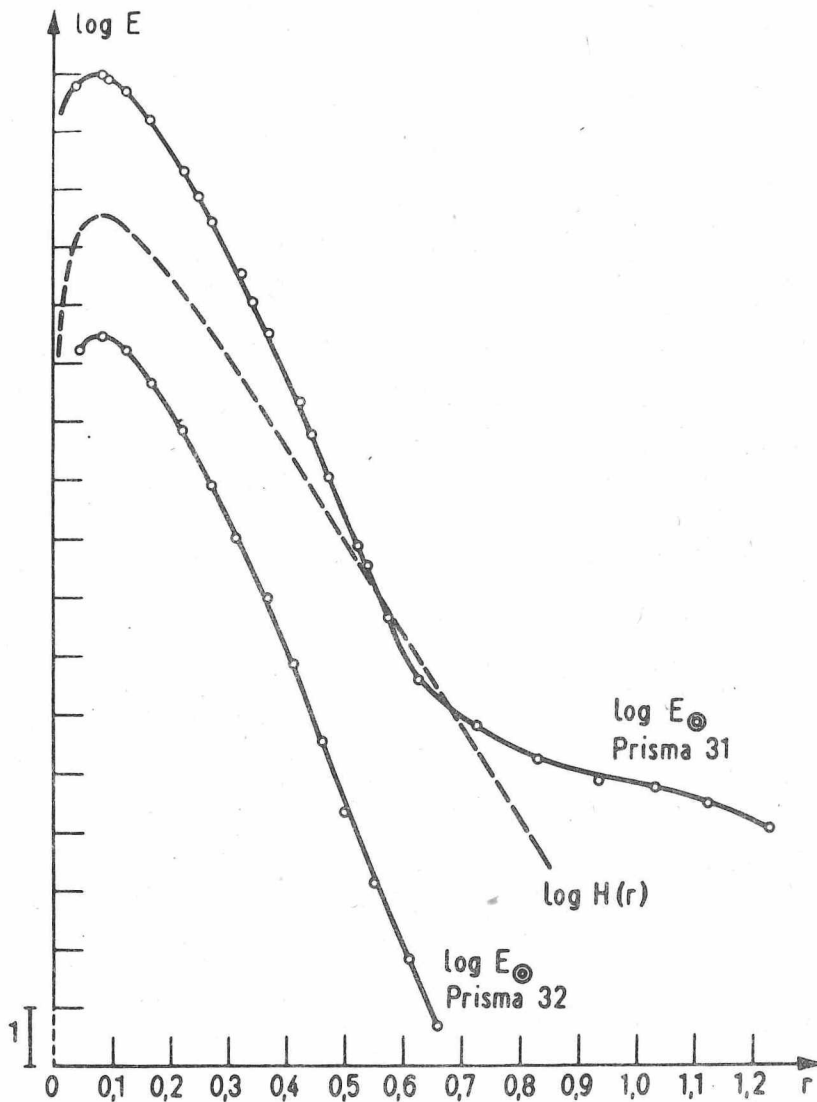


Prisma 31

$a = 4$	$h_t = 8$	$D_F = 358^\circ$	$D_Q = 300^\circ$
$b = 6$	$h_b = 18$	$I_F = 67^\circ$	$I_Q = 50^\circ$

Abb. 13. Totalintensität

Die Matrix der Feldwerte wurde der schnellen zweidimensionalen FOURIER-Transformation unterworfen und danach das radiale logarithmische Energiespektrum berechnet, das in Abb. 14 dargestellt ist. In die Abb. 14 ist ebenfalls das radiale logarithmische Energiespektrum für ein Prisma eingezeichnet worden, dessen Parameter denen des ersten (Prisma 31) bis auf $D_Q = D_F = 0^\circ$ und $I_Q = I_F = 90^\circ$ gleichen. Dieses zweite Prisma (Prisma 32) würde dem "polreduzierten" Modell entsprechen. Die dritte Kurve in Abb. 14 zeigt den theoretischen, analytisch gewonnenen tiefenabhängigen Anteil im Spektrum $H(h, r)$ des zugrunde gelegten Modellprismas.



	a	b	h_t	h_b	D_F	I_F	D_Q	I_Q
Prisma 31	4	6	8	18	358°	67°	300°	50°
Prisma 32	4	6	8	18	0°	90°	0°	90°

Abb. 14. Logarithmisches Energiespektrum prismenförmiger Modelle

Der Vergleich der Kurven $\log E_{\odot}$ von Prisma 31 und Prisma 32 zeigt, daß der Einfluß des feldabhängigen Anteils $G_F(\theta)$ und des von der Quellenmagnetisierung abhängigen Anteils $G_Q(\theta)$ (Tab. 2) durch die Bildung des radialen Spektrums, d. h. durch die Mittelbildung auf Kreisringen, ausgeschaltet wird, denn die beiden Kurven sind in ihrem nutzbaren Bereich nicht wesentlich verschieden voneinander. Für $r > 0,55$ wirkt sich die Rechengenauigkeit aus, die den nutzbaren Bereich der Spektren zu höheren Frequenzen hin beschränkt. Der Unterschied zwischen der analytisch gewonnenen Kurve $H(r)$ und den beiden Kurven $\log E_{\odot}$ resultiert aus dem in letzteren enthaltenen Einfluß des von der Quellengeometrie, d. h. von a und b , abhängigen Anteils, durch den die Kurven steiler werden.

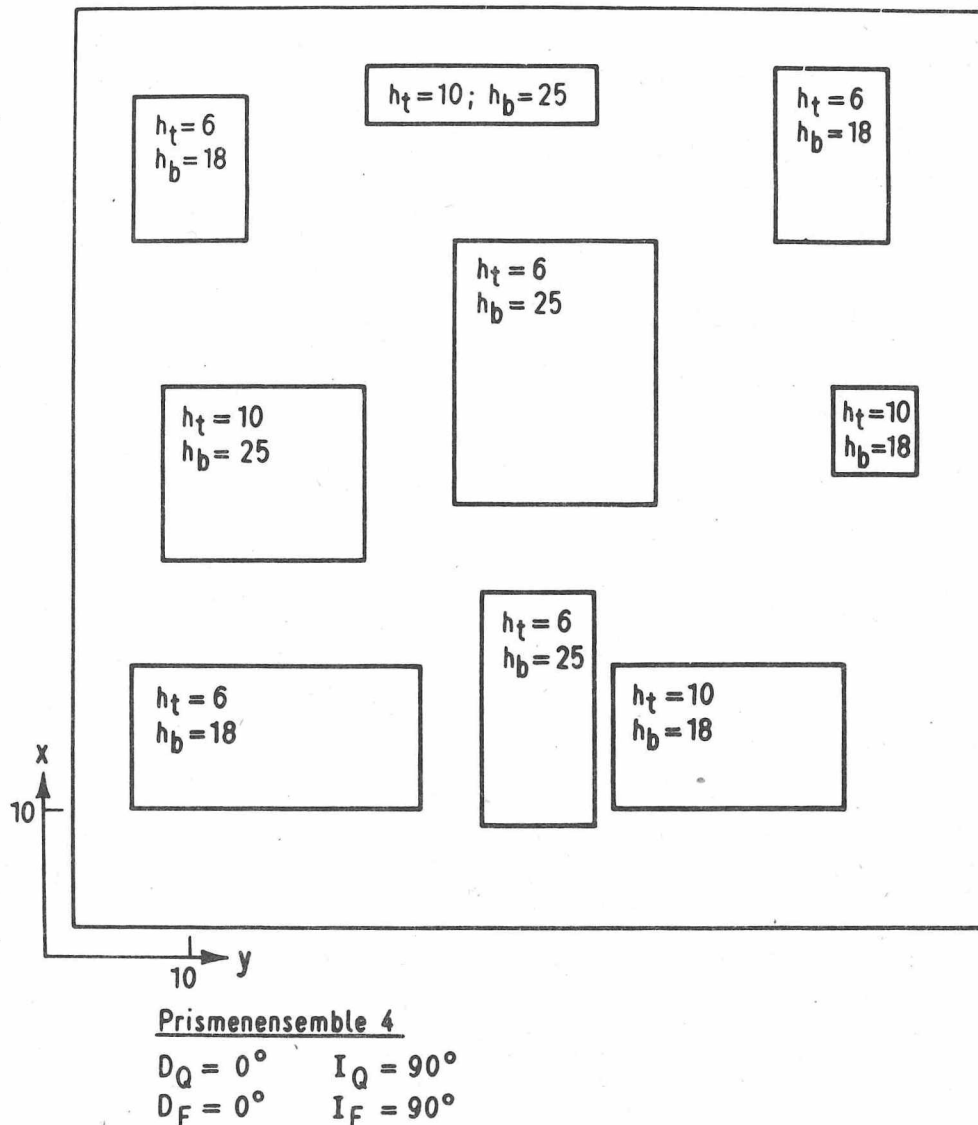
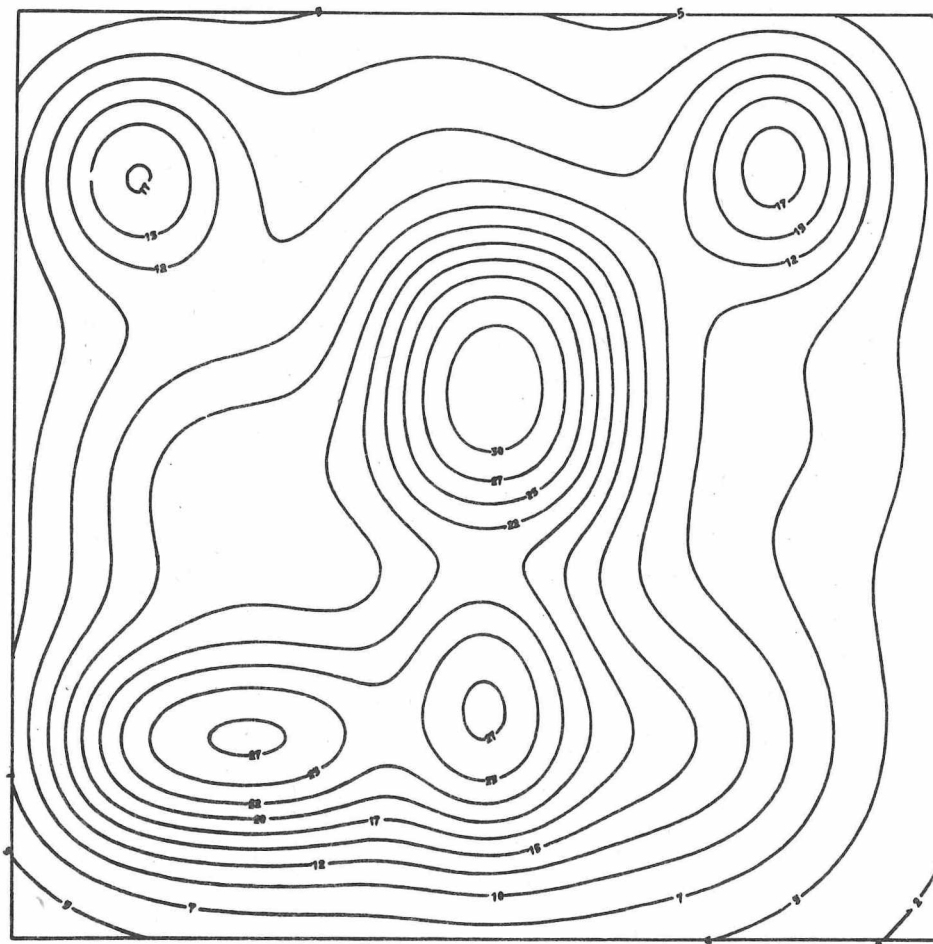


Abb. 15. Übersicht über die Lage der Prismen im Untersuchungsgebiet

In Abb. 6 war das Verfahren zur Bestimmung der Tiefenparameter aus $H(r)$ für Prisma 31 anhand des analytisch berechneten, theoretischen Spektrums erläutert worden. Wählt man die Kurve $\log E_{\odot}$ der Abb. 14 als Ausgangspunkt für Tiefenbestimmungen, so erhält man: $h_{t_g} = 9,6$ Einheiten, $h_{b_g} = 19,6$ Einheiten, $2 \log C = 12,4$.

Das Ergebnis gibt zu hohe Werte für die Tiefen an. Die Ursache dafür ist, daß keine Korrektur des von den horizontalen Prismendimensionen abhängigen Beitrages im Spektrum erfolgte und dadurch der Anstieg des linearen Kurvenabschnittes zu groß bleibt. Das Anbringen einer entsprechenden Korrektur würde das Ergebnis verbessern. Aber auch ohne diese Verbesserung bleibt der Fehler für das Ergebnis der Unterkantentiefe $< 10 \%$.

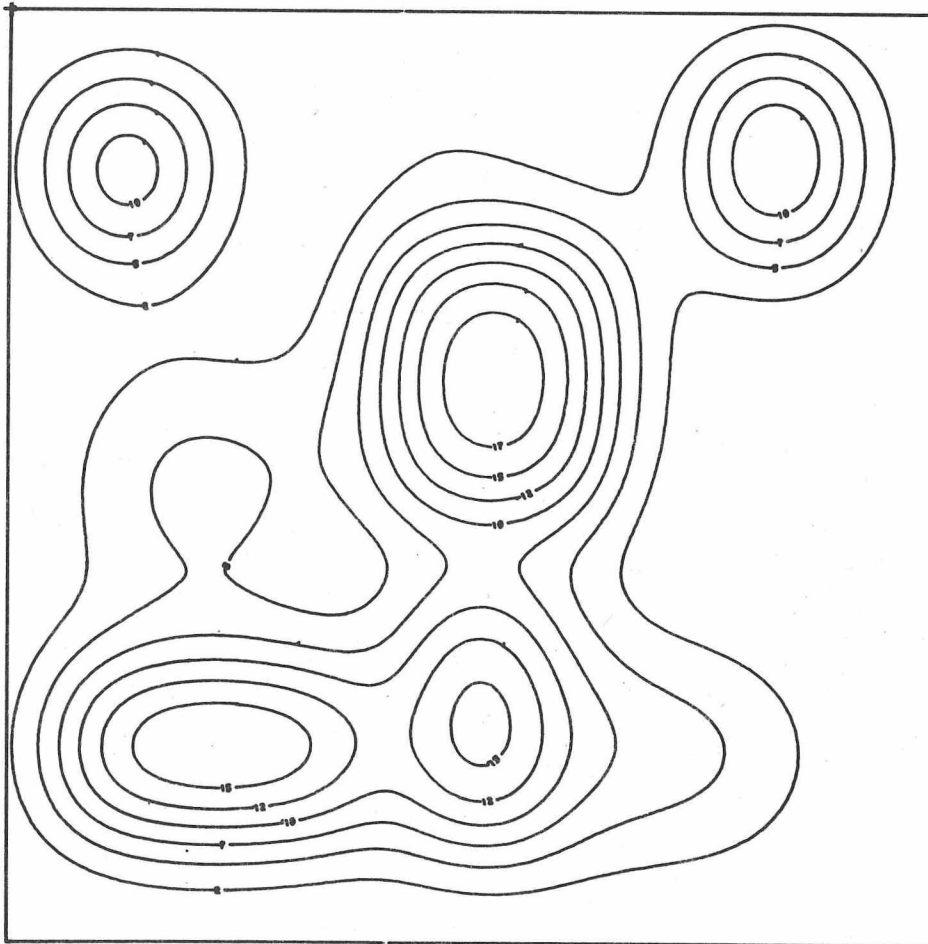


Prismenensemble 2

Abb. 16. Totalintensität

5.2. Prismenensembles

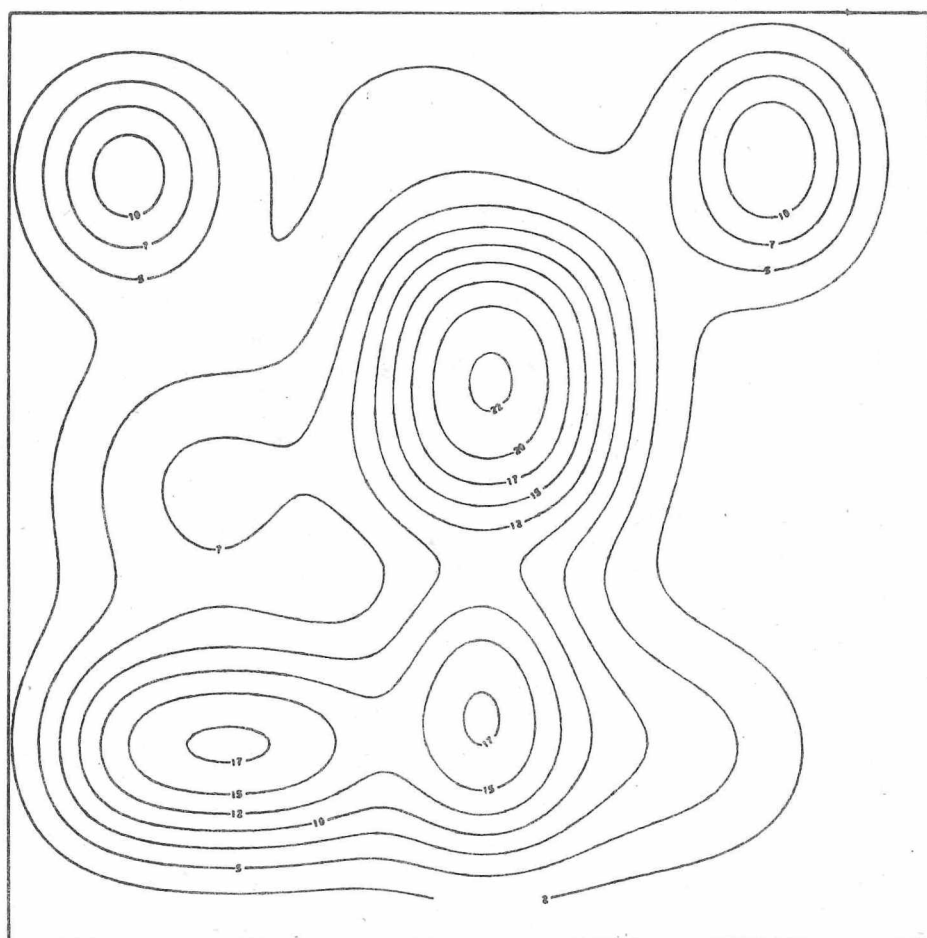
Für die Behandlung von Prismenensembles wurden fünf Beispielkollektionen gewählt, die zur Unterscheidung voneinander Nummern tragen (Ensembles 2, 3, 4, 6 und 7). Als erstes sollen die Verhältnisse bei drei Prismenkollektionen aus jeweils neun Einzelprismen miteinander verglichen werden, die sich bezüglich der Parameter bis auf die Tiefenerstreckung gleichen. Abb. 15 zeigt das Untersuchungsgebiet mit dem Lagerungsschema der Prismen und die für sie angesetzten Parameter für das Ensemble 4, dessen Unterkantentiefen bei $h_b = 18$ bzw. $h_b = 25$ Einheiten liegen. Prismenensemble 2 unterscheidet sich von ihm nur darin, daß alle Prismen bodenlos sind. Das dritte in diese Gruppe gehörende ist das Ensemble 3, dessen Elemente ebenfalls die gleichen Abmessungen haben, dessen Unterkanten aber alle auf dem gleichen Niveau $h_b = 18$ liegen. Für diese 3 Ensembles wurde die Totalintensität der von ihnen im Feldverlauf hervorgerufenen Anomalien an einem äquidistanten Punktgitter (64×64 Punkte) analytisch mit



Prismenensemble 3

Abb. 17. Totalintensität

Hilfe des entsprechenden Programms berechnet. Die Abbildungen 16 bis 18 zeigen die mit Hilfe des erarbeiteten Programmsystems über den Computer gewonnenen Isolinienbilder für die drei Ensembles. (Zu diesen und auch anderen über den Computer erzeugten Isoliniendarstellungen ist generell folgendes zu bemerken: Es werden Isolinien mit äquidistanter Wertigkeit dargestellt, auch wenn die an den Linien stehenden Zahlen dem mitunter zu widersprechen scheinen, was am Abrunden beim Zeichnen liegt (z. B. wird die Folge: 5; 7,5; 10; 12,5 ... gerundet zu: 5; 7; 10; 12; ...). Außerdem sind die Werte aus Zweckmäßigkeitsgründen (Zahlenlänge) mit Zehnerpotenzen multipliziert worden, die bei den Abbildungen oft nicht mit angegeben werden, weil hier nur das Isolinienbild interessiert. Deshalb wurde auch dort, wo die Zahlen nicht lesbar sind, was teilweise aus der Verkleinerung für die Abbildungen resultiert, keine Korrektur vorgenommen.)



