

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften
ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde
Nr. 30, Teil 2

2nd International Symposium
Geodesy and Physics of the Earth

Potsdam, May 7th - 11th, 1973



Proceedings

Part 2

Editors: H. Kautzleben and E. Buschmann

Als Manuskript gedruckt
Potsdam 1974

C o n t e n t s
I n h a l t s v e r z e i c h n i s

Part 1
Teil 1

	Page Seite
Foreword Vorbemerkungen	9
1. General Subject Gesamtthematik	
MELCHIOR, PAUL, Geodynamics, a Meeting Point for Astronomy, Geodesy and Geophysics (Geodynamik, ein Treffpunkt für Astronomie, Geodäsie und Geophysik)	15
TENGSTRÖM, ERIK, New Methods for Studying the Dynamics of the Entire Earth (Neue Methoden zur Untersuchung der Dynamik der gesamten Erde)	39
KAUTZLEBEN, HEINZ, Problems and Consequences of Modern Hypotheses on the Global Tectonics for Geodesy and Gravimetry (Probleme und Konsequenzen der modernen Hypothesen zur globalen Tektonik für Geodäsie und Gravimetrie)	47
2. Dynamics of the Entire Earth Dynamik des gesamten Erdkörpers	
PARIYSKIY, N.N., Earth Rotation and Gravity Variations (Erdrotation und Schwerevariationen)	67
BROSCHÉ, PETER, Die Gezeitenreibung der Beringsee (Tidal Friction of the Bering Sea)	75
ROCHESTER, MICHAEL, The Effect of the Core on the Earth's Rotation (Der Einfluß des Kerns auf die Erdrotation)	77
SMYLIE, DOUGLAS E., Dynamics of the Outer Core (Dynamik des äußeren Kerns)	91
SANDIG, HANS-ULLRICH, Zur systematischen Verbesserung von Positionen und zur Bestimmung absoluter Eigenbewegungen mit der Tautenburger SCHMIDT-Kamera (On the Improvement of Positions and on the Determination of Absolute Proper Motions by Means of the Tautenburg SCHMIDT Camera)	105
HRISTOV, WLADIMIR K., Präzession, Weltzeit, Ephemeridenzeit und Rotation der Erde (Precession, Universal Time, Ephemeris Time and Rotation of the Earth)	113
WEBROVA, LUDMILA ; MEINIG, MANFRED, Analyse von Zeitbestimmungen zur Ableitung von Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit der Erde (Analysis of Time Determinations for Deriving Variations of the Rate of Earth Rotation)	131

ZIMMERMANN, GUNTHER, Short-Period Inequalities in UT 1 (1955.5 - 1973.0) (Kurzperiodische Schwankungen von UT 1 (1955.5 - 1973.0))	137
YATSKIV, YA.S., CHANDLER Wobble and Free Diurnal Nutation Derived from Latitude Observations (Die CHANDLERSche Bewegung und die freie täg- liche Nutation, abgeleitet von Breitenbeobachtungen)	143
KORSUN, A.A.; MAJOR, S.P.; RYKHLOVA, L.V.; YATSKIV, YA.S., On the Annual Component of the Polar Motion (Über die jährliche Komponente der Pol- bewegung)	153
HÖPFNER, JOACHIM, Zur Ermittlung kurzperiodischer Schwankungen in den geodätisch-astronomisch bestimmten Breiten von Potsdam (Detection of Short-Periodic Variations in the Geodetic-Astronomically Determined Latitudes of Potsdam)	161
JOCHMANN, HORST, Untersuchungen zur Erregung der CHANDLER-Periode (Consid- erations on the Excitation of the CHANDLER Period)	169
MIRONOV, NIKOLAJ T.; KORSUN, ALLA ALEKSEEVNA, On the Relative Displace- ments of the Zeniths of Astronomical Observations (Über die relativen Verschiebungen der Zenite astronomischer Observatorien)	173
SCHNEIDER, MARTIN MANFRED; SIMON, DIETRICH, Results of the Earth-Tide Ob- servations at the Antarctic Station Vostok, 1969 (Ergebnisse der Erdge- zeitenbeobachtungen an der Antarktisstation Wostok, 1969)	183
PICHA, JAN; SKALSKY, LUMIR, On the Distribution of the Gravimeter Factors Obtained from Earth-Tide Observations in Europe (Über die aus Erdge- zeitenbeobachtungen in Europa abgeleitete Verteilung der Gravimeter- faktoren)	195
HARWARDT, HANS; SIMON, DIETRICH, Beobachtungen mit einem Drahtstrainmeter in der Station Tiefenort (Observations by Means of a Wire Strainmeter at Tiefenort Station)	197
SIMON, DIETRICH, Über Ergebnisse von Neigungsbeobachtungen in Tiefenort (On Results of Tilt Observations at Tiefenort)	207

Part 2

Teil 2

3. Recent Earth Crust Movements

Rezente Erdkrustenbewegungen

THURM, HEINZ; BANKWITZ, PETER, Stand und Entwicklungstendenzen der Unter- suchung rezenter Erdkrustenbewegungen (Situation and Trend of the In- vestigation of Recent Earth Crust Movements)	245
GRIGORYEV, A.S., Theoretical Determinations of the Day Surface Movement Velocities and of the State of Stresses in the Earth's Crust for Certain Mechanisms of Its Deformation (Theoretische Bestimmungen der Geschwin- digkeiten der täglichen Oberflächenbewegung und der Spannungszustände in der Erdkruste für bestimmte Deformationsmechanismen)	255

GZOVSKIY, M.V.†; GRIGORYEV, A.S.; GUSHCHENKO, O.I.; MIKHAYLOVA, A.V.; NIKONOV, A.A.; OSOKINA, D.N.; STEPANOV, V.V.; SHAKNMURADOVA, Z.E.; TSVETKOVA, N.YU., Problems in the Interpretation of Recent Movements by the Methods of Tectonophysics (Probleme bei der Interpretation rezenter Bewe- gungen durch Methoden der Tektonophysik)	265
BANKWITZ, PETER; BANKWITZ, ELFRIEDE, Bruchflächenbildung, Wellen, Geschwin- digkeiten (Fracturing, Elastic Waves, Velocities)	287
PICK, MILOS, Recent Movements and the Variations of the Earth's Gravity Field (Rezente Bewegungen und die Variationen des Erdschwerefeldes)	299
GROSSE, SIEGFRIED; ELSTNER, CLAUS, On the Determination of Small Gravity Differences (Über die Bestimmung kleiner Schweredifferenzen)	303
BEETZ, H.; BREIN, RUDOLF, High Precision Gravity Measurements along Special Lines (Präzessionsschweremessungen auf Speziallinien)	311
BIRÓ, PETER, Der Einfluß der Säkularänderung des Erdschwerefeldes auf die nivellierten Höhenunterschiede (The Influence of Secular Changes of the Earth's Gravity Field on the Elevation of Bench-Marks)	315
LIEBERT, JOACHIM, Geodätisch-astronomische Beobachtungen in der Antarktis (Geodetic-Astronomical Observations in the Antarctic)	323
MEIER, SIEGFRIED, Kovarianzfunktionen der Eisbewegung (Covariance Functions of Ice Movement)	327
LILLIENBERG, D.A., Eigentümlichkeiten im Auftreten von rezenten tektonischen Bewegungen in Raum und Zeit innerhalb ausgedehnter Gebiete (Character- istics in the Appearance of Recent Tectonic Movements in Space and Time within Extensive Areas)	329
VYSKOCIL, PAVEL, Recent Crustal Movements in the Bohemian Massif (Rezente Krustenbewegungen im Böhmischem Massiv)	331
SCHWAB, GÜNTHER; TESCHKE, HANS-JÜRGEN; JUBITZ, KARL-BERNHARD, On the Rela- tion of Space and Time between Recent Vertical Crustal Movements and Palaeotectonics within the North German-Polish Depression (Zur Raum-Zeit- Beziehung zwischen rezenten vertikalen Krustenbewegungen und Paläotekto- nik in der Norddeutsch-Polnischen Senke)	347
4. Figure of the Earth and Gravity Field	
Erdfigur und Schwerefeld	
BARTA, GYÖRGY, Anwendungsmöglichkeiten der Satellitengeodäsie bei der Er- forschung der inneren Struktur der Erde (Possibilities to Apply the Satellite Geodesy in Investigating the Earth's Interior Structure)	351
MORITZ, HELMUT, Geodätisch-geophysikalische Bezugsmodelle (Geodetical and Geophysical Reference Models)	357
ARNOLD, KURT, The Low Velocity Layer as a Source for the Discrepancy be- tween the Dynamic and Static Flattening of the Earth (Die Low Velocity Layer als Ursache der Diskrepanz zwischen der dynamischen und der sta- tischen Abplattung der Erde)	363

KHAN, MOHAMMAD A., Plumes in the Mantle (Plumes im Mantel)	365
MATHER, R.S., The Gravity Field and the Definition of Stationary Sea Surface Topography (Das Schwerefeld und die Definition der stationären Topographie der Meeresoberfläche)	381
YEREMEYEV, V.F.; YURKINA, M.I., On the Determination of Secular Variation in the Earth's Gravity Field and of Secular Polar Motion (Über die Bestimmung der Säkularvariation im Erdschwerefeld und der säkularen Polbewegung)	415
ZIDAROV, D., Application of the Solution of the Inverse Gravimetric and Magnetic Problem for Studying the Earth's Figure, Structure and Evolution (Anwendung der Lösung des inversen gravimetrischen und magnetischen Problems zur Untersuchung der Figur, Struktur und Entwicklung der Erde)	423
ROTHER, KLAUS, Neue Ergebnisse paläomagnetischer Untersuchungen zum Nachweis von Krustenbewegungen in Eurasien (Recent Results of Palaeomagnetic Investigations for Detection of Crustal Movements in Eurasia)	429
5. Special Problems of Geodesy and Geophysics Spezielle Probleme der Geodäsie und Geophysik	
STANGE, LOTHAR; MONTAG, HORST, On the Determination of Coordinates and their Temporal Variations Using the Orbital Method (Zur Ableitung von Koordinaten und ihren zeitlichen Änderungen nach der Bahnmethode)	435
GROTEN, ERWIN; RUMMEL, REINHARD, Use of Terrestrial Gravity Data in Combination with Satellite Results for Determining Geoid Heights in Central Europe (Die Verwendung terrestrischer Schweredaten in Verbindung mit Satellitenergebnissen zur Bestimmung von Geoidhöhen in Mitteleuropa)	441
KAMELA, CZESŁAW, Über die Modifizierung der Methode von RUDZKI (On the Modification of RUDZKI's Method)	455
PESCHEL, HORST, Motorisiertes Präzisionsnivellement zur Ermittlung vertikaler Erdkrustenbewegungen (Motorized Precision Levelling for Determination of Vertical Crustal Movements)	459
HÜTHER, GERHARD, The New Automatic Geodetic Level Ni 002 of VEB Carl Zeiss Jena (Das neue Präzisions-Kompensatornivellier Ni 002 des VEB Carl Zeiss Jena)	463
FEIST, WIELAND, Geodätisch-astronomischer Universal-Theodolit Theo 002 des VEB Carl Zeiss Jena (Geodetic-Astronomical Universal Theodolite Theo 002 of VEB Carl Zeiss Jena)	473
STEINERT, KLAUS GÜNTER, Erfahrungen bei der weiteren Verbesserung von Almucantaratsdurchgangsbeobachtungen mit dem Zirkumzenital (Experiences in Further Improvement of Almucantar Transit Observations by Means of the Circumzenithal)	479

MEIXNER, HEINZ, Markscheiderische Messungen zur Erfassung von Böschungsbe- wegungen in Tagebauen (Mine-Surveying Measurements Recording Sloping Movements in Open-Cast Mines)	483
SCHÄDLICH, MARTIN, Die Geodätische Analyse relativer Punktlageänderungen (The Geodetic Analysis of Relative Point Displacements)	487
BÖHME, DIETER, Geodätische Verwendung von Sternbedeckungen durch den Mond (Geodetic Applications of Star Occultations by the Moon)	496
SOMMER, MANFRED, Gradienten der Lotabweichungen und ihr Einfluß auf die astronomischen Orts- und Richtungsbestimmungen (Gradients of the De- flections of the Plumb-Line and their Influence on Astronomical Deter- minations of Position and Azimuth)	503
VYSKOČIL, VINCENC, Zu Homogenitätseigenschaften geophysikalischer Felder (On the Homogeneity Properties of Geophysical Fields)	507
SCHWAHN, WOLFGANG, Some Remarks on the Simulation of the Empirical Auto- covariance Functions of Gravity (Einige Bemerkungen über die Simulation empirischer Autokovarianzfunktionen der Schwere)	513
WIRTH, HANS, Possibilities of a Dynamical Interpretation of Geophysical Potential Fields (Möglichkeiten einer dynamischen Interpretation von geophysikalischen Potentialfeldern)	525
FANSELAU, GERHARD, Zum Problem der Ambiguität und Approximation bei in- verser Interpretation (On the Problem of Ambiguity and Approximation in Inverse Interpretation)	531
MUNDT, WOLFGANG, Zur Signifikanz und geologischen Deutbarkeit magnetischer Säkularvariationsanomalien in Europa (On the Significance and Geological Interpretability of Magnetic Secular Variation Anomalies in Europe)	549

3. Recent Earth Crust Movements

Rezente Erdkrustenbewegungen

Stand und Entwicklungstendenzen der Untersuchung rezenter Erdkrustenbewegungen

von

HEINZ THURM¹⁾ und PETER BANKWITZ²⁾Summary

The disadvantages of the method hitherto applied to the determination of recent vertical crustal movements from first-order releveling networks are discussed. These disadvantages may be reduced by taking into account relevelings of minor accuracy, gradients of vertical crustal movements and absolute gravity measurements. In the Elbe Valley Zone a function of horizontal dislocation was determined from the results of retriangulations. With the help of the differentials of this function the parameters of horizontal strain are derived, which give a complete picture of the horizontal deformation of the Earth's crust in this area.

Die Untersuchung rezenter Bewegungsvorgänge der Erdkruste, die Einordnung der Bewegungen in einen regionalen und historischen Zusammenhang und die Erforschung der Gesetzmäßigkeiten und Ursachen erfordern eine enge Zusammenarbeit aller geowissenschaftlichen Disziplinen. Die Geodäsie hat Beiträge und Variationen der Lageänderung von Krustenteilen quantitativ festzustellen. Die Aufgabe der Geophysik ist es, durch geophysikalische Aufschlußverfahren, wie Gravimetrie, Magnetik, Seismik, Magnetotellurik und Wärmeflußmessungen, Informationen zu liefern über den der direkten geologischen Forschung nicht zugänglichen Tiefenbau der Lithosphäre und aus den Momentanwerten geophysikalischer Feldgrößen Rückschlüsse zu ziehen auf das Entwicklungsgeschehen der Kruste. Die Aufgabe der Geologie ist es, aus dem geodätischen, geophysikalischen und geologischen Material den rezenten Bewegungsablauf zu klären, regionale und tektonische Zusammenhänge festzustellen und die rezenten Bewegungen in die Entwicklungsgeschichte einzubinden.

Die übliche Zerlegung der räumlichen Bewegungen in eine vertikale und eine horizontale Komponente hat durchaus sachliche Gründe. Geodätisch war es bisher, abgesehen von lokalen Gebieten, noch nicht möglich, räumliche Bewegungsvektoren zu bestimmen, da aus meßtechnischen Gründen keine gemeinsamen Festpunkte existieren, die Fixierung eines gemeinsamen Bezugsniveaus auf Schwierigkeiten stößt und die bisherige Genauigkeit der horizontalen Lagebestimmung um 1 - 2 Größenordnungen schlechter ist als die der Höhenbestimmung.

1) TU Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie, DDR - 8027 Dresden, George-Bähr-Str. 7

2) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde, Institutsteil Berlin, 108 Berlin, Otto-Nuschke-Str. 22/23

Es hat sich deshalb zwangsläufig eine getrennte Bestimmung der vertikalen und der horizontalen Krustenbewegungen ergeben, wobei die der ersteren wegen der günstigeren Voraussetzungen weitaus überwiegt. Das darf aber nicht zu dem Trugschluß einer Dominanz der Vertikalbewegungen führen. Auch für die Geophysik und Geologie ist die Zerlegung in beide Komponenten sinnvoll wegen des physikalisch begründeten Zusammenhanges zwischen den Bewegungen und den Niveauflächen und Kraftlinien des Schwerefeldes.

Wenn man von den starken Dislokationen bei Erdbeben absieht, besteht bei tektonischen Bewegungen ein Unterschied in der Größenordnung der vertikalen und der horizontalen Komponente. Epirogenetische Vertikalbewegungen haben nach geologischen Erfahrungen Geschwindigkeiten von 0,01 bis 0,1 mm/Jahr, auf jeden Fall kleiner als 1 mm/Jahr. Nur die gegenwärtig in Nordeuropa und Nordamerika ablaufenden isostatischen Vorgänge und die Vertikalbewegungen in aktiven Orogenen erreichen höhere Beträge. Horizontale Krustenbewegungen laufen dort, wo sie festgestellt werden konnten, mit Geschwindigkeiten bis zu einigen cm/Jahr ab. Auch in der geologischen Vergangenheit waren die horizontalen Bewegungsgeschwindigkeiten größer als die vertikalen. So erfolgte die Einengung der Westalpen mit 2 - 8 cm/Jahr, die morphologische Hebung im Anschluß an die Einengung nur mit 0,4 - 1,0 mm/Jahr.

Ganz allgemein reicht die Skala der Krustenbewegungen von 10^{-9} bis 10^4 cm/s, wobei epirogenetische Bewegungen die untere und makroseismische Vorgänge die obere Grenze bilden. Die Auswirkungen hängen dabei nicht so sehr von der Größe als vielmehr von der Zeitdauer der Bewegung ab. Gerade die epirogenetischen Bewegungen im Bereich von 10^{-9} bis 10^{-8} cm/s haben durch die lange Zeitdauer von teilweise Jahrmillionen erhebliche Auswirkungen.

Heute liegen bereits umfangreiche Ergebnisse und Erfahrungen zur Ableitung vertikaler Krustenbewegungen aus Wiederholungsnivellements hoher Genauigkeit vor. Es ist möglich, in einem Schleifensystem bis zur Größe eines Kontinentes die aus Wiederholungsnivellements berechneten Differenzen von Vertikalbewegungen auszugleichen. Das Bezugsniveau für die punktweise Berechnung der vertikalen Bewegungsgeschwindigkeiten in einem genähert absoluten System wird aus langjährigen Registrierungen möglichst zahlreicher Mareographenstationen mit Eliminierung meteorologischer und anderer Störeffekte bestimmt. Die graphische Darstellung erfolgt in Form von Isobasen, die in den Gebieten zwischen den Nivellementslinien mit Berücksichtigung der geologischen und geophysikalischen Situation und teilweise auch unter Nutzung geomorphologischer Untersuchungsergebnisse interpoliert werden. Als Musterbeispiel kann die nach diesem Verfahren entwickelte Karte der rezenten vertikalen Krustenbewegungen Osteuropas gelten.

Sehr interessant ist die Tatsache, daß in fast allen Isobasenkarten die vertikalen Bewegungsgeschwindigkeiten höher sind als die für geologische Zeiten aus der Kombination von Altersbestimmung und Sedimentsäule festgestellten. Es ist sicher falsch, dieses in der Literatur schon mehrfach diskutierte Phänomen als eine zur Gegenwart hin zunehmende allgemeine Beschleunigung geologischer Vorgänge zu deuten. Gegenüber sprechen Beobachtungen an globalen Riften, an denen sich die Bewegungsaktivität auch für die neotektonische Zeit in den Dimensionen nicht von der früheren

Zeit unterscheidet. Die Klärung dieses Phänomens muß der Zukunft vorbehalten bleiben, wenn umfangreichere und auch genauere Ergebnisse vorliegen.

Die aus Wiederholungsnivellements und Mareographenregistrierungen abgeleiteten Isobasenkarten enthalten außerordentlich wertvolle Ergebnisse, aber auch einige Nachteile und Mängel, die zur richtigen Einschätzung der Ergebnisse nicht verschwiegen werden sollen.

- Mit wachsendem Abstand von der Küste erhöht sich für kontinentale Punkte infolge des nivellitischen Übertragungsfehlers die Unsicherheit der festgestellten Vertikalbewegungen.
- Ein Nivellementsnetz I. Ordnung läßt sich aus ökonomischen Gründen nicht beliebig dicht anlegen. Die Schleifen haben einen Umfang von mehreren 100 bis z.T. weit über 1000 km, und es ist fraglich, ob die Werte entlang der Linien für die Gebiete innerhalb der Schleifen repräsentativ sind.
- Die Isobasendarstellung ist immer mit einer Generalisierung verbunden. Die Zuordnung zu einzelnen tektonischen Strukturen und die Feststellung einer rezenten Aktivität von Störungszonen sind i.a. nicht möglich.
- Unzulänglich ist auch die Bestimmung des Bezugsniveaus wegen der ungenügenden Kenntnis der eustatischen Meeresspiegeländerung .
- Schließlich ergeben sich aus Wiederholungsnivellements nur zeitlich linear angenommene Durchschnittswerte der Vertikalbewegung.

Nun liegt kein Grund vor, wegen der angeführten Mängel pessimistisch zu sein. Im Gegenteil, das Wiederholungsnivellement ist ein integrierendes, große Gebiete erfassendes und sehr genaues Verfahren, das durch andere nicht ersetzt, sondern nur ergänzt werden kann. Ein Teil der Mängel kann heute schon durch eine intensivere Nutzung der in den Nivellementsergebnissen enthaltenen Informationen gemindert werden.

So wurde im NW-Teil der DDR der Versuch unternommen, alle vorhandenen Wiederholungsnivellements mittlerer Genauigkeit, wie Nivellements der Reichsbahn und Gewässernivellements, für die Ableitung der Vertikalbewegungen zu nutzen. Das verdichtete Netz enthält 17 Schleifen anstelle der bisherigen 2 Schleifen I. Ordnung. Das Ergebnis ist außerordentlich interessant. Die auf der Isobasenkarte der DDR dargestellte große Senkungsmulde ist in eine Vielzahl von Einzelstrukturen aufgelöst bei gleichzeitiger Verschiebung der maximalen Senkungen nach SW. Die übliche Interpolation innerhalb der Schleifen I. Ordnung kann ein unrichtiges Bild ergeben, und man sollte alle vorhandenen Wiederholungsnivellements mittlerer Genauigkeit als zusätzliche Informationsquelle nutzen.

Eine völlig andere Art der Auswertung benutzt die als Gradienten bezeichneten lokalen Intensitätsänderungen der Vertikalbewegung, definiert durch die Formel

$$\text{grad } v = \frac{\Delta v}{\Delta s} \quad [\text{mm/Jahr} \cdot \text{km}] ,$$

Δs = Abstand zwischen benachbarten Höhenfestpunkten.

Signifikant von Null verschiedene Gradienten werden in einer Gradientenkarte als Vektoren dargestellt. Die Gradienten geben ein wenn auch lückenhaftes Bild vom Charakter der Vertikalbewegung eines Gebietes und lassen rezent aktive Störungen erkennen. Eine Beschleunigung des Meßvorganges mit Hilfe der an der TU Dresden entwickelten Methode des motorisierten Nivellements wird ebenfalls zur genaueren und rationelleren Bestimmung rezenter vertikaler Krustenbewegungen beitragen.

Die dem Nivellement innewohnenden Möglichkeiten sind allerdings begrenzt. Es muß in Zukunft durch andere Verfahren ergänzt werden, vor allem durch solche für die Bestimmung der Variation der Vertikalbewegung. So liegt z.B. der Gedanke nahe, den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Höhen- und Schwereänderung eines Punktes der Erdoberfläche zu nutzen. Auf Grund der Beziehung

$$\Delta g [\mu\text{Gal}] = -0,2 \Delta h [\text{mm}]$$

wäre es theoretisch möglich, bei einer Meßgenauigkeit der absoluten Schweremessung von $\pm 1 \mu\text{Gal}$ und einem Zeitintervall von 10 Jahren vertikale Krustenbewegungen auf $\pm 0,5 \text{ mm/Jahr}$ nachzuweisen. Wenn man in großräumig verteilten Punkten einschließlich der Mareographenstationen absolute Schweremessungen mit der Genauigkeit von $\pm 1 \mu\text{Gal}$ wiederholt ausführt, erhält man ein System von Stützpunkten analog den LAPLACE-Punkten großräumiger Triangulationsnetze, für die absolute Vertikalbewegungen abgeleitet und bei entsprechender zeitlicher Messungsanordnung zusätzlich zeitliche Variationen der Vertikalbewegung festgestellt werden können. Der Vorteil liegt vor allem darin, daß durch ein unabhängiges Verfahren Abstandsänderungen zum Massenmittelpunkt der Erde festgestellt werden und damit ein absolutes Bezugsniveau definiert wird. Der Einfluß des Übertragungsfehlers des Nivellementsnetzes ließe sich damit erheblich mindern. Allerdings wird durch diesen Vorschlag eine Fülle schwieriger Probleme aufgeworfen. Selbst wenn es gelingt, die Genauigkeit der absoluten Schweremessung von $1 \mu\text{Gal}$ zu erreichen - daran ist eigentlich nicht zu zweifeln -, werden die Elimination meteorologischer und hydrologischer Störeffekte und die hinreichend genaue Elimination des Gezeiteneffektes sehr schwierig sein. Problematisch ist auch die Trennung der verschiedenen Ursachen von säkularen Schwerevariationen. Obwohl noch ein ganzes Paket von Problemen zu lösen ist, kann uns eine Kombination von Wiederholungsnivellements, Mareographenregistrierungen und punktwiser Registrierung von absoluten Schwerewerten in Zukunft einen Schritt vorwärts bringen.

Die Erforschung des gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen Vertikalbewegung und Erdbeben wird in Zukunft für die Erdbebenprognose in seismisch aktiven Gebieten eine große Bedeutung erhalten. In der Sowjetunion und in Japan wurde durch Wiederholungsnivellements mit dichter Zeitfolge in Erdbebengebieten festgestellt, daß vor einem Erdbeben außergewöhnliche Anomalien der Vertikalbewegung auftreten. Die Erforschung der Gesetzmäßigkeiten für eine zukünftige Erdbebenprognose erfordert registrierende Verfahren. Hier sind wir über erste Versuche noch nicht hinausgekommen. Bei dem in Betracht gezogenen linien- oder rasterförmigen Einsatz von Bohrlochklinometern bleibt wegen der kurzen Basis der nach dem Pendelprinzip arbeitenden Klinometer die Frage offen, ob es sich um lokale Effekte im oder in unmittelbarer Nähe des Gerätes oder um tatsächliche tektonische Kippungen handelt.

Eine größere Chance haben die Niveauvariometer wegen ihrer größeren Basis und besseren Nullpunktkonstanz. Es ist notwendig, in den in zahlreichen Ländern eingerichteten Testgebieten für die komplexe Untersuchung von Krustenbewegungen instrumentelle und methodische Probleme zu klären, um hier weiter zu kommen.

Regionale horizontale Krustenbewegungen können durch Wiederholungstriangulationen und -trilaterationen bestimmt werden. Wenn heute, abgesehen von räumlich begrenzten Untersuchungen aktiver Zonen in Japan, der Sowjetunion und den USA, kaum Ergebnisse vorliegen, so liegt das daran, daß wegen der bisher im Vergleich zum Präzisionsnivellement um 1 - 2 Größenordnungen geringeren Genauigkeit der trigonometrischen Lagebestimmung ein Zeitintervall von 100 Jahren für eine der Vertikalbewegung adäquate Genauigkeit notwendig ist, so alte Triangulationen aber meist dem wissenschaftlichen Zweck nicht entsprechen.

Ausgesprochen günstige Voraussetzungen für die Untersuchung regionaler horizontaler Krustenbewegungen bestehen im Süden der DDR. Im Gebiet Sachsens war ein Netz stabil vermarkter identischer Punkte 1890 und 1960 mit hoher Genauigkeit trigonometrisch beobachtet worden. Zunächst wurden in einem Testgebiet in der Elbtalzone für 31 identische Stationen die horizontalen Verschiebungsvektoren mit Hilfe einer kombinierten Transformations- und Fixpunktmethod abgeleitet. Die Verschiebungsvektoren geben eine Anschauung von dem Trend einer NNW—SSE-Extension zwischen Lausitzer Grundgebirge und Erzgebirgsblock, sie reichen aber nicht aus für ein vollständiges Verständnis der Krustendeformation. Analog der Vertikalbewegung gibt es auch hier Möglichkeiten einer intensiveren Nutzung der Triangulationsergebnisse. Es wurde der Versuch unternommen, aus den Verschiebungsvektoren die Strainparameter abzuleiten. Die mathematische Lösung ist nur möglich, wenn man die Kruste als stetig deformiertes Kontinuum auffaßt, so daß aus den Vektoren eine stetige Verschiebungsfunktion abgeleitet werden kann.

Nach Abb. 1 sind durch Straindeformation einer differentiellen Fläche die Achsabschnitte OA und OB nach OA' und OB' gerückt. Die Verschiebungsfunktion besteht aus den Komponenten $u(x, y)$ in N—S-Richtung und $v(x, y)$ in E—W-Richtung. Nach der Theorie des infinitesimalen Strains in zwei Dimensionen ergeben sich

- die Strainkomponente in N—S-Richtung

$$\epsilon_x = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x},$$

- die Strainkomponente in E—W-Richtung

$$\epsilon_y = \frac{\partial v(x, y)}{\partial y},$$

- der Scherstrain = Deformation des ursprünglich rechten Winkels x, y zu dem gestrainten Winkel x', y'

$$\gamma = \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y)}{\partial x},$$

- die Rotationskomponente = Drehung des gestrainten Achsenkreuzes aus einer gedachten Symmetrielage x'' , y'' in die tatsächliche Lage x' , y'

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right).$$

Der Drehsinn von ω bestimmt den Drehsinn des Scherstrains.

Mit Hilfe dieser Strainkomponenten erhält man nach Abb. 2 folgende Strainparameter, die aus der durch Deformation eines differentiellen Kreises entstandenen Strainellipse hervorgehen:

- die Hauptstrainachsen = Achsrichtungen der Strainellipse

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctan \frac{\gamma}{\epsilon_x - \epsilon_y},$$

$$\theta_2 = \theta_1 \pm 90^\circ;$$

- den Hauptstrain in Richtung θ_1 und θ_2

$$\epsilon_1 = \epsilon_x \cos^2 \theta_1 + \gamma \sin \theta_1 \cos \theta_1 + \epsilon_y \sin^2 \theta_1,$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_x \cos^2 \theta_2 + \gamma \sin \theta_2 \cos \theta_2 + \epsilon_y \sin^2 \theta_2;$$

- die Halbachsen der Strainellipse

$$(1 + \epsilon_1) \text{ und } (1 + \epsilon_2);$$

- die Dilatation oder den Flächenstrain

$$\Delta = \epsilon_1 + \epsilon_2;$$

- den Maximalstrain

$$(\epsilon_1 - \epsilon_2);$$

- die Hauptscherungsrichtung

$$\alpha = \theta_1 + 45^\circ \text{ für } \omega > 0, \quad \alpha = \theta_1 - 45^\circ \text{ für } \omega < 0.$$

Die gesamte Strainberechnung basiert auf den vier Differentialen

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Zu deren Bestimmung wurden die Komponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$ der Verschiebungsfunktion als Polynome 4. Ordnung durch Ausgleichung aus den entsprechenden Komponenten der Verschiebungsvektoren abgeleitet und nach x und y differenziert. Sämtliche Strainparameter wurden für ein Punktraster berechnet.

Abb. 3 zeigt die wichtigsten Ergebnisse der Strainberechnung:

- die Dilatation mit einer Zone maximaler Extension im Bereich Westlausitzer-Mittelsächsische Störung, wo im Untergrund die Grenze zwischen Lausitzer Grundgebirge und Erzgebirgsblock zu suchen ist;
- die Richtung des linksdrehenden Scherstrains parallel zur tektonischen Hauptrichtung NW—SE;
- die Richtung des Maximalstrains NNW—SSE.

Der durchschnittliche Maximalstrain beträgt in der Elbtalzone $+0,4 \cdot 10^{-6}$ /Jahr. Er ist im Vergleich zu so aktiven Gebieten wie der San-Andreas-Störung oder der Alpine Fault von Neuseeland sehr gering. Er liegt aber andererseits über den Werten, für die man noch eine lokale Ursache heranziehen könnte. Es muß sich um eine übergeordnete Scherzone mit zahlreichen aufgesetzten Rupturen handeln. Eine einzelne Gleitzone kam dabei nicht zustande. Auf jeden Fall haben die Strainparameter eine wesentlich höhere Aussagekraft als nur die Verschiebungsvektoren. Die Strainberechnung sollte deshalb in die Untersuchung horizontaler Krustenbewegungen einbezogen werden.

Für zukünftige Untersuchungen wird man wesentlich genauere Meßverfahren, wie elektrooptische oder interferometrische Streckenmessungen, einsetzen. Geräte mit der notwendigen Genauigkeit von mindestens $1 \cdot 10^{-6}$ wurden in den letzten Jahren entwickelt oder befinden sich in der Entwicklung. Hier muß es nur noch gelingen, die Refraktionskorrektur hinreichend genau zu bestimmen. Allerdings erfordern Aufbau und Messung großräumiger Trilaterationsnetze einen erheblichen Aufwand. Man wird sich schon aus ökonomischen Gründen zunächst auf Untersuchungen in begrenzten, geologisch interessierenden Gebieten, wie z.B. in den schon erwähnten Testgebieten, beschränken.

Abschließend sollen noch einige Gedanken zur weiteren Entwicklung geäußert werden.

Die Untersuchung zeitlicher Variationen durch Registrierung des zeitlichen Verlaufs der Krustenbewegungen mit Hilfe von Klinometern, Extensometern usw. wird an Bedeutung gewinnen. Auch die Mareographenregistrierungen können hierzu einen Beitrag leisten, wenn die Störeffekte genügend geklärt sind.

Die Untersuchung horizontaler Krustenbewegungen muß wesentlich verstärkt werden, weil nur durch die gemeinsame Kenntnis der vertikalen und horizontalen Bewegungen ein vollständiges Erkennen der Bewegungsvorgänge der Kruste möglich ist.

Zur Untersuchung des gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen den Bewegungen und Deformationen der Erdoberfläche, dem tektonischen Bau, der geologischen Geschichte und den aus geophysikalischen Untersuchungen zu erkennenden Zuständen und Prozesse in tieferen Teilen der Lithosphäre ist die gesamte Palette der geodätischen, geologischen und geophysikalischen Verfahren notwendig. Aus meßtechnischen und auch ökonomischen Gründen wird man solche komplexen Untersuchungen noch nicht in großräumigen Gebieten durchführen können. Man wird sich zunächst auf räumlich begrenzte Testgebiete beschränken, die bereits in einigen Ländern eingerichtet sind.

Einige Gesetzmäßigkeiten können allerdings nur geklärt werden, wenn die Untersuchungen sich über Räume bis zu mehreren 1000 km erstrecken, z.B. die Frage der

Länge und Amplitude großräumiger Wellen der Vertikalbewegung. Dazu wird man lange Profillinien einrichten müssen, die in kürzeren Zeitintervallen geodätisch und geophysikalisch zu beobachten sind.

Die komplexe Interpretation rezenter Krustenbewegungen trägt bisher vorwiegend phänomenologischen Charakter. Mit der in Zukunft wachsenden Menge von Daten muß sich die Interpretation der Erforschung der Ursachen, vor allem der in tieferen Schichten der Lithosphäre zu suchenden Ursachen der rezenten Krustenbewegungen, zuwenden. Dazu sind Krustenmodelle zu entwickeln und so zu variieren, daß sie in Übereinstimmung mit den geodätisch ermittelten Bewegungen und den geologischen und geophysikalischen Gegebenheiten die Ursachen plausibel erklären.

Auch die Erdzeitenforschung kann einen Beitrag leisten und Hinweise auf die Blockstruktur und das Verhalten der Erdkruste geben.

Schließlich sei darauf hingewiesen, daß sich die Untersuchung bisher auf kontinentale Teile der Erde beschränkt. Mit wachsender Bedeutung des Meeresbodens als Energie- und Rohstoffquelle wird die Erforschung des Bewegungsverhaltens der maritimen Kruste notwendig werden. Hier ergibt sich eine interessante Aufgabe für die Meeresgeodäsie.

Dilatation ($\Delta_{\text{mittel}} = + 0,3 \cdot 10^{-6}/\text{Jahr}$)
 Mittlere Richtung des Maximalstrains 166°
 $\{(\epsilon_1 - \epsilon_2)_{\text{mittel}} = + 0,4 \cdot 10^{-6}/\text{Jahr}\}$
 Mittlere Hauptscherungsrichtung 115°
 $(\gamma_{\text{mittel}} = 0,25 \cdot 10^{-6}/\text{Jahr})$

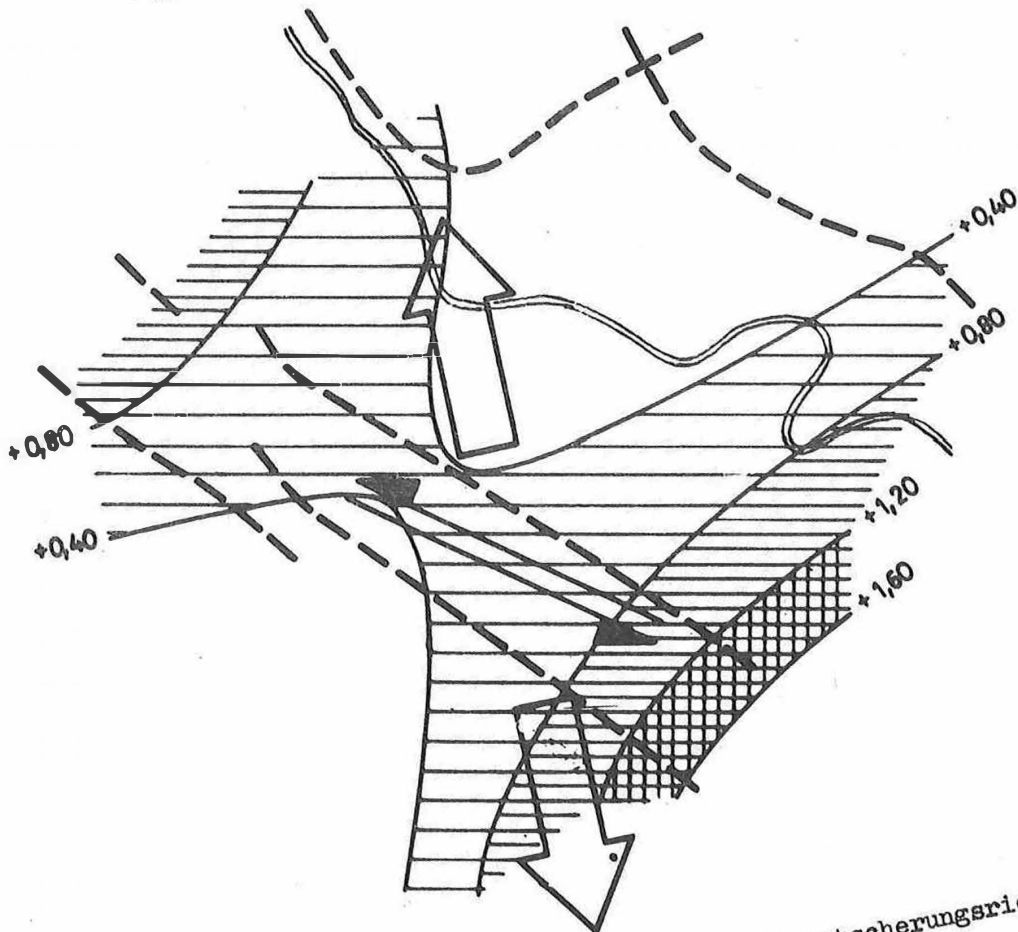


Abb. 3. Dilatation, Maximalstrain und Hauptscherungsrichtung
 in der Elbtalzone

Theoretical Determinations of the Day Surface Movement Velocities and of the State
of Stresses in the Earth's Crust for Certain Mechanisms of Its Deformation

by

A.S. GRIGORYEV ¹⁾

The principal task of the studies on recent crustal movements by mechanics-of-continua methods is to establish a connection between the characteristics of the movements of the Earth's surface, on the one hand, and the forces acting upon the respective section of the Earth's crust and causing these movements, on the other hand. Moreover, notions concerning the mechanism of deformation, the physical and mechanical model of the material and the forces and mechanical characteristics which correspond to the moment taken conventionally for the initial moment have to be formulated.