Prismenensemble 4

Abb. 18. Totalintensität

Ein Vergleich der Abbildungen 16 - 18 bestätigt, daß sich der Einfluß der Unterkantenlagen im Anomalienbild nicht deutlich niederschlägt. Die Entscheidung, ob bodenlose Quellen oder solche mit endlicher Tiefenerstreckung vorliegen, ist also an Hand des Anomalienbildes kaum möglich. Abb. 19, die das aus der Matrix der Totalintensitätswerte über die FOURIER-Transformation und Mittelbildung auf Kreisringen berechnete logarithmische radiale Energiespektrum für die beiden Ensembles 2 und 3 miteinander vergleicht, zeigt, daß sich in dieser Funktion deutlich ein Unterschied zwischen bodenlosen und in der Tiefe endlich erstreckten Quellen ausprägt, der sich im nichtlinearen Verlauf mit dem Auftreten eines Maximums bei niedrigen Frequenzen für das endliche Ensemble äußert. Das bestätigt die Behauptung, daß spektrale Betrachtungen eine Basis für die Tiefeninterpretationen liefern.

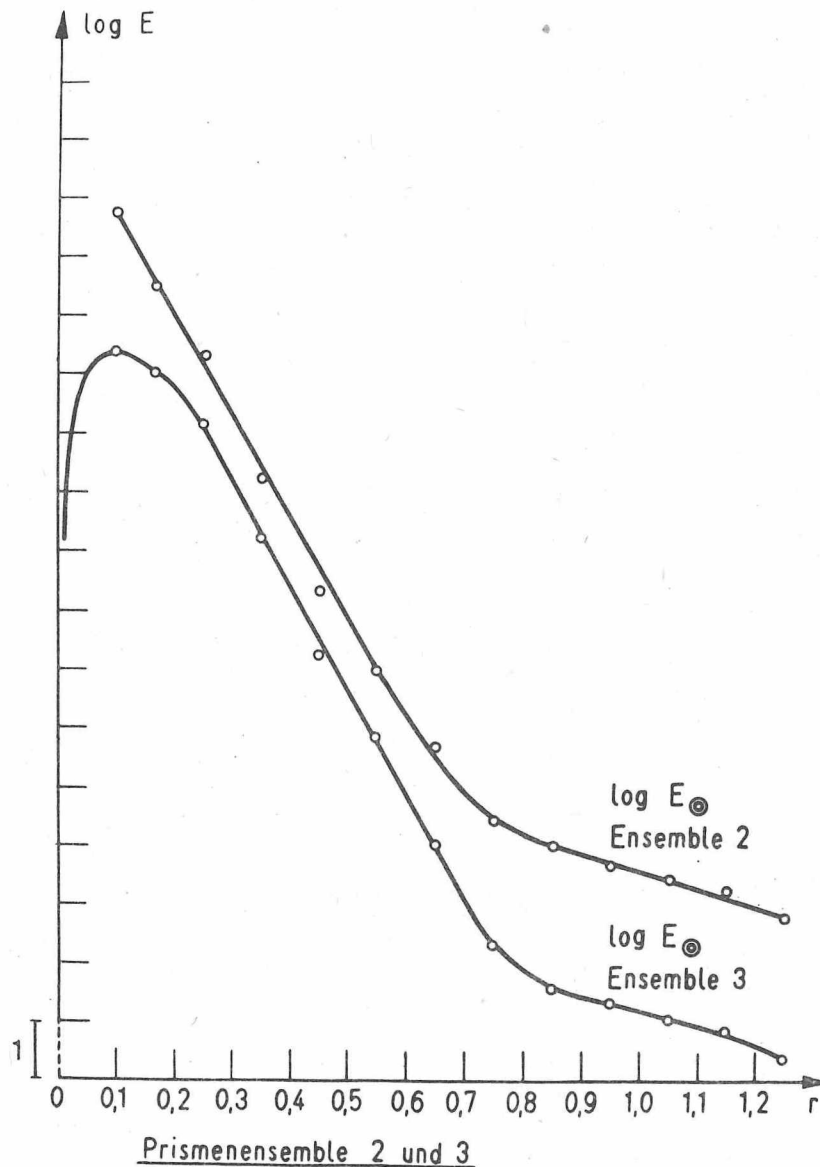


Abb. 19. Logarithmisches Energiespektrum

Abb. 20 zeigt als Beispiel für Ableitungsbildungen die mit Hilfe des Programmsystems berechnete und gezeichnete Isoliniendarstellung der 2. vertikalen Ableitung für das Ensemble 3 (der Maßstab unterscheidet sich von dem der Abb. 17 um den Faktor $1/2$). Um die Qualität der Ableitungsbildung werten zu können, wurde zum Vergleich die 2. vertikale Ableitung analytisch berechnet und in Abb. 21 dargestellt. Man kann feststellen, daß die Ableitungsbildung über die Transformation in den Frequenzraum ein gutes Ergebnis liefert. Die Abweichungen zum Gebietsrand hin resultieren daraus, daß die Werte dort sehr klein werden. Ein Vergleich der Totalintensität und der 2. vertikalen Ableitung (Abbildungen 17 und 20) zeigt, daß im Bild der 2. vertikalen Ableitung die Quellkörper besser lokalisiert werden können.

Für die Gewinnung von Tiefenaussagen wurden die logarithmischen radialen Energiedichtespektren berechnet. Abb. 22 zeigt $\log E_{\odot}$ für Ensemble 3. Zum Vergleich ist $\log H(r)$, der analytisch berechnete tiefenabhängige Anteil im theoretischen Energiespektrum, eingezeichnet worden. Es ist zu sehen, daß der Anstieg der aus den Totalitätswerten gewonnenen Kurve $\log E_{\odot}$ größer ist als der der Kurve $\log H(r)$.

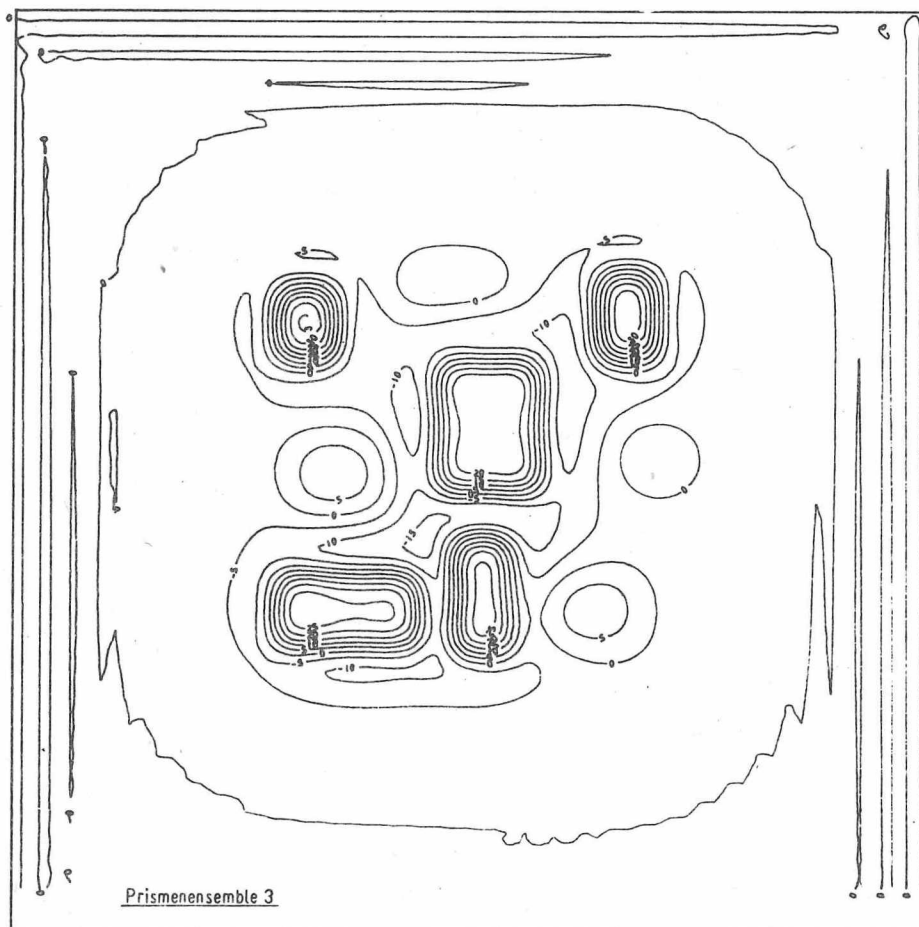


Abb. 20. Zweite vertikale Ableitung (über Transformation berechnet)

Die Ursache dafür ist der in E_{\odot} enthaltene Einflußfaktor der horizontalen Quellenparameter. Führt man mit Hilfe der Abb. 4 die entsprechende Korrektur um $\log \langle S(a_0, r) \rangle^2$ aus (mit $a_0 = 5$), so erhält man die in Abb. 22 gestrichelte Kurve: $\log E_{\odot} - \log \langle S(r) \rangle^2$. Diese korrigierte Kurve nähert sich der theoretischen $\log H(r)$ an. Als Ergebnis der Tiefeninterpretation kann man aus dieser korrigierten Kurve folgende Werte gewinnen: im linearen Bereich aus dem Anstieg der Kurve: $h_t = 6,2$ Einheiten, $2 \log (A C) = 14,7$; über das eingeführte Verfahren zur Unterkantentiefenbestimmung: $h_b = 17,2$ Einheiten. Die tatsächlichen Werte des Modellensembles liegen für die Oberkantentiefe h_t zwischen 6 und 10 Einheiten (Mittelwert 7,8) und für die Unterkantentiefe bei $h_b = 18$ Einheiten. Man kommt also bis auf 4,5 % an den wirklichen Wert für h_b heran. Ohne Beachtung des verfälschenden Einflusses durch die horizontalen Quellenabmessungen hätte man aus $\log E_{\odot}$ gewonnen: $h_{t_s} = 8,9$ Einheiten, $h_{b_s} = 15,9$ Einheiten (bei $\log (A C) = 15,95$).

In Tab. 5 werden die Ergebnisse für die betrachteten Beispiele der Tiefeninterpretation bei Quellenensembles zusammengestellt.

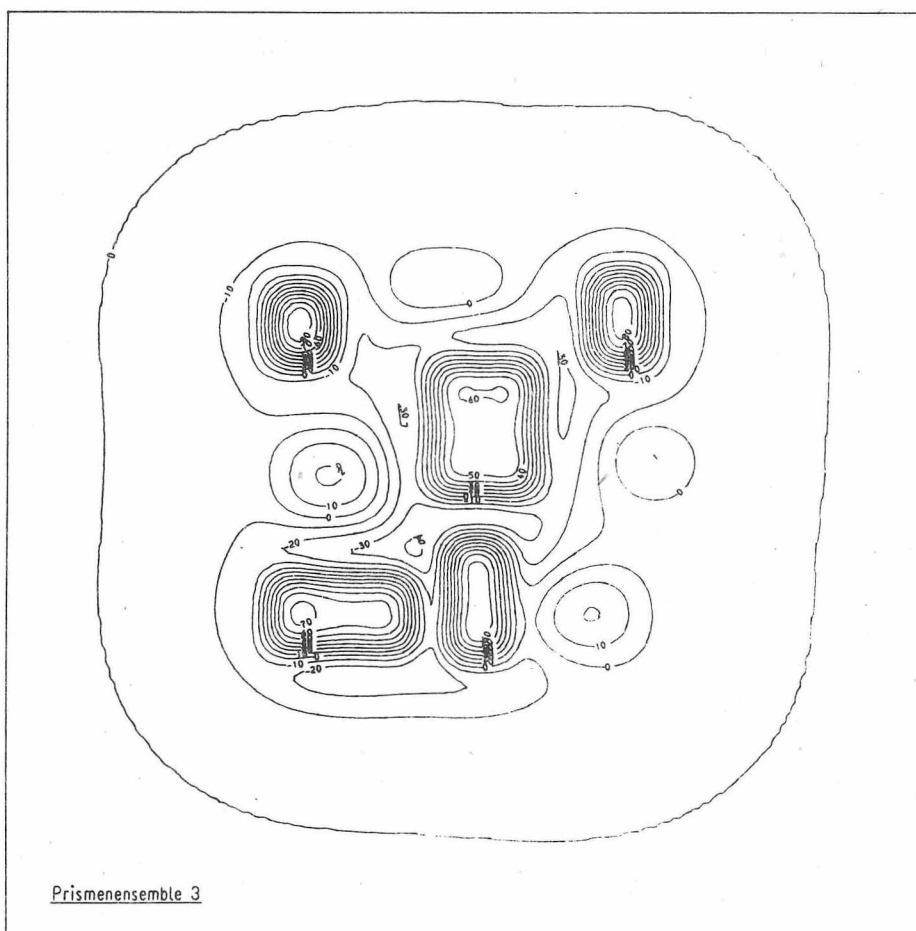


Abb. 21. Zweite vertikale Ableitung (analytisch berechnet)

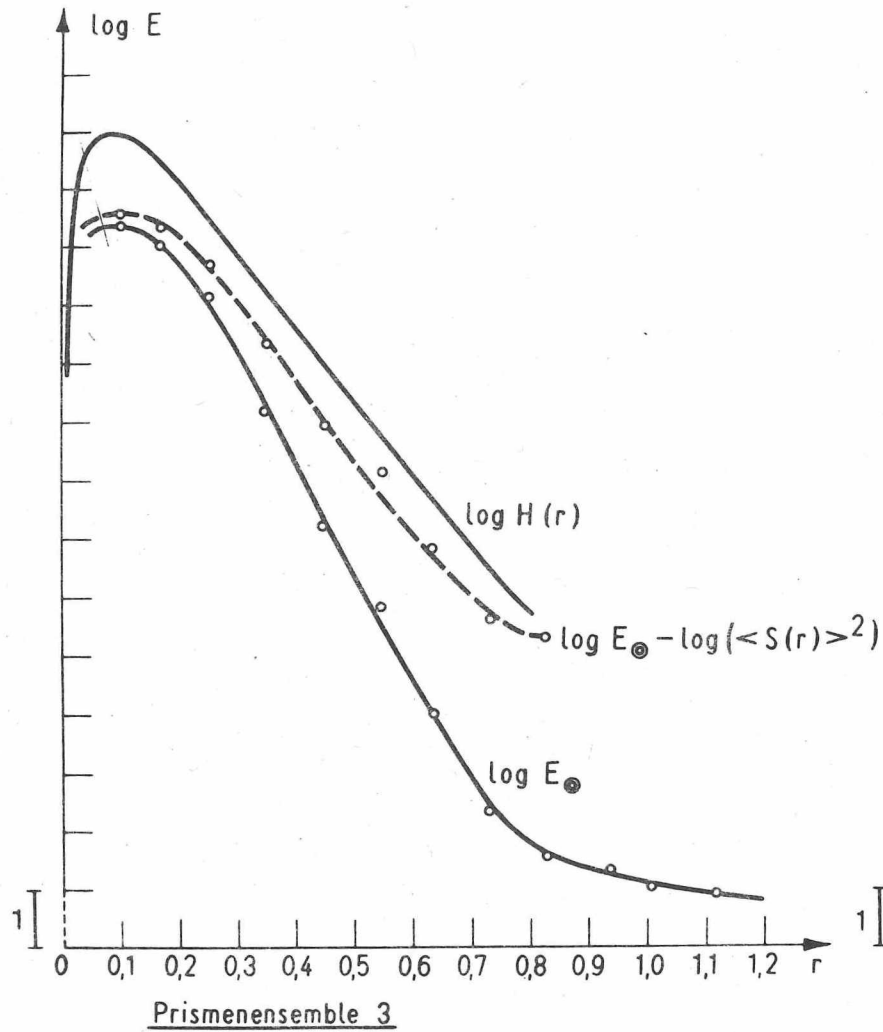


Abb. 22. Logarithmisches Energiespektrum

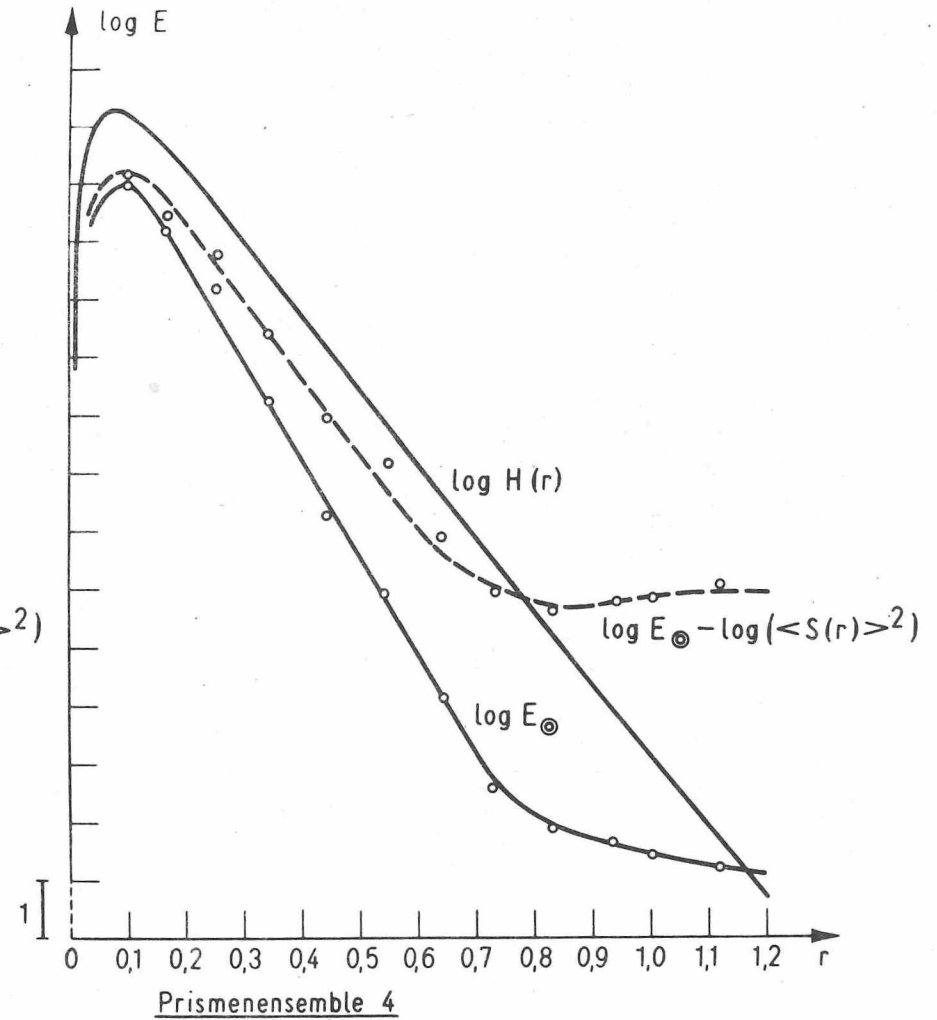


Abb. 23. Logarithmisches Energiespektrum

Abb. 23 zeigt die Verhältnisse für das Ensemble 4, bei dem neben der Oberkanten- die Unterkantentiefe auf den zwei Niveaus 18 und 25 Einheiten variiert, die jedoch noch so dicht beieinander liegen, daß man von einem Ensemble sprechen kann. Die aus den Kurven gewonnenen Ergebnisse sind Tabelle 5 zu entnehmen.

Abb. 24 zeigt das Lagerungsschema für das nächste Beispiel, Ensemble 6, das 15 Prismen umfaßt, deren Oberkantentiefen zwischen 8 bis 15 Einheiten und deren Unterkantentiefen zwischen 23,7 und 26,1 Einheiten variieren. Auch hier wurden $I_Q = I_F = 90^\circ$ und $D_Q = D_F = 0^\circ$ gesetzt sowie $M_Q = 1$.

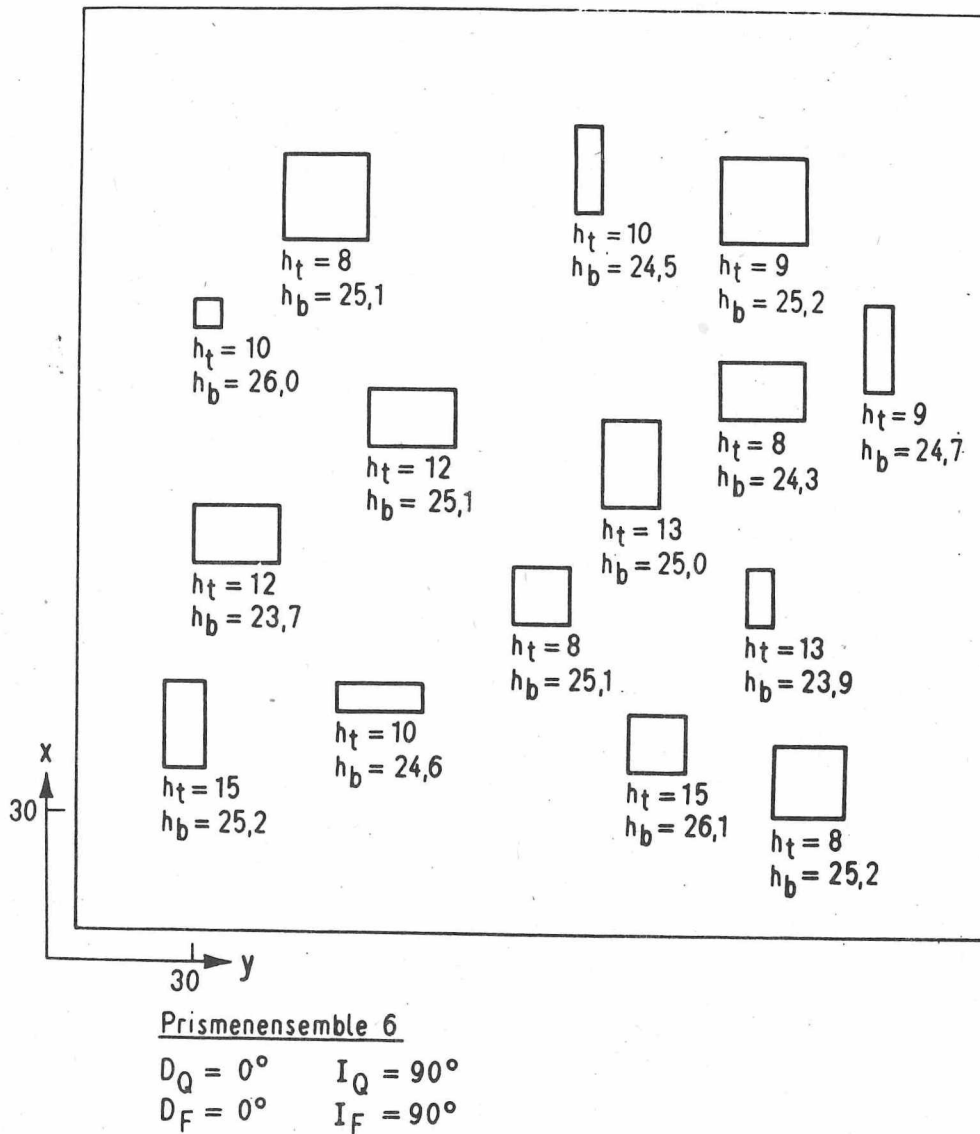


Abb. 24. Übersicht über die Lage der Prismen im Untersuchungsgebiet

Für dieses Beispiel wird bei ROTHER (1979) eine Isoliniendarstellung für das logarithmische Energiedichtespektrum in der Frequenzebene gezeigt. Durch das dort vorgenommene Colorieren dieses Isolinenbildes wird die vorhandene ringförmige Struktur ersichtlich. Damit wird erhärtet, daß die für die Gewinnung des radialen Energiespektrums angewandte Mittelbildung Berechtigung hat und durch sie die infolge der Quellenverteilung vorhandenen Asymmetrien des Energiespektrums in der Frequenzebene sinnvoll unterdrückt werden.

In Abb. 25 werden wiederum das logarithmische radiale Energiespektrum $\log E_{\odot}$ und zum Vergleich $\log H(r)$ dargestellt. Aus $\log E_{\odot}$ bzw. der mit der Korrektur um den Einfluß der horizontalen Quillendimensionen versehenen Kurve werden Tiefenwerte gewonnen (Tab. 6).

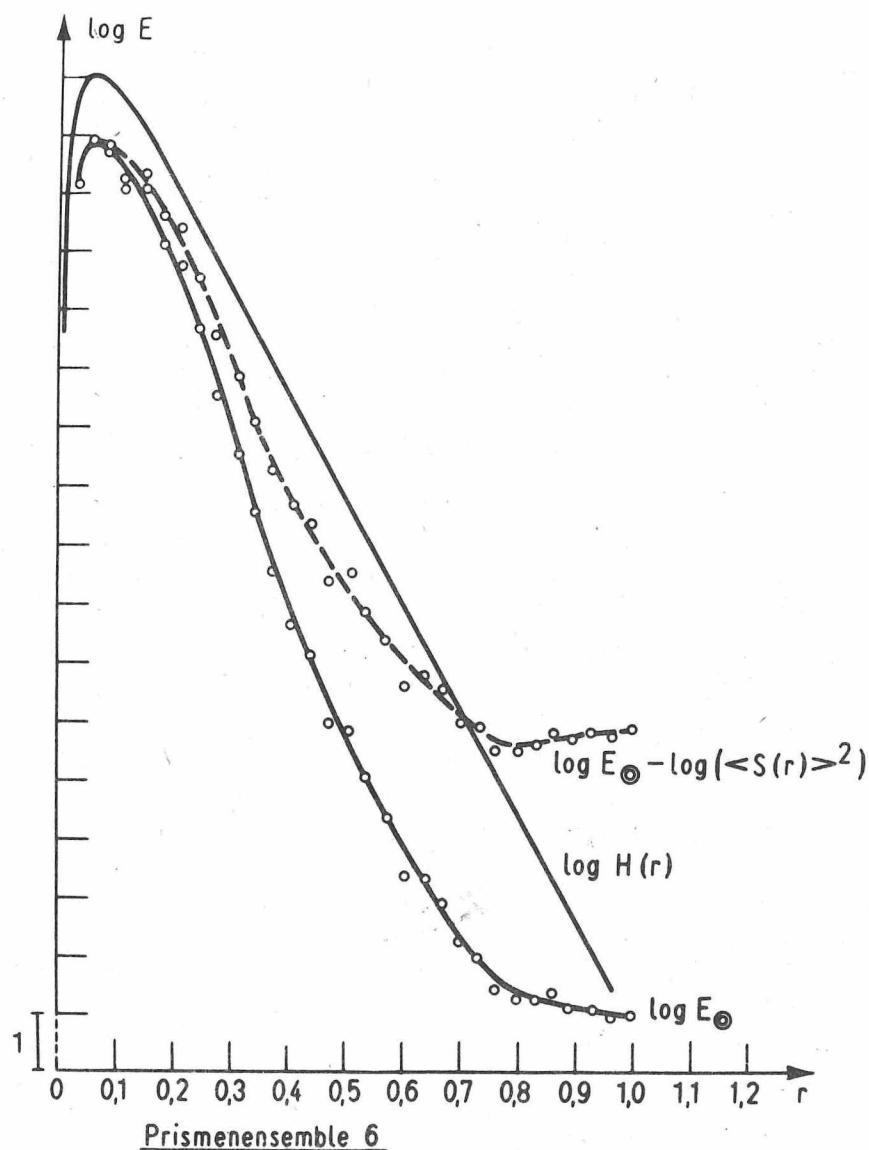
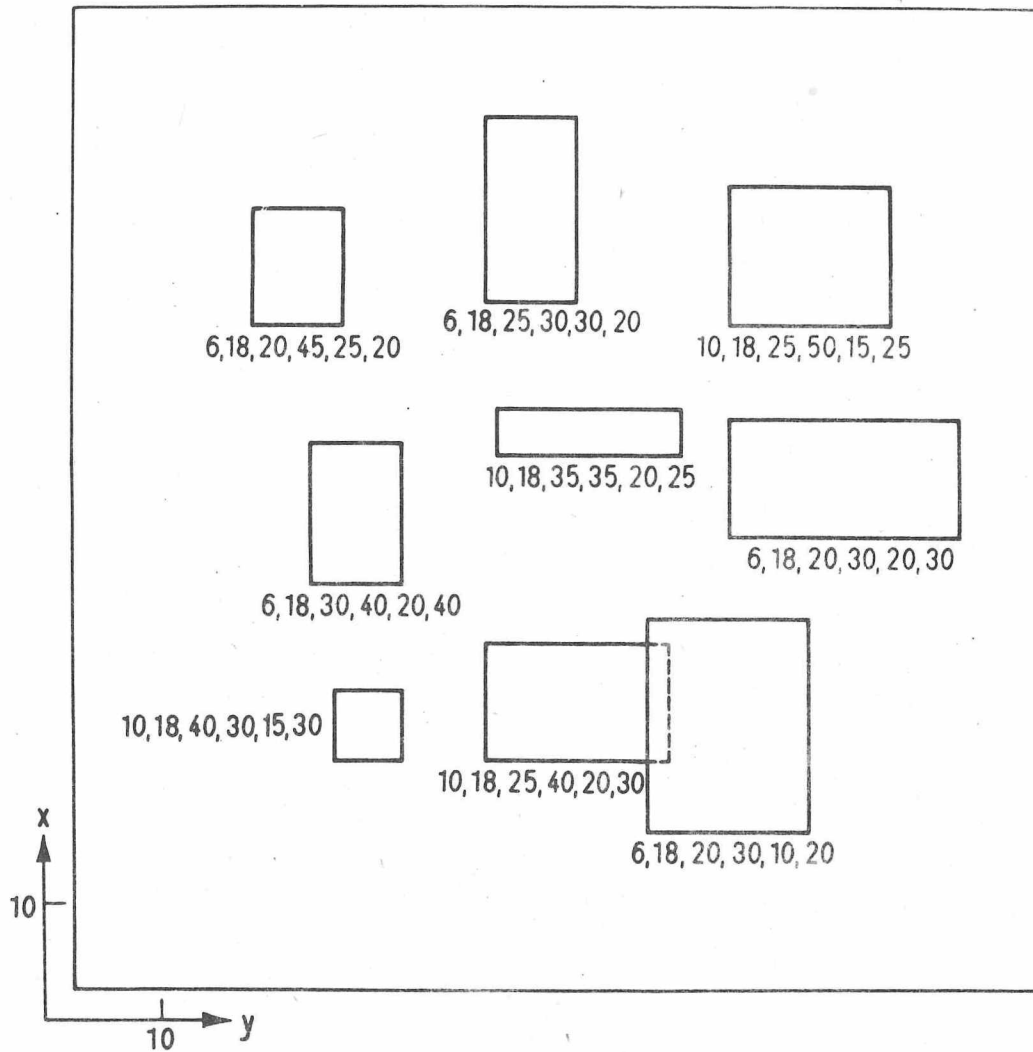


Abb. 25. Logarithmisches Energiespektrum

Das Lagerungsschema für das fünfte Beispiel wird in Abb. 26 gegeben. Bei diesem Ensemble werden neben den Körperabmessungen und den Tiefenlagen auch die Magnetisierungsrichtung und die Richtung von \vec{F}_0 variiert. Nur die Tiefe bis zu den Unterkanten der Störkörper, h_b , wurde konstant gewählt. Abb. 27 zeigt das Isolinienbild für die 2. vertikale Ableitung der Totalintensität des von diesem Ensemble hervorgerufenen anomalen Feldes. Dadurch, daß sowohl die Quellenmagnetisierungen \vec{M}_Q als auch das Erdfeld \vec{F}_0 nicht senkrecht nach unten gerichtet sind, sind die Isolinien unsymmetrisch und auch nicht zentriert über den Störkörpern gelagert. Es wurde nun versucht, aus der zweiten vertikalen Ableitung Tiefenaussagen zu gewinnen.

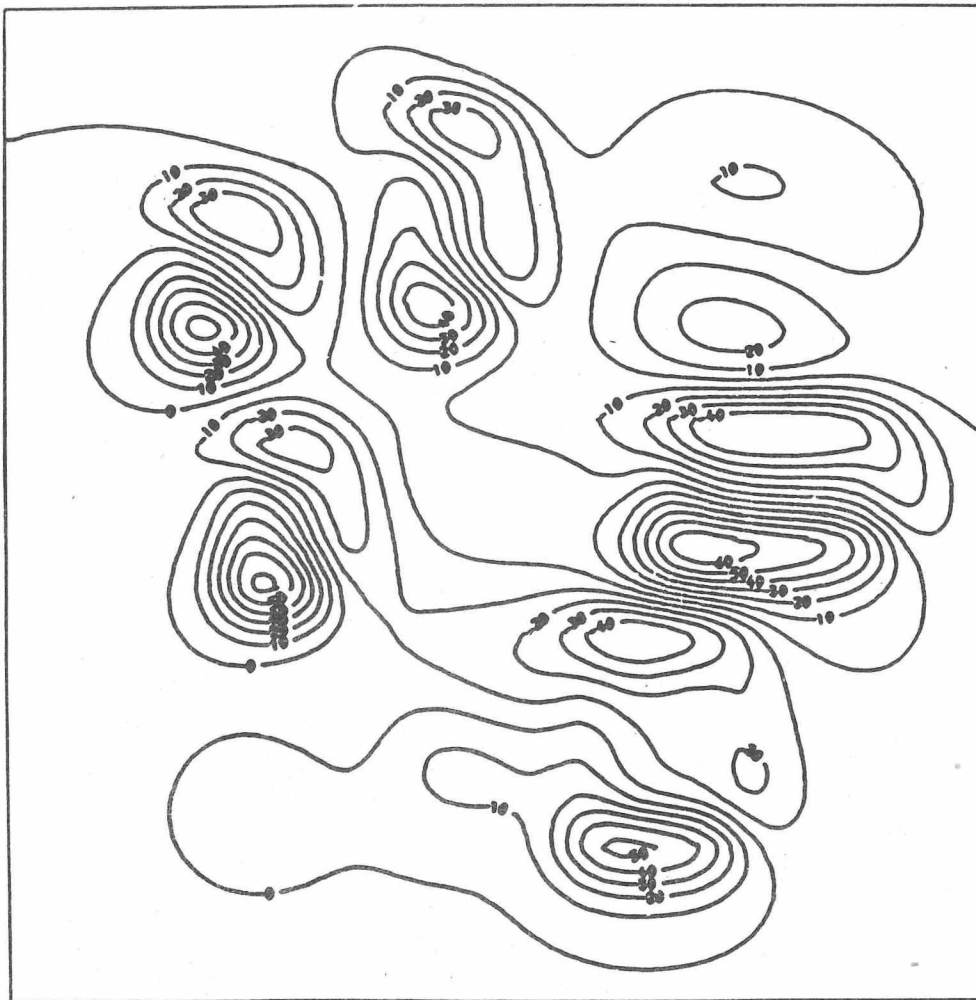


Prismenensemble 7

Die Zahlenwerte unter den Prismen entsprechen:

$$h_t, h_b, D_F, I_F, D_Q, I_Q$$

Abb. 26. Übersicht über die Lage der Prismen im Untersuchungsgebiet



Prismenensemble 7

Abb. 27. Zweite vertikale Ableitung

Analog zur Berechnung des radialen Energiespektrums bei den vorhergehenden Beispielen wurde über die FOURIER-Transformation aus der 2. vertikalen Ableitung die Kurve $\log E_{\odot}$ (2. vertikale Ableitung) in Abb. 28 gewonnen. Ein Vergleich mit $\log E_{\odot}$ für die Totalintensität des Prismenensembles 3 (Abb. 22), dessen Quellenabmessungen denen des Ensembles 7 ähneln, zeigt: Das Maximum von $\log E_{\odot}$ der 2. vertikalen Ableitung in Abb. 28 ist zu höheren Frequenzen hin verschoben und damit besser zu lokalisieren als das in Abb. 22. Diese Verschiebung resultiert aus dem Glied $\log(r^4)$, das in $\log E_{\odot}$ (2. vertikale Ableitung) enthalten ist (nach Tab. 4 gibt Bildung der 2. vertikalen Ableitung den Faktor r^2 , das Quadrieren bei der Berechnung der Energiedichte

erhöht dann auf r^4). Um dieses Glied muß deshalb für Tiefeninterpretationen korrigiert werden:

$$\log E_{\odot} (\text{Totalint.}) = \log E_{\odot} (2. \text{ vert. Abl.}) - 4 \log r.$$

Ausschalten des Einflusses der horizontalen Quellenmaße gibt dann die durch Kreise gekennzeichneten Punkte der Kurve $\log E_{\odot} (\text{Totalint.}) - \log (\langle S(r) \rangle^2)$ in Abb. 28. Sie soll weiter untersucht werden. Die strichpunktierte Gerade durch den linearen Bereich der Kurve liefert mit ihrem Anstieg $h_{ts} = 7,9$ Einheiten und den Ordinatenabschnitt $2 \log C = 12,6$. Mit diesen beiden Werten und $e^{1/2 \{ \log E_{\odot} - \log (\langle S(r) \rangle^2) \}}$ anstelle von $H(r)$ wird nach (48) $\sqrt{\Delta E_g (\text{Tot.})}$ bestimmt. An den Stellen, an denen $\sqrt{\Delta E_g (\text{Tot.})} < 0$ wird, sind in Abb. 28 die entsprechenden Punkte für $\log (\Delta E_g (\text{Tot.}))$ eingetragen worden (gekennzeichnet mit dem Symbol x). Eine Gerade durch diese Punkte (gestrichelt) und den Ordinatenabschnitt $2 \log C$ erlaubt aus ihrem Anstieg die Bestimmung von $h_{bs} = 13,8$ Einheiten, der 27 % vom tatsächlichen Wert ($h_b = 18$ Einheiten) abweicht.

Die Behandlung dieses Beispiels zeigt, daß es möglich ist, auch aus den Werten der 2. vertikalen Ableitung an einem regelmäßigen Gitter des Beobachtungsgebietes Tiefenaussagen zu machen. Interpretationen auf der Basis der Totalintensität sind jedoch vorzuziehen. Das Variieren der Richtungen für die Quellenmagnetisierung \vec{M}_Q und das Erdfeld \vec{F}_0 bringt eine Vergrößerung für die Abweichung der berechneten Tiefenwerte von den tatsächlichen. Die 27 % Fehler sind jedoch noch vertretbar, wenn man in Betracht zieht, daß die Bearbeitung auf der 2. vertikalen Ableitung fußt.

In Tab. 5 sind die Ergebnisse der Tiefeninterpretationen an Prismenensembelmodellen zusammengestellt. Es werden Modellparameter und berechnete Tiefenwerte gegenübergestellt, dabei werden die Ergebnisse der Berechnung sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung des Einflusses der horizontalen Quellenmaße angegeben. Die Zusammenstellung zeigt, daß die bei Ausführung der Korrektur erhaltenen Resultate (Ensemble 7 ausklammert) für die Unterkantentiefe weniger als 5 % vom Mittelwert der tatsächlichen Tiefenlagen abweichen. Für die Oberkantentiefe tendiert der berechnete Wert in Richtung auf die geringsten Tiefen der Modellelemente. Bei Vernachlässigung des verfälschenden Einflusses der horizontalen Quellendimensionen auf den tiefenabhängigen Anteil des radialen Energiespektrums erhält man für die Oberkantentiefe zu hohe Werte, während die Unterkantentiefen i. a. zu klein werden.

Es kann eingeschätzt werden, daß das angewandte Verfahren unter Berücksichtigung der Korrektur mit a_0 gute Ergebnisse liefert.