In principle, the above said equally applies to any attempt to describe mechanically the process of geological structures formation. There are, however, some important features peculiar to studies of the recent movements. In the first place, we can rely on the latest information when choosing the deformation mechanism, material model, mechanical characteristics and the initial data. In the second place, when studying a slow-rate process during a relatively small time interval, we can assume that the displacements are small in comparison with the crust thickness, and the linear and angular strains are small as compared with unity.

Let us confine ourselves, in choosing the model, to crust sections whose dimensions are small as compared with the Earth's radius, and let us assume, as a first approximation, that the material is visco-linear. Then the problem may be stated as a plane one, and for viscosity $\eta = \text{const}$ it is reduced to a biharmonic problem.

In many cases the crust section is considered to be a heavy rectangular block in a state of plane strain [1]. The stress function φ is introduced by the relations

$$(1) \quad \sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} - \rho g (H - Y); \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} - \rho g (H - Y); \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X \partial Y},$$

¹⁾ Akad. Nauk SSSR, Institut Fiziki Zemli, Moskva D - 242, Bolshaya Gruzinskaya 10 B

and a solution satisfying the boundary conditions is sought for the equation

$$(2) \nabla^4 \varphi = 0.$$

Here ρg is the specific weight of the material, σ_x , σ_y and τ_{xy} are the components of the stress tensor, H is the thickness of the block. The velocities \dot{U} and \dot{V} of the displacements in the directions of X - and Y -axes are determined for the given boundary conditions by the equations

$$(3) \frac{\partial \dot{U}}{\partial X} = -\frac{\partial \dot{V}}{\partial Y} = -\frac{1}{4\eta} (\sigma_x - \sigma_y); \quad \frac{\partial \dot{U}}{\partial Y} + \frac{\partial \dot{V}}{\partial X} = -\frac{1}{\eta} \tau_{xy}.$$

Let us consider two specific problems. The first concerns studies of stresses and displacement velocities of the upper layer of the crust when the foundation block is subsiding. Let H be the thickness of the layer, and $2L$ the length of the subsiding foundation section. Assuming that the extension of the block in the direction of X is much greater than $2L$ it becomes possible to look for the solution of this problem as of a plane problem for an infinite rectangular band with the following boundary conditions:

$$(4) Y = H: \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0;$$

$$(5) Y = 0: \dot{U} = 0, \dot{V} = 0 \text{ for } |X| > L, \dot{V} = \dot{V}(X) < 0 \text{ for } |X| \leq L.$$

Here $\dot{V}(X)$ is the given even function. For $\dot{V}(X) > 0$ the solution describes the stresses in the band for the foundation elevation case when a contact between the foundation and the band is preserved in the domain $|X| > L$.

Let us assume that

$$(6) \varphi = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega Y) \cos(\omega X) d\omega,$$

where ω is the integrand variable. By substituting (6) into equation (2) and integrating we find

$$(7) F(\omega Y) = C_1 \cosh(\omega Y) + C_2 \sinh(\omega Y) + C_3 \omega Y \cosh(\omega Y) + C_4 \omega Y \sinh(\omega Y),$$

where C_1 , C_2 , C_3 and C_4 are arbitrary constants. By using boundary conditions and performing the FOURIER transform for the last of them we find C_1 , C_2 , C_3 and C_4 as well as the arbitrary functions X and Y , which appear as a result of the integration of (3).

Let us assume for certain that the subsiding part of the foundation is moving like a rigid block with a constant velocity \dot{V}_0 . Let us introduce dimensionless co-ordinates and values, assuming that

$$(8) \begin{cases} x = \frac{X}{H}, & y = \frac{Y}{H}, & l = \frac{L}{H}; \\ p_x = \frac{\sigma_x}{\rho g H}, & p_y = \frac{\sigma_y}{\rho g H}, & p_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\rho g H}; & \dot{u} = \frac{\dot{U}}{\dot{V}_0}, & \dot{v} = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0}, & \omega H = \alpha. \end{cases}$$

After a number of transformations we obtain

$$(9) \begin{cases} p_x = K \int_0^\infty \Phi_1(\alpha, y) \sin(\alpha l) \cos(\alpha x) d\alpha - (1 - y), \\ p_y = K \int_0^\infty \Phi_2(\alpha, y) \sin(\alpha l) \cos(\alpha x) d\alpha - (1 - y), \\ p_{xy} = K \int_0^\infty \Phi_3(\alpha, y) \sin(\alpha l) \sin(\alpha x) d\alpha, \\ \dot{u} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \Phi_4(\alpha, y) \frac{\sin(\alpha l)}{\alpha} \sin(\alpha x) d\alpha, \\ \dot{v} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \Phi_5(\alpha, y) \frac{\sin(\alpha l)}{\alpha} \cos(\alpha x) d\alpha, \end{cases}$$

where

$$(10) \begin{cases} K = \frac{4 \eta \dot{V}_0}{\pi \rho g H^2}, \\ \Phi_1(\alpha, y) = \frac{1}{\cosh^2 \alpha + \alpha^2} \left\{ \cosh \alpha [\sinh \alpha (1 - y) - \alpha y \cosh \alpha (1 - y)] + \alpha [\alpha (1 - y) \sinh(\alpha y) - \cosh(\alpha y)] \right\}, \\ \Phi_2(\alpha, y) = -\frac{1}{\cosh^2 \alpha + \alpha^2} \left\{ \cosh \alpha [\sinh \alpha (1 - y) + \alpha y \cosh \alpha (1 - y)] - \alpha [\cosh(\alpha y) - \alpha (1 - y) \sinh(\alpha y)] \right\}, \\ \Phi_3(\alpha, y) = \frac{1}{\cosh^2 \alpha + \alpha^2} \left\{ \alpha^2 (1 - y) \cosh(\alpha y) + \alpha y \cosh \alpha \sinh \alpha (1 - y) \right\}, \\ \Phi_4(\alpha, y) = \frac{1}{\cosh^2 \alpha + \alpha^2} \left\{ \alpha^2 (1 - y) \sinh(\alpha y) - \alpha y \cosh \alpha \cosh \alpha (1 - y) \right\}, \\ \Phi_5(\alpha, y) = -\frac{1}{\cosh^2 \alpha + \alpha^2} \left\{ \alpha [\alpha (1 - y) \cosh(\alpha y) + \sinh(\alpha y)] + \cosh \alpha [\alpha y \sinh \alpha (1 - y) + \cosh \alpha (1 - y)] \right\}. \end{cases}$$

To determine the stresses and deformations in the block, calculations with the aid of a computer were made for values $l = 0.5; 1.0; 2.0; 10$. Diagrams of the day surface vertical displacement velocities were obtained (Fig. 1) and stresses p_x , p_y and p_{xy} for $l = 2.0$ were also determined (Fig. 2). From an analysis of the results obtained we can see that the subsiding of the day surface of the block's middle part is practically uniform and is taking place with the same velocity as that of the foundation block. Only over an area which is about $1.5 H$ long and whose middle section lies right above the boundary of the subsiding part the velocity of the movement varies substantially and the velocity gradient reaches a maximum. This pattern is upset only in cases of very small subsiding areas (see diagram for $l = 0.5$ in Fig. 1). A sharp inhomogeneity of the field of stresses and a considerable increase in stress values is observed within the same area of high gradients of \dot{v} . At the angle point ($x = l, y = 0$) all three components of the stress tensor increase indefinitely, both normal stresses changing their signs when crossing the section $x = l$. Stress diagrams for a weightless block are presented in Fig. 2. However, an addition of stresses caused by the own weight, while making the overall stress pattern more homogeneous, is scarcely felt in the vicinity of the angle point mentioned above. It should be pointed out that a comparison of the values of stresses, p_x and p_y , caused by the own weight (see dotted lines in Fig. 2), with stresses in the weightless block is possible only when the values of the parameters entering the expression for K are specified. For the calculations corresponding to the diagrams of Fig. 2 the following values had been chosen: $\eta = 10^{22}$ poise; $\dot{v} = 1$ cm/year; $\rho g = 2.4$ g/cm³; $H = 10$ km.

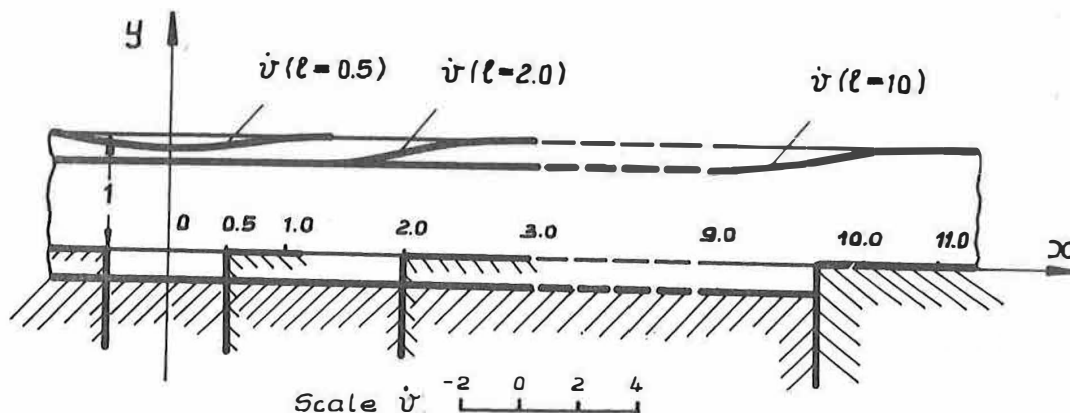


Fig. 1.

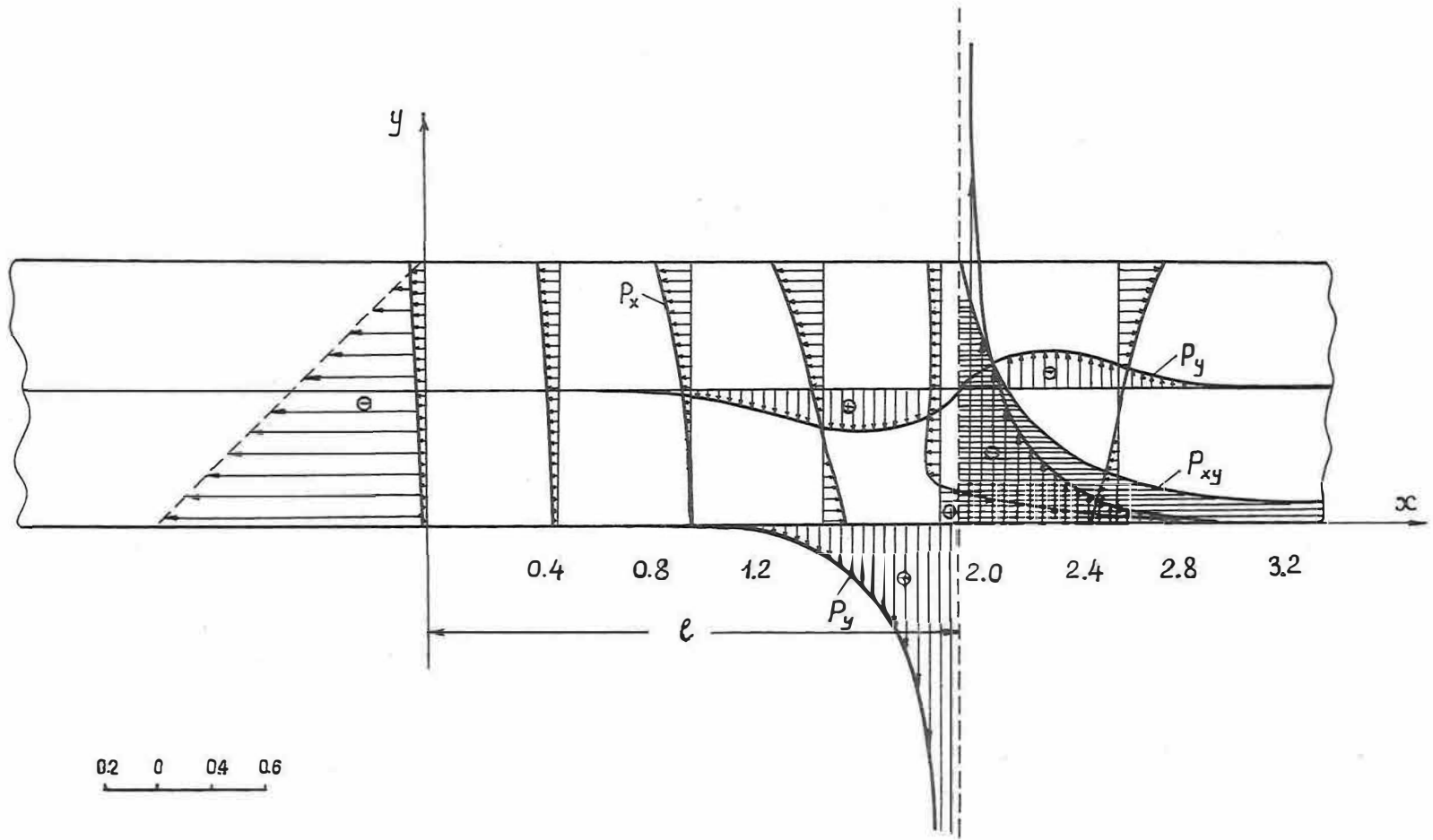


Fig. 2

The second problem is associated with an appraisal of the hypothesis concerning the dominating role of subcrustal matter flows for the development of crustal deformations. Below we shall dwell only on the question of a possibility to explain recent crustal movements on the basis of this hypothesis. Like its authors, we start from the model of an infinite plane visco-linear layer; but we assume that H is the thickness of the whole of the crust. Let us suppose that the subface is under the impact of circular convection flows of matter. Let us delineate a part of the length $2R$ assuming that the flow over one half of it is an up-current and over the other half a down-current. Let V_0 be the flow velocity outside the boundary layer. The solution is drawn up in a dimensionless coordinate system. Let x and y be coordinates of the points of the layer referred to R , and $H/R = h$. If we imply that φ is a dimensionless function and do not take into account the weight of the block, then instead of (1) we have

$$(11) \quad \sigma_x = \frac{k}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{k}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{k}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y},$$

where k is as yet an undefined constant with the dimension of a force. Instead of (3) we shall have

$$(12) \quad \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} = -\frac{\partial \dot{v}}{\partial y} = \frac{R}{4 \eta V_0} (\sigma_x - \sigma_y); \quad \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} = \frac{R}{\eta V_0} \tau_{xy},$$

where \dot{u} and \dot{v} are velocity components referred to V_0 . Because of the symmetry of the vertical boundaries of the area $0 \leq x \leq 2$, the following will be valid relative to the axes of the up-flow and of the down-flow:

$$(13) \quad \dot{u} = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad \text{when} \quad x = 0 \quad \text{and} \quad x = 2.$$

The conditions (4) are existent on the day surface, whereas the conditions on the subface of the layer depend substantially on the ratio of the viscosity of the crust and that of the subcrustal layer. Assuming that the values of these viscosities are of the same order, the velocities of the flow at the boundary are imparted in full to the subface of the crust. If, according to modern conceptions, the viscosities of the crust and of the asthenosphere are believed to differ by several orders, then it would be natural to start from the conditions of a rigid walled "roll currents" flow-around. The normal and the tangential stresses imparted to the subface are defined by the conditions of the boundary layer of the flow. We have studied both cases. Here we shall dwell only on the second case. In both cases the solution of equation (2) may be obtained in the form

$$(14) \quad \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \pi} \left\{ C_1 \cosh\left[\frac{n \pi}{2} y\right] + C_2 \sinh\left[\frac{n \pi}{2} y\right] + \frac{n \pi y}{2} \left[C_3 \cosh\left[\frac{n \pi}{2} y\right] + C_4 \sinh\left[\frac{n \pi}{2} y\right] \right] \right\} \cos\left[\frac{n \pi}{2} x\right],$$

where C_1, C_2, C_3 and C_4 are arbitrary constants. The velocities of vertical displacements are determined from

$$(15) \quad \dot{v} = -\frac{k}{2 V_0 \eta R} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_1 \sinh\left(\frac{n \pi}{2} y\right) + C_2 \cosh\left(\frac{n \pi}{2} y\right) + C_3 \frac{n \pi}{2} y \sinh\left(\frac{n \pi}{2} y\right) + C_4 \frac{n \pi}{2} y \cosh\left(\frac{n \pi}{2} y\right) \right\} \cos\left(\frac{n \pi}{2} x\right).$$

Let us make use of the known solution of the boundary layer problem with a plane "creeping" flow near the critical point. Let us also suppose that within the zone of the down-flow no separation of the latter from the subface can take place; the crust is under the impact of normal forces, which tend to carry it along with the flow and vary according to a law similar to the pressure law, and of friction forces decreasing to zero (see diagrams of Fig. 3). As a result we shall have the following conditions:

$$(16) \quad \begin{cases} y = 0: \sigma_y = -p_0 (1 - x^2); \quad \tau = -\tau_1 x & \text{when } 0 \leq x \leq 1, \\ \sigma_y = p_0 [1 - (x - 2)^2]; \quad \tau_{xy} = -\tau_1 (2 - x) & \text{when } 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$$

where

$$(17) \quad p_0 = \frac{\rho V_0^2}{2}; \quad \tau_1 = \frac{\sqrt{\eta_1 \rho V_0^3}}{R} \quad (\approx 1, 2).$$

Using (4), (16) and (17) we can find C_1, C_2, C_3 and C_4 and according to formula (15) we also find the velocity V_0 of the subface and of the day surface. As p_0 and τ_1 are differently expressed through physico-mechanical parameters, it is appropriate to compare the relative weight of the components corresponding to the subface pressure and subface friction. Let β denote the ratio of the modules of velocities on the subface at the flow axis which would result if there was no friction at all and at the axis which would correspond to the friction alone. Then we find that

$$(18) \quad \beta = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\rho V_0 R}{\eta_1} \right]^{1/2} \frac{S_1}{S_2}.$$

Here S_1 and S_2 depend only on h . By putting $H = 50$ km and varying h from 1 to 0.1, which corresponds to variation of the distance between the axes of the up-flow and the down-flow from 100 to 1000 km, we are convinced that $\beta < 10 (\rho V_0 R / \eta_1)^{1/2}$.

If we assume that $\eta_1 = 10^{20}$ poise, $\rho = 3.2$ g/cm³, and $R = 500$ km, then for $V_0 = 1$ cm/sec, $\beta \sim 10^{-5}$. The order of the ratio of the extreme normal stress absolute value at the subface, p_0 , to the extreme tangential stress modulus, τ , is then 10^{-6} .

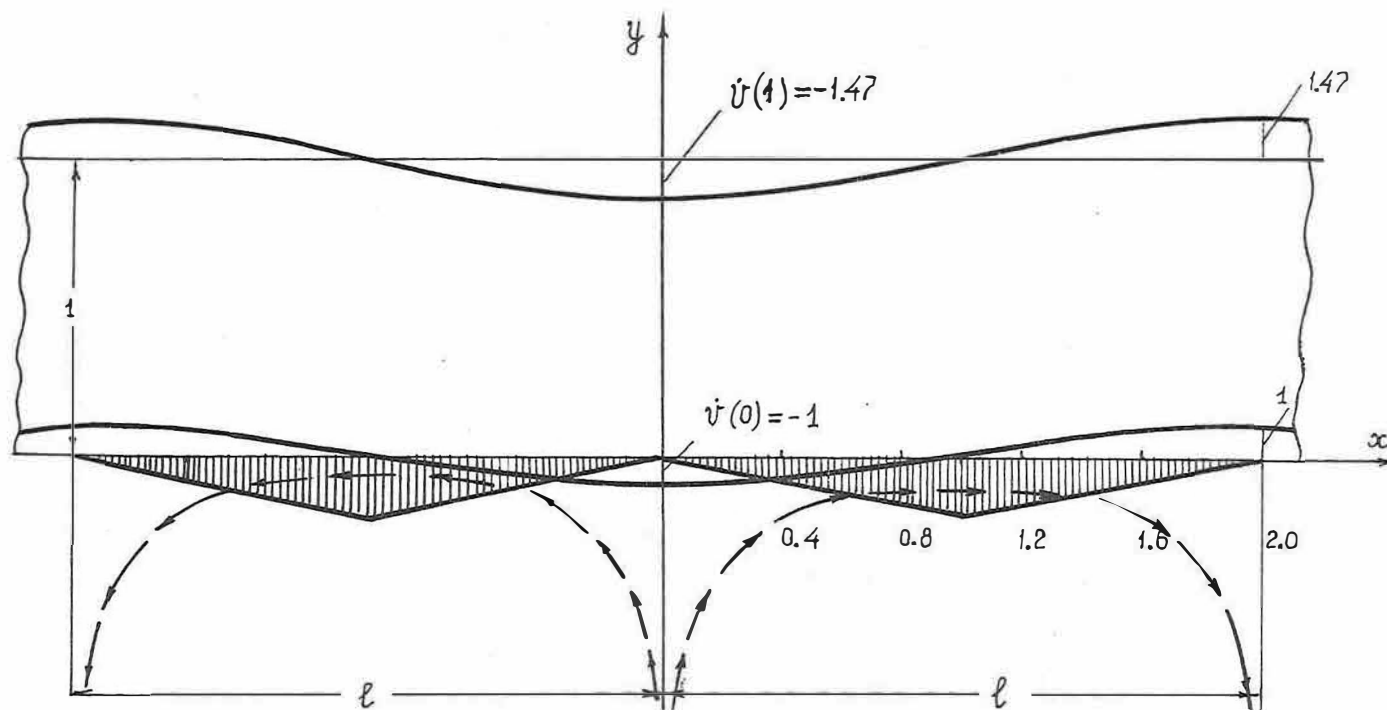


Fig. 3.

On the basis of these evaluations we conclude that only tangential forces at the surface should be considered when defining stresses and deformations in the crust resulting from the impact of hypothetical convection flows of matter, while normal forces may be disregarded. In the up-flow zone the day surface should subside and the crust thickness decrease, whereas in the down-flow zone the crust thickness should increase and the day surface rise. This effect is a result of the curvature of the Earth's surface and of axial strains in the crust caused by tangential stresses at the surface (see Fig. 3). In Fig. 3 corresponding diagrams are presented and a schematic crust deformation for $h = 1$ is shown. Considering a possibility to account for recent vertical movements of the day surface by the subcrustal flow influence let us note that according to (15), where we should assume that $k = \tau_1 R^2$, the maximum in respect to the modulus day surface velocity is

$$(19) \quad v_h = |\dot{v}(x, h)|_{\max} = |\dot{v}(0, h)| = \frac{\sqrt{\eta_1 \rho V_0 R}}{\eta} S_3,$$

$$\text{where} \quad S_3 = \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \frac{h \sinh(n \frac{\pi h}{2})}{\sinh^2(n \frac{\pi h}{2}) - (n \frac{\pi h}{2})^2}.$$

On the basis of (16), (17) and (19) the maximum tangential stress value at the bottom may be represented by

$$(20) \quad \tau_1 = \frac{V_h \eta}{R S_3}.$$

If we wish to estimate the minimum "required" τ_1 value for a specified V_h , we should start from the case of $R = 500$ km ($S_3 = 30.95$). By putting $V_h = 1$ cm/year $\approx 316 \cdot 10^{-7}$ cm/sec, $\eta = 10^{25}$ poise we find that $\tau_1 = 2.04 \cdot 10^8$ dynes/cm² = 208 kg/cm². Corresponding to this value of τ_1 , $V_0 = 16.5$ cm/sec.

It is difficult to suppose that a subcrustal flow of very viscous matter may be able to move with such a velocity. It is natural to infer that, in the light of present conceptions concerning the degree of the crust and the asthenosphere viscosity recent movements, characterized by vertical velocities of the order of several millimeters per year, can hardly be explained by means of the hypothesis of a decisive role of convection flows. True, such an inference can be made only when the crust is considered, as was done by the authors of the hypothesis, to be continuous, the weakening of cross connections which can take place at block boundaries not being taken into account. The block structure of the Earth's crust is now universally recognized, thus the problem of connections between blocks is of a considerable importance in the studies of the state of strains and stresses in the crust.

In conclusion it should also be noted that when considering deformations of the whole or of a considerable part of the crust thickness, the assumption about the constancy of the viscosity appears to be quite rough. The depth variations of pressure and temperature lead, according to the actual conceptions, to a considerable change in viscosity. If we suppose that $\eta = \eta(y)$, then we obtain the following equation instead of (2):

$$(21) \quad \nabla^4 \varphi - \Psi_1(y) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) - \Psi_2(y) \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \varphi) = 0,$$

where $\Psi_1(y)$ and $\Psi_2(y)$ depend only on the law of viscosity variation. Equation (21) allows to obtain particular solutions of the type

$$(22) \quad \varphi = \Pi(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \Phi_n(x),$$

where $\Pi(x, y)$ is a polynomial of third degree, $\Phi_n(x)$ is a harmonic function. The function $f(y)$ is determined as an ordinary linear equation integral with variable coefficients, the type of which is determined by the type of $\eta(y)$. If the law of viscosity variation for a section $0 \leq y \leq H$ is approximated by an exponential function, then $f(y)$ is expressed through elementary functions.

All the above statements point to great possibilities in obtaining, by simple means, solutions of many specific problems concerning strains and states of stress in the Earth's crust, depth variations of the viscosity being taken into account. The application of the so-called visco-elastic analogy, in particular, should prove here very useful, for wide experience has been gained in the theory of elasticity of heterogeneous bodies concerning the solution of problems with different laws of variations of the mechanical characteristics of the material.

The next step in elaborating a more precise model of the material is, in our opinion, a transition to the nonlinear stress-dependence of deformation velocities.

References

GRIGORYEV, A.S.; YONKIN, V.P.

Reshenie zadach tektonofiziki metodami mekhaniki tverdogo deformiruyemogo tela.

Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli, Moskva (1972) 1, p. 3-34

Problems in the Interpretation of Recent Movements by the Methods of Tectonophysics

by

M.V. GZOVSKIY †, A.S. GRIGORYEV¹⁾, O.I. GUSHCHENKO¹⁾, A.V. MIKHAYLOVA¹⁾, A.A. NIKONOV¹⁾,
D.N. OSOKINA¹⁾, V.V. STEPANOV¹⁾, Z.E. SHAKHMURADOVA¹⁾ and N.YU. TSVETKOVA¹⁾

Summary

The aim of tectonophysical interpretation of recent movements of the surface is to locate the areas of high shear stresses τ_{\max} for enabling earthquake risk to be estimated more accurately. A total scheme of complex investigation of a part of the crust, including geological, geodetic and tectonophysical field observations as well as modelling and theoretical calculations, is taken into consideration. The basic types of mechanisms of the crust's deformation are dealt with, and those of movements differing in the character of connection with concentration τ_{\max} at depth and with seismicity - pleistoseismic, hyposeismic, cryptoseismic, teleseismic - are singled out. A division of the territory of the U.S.S.R. into regions of different recent tectonic activity and of various values of stresses τ_{\max} is considered. On the example of the study of one of the regions, the use of tectonophysical methods for analysing recent tectonic activity is shown to be promising.

1. Recent tectonic activity and crustal movements

Recent tectonic crustal movements, measured instrumentally at the Earth's surface, are a reflection of the present stress state in the lithosphere or, speaking more generally, of its recent tectonic activity, which also manifests itself in slow crustal deformations, earthquakes, and mining shocks.

Recent tectonic activity of large geological structural units, such as platforms and orogenic regions, can be characterized at present by three independent groups of data, viz., 1. measurements of recent crustal movements at the Earth's surface, 2. determinations of stress state in rocks at depths down to a few kilometres by means of measurements in mines and studies of mining shocks, and 3. determinations of the energy and frequency of earthquakes in the crust at depths down to a few tens of kilometres.

1) AN SSSR, Institut Fiziki Zemli,
Moskva D - 242, Bol'shaja Gruzinskaja 10 B

From a generalization of the data on recent movements and the new data for the east of Europe and a number of Soviet polygons (GZOVSKIY and NIKONOV 1969, 1973 [18, 19]; BOULANGER et al. 1970, 1971 [3, 4]; NIKONOV 1971 [28]) it appears that present tectonic activity in active orogenic regions is manifested partly in an increased velocity of movements (from a few millimetres to a few centimetres per year), but mostly in sharply contrasting movements (velocity gradient up to 10^{-7} or 10^{-5} y^{-1}). Recent movements in the less active regions (platforms) have a velocity 2 - 3 times and a gradient 10 - 100 times lower. There have not yet been found out any clear-cut types of regions with an intermediate intensity of recent movements.

From the combined geophysical, geological, and geodetic data, M.V. GZOVSKIY had separated the U.S.S.R. area into regions of different tectonic activities (GZOVSKIY 1967, 1971 [14, 16]). Use of the earthquake energy and frequency for the last 50 to 100 years has made it possible to determine several types of regions with different relative magnitudes of the present-day maximum shear stress τ_{\max} in the Earth's crust. The extreme types are platforms and high-activity regions, which differ by three and more orders of magnitude as to their respective energy release and by 2 to 3 orders of magnitude as to the frequency of earthquakes with energies of 10^{12} to 10^{14} joules (Fig. 1). Four types of regions have been chosen to characterize the U.S.S.R. territory with regard to the velocity gradient of vertical movements in Neogene-Quaternary (the last 30 million years). $|\text{grad } V|_m$ for them differs by a factor of 3 for neighbouring types of regions. The combined data on the velocity gradient of recent movements, present seismic activity, the measurements of stress in mines, determinations of strength in rocks, and tectonophysical studies on the stress distribution in models of seismic foci (GZOVSKIY 1970, 1971 [15, 16]; GZOVSKIY et al. 1973 [21]) have allowed the absolute magnitude of τ_{\max} to be determined for these four types (Fig. 2). τ_{\max} is $100 \div 50 \text{ kg/cm}^2$ for the less active regions (platforms), $400 \div 200 \text{ kg/cm}^2$ and $700 \div 350 \text{ kg/cm}^2$ for regions of the intermediate type (regions of weak and moderate activity and orogeny), and $1000 \div 500 \text{ kg/cm}^2$ for the most active regions (highly mobile regions of renewed orogeny in the place of geosynclines and platforms (GZOVSKIY 1967, 1970, 1971 [14 - 16])). The values just cited are higher by 1 - 2 orders of magnitude than the τ_{\max} for the crust that has been current before now.

The direct determinations of stress in rock masses have been carried out in platforms only, down to depths of 1 - 2 km. The stress found is from 20 - 50 to 180 - 300 kg/cm^2 (HAST 1958 [23]; TURCHANINOV and MARKOV 1966 [32]; and others). The statistics of mining shocks may serve as an index of the stress state of the rock masses involved down to 1 km. A connection has been found to exist between, on the one hand, the mining shock dangers and their depth and, on the other, the regions of different tectonic activity in the U.S.S.R. territory that had been recognized by M.V. GZOVSKIY. It has been found out that the relative number of mines in percent subjected to mining shocks for high-activity regions exceeds that for platforms by 0.5 \div 1.5 orders of magnitude, while the minimum depth of mining shocks generation is minor by a factor of 5 \div 10 to that for platforms (300 - 1000 m).

All these qualitative indicators of recent tectonic activity are evidence for sharp differences in recent activity of the stable platforms on the one hand and regions of renewed orogeny in the place of geosynclines and platforms on the other (GZOVSKIY and KONOV 1973 [19]).

2. Tectonophysical interpretation of recent movements

The aim of this activity lies in making use of surface movements in order to determine strain, rate of strain, and stress in the deeper crust, in evaluating the energy release of recent tectonic movements, in making maps of seismic risk more precise, and in prognosticating the origin time and location of major earthquakes.

From the theoretical point of view, the general problem of determining stress and strain in a layer from known movements of its surface cannot be solved until the complete system of boundary conditions and the mechanical properties of the layer material have been given. In practice, however, geologists and geophysicists have to make inferences from the observations of surface movements to the stress at depth. The complex of tectonophysical investigations should make those inferences more reliable.

The solution of the problem is looked for in the results of model studies and in theoretical considerations²⁾. In addition to the data on surface movements in a given region, the broad features of the structure of that region (faults, folding, stratification) should be determined from the combined geological, geophysical, and tectonophysical data; and lastly, the deformation pattern of that region should be determined. This implies knowing the principal features of the deformation mechanism of the region in question and the rheological properties of the rocks.

The next step should be either a model study or investigations of the corresponding theoretical problem in accordance with the deformation pattern accepted. The result will be the determination of a relation between the surface movements in the region and the stress and the rate of strain fields at depth. This makes it possible to determine the deep-seated spots of increased shear stress, τ_{\max} , those of prevailing normal stress, σ_1 , and so on. Examples of such theoretical solutions have been given by GRIGORYEV (1971) [5], GRIGORYEV and SHAKHMURADOVA (1972) [7].

It should be noted that both problems, viz., determining the deformation mechanism and the mechanical properties of rocks for any particular region, are likely to meet with serious difficulties. The solution of either of these problems should be the subject of a complex independent research, which is beyond the limits of the present paper. We shall only touch on some aspects of these studies.

3. Determination of the mechanical properties of a natural rock mass

This problem is one of the least advanced in tectonophysics. There is no physical theory as yet that could describe quantitatively the deformation processes in rocks. The development of a deformation in a given rock is governed by a number of physical

²⁾For a review of theoretical solutions of tectonophysical problems by the methods of the mechanics of continua, see GRIGORYEV and IONKIN (1972) [6].

processes, obeying various laws and reacting differently to changes in the deformation conditions and the composition of the rock. It follows that there is no general rheological equation that would fit all rocks and all conditions.

Qualitative regularities of deformation development in rocks may be described by means of several equations (MAGNITSKIY 1965 [24]). In a general treatment of the deformations of geological structures, the most suitable equations to be used are those due to BURGERS-SHVEDOV-BINGHAM or BURGERS with variable coefficients (ZUBKOV 1969 [35]), which take into account the decrease of viscosity caused by an increase of shear stress, and also the existence of the conditional flow threshold.

In accordance with the character of the geological problem in hand, with the duration of the deformation, magnitude of stresses, and composition of the rocks, an equation for a simpler model may be used, for example, that for an elastic solid, viscous fluid, viscoelastic (MAXWELL's) solid, viscoplastic (BINGHAM's) solid etc. When the type of the rheological equation has been chosen, the parameters of the equation should be determined.

For rocks and crustal layers the best known are the elastic parameters, followed by those characterizing strength, while viscosity and flow limits are very imperfectly known. In particular, nothing was known about the viscosity in the crustal layers and its variation with depth. It has not always been taken into account that the viscosity of a given layer may vary greatly according to the magnitude of the stress in the layer; it varies from maximum (diffusional) at stresses below the flow threshold to minimum (plastic) viscosity at stresses near the breaking point.

The estimates available at present of diffusional viscosity, obtained from theoretical considerations and from observations of post-glacial isostatic surface movements, refer to the upper mantle only (ZHARKOV 1960 [34]; MAGNITSKIY 1965 [24]; ARTYUSHKOV 1966 [1]). Some investigators have given an estimate of $10^{22} \div 10^{23}$ P for the viscosity of the crust. This is higher than that for the asthenosphere (10^{20} P according to MAGNITSKIY 1965 [24], ARTYUSHKOV 1966 [1]) only by two or three orders of magnitude.

Very important, therefore, becomes the problem of determining the viscosity in natural rock masses from geophysical data. Studies in that direction, initiated by M.V. GZOVSKIY, D.N. OSOKINA, and N.YU. TSVETKOVA, have shown a correlation to exist between elastic wave absorption and plastic viscosity for solids. The data of deep seismic sounding about the variation of the absorption in the crust with depth have allowed the inference to be made about the plastic viscosity increasing with depth (GZOVSKIY 1970 [15]; OSOKINA 1971 [30]; GZOVSKIY et al. [22]). A preliminary estimate is from $10^{19 \pm 1}$ P in the sediments to $10^{22 \pm 1}$ P in the basaltic layer (GZOVSKIY et al. [22])³⁾.

It is hoped that further work will result in a more precise viscosity—absorp-

3) As the diffusional viscosity of the "basaltic" layer calculated theoretically (ZHARKOV 1960 [34]; MAGNITSKIY 1965 [24]) is not minor to $10^{30} - 10^{35}$ P, we are forced to draw two conclusions: firstly, that the crustal matter possesses an abrupt flow threshold and may be considered as a BINGHAM's solid, which behaves elastically under small shear stress, and secondly, that the crust—asthenosphere transition lowers viscosity by much more than two or three orders of magnitude.

tion relation, and the application of multivariate correlation analysis will make it possible to determine viscosity from the data on absorption, velocity of seismic waves, and other geophysical parameters.

Determining the deformation type of a given region is an independent and rather difficult task of tectonophysical investigation. It calls for a knowledge of the geological history of the region in question and the reconstruction of the tectonic stress field that has formed the structure under study.

4. Reconstruction of a tectonic stress field

Reconstruction of a tectonic stress field or, more accurately, of the directions of its principal normal components, is based on the field tectonophysical method of the crack-and-tension-fracture tectonics as developed by M.V. GZOVSKIY (1963, 1964) [12, 13]. The method is well known by now, and it has been widely used, after the author himself (GZOVSKIY 1959, 1963 [10, 12]), by a number of Soviet research workers. (For the reference see GZOVSKIY 1970, 1971 [15, 16].) It consists in a statistical treatment of the orientation of tectonic shear and tension fractures on a stereographic grid. Measurements on the grids are then used to determine the most probable planes of conjugate shear and tension fractures, and the axes of the principal normal stress components, σ_1 , σ_2 , σ_3 . In the reconstruction, the well-known facts of mechanics and the physics of breaking processes are used, according to which the axis of the middle principal normal stress component, σ_2 , coincides with the line of intersection of the conjugate shearing planes, the axis of maximum compression, σ_3 , bisects the acute angle between the planes, and the axis of minimum compression (or maximum tension), σ_1 , bisects the obtuse angle between them. After the axes of σ_1 , σ_2 , σ_3 have been determined for each observation point, the trajectories of the principal stress components can be constructed on maps or cross-sections. Fig. 3 shows an example of such a reconstruction carried out by M.V. GZOVSKIY by means of the above method for a laterally bent fold (GZOVSKIY 1964 [13]).

The method permits the reconstruction of natural stress fields of any age from field observations (in exposures or mines) of shear and tension fractures. It may be used for the treatment of small tension fractures previously mapped. The determination of the age of fractures and identification of conjugate pairs meets with certain difficulties. O.I. GUSHCHENKO (1970) [8] has further improved the method described by introducing a kinematic principle. Beside the orientation of the fracture planes, that of slip traces is measured on the surface of shear fractures, and these are then mapped as vectors on a stereographic grid (Fig. 4a). The condition of being conjugate is shown stereographically in Fig. 4b for two shear fractures, which can then be used to reconstruct the axes of the principal normal stress components. Use of slip traces enables us, firstly, to make more reliable the identification of conjugate pairs of fractures and, secondly, to determine the "active" tensions and compressions.

Conjugate pairs are identified from separate measurements. For this purpose, arc of great circles are drawn connecting the poles of two fractures with vectors that

lie on that arc, being tangential to it, and looking in opposite directions. Each conjugate pair then determines the axes of the principal stress components σ_1 and σ_3 (Fig. 4 c,d). One of the axes is usually determined with considerably smaller scatter than the other, and is taken to be the axis of the "active" normal stress (i.e. the principal normal stress component having the largest absolute value). In the stereograms of "active" compression the axis σ_3 is determined with small scatter, while the axis σ_1 has ever larger scatter as the value of σ_1 approaches that of σ_2 (Fig. 4c). The same may be said about the concentration of the axis σ_1 and the scatter of the axis σ_3 on the stereograms of "active" tension (Fig. 4d).

The method has been used to determine the orientation of recent stress in a number of regions in the West Tyan-Shan (GUSHCHENKO 1970 [8]) and the North Pamirs (GUSHCHENKO and STEPANOV 1972 [9]).

5. Principal deformation mechanisms in the crust

A generalization of the results of tectonophysical studies in a number of U.S.S.R. regions has shown that there have been many mechanisms acting in the U.S.S.R. territory in the last 600 million years (since Precambrian) (GZOVSKIY 1960 [11]; GZOVSKIY et al. [22]). Fig. 5 shows the regions of the ancient tectonic stress fields studied (i.e., deformation mechanisms) in the U.S.S.R. territory (GZOVSKIY et al. [22]). The most wide-spread are those of a transverse bending in the crust under the action of vertical forces, and of longitudinal compression of the crust by horizontal forces, as also those of horizontal shear under a horizontal transverse compression or tension. The evidence supplied by seismology, from the data of the last 50 years, favours these same mechanisms acting at present too (VVEDENSKAYA 1969 [33]). As a result of the many-year study by M.V. GZOVSKIY and his colleagues in the Laboratory of Tectonophysics, the principal features of some types of deformation mechanisms have been investigated. The stress has been studied in models made of transparent elastic or viscous equivalent materials by means of the polarization-optical method for stress study, which had been modified according to the needs of tectonophysics (GZOVSKIY 1959, 1963 [10, 12]; GZOVSKIY et al. 1960 [17]; OSOKINA 1963 [29]). The distribution of displacements, deformations, and fractures have been studied in models of viscous-plastic non-transparent materials (GZOVSKIY 1963 [12]; MIKHAYLOVA 1971 [25, 26]). Modelling has been combined with field work and theoretical considerations to study the above mechanisms (GZOVSKIY 1963 [12]; GUSHCHENKO 1970 [8]; GRIGORYEV 1971 [5]; GRIGORYEV and SHAKHMURADOVA 1972 [7]; GUSHCHENKO and STEPANOV 1972 [9]; GZOVSKIY et al. [22]).

The tectonophysical investigations have shown that for each mechanism there is a corresponding characteristic distribution of zones of abnormally large gradient of movement velocity at the layer surface and those of abnormally large rate of strain with depth (Fig. 6). For various mechanisms there have been found out regularities in the distribution of these zones in a layer as well as in the orientation of the trajectories of the principal stress components and the places and types of fractures. The appearance of fractures causes a re-distribution of zones of increased stress components τ_{\max} and alters direction of σ_1 , σ_2 , σ_3 and τ_{\max} . As a result, a qual-

itatively new stage of structure development sets in (GZOVSKIY 1963, 1970 [12, 15]; GZOVSKIY et al. 1971, 1973 [20, 21]; SHAMINA et al. 1973 [31]). The characteristic alteration that a fracture works in an originally homogeneous stress field⁴⁾ when the model had been under a one-axial longitudinal compression is shown in Fig. 7⁵⁾. The principal qualitative characteristics of stress state, distribution of deformations and fractures, and their connection with the surface movements for the deformation mechanisms studied are shown in Fig. 8.

Let us take up the example of the mechanism of longitudinal compression (Fig. 8). In the first stage (that of longitudinal flattening) the compression σ_3 acts along the layering and across the strike, and the axis σ_2 is perpendicular to the layering. The material is pressed into the hinge of the fold, and overthrusts are being formed. The maximum surface displacements occur near the fold's hinge, and generally near the hanging wall of an overthrust. The zones of maximum rate of strain, $\dot{\gamma}$, and maximum stress, τ_{\max} , are situated near the fracture plain and are dipping at an angle of 40 - 45 degrees from the spot where the angle that the plane makes with the outer surface is largest. There is a small zone of increased $\dot{\gamma}$ and τ_{\max} near the hinge of the fold. Other deformation mechanisms may be characterized in the same way (MAGNITSKIY 1965 [24]).

Beside the qualitative analysis just outlined, model studies give a quantitative estimate of the mean plastic deformation in folds and folding zones determined from their geometric parameters, or from the dip of the surface of the structure under study, and enables one to estimate the rate of strain at depth from the gradient of the vertical surface movement velocity, $|\text{grad } V|_m$. There are examples of diagrams given in MIKHAYLOVA and OSOKINA (1972) [27], showing a connection to exist between the mean shear for a fold as a whole γ and the morphological parameter L_g/L in one case, and the inclination of the fold surface in another.

-
- 4) The regularities in the influence exerted by fractures of various forms and orientations on the distribution of τ_{\max} near them in an originally homogeneous compression stress field have been studied in GZOVSKIY et al. (1971, 1973) [20, 21], SHAMINA et al. (1973) [31].
- 5) Alternation of zones of increased and lowered τ_{\max} within the region approaching an ellipse with axes $2.5 l$ and $2 l$, where l is the fracture length, should be noted as being characteristic of a typical re-distribution of τ_{\max} near a plane fracture, also a marked increase of τ_{\max} about the ends and a decrease along the middle of the fracture. The influence of the fracture on the direction of the axes σ_1 and σ_3 consists in a gradual rotation of the trajectories of σ_1 and σ_3 as we get nearer to the fracture, so that close to it the rotation amounts to 40 - 45 degrees. The trajectory pattern becomes symmetrical, with an axis of symmetry of second order, which coincides with the middle of the fracture.

6. Example of a complex tectonophysical study of a particular region

We may take the case of the study of deformation mechanisms and stress fields in a part of the Peter I Ridge (GUSHCHENKO and STEPANOV 1972 [9]). It has been shown that the mechanism of longitudinal compression is prevailing for the crust in the south-west part of the ridge, where present-day deformations develop under the action of an approximately horizontal and mostly north-west oriented σ_3 , and slightly sloping to the north-east σ_1 . The horizontal displacements of the Say-Runou benchmarks have been observed to correspond to the shortening of the distance between the Gissar and the Peter I ridges in the direction of the axis of σ_3 . An analysis of the influence exerted by regional tectonic fractures on the τ_{\max} distribution has been carried out by means of modelling. The τ_{\max} distribution in a model fits passably into the map of seismic activity for the region under study. Thus there is an agreement between seismicity and the data on recent movements in the region on the one hand and tectonophysical data on its stress state on the other.

7. The various types of connection between surface movements and seismicity

There is a correspondence, in large geostructural regions, between the velocity gradient of recent movements and the seismicity level. However, we do not find such a one-to-one correspondence in single structures. M.V. GZOVSKIY had suggested (GZOVSKIY and NIKONOV 1973 [19]) using four types of surface movements, which differ with regard to their connection with stress state at depth and seismicity:

1. Pleistoseismic movements, where, corresponding to regions of the maximum gradient $|\text{grad } V|_m$ of recent movement velocity, there are regions of increased stress τ_{\max} and intensive seismicity at depth (Fig. 9a). Examples are the Ashkhabad part of the main Kopet-Dag thrust fault, epicentral areas of some Japanese earthquakes, the whole San Andreas fault in North America.
2. Hyposeismic movements, where there are no abnormal τ_{\max} and no large earthquakes corresponding to the maximum $|\text{grad } V|_m$ (Fig. 9b). This is characteristic of the Surhob (Gissar-Kokshaal) fault in Tadzhikistan in the region of the seismic station Garm, in the main Krivoy-Rog thrust fault, probably in volcanic regions too.
3. Cryptoseismic movements, where there are parts of increased τ_{\max} and intensive seismicity, but no movements with a gradient larger than usual (Fig. 9c). For recent movements we may suppose such a relation to obtain in Kizyl-Kum, in the region of the Krasnovodsk and some other major earthquakes. This is especially frequent with deep-focus earthquakes.
4. Teleseismic movements, where increased τ_{\max} and large deep-focus earthquakes in one place correspond to abnormally large $|\text{grad } V|_m$ at a great distance from them, even in a different tectonic zone (Fig. 9d). To find out such a relation requires a detailed study of the geological structure of the region and its recent movements. It can be supposed that teleseismic in character were the movements in the Alma-Ata polygone in relation to the Przhevalsk earthquake of 1970.

Modelling and theoretical considerations show that quite a number of physical mechanisms can produce any of the four types of relation between surface movements and stress concentration at depth. Pleistoseismic movements had been long ago found out by the authors to take place at the limb ends of sufficiently broad laterally bent anticlinal uplifts, provided they had not been cut by large faults (Fig. 9a). After large faults have come into existence, the displacements along the faults increase the velocity gradient at the ends of the anticline, and there is no concentration of τ_{\max} . The movements become therefore hyposeismic (Fig. 9b). As pleistoseismic movements we can also classify those at the ends of a laterally bent syncline, where, according to the tectonic solution (GRIGORYEV and SHAKHMURADOVA 1972 [7]), the concentration of τ_{\max} at depth corresponds to a zone of increased velocity gradient at the surface. Models under horizontal pressure that contain systems of variously inclined faults constitute first examples of the conditions which lead in one case to the cryptoseismic, and in another to the teleseismic movements (Fig. 9c,d). - In further work with the concepts of pleisto-, hypo-, crypto-, and teleseismic movements it is important to determine the time exactly to which they refer.

Identification of diagnostic indices of movements, which would enable us to determine the type of movements in the region under study, is one of the most important tasks of the study of recent movements.

It may be hoped that application of tectonophysical methods of interpretation to the combined geodetical and geological-geophysical data will help to identify spots of increased τ_{\max} , and to improve the estimation of earthquake risk for any particular region.

References

- [1] ARTYUSHKOV, F.V. On the character of variations of viscosity with depth in the upper mantle (in Russian). *Izv. Akad. Nauk SSSR, Fizika Zemli* (1966) 8, p. 8 - 21.
- [2] BATUGINA, I.M.; BATUGIN, S.A. The relative regional estimate of stress state in rocks from the statistical data on mining shocks (in Russian). In: *Sovremennye problemy mekhaniki gornykh porod*, p. 163 - 168. Leningrad: "Nauka" 1972.
- [3] BOULANGER, YU.D.; PEVNEV, A.K.; ENMAN, V.B. On variations of recent crustal movements on Gar and Nimichi polygons. *Tectonophysics* 9 (1970) 2 - 3, p. 103 - 112.
- [4] BOULANGER, YU. D.; et al. Summary map of the recent vertical crustal movements for Eastern Europe. *XVth Assembly of the IUGG, Moscow 1971*, 18 p.
- [5] GRIGORYEV, A.S. Stress state and strain in a rectangular visco massif undergoing a lateral displacement (in Russian). In: *Tektonofizika i mekhanicheskie svoystva gornykh porod*, p. 61 - 72. Moskva: "Nauka" 1971.

- [6] GRIGORYEV, A.S.; IONKIN, V.P. The solutions of tectonophysical problems by the methods of mechanics of deformable solids (in Russian).
Izv. Akad. Nauk SSSR, Fizika Zemli (1972) 1, p. 3 - 34
- [7] GRIGORYEV, A.S.;
SHAKHMURADOVA, Z.E. The velocity of surface movements derived theoretically, on the assumption of a number of crustal deformation mechanisms (in Russian). In: Sovremennye dvizheniya zemnoy kory. Tezisy dokladov VI. Vses. soveshchaniya po sovremennym dvizheniyam zemnoy kory, p. 36.
Tallin 1972
- [8] GUSHCHENKO, O.I. Newest structure and tectonic movements in the central part of the r. Chatkal basin (in Russian).
Dokl. Akad. Nauk SSSR 193 (1970) 4, p. 880 - 883
- [9] GUSHCHENKO, O.I.;
STEPANOV, V.V. The mechanism of structure formation, stress field, and recent movements of the western part of the Peter I ridge (in Russian). In: Sovremennye dvizheniya zemnoy kory. Tezisy dokladov IV. Vses. soveshchaniya po sovremennym dvizheniyam zemnoy kory, p. 39 - 40.
Tallin 1972
- [10] GZOVSKIY, M.V. The modelling method in tectonophysics. National Research Council of Canada, Technical Translation 806 (1959) by E.R. HOPE, Ottawa.
From: Sovetskaya Geologiya (1958) 4, p. 53 - 72
- [11] GZOVSKIY, M.V. Tectonophysics and the problems of structural geology (in Russian). In: Struktura zemnoy kory i deformatsii gornykh porod. Dokl. sov. geologov, na XXI sessii Mezhdunar. Geol. Kongressa, Problema 18, p. 17 - 31.
Moskva: Izd-vo Akad. Nauk SSSR 1960
- [12] GZOVSKIY, M.V. The main problems of tectonophysics and the tectonics of the Baidjansai anticlinorium, Parts III and IV (in Russian).
Moskva: Izd-vo Akad. Nauk SSSR 1963, 544 p.
- [13] GZOVSKIY, M.V. The prospects of tectonophysics (in Russian). In: Napryazheniya v gornykh porodakh i tektonika, p. 128 - 146.
Moskva: "Nauka" 1964
- [14] GZOVSKIY, M.V. A state of stress in the Earth's crust and the energy of tectonic processes associated with the upper mantle.
Geophys. J. roy. astron. Soc., London 14 (1967), p. 331 - 339
- [15] GZOVSKIY, M.V. New trends gaining ground in tectonophysics (in Russian).
Izv. Akad. Nauk SSSR, Fizika Zemli (1970) 5, p. 51 - 84

- [16] GZOVSKIY, M.V. The possibilities available at present of evaluating tectonic stresses in the crust (in Russian). In: Tektonofizika i mekhanicheskie svoystva gornykh porod, p. 5 - 38.
Moskva: "Nauka" 1971
- [17] GZOVSKIY, M.V.;
KUZNETSOVA, I.M.;
OSOKINA, D.N. Die Charakterisierung tektonischer Spannungsfelder in Verbindung mit Problemen des Gebirgsdruckes.
Freiberger Forsch.-H. C 81 (1960), p. 209 - 230
- [18] GZOVSKIY, M.V.; NIKONOV, A.A. Comparison of quantitative characteristics of recent and new tectonic movements in regions with different tectonic activities and seismicity (in Russian). In: Problems of recent crustal movements. Third International Symposium, Leningrad 1968, p. 405 - 412.
Moskva: Izd-vo Akad. Nauk SSSR 1969
- [19] GZOVSKIY, M.V.; NIKONOV, A.A. The tectonophysical interpretation of recent crustal movements (in Russian).
Geotektonika (1973) 3
- [20] GZOVSKIY, M.V.; et al. The influence exerted by ancient faults in the Earth's crust on its stress state: a model study (in Russian). In: Trudy VII. Vses. Konferencii po polarizatsionno-opticheskomu metodu issledovaniya napryazheniy IV, p. 48 - 56.
Tallin: Akad. Nauk ESSR 1971
- [21] GZOVSKIY, M.V.; et al. Stresses, fractures, earthquake foci (modelling results) (in Russian). In: Voprosy seysmicheskogo rezhima.
Kishinev: Izd-vo Akad. Nauk MSSR 1972
- [22] GZOVSKIY, M.V.; et al. The problems of tectonophysical characteristics of stresses, deformations, fractures, and mechanisms of deformations of Earth's crust.
Tectonophysics (in press).
- [23] HAST, N. The measurement of rock pressure in mines.
Sveriges geol. Undersökn. Årsbok, Ser. C, Avhandl. Uppsat. 52 (1958) 3, 183 p.
- [24] MAGNITSKIY, V.A. Structure and physics of the Earth (in Russian).
Moskva: Nedra 1965, 380 p.
- [25] MIKHAYLOVA, A.V. A technique for estimating displacements, deformations, and stresses in plastic non-transparent models (in Russian). In: Tektonofizika i mekhanicheskie svoystva gornykh porod, p. 38 - 48.
Moskva: "Nauka" 1971
- [26] MIKHAYLOVA, A.V. Fractures, deformations, and displacements in models imitating thrust faults (in Russian). In: Tektonofizika i mekhanicheskie svoystva gornykh porod, p. 48 - 61.
Moskva: "Nauka" 1971

- [27] MIKHAYLOVA, A.V.;
OSOKINA, D.N. The relations between the gradient of vertical crustal movements and the magnitude of plastic deformation at depth (a model study) (in Russian). In: *Sovremennye dvizheniya zemnoy kory. Tezisy dokladov IV. Vses. soveshchaniya po sovremennym dvizheniyam zemnoy kory*, p. 82.
Tallin 1972
- [28] NIKONOV, A.A. On recent vertical movements of the Earth's crust in seismically active areas of Middle Asia.
Tectonophysics 12 (1971), 119 - 127
- [29] OSOKINA, D.N. Plastic and elastic low-modulus optically active materials for studying stresses in the Earth's crust by means of modelling (in Russian).
Moskva: Izd-vo Akad. Nauk SSSR 1963, 196 p.
- [30] OSOKINA, D.N. On the correlation between elastic wave absorption and shear viscosity in solids and fluids (in Russian). In: *Tektonofizika i mekhanicheskie svoystva gornyx porod*, p. 72 - 90.
Moskva: "Nauka" 1971
- [31] SHAMINA, O.G.; et al. Model and experimental studies in breaking and related processes (in Russian). In: *Predvestniki zemletryaseniy*. p. 28 - 60.
Moskva: VINITI 1973
- [32] TURCHANINOV, I.A.;
MARKOV, G.A. The influence of newest tectonics on stress state in rocks in the Khibiny apatite mines (in Russian).
Izv. Akad. Nauk SSSR, Fizika Zemli (1966) 8, p. 83 - 86
- [33] VVEDENSKAYA, A.V. Investigations of stresses and fractures in earthquake foci with the help of dislocation theory (in Russian).
Moskva: "Nauka" 1969, 136 p.
- [34] ZHARKOV, V.N. Viscosity inside the Earth (in Russian).
Trudy Inst. Fiziki Zemli Akad. Nauk SSSR 11 (1960), p. 36 - 60
- [35] ZUBKOV, S.I. A generalized rheological model for rocks (in Russian).
Dokl. Akad. Nauk SSSR 185 (1969) 4, p. 813 - 815

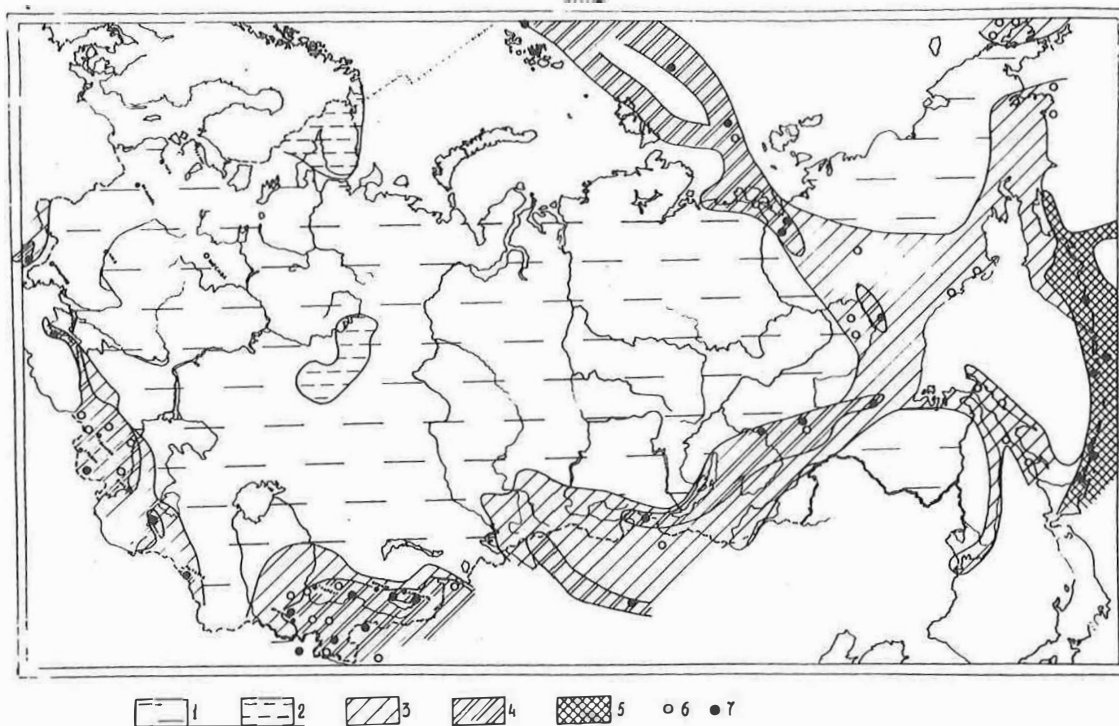


Fig.1. Diagram of the present-day stress state of the Earth's crust in the U.S.S.R. territory from the data on the energy and mean frequency of earthquakes for the last 100 years (compiled by M.V.GZOVSKIY 1971 [16]). Regions with various magnitudes of shear stress:

- 1 - smallest (rare earthquakes with energies up to 10^{12} joules),
- 2 - small (earthquakes with energies up to 10^{12} and 10^{13} joules),
- 3 - intermediate (earthquakes with energies up to 10^{14} joules, the average period of recurrence being 1000 years over an area of 1000 km^2),
- 4 - large (earthquakes with energies up to 10^{15} ÷ 10^{18} joules, the average period of recurrence for the earthquakes with energy of 10^{14} joules being 300 years over an area of 1000 km^2),
- 5 - largest (earthquakes with energies up to 10^{18} joules, the average period of recurrence being 300 - 1000 years, and that for the earthquakes with energy of 10^{14} joules being 10 - 100 years over an area of 1000 km^2),
- 6 - some epicentres of earthquakes with energy of 10^{14} joules,
- 7 - some epicentres of earthquakes with energies between 10^{15} and 10^{18} joules

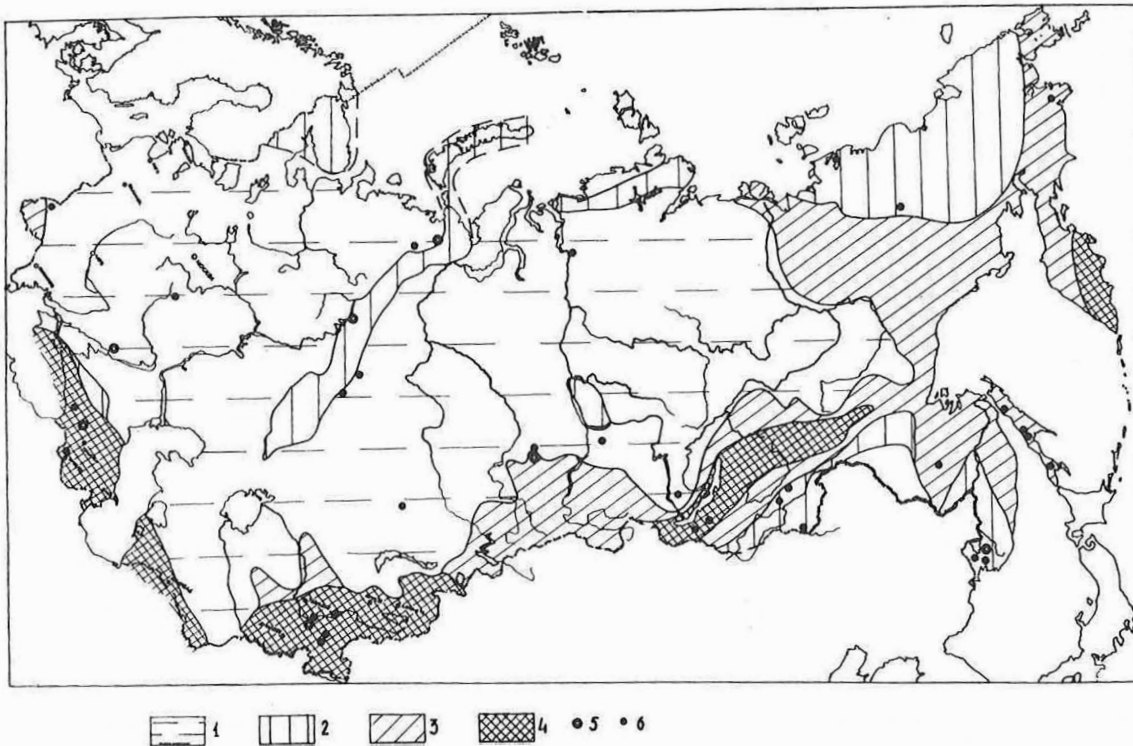


Fig.2. Diagram of the value of maximum shear stress in the Earth's crust (maximum gradient of movement velocity) in the U.S.S.R. territory for the last 30 million years (compiled by M.V. GZOVSKIY 1971 [16]). - The largest value recorded of the mean rate of strain in the upper crust for 10^7 years:

- 1 - small (up to $3 \cdot 10^{-10}$ y^{-1}),
- 2 - intermediate (up to 10^{-9} y^{-1}),
- 3 - large (up to 10^{-9} y^{-1}),
- 4 - largest (up to 10^{-8} y^{-1}).

Approximately calculated largest value of shear stress averaged over the whole crust for separate tens of years:

- 1 - small (up to 100 ± 50 kg/cm^2),
- 2 - intermediate (up to 400 ± 200 kg/cm^2),
- 3 - large (up to 700 ± 350 kg/cm^2),
- 4 - largest (up to 1000 ± 500 kg/cm^2).

Data on mining shocks

- 5 - mineral deposits with mining shocks,
- 6 - those without shocks

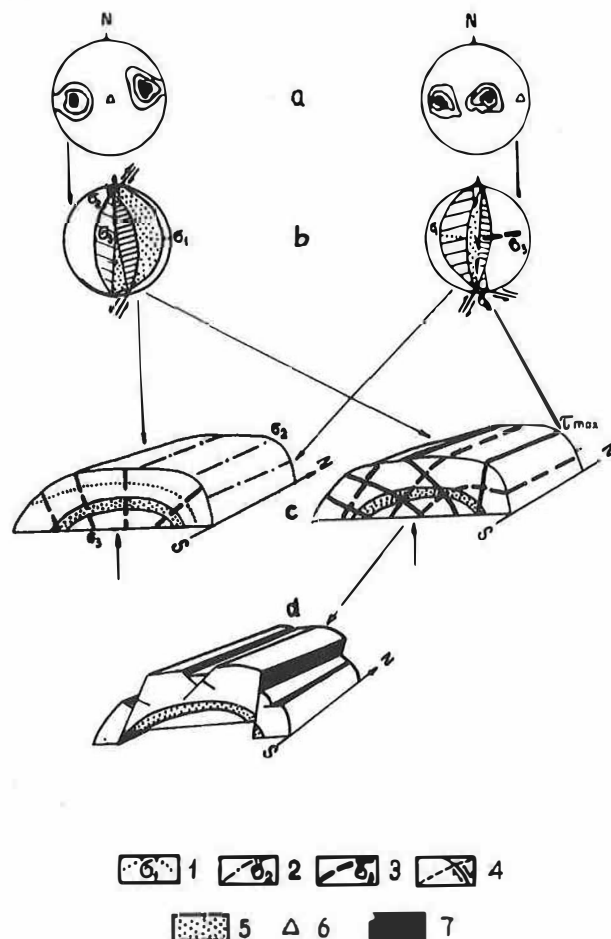


Fig.3. Scheme of reconstruction of tectonic paleostress fields.

- a - Basic stereographic diagrams of crack pattern,
- b - directions of the principal stress components σ_1 , σ_2 , σ_3 , τ_{\max} determined from crack patterns,
- c - trajectories of the principal normal stress components (shear type) in a fold structure determined from the crack pattern stereograms,
- d - displacements in fractures corresponding to the stress fields reconstructed.
- 1 - Trajectories of the algebraically largest principal normal stress components (σ_1),
- 2 - trajectories of the algebraically intermediate principal normal stress components (σ_2),
- 3 - trajectories of the algebraically least principal normal stress components (σ_3),
- 4 - trajectories of the maximum tangential stress components,
- 5 - stratification,
- 6 - representation of the stratification on a stereographic grid,
- 7 - fractures of the shear type

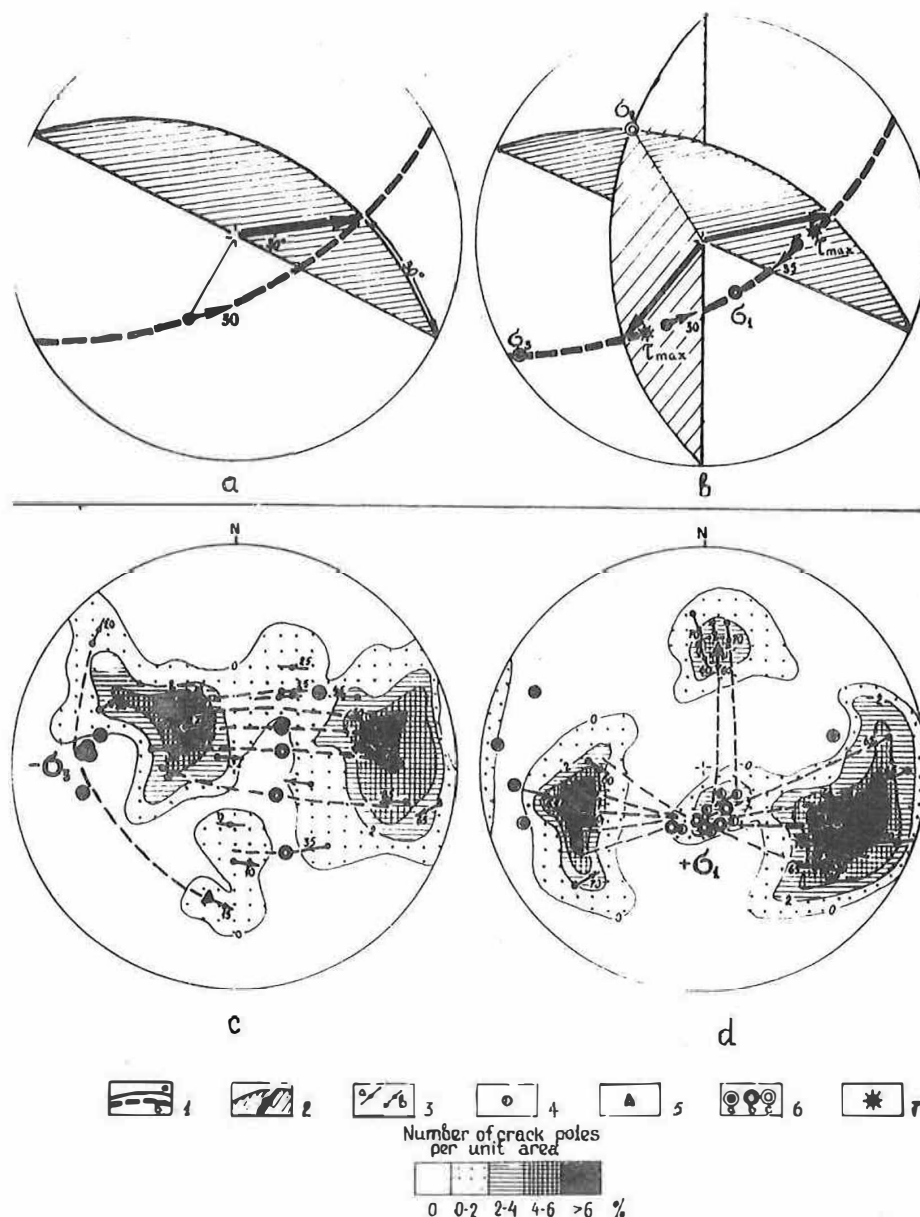


Fig.4. The essential idea of the reconstruction of the axes of principal normal stress components from an analysis of the orientation of slip traces in the surfaces of fractures produced by shear stress (in a stereographic projection).

a - The way to represent the orientation of slip traces at the pole of the plane (that is the point where the upper sphere is intersected by the normal to that sphere) of a shear fracture,

b - a stereographic representation of the conditions for shear fractures to be conjugate when the orientation of the displacements is known,

c,d - stereograms of the basic types of fracture structures in the west Tyan-Shan, thrust type (c) and tension type (d).

1 - line of intersection with the upper hemisphere of the following planes (a - plane of shear crack, b - the supposed plane of action or σ_2),

2 - orientation of displacements in the plane of a shear fracture,

3 - the same at the pole of a shear fracture (a - the direction having been determined uniquely, b - non-uniquely),

4 - poles of fractures formed under a tensile stress,

5 - pole of layer surfaces,

6-7 - projections of the stress axes on the upper hemisphere, where 6 represents the principal normal stress components a) σ_1 , b) σ_2 , c) σ_3 , and 7 denotes the maximum shearing stress τ_{max}

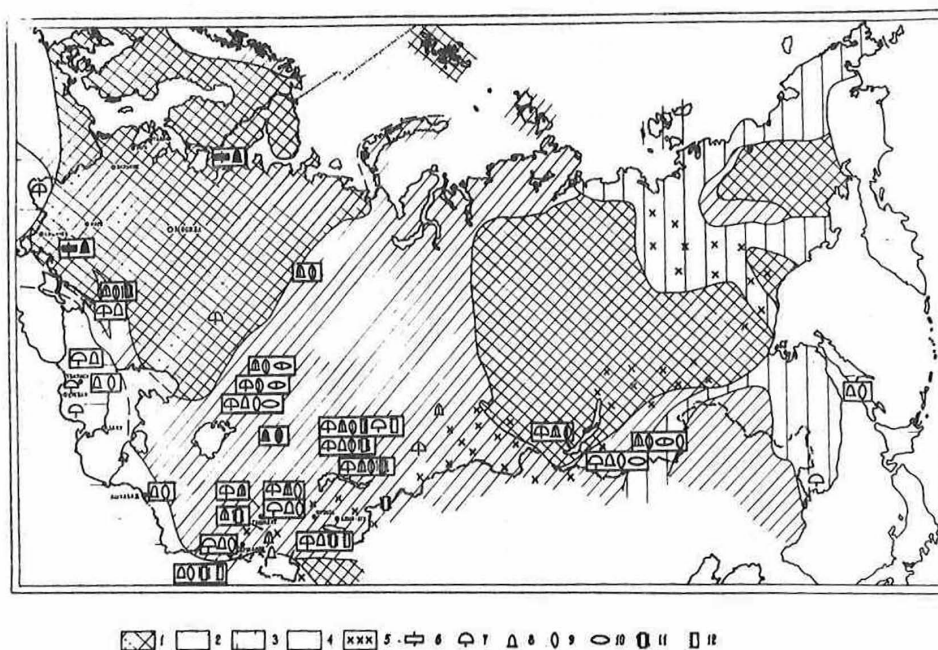


Fig.5. Scheme of the regions of ancient tectonic stress fields studied in the territory of U.S.S.R. (compiled by M.V. GZOVSKIY and A.V. MIKHAYLOVA 1971).

General tectonic zoning: Tectonically inactive continental regions which had ended geosynclinal development in

- 1 - Precambrian and Cambrian (including late baykalides),
- 2 - Paleozoic (caledonides and herzynides),
- 3 - Mesozoic.

Tectonically active continental regions:

- 4 - Alpine geosynclinal regions,
- 5 - regions of renewed tectonic activity in Cenozoic.

Stress fields found:

- 6 - boundinage of lateral compression,
- 7 - of lateral bending,
- 8 - of longitudinal compression,
- 9 - of horizontal compression with longitudinal elongation,
- 10 - of horizontal tension with longitudinal contraction,
- 11 - horizontal longitudinal shearing,
- 12 - vertical longitudinal shearing.

The time when the stresses were active: black signs - Precambrium; shaded signs - Paleozoic; blank signs - Mesozoic and Cenozoic.