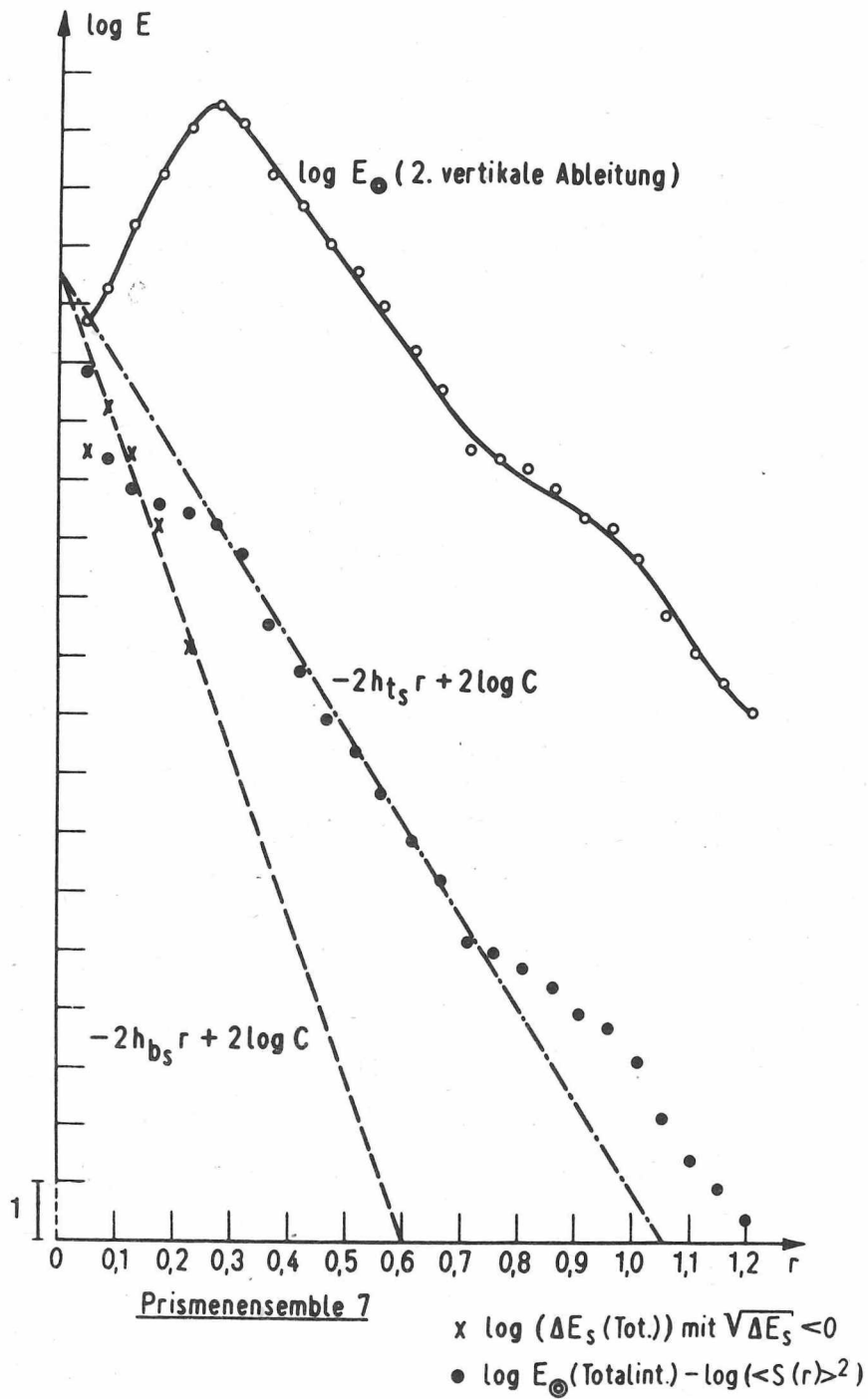


Abb. 28. Logarithmisches Energiespektrum

Tab. 5. Prismenensemble: Zusammenstellung der Modellparameter und der Interpretationsergebnisse

Schreibweise $x = (x_1; x_2; x_3)$ heißt: $x_1 \leq x \leq x_2$ mit dem Mittelwert x_3
 Die Längenangaben werden alle in 1 Einheit gemacht

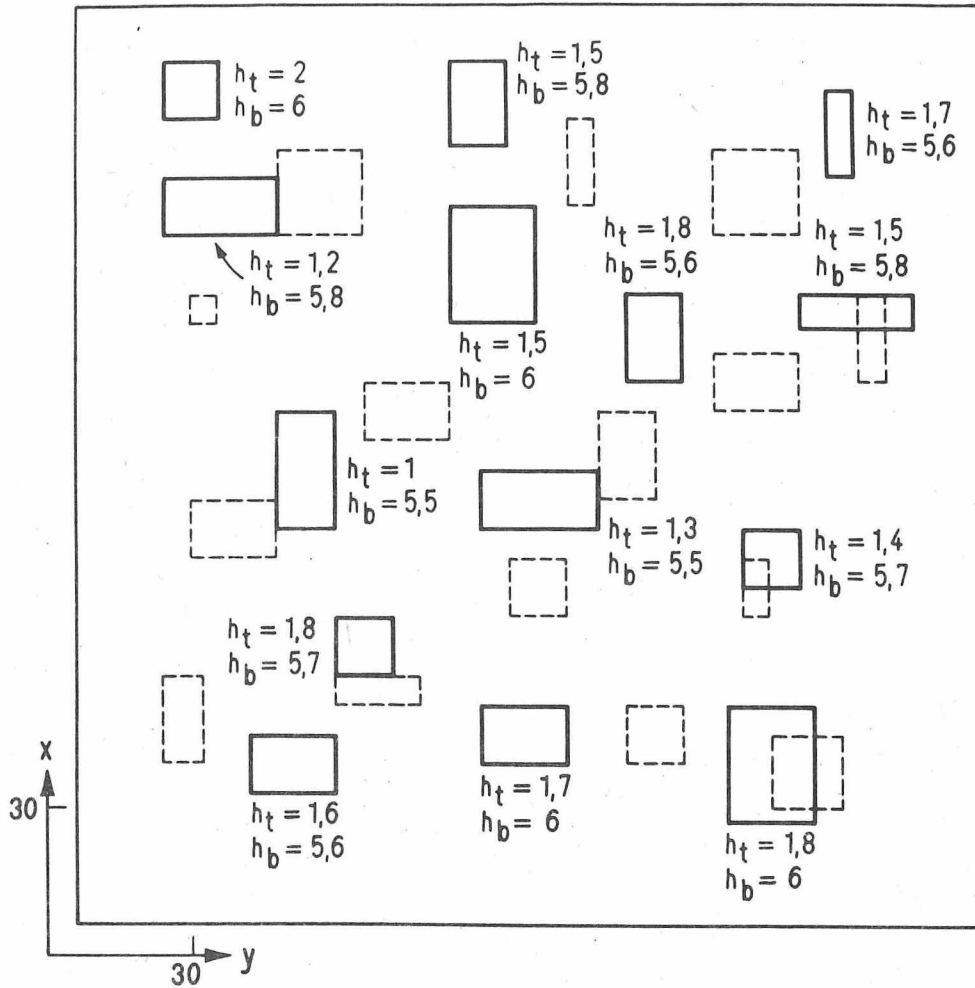
Ensemble	Modellmaße	Tiefenwerte	
		Modell	Interpretationsergebnisse
<u>Ensemble 3</u> 9 Prismen $Z = S = 64$ $\Delta x = \Delta y = 1$	$a = (2; 9; 5, 8)$ $b = (3; 8; 6, 1)$ $M_Q = 1$ $I_F = I_Q = 90^\circ$ $D_F = D_Q = 0^\circ$	$h_t = (6; 10; 7, 8)$ $h_b = (18; 18; 18)$	a) $a_o = 5$ - Korrektur $h_{ts} = 6, 2$ $h_{bs} = 17, 2$ b) ohne a_o -Korrektur $h_{ts} = 8, 9$ $h_{bs} = 15, 9$
<u>Ensemble 4</u> 9 Prismen $Z = S = 64$ $\Delta x = \Delta y = 1$	$a = (2; 9; 5, 8)$ $b = (3; 8; 6, 1)$ $M_Q = 1$ $I_F = I_Q = 90^\circ$ $D_F = D_Q = 0^\circ$	$h_t = (6; 10; 7, 8)$ $h_b = (18; 25; 21, 1)$	a) $a_o = 5$ - Korrektur $h_{ts} = 6, 2$ $h_{bs} = 20, 7$ b) ohne a_o -Korrektur $h_{ts} = 8, 7$ $h_{bs} = 21, 7$
<u>Ensemble 6</u> 15 Prismen $Z = S = 64$ $\Delta x = \Delta y = 3$	$a = (3; 9; 6, 9)$ $b = (3; 8; 6, 1)$ $M_Q = 1$ $I_F = I_Q = 90^\circ$ $D_F = D_Q = 0^\circ$	$h_t = (8; 15; 10, 7)$ $h_b = (23, 7; 26, 1; 24, 9)$	a) $a_o = 6$ - Korrektur $h_{ts} = 9, 0$ $h_{bs} = 24, 2$ b) ohne a_o -Korrektur $h_{ts} = 13, 3$ $h_{bs} = 21, 7$
<u>Ensemble 7</u> 9 Prismen $Z = S = 64$ $\Delta x = \Delta y = 2$	$a = (2; 9; 5, 4)$ $b = (3; 10; 6, 1)$ $M_Q = 1$ $I_F = (30; 50; 36, 7)$ $D_F = (20; 40; 26, 7)$ $I_Q = (20; 40; 26, 7)$ $D_Q = (10; 30; 19, 4)$	$h_t = (6; 10; 7, 8)$ $h_b = (18; 18; 18)$	a) $a_o = 5$ - Korrektur $h_{ts} = 7, 9$ $h_{bs} = 13, 8$ b) ohne a_o -Korrektur $h_{ts} = 9, 1$ $h_{bs} = 15, 2$

5.3. Doppelensemble

Nachdem im Abschnitt 3.3.3. theoretische Beispiele für die Zerlegung des logarithmischen radialen Energiedichtespektrums mit dem Ziel behandelt worden waren, Aussagen über die Tiefenlagen beider Ensembles zu gewinnen, soll hier ein Beispiel betrachtet werden, bei dem das Energiespektrum nicht analytisch, sondern auf dem Weg über die Totalintensität des aus den Quellen resultierenden anomalen Feldes berechnet wird. Abb. 29 zeigt das Lagerungsschema der Störkörper des Doppelensembles im Untersuchungsgebiet. Als Ensemble für die tieferliegenden Quellen wurde das vorn behandelte Ensemble 6 benutzt, das von den in Abb. 29 näher bezeichneten, dichter an der Erdoberfläche gelegenen Quellen überlagert wird. Die Magnetisierungsvektoren beider Prismenkollektionen sind der Einfachheit halber senkrecht nach unten gerichtet, wie auch \vec{F}_0 . Die horizontalen Abmessungen des oberen Ensembles liegen etwa in der gleichen Größenordnung (im Mittel etwas größer) wie die des unteren, was sicher nicht dem in der Natur gegebenen Sachverhalt entspricht. Durch diese beabsichtigte ungünstige Wahl wird die Abtrennung des Anteils der oberen Quellen aus dem Spektrum erschwert, was aber die mögliche Aussagekraft des Verfahrens unterstreicht. Das Verhältnis A_2/A_1 der Stärke der Quellen des unteren zu der des oberen Ensembles wurde $2/1$ gewählt.

Abb. 30 zeigt die Isoliniendarstellung der Totalintensität des zum Doppelensemble 10 gehörenden anomalen Feldes, die an einem $64 \text{ mal } 64$ Punktgitter mit $\Delta x = \Delta y = 3$ Einheiten Punktabstand berechnet wurde. Ausgehend von den Werten der Totalintensität wurde mit Hilfe des Programmsystems das logarithmische radiale Energiedichtespektrum $\log E_{\odot}$ berechnet, es ist in Abb. 31 dargestellt worden. In die Abbildung sind auch einige Zwischenschritte bei der Behandlung der Aufgabenstellung zur Gewinnung von Tiefenaussagen eingetragen.

Aus der Darstellung von $\log E_{\odot}$ in Abb. 31 ist ersichtlich, daß es sich um eine aus zwei Ensembles bestehende Kollektion handelt. Der Einflußbereich des oberen Ensembles liegt oberhalb $r = 0,6$ rad/Einheiten. Eine Gerade durch den linearen Teil dieses Kurvenabschnittes mit der Gleichung: $-2 h_{t1s} r + 2 \log (A_1 C)$ ergibt die Werte: $h_{t1s} = 4,37$ Einheiten und $2 \log (A_1 C) = 11,5$. Mit Hilfe dieser Größen und $\log E_{\odot}$ anstelle von $\log [C^2 E_N(r)]$ wird mit (54) $\sqrt{\Delta E_{1s}(r)}$ berechnet. Eine Gerade durch den Ordinatenabschnitt $2 \log (A_1 C)$ und die Punkte $\log (\Delta E_{1s}(r))$, für die $\sqrt{\Delta E_{1s}(r)} < 0$ im Gebiet des "Einbiegens zum Maximum" für den Einflußbereich des oberen Ensembles gilt, gibt mit ihrem Anstieg einen Wert für die Tiefenlage der Unterkanten des oberen Prismenensembles $h_{b1s} = 6,9$ Einheiten. Nach (55) wird aus $\log E_{\odot}$ (anstelle von $\log [C^2 E_N(r)]$ mit h_{t1s} , h_{b1s} und $2 \log (A_1 C)$ die in Abb. 31 durch Vollkreise gekennzeichnete Kurve für $\log [C^2 E_u(r)]$ berechnet. Diese Kurve entspricht dem logarithmischen radialen Energiedichtespektrum für das untere Ensemble, denn mit Hilfe von (55) wurden der Beitrag des oberen Ensembles und der gekoppelte Anteil aus dem Spektrum entfernt. Die Weiterbehandlung von $\log (C^2 E_u(r))$ kann analog der für ein Einzelensemble von endlicher Tiefenerstreckung erfolgen. Eine Gerade $-2 h_{t2s} r + 2 \log (A_2 C)$ durch den linearen Bereich der Kurve liefert die Oberkantentiefe des unteren Ensembles: $h_{t2s} = 8,8$ Einheiten und den Ordinatenabschnitt: $2 \log (A_2 C) = 13,3$. Bildung von $\sqrt{\Delta E_{2s}(r)}$ mit (57) und nach (58) Gewinnung von h_{b2s} aus den Punkten $\log (\Delta E_{2s}(r))$, für die $\sqrt{\Delta E_{2s}(r)} < 0$ wird, liefert $h_{b2s} = 25,0$ Einheiten.



Prismenensemble 10 (Doppel-Ensemble)

▭ Oberes Ensemble:

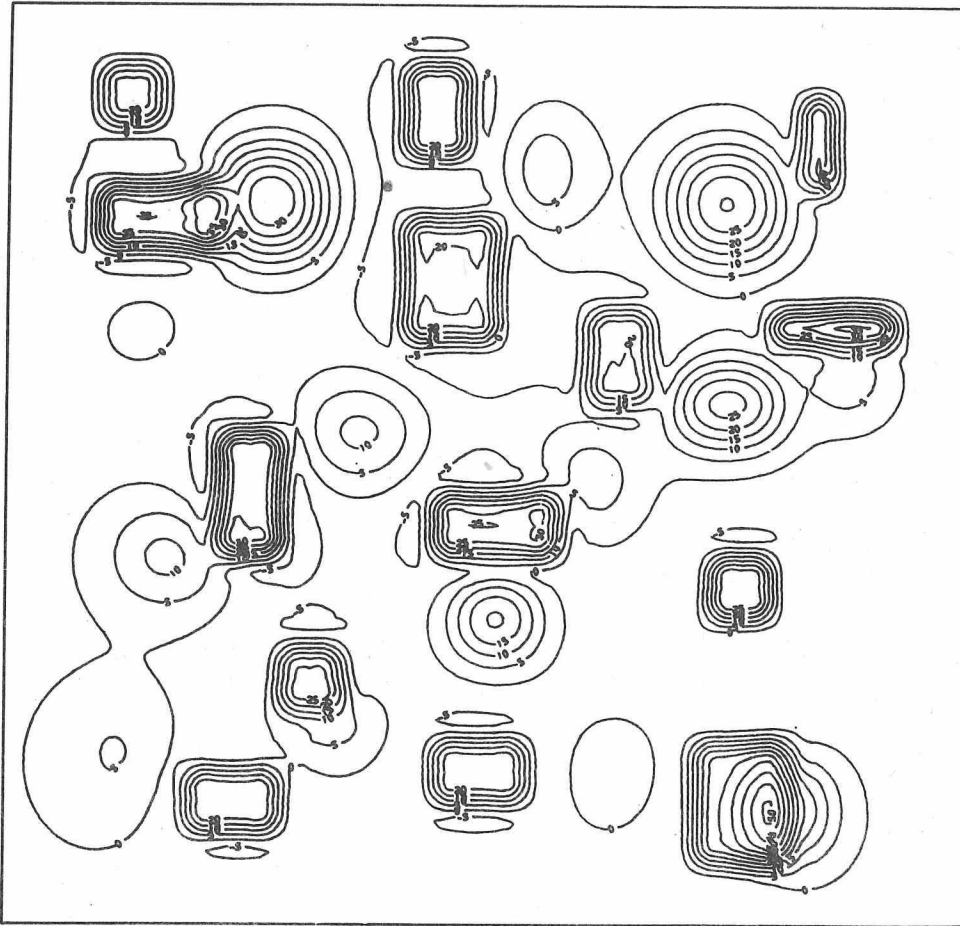
$$D_Q = 0^\circ \quad I_Q = 90^\circ$$

$$D_F = 0^\circ \quad I_F = 90^\circ$$

▭ Unterem Ensemble: - entspricht Ensemble 6 (vergl. Abb. 24)

Abb. 29. Übersicht über die Lage der Prismen im Untersuchungsgebiet

Das Vorgehen in Abb. 31 erfolgte der Einfachheit halber ohne Ausblenden des Einflusses der horizontalen Quellendimensionen. Parallel dazu wurde auch eine Berechnung unter Berücksichtigung der Wirkung dieser Größen vorgenommen, und zwar einmal mit einem gleichgroßen a_0 , zum anderen mit unterschiedlichen a_0 für die zwei Ensembles. Bei dem zweiten Versuch wurde a_0 für die oberen Quellen größer als für die unteren angenommen, deshalb erfolgte vor der Berechnung der Tiefenwerte des oberen Ensembles ein Ausblenden von $\langle S(r, a_0) \rangle^2$ mit dem a_0 der oberen Quellen. Bei der Bestimmung von $\log(C^2 E_u(r))$ wurde das wieder rückgängig gemacht bzw. durch Korrektur mit dem a_0 für das untere Ensemble ersetzt.



Prismenensemble 10

Abb. 30. Totalintensität

In Tab. 6 sind die Ergebnisse aller Interpretationsversuche zusammengestellt worden. Ein Vergleich der erhaltenen Resultate mit den Modellwerten zeigt, daß für die Bearbeitungen unter Berücksichtigung der horizontalen Quellenmaße, wie erwartet, bessere Ergebnisse erzielt werden, vor allem die Abtrennung des oberen Ensembles betreffend (Fälle b) in Tab. 6, Abweichungen kleiner als 10 %.

Die Tatsache, daß die Spektrenzerlegung möglich wurde, obwohl die Parameter der beiden Ensembles betont ungünstig gewählt wurden (wesentlich ungünstiger als in der Natur zu erwarten), unterstreicht die bei der Betrachtung theoretischer Spektren von Doppelensembles gemachten Feststellungen über die Brauchbarkeit der Methodik.