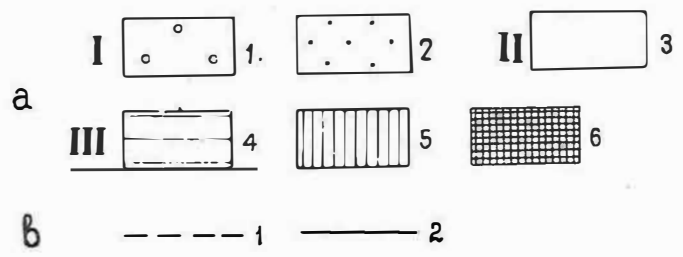
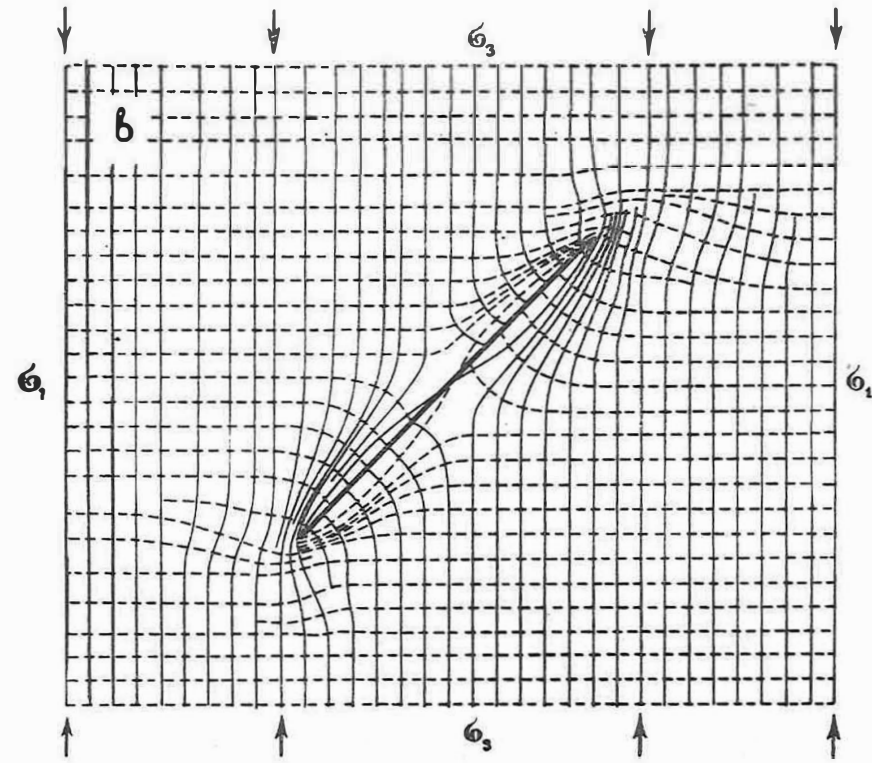
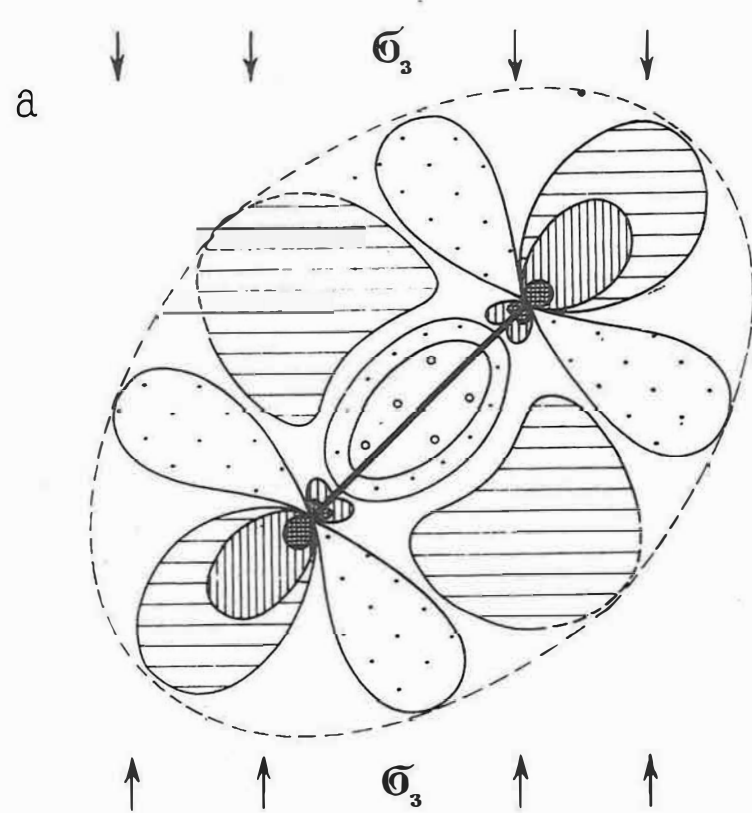


Fig.6. Influence of a plane tectonic fracture oriented in the direction of τ_{max} , on an originally homogeneous stress field in a plane model under a one-axial pressure (after D.N.OSOKINA, N.YU.TSVETKOVA, V.V.KUDRYASHOVA).- a -Scheme of re-distribution of stress τ_{max} in the vicinity of a fracture (SHAMINA et al. 1973 [31]); I - decrease of τ_{max} , namely, 1 - large (from 25 to 50 per cent), 2 - moderate (from 15 to 25 per cent); II, 3 - no change in τ_{max} ; III - increase of τ_{max} , namely, 4 - small (from 0 to 4 per cent), 5 - intermediate (from 4 to 20 per cent), 6 - large (from 20 to 80 per cent). - b - Scheme of orientation of the trajectories of the principal stress components σ_1 and σ_3 in the vicinity of a fracture. 1 - trajectories of σ_1 , 2 - trajectories of σ_2

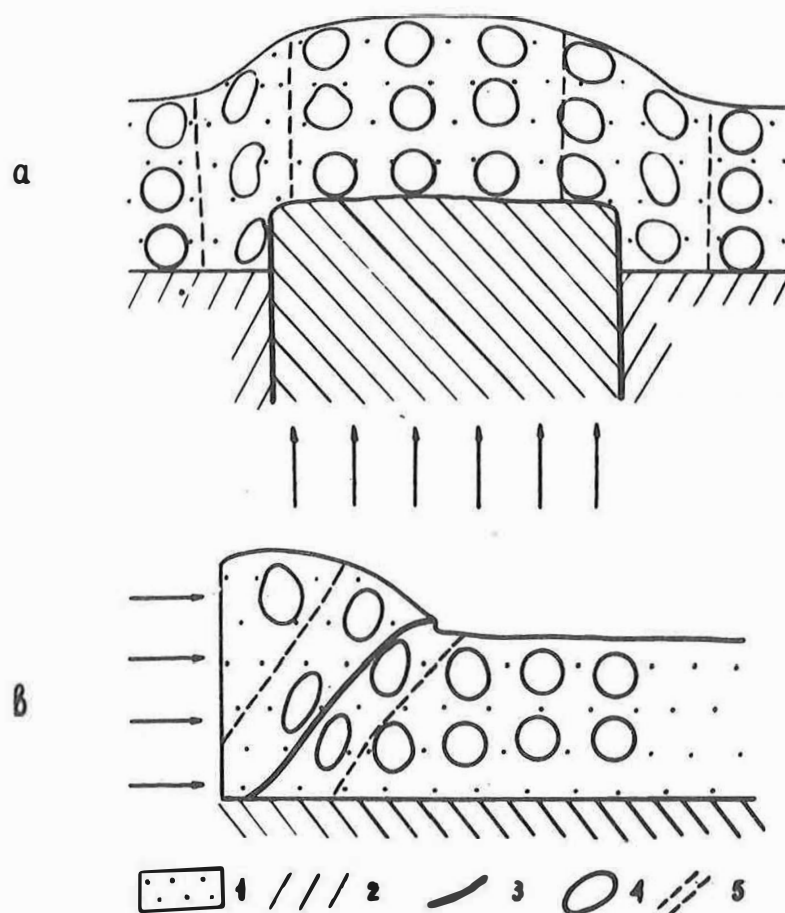


Fig.7. Relationship between zones of maximum strain at depth and zones of the maximum gradient of surface velocity movement, obtained by means of modelling (after M.V. GZOVSKIY and A.V. MLKHAYLOVA 1971).

a - Lateral bend,

b - longitudinal compression.

1 - The rock mass undergoing deformation,

2 - basement blocks,

3 - fractures,

4 - ellipses of deformation,

5 - boundaries of the zones of maximum deformation and velocity gradients at the surface

Group of mechanisms	Kind of mechanism	Characteristics of stress fields		
		Deformations and fractures observed	Trajectories of principal normal stresses	Location of the greatest shear stresses
Lateral compression	F, M, T			
bending	direct at the inclined at the initial stage (with soft punch) F, M, T			
Lateral	direct at the inverse (with rigid punch) F, M			
Longitudinal compression	longitudinal extension (with extension along the crest line) F, M, T			
Longitudinal bending	F, M, T			
Horizontal extension	horizontal compression with longitudinal extension, F			
Longitudinal shear	horizontal longitudinal contraction, F			
Longitudinal shear	vertical longitudinal shear, F, M, T			

Fig.8. Main tectonic stress fields in the U.S.S.R. territory (compiled by M.V. GZOVSKIY and A.V. MIKHAYLOVA 1971).

- 1 - Plastic, highly viscous rocks,
- 2 - plastic, low-viscous rocks,
- 3 - rocks with minimum viscosity,
- 4 - thrust faults
 - a - in the formative stage,
 - b - ancient ones,
- 5 - faults
 - a - in the formative stage,
 - b - ancient ones
- 6 - shear fractures in the formative stage,
- 7 - tension fractures and interstrata cavities,
- 8 - strike of a tectonic zone,
- 9 - active external forces,
- 10 - trajectories of the principal normal stress components,
- 11 - locations of the maximum tangential stress components.

In the construction of the diagrams the results have been used of:

- F - field studies,
- M - modelling,
- T - theoretical solutions



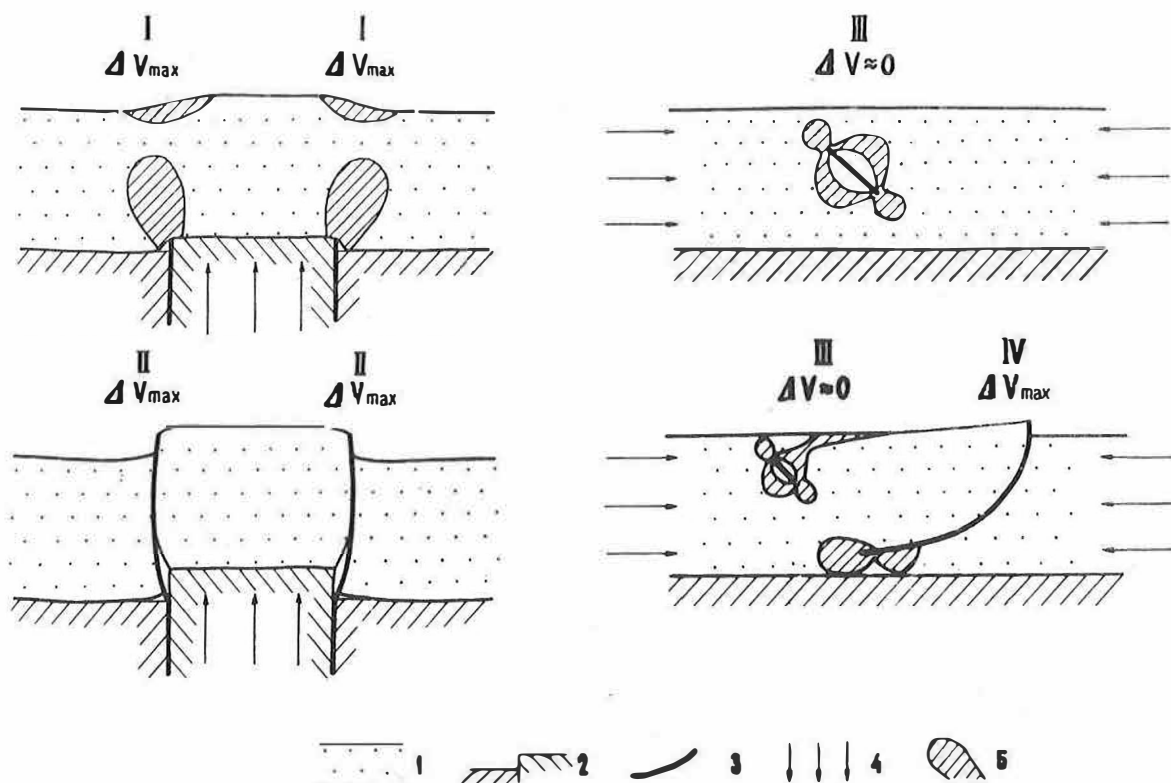


Fig.9. Sample mechanisms realizing various types of the relationship between increments in the surface movement velocity ΔV and increase of tangential stress at depth, from the results of model studies and field data.

- I - Pleistoseismic,
- II - hyposeismic,
- III - cryptoseismic,
- IV - teleseismic movements;

- 1 - the rock mass being deformed,
- 2 - basement blocks,
- 3 - fractures,
- 4 - active external forces,
- 5 - locations of increased tangential stress

Bruchflächenbildung, Wellen, Geschwindigkeiten

von

PETER BANKWITZ¹⁾ und ELFRIEDE BANKWITZ¹⁾Summary

Detailed studies permit to make statements, from the complete shape and surfaces of fractures of any dimension, on

- the type and properties of the fracture in question,
- the mode of stress increase prior to the beginning of the fracture,
- the relative amount of potential stress energy prior to the beginning of the fracture, and on
- the direction and velocity of fracture propagation.

In all cases the difference between single-surface and multiple-surface fracture (fan to cascade fracture) plays an important part. Furthermore, from the shape and surfaces of a fracture the order of the potential energy transformed during the formation of geological ruptures can be estimated, considering, of course, the petrophysical parameters. The emission of waves is part of the process of fracture itself; our observations result in that the fracture partly propagates by wave-motion. For most of the geological ruptures the propagation velocity is in the order of 10^2 to 10^3 m/s.

Im folgenden Beitrag werden einige physikalische Aspekte der Bruchbildung und ihre Beziehung zu geologischen Bewegungen behandelt.

Die geodätisch beobachteten rezenten Krustenbewegungen verlaufen zu einem Teil, seismotektonische ganz wesentlich rupturrell. Die Bedeutung der **B r u c h d e - f o r m a t i o n** für die Lithosphäre ist schon daraus ersichtlich, daß Klüfte das häufigste tektonische Element sind. Allgemein sind neu entstehende Trennflächen Orte hoher Energieaktivierung und -umwandlung. Im Gegensatz zu Falten sind ihnen diese Eigenschaften nicht ohne weiteres anzusehen. Bei detaillierten Untersuchungen erweisen sich jedoch die Bruchflächenformen als vielgestaltiger und aussagekräftiger hinsichtlich des kinematischen und dynamischen Verlaufs des Deformationsprozesses und der Spannungsableitung als die im ganzen einfacheren und gleichförmigeren Faltentypen. Das gilt für Bruchoberflächen ebenso wie für Bruchflächenensembles.

1) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde, Institutsteil Berlin
DDR - 108 Berlin, Otto-Nuschke-Straße 22/23

Die Bruchflächenstrukturen sind sehr diffizil ausgebildet und stellen ein getreues Abbild der Kinematik eines Rißausbreitungsprozesses dar, die verschiedenartigen Formen des Gesamtbruches dagegen eine Wiedergabe der dynamischen Verhältnisse vor und während der Bruchentstehung. Brüche aller Art sind somit ein verständertes Abbild ruptueller Bewegungen in geologischen Körpern.

Aus Oberflächenmerkmalen und der Form der Brüche ist es möglich, auf die relative Größe und Geschwindigkeit der Spannungsanhäufung im Gestein vor dem Bruch zu schließen (Qualität des Ereignisses, das den Bruch auslöste), auf die Art der Energieableitung während des Bruchprozesses (elastische, plastische Deformation, Fließen) sowie auf die Geschwindigkeit der Energieableitung einschließlich der Geschwindigkeit der Bruchflächenausbreitung (Qualität des Ereignisses, bei dem der Bruch materialisiert wurde: Beben, Verschiebung an Störungen, Kluftentstehung, Rißbildung). Wesentliche Kriterien dafür sind die Tendenz des Bruches zur Bildung von Flächen höherer Ordnung und die dreidimensionale Anordnung des Vielflächenbruches (BANKWITZ & BANKWITZ 1973 [1]). Alle diese Faktoren gestatten Aussagen über solche Eigenschaften des Bruchvorganges, die entweder den Untersuchungen der Bruchphysik und der Seismotektonik nicht zugänglich sind oder diese ergänzen können. Das um so mehr, als sich einige grundlegende Übereinstimmungen für fast alle Arten von Bruchflächen ergeben haben, die in Abhängigkeit von den Bruchbedingungen variiert auftreten. So zeigen Dehnungsbrüche (die Mehrzahl der Klüfte) und Verschiebungsbrüche (Störungen, vermutlich auch Herdflächen) unterschiedliche Ausbildung. Jedoch geht der Prozeß der Bruchbildung auf die in beiden Fällen analogen Merkmale des Kohäsionsverlustes durch tektonische Spannungen im Gestein zurück. Die Variation der Bruchform ist abhängig von derjenigen der Faktoren: Größe und Dauer des Druckes, Temperatur, Rigkeit, Festigkeit, Dichte, Korngröße, Zusammensetzung und Anisotropie des Materials und anderes mehr.

Entgegen der Ansicht, daß der Scher- oder Verschiebungsbruch das verbreitetste Bruchelement ist, ergaben eigene und Untersuchungen anderer Autoren in den letzten 10 Jahren, daß der Trennbruch ebenso häufig auftritt, ja offensichtlich den Hauptanteil der sogenannten aseismischen (bzw. mikroseismischen) Bruchdeformationen trägt. Nach unseren Beobachtungen können Gleit- und Trennbruch gleichzeitig an einer genetisch zusammenhängenden Bruchdeformation beteiligt sein. Da beim Trennbruch wichtige Eigenschaften des Bruchprozesses am einfachsten, aber auch am detailliertesten ausgebildet sind, sollen sie an seinem Beispiel kurz erläutert werden. Auf analoge Vorgänge bei der Entstehung einer Störung kann hier nicht eingegangen werden.

Jeder Bruch breitet sich von einer punktförmigen Quelle des Kohäsionsverlustes, dem Initialpunkt oder Initialfeld, radialstrahlig bis kugelförmig aus. Erhabene Initialpunkte auf beiden Bruchflanken belegen in vielen Fällen eine kurze plastische Phase zu Bruchbeginn. Häufig verläuft jedoch die Bruchausbreitung infolge Richtung und Intensität des Energieangriffs in einer bevorzugten Richtung. Dann scheint der Bruch sich nur einseitig ausgebreitet zu haben, ein Phänomen, das besonders an den Bruchstücken des untersuchten Luna-16-Materials zu beobachten war (BANKWITZ & BANKWITZ 1973 [2]). Genauere Beobachtungen erbringen jedoch fast immer den Nachweis einer - wenn auch unterdrückten, partiellen - Rund-um-Ausbreitung (Abb. 1).

Das muß auch für Flächenbildungen an Bebenherden gelten, für Störungen ist es aus der Zusammensetzung ihrer Teilformen abzuleiten. Selbst Brüche, die unter hoher Energieumwandlung vor sich gehen, zeigen noch halbkreisförmiges bis ovales Wandern der Rißfront. Langsamer sich ausbreitende, weniger intensive Brüche weisen dafür mitunter nahezu kreisrunde Ausbreitungsspuren auf, was nicht identisch sein muß mit runder Endbegrenzung eines Bruches. Die äußere Begrenzung ist teilweise durch bruchunabhängige Faktoren vorgegeben.

Ist die potentielle Energie gerade so groß, wie zur Auslösung eines Bruches nötig ist, d.h. ist sie wenig größer als die spezifische kritische Bruchenergie G_0 (IRWIN 1958 [3]), dann kommt es zu Mikro- oder Kleinrissen, die sich vereinzelt zu kleineren Makrorissen ausweiten, jedoch nicht zu einer größeren Fläche zusammenschließen. Überschreitet die potentielle Energie die spezifische Bruchenergie G , d.h. die Bruchenergie, die zur Erweiterung des Risses um 1 cm^2 Rißfläche = 2 cm^2 Bruchufer nötig ist, so vereinigen sich die Einzelrisse zu einer Gesamtfläche, auf der viele Initialpunkte mit radialstrahligen Bewegungsspuren den Entstehungsvorgang dieser Fläche nachweisen (Abb. 2).

Die Ausbreitungsrichtungen werden durch mm-feine, divergierende Rillen und Wülste auf der Fläche angezeigt (Besen), die senkrecht zur Rißfront entstehen und durch ihren Verlauf die Rekonstruktion von Isochronen gestatten (Abb. 3). Diese wiederum dokumentieren durch unregelmäßigen Verlauf die unterschiedliche Geschwindigkeit der fortschreitenden Rißfront im Gestein an verschiedenen Punkten zur gleichen Zeit.

Ringe und bänderartige Knicke quer zu den Besenspuren sind Isochronen gleichzusetzen. Sie verbinden als Linien Punkte, die die Rißfront zur gleichen Zeit mit einheitlicher oder unterschiedlicher Intensität und Schnelligkeit durchlaufen hat. Damit sind Besen und Ringe Merkmale der Kinematik des Bruchverlaufs.

Die Tendenz des Bruches zur dreidimensionalen Ausbreitung bzw. Energieableitung hat Flächen höherer Ordnung zur Folge. Das ist dokumentiert durch mehr oder weniger schwach oder stärker gekrümmte sphäroidische oder wellenförmige Flächen mit einer Tendenz zur gegenläufigen bzw. nicht-tautozonalen Krümmung, zum anderen durch dreidimensionales Auffächern dieser Flächen, vermutlich bei Erreichen der Ausbreitungshöchstgeschwindigkeit (Abb. 4).

Im ersteren Fall (sphäroidische oder wellenförmige Krümmung) handelt es sich um einen durch langsame Spannungsanhäufung entstandenen Einflächenbruch. Er kann zum Rand, d.h. zu seinem natürlichen Ende hin, Randbrüche bzw. Fiederklüfte erzeugen, erreicht also erst nach großer Ausbreitungsrate seine Bruchhöchstgeschwindigkeit. Dieser Bruch ist meist reich an Ringstrukturen, die Schwankungen der Spannungsenergie, der Ausbreitungsgeschwindigkeit sowie der Ausbreitungsrichtung im Raum anzeigen. In manchen Fällen modulieren elastische Wellen die Bruchoberfläche zusätzlich und liefern dadurch weitere Geschwindigkeitskriterien.

Steigert sich die Spannungsenergie schnell, ist also die potentielle Energie vor dem Bruchbeginn sehr viel größer als die spezifische kritische Bruchenergie,

so entstehen Vielflächenbrüche (Abb. 5: Fächerbrüche, Kaskadenbrüche). Diese gabeln sich unmittelbar nach Beginn des Bruchvorganges, d.h., sie erreichen relativ rasch die Bruchhöchstgeschwindigkeit. Die Einzelflächen eines solchen Bruches entwickeln sich genetisch gleichzeitig aus einem Initialpunkt bis -zentrum oder einer kleinen Einzelfläche und breiten sich in verschiedenen Niveaus weiter aus. Fächer mit mehr als 50 Einzelflächen wurden beobachtet. Sie divergieren vom Initialpunkt aus, und jede einzelne von ihnen kann sphäroidisch oder unregelmäßig gekrümmt sein. In manchen Fächerbrüchen wiederholen sich derartige Aufgabelungen, so daß Kaskadenbrüche mit mehreren zeitlich nacheinander wirksam werdenden Initialpunkten die Folge sind: ein Ausdruck bedeutender und schneller Energieumwandlung. Diese Brüche zeigen selten Ringe. Die Größe derartiger Kaskaden- und Fächerbrüche liegt häufig zwischen 20 und 50 m Länge und darüber, sie zerteilen also flächige Gesteinsanschnitte von 500 bis 2500 m² und mehr. Die dritte Dimension - oft nicht gleichzeitig abgeschlossen - entspricht nach Erfahrung meist ungefähr der Hälfte der anderen Dimensionen, da diese Art der Bruchbildung ein gerichteter Vorgang ist. Diese Brüche können eine Ausdehnung erlangen, die ein Erkennen des Bruchtyps und eine Rekonstruktion der Gesamtform in Steinbruchdimension ohne Spezialstudien nicht mehr ermöglicht.

Für einen solchen Bruchvorgang nähert sich die Größenordnung der umgewandelten potentiellen Energie der eines schwachen Bebens. Diese Abschätzung ist unter Berücksichtigung der nötigen Bruchenergie für Bruchoberflächenbildungen solchen Ausmaßes während einer einzigen Bruchdeformation und in Analogie zu den Ergebnissen der Bruchphysik und der Felsmechanik möglich. Sie stützt sich auf den Vergleich analoger Materialeigenschaften und anderer Parameter, die bei den Messungen und in den Berechnungen dieser beiden Disziplinen berücksichtigt worden sind.

Zur letzten Gruppe von Brüchen gehören Formen, die durch quasi-punktförmig sich schnell steigernde Spannungsenergie-Anreicherung entstanden sind, z.B. shatter cones, die alle genannten Bruchstrukturen als Folge eines Schockimpulses tragen können.

Von den Ein- zu den Vielflächenformen sind die Übergänge gleitend (Abb. 4). Divergiert ein Fächerbruch nur schwach und setzen sich die Flächen nur partiell untereinander fort, so nähert er sich dem Typ des Einflächensbruches, und das um so mehr, je später die Fächerung einsetzt. Umgekehrt verhält es sich mit einem sphäroidischen Bruch, der von einem Fächer (sog. Radialbrüche) überlagert wird. Hier deutet sich die Neigung zum Vielflächenbruch an.

Die Emission elastischer Wellen gehört zur Bruchflächenbildung wie der Kohäsionsverlust selbst. Das gilt für Erdbeben wie für die Kluftentstehung (einschließlich der Mikrorisse). Damit gehören Wellen letztlich zum Inventar kurzzeitiger tektonischer Vorgänge. Da die Wellengeschwindigkeiten größer als die der Bruchausbreitung sind, können an Grenzflächen beliebiger Art reflektierte Wellen Einfluß auf Ausbreitungsrichtung und Form der entstehenden Bruchfläche nehmen. Reflektierte Transversalwellen bewirken zum Beispiel das Entstehen der WALLNERSchen Linien. Reflektierte Longitudinalwellen verursachen durch das Auftreten von Zugkomponenten

sekundäre Trennbrüche, die gleichzeitig mit dem Primärbruch entstehen und den dreidimensionalen Charakter des Bruchvorganges noch betonen.

Die Einwirkung der vom Bruchvorgang selbst hervorgerufenen elastischen Wellen auf den Verlauf der Bruchausbreitung ist einer der Gründe, weshalb Zugbrüche gemeinsam mit Verschiebungsbrüchen entstehen - während eines zusammengehörenden Bruchprozesses. Elastische Wellen können andererseits auch bruchauslösend wirken bzw. Brüche reaktivieren.

Ein ganz anderes Phänomen als Wellen, die einer Bruchentstehung vorausgehen und dabei entstehen, stellt nach unseren Beobachtungen die wellenartige Bruchflächenausbreitung dar. Damit ist das wellenartige Wandern des Energieimpulses an einer Rißspitze gemeint (Abb. 6). Das bedeutet: Während sich die Bruchfläche vergrößert, wandert die Rißfront vom Initialpunkt in das Material hinein. Das geschieht nicht in einer Ebene, wie es in der Literatur oft angenommen wurde und bei flüchtiger Betrachtung für manche Brüche und Klüfte zuzutreffen scheint. Grundsätzlich hat jeder Bruch die Neigung, sich dreidimensional auszubreiten. Das Ergebnis sind mehr oder weniger gekrümmte Flächen. Diese Tendenz kann aus mehreren Gründen nur angedeutet und optisch nicht ohne weiteres wahrnehmbar sein. Tatsächlich ist sie ein Grundzug jeder Bruchbildung, zumindest des (Quasi-)Sprödbruchs in der Lithosphäre.

Dieser wellenartige Charakter der Bruchflächenausbreitung ist materialisiert in einer Vielzahl von Flächenformen, die sämtlich auf ein Prinzip zurückgeführt werden können. Ideal ist der wellenartige Charakter des wandernden Energieimpulses in der wellenartigen Kluft bzw. dem wellenartigen Bruch verkörpert (mit ringförmiger Rißfront). Häufig ist diese Tendenz so schwach ausgebildet, daß sie sich nur durch flache, ringförmige Knicke auf der Bruchfläche dokumentiert (als Streifen erkennbar). Strenggenommen ist eine derartige Bruchfläche nur eine Resultierende aus Teilflächen. Die Ringe sind zugleich Isochronen, d.h. Zeitmarken der fortschreitenden Rißfront.

Die Kinematik der Bruchausbreitung ist demnach in bestimmten Merkmalen der Bruchoberflächen abgebildet. Aus Breite, Tiefe und Häufigkeit der Ringe ist zu entnehmen, mit welcher Amplitude und Wellenlänge sich der Energieimpuls durch das Gestein bewegt hat. Sind Amplitude und Wellenlänge groß, so kann eine halbzyklindrische Kluft mit einem Radius unter 10 m entstehen. Ein charakteristisches Merkmal der gewellten Bruchfläche ist die nicht-tautozonale Krümmung. Die entsprechende Form ist mit einer Welle zu vergleichen, die sich radial ausbreitet, wobei sich Wellenlänge und Amplitude unregelmäßig ändern. Eine andere Variante der dreidimensionalen Fortbewegung eines Energieimpulses ist die bereits erwähnte sphäroidische Ausbreitung. Sie kann die Wellenform als dominierendes Element überlagern.

Von diesen kurzperiodischen Vorgängen bestehen Übergänge zu solchen, die sich in Undationen der Erdoberfläche äußern (Erdbeben) und im Interessenbereich der Untersuchung rezenter Krustenbewegungen liegen. Die Erdbeben vermitteln zwischen den in der Zeit (Geologie) bzw. im Raum (Geodäsie) andersartigen Beobachtungen.

Die Geschwindigkeiten der genannten Bruchvorgänge liegen im Bereich von km/s; in Abhängigkeit von der Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen in der Lithosphäre muß die obere Ausbreitungsgeschwindigkeit der Brüche unter 10 km/s liegen. Für Erdbeben wurden Herdflächengeschwindigkeiten von 40 - 90 % der Scherwellengeschwindigkeit ermittelt. Bruchhöchstgeschwindigkeiten in Gläsern betragen nach Literaturangaben (KERKHOF 1970 [4]) ca. 1,5 km/s, d.h. etwa die Hälfte der RAYLEIGH-Wellen-Geschwindigkeit. Nach den Meßdaten, die von der experimentellen Physik und der Seismologie erbracht worden sind, werden Bruchflächen sich mit $10^2 - 10^3$ m/s ausbreiten. Das dürfte für Herdflächen, aseismische Störungsflächen und geologische Klüfte gelten. Versätze an bereits vorhandenen Störungen können mit Sicherheit langsamer vonstatten gehen, als rezent etwa mit Mitteln des Nivellements meßbar ist. Die Geschwindigkeiten der epirogenetischen Bewegungen (Langzeitwirkung unter 0,1 mm/Jahr) und der orogenetischen (bis zu einigen mm/Jahr) machen das weite Spektrum der Geschwindigkeiten von Prozessen noch deutlicher, welche an der endogenen Formung der Erdoberfläche beteiligt sind. Damit können sich unter den rezent beobachteten vertikalen Bewegungsgeschwindigkeiten von 1 mm/Jahr reale geologische Bewegungen verbergen, die selbst von geologischer Seite nicht oder höchstens pauschal interpretiert werden. Horizontale Bewegungen haben wesentlich höhere Geschwindigkeiten (unabhängig davon, ob die Verschiebung von seismischer Aktivität begleitet ist oder nicht). Sicher sind zahlreiche der auf Karten rezenter Bewegungen eingetragenen Veränderungen rupturreller Natur, d.h. diskontinuierlich abgelaufen. Deshalb kommen in solchen Karten zumindest partiell nur der Grad einer Aktivität zum Ausdruck, nicht aber reale Geschwindigkeiten, die im Gestein ablaufen. Eine annähernde Schätzung vom wirklichen Ausmaß und Charakter der jungen Deformationen ist deshalb nur bei Beachtung geodätischer, geologischer und geophysikalischer Gesichtspunkte möglich. Mit diesen Bemerkungen sollte auf den komplexen Charakter der tatsächlichen rezenten und historischen Bewegungen der Lithosphäre hingedeutet werden.

Literatur

- [1] BANKWITZ, P.;
BANKWITZ, E. Einige Aspekte der Bruchmechanik in der Lithosphäre.
Veröff. Zentralinst. Phys. Erde, Potsdam 14 (1973)
- [2] BANKWITZ, P.;
BANKWITZ, E. Bruchflächenanalyse an Luna-16-Material.
Gerlands Beitr. Geophysik 82 (1973) 6
- [3] IRWIN, G.R. Fracture. In: Handbuch der Physik, Band 6,
S. 551-590.
Berlin 1958
- [4] KERKHOF, F. Bruchvorgänge in Gläsern.
Frankfurt a.M. 1970

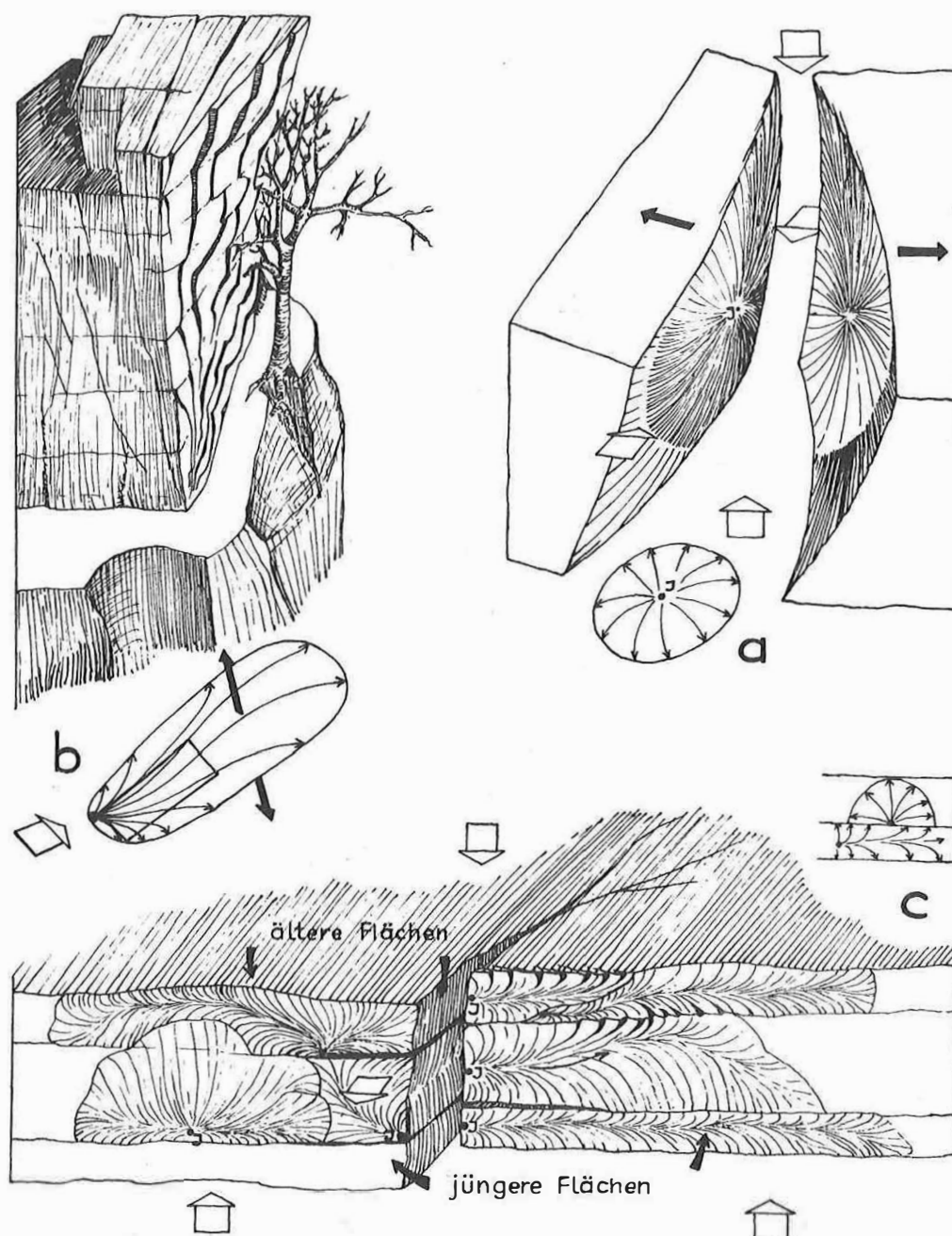


Abb. 1. Schema der Bruchausbreitungsmöglichkeiten:
 a) radialstrahlig bis sphäroidisch, b) betont einseitig
 infolge eines gerichteten Kräfteangriffs, c) betont ein-
 seitig infolge einer vorgegebenen Begrenzung (flächige
 Inhomogenitäten)

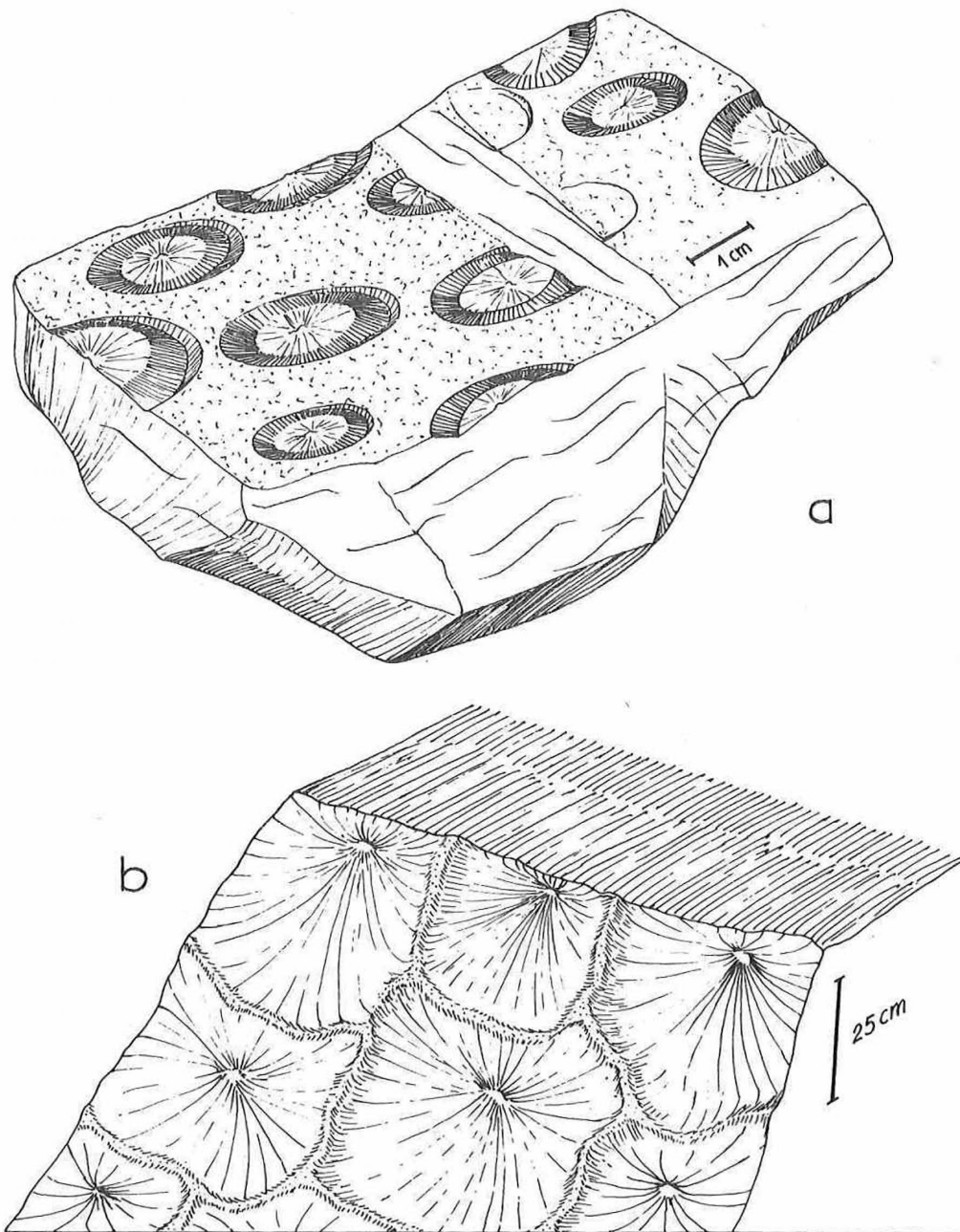


Abb. 2. Schema der Bruchausbreitung und Bruchformen bei $E_{\text{pot}} \cong G_0$:
 a) kleine, natürlich begrenzte Brüche, augenförmig in einer Ebene, b) mehrere Brüche schließen sich in einer Ebene zusammen und bilden eine geologische Ruptur

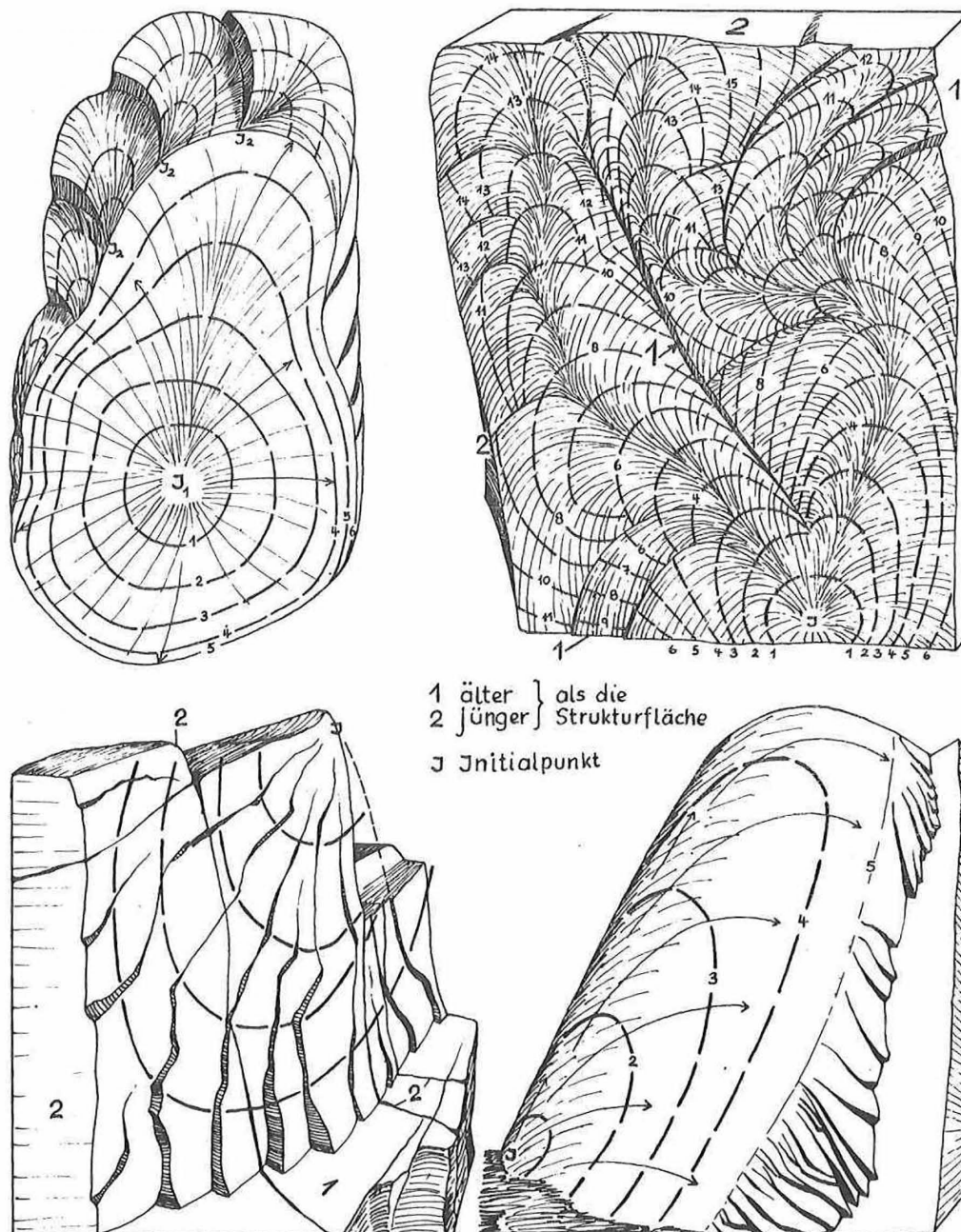


Abb. 3. Isochronen der Bruchausbreitung: Unregelmäßiger Verlauf dokumentiert Verzögerung oder Beschleunigung an verschiedenen Stellen der Rißfront

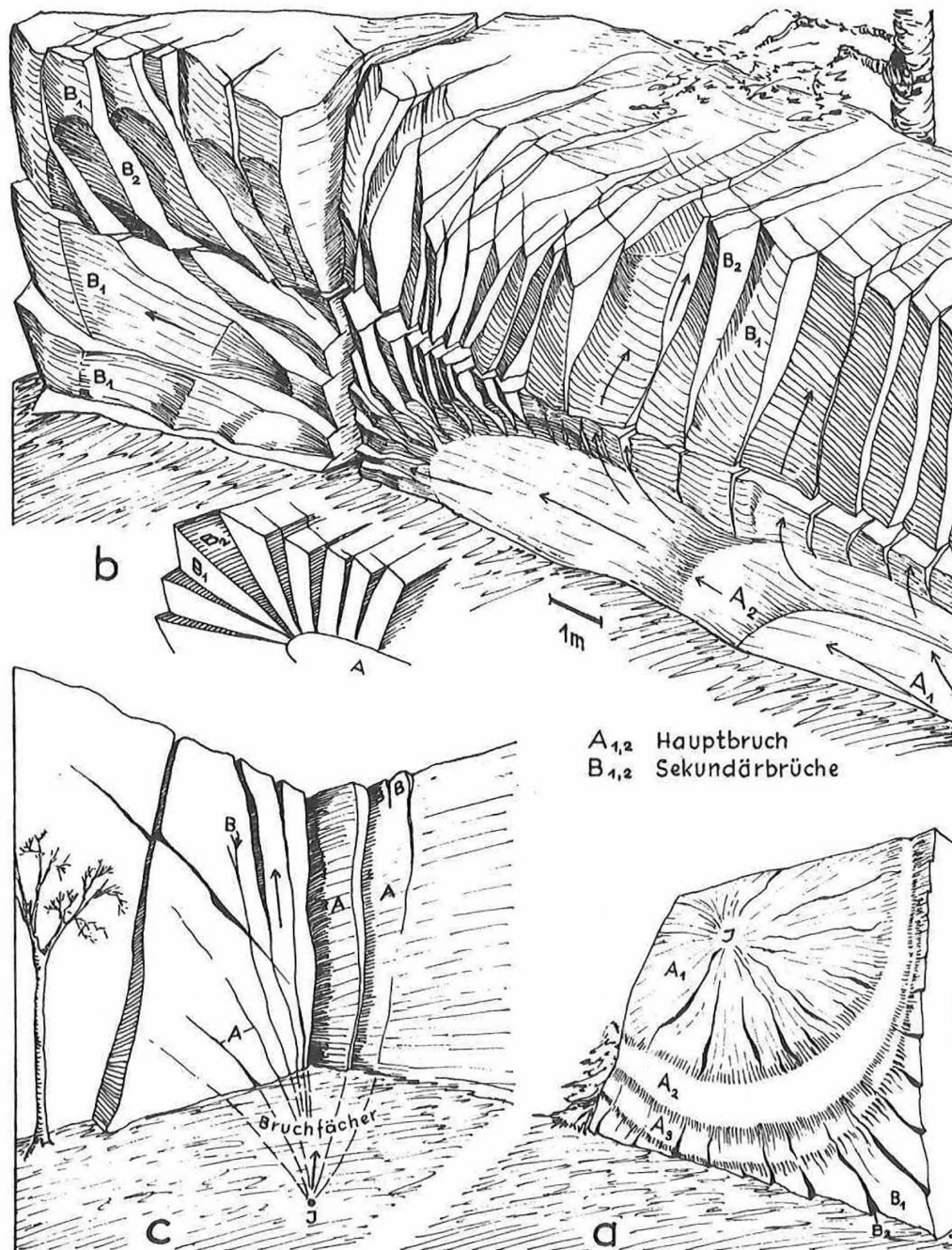
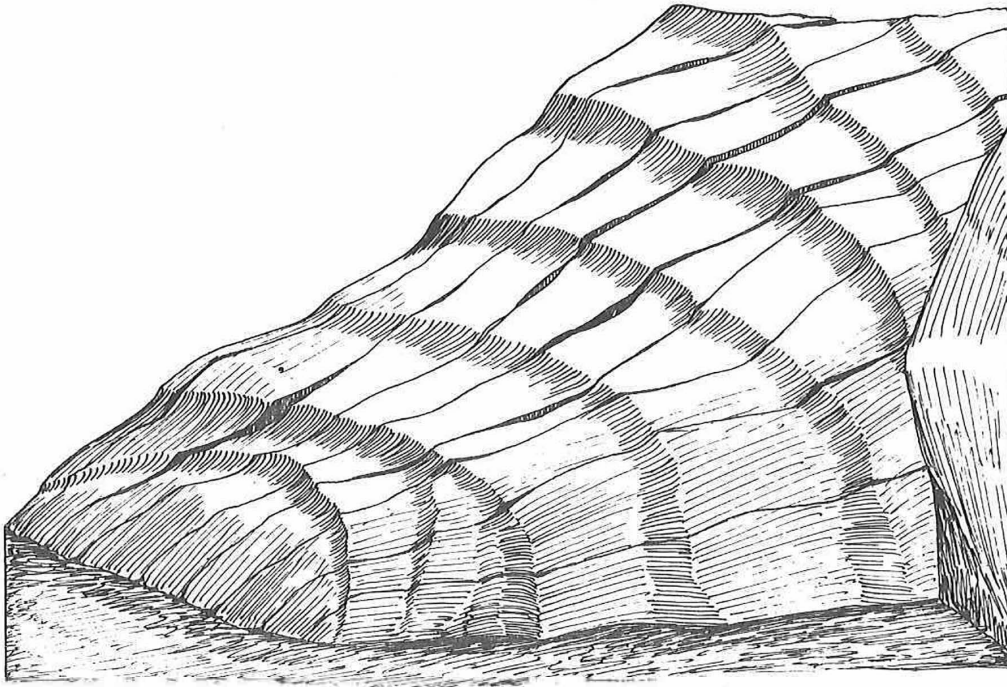


Abb. 4. Tendenz des Bruches zur dreidimensionalen Ausbreitung:
 Übergänge vom Einflächenbruch zum Vielflächenbruch als
 Ergebnis langsamer und schneller Spannungsakkumulation



Abb. 5. Schema der Bruchausbreitung und Bruchformen bei $E_{pot} \gg G$



1m

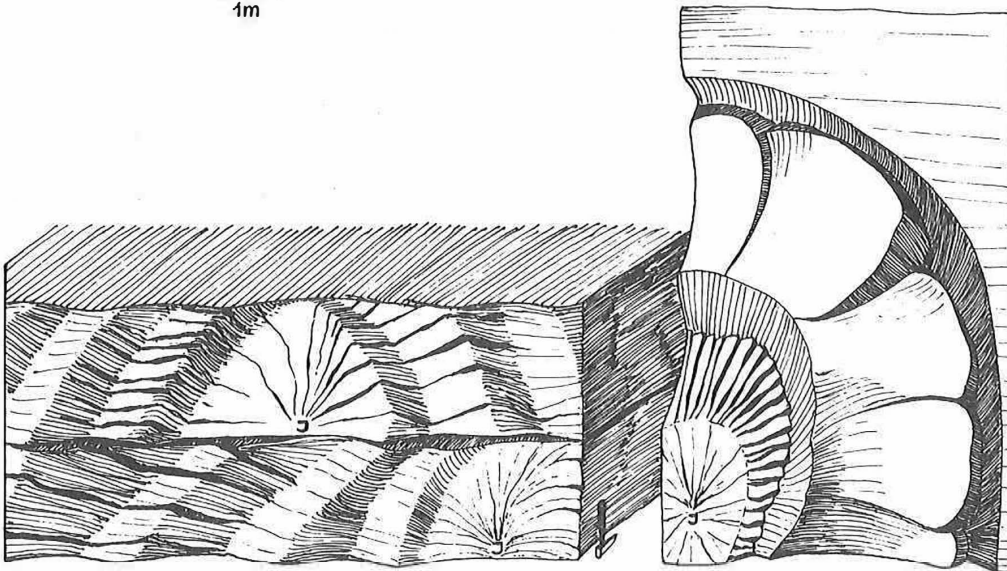


Abb. 6. Wellenartige Bruchflächenausbreitung

Recent Movements and the Variations of the Earth's Gravity Field

by

MILOŠ PICK ¹⁾Summary

If we want to describe fully the changes in the location of the upper parts of the Earth with respect to its centre of gravity, we must know the relative shift and the rotation of every volume element of the Earth's crust. For the determination of the recent movements it is necessary to know a) the shifts of the volume element of the Earth's crust in the directions of the coordinate axes with respect to its gravity centre (these shifts include not only the linear translation of the element but also the changes of the size in the respective directions); b) EULER's angles defining the rotation, the nutation and the precession of the volume element. c) All the measurements on the surface of the Earth are carried out with respect to the local coordinate system, related to the direction of the local plumb-line. Thus it is necessary to know the change of the direction of the local plumb-line given by the difference between the pole motion and the local change of the plumb-line. The present paper deals with the derivation of the necessary relations and compares the suitability and possibility of different methods used for the observation of recent movements.

1. Introduction

If we want to describe fully the changes in the location of the upper parts of the Earth with respect to its centre of gravity, we must know not only the relative shift and the rotation of every volume element of the Earth's crust but also the variation of the gravity field. So far it has not yet been found that the gravity should change with time but the plumb-lines do.

Thus for the determination of the recent movements it is necessary to know:

- a) the shifts of the volume element of the Earth's crust in the directions of the coordinate axes with respect to its gravity centre (these shifts include not only the linear translation of the element but also the changes of the size in the respective directions);
- b) EULER's angles defining the rotation, the nutation and the precession of the volume element;

¹⁾ -----
Československá Akademie Věd, Geofyzikální Ústav
14131 Praha 4, Boční II, ČSSR.

c) variations of the plumb-lines. All the geodetical and geophysical measurements are carried out with respect to the local coordinate system, related to the direction of the local plumb-line. The change of the direction of the plumb-line δt is given by the difference between the pole motion δp and the local change of the plumb-line δl :

$$(1) \delta t = \delta p - \delta l .$$

2. Theory

We shall deal with the derivation of the necessary relations and compare the suitability and possibility of different methods used for the observation of recent movements with respect to the variations of the gravity field. The application of the results obtained from the repeated levelling and trigonometric levelling as well, from the astronomic observations, from recording tide gauge, from the observations of the Earth's tides, gravimetric measurements and finally from length measurements will be discussed.

a) Relevelling

The super-elevation can be expressed according to ZACHARIAE [5] in the form

$$(2) \Delta h = \int dh - \int (\epsilon \cos \alpha + \eta \sin \alpha) \{ (M + H) \cos \alpha dB + (N + H) \cos B \sin \alpha dL \} .$$

When dealing with the secular variations of the super-elevation Δh , we have to take into account not only the changes of the first term of (2), but the variations of the second term as well. Already the simple estimates show that the variations of the plumb-line cannot be neglected.

It holds for the variations obtained from the relevelling

$$(3) \delta h = \int \sec^2 \alpha \cos \omega \delta \alpha ds + \frac{1}{g} \int \tan \alpha \delta s ds + \int \sec^2 \alpha \cos \epsilon \delta t ds$$

or

$$(4) \delta h = \delta(H_B - H_A) + \delta(N_B - N_A) ,$$

where the three terms in (3) describe respectively the variations caused by the change of the slope of the Earth's surface, by the change of the horizontal distance and that of the gravity field.

In (3) and (4) the following symbols were used: δh is the measured heights difference, H are the heights above the reference body, N are the geoid heights, α is the slope of the surface, $\delta \alpha$ its largest change, ω is the azimuth of the profile, measured from the direction of the largest change of the slope, δt is the change of the direction of the plumb-line, ϵ is the azimuth of the profile measured

from the plane passing through the old and the new plumb-line, s and δs are the horizontal distances and their changes. - It is necessary to integrate along the levelling profile AB.

b) Trigonometric levelling

The change of the measured super-elevation is given by the equation

$$(5) \quad \delta h = s \sec^2 A \delta A + \tan A \delta s ,$$

where A is the inclination of the sight line and

$$\delta A = \cos \omega \delta \alpha + \cos \epsilon \delta t .$$

c) Astronomic measurements

The deviation of the plumb-line is

$$(6) \quad \delta t^2 = \delta \varphi^2 + \delta \lambda^2 \cos^2 \varphi ,$$

where $\delta \varphi$, $\delta \lambda$ are the changes in the astronomic coordinates. The deviation of the plumb-line set in the direction ν is

$$(7) \quad \tan \nu = \delta \lambda \cos \varphi / \delta \varphi .$$

d) Tide gauge records

The mean height v_0 of the sea level is recorded. If the value v_0 changes by δv_0 , the orthometric heights change, too:

$$(8) \quad \delta h_0 = -\delta v_0 .$$

This holds for the basic tide gauge. If it does not it is necessary to add the geoid height change with respect to the fundamental point.

e) Earth's tides

The change of the slope recorded by horizontal pendulum is combined with the deviation of the vertical. It holds

$$(9) \quad \delta n = \delta \alpha \cos \omega + \delta t \cos \epsilon .$$

If the slopes are recorded in several azimuths, it is possible to prove that the measured results are real.

f) Gravity measurements

We get the variations of the gravity

$$(10) \delta g = -(\partial g / \partial H) \delta H + \delta g(t) ,$$

where the last term is the secular variation of the gravity force if it exists.

g) Lengths measurements

The found difference δn will be as follows:

$$(11) \delta n = \delta q \cos \lambda + \delta H \sin A ,$$

where q is the oblique distance.

References

- [1] MOLODENSKIY, M.S. Sovremennye zadachi izucheniya figury Zemli.
Geod. i. Kartogr. (1958) 7. p. 3-5
- [2] PICK, M. Recent movements of the Earth's crust.
Paper presented at the XIVth Gen. Ass. UGGI,
Hotine's Symposium, Moscow 1971
- [3] YEREMEYEV, V.F.; On determination of crustal movements. In: Problems
YURKINA, M.I. of recent crustal movements.
3rd Int. Symposium, Leningrad 1968, p. 536-541.
Moscow: Acad. of Sci. 1969
- [4] YEREMEYEV, V.F.; K vyvodu vekovykh izmeneniy zemnogo gravitacionnogo
YURKINA, M.I. polya i vekovykh **dvizheniy** polyusa.
Trudy CNIIGAik 188, p. 148-159
- [5] ZACHARIAE, G. Beiträge zur Theorie des Schlußfehlers geometri-
scher Nivellements-polygone.
Astron. Nachr. 80 (1873) 1916, p. 305-318

On the Determination of Small Gravity Differences

by

SIEGFRIED GROSSE¹⁾ and CLAUS ELSTNER²⁾

Summary

The arrangement of a special profile for high precision gravity measurements on the territory of the G.D.R. is described. The main purpose of the yearly repeated observations of gravity differences is, for the first years, the detection of gravity variations caused by local sources. The results of the measurements effectuated from 1970 until 1972 are discussed with respect to possible hydrological disturbances. Effects of soil moisture and ground water table variations are estimated. The comparison of calculated hydrological effects with the observational data shows the importance of exact data reduction with respect to these effects in order to detect further causes of long-time gravity variations.

Within the programme of investigations of geodynamic processes efforts have been taken during the last years to determine the local differences in the variations of gravity with time at the Earth's surface. As recent absolute gravity determinations are not available in a sufficient number, relative methods were brought into action for this purpose. With respect to the most remarkable time variations in gravity, i.e. the tidal variations, observations were done with modern recording gravimeters along continental profiles to detect local differences in the observed amplitudes and phase lags of the tidal waves. For the detection of slow or secular variations of gravity, experiments with repeated measurements of gravity differences were tried.

In order to estimate the possibilities of such methods small gravity differences in regions with marked recent crustal movements (for instance Iceland or Finland) were chosen. With respect to the different local influences, geologically explored regions where recent or tectonic processes can be expected may also be useful for such kind of experiments.

1) -----
VEB Geophysik, DDR-701 Leipzig, Martin-Luther-Ring 13

2) Zentralinstitut für Physik der Erde der AdW der DDR
DDR-15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

The small amplitudes of the supposed gravity variations require measuring periods of many years, high-precision gravimeters and information as to the causes, parameters and mechanisms of the local gravity fluctuations with time.

The gravity profile elaborated in the G.D.R. by cooperation of different institutions (VEB Geophysik, VEB Kombinat Geodäsie und Kartografie, Zentralinstitut für Physik der Erde), the results obtained during the first two years and their discussion are considered to be a contribution to this problem.

In Fig. 1 the situation of our profile is demonstrated. It runs in west-east direction within the external zone of the Variscan orogene, that is between Magdeburg and Frankfurt/Oder. For the further computations the points were numbered from west to east as 1 to 6. The line crosses the so-called Central German Main Line, a Saxonian fracture disturbance of more than 3000 m. In the western part the profile runs in the region of folded surface bedrocks of Lower Carboniferous and in the eastern part in the region of the North German - Polish Depression, with unfolded sediments of up to 3000 m. The basin deposits along the profile are strongly subdivided by numerous salt structures.

For geophysical reasons the line was led out in such a manner that the consecutive gravity differences between the 6 points as well as the gravity difference of the whole line become as small as possible. This permits minimizing the errors of instrumental calibration. The line extends over a distance of 200 km, each of the five sections having a length of 30-55 km. The elevation of the measuring points varies between 137 and 35 m. The points are marked with stone columns. The construction of the pillars is shown in Fig. 2: A 25 cm square-shaped granite-porphry pillar is resting on a concrete fundament in a depth of 90 cm. To prevent the surfaces of the pillars from damage they were covered, out of the time of observations, with a thin layer of soil.

The measurements were done in such a way that at one day the gravity difference between two consecutive points was observed. In order to diminish the effects of instrumental drift rate the observations were started at an auxiliary point in the midst of the distance. Each of the gravity points was observed three times in the course of one day's observation cycle. The tidal variations were both reduced by the numerical values of the tables and determined together with the instrumental drift. Significant differences between the two methods did not occur, because the time interval of the repeated observations at the auxiliary point was only about one hour. Field calibration of the instruments was done immediately before or after the determinations of the profile elements.

The annual measurements of the gravity differences using 4 and 5 SHARPE prospector gravimeters respectively provided results as given in Table 2. The lines 1 - 5 correspond to the different sections of the profile. The mean errors result from the variances of the single instruments. Table 2 exhibits the alterations of the results in the course of the two years. The upper table gives the μGal variations at the different sections, the lower one illustrates the changes of the whole line. With the exception of two or three values the changes are inside the errors of determination. It should be noted here that the end points of the first section were changed between the 1970 and 1971 measurements in order to diminish the gravity difference along the total line.

The different influences acting on the observed gravity values may be divided in two main groups.

The first one describes the instrumental effects caused by the variances of the environmental conditions (temperature, air pressure) and the drift of the zero points of the instruments. SOMMER [4] investigated the correlations between the observed values of gravimeter readings, the drift rates and the simultaneous readings of temperature and air pressure with a multiple linear regression method. He found that the maximum sensitivities of the instrument were $6 \mu\text{Gal}$ per 1°C and $15 \mu\text{Gal}$ per 1 mbar respectively. The amounts of the temperature and air pressure coefficients strongly depend on the single instruments and they do not in each case reach the significance limit. Furthermore, it should be noted that the influence of the drift (without tidal variations) had the biggest effect on the gravimeter readings. - Summarizing we have to conclude that simultaneous readings of temperature and air pressure during the field operations must be done for the purpose of exact data reduction.

The second main group of influences on the observed data arises from the local variations in soil density, vertical movements of the observation points and atmospheric attraction or ground deformation effects. Soil density variations are produced mainly by changes in the moisture or the ground water table. To get an insight into the order of these effects we calculated, for an assumed density variation of 0.1 g/cm^3 in plane layers of different depth, the corresponding gravity effects depending on the volume of the square-shaped elements used for the calculations. This was done with the aid of MADER's formulas [2], slightly modified by REICHENEDER [3]. The single volume elements, columns with quadratic cross-sections, were arranged around the observation pillar in such a way that the eight inner columns, each of them with a cross-section of $25 \times 25 \text{ cm}^2$, form, together with the pillar at the surface of the Earth, a first quadratic region of $75 \times 75 \text{ cm}^2$. This area is enclosed by the next eight columns of equal size, forming together the second quadratic region with a surface of $225 \times 225 \text{ cm}^2$. In this way, for n quadratic regions - the zero region is represented by the observation pillar - we have $8n$ elements. According to the order of the region the volume of the corresponding elements amounts to $3^{2n-1} \cdot 625 \cdot D \text{ cm}^3$, with D as depth [cm]. The calculation procedure leads to exact gravity effects if inside the elementary columns the density variations may be assumed to be constant. - For our special case the numerical results are demonstrated in Fig. 3. It shows that if the density variations occur in a 1 m plane layer the area which produces a disturbance of more than $1 \mu\text{Gal}$ extends only to a few meters around the observation point. In the case of topographically formed layer surfaces of unique depth the difference to the plane model is negligible up to distances of 200 m for all the stations of our profile. Therefore, we used the simple plane model and determined, during the time of the gravity observations, the moisture of the soil in the nearest surroundings of the points to a depth of 1 m. The mean values of soil moisture were used for the calculation of the gravity effect.

Unfortunately, it is only for two points (2 and 3) until now that we have got information about changes of the ground water table. But we may assume that at the most westerly point (1) this effect plays no important role, because the ground water

table there is very deep situated and stronger variations are not to be expected. So we are able to calculate numerical values for the gravity effect of ground water variations for the two western sections of the profile. Adding the effects of soil moisture and ground water table variations we found a remarkable correspondence between the hydrological effects and the observed gravity variations. The result is shown in Table 3. Especially the significant value of $-13.4 \mu\text{Gal}$ in the first section seems to be caused, in its main part, by hydrological variations ($-8.6 \mu\text{Gal}$). - Vertical movements of the observation points did not exceed $2 \text{ mm} \triangleq 0.5 \mu\text{Gal}$. Fluctuations in the atmospheric gravitational effects were estimated to be less than $0.5 \mu\text{Gal}$.

Finally, after the annual repeated observations of the gravity profile, we may conclude that beside certain systematic instrumental influences the main part of the observed gravity variances should be caused by hydrological conditions in the surroundings of the observation points. Therefore, measurements of soil moisture and ground water table variations are very important for the reduction or interpretation of long-time gravity variations. The discussed observation data contain mainly local effects and not yet regional influences.

References

- [1] BANKWITZ, P. Geologische Interpretation der vorläufigen Karte der rezenten vertikalen Krustenbewegungen in der DDR. Petermanns geogr. Mitt. 109 (1965) 2, p. 143-151
- [2] MADER, K. Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. Österr. Z. Vermess.-Wesen (1951) Sonderheft 11
- [3] REICHENEDEDER, K. Bemerkungen zur Formel von Mader für die Schwere-wirkung eines Quaders. Gerlands Beitr. Geophysik 74 (1965) 4, p. 285-286
- [4] SOMMER, M. Untersuchung über den Einfluß von Zeit, Temperatur und Luftdruck auf die Messung mit Sharpe-Gravimetern. Vermessungstechnik 20 (1972) 9, p. 347-350

Table 1. Results of the yearly repeated observations of the gravity differences [μGal]

	1970	1971	1972
1	-5 129.5 \pm 3.1	-5 142.9 \pm 0.4	-5 139.5 \pm 1.9
2	559.3 \pm 1.3	564.5 \pm 1.6	565.1 \pm 1.4
3	-2 464.2 \pm 1.1	-2 467.1 \pm 2.6	-2 462.3 \pm 0.4
4	2 028.7 \pm 1.8	2 033.0 \pm 3.1	2 031.7 \pm 1.6
5	4 412.5 \pm 2.3	4 411.5 \pm 0.9	4 398.6 \pm 2.3

Table 2. Variations between consecutive observations of gravity differences [μGal]

	1970/71	1971/72
1	-13.4 \pm 3.1	+ 3.4 \pm 1.9
2	+ 5.2 \pm 2.1	+ 0.6 \pm 2.1
3	- 2.9 \pm 2.8	+ 4.8 \pm 2.6
4	+ 4.3 \pm 3.4	- 1.3 \pm 3.5
5	- 1.0 \pm 2.5	-12.9 \pm 2.5

Total gravity differences

1970:	- 593.2 \pm 5
1971:	- 601.0 \pm 5
1972:	- 606.4 \pm 4

Table 3. Comparison of hydrological and observed gravity variations [μGal]

	1971 - 1970		1972 - 1971	
	hydr.	obs.	hydr.	obs.
1	-8.6	-13.4 \pm 3.1	+3.2	+ 3.4 \pm 1.9
2	+7.1	+ 5.2 \pm 2.1	-7.4	+ 0.6 \pm 2.1
3	-0.4	- 2.9 \pm 2.8	+0.7	+ 4.8 \pm 2.6
4	-2.4	+ 4.3 \pm 3.4	+2.5	- 1.3 \pm 3.5
5	-2.0	- 1.0 \pm 2.5	-2.4	-12.9 \pm 2.5
	-6.3	- 7.8 \pm 5.8	-3.4	- 5.4 \pm 5.8

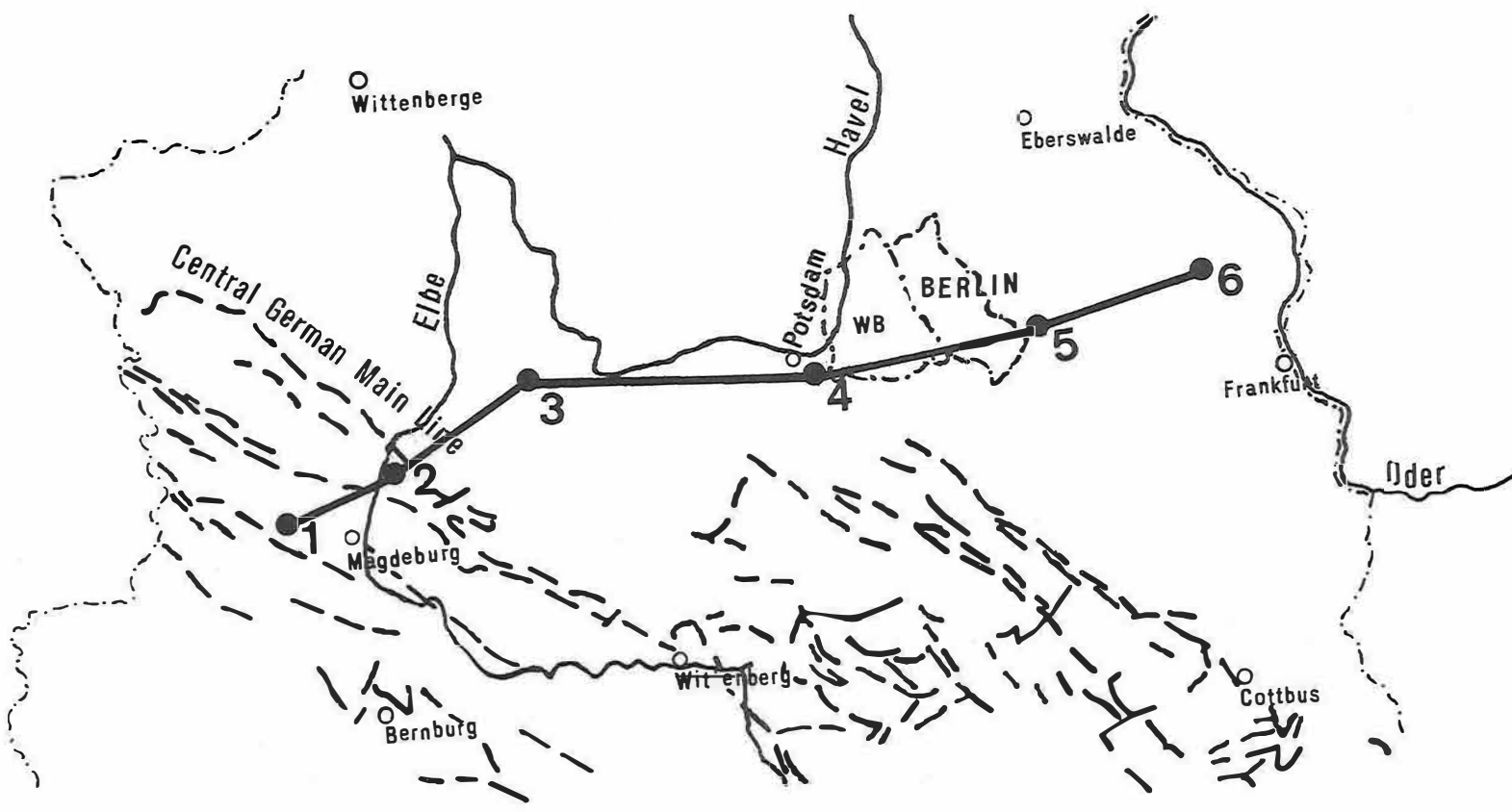
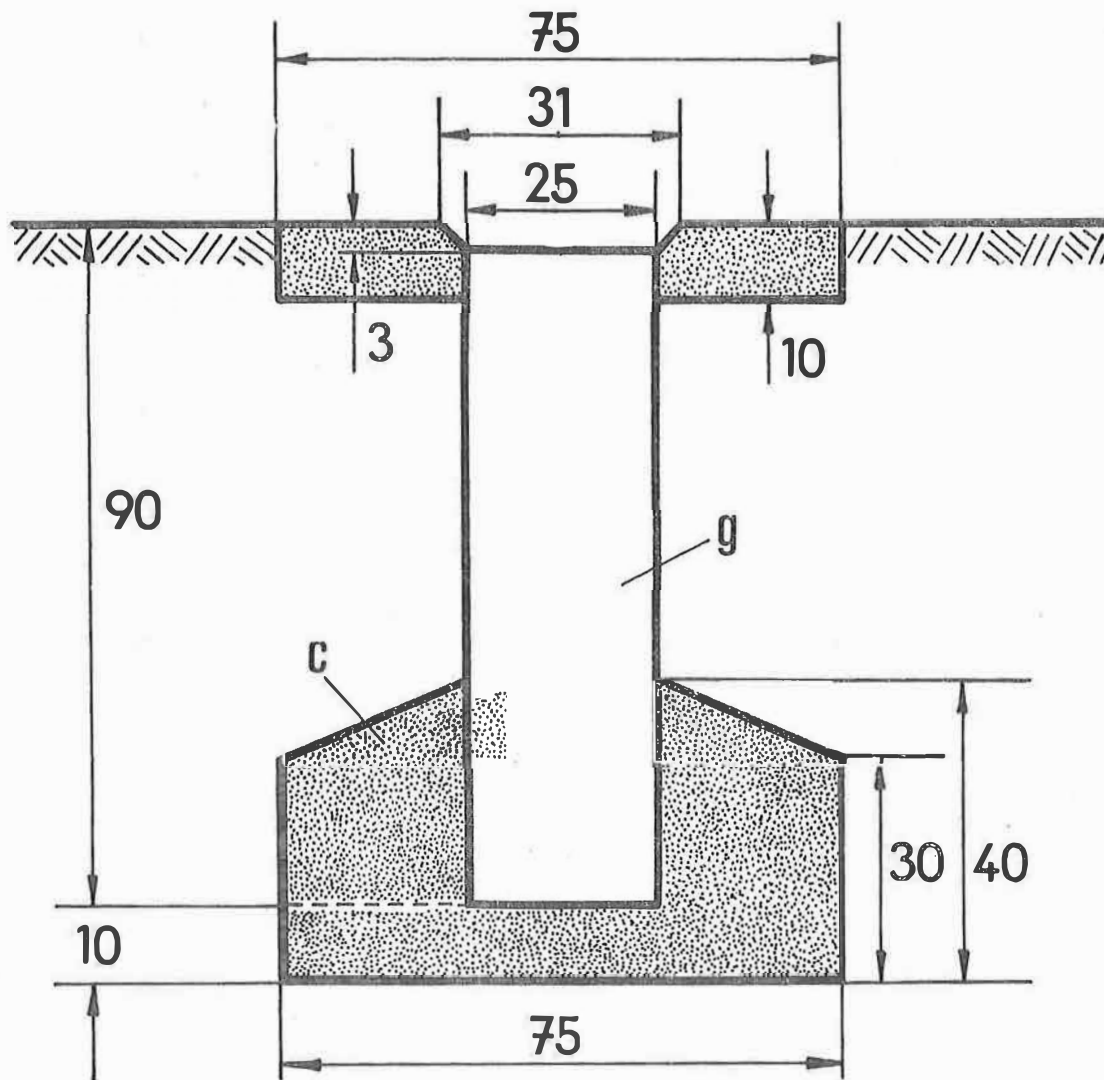


Fig. 1. W - E gravity profile



c: concrete $\rho = 2.40$

g: granite-porphry $\rho = 2.65$

Fig. 2. Marking of gravity points at the W-E profile

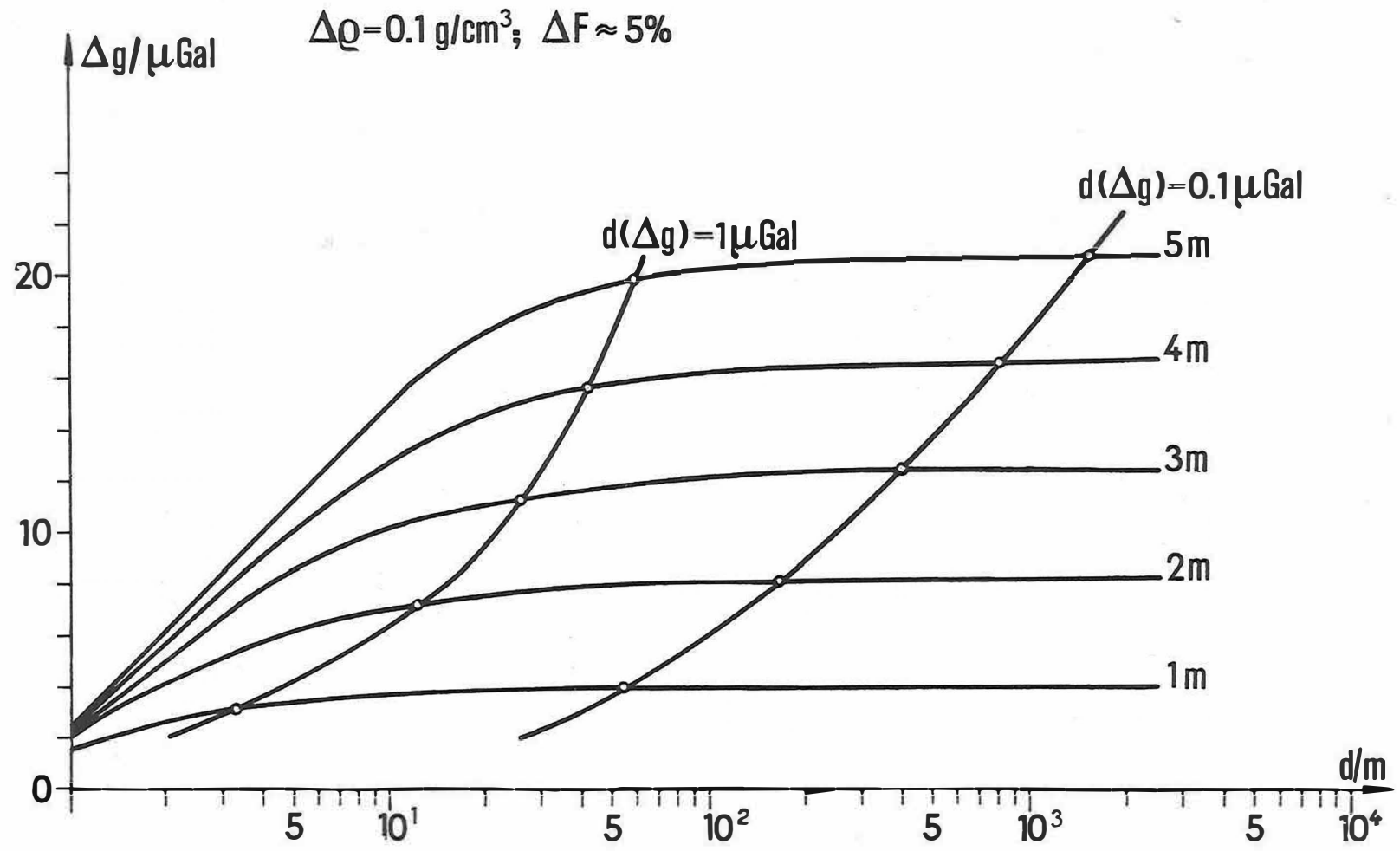


Fig. 3. Gravity effect of density variations

High Precision Gravity Measurements along Special Lines

by

H. BEETZ and RUDOLF BREIN¹⁾

Summary

For measurements in the field some methods proved in the Earth tides section are used. At each station short registrations are performed. During the measurement of a gravity difference the measuring screw was not turned. The difference was compensated by an electromagnetic device. All the results of one test loop are shown. The "inner accuracy" of one measurement on a station (duration 15 minutes) is about 1 μ Gal. A favourable point in the results lies in that the drift is mostly linear within this accuracy. The disproportionately great differences obtained in repeated measurements cannot yet be explained.