Tab. 6. Doppelensemble 10: Modellparameter und Resultate der Tiefeninterpretation
(alle Längenangaben in 1 Bezugseinheit)

Modelldoppel- ensemble 10	Horizontale Quellenmaße		Tiefenwerte		A_2/A_1
	a	b	h_t	h_b	
<u>Oberes Ensemble</u> 14 Prismen $A_1 = 1$	$3 \leq a \leq 12$ Mittelwert 7,7	$3 \leq b \leq 12$ Mittelwert 8,4	$1,0 \leq h_t \leq 2,0$ Mittelwert 1,6	$5,5 \leq h_b \leq 6,0$ Mittelwert 5,8	2,0
<u>Unteres Ensemble</u> 15 Prismen	$3 \leq a \leq 9$ Mittelwert 6,9	$3 \leq b \leq 9$ Mittelwert 6,5	$8 \leq h_t \leq 15$ Mittelwert 10,7	$23,7 \leq h_b \leq 26,1$ Mittelwert 24,9	
<u>Interpretation</u> ($Z = S = 64; \Delta x = \Delta y = 3$)					
a) ohne a_0 -Korrektur: oberes Ensemble ohne a_0 -Korrektur: unteres Ensemble			$h_{t1s} = 4,3$ $h_{t2s} = 8,8$	$h_{b1s} = 6,9$ $h_{b2s} = 25,0$	2,4
b) mit $a_0 = 8$ -Korrektur: oberes Ensemble 1) mit $a_0 = 8$ -Korrektur: unteres Ensemble 2) ohne a_0 -Korrektur: unteres Ensemble 3) mit $a_0 = 6$ -Korrektur: unteres Ensemble			$h_{t1s} = 1,5$ $h_{t2s} = 7,8$ $h_{t2s} = 10,0$ $h_{t2s} = 7,8$	$h_{b1s} = 5,6$ $h_{b2s} = 24,5$ $h_{b2s} = 25,2$ $h_{b2s} = 23,1$	1,3 1,4 1,3

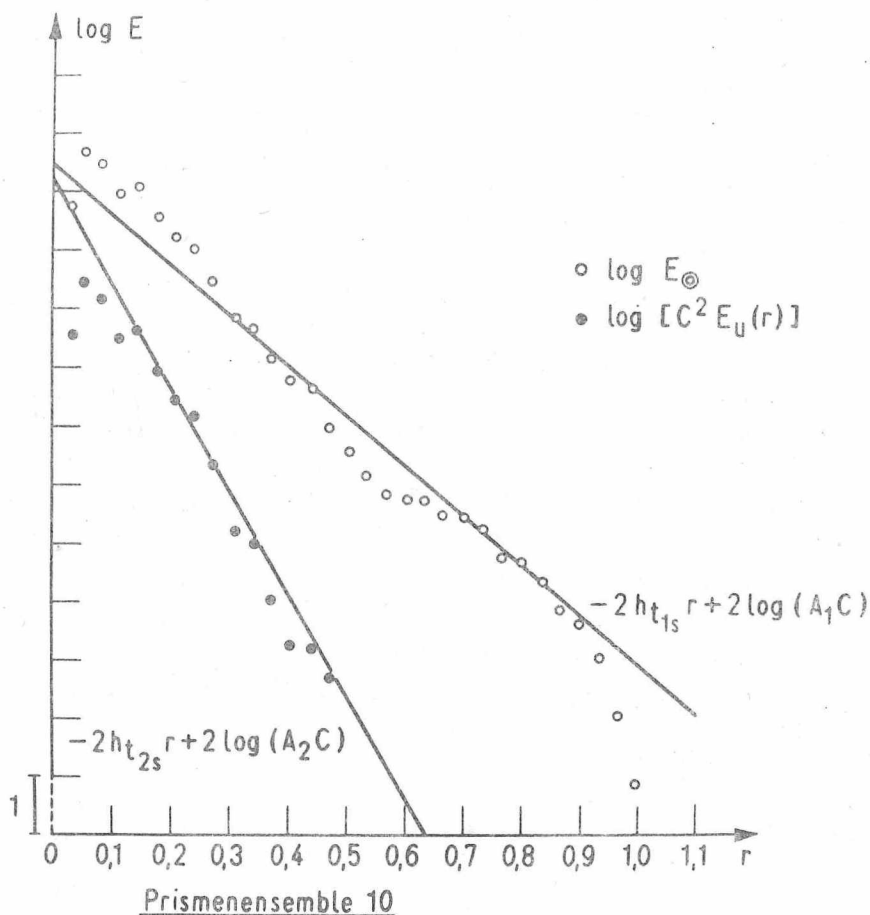


Abb. 31. Logarithmisches Energiespektrum

5.4. Anwendung auf Felddaten

5.4.1. Datengewinnung

Zur Bearbeitung wurden vier Gebiete in der UdSSR ausgewählt, Abb. 32 zeigt ihre geographische Lage. Die Gebiete haben eine Ausdehnung von 630 km mal 630 km. Da mit einem 64 mal 64 Punktegitter gearbeitet werden sollte, war es nötig, die Totalintensitätswerte des anomalen geomagnetischen Feldes an den Punkten eines äquidistanten Gitters ($\Delta x = \Delta y = 10$ km) für die Bearbeitung bereitzustellen.

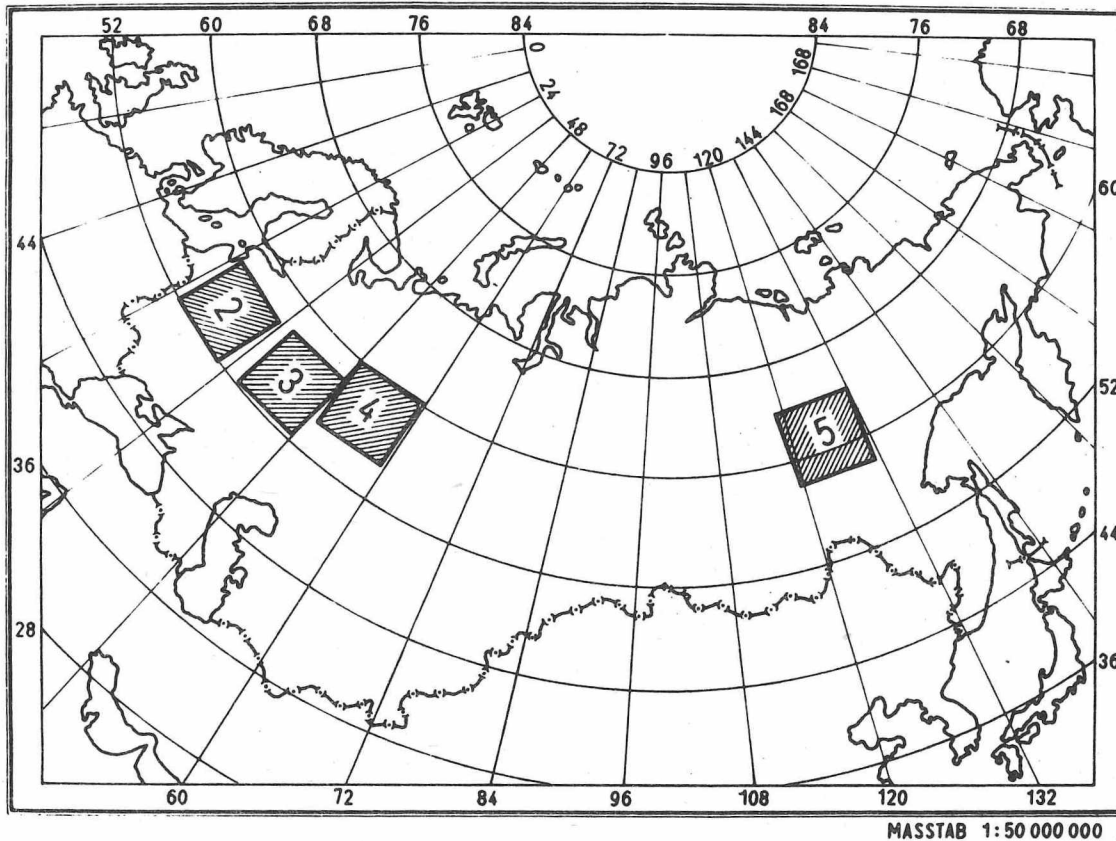


Abb. 32. Übersicht über die Lage der Untersuchungsgebiete in der UdSSR

Als Datenmaterial standen Karten für die Isolinien der Totalintensität des anomalen geomagnetischen Feldes für die Epoche 1950 bereit (Karty 1950). Zur Gewinnung digitaler Datenmengen aus den Kartendarstellungen wurde folgender Weg beschritten:

In den ausgewählten, mit einem entsprechenden Saum umrandeten Gebieten wurden die Koordinaten von Punktefolgen längs der Isolinien bestimmt. So erhält man für ein unregelmäßiges Punktenetz eine Folge von Wertetripeln: x-Koordinate, y-Koordinate, Totalintensitätswert der entsprechenden Isolinie, zu der der Punkt gehört. Durch Interpolationsverfahren gelangt man zur Matrix der Totalintensitätswerte an einem regelmäßigen Gitter, die dann für die weitere Bearbeitung zur Verfügung steht.

BHATTACHARYYA (1969) stellt Anforderungen zusammen, denen eine Digitalisierung mit Interpolation auf ein regelmäßiges Gitter und deren Isolinienkarte genügen sollten: Beibehaltung der Auflösung und Größe individueller Anomalien, der Größe und Lokalisierung der Maxima und Minima sowie der Steilheit des Feldgradienten, Glättungen und Verflachungen sind unerwünscht. Unter Beachtung dieser Kriterien fällt der Vergleich der Originalkarte mit einer aus der gewonnenen Datenmatrix über den Computer gezeichneten Karte positiv aus, und der benutzte Digitalisierungsmechanismus ist als zulänglich anzusehen.

5.4.2. Bearbeitung und Interpretation

Als Interpretationsgrundlage muß das logarithmische radiale Energiedichtespektrum aus den über die Digitalisierung erhaltenen Datenmatrizen gewonnen werden. Bei seiner Berechnung (durch die Mittelbildung auf Kreisringen) werden die störenden Einflüsse, abgesehen von dem der horizontalen Quellenabmessungen, beseitigt, ohne daß eine vorherige Anwendung von Verfahren der Datenaufbereitung notwendig wird. Um einen Überblick über die Verteilung der Quellen zu erhalten, wurde für ein Beispiel die 2. vertikale Ableitung berechnet. Abb. 33 zeigt das entsprechende Bild für das Gebiet 3. Der Übersicht halber sind nur die Isolinien mit dem Wert $\delta^2(\Delta F)/\delta z^2 = 0$ eingezeichnet worden. Aus der Abb. 33 ist zu ersehen, daß die Quellen gleichmäßig über das Gebiet verteilt sind. Da das Feld vor der Ableitungsbildung nicht poltransformiert wurde, sind die von den nichtvertikalen Magnetisierungen und dem nicht senkrecht nach unten gerichteten Erdfeld ($I_F \neq 90^\circ$; $I_Q \neq 90^\circ$) herrührenden Unsymmetrien enthalten, und die Null-Linien der 2. vertikalen Ableitung umschreiben nicht unbedingt die Körperquerschnitte bzw. liegen nicht zentriert über ihnen. Trotzdem läßt die Abb. 33 eine Aussage über die Gleichförmigkeit der Quellenverteilung zu.

Tiefeninterpretation für das SU-Gebiet 2:

Seine geografische Lage ist aus Abb. 32 zu ersehen. Aus der Matrix der ΔF -Werte wurde das Energiedichtespektrum berechnet, dessen Isolinienbild in der Frequenzebene gezeichnet werden kann. Eine solche Darstellung (ROTHER 1979) zeigt: Der Einfluß der Quellenverteilung schlägt sich in Asymmetrien des Spektrums nieder, die Mittelung über \odot (d. h. für das Programmsystem die Mittelung auf Kreisringen) bringt eine sinnvolle Eliminierung dieser Einflüsse.

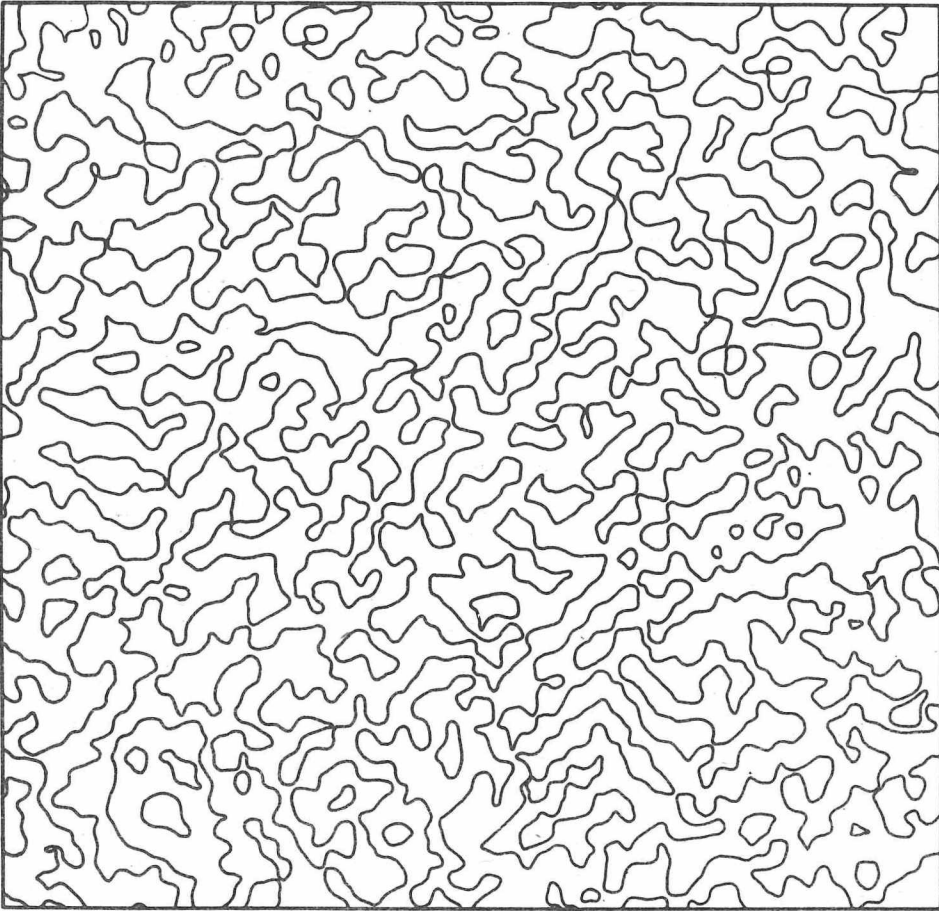


Abb. 33. SU-Gebiet 3, zweite vertikale Ableitung; Isolinien mit $\frac{\partial^2(\Delta F)}{\partial z^2} = 0$

Abb. 34 zeigt das für das SU-Gebiet 2 berechnete logarithmische radiale Energiespektrum. Sein Verlauf deutet an, daß für die Interpretation das Ansetzen eines Doppelsensembles sinnvoll ist. Das bei niederen Frequenzen auftretende Maximum zeigt an, daß das tieferliegende Ensemble mit endlicher Tiefenerstreckung anzusetzen ist. Auch für die oberen Quellen soll ein Prismenensemble endlicher Tiefenausdehnung angenommen werden.

Der Einfluß der horizontalen Quellenmaße läßt die Kurven für das logarithmische radiale Energiespektrum steiler werden. Dadurch wirken sich die für die beiden Ensembles unterschiedlichen Abmessungen (für die oberen kleiner als für die unteren Quellen) hier vorteilhaft aus. Der ohnehin infolge der tieferen Oberkantenlage für das untere Ensemble steilere Anstieg bei kleineren Frequenzen wird durch ihre größeren Quellenabmessungen noch verstärkt. Dagegen wird der Anstieg des Kurvenabschnittes im Frequenzbereich, wo der Beitrag der oberen Quellen dominiert, nur geringfügig steiler.

Der Einfluß der tieferliegenden Quellen und des gekoppelten Gliedes bei einem Doppelsensemble auf $\log E_{\odot}$ der Abb. 34 wird im Bereich $r \geq 1,4$ vernachlässigbar. Aussagen über die Tiefenlage der oberen Quellen müssen also aus der Kurve im Gebiet $r \geq 1,4$ erfolgen und führen zu folgenden Ergebnissen:

$$a) h_{t_{1s}} = 9,3 \text{ km}; \quad 2 \log (A_1 C) = 21,4; \quad h_{b_{1s}} = 23,0 \text{ km.}$$

Beim Anbringen einer Korrektur für die horizontalen Quellendimensionen unter der Annahme von $a_0 = 10 \text{ km}$ für ihren Mittelwert erhält man:

$$b) h_{t_{1s}} = 6,8 \text{ km}; \quad 2 \log (A_1 C) = 21,7; \quad h_{b_{1s}} = 18,8 \text{ km.}$$

Mit Hilfe von (55) kann nun aus $\log E_{\odot}$ das logarithmische radiale Energiespektrum $\log E_u(r)$ des unteren Ensembles berechnet werden. Es kann sicher nicht weiterbehandelt werden, ohne den Einfluß der horizontalen Quellenmaße zu berücksichtigen, denn unreales, zu große Tiefenwerte wären die Folge, da die Abmessungen für die tieferen Quellen zu groß sind, um ihren Einfluß vernachlässigen zu dürfen. Zur Abschätzung ihres Mittelwertes a_0 können die Bemerkungen aus Abschnitt 3.1.2. beitragen, wo festgestellt wurde, daß sich bei Einzelprismenquellen der Einfluß von a und b (halbe Prismenseitenlängen) in zwei senkrecht zueinander liegenden äquidistanten Serien von Nulllinien äußert, deren Abstand π/a bzw. π/b ist. Sieht man sich die Kurve für $\log E_{\odot}(r)$ in Abb. 34 genauer an, so kann man im Abstand von ca. $0,055 \approx \pi/a_0$ Einbuchtungen nach unten feststellen, was zum Ansatz von $a_0 \approx 57 \text{ km}$ führen würde. Die Bearbeitung der (hier nicht eingezeichneten) mit $a_0 = 60 \text{ km}$ um $\log (\langle S(r, a_0) \rangle^2)$ korrigierten Kurve $\log E_u(r)$ liefert folgendes Ergebnis:

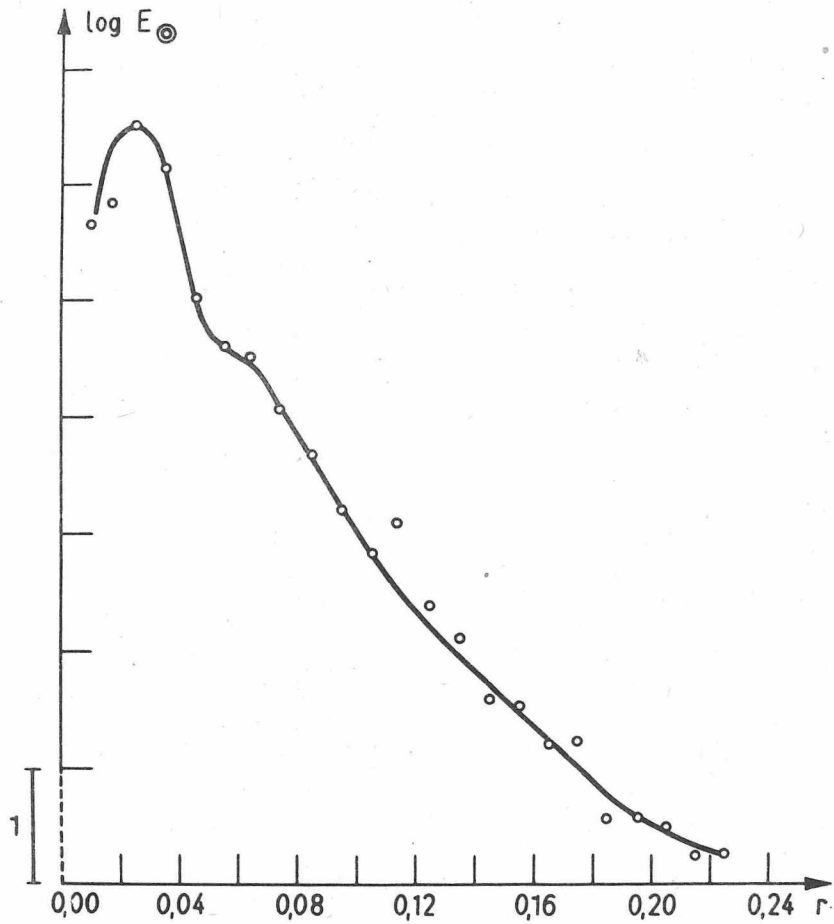


Abb. 34. SU-Gebiet 2
Logarithmisches Energiespektrum

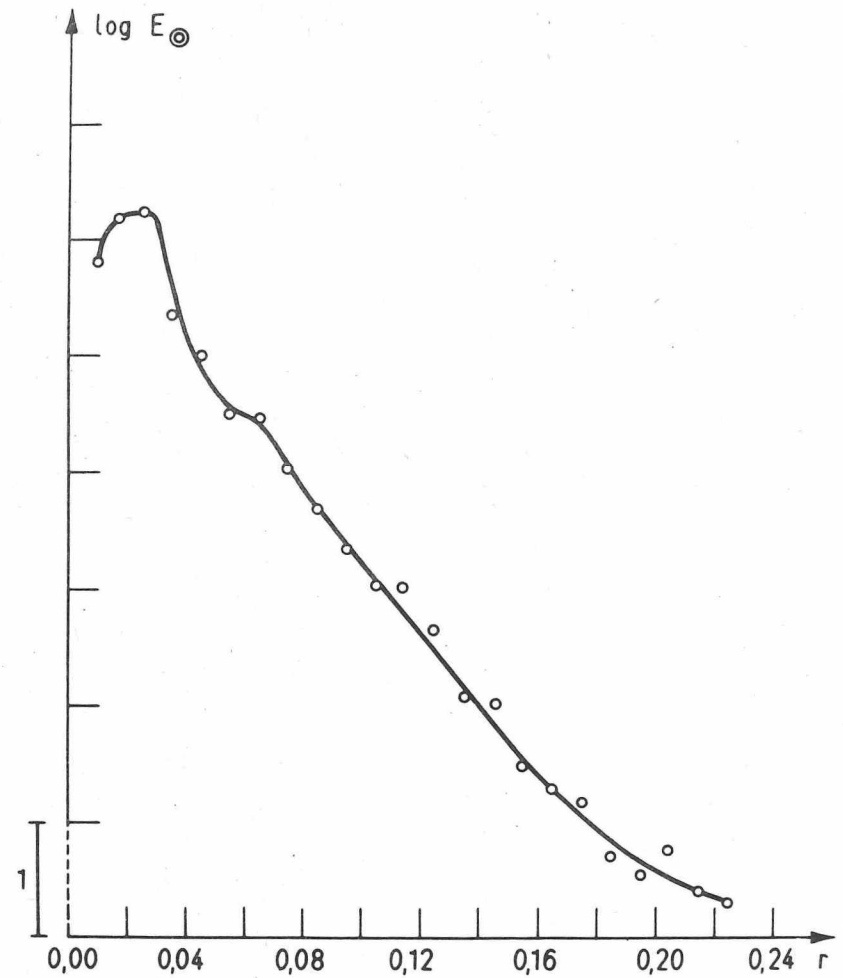


Abb. 35. SU-Gebiet 4
Logarithmisches Energiespektrum

a) aus $\log E_u(r)$, das mit den Werten a) für $2 \log (A_1 C)$, $h_{t_{1s}}$ und $h_{b_{1s}}$ erhalten wurde:

$$2 \log (A_2 C) = 27,0; \quad h_{t_{2s}} = 19,0 \text{ km}; \quad h_{b_{2s}} = 34,5 \text{ km};$$

b) entsprechend mit den Werten unter b):

$$2 \log (A_2 C) = 26,4; \quad h_{t_{2s}} = 14,7 \text{ km}; \quad h_{b_{2s}} = 33,0 \text{ km}.$$

Aus $2 \log (A_1 C)$ und $2 \log (A_2 C)$ kann man auf das Verhältnis A_2/A_1 schließen:
 $A_2/A_1 = 10$ (Fall b)).