1. Introduction

Table 1

	a	b	c
Δg [μ Gal]	$< - \frac{2 \gamma_0}{R} \Delta h_1$	$< 2 \pi \sigma f \Delta h_2$	$\frac{8\pi\sigma}{3} f \left(\frac{R}{H}\right)^3 \Delta h_3$
Δg [μ Gal]	$< 3 \Delta h_1$	$< 0.4 \Delta h_2$	$0.55 \left(\frac{R}{H}\right)^3 \Delta h_3$

Table 1 contains three cases of gravity variations Δg , which here are of interest:

- a) By tectonic movements the station is displaced by a vertical amount Δh_1 [cm]. The potential of moved masses near the station diminishes the free-air correction.
- b) The BOUGUER correction in the second case is caused by horizontal mass layers near the station. The changing of the ground water is an example. The thickness of the layer is Δh_2 [cm] and the density σ is set to 1 g/cm³. The correction is diminished if the layer has a small area.
- c) This formula is derived from the potential of a dipole

¹⁾ Institut für Angewandte Geodäsie, BRD - O6 Frankfurt/Main, Kennedyallee 151

$$V = f \frac{m \Delta h_3 h}{h^3}.$$

h is the distance from the station to the dipole. The displacement Δh_3 corresponds to a mass displacement. It is accepted that the movement is vertical and that the displaced mass lies vertically beneath the station at a distance h . Let the difference in density of the mass m and the surrounding masses be 1 g/cm^3 and the mass m be a sphere with diameter $2r$. For $h = 10 \text{ km}$ and $r = 1 \text{ km}$ the displacement Δh_3 [cm] must be 10 m to measure a gravity difference of $0.55 \text{ } \mu\text{Gal}$. The table shows that the changes in gravity are small, so that the measurements of Δg must be very accurate [3, 4].

2. The Measurement of Δg_{12} between two Stations Using Gravimeters

The uncertainty of a measured Δg_{12} is

$$d\Delta g_{12} = \Delta s \, du + u \, d\Delta s = \Delta g_{12} \left(\frac{du}{u} + \frac{d\Delta s}{\Delta s} \right),$$

where Δs is the changing of the micrometer screw of the gravimeter from one station to the other, and u is the calibration factor of the micrometer screw.

The value of $d\Delta g_{12}$ can be great if Δg_{12} is great. The possibility of establishing lines of equal gravity on the Earth with great accuracy is mentioned in a publication of 1957 [1]. The test loop of 1972 has two very small differences and two differences of about 6 mGal to prove the influence of du/u . The second term $d\Delta s/\Delta s$ in the equation contains the failures of the micrometer screw and of its mechanical function. These errors are eliminated by the method of the electromagnetic spring [2]. Δs is substituted by i , the electric current in the coil of the electric spring. The electromagnetic device was used in the LACOSTE-ROMBERG gravimeter No 299. The accuracy of measuring i by digital ampere meter or resistances is $\Delta i/i = 10^{-4}$. This means that from this point of view a gravity difference of 10 mGal can be measured with an accuracy of $1 \text{ } \mu\text{Gal}$.

3. Results Obtained in the Test Loop

The test loop is situated in a geologically interesting area. Fig. 1 illustrates the stations I and II being situated on sediments of the northern Rheingraben and the stations III, IV on the mountains of the Taunus. Between the two pairs of stations there are the river Main and the northern dislocation of the Rheingraben. Figs. 2 - 15 contain all measurements performed in the test loop. Only a few measurements must be eliminated (in brackets), since their results are far beyond the accidental dispersion. The divergences may have been caused during transport, by the arresting procedure or by long-period microseismics. Very

satisfactory is the linearity of the drift in most cases. In Fig. 6 different linear drifts appear at each station. No instrumental explanation can be given for such a behaviour.

The magnitude of drift per day is in the normal range, but the changes of its inclinations should be evolved. A great discrepancy exists between the mean error m_0 of one measurement on a station and repeated measurements of differences of gravity. With the method of least squares the results of Fig. 2 give $m_0 = 0.2 \mu\text{Gal}$ and of Fig. 4 $m_0 = 1.7 \mu\text{Gal}$, for instance. The determination of one gravity difference Δg should be very sure in view of the very small values of m_0 . The dispersion of the Δg values given in Figs. 2 - 15 however is too great and therefore the determination of the gravity difference is not yet sensitive enough. The error of the mean difference of the measurements IV - III given in Figs. 12 - 15 is $M = 1.2 \mu\text{Gal}$, the other errors have similar values and the sum of the differences is only $0.8 \mu\text{Gal}$. All the three small values veil the uncertainty of Δg_{12} . No interpretation can be given for the discrepancies till now. A correlation with the magnitude of the gravity difference does not exist, nor is there any systematic change. We hope that an improvement of the transport system will bring new information about these discrepancies. Instead of a VW Kombi we shall now use a car with better suspension. Also the damping of the spring suspension of the gravimeter is to be improved before the next measurements are performed.

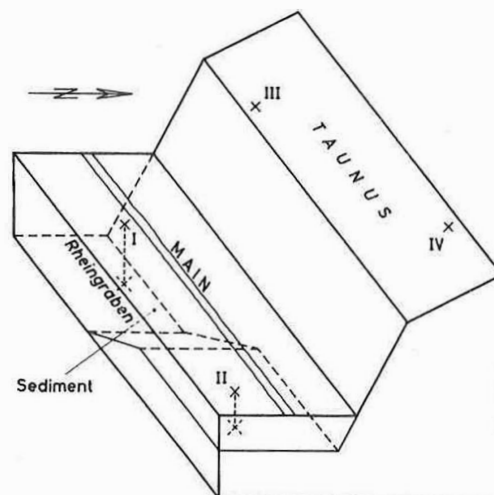
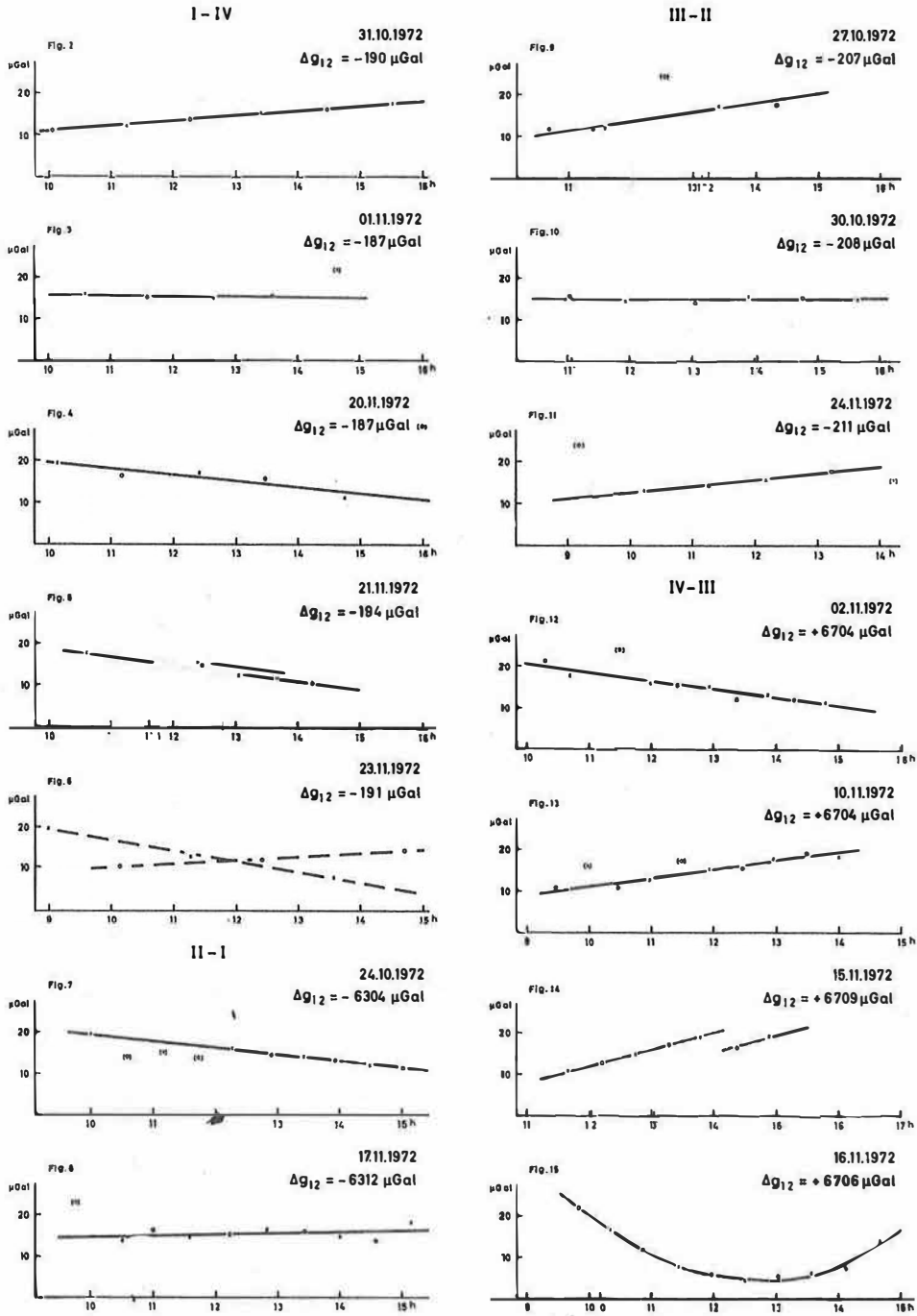


Fig. 1

References

- [1] BREIN, R. Untersuchung einiger Fehlereinflüsse bei der Messung von Schwereunterschieden und der Registrierung kleinster Schwereänderungen mit dem Gravimeter.
Dt. geod. Kommiss., R. B (1952) 37
- [2] BREIN, R. Le ressort électromagnétique utilisé pour l'enregistrement des marées terrestres.
Comm. Observ. roy. Belgique (1961) 188
- [3] HONKASALO, T. Special techniques of gravity measurements.
Rep. IAG Special Study Group No. 4.21,
XV. General Assembly, IAG, Moscow 1971
- [4] SUKAMA, A. Une tendance de la variation de la pesanteur observée au Bureau International des Poids et Mesures, Sèvres, France.
Presented to the 15th General Assembly of the IUGG, Moscow 1971

DRIFT CURVES STATIONS I, II, III, IV



Figs. 2 - 15

Der Einfluß der Säkularänderung des Erdschwerefeldes
auf die nivellierten Höhenunterschiede

von

PETER BIRO¹⁾

Summary

For the purpose of the study of recent Earth crust movements the changes of elevation resp. that of differences of elevations are determined by repeated levellings and gravity measurements. These measurements result in changes of the situation of the Earth's surface and the level surface relative to each other. In the case of a time-change of the gravity field of the Earth, the level surface will be displaced, and their displacement will be followed by a certain deformation of the elastic Earth's material. Under the supposition of only elastic deformations the real (absolute) vertical Earth crust movements can be calculated from the results of measurements, but in general it seems not to be possible. Therefore, it must be known that in a gravity field with time-changes vertical Earth crust movements determined as usual by repeated levellings are only displacements relative to the level surface and can significantly differ from the real vertical movements of the Earth's surface.

Unter dem Höhenunterschied wird in der Geodäsie der Abstand von Niveaulflächen des Schwerepotentials verstanden. Er kann mit der höchsten Genauigkeit theoretisch durch das Nivellement und durch Schweremessungen bestimmt werden. Das heute übliche Arbeitsverfahren der wissenschaftlichen Erforschung rezenter Erdkrustenbewegungen ist die Bestimmung der zeitlichen Änderungen von Höhen bzw. Höhenunterschieden einiger sicher vermarkter Festpunkte der Erdoberfläche. Das dabei angewendete Meßverfahren ist das wiederholte Nivellement. Durch Nivellementsarbeiten lassen sich Deformationen der Erdkruste bzw. der physikalischen Erdoberfläche im Verhältnis zu den Niveaulflächen des Erdschwerefeldes bestimmen. Voraussetzung für die heutige wissenschaftliche Untersuchung rezenter Erdkrustenbewegungen ist, daß Gestalt und Lage der Potentialflächen im Laufe der Zeit unverändert bleiben.

1) Budapesti Műszaki Egyetem Építőmérnöki Kar, Felsőgeodésia Tanszék,
Budapest, XI., Műegyetem rkp. 3 K. ép. I. 61

Bekanntlich ist im Weltall alles in ständiger Bewegung und Entwicklung. So erhebt sich die Frage, ob das Schwerfeld - d. h. die Massenverteilung, die Rotationsverhältnisse der Erde usw. - eine Ausnahme bilden kann. Durch die geophysikalischen Erkenntnisse wird eine solche Auffassung keineswegs unterstützt. Auch die untersuchten Krustenbewegungen zeigen, daß in der Erde ständig Umformungen und Massenverlagerungen vor sich gehen. - Damit bleibt nur die nächste Frage zu beantworten: Ist die zeitliche Variation des Erdschwerfeldes so gering, daß ihr Einfluß auf die Erdkrustenbewegung im Untersuchungszeitraum vernachlässigt werden kann? - Das muß geprüft und nachgewiesen werden. Deshalb haben wir uns das Ziel gesetzt, die Auswirkung der zeitlichen Änderungen des Erdschwerfeldes zu untersuchen.

Zunächst wird die Erdmasse als vollkommen starr betrachtet. In Abb. 1 ist diese kugelförmige starre Erde mit kugelsymmetrischer Massenverteilung dargestellt. P sei ein Oberflächenpunkt dieser Erde mit dem Potentialwert W_P . Die Erdoberfläche ist dann mit der kugelförmigen Niveauläche $W = W_P$ des Schwerfeldes identisch. Nun erleide (bei konstant bleibender Erdmasse M) das Schwerfeld im Punkt P eine endliche Potentialänderung δW , so daß sich dann der Potentialwert im Punkt P zu $W' = W_P + \delta W$ ergibt. Fragt man nach der Lage der Potentialfläche mit dem Wert $W' = W_P$ im geänderten Schwerfeld, so läßt sich das Potential im Punkt P auf zwei Arten ausdrücken, nämlich

$$W'_P = W_P + \delta W$$

und (mit linearer Approximation)

$$W'_P = W_P + g' a ,$$

wobei g bzw. g' die Schwerebeschleunigung (im früheren bzw. jetzigen Zustand) und a den Abstand der Niveauläche $W' = W_P$ von der Erdoberfläche im geänderten Schwerfeld bezeichnen. Dieser Abstand a kann als vertikale Verschiebung der ursprünglichen Niveauläche (im Punkt P) zufolge der Änderung des Schwerfeldes der starren Erde aufgefaßt werden, wobei

$$(1) \quad a = \delta W / g' .$$

Im Hinblick auf die Kleinheit der Änderungsbeträge $g' - g = \delta g$ kann mit hinreichender Genauigkeit im Nenner von (1) g' auch durch g (oder durch den Mittelwert von g und g') ersetzt werden.

Da man die Potentialänderung δW im Punkt P nicht messen kann, wird sie als Funktion der Schwereänderung δg ausgedrückt:

$$(2) \quad dW = \frac{W}{2g} dg .$$

Benutzt man (2) auch für endliche Änderungen und geht damit in (1) ein, so erhält man mit $g \approx g'$ die vertikale Verschiebung der Niveauläche der starren Erde als Funktion der Oberflächenschwereänderung δg zu

$$(3) \quad a = \frac{W}{2g^2} \delta g .$$

Da jedoch die Erde in Wirklichkeit kein starrer Körper, sondern eine elastische Masse ist, die ein bestimmtes Deformationsvermögen aufweist, kann und wird die Oberflächengestalt der Erde den Variationen des Erdschwerefeldes in gewissem Maße ständig folgen. Das hat sekundär wiederum eine Auswirkung auf das Potentialfeld zur Folge und führt zu einer zusätzlichen Niveauflächenänderung usf., bis zum Schluß der diesbezügliche Gleichgewichtszustand erreicht ist.

In Abb. 2 sind der Oberflächenpunkt P des elastischen Erdkörpers sowie seine Niveaufläche mit dem Potentialwert $W = W_P$ dargestellt. Ändert sich aus irgendeinem Grunde das Potential im Punkt P um den Wert δW , dann muß die ursprüngliche Niveaufläche sich von P in eine Lage verschieben, in der das veränderte Schwerefeld gerade den Potentialwert $W' = W_P$ aufweist. Auf Grund der elastischen Eigenschaften wird die Oberfläche des Erdkörpers dieser vertikalen Verschiebung der Niveaufläche bis zu einem gewissen Maße folgen, und dadurch wird P nach P' verschoben. Der Abstand b ist die absolute Vertikalverschiebung des Punktes P , d. h. die Änderung der Länge des geozentrischen Ortsvektors von P . Der Unterschied m ist die relative Verschiebung der Niveaufläche gegenüber dem Oberflächenpunkt. Sie läßt sich sehr einfach aus dem Potentialunterschied im Punkt P' und der Niveaufläche $W' = W_P$ berechnen:

$$\delta W_{P'} = W_{P'}' - W_P = g' m$$

und

$$(4) \quad m = \delta W_{P'} / g' ,$$

oder unter Berücksichtigung von (2) und im Nenner wieder angenommen, daß $g' \approx g$ ist, ergibt sich

$$(5) \quad m = \frac{W}{2g^2} \delta g_{P'} ,$$

wobei m vom Punkt P' in den Außenraum positiv gezählt wird.

Um die Änderung des Höhenunterschiedes der Oberflächenpunkte P und Q der elastischen Erde zu bestimmen, wird die Situation in Abb. 3 dargestellt. Der ursprüngliche Höhenunterschied der genannten Punkte sei mit H_Q^P bezeichnet. Nach einer Änderung des Schwerkraftpotentials durch δW_P bzw. δW_Q wird die Oberfläche des elastischen Erdkörpers mit unseren Punkten nach P' bzw. Q' verschoben. Diese Vertikalverschiebung der Erdoberfläche wird mit b_P bzw. b_Q bezeichnet. Der Höhenunterschied der verschobenen Punkte in dem veränderten Kraftfeld wird nun $H_{Q'}^{P'}$.

Die Veränderung des Höhenunterschiedes läßt sich folgendermaßen ausdrücken:

$$(6) \quad \delta H_Q^P = H_{Q'}^{P'} - H_Q^P = \frac{W_P - W_Q}{\bar{g}_P} - \frac{W_P - W_Q}{\bar{g}_P'} - \frac{\delta W_{P'} - \delta W_{Q'}}{\bar{g}_P'}$$

wobei \bar{g}_P bzw. \bar{g}_P' , den Durchschnittswert der Schwere entlang der Lotlinie von P zwischen den Niveaulächen der Punkte P und Q bzw. P' und Q' bezeichnen.

Nach einigen Umformungen erhält man

$$(7) \quad \delta H_Q^P = -\frac{\bar{g}_P' - \bar{g}_P}{\bar{g}_P'} H_Q^P - \frac{1}{\bar{g}_P'} (\delta W_{P'} - \delta W_{Q'})$$

oder unter Berücksichtigung von (4) und bei Annahme kleiner Änderungen $\bar{g}_P' \approx \bar{g}_P \approx g$

$$(8) \quad \delta H_Q^P = -(m_P - m_Q),$$

wobei m_P und m_Q die relativen Vertikalverschiebungen der Niveaulächen von P und Q sind. Sie können durch (5) als Funktion der Oberflächenschwereänderungen ausgedrückt werden, d. h.

$$(9) \quad m_P - m_Q = \frac{W}{2g^2} (\delta g_{P'} - \delta g_{Q'}),$$

und lassen sich praktisch durch das Wiederholungsnivellement bestimmen. - (8) und (9) zeigen, daß man in zeitlich variablem Schwerefeld der Erde in jedem Fall, außer bei $\delta g_{P'} = \delta g_{Q'}$, mit einer Veränderung des Höhenunterschiedes rechnen muß.

Nun erhebt sich die Frage, inwiefern durch diese Änderung des Höhenunterschiedes die wahren (absoluten) Vertikalbewegungen unserer Oberflächenpunkte charakterisiert werden. Mit den Bezeichnungen in Abb. 3 ist $b_P - b_Q$ der Unterschied der absoluten Vertikalverschiebungen der Punkte P und Q. Es sei nun vorausgesetzt, daß vertikale Oberflächenbewegungen nur als elastische Deformationen infolge der Variation des Schwerefeldes vorkommen können. Sie lassen sich nach der LOVEschen Theorie der Elastizität des Erdkörpers einfach bestimmen. Mit der LOVEschen Zahl h bezeichnet man definitionsgemäß das Verhältnis der Oberflächendeformation der elastischen Erde zur Niveaulächenverschiebung der starren Erde, d. h. mit der bisherigen Bezeichnung:

$$h = b/a.$$

Daraus wird mit Rücksicht auf (2):

$$(10) \quad b = h a = h \frac{\delta W}{g} = h \frac{W}{2g^2} \delta g.$$

Da δg die Schwereänderung des Oberflächenpunktes der **s t a r r e n** Erde ist, kann sie mittels Kombination der beiden LOVEschen Zahlen aus der Schwereänderung des Oberflächenpunktes der elastischen Erde bestimmt werden:

$$(11) \quad \delta g = \delta g_{P'} / G$$

mit

$$G = 1 + h - \frac{3}{2} k .$$

Setzen wir (11) in (10) ein, so erhalten wir für Punkt P mit Rücksicht auf (5):

$$(12) \quad b_P = \frac{h}{G} \frac{W}{2 g^2} \delta g_{P'} = \frac{h}{G} m_P ,$$

wobei b_P von P aus positiv in den Außenraum gerichtet ist.

(12) kann in ähnlicher Weise auch für Punkt Q aufgestellt werden, und damit wird der Unterschied der absoluten (wahren) Punktbewegungen

$$(13) \quad b_P - b_Q = \frac{h}{G} \frac{W}{2 g^2} (\delta g_{P'} - \delta g_{Q'}) = \frac{h}{G} (m_P - m_Q) .$$

Vergleichen wir (13) mit (8) und (9), so ergibt sich eine Differenz:

$$(14) \quad \begin{cases} d = b_P - b_Q - \delta H_Q^P = \left(\frac{h}{G} + 1\right) (m_P - m_Q) , \\ d = \left(\frac{h}{G} + 1\right) \frac{W}{2 g^2} (\delta g_{P'} - \delta g_{Q'}) . \end{cases}$$

Es seien W und g durch die Näherungswerte von $W \approx 6,26 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$ und für eine mittlere Breite $g \approx 981 \text{ cm s}^{-2}$ ersetzt und δg in mGal angegeben; dann erhält man d in [cm] wie folgt:

$$(15) \quad d = b_P - b_Q - \delta H_Q^P = \left(\frac{h}{G} + 1\right) \cdot 325 (\delta g_{P'} - \delta g_{Q'}) .$$

Zur Demonstration wird noch ein Zahlenbeispiel gegeben: Mit den Ausgangsdaten

$$\begin{aligned} W &= 6,26 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2} , & h &= 0,6 , \\ g &= 981 \text{ cm s}^{-2} , & k &= 0,3 , \\ \delta g_P - \delta g_{Q'} &= +0,01 \text{ mGal} , & G &= \left(1 + h - \frac{3}{2} k\right) = 1,15 \end{aligned}$$

erhält man unter Anwendung von (7), (13) und (15) als Resultat

$$\delta H_Q^P = -3,3 \text{ cm}$$

bzw.

$$b_P - b_Q = +1,7 \text{ cm}$$

und daraus

$$d = +5,0 \text{ cm} .$$

Aus (14) kann die Folgerung gezogen werden, daß durch das Wiederholungsnivellement bestimmte Änderungen des Höhenunterschiedes von Oberflächenpunkten in einem zeitlich variablen Schwerefeld der Erde nicht die wahren (absoluten) Vertikalbewegungen der Erdoberfläche, sondern nur die relativen Verschiebungen der Festpunkte zu den Niveaulächen des Erdschwerefeldes darstellen. Die Differenz der absoluten und der relativen Oberflächenverschiebungen (Erdkrustenbewegungen) kann schon bei ganz geringem Unterschied der Schwereänderung der Punkte bedeutend sein. Diese Differenz und dadurch die absoluten Krustenbewegungen können unter der Voraussetzung von ausschließlich elastischen Bewegungen der Erdoberfläche bestimmt werden.

Im allgemeinen Fall ist aber eine solche Bestimmung dieser Differenz nicht möglich. Das bedeutet, daß die in der Praxis von Nivellementsergebnissen abgeleiteten Erdkrustenbewegungen immer nur relative Größen sind, die im ungünstigen Fall ziemlich weit von den absoluten (wahren) Oberflächenbewegungen abweichen können.

In diesem Sinne zeigen z. B. die Änderungen der Meereshöhe gegenüber Höhenfestpunkten die relativen vertikalen Oberflächenbewegungen zum mittleren Meeresniveau an. Sie können sowohl durch an das Meeresniveau angeschlossene Wiederholungsnivellements als auch durch wiederholte absolute Schweremessungen bestimmt werden. Bei fern von Pegelstationen liegenden kontinentalen Gebieten kann eine solche Lösung in Frage kommen, daß man die relative vertikale Oberflächenbewegung einiger ausgewählter kontinentaler Festpunkte (Superkontrollpunkte) durch Präzisionsschweremessungen (z. B. nach dem Verfahren von SAKUMA) bestimmt. Die kontinentalen Nivellementsnetze können dann zwischen diese Punkte eingehängt werden. Die zweckmäßige Entfernung dieser Punkte ist durch die erreichbare Genauigkeit der absoluten Schweremessungen und des Nivellements fehlertheoretisch bestimmt.

Verzichtet man aber in kontinentalen Netzen sowohl auf die absoluten Schweremessungen als auch auf die Anschlußmessungen zu einer Pegelstation und bezieht die durch das Wiederholungsnivellement bestimmten Änderungen der Höhenunterschiede auf einen beliebigen kontinentalen Ausgangspunkt, so werden örtliche Oberflächenbewegungen relativ zu der durch den Ausgangspunkt gehenden jeweiligen Niveauläche des zeitlich variablen Schwerefeldes der Erde bestimmt.

Um die absoluten (wahren) Oberflächenbewegungen bestimmen zu können, wäre es nötig, die vertikalen Verschiebungen und Kippungen des Geoides bzw. der Niveauläche des kontinentalen Ausgangspunktes kennenzulernen. Diese Größen können aber z. Z. leider weder durch das Nivellement noch durch Schweremessungen abgeleitet werden.

Literatur

BIRÓ, P.

Die vertikalen Erdkrustenbewegungen und
Säkularvariationen des Erdschwerefeldes.
Period. polytechn., Budapest 16 (1972) 1-2

BIRÓ, P.

Der Einfluß von zeitlichen Änderungen des Erd-
schwerefeldes auf die Höhe von Nivellements-
festpunkten.
Wiss. Mitt. Inst. theor. Geod. Univ. Bonn
(1973) 12

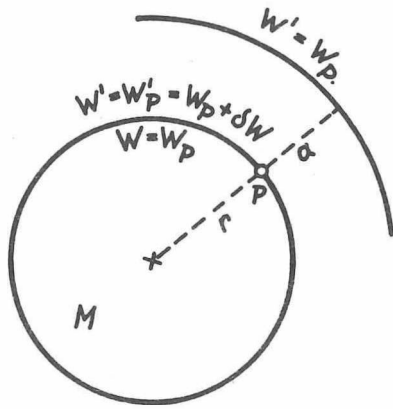


Abb. 1

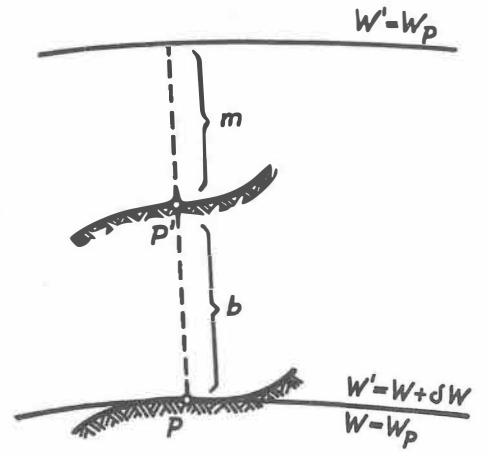


Abb. 2

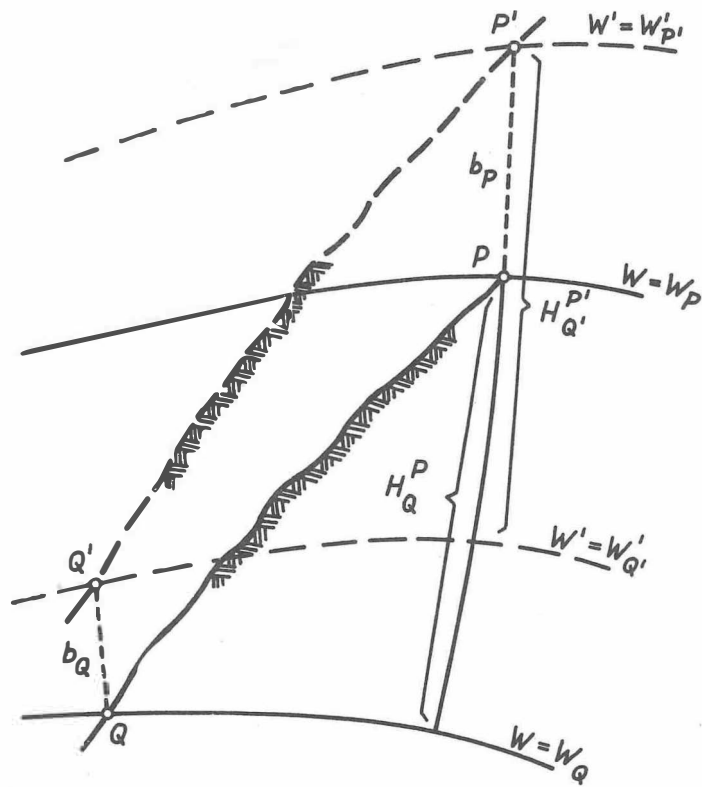


Abb. 3

Geodätisch-astronomische Beobachtungen in der Antarktis

von

JOACHIM LIEBERT ¹⁾Summary

During the 8th (1963) and 17th Soviet Antarctic Expedition 1972, the geographical coordinates were determined at Vostok and Mirny stations. The purpose of the measurements was to define the direction and rate of movement of the innercontinental station of Vostok. The observations were carried out with a transit instrument. The mean error of the amount of the velocity vector is minor to 1 m/year. Reobservations made at the astronomical point of the coastal station of Mirny (lying on rock) are showing a significant alteration of geographical latitude.

Auf der Grundlage der Vereinbarung zwischen den Akademien der Wissenschaften der UdSSR und der DDR waren im vergangenen Jahr wiederum Arbeitsgruppen aus der Deutschen Demokratischen Republik an der komplexen Sowjetischen Antarktisexpedition (SAE) beteiligt. Im folgenden wird zusammenfassend über astronomische Ortsbestimmungen berichtet, die 1972 während der 17. SAE von LEONHARDT und LIEBERT durchgeführt wurden.

Im Rahmen glaziologischer Forschungen in der Antarktis sind Untersuchungen des Massenhaushaltes und der damit in enger Beziehung stehenden Dynamik des antarktischen Eisschildes von grundlegender Bedeutung. Das Arbeitsprogramm zielte deshalb auf die Wiederholung einer bereits 1963/64 durchgeführten Präzisionsortsbestimmung im Gebiet der innerkontinentalen, 1400 km von der Küste entfernt auf dem Plateau der zentralen Ostantarktis gelegenen Station Wostok, um eine Aussage über Betrag und Richtung der Eissgeschwindigkeit zu erhalten. Bisher gibt es keine direkte Kenntnis über die Eisbewegungen in der zentralen Ostantarktis.

Um eine hinreichende Genauigkeit der Ortsbestimmung zu gewährleisten, ist es notwendig, Sterne am Tageshimmel zu beobachten. Während der Polarnacht sind präzise astronomische Messungen wegen der ungewöhnlich tiefen Temperaturen wenig erfolgversprechend. (Die klimatisch-physischen Bedingungen in Wostok können durch folgende Angaben charakterisiert werden: mittlere Jahrestemperatur -55°C , während des viermonatigen Polartages herrschen Temperaturen von -20 bis -60°C , in der Polarnacht liegen sie gewöhnlich unter -60°C , Extremwert -88° . Auf dem 3500 m hoch gelegenen Plateau herrscht ein Sauerstoffpartialdruck, der einer Höhe von mehr als 4200 m entspricht.) Beobachtungen bei

¹⁾-----
Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde
DDR - 15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

Tageslicht gestatten unter Voraussetzung guter Arbeitsephemeriden unter günstigsten meteorologischen Bedingungen die Beobachtung von Sternen bis $3^m,5$, allgemein jedoch nur bis $2^m,5$ (bei 60 bis 70 mm Objektivöffnung).

Die Messungen 1963/64 konnten erfolgreich mit einem Passageinstrument (Askania AP 70) durchgeführt werden. Dieser Instrumententyp ist wegen geringer Störanfälligkeit unter harten klimatischen Bedingungen besonders geeignet. Die Wiederholungsmessungen 1972 erfolgten mit gleichem Instrument, nach gleichen Beobachtungsverfahren, bei nahezu identischem Sternprogramm mit gleichem Beobachter, womit ein Einfluß systematischer Fehler weitgehend eliminiert wird.

Die geringe Zahl beobachtbarer Sterne beschränkt die Anwendungsmöglichkeit spezifischer Ortsbestimmungsmethoden wesentlich. Zur Bestimmung der Polhöhe wurden paarweise Durchgangsbeobachtungen im I. Vertikal (Ost- und Weststern jeweils in beiden Achslagen) und zur Bestimmung der geographischen Länge Beobachtungen von ZINGER-Sternpaaren vorgenommen. Letzteres Verfahren kann mit dem auf einem DÖLLEN-Untersatz aufgestellten Instrument praktiziert werden, womit durch eine azimutale Bewegungsmöglichkeit von $\pm 3^\circ$ die Beobachtung von täglich zwei Sternpaaren realisierbar wird.

Die Beobachtung der Sterne geschah durch Tasten der Antritte an ca. 6 bis 10 Fäden der speziell für diese Messungen konzipierten Strichnetze; die Registrierung erfolgte auf Favag-Schreibchronographen bei gleichzeitiger Markierung der Sekundenimpulse einer Rhode-&-Schwarz-Kleinquarzuhr. Die Zeitvergleiche erfolgten über Oszillograph mit den Signalen WWV bzw. WWVH einmal täglich. Die Zeitbewahrung bereitete wegen des Einflusses starker Störpotentiale bei fehlender Erdungsmöglichkeit außerordentliche Schwierigkeiten, worauf an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden soll.

Die Beobachtung von 35 Sternpaaren zur Bestimmung der Breite und etwa 20 Sternpaaren (ZINGER) für die Bestimmung der Länge zu beiden Epochen ergab nach Anbringung aller notwendigen Reduktionen folgende Resultate (bezogen auf den vermarkten Punkt der 8. SAE):

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 78^\circ 27' 52'' 23 \text{ Süd } \pm 0'' 11 \quad \triangleq \pm 3,4 \text{ m} \\ \lambda = 7^{\text{h}} 07^{\text{m}} 19,989 \text{ Ost } \pm 0,045 \quad \triangleq \pm 4,2 \text{ m} \end{array} \right\} \text{FK4/CIO, Ep. 1964.05;}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 78^\circ 27' 52'' 98 \text{ Süd } \pm 0'' 11 \quad \triangleq \pm 3,3 \text{ m} \\ \lambda = 7^{\text{h}} 07^{\text{m}} 20,186 \text{ Ost } \pm 0,040 \quad \triangleq \pm 3,7 \text{ m} \end{array} \right\} \text{FK4/CIO, Ep. 1972.10 .}$$

Hiernach ergeben sich entsprechend der Epochendifferenz von 8,05 Jahren die Koordinatendifferenzen:

$$\begin{array}{l} 0'' 75 \pm 0'' 15 \quad \text{in } \varphi, \text{ Bewegung südlich,} \\ 0'' 59 \pm 0'' 18 \quad \text{in } \lambda \quad (\text{Großkreis}), \text{ Bewegung östlich} \end{array}$$

und der Gesamtbetrag $0'' 95 \pm 0'' 17$ und damit die jährliche horizontale Bewegung zu $0'' 118 \pm 0'' 021 \triangleq 3,7 \text{ m} \pm 0,7 \text{ m}$ in Richtung Süd 38° Ost $\pm 10^\circ$.

Der ermittelte Betrag von 3,7 m/a stimmt gut überein mit dem theoretisch auf der

Grundlage eines ausgeglichenen Massenhaushaltes von BUDD, JENSSEN und RADOK [1] erhaltenen Wert von etwa 4 m/a für das Gebiet von Wostok.

Die in einigen Jahren mögliche Präzisierung des Resultates wie auch die Beobachtung weiterer astronomischer Punkte in der zentralen Ostantarktis könnten bei Vergleich mit der Theorie konkrete Aussagen zur Massenbilanz des antarktischen Eisschildes gestatten.

Eine weitere Ortsbestimmung wurde in der Küstenstation Mirny vorgenommen. Ziel dieser Messung war die Klärung der Ursache einer Differenz von 1"0 in Breite, die zwischen den Messungen 1960 (5. SAE) und 1963 (8. SAE) aufgetreten war. Dem Betrag nach sehr unwahrscheinlich, jedoch nicht völlig auszuschließen war eine rezente Veränderung des auf anstehendem Fels vermarkten Punktes.

Während der 5. SAE waren folgende Koordinaten für den Astropunkt Mirny erhalten worden:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 66^{\circ}33'07''1 \pm 0''3 \\ \lambda = 6^{\text{h}}12^{\text{m}}03^{\text{s}}.367 \pm 0^{\text{s}}.040 \end{array} \right\} \text{Epoche 1960.6.}$$

Drei Jahre später ergaben die Messungen folgende Werte:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 66^{\circ}33'06''11 \pm 0''06 \\ \lambda = 6^{\text{h}}12^{\text{m}}03^{\text{s}}.382 \pm 0^{\text{s}}.010 \end{array} \right\} \text{Epoche 1963.7; BIH-Pol.}$$

Bemerkenswert ist hierbei die relativ gute Übereinstimmung der Längenwerte. Die Messungen 1972 wurden deshalb nur auf die Bestimmung der Breite konzentriert. Mit dem Passageinstrument (Askania AP 70) stand für die Beobachtungen das gleiche Instrument wie 1963 zur Verfügung, auch wurden die Messungen wieder vom gleichen Beobachter ausgeführt. Ebenso war das angewandte Verfahren der paarweisen Durchgangsbeobachtungen von Ost- und Weststernen durch den I. Vertikal schon 1963 neben HORREBOW-TALCOTT-Beobachtungen praktiziert worden. Statt des letzteren Verfahrens - das dem ersteren unter antarktischen Bedingungen nach Maßgabe der Gewichtseinheitsfehler unterlegen ist - wurden jetzt Meridianzenitdistanzen mit dem Zeiss-Universal Theo 002 zur Ergänzung und Kontrolle gemessen. In fünf Beobachtungsnächten wurden 36 Sternpaare im I. Vertikal mit dem Passageinstrument und 34 Meridianzenitdistanzen mit dem Theo 002 gemessen.

Nach Anbringung der Polschwankungskorrekturen lauten die Resultate:

$$\begin{array}{lll} \varphi = 66^{\circ}33'05''74 \pm 0''071 & \text{I. Vertikal} & \text{Ep. 1972.20,} \\ \varphi = 66^{\circ}33'05''72 \pm 0''077 & \text{Merid.-Zenitdist.} & \text{Ep. 1972.24,} \end{array}$$

im Mittel also

$$\varphi = 66^{\circ}33'05''73 \pm 0''05 \quad \text{Ep. 1972,2; CIO-Pol.}$$

Zum Vergleich ist das Ergebnis von 1963.7 auf den CIO-Pol zu reduzieren; man erhält:

$$\varphi = 66^{\circ}33'05''90 \pm 0''06 \quad \text{Ep. 1963.7; CIO-Pol.}$$

Kovarianzfunktionen der Eisbewegung

von

SIEGFRIED MEIER ¹⁾Summary

The ice movement is considered to consist of two parts: 1. the mean field given by the solutions of the equations of motion for ideal ice masses, and 2. the variations of movement versus place described by means of stationary random processes with GAUSS-distributed ordinates and RAYLEIGH-distributed amplitudes. Different estimations of the covariance functions of the velocity variations at the surface of typical ice masses (outlet glacier, shore ice, ice shelf, ice sheet) along selected profiles were made. The knowledge of the statistical behaviour of ice movement enables the least square prediction, adjustment, and the pre-planning of the optimum distances of the stakes within oversnow traverses.

Die Kenntnisse von den Eisschilden der Erde (Grönland, Antarktika) haben sich seit dem IGJ 1957/58 ganz außerordentlich erweitert. Neue, wirksame Feldmethoden haben dazu beigetragen: Tiefbohrungen erschließen die Geschichte des Eises der letzten 50 000 bis 100 000 Jahre. An den Firnkernen studiert man Kristallstruktur, Dichte- und Temperaturverteilung von der Eisoberfläche bis zum Felsuntergrund. Mit Hilfe von Funkmeßverfahren gewinnt man großmaßstäbige Karten der Eisdicken und des subglazialen Reliefs und erhält Informationen über Schichtung und Deformation. Aus motorisierten Nivellements werden Höhen- und Massenänderungen der Eisschilde abgeleitet. Wiederholte astronomische Präzisionsbeobachtungen und langseitige Winkel-Strecken-Züge liefern die Eisbewegung an diskreten Punkten.

Um die punktwisen Bewegungs- und Deformationsmessungen inter- und extrapolierend mittels linearer Prädiktion zu verdichten, muß man die stochastischen Eigenschaften des Bewegungsfeldes, insbesondere ihre Kovarianzfunktionen, kennen. Kovarianzfunktionen der Eisbewegung werden insgesamt für folgende Aufgaben benötigt:

1. korrelierte Ausgleichung geodätischer Einschnitte, Ketten und Netze sowie Deformationsfiguren auf beweglichem Untergrund;
2. Vorhersage von Eisbewegungen in diskret gemessenen Profilen und in unzugänglichen Spaltengebieten (lokale Prädiktion) sowie Verdichtung locker verteilter Daten entlang der Ausflußlinie (globale Prädiktion);

 1) Technische Universität Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie
 DDR - 8027 Dresden, Mommsenstr. 13

3. Vorplanung des optimalen Meßpunktabstandes in Traversen nach dem Abtasttheorem unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften des Bewegungsfeldes und der Meßfehler.

Die Eisbewegung wird als Überlagerung zweier Teilbewegungen betrachtet: des mittleren Bewegungsfeldes, gegeben durch die Lösungen der Bewegungsgleichungen für ideale Eismassen ("Trend"), und der ortsabhängigen Bewegungsschwankungen, die als stationäre Zufallsprozesse mit GAUSS-verteilten Ordinaten und RAYLEIGH-verteilten Amplituden beschrieben werden.

Die Kovarianzfunktionen der Geschwindigkeit und der Deformationsgeschwindigkeit wurden aus (trendfreien) Beobachtungen an typischen Eismassen (Randeis, Inlandeis, Schelfeis, Ausflußgletscher) entlang ausgewählter Profile wie folgt geschätzt:

1. aus Parallaxenmessungen in wiederholten, gleichorientierten Einzelbildern (Kongsvegen-Gletscher, Westspitzbergen),
2. aus Punktverschiebungen in geodätischen Traversen (Mirny - KM 100, Ross-Schelfeis-Traversal),
3. aus den Frequenzspektren der Untergrundrauigkeit und der Oberflächenneigungen geophysikalischer Traversen (Dronning-Maud-Land-Traversal, Wilkes Ice Cape Project, Syowa-Plateaustation-Traversal) mit Transformation über die Geschwindigkeitsverteilung einer idealen Eiskappe.

Verschiedenartige Stichprobeneffekte beschränken die statistische Sicherheit der Funktionen. Die Auswertungen haben gezeigt, daß mit den Beobachtungen, über die wir gegenwärtig verfügen, nur die Größenordnung und das Abklingen der Geschwindigkeitskorrelationen geschätzt werden können. Prädiktion und Ausgleichung nach kleinsten Quadraten sind jedoch relativ unempfindlich gegen Änderungen von 20 bis 30 % der in die Rechnung eingehenden Varianzen und Kovarianzen. Die Abklingform und -distanz der Funktionen wird beim Festlandeis durch die Struktur des Untergrundes und der gedämpften Oberflächenwellen mit einander ähnlichen Spektren, auf dem Schelfeis mit verschwindender Bodenreibung von der Anzahl, Größe und Geschwindigkeitsverteilung der sie speisenden Zuflußgletscher bestimmt. Die Abklingdistanzen der Funktionen ähnlich dem Glockenkurventyp liegen bei ~ 2 bis 10 km für Festlandeis (Randeis, Inlandeis, Ausflußgletscher), bei ~ 60 km für Schelfeis.

Eigentümlichkeiten im Auftreten von rezenten tektonischen Bewegungen in Raum und
Zeit innerhalb ausgedehnter Gebiete

von

D.A. LILLIENBERG ¹⁾

Zusammenfassung

Zwischen den verschiedenen Typen von rezenten tektonischen Bewegungen, dem Tiefenbau der Erde und morphologischen Strukturen besteht ein enger Zusammenhang, der es rechtfertigt, von einem dynamischen System "morphostrukturelle Besonderheiten - langsame rezente Bewegungen - Seismizität" zu sprechen. Dieses System spiegelt sich in Unterschieden der Intensität des Wärmestroms und in Besonderheiten im Erscheinungsbild des magnetischen und des Schwerfeldes wider. In Zusammenhang damit entsteht die Frage nach der Beständigkeit solcher Parameter wie Mächtigkeit des konsolidierten Teils der Erdkruste und Tiefenlage der MOHORoviČIĆ-Diskontinuität. Veränderungen können offenbar in sehr kurzen Zeitabschnitten vor sich gehen.

Es zeigten sich quasiperiodische zeitliche Änderungen der Intensität von rezenten Bewegungen, die ausgedehnte Territorien erfassen. Perioden der Aktivierung und Differenziertheit der langsamen vertikalen Bewegungen entsprechen Perioden regionaler Zunahme der Seismizität und umgekehrt. Dabei zeigten sich sowohl große Perioden, die Plattform- und Orogengebieten gemeinsam sind, als auch kleine, die charakteristisch sind für einzelne morphostrukturelle Gebiete oder Teile davon. Die Intensität von longitudinalen und transversalen Bewegungen ist auch zeitlich veränderlich.

¹⁾ Akad. Nauk SSSR, Institut Geografii, SSSR - 109 017 Moskva, Staromonetnyj per. 29

Anmerkung der Redaktion:

Ergänzend sei auf einige Arbeiten des Autors hingewiesen, deren Inhalt mit dem des Vortrages in Zusammenhang steht:

- [1] ANAN'IN, I.V.;
LILIENBERG, D.A.;
ŠČUKIN, JU.K. Voprosy sootnošenija sovremennyh vertikal'nych
dviženij, morfostrukturnych osobennostej zemnoj
kory i sejsmičnosti (na primere Vostočnoj Evropy).
In: Sovremennye dviženija zemnoj kory, No. 5,
Tartu 1973, S. 605-616
- [2] BULANŽE, JU.D.;
LILIENBERG, D.A. Itogi meždunarodnogo sotrudničestva stran vostoč-
noj Evropy po sostavleniju svodnoj karty sovremen-
nych vertikal'nych dviženij zemnoj kory.
In: Sovremennye dviženija zemnoj kory, No. 5,
Tartu 1973, S. 9-15
- [3] LILIENBERG, D.A.;
u.a. Morfostrukturnyj analiz sovremennyh vertikal'nych
dviženij evropejskoj časti SSSR.
Geomorfologija, Moskva (1972) 1

Recent Crustal Movements in the Bohemian Massif

by

PAVEL VYSKOČIL¹⁾Summary

The present paper deals with the essential results of geodetic measurements performed on the territory of the Bohemian Massif. The new map of recent crustal movements in C.S.R. is submitted and their interpretation will be tried. The crustal movements along the International Seismic Profiles number VI and VII are interpreted. Recent crustal movements in connection with the deep faults and the MOHO discontinuity are dealt with. Finally, the map of recent crustal movements on the boundary between the Carpathians and the Bohemian Massif is interpreted in detail, based on geological and geophysical data.

1. Introduction

Recent crustal movements found by means of instrumental methods are nowadays observed in larger areas, the observations relating only to their vertical components. In this case, repeated precise levellings are meant by the instrumental method, the efficiency of the levelling being limited by errors in measurement and, last but not least, by exogenous movements as well. The errors in measurement may be reduced by a suitable surveying procedure on the one hand and by the use of the adjustment calculus mechanism on the other hand. Still, we sometimes do not know whether the adjustment procedure does not exert deforming influence upon the results. If the time of the repeated measurements turns out to be unsuitable, the errors due to exogenous movements, usually having an annual period, may distort the final results that are to be used in the investigation of the movements of tectonic origin. In this case the exogenous movements act the part of parasitic phenomena, which makes research works [8, 14] focus on them.

Despite of the defects mentioned, which are gradually removed anyway, the method of levelling offers an accuracy sufficient for investigating tectonic movements both in wider connections and in detail. Used in wider connections, e.g. as a map of vertical movements, the method permits to investigate general tendencies of tectonic movements in larger geological units. In detail, the method may be used in investigating mutual movements of smaller blocks of the Earth's crust along the fault lines, etc. As a rule,

¹⁾ Vyzkumný Ústav Geodetický, Topografický a Kartografický,
Praha 1 - Nové mesto, Politických vězňů 12

the investigation of general tendencies of the tectonic movements should always precede the detailed research. Further research efforts will be concerned with the first of the two ways of using repeated levellings, i.e. with the map of recent vertical movements of the Earth's crust. It covers the area of the Bohemian Massif and a very interesting territory spread between the massif and the western arc of the Carpathians. The map also permits to investigate eventual correlations between the movements and other data relating to the Earth's crust structure and qualities, which were determined by means of geophysical methods.

2. The Map of Vertical Crustal Movements on the Territory of the Czech Socialist Republic

The map submitted hereafter presents the latest processing of repeated levellings pursued on the territory of the C.S.R. in the years 1920 - 1971. Former variants of the map illustrating the territory concerned [7, 5, 10, 6] showed specific shortcomings, some resulting from the methodics of the processing, others from the fact that movement isolines did not cover the entire national territory. The latest variant is the result of all good levellings that were always processed according to [9]. The general configuration of the network used is shown in Fig. 1. The network consists of levelling lines that were measured twice after World War II, with the exception of the northern margin of the C.S.R., where two levellings were used dating from the period between the wars and the postwar period. Fig. 1 shows that the network is of sufficient density, which warrants the covering of all the basic movement tendencies in the area concerned. The processing accuracy may be characterized by a mean error of the adjusted annual variation in elevation:

$$M_0 = \pm 0.03 \text{ mm per kilometre .}$$

The fundamental levelling point Mrač was used as the initial point for deriving relative annual movement velocities of the network points. Geologists and geophysicists recommended that the point be located in stable structures in the central part of the Bohemian Massif. The distance from the initial point considered, the uncertainty in the determination of isolines of annual movement velocities (mm per annum) makes:

for border areas of Bohemia	$\pm 0.3 \text{ mm/year ,}$
for the eastern part of the C.S.R.	$\pm 0.5 \text{ mm/year .}$

The map was originally compiled at the scale of 1/500 000. Fig. 2 presents a reduced picture of the map.

The uncertainty of the isolines determination being equal to the above-mentioned mean errors, the movements may be taken for proved both in border areas in Bohemia and in the area between the Bohemian Massif and the Carpathians. The most remarkable manifestations in the area pass in the direction towards Prague - Benešov - Jihlava - Brn. Expressive depressions towards the east and northeast of the town of Rakovník are caused by mining activities in the basin of Kladno. Depressions of similar kind also occur southeast of the town of Opava within the Upper-Silesian coal basin. As it is shown in [11], the falls may result from common manifestations of technogenous and tectonic

tonic movements. No tectonic movements could be found in the basin of Kladno [13].

The subsequent paragraphs deal with the usage of the map for the movements interpretation by the results of geological and geophysical observations.

3. Map Interpretation by Geological Conditions

According to the classification [3], the Bohemian Massif is divided into several basic geological floes. The classification and the major faults and fault lines are shown in Fig. 3 (1 - moldanubic structure, 2 - Assynt floe, 3 - Thuringo-Saxon floe, 4 - West-Sudeten floe, 5 - Moravio-Silesian zone and Moravic structure, 6 - platform Cretaceous structure, 7 - Moravio-Silesian zone of the Lower Ash Mountains). Naturally, the classification is rather sketchy, since the units do not comprehend the rich tectonic development of the Bohemian Massif. Besides, the major fault lines covered do not give a true picture of the fine-block structure of this fundamental geological unit.

The comparison of the map in Fig. 2 with the diagram shown in Fig. 3 acknowledges the fact that the relatively calm area is attached to the Assynt floe and partly to the moldanubic structure. With the exception of the ridge of the Bohemian Forest, the entire area is rather sloping down. More remarkable falls occur in southern Bohemian sedimentary basins, especially in that of Třeboň. The work [14] shows that in some cases these falls correlate with the thickness of the sedimentary layers. The geologically expressive Blanice furrow shows greater manifestations only in its southern margin. Remarkable falls occur in the West-Sudeten floe that involves the Lusatian, Giant and the Eagle Mountains. Naturally, the running of the levelling lines does not permit to determine the movement tendencies in ridges of the said mountains. The Thuringo-Saxon floe is rich in contrasting and rather differentiated movements. Fairly remarkable manifestations occur in the fault of the slopes of the Ore Mountains, which is the northwestern boundary of the Cretaceous table. As far as the movements are concerned, the area of this geological unit is fairly differentiated. Remarkable uplifts appear in the neovolcanic Doupov Mountains (to the southwest of the town of Kadaň) as well as in the area of the Iron Mountains. A typical fall may be observed in the ditch-like depression in the vicinity of the town of Louny as well as in some parts of the Elbe line (Hradec Králové - Česká Lípa). Simultaneously, a sharp division passes here of the northeastern margin of the neovolcanic Central Bohemian highlands between the towns of Teplice and Česká Lípa.

Differentiated movements also occur in the Moravio-Silesian zone, for which uplifts of the Ash Mountains in the north and mild falls in the south are typical. Some parts of the Boskovice furrow show active movements too. The falls prevail in the Carpathian pre-depression, especially in its northeastern part. Still, the zone of relative falls is narrower than the morphological boundary of this part of the pre-depression, which goes by the name of Moravian Gate. The geologists suggest that this might result from the proceeding horizontal shift of the eastern Carpathian arc. The movement activity of a part of the outer Carpathian arc near the eastern boundary of the C.S.R. proves

that there is a close relationship to the young movements in other parts of the Carpathians. The movements in this border area of the Bohemian Massif and the Carpathians are dealt with in [12]. Nowadays, a large levelling network and a system of several geodynamical polygons are being built in this area; the former is designed for detailed research work and the latter for general research of recent movements in detail.

The brief analysis submitted here proves that there is a differentiated movement activity in the marginal structures of the Bohemian Massif. The apparent block structure of this major geological unit produces a movement activity in individual parts as well as in major and minor fault lines. The papers [5] and [6] demonstrate that many of the movement tendencies here are of neotectonic origin. Thus, the quaternary tectonic development quite apparently continues. The detailed investigation of partial tendencies required that a lot of levelling profiles should have been built within the fault on the slopes of the Ore Mountains, the geodynamical polygon established within the southern Bohemian basins (Lišov) and the boundary line between the Carpathians and the Bohemian Massif. This investigation is the second approach to the recognition of qualities of both vertical and horizontal movements in significant parts of the Bohemian Massif.

The knowledge of the relationship between the vertical movements and the geological structure of the Bohemian Massif makes a piece of very important information. Yet, it does not answer the main question about the origin of the movements and their correlation with deep structures.

4. The Vertical Movements and the Deep Structure of the Bohemian Massif

Nowadays, the investigations of the deep structure of the Earth's crust by means of geophysical methods are being developed. With these methods it is possible to pursue, with quite sufficient accuracy, the identification of the present location as well as physical and chemical properties of masses in the Earth's crust. Let us try to compare the statistical data with those regarding the present dynamics of the Earth's surface. Naturally, the movement velocities are given in relative values only. Thus, a relative fall in its absolute degree might become an uplift of lower intensity.

We are going to use more detailed data in our analysis relating to the deep structure of the Earth's crust along the international profiles of seismic soundings VI and VII. We are especially concerned with comparing the results from [1] and [2] with the map shown in Fig. 2. The running of the profiles is illustrated in Fig. 3 (general view), the detailed sections along the profiles being given in Figs. 4 and 5. Here, the course of relative annual movements of the Earth's crust is designated by a thinner full line. The other data are taken from the papers quoted.

As far as the profile VI is concerned, there is a striking difference between the movement activity in the area of the Bohemian Massif and that in the outer part of the Carpathians. While movements of higher intensity in the Bohemian Massif occur only in the western marginal area of the Ore Mountain fault, in the Carpathians the entire

area illustrated is afflicted with higher movement activities. We shall demonstrate that the variation is very likely to be caused by other effects evoking the movement. As Fig. 4 shows, some correlation might occur between the general movement tendency and the depth of the MOHO discontinuity surface. Relative uplifts occur in smaller depths (about 30 kilometres), while relative falls apply to greater depths (about 38 to 40 kilometres). These tendencies do not agree with the detailed run of the movement line and correspond only to the area of the Bohemian Massif. The area of the Carpathians would apparently have an opposite correlation. A much more detailed picture of the vertical movements of the Earth's crust surface is given by the course of the line dividing the granite and the basalt zone. And again, at first sight the correlation occurs just in the profile part that passes through the Bohemian Massif. As the course of the movement tendencies shows a sensible response to the undulation of the basalt zone boundary, we are going to make a detailed analysis of this correlation. A correlation field of the depth of the basalt zone boundary and the relative movement is depicted in Fig. 6 A. The correlation is expressed by the coefficient

$$r = 0.80 ,$$

which suggests that there is a dependence between both the values examined. Here, the correlation field relates only to the area of the Bohemian Massif; other dependencies will apparently occur in the Carpathians, and will have to be examined with respect to the central part of the mountains [2]. Attention may be paid just to the fact that in the outlined parts of the Carpathians the vertical movements will also be affected by inner faults of the Vienna Basin.

A correlation similar to that on the profile VI can also be found in the profile VII. Though passing entirely through the Bohemian Massif, the profile also shows a divide of the correlation between the vertical movements and the depth of the basalt boundary. In this case the divide is made by a remarkable leap in the running of the MOHO discontinuity surface; then the correlation squaring with that on the profile VI (Fig. 6 A) relates only to the area of the moldanubic structures (Fig. 6 B). Two approaches were taken to examining the correlation between both values:

- a) for the area of the moldanubic structures only (see full circlets in the diagram 6 B),
- b) for the entire profile (for the remaining part - empty circlets in the diagram 6 B).

The approach sub a) is characterized by the correlation coefficient

$$r = 0.93 ,$$

the approach sub b) by the coefficient

$$r = 0.59 .$$

The diagram 6 B demonstrates that the dependence of both of the examined values in the northeastern part (the right-hand side of the profile in Fig. 5) assumes a tendency opposite to that in the southwestern part. The dividing area in the correlation corre-

sponds to the intersection of the profile by the Elbe line.

Making up the correlation field for the parts of the profiles VI and VII with a higher correlation coefficient (Fig. 7), we shall get the entire correlation coefficient for the inner part of the Bohemian Massif, which is mostly composed of the mol-danubic structures:

$$r = 0.77 .$$

With respect to the present inaccuracies in the determination of the depth of the basalt and granite zone boundary and of the relative movement velocities, the given correlation may be considered very suitable. The equation of the laid-out adjustment line (Fig. 7) reads as follows:

$$V_r = 1.064 - 0.064 H_b ,$$

where V_r is the relative movement velocity in millimetres per annum and H_b is the depth of the basalt divide in kilometres. The equation suggests that

$$V_r = -0.6 \text{ mm per annum per } 10 \text{ kilometres } (H_b)$$

is the approximate dependence for the area of the Bohemian Massif.

These correlations point out that the vertical crustal movements in the dominant part of the Bohemian Massif depend upon the division depth of the basalt zone. The dependence suggests that the movements in the area examined result from movement processes in the basalt zone of the Earth's crust.

There is one question left concerning the dependencies of the vertical movements within the area of the Carpathians and outside the divide of the Elbe line. There is another question to answer: Have both of the anomalous areas corresponding or different independent correlations? The latter alternative seems to be more likely; the former will correspond to the present activity of the assumed old fault system of the Elbe line extended somewhat to the southeast.

5. The Vertical Movements and the Heat Flow

The diversity of movement origins and intensities in the Bohemian Massif and the Carpathians is confirmed not only by the preceding correlation analyses. It might also be demonstrated by the mutual dependence of the vertical movement velocities and by the heat flow (see [1] and [4]). If we take mean values of the heat-flow data as registered in several neighbouring places in various parts of the Bohemian Massif and the outer arc of the western Carpathians, we shall get average data for the areas shown in Fig. 3. Fig. 8 illustrates their dependence upon movements of the Earth's crust separately for each major geological unit (full circlets for the Bohemian Massif, empty circlets for the Carpathians). The dependence approximated by linear functions is given

by the following equations:

$$V_r = -3.26 + 1.45 I_{hf} \quad \text{for the Bohemian Massif}$$

$$V_r = -11.20 + 7.65 I_{hf} \quad \text{for the Carpathians,}$$

where I_{hf} is the heat flow in $\mu\text{cal per cm}^2\text{s}$. Approximated, the value for the Bohemian Massif reads

$$V_r = 1.4 \text{ mm/1 } \mu\text{cal cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

and for the Carpathians

$$V_r = 7.6 \text{ mm/1 } \mu\text{cal cm}^{-2} \text{ s}^{-1} .$$

Both of these values result from a relatively small number of observations. Besides, the data on the Carpathians concern just a small part of this large geological unit. Nevertheless, the equations suggest that there is a diversity of vertical movement origins in both areas. Still, the values concerning the area of the Bohemian Massif may be considered as better approaching reality. If other values would be taken relating to the larger part of the Carpathians, the value V_r may very likely decrease. Yet, the different character of the dependencies of the heat flow upon the vertical movement in both major geological units stands beyond any doubt. Indirectly, this fact is also proved by the difference in the character of the dependence of the heat-flow value upon the geoid height [1].

6. Conclusion

The map of the vertical crustal movements shows that there is rather a differentiated movement activity on the territory of the Czech Socialist Republic. The movements and partial movement tendencies are connected with individual blocks or fault lines. The greatest movement activity relates to the marginal parts of the Bohemian Massif, the area between the Carpathians and the Bohemian Massif being of greatest research concern here. The shift of the movement maximum with respect to terrain morphology also suggests the occurrence of horizontal movements in the direction from the Carpathians to the Bohemian Massif.

As far as the investigation of the vertical movement origins is concerned, the correlations revealed confirm the effects of dynamic processes in the basalt zone of the Earth's crust. Apparently, these effects mostly occur in the Bohemian Massif, while the area northeast from the Elbe line will produce another sort of effects. Similar conditions occur in the outer part of the western Carpathian arc and, most likely, in the entire Carpathians as well. The diversity of vertical movement origins in both the major geological units is confirmed by different dependencies between the movement and the heat flow.

It is necessary that the interpretation studies mentioned here be further elabo-

rated; but even now they show the diversity of the origin of the crustal movements. Though the diversity will by no means be principal (the main principle ought to be always the same), yet differentiated approaches should be taken to investigating mutual dependencies. Such a differentiated approach is not only necessary as far as the entire major geological units are concerned, but also within their areas.

References

- [1] BERÁNEK, B.;
PRAUS, O. Die bisherigen Ergebnisse der Untersuchung des Tiefenaufbaus der Erdkruste auf dem Gebiet der ČSSR.
Paper presented at VIIth General Assembly of KAPG, Praha 1971
- [2] BERÁNEK, B.;
ZOUNKOVÁ, M. Results of deep seismic sounding in Czechoslovakia. In: UMP Programme in Czechoslovakia 1962-1970, Geophys. final report, p. 94-115.
Praha: Academia 1971
- [3] BOUČEK, B.; KODYM, O. Geologie.
Praha: Naklad. ČSAV 1963
- [4] ČERMÁK, V.;
JEŤEL, J.;
KRCMÁŘ, B. Terrestrial heat-flow in the Bohemian Massif and its relation to the deep structure.
Sb. geol. věd, Řada UG 7 (1968), p. 25-41
- [5] KOPECKÝ, A.;
VYSKOČIL, P. Present-day vertical movements of the Earth's crust in the western half of the Bohemian Massif (in Czech).
Věstník Ústředního Ústavu geol. 44 (1969), p. 273-281
- [6] KOPECKÝ, A.;
VYSKOČIL, P. Recent Earth's surface movements in Czechoslovakia established by geodetic measurements.
Věstník Ústředního Ústavu geol. 47 (1972), p. 129-139
- [7] KRUIS, B. Výzkum svislých pohybů zemské kůry v Československé republice.
Geod. a kartogr. Obzor, Praha 47 (1959) 5, p. 149-153
- [8] SCHÖNE, J. Probleme der Stabilisierung der Höhenfestpunkte.
Vermessungstechnik 18 (1970), p. 63
- [9] VYSKOČIL, P. Využití výsledků nivelace pro sledování vertikálních pohybů zemské kůry.
Geod. a kartogr. Obzor, Praha 56 (1968) 14, p. 246-250
- [10] VYSKOČIL, P. Comparison of two maps of annual speeds of vertical crustal movements on the territory of the C.S.R.
Paper presented at the XVth General Assembly, Moscow 1971

- [11] VYSKOČIL, P. Technogene Erdkrustenbewegungen in den Kohlengebieten der CSR.
Paper presented at Symp. "Recent Crustal Movements on the Polygons", Budapest, February 1973
- [12] VYSKOČIL, P. Erdkrustenbewegungen auf der Grenze der Karpaten und des Böhmisches Massivs.
Paper presented at Symp. "Recent Crustal Movements on the Polygons", Budapest, February 1973
- [13] VYSKOČIL, P. Vertikální pohyby zemské kůry v kladenské uhelné pánvi.
Praha: Edice VÚGTK 1973
- [14] VYSKOČIL, P. Investigation of the vertical crustal movements on the geodynamic polygon Lišov. In: Monografická publikace.
Praha: Edice VÚGTK 1973 (in print)