Der Unterschied zwischen a) und b) bezüglich der erhaltenen Unterkantenlagen des tieferliegenden Quellenensembles ist nicht groß, was bei solch großen Gebieten und $a_0 = 10 \text{ km}$ für die oberen Quellen zu erwarten war. D. h., es wird für die Verhältnisse der vier untersuchten SU-Gebiete nicht von einschneidender Bedeutung sein, ob für das obere Ensemble mit oder ohne a_0 -Korrektur gearbeitet wird, wohl aber ist die Korrektur um den Einfluß der horizontalen Dimensionen der tieferliegenden Quellen wesentlich.

Die erhaltenen Ergebnisse für die untersuchten UdSSR-Gebiete werden in Tab. 7 zusammengefaßt.

SU-Gebiet 4

Die geografische Lage des Untersuchungsgebietes kann man aus Abb. 32 ansehen. Das logarithmische radiale Energiespektrum ist in Abb. 35 dargestellt, es ähnelt von der Form her dem des Gebietes 2 in Abb. 34. Für Tiefenuntersuchungen wurde wiederum ein Doppelensemble von Prismen angesetzt. Für die oberen Quellen kann von einer Korrektur der horizontalen Prismendimensionen abgesehen werden, für die tieferliegenden ließ sich $a_0 = 50 \text{ km}$ abschätzen und nach Abb. 4 zur Korrektur um $\log (\langle S(r, a_0) \rangle^2)$ benutzen.

Die Ergebnisse der Interpretation von Abb. 35 sind in Tab. 7 enthalten.

SU-Gebiet 3

Das logarithmische radiale Energiespektrum ist in Abb. 36 dargestellt. Sein Verlauf deutet, wenn auch nicht so klar wie der der beiden vorangegangenen Beispiele, auf ein Doppelensemble hin. Weniger zwingend, wenngleich zwar angedeutet, ist der Schluß aus $\log E_{\odot}$ auf eine endliche Tiefenausdehnung für die tieferen Quellen. Analog zu den vorhergehenden Beispielen wird bei der Interpretation vorgegangen.

Mit $a_0 = 10$ erfolgt Ausblendung von $\log (< S(r, a_0) >^2)$, und man erhält die in Tab. 7 angegebenen Tiefenwerte für das obere Ensemble. Berechnung von $\log E_u(r)$ mit Hilfe dieser Werte aus (55) und Korrektur um den Einfluß der horizontalen Quellenmaße mit $a_0 = 40$ km liefert eine Kurve für das logarithmische radiale Energiespektrum des unteren Quellenensembles, die klar auf endliche Tiefenlagen für die Quellenunterkanten hindeutet. Der erste Punkt der Kurve (der für das kleinste möglich r) fällt allerdings auch da noch heraus, was evtl. von einem unvollständig beseitigten Trend herrührt. Die nach der Spektrenzerlegung erhaltenen Tiefenwerte für das untere Quellenensemble können Tab. 7 entnommen werden.

SU-Gebiet 5

Dieses Gebiet liegt weiter östlich als die anderen Beobachtungsräume (Abb. 32). Das entsprechende logarithmische radiale Energiespektrum wird in Abb. 37 wiedergegeben, es ähnelt dem von Gebiet 3. Analoges Vorgehen wie dort ist auch hier erfolgreich: Das nach Abtrennung des Anteils der oberen Quellen sowie des gekoppelten Gliedes erhaltene, um $\log (< S(r, a_0) >^2)$ für $a_0 = 60$ km korrigierte logarithmische radiale Energiespektrum für das untere Quellenensemble deutet auf endliche Tiefenerstreckung hin (die beiden ersten Punkte der Kurve fallen heraus). Die Ergebnisse der Tiefeninterpretation sind in Tab. 7 zu finden.

Tab. 7. Ergebnisse der Tiefeninterpretation für vier Gebiete in der UdSSR

Gebiet	Oberflächennahe Quellen				Tieferliegende Quellen				$\frac{A_2}{A_1}$
	a_0 -Korr.	$2 \log(A_1 C)$	h_{t1s}	h_{b1s}	a_0 -Korr.	$2 \log(A_2 C)$	h_{t2s}	h_{b2s}	
SU 2	$a_0=10$ km	21,7	6,8 km	18,8 km	$a_0=60$ km	26,4	14,7 km	33,0 km	10
SU 3	$a_0=10$ km	21,8	6,6 km	14,3 km	$a_0=40$ km	25,3	10,6 km	33,8 km	6
SU 4	ohne	21,0	8,3 km	19,8 km	$a_0=50$ km	25,2	9,4 km	35,1 km	8
SU 5	$a_0=10$ km	20,6	2,8 km	17,8 km	$a_0=60$ km	25,0	8,8 km	33,6 km	9

5.4.3. Ergebnisse und Einschätzung

In Tab. 7 sind die Resultate der Untersuchungen an gemessenen Felddaten für die 4 betrachteten Gebiete auf dem Gebiet der UdSSR zusammengestellt worden. Man kann feststellen, daß die Bearbeitung der aus Anomalienkarten der magnetischen Totalintensität gewonnenen Daten mit Hilfe der Modellvorstellung von Doppelensembles prismatischer Störkörper Ergebnisse folgender Größenordnung bringt: Die Quellen des oberen Ensembles reichen bis in Tiefen von maximal 20 km, das untere Ensemble hat Unterkantenlagen um 33 bis 35 km, seine Oberkantenlagen überstreichen einen Bereich von 9 bis 15 km. Abb. 38 vergleicht diese Ergebnisse mit denen von BULINA (1972), die sie mit Hilfe von Profilinterpretationen nach einem grafisch-numerischen Verfahren gewonnen hat, das aus der Lage des Minimums der Vertikalintensität der Anomalie auf die Unterkantentiefe der Quelle schließt.

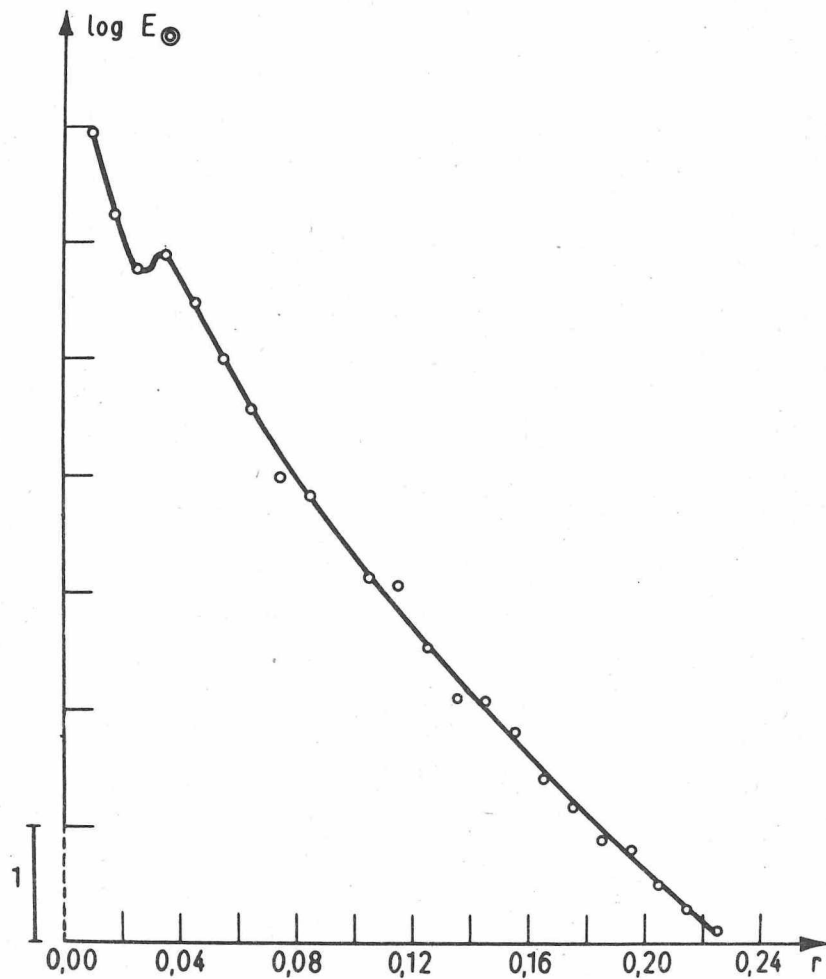


Abb. 36. SU-Gebiet 3
Logarithmisches Energiespektrum

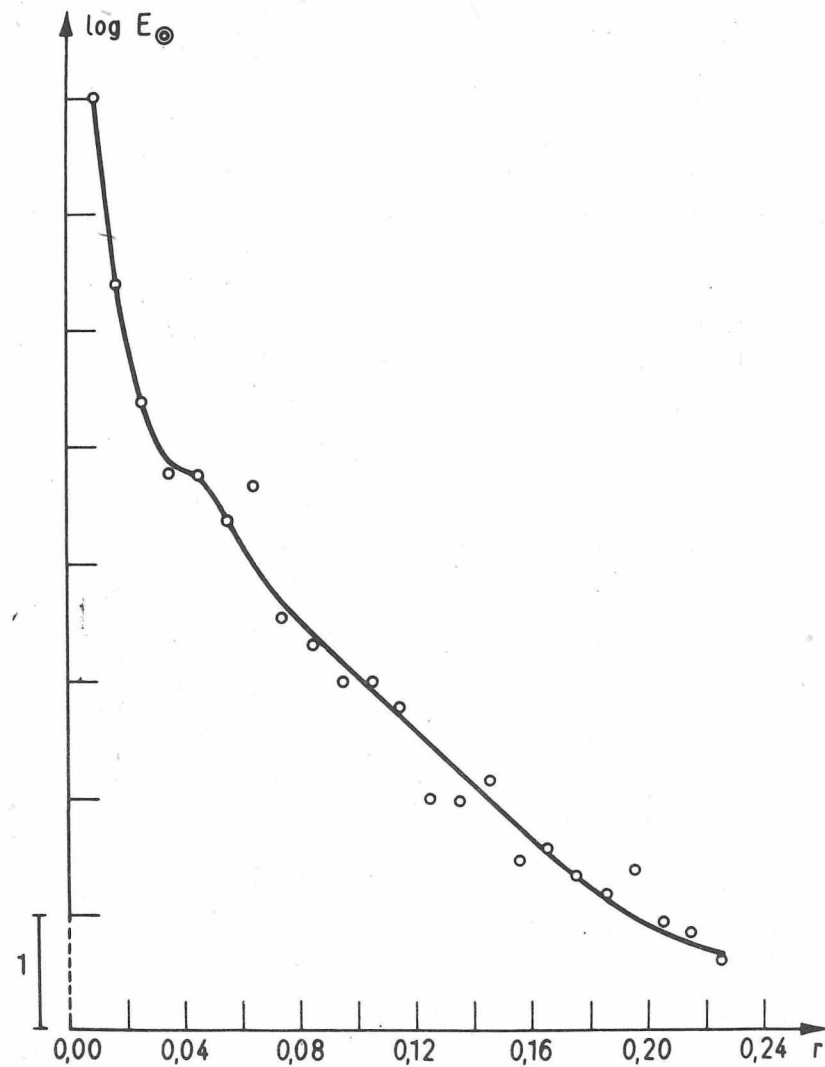


Abb. 37. SU-Gebiet 5
Logarithmisches Energiespektrum

BULINA stellte ihre Ergebnisse längs eines in 58° nördlicher Breite durch das Gebiet der UdSSR verlaufenden Profils zusammen, wobei sie auch Resultate von benachbarten Gebieten mit in die grafische Darstellung aufnahm. Die hier untersuchten Gebiete liegen nicht weiter als 75 km mit ihrer Kante von diesem Profil entfernt. Die von BULINA (1972) für die Einzelanomalieninterpretation als Quellen angesetzten Störkörper bilden mit ihren Unterkanten einen von ihr als "Sohle der magnetisch-aktiven Schicht" benannten Horizont. BULINA setzt diesen nicht mit der rezenten CURIE-Isotherme gleich, diese erwartet sie tieferliegend.

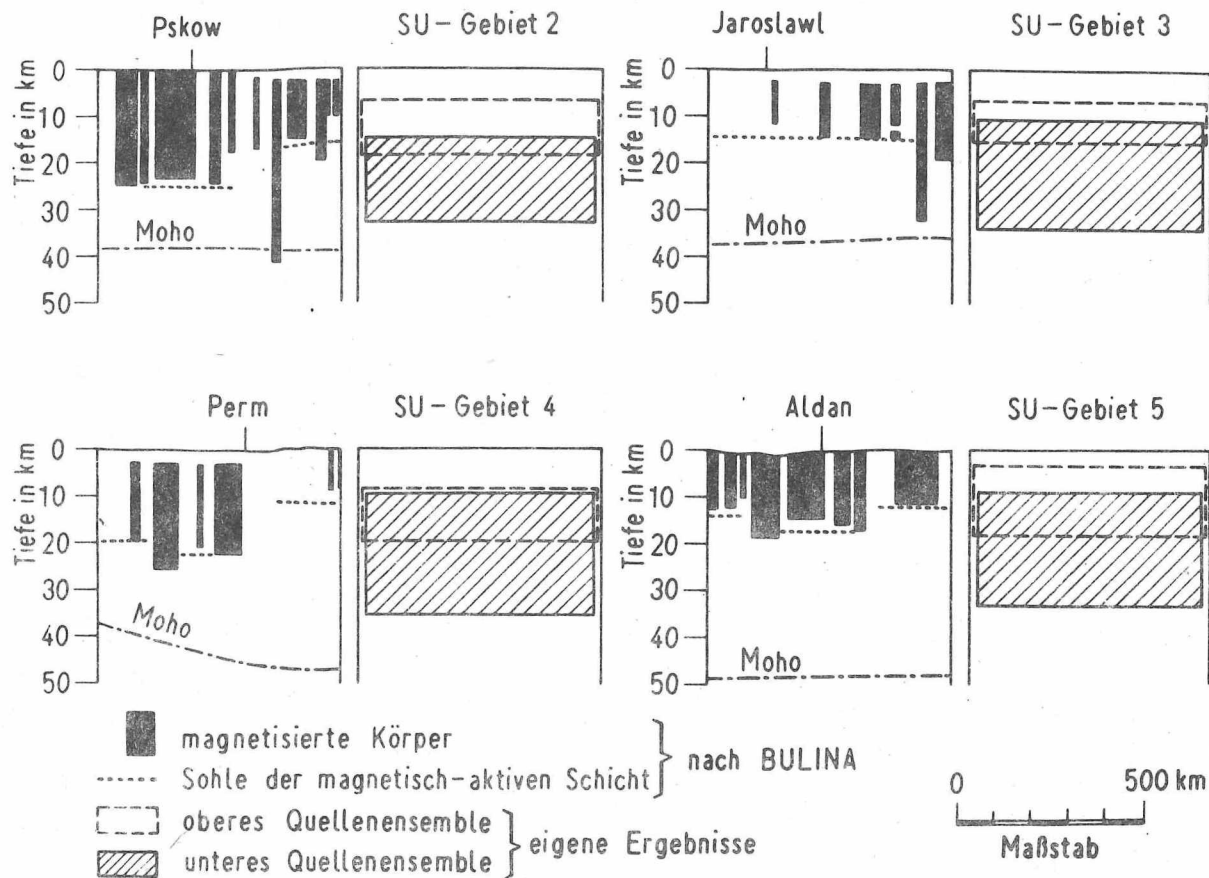


Abb. 38. Quellen geomagnetischer Anomalien, Vergleich der Ergebnisse von BULINA (1972) mit eigenen Untersuchungen

Abb. 38 zeigt, daß die in der vorliegenden Arbeit für die mittlere Tiefenlage der Unterkante des oberen Ensembles, h_{b1s} , erhaltenen Werte in der Größenordnung der Tiefe bis zu BULINAs "Sohle der magnetisch-aktiven Schicht" liegen. Die eigenen Untersuchungen ergeben neben dem oberen Störkörperensemble noch die Quellen des unteren Ensembles, die sich bis in größere Tiefen (h_{b2s}) erstrecken. Einige, aber vergleichsweise nur sehr wenige tieferreichende Quellkörper hatte auch BULINA (1972) gefunden. Ihre und auch die Resultate einiger anderer geomagnetische Anomalien untersuchender Bearbeiter erreichen die gleiche Größenordnung für Unterkantentiefen wie die berechneten h_{b2s} (vgl. Tab. 1).

KRUTIKOVSKAJA (1976) beschäftigt sich mit der Gewinnung magnetischer Erdkrustenmodelle, unter denen sie solche Verteilungen magnetisierter Körper versteht, die das gemessene Feld erklären und anderen geophysikalischen Aussagen über den Aufbau der Erdkruste nicht widersprechen. Um diesem gesteckten Ziel nahe zu kommen, trägt sie für das Gebiet des Ukrainischen Schildes die Aussagen zahlreicher Arbeiten (stoffliche, geothermische, seismische, Aussagen über die vorliegenden thermodynamischen Bedingungen, Resultate von Untersuchungen des anomalen geomagnetischen Feldes usw.) zusammen, vergleicht sie miteinander, versucht, sie zu korrelieren und zu kombinieren, Rückschlüsse vom Modell auf das zu messende Feld zu ziehen und mit den Meßdaten zu vergleichen. Im Ergebnis ihrer Untersuchungen kommt KRUTIKOVSKAJA (1976, 1977) (oder auch KRUTIKOVSKAJA u. a. 1973 für den Baltischen, den Aldan- und den Ukrainischen Schild) zu folgendem Schluß für ein magnetisches Krustenmodell: Es sind zwei ferromagnetische Schichten einzuführen, deren Abgrenzung voneinander im Bereich 10 bis 18 km zu suchen ist. Die obere Schicht ("Granit-Gneis-Schicht") ist der Träger der Quellen für die lokalen Anomalien (charakteristische Dimensionen 10 bis 20 km). Neben den lokalen Anomalien existieren regionale Anomalien, die teilweise das Resultat der Superposition lokaler Anomalien sind und somit regionale Grenzen im Aufbau des oberen Teiles der Erdkruste widerspiegeln. Ein anderer Teil der regionalen Anomalien ist jedoch eine Folge real existierender Heterogenitäten im unteren Teil der Kruste, hinreichend bis in Tiefen von 40 km. Diesen Tiefenbereich erhält auch PAŠKEVIČ (1976) bei Interpretationen regionaler Anomalien über dem Ukrainischen Schild durch Feldfortsetzung nach oben und Kurvenanpassung. Die Unterkanten dieser tieferliegenden Quellen sieht KRUTIKOVSKAJA jedoch nicht als Charakteristikum der CURIE-Tiefe an, denn diese Grenze sucht sie tiefer, da sie sie als Bereich der 580° -Isotherme (CURIE-punkt von Magnetit als Bezugswert) annimmt.

Bezüglich der Magnetisierung der Quellen in den zwei Schichten trifft KRUTIKOVSKAJA (1976, 1977) folgende Aussage: Die Magnetisierung der Quellen in der unteren Schicht entspricht dem 5- bis 10fachen Wert der der Quellen in der oberen Schicht. PISKAREV (1976), der auf der Sibirischen Plattform untersucht, schätzt für den Faktor 3 bis 4 ab. Die bei den hier vorgelegten Untersuchungen mit dem Doppelensemble von Prismenquellen gewonnenen Resultate (Tab. 7) unterstützen die Vorstellungen von KRUTIKOVSKAJA (1976, 1977), KRUTIKOVSKAJA u. a. (1973) bezüglich der Annahme von zwei Quellenensembles sowie bezüglich der Größenordnung ihrer Unterkantentiefen. Im Abschnitt 3.3.3. war festgestellt und bei der Behandlung des Modelldoppelensembles 10 bestätigt worden, daß A_2/A_1 eine Aussage über das Verhältnis der Magnetisierungen der beiden Quellenensembles zuläßt.

Aus Tab. 7 ist zu entnehmen, daß die Ergebnisse für A_2/A_1 zwischen 6 und 10 liegen, was in die Größenordnung 5- bis 10fach von KRUPIKOVSKAJA paßt. Allerdings sollen die mittleren Unterkantenlagen für das tieferliegende Ensemble durchaus als Markierung des CURIE-Bereiches angesehen werden, da dessen Temperatur vom Verfasser niedriger als die CURIE-Temperatur von reinem Magnetit erwartet wird. SMITHSON, DECKER (1974), die sich mit einem kontinentalen Krustenmodell beschäftigen und Betrachtungen zur Gesteinszusammensetzung sowie Wärmeproduktionsdaten einarbeiten, erwarten in dem Tiefenbereich unter Kontinenten, in dem die mittleren Unterkantenlagen des unteren Quellenensembles gefunden werden, Temperaturen von ca. 400 °C. Auch HALL (1974), der Erkrustenmodelle in Verbindung mit langwelligen aeromagnetischen Anomalien betrachtet, nimmt die untere Kruste als Träger für die Quellen regionaler Anomalien an.

6. Zusammenfassung

Vorliegende Arbeit berührt die Fragestellung: In welchem Tiefenbereich verlieren die Gesteine die Eigenschaft, ferromagnetisch magnetisierbar zu sein?

Der gesuchte Tiefenbereich ist vom Standpunkt mehrerer Seiten der geophysikalischen Wissenschaften aus von Interesse. Er ist sowohl unter der Sicht struktureller Betrachtungen als auch der in ihm vorliegenden thermodynamischen Bedingungen sowie in stofflicher Hinsicht und in Bezug auf die physikalischen Materialeigenschaften der Gesteine ein ausgezeichneter Bereich. Deshalb ist es möglich, an die Lokalisierung dieser markanten Zone in der vertikalen Gliederung der Erdkruste von unterschiedlichen geophysikalischen Spezialdisziplinen aus vorzugehen. Andererseits können Ergebnisse der einen Disziplin die Modelle der anderen modifizieren.

Bei den hier vorgelegten Untersuchungen wird von Anomalien im geomagnetischen Feldverlauf ausgegangen, denen als Quellen magnetisierte geologische Körper in der Erdkruste zugeordnet werden, deren Magnetisierung sich von der ihrer Umgebung unterscheidet. Diese Quellkörper können in ihrer Tiefenerstreckung nach unten einerseits mit der Unterkante der lithologischen Einheit abbrechen, andererseits aber bei Erreichen der CURIE-Temperatur die Eigenschaft der Magnetisierbarkeit verlieren und damit als Quellen für magnetische Anomalien nach unten begrenzt sein, obwohl sich die lithologische Einheit, an die die Quellen gebunden sind, durchaus weiter nach unten fortsetzt. Beim Auffinden der Unterkantenlage des zweiten Quelltyps kann man Aussagen zur Tiefenlage der magnetischen Krustenbasis treffen. Solche Aussagen sind nur möglich, wenn die methodische Seite des Schlusses von Anomalien im Feldverlauf auf die untere Begrenzung ihrer Quellen geklärt ist.

Vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zur Methodik liefern. Zunächst beschäftigt sie sich mit der Lösung der direkten Aufgabe, d. h. der Beleuchtung des funktionellen Zusammenhanges: Feldgrößen = f_1 (Quellenparameter). Die Lösung dieser Aufgabe wird aus drei Gründen untersucht. Einmal muß die Basis für die Schlußweise auf den umgekehrten Zusammenhang: Quellenparameter = f_2 (Feldgrößen) gelegt werden. Zum anderen müssen charakteristische Auswertegrößen oder -funktionen gefunden werden, in denen sich der Einfluß der gesuchten Quellenparameter deutlich niederschlägt. Drittens werden Felder

für Beispielinterpretationen benötigt, die mit Hilfe der Lösung der direkten Aufgabe gewonnen werden können. Solche Felder von Beispielen sind praktisch frei von Störeinflüssen, was bei beobachteten Feldern nicht der Fall ist. Empirische Daten müssen aufbereitet werden, um Störeinflüsse zu beseitigen bzw. zu verringern, diesen Zweck verfolgen die Behandlungen der Datenaufbereitung.

Nachdem mit den erwähnten Betrachtungen die Grundlagen für die Lösung der umgekehrten Aufgabe gelegt worden waren, wurde die Literatur mit ihren Interpretationsverfahren gesichtet, verglichen und die Verfahren speziell zur Unterkantenbestimmung der Quellen bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit eingeschätzt. Man gelangt zu folgenden Schlüssen für die gewählte Bearbeitungsmethodik:

- a) Als Modellquellkörper wird ein Prisma homogener Magnetisierung und endlicher Tiefenerstreckung benutzt.
- b) Als charakteristische Auswertefunktion soll das Energiedichtespektrum dienen, das über FOURIER-Transformation aus der Totalintensität des anomalen geomagnetischen Feldes gewonnen wird. Seinem niederfrequenten Teil prägt sich der Einfluß der endlichen Tiefenausdehnung auf. Aus dem Spektrum sind Aussagen über Ober- und Unterkantentiefenlagen für die Quellen möglich.
- c) Einzelanomalien-Interpretationen sollen wegen der ihnen anhaftenden Nachteile (Anomalienauswahl, Überlappung durch benachbarte Anomalien vor allem in dem Flankenbereich, in dem die Unterkantenlage sich auswirkt) nicht betrieben werden.
- d) Interpretationen mit Hilfe von Modellensembles oder Doppelensembles ergeben Aussagen über Mittelwerte der gesuchten Größen.
- e) Kartenbetrachtungen sind Profiluntersuchungen vorzuziehen. Die für die Auswertung charakteristische Funktion ist dann der Logarithmus der radialen Energiedichte.
- f) Die Beobachtungsgebiete müssen möglichst groß sein, damit der niederfrequente Teil des Spektrums genügend dicht überstrichen wird.
- g) Andererseits darf aber auch der Gitterpunktabstand der Feldwerte nicht zu groß sein, damit durch Aliasing nicht zu große Verfälschungen der höherfrequenten Anteile auftreten.

Es wird ein Verfahren zur Bestimmung der Oberkanten- und der Unterkantentiefe einer prismatischen Quelle aus der Karte der Totalintensität der von ihm im geomagnetischen Feldverlauf hervorgerufenen Anomalie vorgestellt. Der Weg läuft über die Gewinnung des logarithmischen radialen Energiedichtespektrums, dem Anbringen einer Korrektur, die den Einfluß der horizontalen Quellenabmessungen beseitigt, über den Schluß vom Anstieg seines linearen Bereiches auf die Oberkantentiefe der Quelle und vom nichtlinearen Verlauf im niederfrequenten Teil der Kurve auf die Tiefenlage der Unterkante. Das Verfahren ermöglicht es gegenüber früheren, auch ohne Kenntnis der Koordinate für das Maximum im radialen Energiedichtespektrum gute Resultate zu erhalten. Das Verfahren wird erweitert für das Arbeiten mit Quellenensembles von prismenförmigen Körpern, um von Einzelanomalieninterpretationen wegzukommen.

Der nächste Schritt ist die Erweiterung für die Interpretation mit Hilfe von Doppelensembles für die Quellen, bei denen für das tieferliegende Ensemble Prismen endlicher Tiefenerstreckung als Quellenelemente dienen und für das obere ebenfalls dieser Quelltyp oder auch der laminare möglich ist. Andere Kombinationen wären darüber hinaus denkbar, würden aber nicht unbedingt das Ziel der vorliegenden Arbeit verfolgen. Durch die Erweiterung auf Doppelensembles wurde die Grundlage für Interpretationen unter dem Blickwinkel gelegt, lokale und regionale Anomalien (oberflächennahe und tieferliegende Quellen) voneinander getrennt zu behandeln und Informationen über Tiefenlagen zu gewinnen. Bei Doppelensembles kann außerdem etwas über das Verhältnis der mittleren Magnetisierungen der beiden Ensembles zueinander ausgesagt werden. Das Verfahren wurde an Beispielen analytisch gewonnener theoretischer Spektren getestet.

Für die Vorhaben der direkten Aufgabe,
der Datenaufbereitung und
der Interpretation

wurde ein Programmsystem für die elektronische Rechenanlage BESM 6 in FORTRAN erstellt, das sich, auf einer Unterprogrammtechnik fußend, aus Bausteinen zusammensetzt, die beliebig und dadurch vielfältig direkt koppelbar sind. Diese Variabilität erlaubt es, den Programmblock auch für andere Nutzungsmöglichkeiten anzubieten:

- für prismenförmige Modelle Lösen der direkten Aufgabe, d. h. Berechnung des anomalen Feldes bei vorgegebenem Einzelmodell bzw. Modellensemble;
- Herausarbeiten verwertbarer Charakteristika und deren Darstellung;
- Realisierung der Datenaufbereitung;
- Tiefeninterpretationen an Hand des berechneten logarithmischen radialen Energiedichtespektrums, d. h. Bestimmung von Ober- und Unterkantentiefenlagen für Einzelquellen und Quellenensembles;
- Zerlegung des logarithmischen radialen Energiedichtespektrums in die Anteile der beiden Teilensembles eines Doppelensembles von Quellen.

Für einige Zweige des Programmblockes werden Anwendungsbeispiele vorgestellt, die die Leistungsfähigkeit des Apparates zeigen. Das Verfahren zur Tiefeninterpretation wird praktisch an Hand von Beispielen getestet, für die die Totalintensitätsdaten der Anomalien über die Lösung der direkten Aufgabe bereitgestellt werden und die Gewinnung des logarithmischen radialen Energiedichtespektrums über die zweidimensionale FOURIER-Transformation erfolgt. Als Beispiele werden Einzelprismen, Prismenensembles und auch Doppelensembles behandelt. Die Ergebnisse sind zufriedenstellend und weichen nicht mehr als 10 % von den tatsächlichen Werten ab. Man kann sagen, daß mit dem Verfahren eine Methode vorliegt, die es zuläßt, sinnvolle Aussagen über mittlere Tiefenwerte zu gewinnen.

Nach der Untersuchung synthetischer Beispiele erfolgt die Bearbeitung von Beobachtungsdaten, die für vier Gebiete aus einer Karte des anomalen geomagnetischen Feldes für die UdSSR gewonnen wurden. Als Interpretationsmodelle werden Doppelensembles von Prismen endlicher Tiefenausdehnung angesetzt, es werden Tiefenwerte für Ober- und Unterkantenlagen der beiden Ensembles bestimmt.

Die Ergebnisse passen sich in das magnetische Modell der Erdkruste von KRUTIKOV-SKAJA (1976, 1977) ein, bei dem zwei magnetisch-aktive Schichten angesetzt werden. Das trifft sowohl bezüglich der Tiefenaussagen zu als auch bezüglich des von KRUTIKOVSKAJA erwarteten Verhältnisses der Magnetisierungen der beiden Schichten (untere/oberer), das sie im Bereich 5 bis 10 erwartet und für das Werte zwischen 6 und 10 erhalten wurden. Der Test des Verfahrens an tatsächlichem Beobachtungsmaterial ist damit ebenfalls positiv verlaufen. Die berechneten Unterkantentiefen liegen für die vier untersuchten SU-Gebiete im Bereich von 33 bis 35 km und werden als Markierung des CURIE-Bereiches angesehen.

Mit der Arbeit ist ein Beitrag zu drei von KRUTIKOVSKAJA (1976, 1977) für sehr wesentlich gehaltenen Fragen bei der Aufstellung magnetischer Krustenmodelle geleistet worden:

- Zur Möglichkeit des Abtrennens der lokalen und regionalen Anomalien, bei der zwar nicht die Anomalienfelder, aber doch ihre Beiträge zum Energiedichtespektrum unter Berücksichtigung ihrer Kopplung getrennt bearbeitet werden können;
- zur Bestimmung der mittleren Tiefenparameter für das Quellenensemble lokaler Anomalien;
- zur Bestimmung der mittleren Tiefenparameter des Ensembles der Quellen regionaler Anomalien des geomagnetischen Feldes.

7. Literatur

- ALLDREDGE, L.R.; VAN VOORHIS, G.D.: Depth to sources of magnetic anomalies
J. geophys. Res., Richmond 66 (1961) 11, S. 3793 - 3800
- ALLDREDGE, L.R.; VAN VOORHIS, G.D.; DAVIS, TH.M.: A magnetic profile around the world
J. geophys. Res., Richmond 68 (1963) 12, S. 3679-3692
- BAGIN, V.I.; BRODSKAJA, C.JU.; PETROVA, G.N. u. a.: About connection between magnetic properties of rocks and the core's magnetic field
IAGA sec. gen. sci. Assembly, Kyoto (1973) S. 300
- BELJAJEVSKIJ, N.A.; BORISOV, A.A.; KRUGLJAKOVA, G.I.: O stroenii zemnoj kory i verchnej mantii o svete magnitometričeskich issledovanij
Meždun. geofiz. Kom. Prezidium Akad. Nauk SSR - Rezul'tati issledov. meždun. geofiz. proekt. probl. stroenija zemnoj kory i verchnej mantii, verchnaja mantija, Moskva 7 (1970) S. 98-104
- BELOUSOV, V.V.: Zemnaja kora i verchnaja mantija materikov
Moskva: Nauka 1966
- BENFIELD, A.E.: Thermal measurements and their bearing on crustal problems
Trans. amer. geophys. Union, Washington (1940) S. 155-159
- BERGLAND, G.D.: A radix-eight fast Fourier transform subroutine for real-valued series
IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, New York AU-17 (1969) S. 138-144
- BHATTACHARYYA, B.K.: Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization
Geophysics, Tulsa 29 (1964), S. 517-531

- BHATTACHARYYA, B.K.: Continuous spectrum of the total-magnetic field anomaly due to a rectangular prismatic body
Geophysics, Tulsa 31 (1966) 1, S. 97-121
- BHATTACHARYYA, B.K.: Analysis of aeromagnetic data over the Arctic and continental shelf of Canada
Canad. geol. Survey Pap., Ottawa (1968) 68-44, 14 S.
- BHATTACHARYYA, B.K.: Bicubic spline interpolation as a method for treatment of potential field data
Geophysics, Tulsa 34 (1969) 3, S. 402-424
- BHATTACHARYYA, B.K.; LEU, L.-K.: Analysis of magnetic anomalies over Yellowstone National Park: Mapping of Curie Point isothermal surface for geothermal reconnaissance
J. geophys. Res., Richmond 80 (1975) 32, S. 4461-4465
- BHATTACHARYYA, B.K.; MORLEY, L.W.: The delineation of deep crustal magnetic bodies from total field aeromagnetic anomalies
J. Geomagn. & Geoelectr. Kyoto 17 (1965) 3-4, S. 237-252
- BHATTACHARYYA, B.K.; RAYCHAUDHURI, B.: Aeromagnetic and geological interpretation of a section of the Appalachian belt in Canada
Canad. J. Earth Sci., Ottawa 4 (1967) 6, S. 1015-1037
- BIRCH, F., 1955: Physics of the crust
Geol. Soc. America, spec. Pap., New York 62 (1955) S. 101-117
- BLACKWELL, D.D.: The thermal structure of the continental crust
In: The structure and physical properties of the earth's crust,
Geophys. Monogr. Ser., Washington 14 (1971), S. 169-184
- BORISOV, A.A.; KRUGLJAKOVA, G.I.; FIRSOVA, D.B.: Temperatura verchov mantii v svete analiza geomagnitnykh dannyykh
Dokl. Akad. Nauk SSSR, Leningrad 207 (1972) 5, S. 1184-1187
- BULINA, L.V.: Ob ispol'zovanii materialov aëromagnitnoj semki dlja izučeniya glubinnogo stroeniya zemnoj kory v predelakh Sibirskoj platformy
Sov. Geol., Moskva (1961) 5, S. 134-138
- BULINA, L.V.: Približennaja ocenka glubiny zaleganiya nižnej granicy krutopadajuščich namagničennykh tel
Razved. Geofiz., Moskva 15 (1966) S. 99-104
- BULINA, L.V.: Osobennosti prostranstvennogo raspredelenija nižnij kromok namagničennykh obrazcovannij konsolidirovannoj zemnoj kory
Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geol., Moskva (1970) 5, S. 40-47
- BULINA, L.V.: Model' raspredelenija namagničennykh tel v verchnej casti kontinental'noj zemnoj kory
Geol. i Geofiz., Novosibirsk (1972) 3, S. 98-102
- BYERLY, P.E.; STOLT, R.H.: An attempt to define the Curie point isotherm in northern and central Arizona
Geophysics, Tulsa 42 (1977) 7, S. 1394-1400
- CASSANO, E.; ROCCA, F.: Interpretation of magnetic anomalies using spectral estimation techniques
Geophys. Prosp., Den Haag 23 (1975) 4, S. 663-681
- CLEMENT, W.G.: Basic principles of two-dimensional digital filtering
Geophys. Prosp., Den Haag 21 (1973) 1, S. 125-145
- COOLEY, J.W.; LEWIS, P.A.W.; WELCH, P.D.: The finite Fourier transform
IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, New York AU-17 (1969) S. 77-85
- COOLEY, J.W.; TUKEY, J.W.: An algorithm for machine calculation of complex Fourier series
Math. Comput., Rhode Island 19 (1965) S. 297-301

- DEAN, W.C.: Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation (filtering, second derivatives, residual, downward, upward continuation)
Geophysics, Tulsa 23 (1958) 1, S. 97-127
- FRÖLICH, F.: Der physikalische Zustand der Gesteine und seine Auswirkungen auf das magnetische Verhalten der Erdkruste
Abh. geomagn. Inst. Potsdam, Berlin (1964) 34
- FRÖLICH, F.: Bemerkungen zum Problem der Erdkrustengliederung
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 78 (1969) 3, S. 214-222
- FRÖLICH, F.: Beiträge zum Erkundungsprogramm: Materieparameter im Bereich der Erdkruste, Teil II: Ergänzende festkörperphysikalische und physikochemische Untersuchungen, Auswertung
Veröff. Zentr.-Inst. Physik Erde, Potsdam (1970) 4
- FRÖLICH, F.; MECKE, K.: Zur Thermodynamik magnetischer Minerale
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 77 (1968) S. 314-320
- FRÖLICH, F.; VOLLSTÄDT, H.; v. FABER, J.: Zur geophysikalischen Tiefenerkundung - Die Druck-Temperatur-Auswirkungen auf das magnetische und elektrische Gesteinsverhalten.
Ber. dt. Gesellsch. geol. Wiss., Miner. Lagerstättenforsch., Berlin 15 (1970) 3-4, S. 307
- GAJNANOV, A.G.: O prirode magnitnych anomalij perehodnych zon Tichogo okeana
Sov. Geol., Moskva (1964) 10, S. 122-128
- GAJNANOV, A.G.; KORJAKIN, E.D.: Geofizičeskie issledovanija zemnoj kory Atlantskogo Okeana
Moskva: Nedra 1967
- GAJNANOV, A.G.; SOLOV'EV, O.N.: O prirode magnitnych anomalij v oblasti perechoda ot aziatskogo materika k Tichomu okeanu
Dokl. Akad. Nauk SSSR, Leningrad 6 (1963) S. 1399-1401
- GEL'FAND, N.I.: K opredeleniju nižnej granicy ferromagnetizma v zemnoj kore
Geol. i. Geofiz., Novosibirsk (1969) 10, S. 94-96
- HAALCK, H.: Lehrbuch der angewandten Geophysik
Berlin: Gebr. Bornträger 1953
- HAALCK, H.: Physik des Erdinnern
Leipzig: Geest & Portig 1954
- HALL, D.H.: Long-wavelength aeromagnetic anomalies and deep crustal magnetization in Manitoba and northwestern Ontario, Canada
Z. Geophys., Berlin 40 (1974) 4, S. 403-430
- HEIRTZLER, J.R., LE PICHON, X.: Crustal structure of the mid-ocean ridges, 3, magnetic anomalies over the Mid-Atlantic Ridge.
J. geophys. Res., Richmond 70 (1965) 15-16, S. 4013-4033
- HURTIG, E.; SCHLOSSER, P.: Untersuchung des terrestrischen Wärmeflusses in der DDR
Gerlands Beitr. Geophys., Leipzig 84 (1975) 3-4, S. 235-244
- IEEE: IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, New York AU-15 (1967) 2
- IEEE: IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, New York AU 17 (1969) 2-3
- KALININA, T.B.: Količestvennaja ocenka predel'noj éffektivnosti resenij obratnych zadač magnitorazvedki
Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli, Moskva (1970) 8, S. 49-61
- KÖHLER, K.: Grundlagen für die Auswertung von magnetischen Anomalien (insbesondere Z-Komponente)
Freiberger Forschungsh., Berlin C 41 (1958) S.1-128
- KRUTIKOVSKAJA, Z.A.: Problema sozdanija magnitnoj modeli zemnoj kory drevnych ščitov
Akad. Nauk ukrain. SSR, Geofiz. Sb., Kiev 73 (1976) S. 3-29

- KRUTIKOVSKAJA, Z.A.: O metodike vydelenija i prirode regional'nych magnitnych anomalij
Meždun. geofiz. Kom. Prezidium Akad. Nauk, Rezul'tati issledov. meždun. geofiz.
proekt. geomagn. issled. 19 (1977) S. 25-33
- KRUTIKOVSKAJA, Z.A.; PAŠKEVIČ, I.K.; SIMONENKO, T.N.: Magnetic anomalies of precambrian
shields and some problems of their geological interpretation
Canad. J. Earth Sci., Toronto 10 (1973) 5, S. 629-636
- KU, C.C.; TELFORD, W.M.; LIM, S.H.: The use of linear filtering in gravity problems
Geophysics, Tulsa 36 (1971) 6, S. 1174-1203
- KUTAS, R.I.: Raspredelenie temperatur v zemnoj kore na teritorii USSR
Akad. Nauk ukrain. SSR, Geofiz. Sb., Kiev 70 (1976) S. 86-94
- LEBEDEV, T.S.; POZNANSKAJA, N.F.: Modelirovanie izmenenij magnitnych parametrov magne-
tita, soderžaščegosja v porodach glubinnych zon zemnoj kory različnych rajonov
Ukrainy
Akad. Nauk ukrain. SSR, Geofiz. Sb., Kiev 60 (1974) S. 21-28
- LEBEDEV, T.S.; POZNANSKAJA, N.F.: Theoretische Modellierung von Veränderungen magne-
tischer Eigenschaften eines mineralischen Materials bei hohen Drücken und Tempe-
raturen
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 84 (1975) 3-4, S. 335-347
- LINDNER, M.; STIER, G.: Die Methode der Parameterbestimmung als Beitrag zur Lösung
der umgekehrten Aufgabe bei der Deutung gravimetrischer und magnetischer Felder
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 85 (1976) 4, S. 319-333
- LJUBIMOVA, E.A.: Raspredelenie termouprugich naprjaženij vnutri zemli u skorost'ich
nakoplenija
Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geofiz., Moskva (1963) 3
- LJUBIMOVA, E.A.: Raspredelenie teplogo potoka na teritorii SSSR i ego svjaz' s drugimi
geofizičeskimi poljami; Tezisy dokl. II. vsesojuznoj konf. meždun. projektu "verch-
njajmantija zemli i ee vlijanie na razvitie zemnoj kory"
Mežduved. geofiz. Kom. Akad. Nauk SSSR, Moskva 1967
- LUGOVENKO, V.N.: O razdelenie geomagnitnogo polja na anomal'nuju i normal'nuju sostav-
ljajuščie
Moskva: Nauka 1969, 104 S.
- LUGOVENKO, V.N.: The nature of the anomalous magnetic field
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 86 (1977) 3, S. 215-221
- LUGOVENKO, V.N.; PORTNOVA, V.P.: Energetičeskij spektr anomal'nogo magnitnogo polja
Geomagn. i Aeronomija, Moskva 8 (1968) 6, S. 1127-1129
- MATUCHKIN, B.A.: O prirode regional'nych magnitnych anomalij
Izv. Akad. Nauk, Fiz. Zemli, Moskva (1969) 6, S. 89-93
- MUNDT, W.: Geophysikalische Potentialfelder und deren Anomalien
In: Physik der Erdkruste, Berlin: Akademie-Verlag 1977, S. 108-124
- NAIDU, P.S.: Estimation of spectrum and cross-spectrum of aeromagnetic field using
fast digital Fourier transform (FDFT) techniques
Geophys. Prosp., Den Haag 17 (1969) 3, S. 344-361
- NAIDU, P.S.: Fourier transform of large aeromagnetic field using a modified version
of fast Fourier transform
Pure & appl. Geoph., Basel 81 (1970) S. 17-25
- PAKISER, L.C.; ZIETZ, I.: Transcontinental crustal and upper-mantle structure
Rev. Geophys., Washington 3 (1965) 4, S. 505-520
- PAŠKEVIČ, I.K.: Metodika vydelenija i interpretaciji regional'nych magnitnych
anomalij (na primere ukrainskogo ščita)
Akad. Nauk ukrain. SSR, Geofiz. Sb., Kiev 73 (1976) S. 30-36
- PETERS, L.J.: The direct approach to magnetic interpretation and its practical
application
Geophysics, Tulsa 14 (1949) S. 290-320

- PISKAREV, A.L.: Istočniki magnitnych anomalij v zemnoj kore sibirskij platformy
Akad. Nauk ukrain. SSR, Geofiz. Sb., Kiev 73 (1976) S. 66-73
- PROVODNIKOV, L.JA.: Al'bom paletok dlja opredelenija elementov zaleganija namagničennyh tel (glubiny, moščnosti i intensivnosti namagničenija) bez ošibki za vybor normal'nogo polja
Inst. Geol. Geofiz. sibirsk, Otdel. AN SSSR, Novosibirsk 26 (1963)
- PUŠKOV, A.N.: Anomalii fizičeskich svojstv ferromagnitikov pri perechode čeres temperaturu Kjuri i ich vozmožnaja svjaz' s geofizičeskimi javlenijami
Geomagn. i Aeronom., Moskva 6 (1966) 1, S. 172-175
- RAFF, A.D.: The magnetism of the ocean floor
Sci. Amer., Lancaster 205 (1961) S. 126
- REGAN, R.D.; HINZE, W.J.: The effect of finite data length in the spectral analysis of ideal gravity anomalies
Geophysics, Tulsa 41 (1976) 1, S. 44-55
- ROTHER, G.: Untersuchung der Wechselbeziehungen zwischen Feld- und Quellencharakteristika des anomalen geomagnetischen Feldes hinsichtlich Möglichkeiten zur Bestimmung der Tiefenlage der magnetischen Krustenbasis, Diss. Potsdam 1979
- SHUEY, R.T.; SCHELLINGER, D.K.; JOHNSON, E.H. u. a.: Aeromagnetics and the transition between the Colorado Plateau and Basin Range Province
Geology, Boulder, Col. 1 (1973) S. 107-110
- SHUEY, R.T.; SCHELLINGER, D.K.; TRIPP, A.C. u. a.: Curie depth determination from aeromagnetic spectra
Geophys. J. roy. astr. Soc., Oxford 50 (1977) 1, S. 75-102
- SMITH, A.B.; SHUEY, R.T.; FRIEDLINE, R.O. u. a.: Yellowstone hot spot: new magnetic and seismic evidence
Geology, Boulder, Col. 2 (1974) S. 451-455
- SMITHSON, S.B.; DECKER, E.R.: A continental crustal model and its geothermal implications
Earth & Planet. sci, Letters, Amsterdam 22 (1974) 3, S. 215-225
- SPECTOR, A.: Spectral analysis of aeromagnetic maps
Diss. University Toronto 1968
- SPECTOR, A.; GRANT, F.S.: Statistical models for interpreting aeromagnetic data
Geophysics, Tulsa 35 (1970) 2, S. 293-302
- STEENLAND, N.C.: Recent developments in aeromagnetic methods
Geoexploration, Amsterdam 8 (1970) S. 185-203
- STREET, R.; LEWIS, B.: Anomalous variation of Young's modulus of antiferromagnetics at the Neel point
Nature, London 168 (1951) S. 4285
- SYBERG, F.J.R.: A Fourier-method for the regional-residual problem of potential fields
Geophys. Prosp., Den Haag 20 (1972) 1, S. 47-75
- TSAY, L.J.: The use of Fourier series method in upward continuation with new improvements
Geophys. Prosp., Den Haag 23 (1975) 1, S. 28-41
- URAZAEV, I.M.: Stroenie i sostav zemnoj kory v volgo-kamskom rajone po geomagnitnym dannym
Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli, Moskva, 3, S. 72-80
- VAQUIER, V.; AFFLECK, J.: A computation of the average depth to the bottom of the earth's magnetic crust, based on a statistical study of local magnetic anomalies
Trans. amer. geophys. Union, Washington (1941) S. 446 - 450
- ... Karty izodinam T i T dlja territorii SSSR epochi 1950 goda, masčtab 1 : 5 000 000
Naučno-issledovatel'skij Inst. zemnogo Magn., Ionosfery i Rasprostraneniya Radiovoln
Moskva 1958

"Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde"

ab

- Nr. 20 LÜTZNER, JÜRGEN u. a.: Tabellarische Dokumente klastischer Sedimente. Potsdam 1974
- Nr. 21 Geodynamische Probleme. Potsdam 1973
+
- Nr. 22 Physikalische Eigenschaften von Gesteinen und Mineralen unter hohen Drücken und Temperaturen. Potsdam 1974
- Nr. 23 MUNDT, WOLFGANG: Der Charakter der geomagnetischen Säkularvariation in Europa im Zeitraum von 1950 bis 1970. Potsdam 1973
- Nr. 24 MALISCHEWSKY, PETER: Ausbreitung von seismischen Oberflächenwellen in Medien mit vertikalen Diskontinuitäten. Potsdam 1973
+
- Nr. 25 UNTERREITMEIER, ERHARD: Zur Erhöhung der Störfreiheit langperiodischer Seismographensysteme. Potsdam 1973
- Nr. 26 RAUHUT, JOACHIM; KÜHNE, KONRAD: Ein Interferometer für geodätische Basismessungen nach dem VÄISÄLÄ-Prinzip. Potsdam 1975
- Nr. 27 LIEBERT, JOACHIM: Beiträge zur Untersuchung des Babelsberger Meridiankreises. Potsdam 1973
- Nr. 28 VOIT, THEA: Bibliographie 1922-1973. 50 Jahre Seismologische Forschung in Jena. Potsdam 1974
- Nr. 29 Aufgaben und Ergebnisse der Forschungsarbeiten des Zentralinstituts für Physik der Erde. Potsdam 1974
+
- Nr. 30 2nd International Symposium Geodesy and Physics of the Earth. Potsdam, May 7th-11th, 1973. Teil 1 u. 2, Proceedings. Potsdam 1974
+
- Nr. 31 Seismology and Solid-Earth-Physics. International Symposium on the Occasion of 50 Years of Seismological Research and 75 Years of Seismic Registration at Jena, April 1 to 6, 1974. Teil 1 u. 2, Proceedings. Potsdam 1975
+
- Nr. 32 HÖPFNER, JOACHIM: Sternkoordinatenkorrekturen für den FK4 aus Beobachtungsmaterial am Astrolab Danjon. Potsdam 1975
- Nr. 33 WENDLAND, FOLKWART: Zur Strukturentwicklung schwach dislozierter Salinarstrukturen in Nordostmecklenburg, Strukturen Grimmen und Reinkenhagen (Beiträge zur Mächtigkeitsanalyse von Salinaren). Potsdam 1976
- Nr. 34 Physikalische Eigenschaften von Gesteinen und Mineralen unter hohen Drücken und Temperaturen. Vorträge, gehalten auf der Sitzung der Arbeitsgruppe 1.11 der KAPG "Physikalische Eigenschaften von Gesteinen und Mineralen bei hohen thermodynamischen Parametern" vom 25.6.-27.6.1973 in Jena. Potsdam 1975
- Nr. 35 JOCHMANN, HORST: Der Einfluß von Luftmassenbewegungen in der Atmosphäre auf die Polbewegung. Die Jahresperiode und CHANDLER-Periode der Polbewegung (1923-1959). Potsdam 1976
+
- Nr. 36 DITTRICH, JOHANNES: Über thermisch bedingte Einflüsse bei Transitbeobachtungen im Meridian. Potsdam 1976
- Nr. 37 MEINIG, MANFRED: Sternkatalog für das Potsdamer PZT. Potsdam 1976
- Nr. 38 Bibliographie 1890-1969 der Mitarbeiter des Geomagnetischen Instituts Potsdam, zusammengestellt von F. Frölich und K. Lengning. Potsdam 1977
- Nr. 39 MENNING, MANFRED: Die nachträgliche Orientierung von Bohrkernen unter besonderer Berücksichtigung des Paläomagnetismus. Potsdam 1976
- Nr. 40 Arbeiten zur Satellitengeodäsie. Potsdam 1976
- Nr. 41 ULLMANN, WOLFGANG; PAN'KOV, V. L.: A new structure of the equation of state and its application in high-pressure and geophysics.
+

- Nr. 42 ULLMANN, WOLFGANG; PAN'KOV, V. L.; MAAZ, RICHARD: Tables and diagrams for prediction of compressional properties of different substances under high pressure. Potsdam 1977
- Nr. 43
+++
- Nr. 44/I Probleme der Varisziden in Mitteleuropa und im Gebiet der UdSSR. Potsdam 1977
- Nr. 44/II
+++
- Nr. 45 HÖPFNER, JOACHIM: Auswertung der Zeitbestimmungen des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam als Längenbestimmungen im System BIH 1968 und daraus erhaltene erste Untersuchungsergebnisse. Potsdam 1976
- Nr. 46 BANKWITZ, ELFRIEDE; BANKWITZ, PETER: Rift activity in the Eastern Pacific. Potsdam 1978
- Nr. 47
+++
- Nr. 48 ARNOLD, KURT: Dichteanomalien in den oberen Schichten der Erde. Potsdam 1978
- Nr. 49 MEINIG, MANFRED; JOCHMANN, HORST: Zeit- und Breitenbestimmungen mit dem photographischen Zenitteleskop des Zentralinstituts für Physik der Erde. Potsdam 1976
- Nr. 50 MEIER, RUDOLF: Turbitide und Olisthostrome - Sedimentationsphänomene des Werra-Sulfats (Zechstein 1) am Osthang der Eichsfeld-Schwelle im Gebiet des Südharz. Potsdam 1977
- Nr. 51. TEUPSER, CHRISTIAN; UNTERREITMEIER, ERHARD: Der elektronische Dreikomponentenseismograph EDS 1. Theorie, Aufbau und Wirkungsweise. Potsdam 1977
- Nr. 52 3rd International Symposium Geodesy and Physics of the Earth, GDR, Weimar, October 25th-31st, 1976, Teil 1-3, Proceedings. Potsdam 1977
- Nr. 53 Deformation und Metamorphose von Gesteinen. I. Beiträge der Arbeitsgruppe 4.3 der Problemkommission IX der multilateralen Zusammenarbeit der Akademien der Wissenschaften sozialistischer Länder, 1. Beratung vom 23.3.-27.3.1976. Potsdam 1977
- Nr. 54 FRISCHBUTTER, ALEXANDER: Zur Geochemie der präkambrischen Gesteine der Elbezone unter besonderer Berücksichtigung etwa gleichalter Gesteinskomplexe ihres Rahmens. Potsdam 1979
- Nr. 55 Bibliographie der Mitarbeiter des Zentralinstituts für Physik der Erde 1969-1978. Potsdam 1979
- Nr. 56 TRI LONG, NGYEN: Untersuchungen zur photoelektrischen Registrierung von Sterndurchgangszeiten. Potsdam 1979
- Nr. 57 FRÖLICH, FRIEDRICH; VOLLSTÄDT, HEINER: Veränderungen des Materialverhaltens unter planetaren Bedingungen. Potsdam 1979
- Nr. 58
+++
- Nr. 59 ROTHER, GUDRUN: Untersuchungen des anomalen geomagnetischen Feldes - Eine Methode zur Lokalisierung der Unterkante der magnetisch wirksamen Erdkruste. Potsdam 1979

+ vergriffen
++ im Druck
+++ in Vorbereitung

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
Zusammenfassungen	3
Verzeichnis der Symbole	5
0. Einleitung	7
1. Überblick zur Transformation von Kovarianzfunktionen im Schwerfeld	9
1.1. Transformationsmöglichkeiten	9
1.2. Voraussetzungen und Modellfunktionen	11
2. Kovarianzfunktionen der 1. Ableitungen des Schwerepotentials (T_x, T_y, T_z)	13
2.1. Lotabweichungsvektor	13
2.2. Anomaler Schwerevektor	14
2.3. Modell-Beispiele	15
3. Kovarianzfunktionen der 2. Ableitungen des Schwerepotentials ($T_{xx}, T_{xy}, T_{yy}, T_{xz}, T_{yz}, T_{zz}$)	22
3.1. Niveauflächenkrümmung und Torsion des astronomischen Meridians	22
3.2. Horizontaler Schweregradient	24
3.3. Vertikaler Schweregradient	26
3.4. Kreuzkovarianzfunktionen zwischen den 2. Ableitungen	26
4. Vollständiges Schema der Auto- und Kreuzkovarianzfunktionen der 1. und 2. Ableitungen des Schwerepotentials	27
4.1. Kreuzkovarianzfunktionen zwischen den 1. und 2. Ableitungen	27
4.2. Modell-Beispiele	29
4.3. Varianz-Kovarianz-Schemata	30
5. Ergänzende Betrachtungen	31
5.1. Höhere Ableitungen des Schwerepotentials	31
5.2. Räumliche Kovarianzfunktionen	34
5.3. Nicht-differenzierbare Modelle	35
Tabellen	36
Anhang	47
I Kovarianzfortpflanzung bei Faltungsoperationen	47
II Ebenes STOKES-Problem	61
III Differentiationsformeln	62
IV Fortsetzung ebener Prozesse in den Raum	64
Literatur	68