Fig. 1

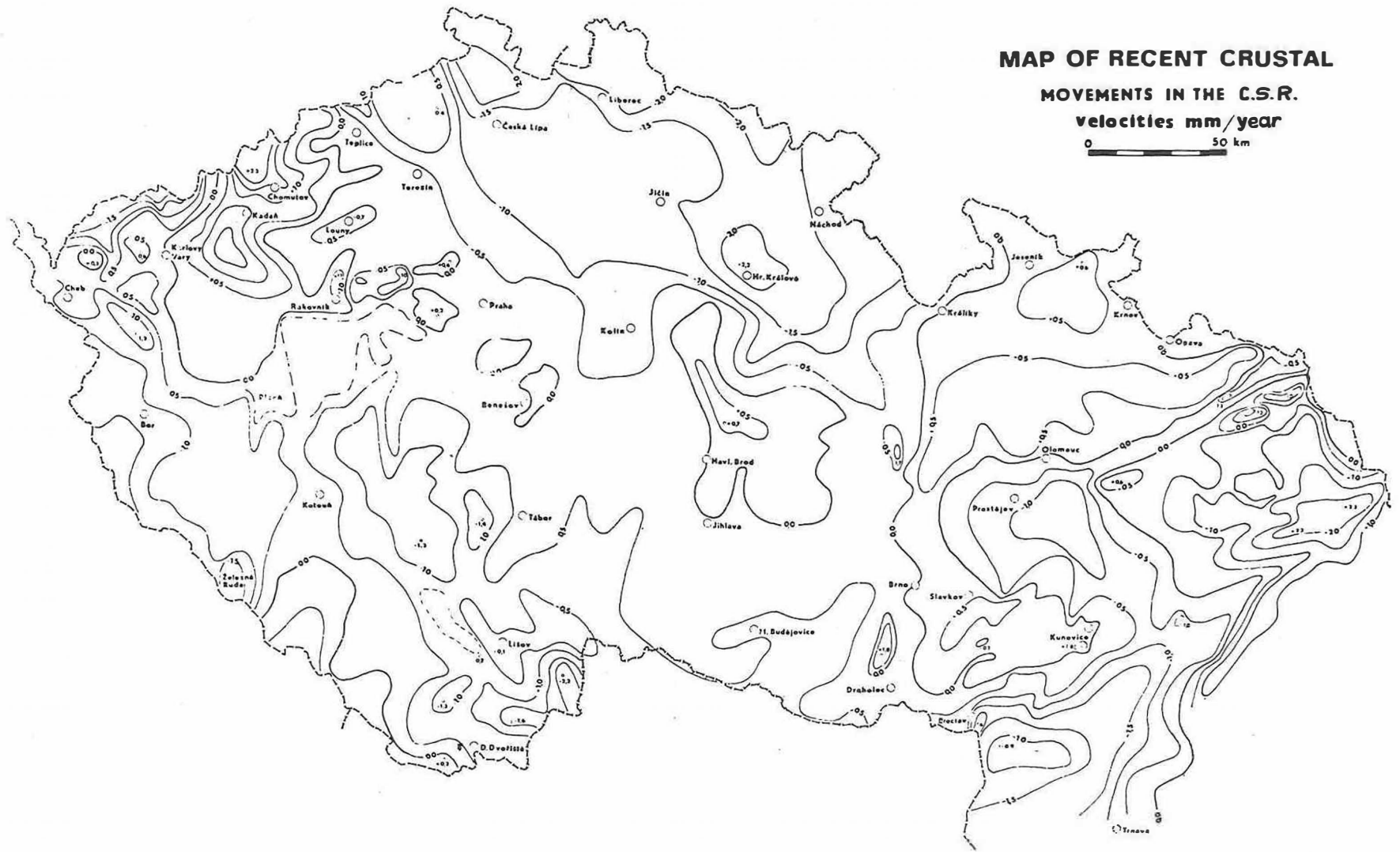


Fig. 2

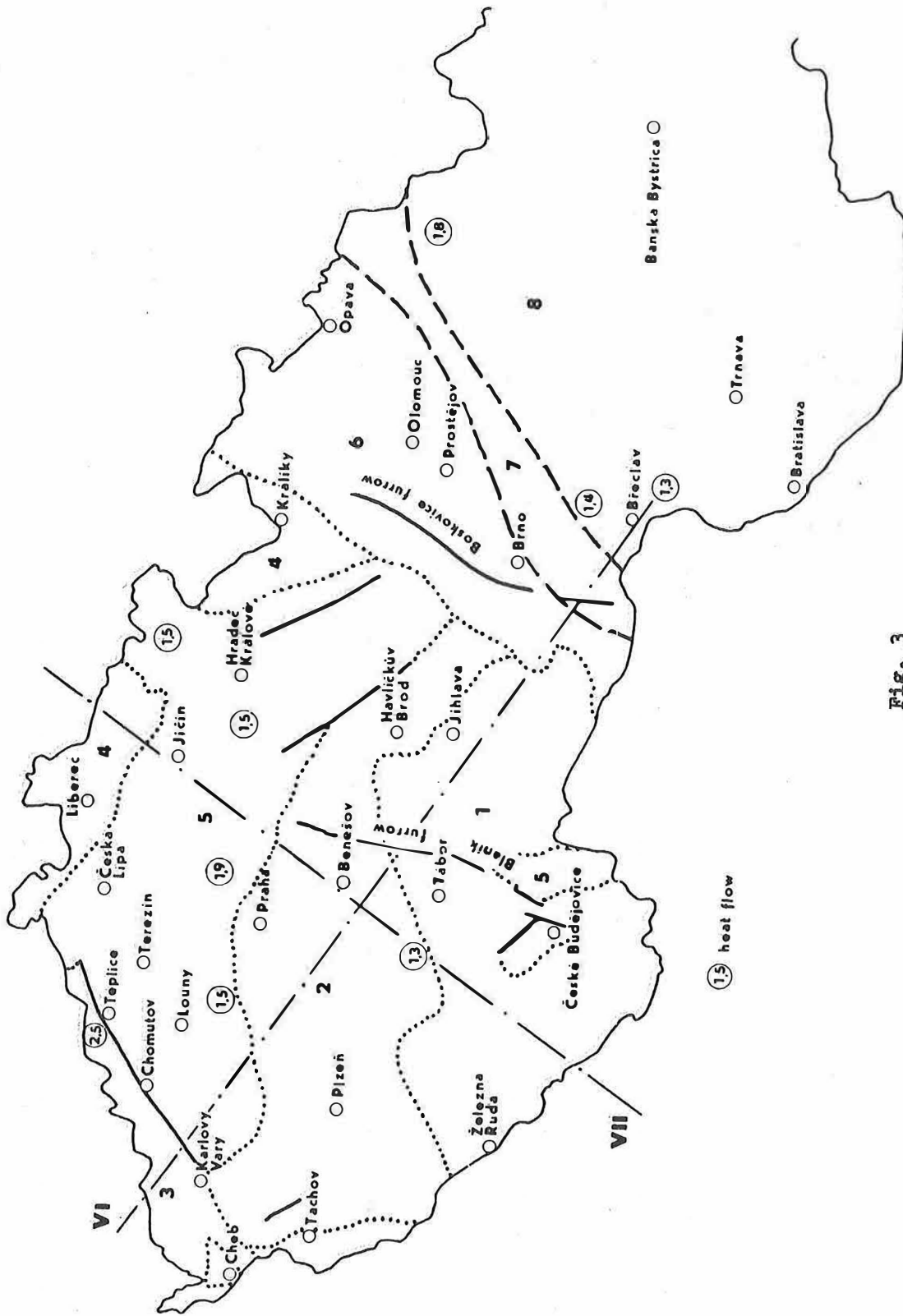


Fig. 3

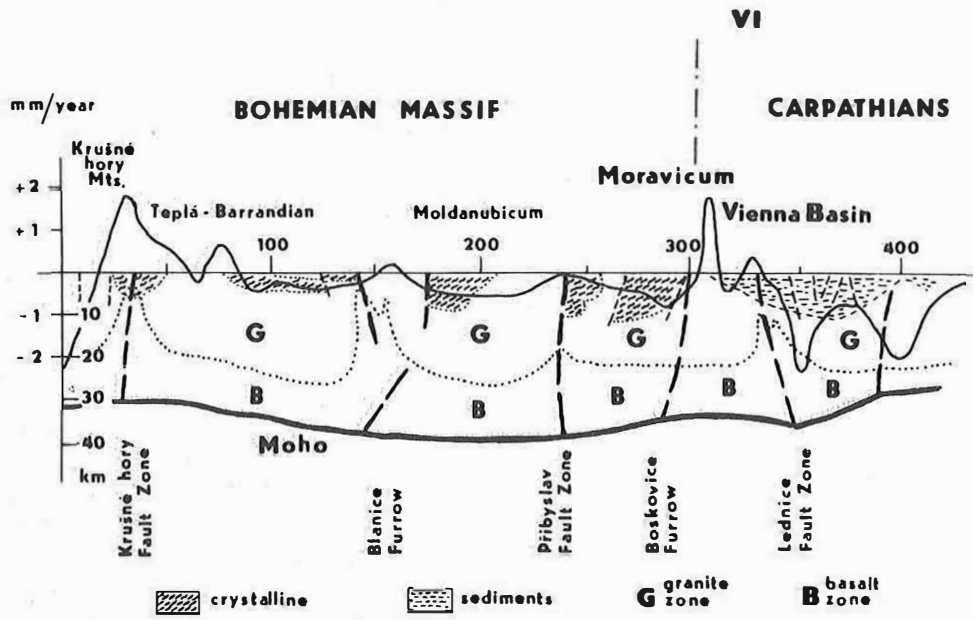


Fig. 4

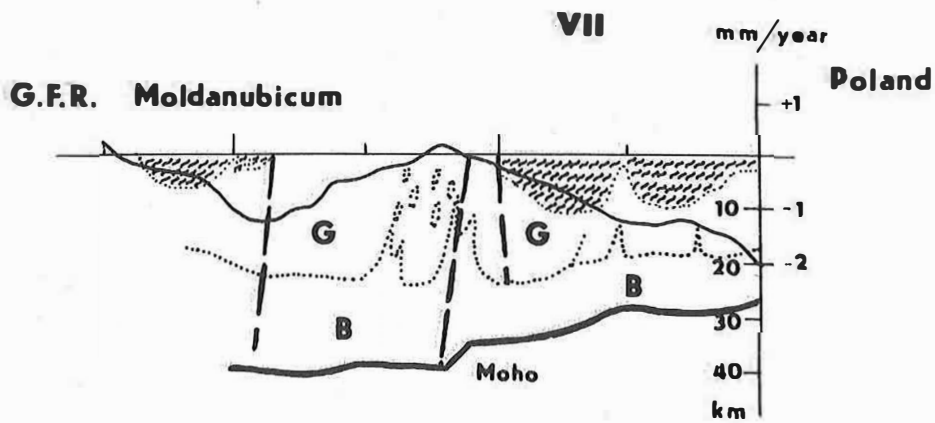


Fig. 5

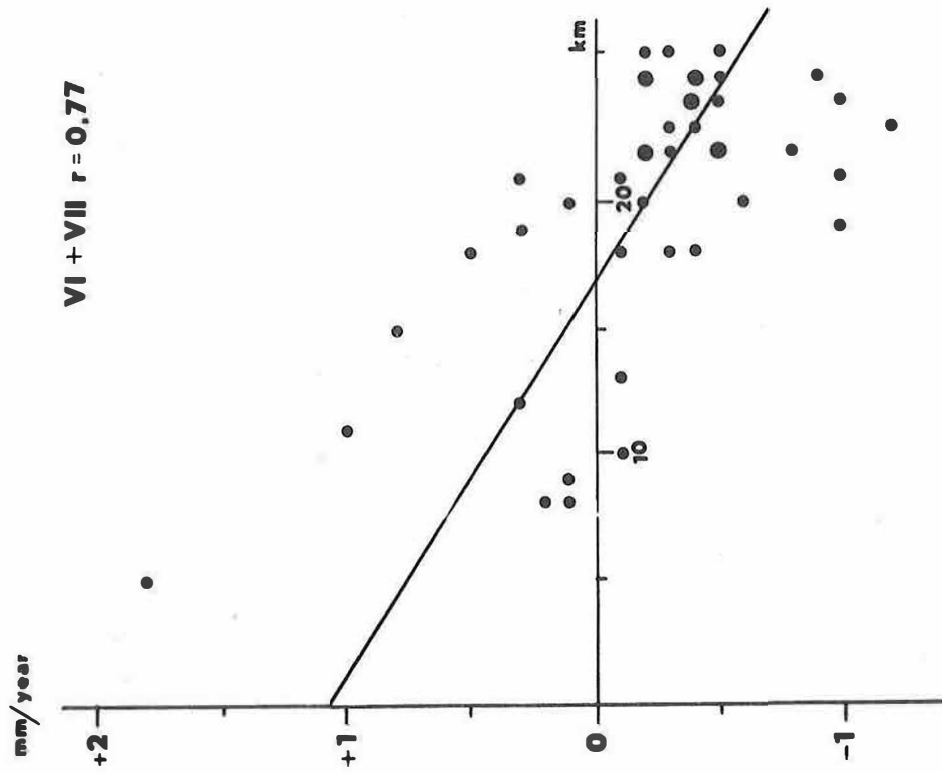


Fig. 7

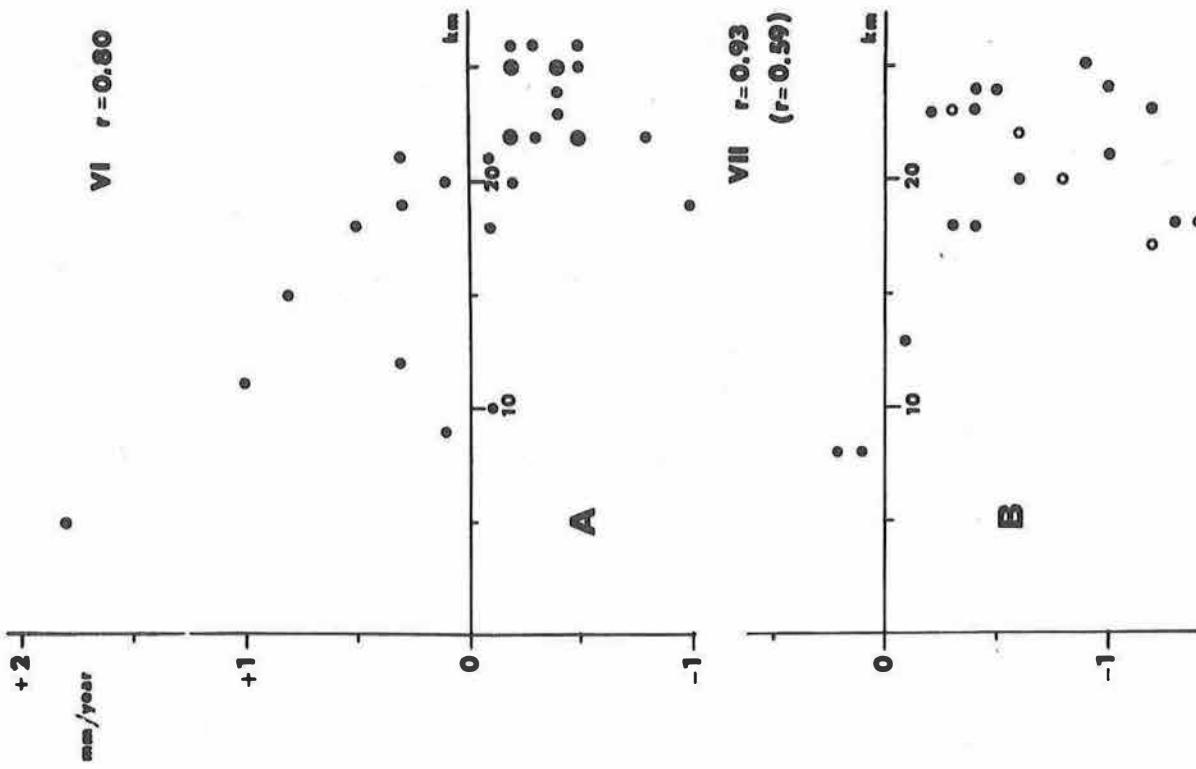


FIG. 6

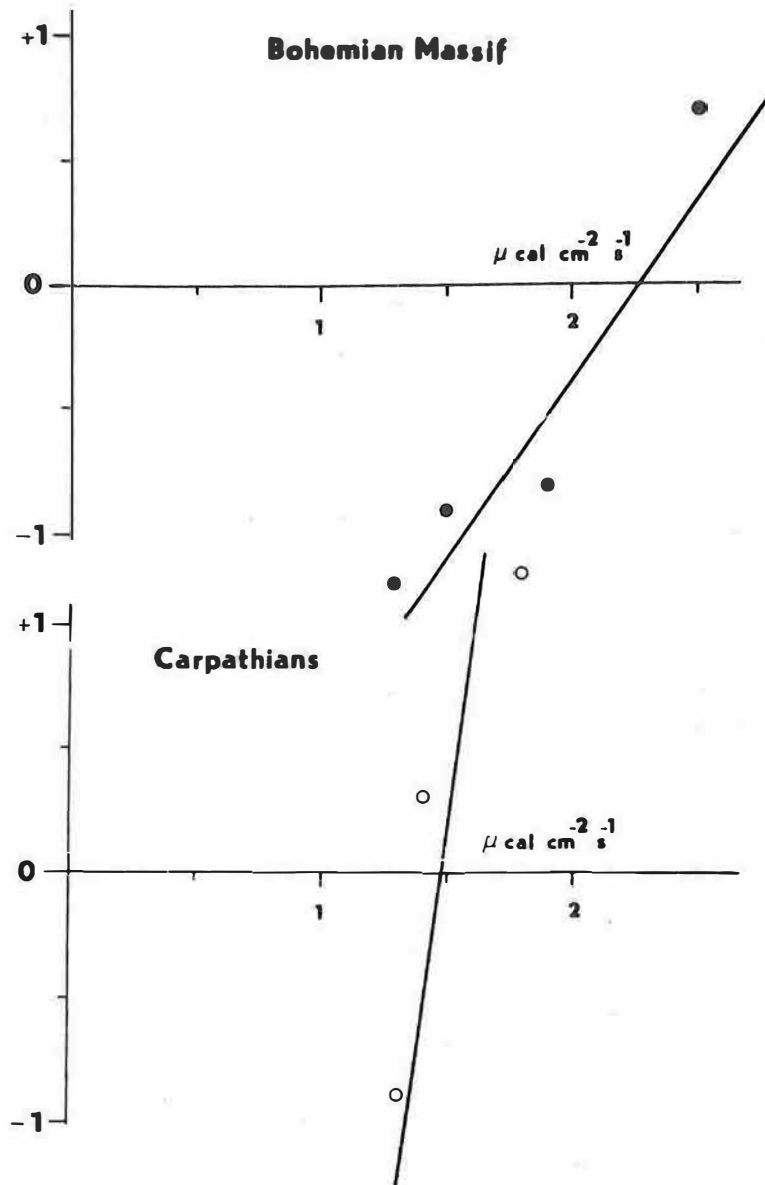


Fig. 8

On the Relation of Space and Time between Recent Vertical Crustal Movements and
Palaeotectonics within the North German-Polish Depression

by

GÜNTHER SCHWAB, HANS-JÜRGEN TESCHKE and KARL-BERNHARD JUBITZ¹⁾

Summary

The North German-Polish Depression serves as an example to unite the direction, distribution and intensity of vertical recent crustal movements with the tectonic development of the regional structure of the platform cover (Permian to Cainozoic), and to understand them as an expression of the total palaeotectonic development of the regional units (problematic character of the continuity of tectonic movements over major periods).

Areas of investigation having a different order include (i) the north-east flank of the North German-Polish Depression situated in the territory of the People's Republic of Poland, which here borders on the old, Pre-Cambrian stable area of the East European Platform, and (ii) the partial depression of the North German-Polish Depression (North-East German Depression) situated in the northern part of the G.D.R.

From a methodical point of view, the comparison of recent vertical crust movements with the palaeotectonic development is based on an evaluation of the material (lithological) structure of the geological successions of beds as well as of their thicknesses, as they are represented in lithological-palaeogeographical maps. From a systematic comparison results that there is a wide accord between the palaeotectonic development and recent movements. With respect to their direction and spatial distribution, recent structures of upheaval and depression subordinate themselves to the underground structure. The geological development is controlled by the same zones of activity which also determine recent vertical movements.

The tectonics of the north-east flank of the North German-Polish Depression is coined by a suture zone striking NW-SE, the so-called Dobrudsha-North Sea Lineament (TORNQUIST or TEISSEYRE line), developed during the Upper Proterozoic and effective during the whole Phanerozoic. During the history of development of the North German-Polish Depression evolved in the Lower Permian, i. e. about 250 million years ago, the high mobility of this zone works out in both a characteristic increase of

1) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde,
Institutsteil Berlin, 108 Berlin, Otto-Nuschke-Str. 22/23

thicknesses and change of formation of lithological profiles, as well as in an increased recent activity of movement. It is particularly interesting that the process of advancing crustal stabilization demonstrable since the beginning Cainozoic is also indicated by the distribution of intensity of recent crustal movements.

In the North-East German Depression, too, a fundamental accord is perceptible between the structure of depression derived from the material (lithological) distribution and recent movements. For a statistical comparison between the isobases of recent vertical velocities of movement and positions of depth, and thicknesses respectively, of a number of geological horizons in the north-west part of the G.D.R. the analysis of components by the R-technique was used. As was to be expected, the closest bonds exist with the distribution of thicknesses of the Neogene, that is to say with the uppermost period of the development of geological structure. A similar relation is also shown by the isobases to the isobaths of the Zechstein (Upper Permian) base, where the sum of all vertical movements since the Permian is integrately comprised. As a result, opposed tendencies of movement of individual geological periods are eliminated.

For another partial area of the North-East German Depression changes undergone by the development of thickness during the Upper Cretaceous and Cainozoic are compared with recent vertical movements. Although the wide-meshed net of lines of the first-order repetition levelling does not permit to make a detailed comparison, it can be shown that the general behaviour of palaeotectonic movements of the regional structures investigated continues to act in the present time.

In summing up it can be generalized that the vertical recent crustal movements are not only an expression ascertained geodetically for the behaviour of dynamic movement of deeper crust and upper mantle, respectively, but are, at the same time, also part of the historical process of structural development of the platform cover, from which results the demand for using geological-tectonic methods in a way appropriate for interpreting recent crustal movements and their causes.

A detailed description of the results is published in "Zeitschrift für angewandte Geologie", Berlin 19 (1973) No. 7.

4. Figure of the Earth and Gravity Field

Erdfigur und Schwerefeld

Anwendungsmöglichkeiten der Satellitengeodäsie bei der Erforschung der inneren
Struktur der Erde

von

GYÖRGY BARTA ¹⁾

Summary

Magnetic and gravitational evidences concerning the asymmetry of the internal structure of the Earth and its temporal variations are given in brief and further possibilities of the study are discussed. An even more accurate approximation of the geoidal figure can be obtained if the axes of the approximating rotation-symmetrical forms will be located outside the plane of the equator. Such an investigation of static und dynamic phenomena can provide a better understanding for some features of the material of the core. Further seismological investigations are needed for a precise location of the position of the inner core. The study of the mass movements of the core may result in a better knowledge of the tectonical processes of the Earth's surface.

Im Oktober 1972 hielt ich im Rahmen des ERTEL-Gedenkkolloquiums einen Vortrag darüber, daß die scheinbar komplizierte Form des Satellitengeoids im Grunde genommen als Summe von zwei drehsymmetrischen Formen dargestellt werden kann und daß die Anschauungen, die sich bezüglich des hydrostatischen Gleichgewichts auf der Erdoberfläche herausgebildet haben, in der Nähe des Erdzentrums (wo das Gravitationsfeld der Erde einen singulären Punkt hat) nicht unmittelbar anzuwenden sind (s. [1]). Die natürliche Gleichgewichtslage des inneren Erdkernes stellt sich wahrscheinlich in einer Entfernung von einigen hundert Kilometern von der Drehachse ein. Die Richtung der Exzentrizität ist unbestimmt: Die anfangs eingenommene Lage kann sich durch den Einfluß der Gezeitenkräfte in westlicher Richtung verschieben. Der innere Kern kann in dem die Drehachse umgebenden Potentialgraben nach Westen wandern, wodurch die in der magnetischen Säkularvariation festgestellte Westwanderung erklärt werden könnte.

Die Deformationen des magnetischen und des Schwerefeldes weisen also auf eine exzentrische Lage des inneren Erdkernes hin. Im folgenden werden wir die bisher

¹⁾ Eötvös Loránd Tudományegyetem, Geofizikai Tanszék, Budapest VIII, Kun Béla tér 2

angeführten Beweisgründe und die im Laufe der Betrachtungen benutzten Gedankengänge noch einmal zusammenfassen.

1. Die in der Säkularvariation des erdmagnetischen Feldes auftretende 50jährige Periode kann auch in den Bewegungserscheinungen der Erde erkannt werden, so daß die magnetische Säkularvariation wahrscheinlich mit einer Massenverlagerung in Zusammenhang steht (Abb. 1).
2. Der magnetische Dipol der Erde nimmt eine um mehrere hundert Kilometer exzentrische Lage ein, die sich während der letzten vierhundert Jahre ständig nach Westen verschob. Das weist auf einen asymmetrischen Aufbau des Erdkernes sowie eine zeitliche Änderung desselben hin (Abb. 2).
3. Die Geoidfigur ist - entsprechend diesem Gedankengang - die Summe von zwei drehsymmetrischen Formen. Die in Richtung Australien weisende Eiform ist die Folge einer sich aus der Exzentrizität ergebenden statischen Deformation, während die drehsymmetrische Form in Richtung Indien einer aus der Kernwanderung folgenden dynamischen Deformation zuzuschreiben ist (Abb. 3; s. auch [1], Abb. 1 - 3).
4. Der innere Kern wird sich dort im Gleichgewicht befinden, wo der Druck auf seine Oberfläche aus allen Richtungen derselbe ist; daraus kann man (unter Annahme von verschiedenen Exzentrizitätswerten) die Exzentrizitätsabhängigkeit der Dichte des äußeren Kernmaterials berechnen (s. [1], Abb. 5).
5. Die aus dieser Inhomogenität resultierende Gravitationswirkung des Materials des äußeren Kernes wächst mit dem Quadrat der Exzentrizität, ist gegen das Zentrum gerichtet und setzt dem übermäßigen Anwachsen der Exzentrizität eine Grenze. Die mit der Entfernung von der Achse linear wachsende, nach außen gerichtete Zentrifugalkraft hält der oben erwähnten Wirkung in einer Entfernung von einigen hundert Kilometern das Gleichgewicht.
6. Die veränderliche innere Massenverteilung kann Ursache für eine säkulare Änderung des Schwerfeldes sein. Der japanische Forscher A. SAKUMA konnte in den letzten Jahren in Paris eine g - Änderung nachweisen, die einer Säkularvariation von $20 \mu\text{Gal}$ pro Jahr entspricht (s. [1], Abb. 6).

Was können wir aus allen diesen Resultaten für die Eigenschaften des Erdballs folgern? Welche Untersuchungsrichtungen ergeben sich daraus?

1. In unseren bisherigen Studien haben wir das Äquatorprofil des Geoids durch zwei drehsymmetrische Formen angenähert dargestellt. Es wäre wünschenswert, die Näherung zu verbessern und diese Bedingung fallenzulassen dadurch, daß wir aus dem Äquator heraustreten. Dies bringt eine rechentechnische Aufgabe mit sich, deren Lösung es aber vielleicht gelingen wird, den primären Wirkungskörper in großer Tiefe von jenem sekundären in höherer Lage zu separieren.

2. Das Material des äußeren Kernes kann sich in Abhängigkeit von seinen bis jetzt wenig bekannten Eigenschaften gegenüber äußeren Einwirkungen verschieden verhalten. Aus den Erscheinungen an der Oberfläche können wir auf die physikalischen Eigenschaften des Materials des äußeren Kernes schließen. (Auf Grund der Geschwindigkeit der Bewegungen und der Kraftwirkungen könnten z.B. Berechnungen angestellt werden über

die Viskosität und Kompressibilität des Materials des äußeren Kernes.) Die Extremwerte des Verhaltens können die folgenden sein:

- a) Das Material des äußeren Erdkernes ist kompressibel, jedoch ohne Materialströmung (diese Annahme schließt die Möglichkeit einer wesentlichen Exzentrizität aus und steht auch im Widerspruch zu unseren Kenntnissen über den flüssigen Zustand dieses Bereiches).
- b) Das Material des äußeren Kernes ist inkompressibel.
- c) Das Material des äußeren Kernes befriedigt die Gleichung

$$p v = \text{const.}$$
- d) Das Material des äußeren Kernes befindet sich in irgendeinem Übergangszustand zwischen den oben angeführten.

Im Falle eines Materials, dessen Verhalten den Punkten b), c) und d) entspricht, ist eine Exzentrizität des inneren Kernes möglich. Von den Magnet- und Gravitationsfeldern und deren Änderungen können wir also eine Antwort auf die Frage erwarten, welchen physikalischen Bedingungen das Material des äußeren Kernes genügt.

3. Bei seismologischen Untersuchungen nimmt man im allgemeinen an, daß der Aufbau der Erde zentrisch ist. Die an der Oberfläche angestellten Messungen bestätigen im allgemeinen diese Annahme; es besteht daher ein gewisser Widerspruch zwischen den magnetisch-gravimetrischen und den seismologischen Feststellungen. Die Seismologie geht aber von der Annahme der Homogenität des äußeren Erdkernes aus, während die Konstanz des Druckes an der Oberfläche des inneren Kernes eine Dichteänderung des Materials des äußeren Kernes erfordert. Infolge der Dichtedifferenz verändern sich aber auch die seismischen Geschwindigkeiten, und dadurch könnte die Einwirkung der Exzentrizität in den Messungen kompensiert werden. Es ist möglich, daß die seismisch erwiesene zentrische Struktur sich nur als Folge eines solchen Kompensationseffektes ergibt. - Die neuesten seismischen Messungen haben erwiesen, daß der innere Erdkern einen festen Körper mit scharfer Grenzfläche darstellt und daß um die Grenzfläche herum eine etwa 500 km breite Übergangszone vorhanden ist.

Es scheint, daß es einen Widerspruch bedeutet, daß eine scharfe Grenzfläche und eine Übergangszone gleichzeitig existieren. Ist es vielleicht möglich, daß die Übergangszone sich nur als Folge der in der Seismologie getroffenen Annahme ergibt, daß eine zentrale Symmetrie besteht? Diese Frage muß noch eingehend studiert werden.

4. Das Studium der Wechselwirkung zwischen Kern- und Mantelmaterial kann zu einer besseren Kenntnis über die Tektonik unseres Erdballs führen, wenn dabei noch die Vorgänge des inneren Kernes mit einbezogen werden.

Die Erde verhält sich gegenüber großangelegten, globalen Kräfteeinwirkungen wie eine Flüssigkeit. Im Interesse eines besseren Verständnisses der tektonischen Prozesse ist es unbedingt notwendig, eine einheitliche Anschauung über die Vorgänge im Erdkörper und über dessen Struktur zu besitzen und auf Grund dieser die Wechselwirkungen der einzelnen Zonen des Erdinnern eingehend zu studieren. Für solche Studien aber sichern nur die Satellitengeodäsie und die durch künstliche Erdbeben gelieferten Daten von hoher Genauigkeit die notwendige Grundlage.

Literatur

[1] BARTA, G.

Zu den physikalischen Zusammenhängen des asymmetrischen Baus des Erdkörpers.

Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 82 (1973) 4,
S. 257-266

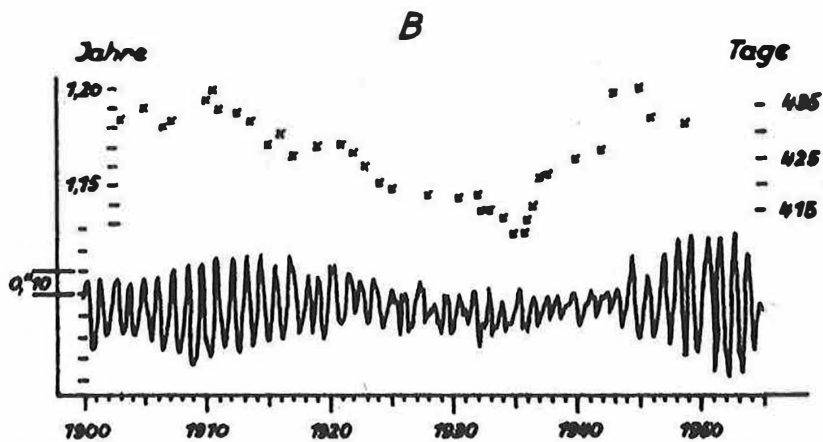
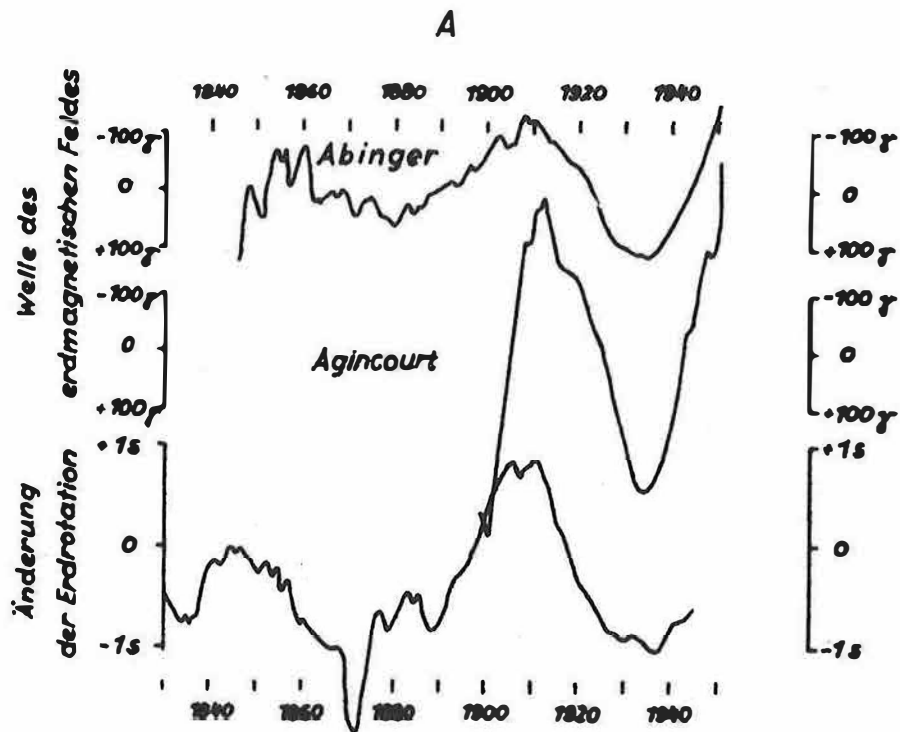


Abb. 1. Die in der Säkularvariation des erdmagnetischen Feldes und in den Bewegungserscheinungen der Erde auftretende fünfzigjährige Periode;

- A. Magnetische Säkularvariation und Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde,
- B. Länge und Amplitude der CHANDLER-Periode (nach MELCHIOR)

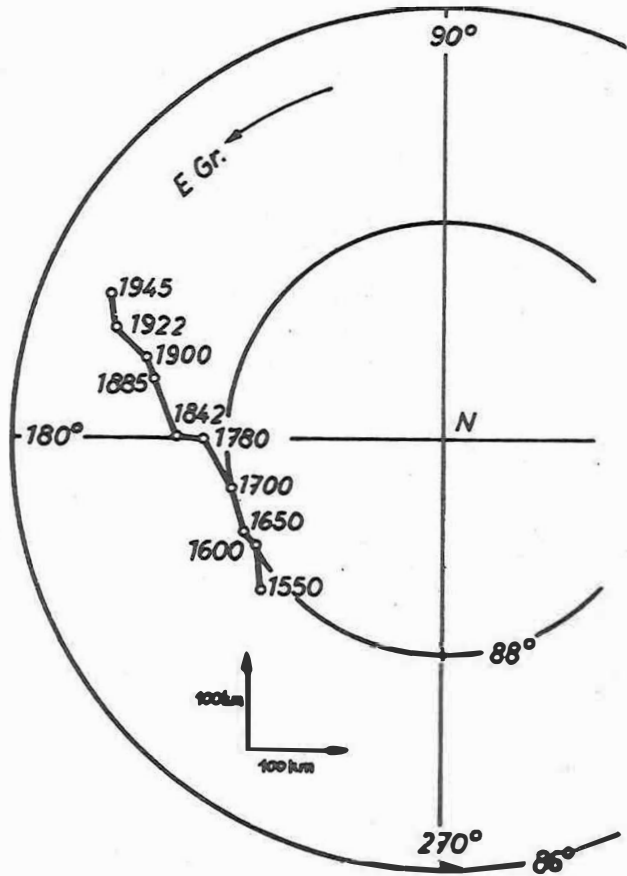
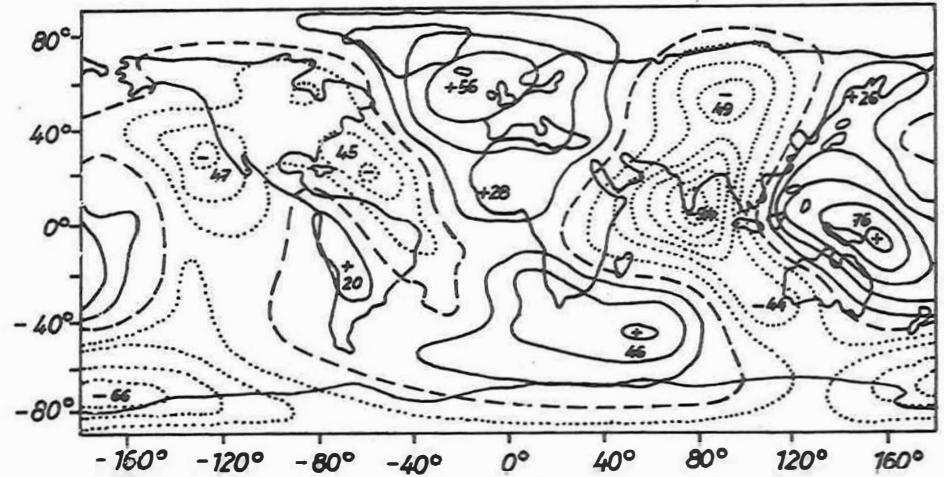
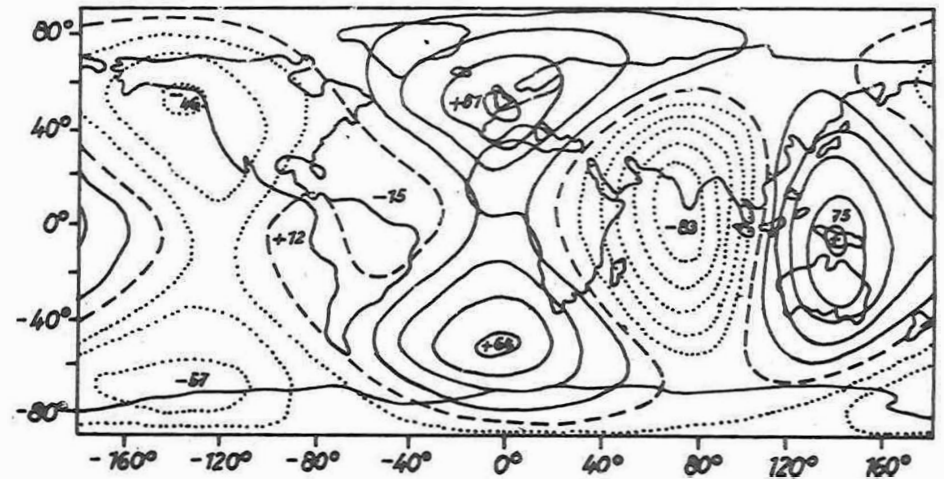


Abb. 2. Wanderung des magnetischen Dipols von 1550 bis heute, vom Nordpol aus gesehen



a



b

Abb. 3. Gemessenes (a) und aus den zwei rotationssymmetrischen Formen zusammengesetztes (b) Geoid

Geodätisch-geophysikalische Bezugsmodelle

von

HELMUT MORITZ¹⁾Summary

At the XIVth General Assembly of the IUGG in 1967, a new reference system for the Earth's figure and external gravity field, the Geodetic Reference System 1967, was introduced. At the XVth General Assembly, an IUGG Committee on Standard Earth Model was established, with the charge to elaborate a corresponding reference model for the Earth's interior, giving the distributions of density, pressure, gravity etc.

The paper describes problems which arise in defining such a Standard Earth Model and in joining it to the Geodetic Reference System 1967. Such problems are caused by the difficulty in determining reliable internal distributions and representing them mathematically, and by the fact that the equipotential ellipsoid is not a figure of equilibrium.

1. Einleitung

Auf der XIV. Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik, die 1967 in der Schweiz stattfand, wurde ein neues Bezugssystem für Erdfigur und äußeres Erdschwerefeld, das G e o d ä t i s c h e B e z u g s s y - s t e m 1967, eingeführt. Auf der XV. Generalversammlung in Moskau 1971 wurde von der IUGG, insbesondere der Internationalen Assoziation für Seismologie und Physik des Erdinneren in Zusammenarbeit mit der Internationalen Assoziation für Geodäsie, ein Komitee für ein Standardmodell der Erde ("Committee on Standard Earth Model") eingesetzt. Dieses Komitee soll Empfehlungen für ein Standardmodell für das Erdinnere erarbeiten, welches die Dichteverteilung, das innere Schwerefeld und die Verteilung verschiedener anderer physikalischer Größen im Erdinneren beschreibt, um das Geodätische Bezugssystem 1967 in Hinblick auf das Erdinnere zu ergänzen.

Das Komitee besteht aus folgenden Mitgliedern: K.E. BULLEN (Australien; Vorsitzender), A.L. HALES (USA), V.I. KEILIS-BOROK (Sowjetunion), E.R. LAPWOOD (Großbritannien), H. MORITZ (Österreich), H. TAKEUCHI (Japan) und R.O. VICENTE (Portugal; Sekretär). Die erste Sitzung dieses Komitees fand im August 1972 beim Symposium "Earth Gravity Models and Related Problems" in St. Louis, USA, statt. Dort legte

1) Techn. Hochschule Graz, Lehrkanzel für Geodäsie IV,
A - 8010 Graz, Steyrergasse 17

Prof. BULLEN das Übersichtsreferat [1] vor, das eine klare Darstellung der Probleme mit vielen Literaturhinweisen gibt. Die Diskussion zeigte eine Fülle verschiedener Gesichtspunkte, deren Vereinigung zu einem einheitlichen Ergebnis noch viel Arbeit erfordern wird.

Der vorliegende Beitrag soll vor allem die Probleme aufzeigen, die sich beim Zusammenschluß des Standardmodells für das Erdinnere mit dem Geodätischen Bezugssystem 1967 ergeben.

2. Das Geodätische Bezugssystem 1967

Es folgt ein kurzer Überblick über das Geodätische Bezugssystem 1967; die offizielle ausführliche Darstellung mit Formeln, Konstanten und Tabellen ist die Schrift [2]. Dieses Bezugssystem beruht auf einem Rotationsellipsoid als geometrischer Bezugsfläche für die Erde, das als Niveaue l l i p s o i d mit einem Schwerefeld ausgestattet ist und somit auch als gravimetrische Bezugsfläche für das äußere Erdschwerefeld dient. Ein Niveauellipsoid wird durch vier unabhängige Bestimmungsstücke eindeutig definiert.

Auf der XIV. Generalversammlung der IUGG 1967 wurden folgende drei Parameter festgelegt:

$$\begin{aligned}
 a &= 6\,378\,160 \text{ m} \\
 &\quad (\text{große Halbachse des Erdellipsoids}), \\
 GM &= 398\,603 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \\
 &\quad (\text{Produkt aus Gravitationskonstante } G \text{ und Erdmasse } M), \\
 J_2 &= 0,001\,0827 \\
 &\quad (\text{zonaler Kugelfunktionskoeffizient 2. Grades für das Erdschwerefeld}).
 \end{aligned}$$

Diese Zahlenwerte beruhen insbesondere auf Meßergebnissen der Satellitengeodäsie; sie wurden in Übereinstimmung mit dem System astronomischer Konstanten gewählt, das von der Internationalen Astronomischen Union auf ihrer Generalversammlung in Hamburg 1964 angenommen worden war. Als vierter Parameter stand, ebenfalls in Übereinstimmung mit diesem System astronomischer Konstanten, die von der Astronomie mit übergeordneter Genauigkeit bestimmte Winkelgeschwindigkeit ω der Erddrehung zur Verfügung.

Aus diesen vier Parametern können alle anderen Konstanten des Niveauellipsoids und seines äußeren Schwerefeldes abgeleitet werden, zum Beispiel

$$\begin{aligned}
 b &= 6\,356\,774,516 \text{ m} && \text{kleine Halbachse,} \\
 f &= 1/298,247\,1674 && \text{Abplattung,} \\
 \gamma_e &= 978,031\,8456 \text{ Gal} && \text{Normalschwere am Äquator,} \\
 \gamma_p &= 983,217\,7279 \text{ Gal} && \text{Normalschwere am Pol,} \\
 J_4 &= -0,000\,002\,3713 && \text{zonaler Kugelfunktionskoeffizient 4. Grades.}
 \end{aligned}$$

Diese Berechnungen wurden vom Zentralbüro der IAG in Zusammenarbeit mit anderen Institutionen durchgeführt und 1971 auf der Moskauer Generalversammlung bestätigt.

3. Probleme bei Erdmodellen

Ein Standardmodell für das Erdinnere hat vor allem zwei Aufgaben zu erfüllen:

1. Als "Normalerde" soll es außenstehenden Benutzern einfache und zuverlässige Auskunft über die wesentlichsten physikalischen Eigenschaften der Erde liefern.
2. Als Bezugsmodell soll es eine Grundlage bilden, auf die neues Beobachtungsmaterial bezogen werden kann, um daraus durch schrittweise Annäherung verbesserte Erdmodelle zu berechnen.

Die wesentlichen Grundgrößen für die physikalische Beschreibung des Erdinneren sind die Dichte ρ , die Inkompressibilität k und der Schubmodul μ . Daraus können andere Größen wie Druck p oder Schwere g im Erdinneren abgeleitet werden. Als Daten für die Bestimmung der Grundgrößen ρ , k , μ dienen Ergebnisse der Seismik und neuerdings auch Beobachtungen der freien Eigenschwingungen des Erdkörpers.

Die hier vorliegende Aufgabe ist jedoch ungleich komplexer als beim geodätischen Bezugssystem. Die Grundgrößen ρ , k , μ sind keine Konstanten, sondern Variable, deren Verteilung festzulegen ist. Auch ist ihre Ableitung aus seismischen und anderen Daten ein Problem, das nicht eindeutig lösbar ist; zur Lösung müssen also Zusatzannahmen eingeführt werden.

Weitere Annahmen betreffen die Art der Darstellung als Funktion des Radiusvektors, etwa durch Polynome, und eine angemessene Berücksichtigung der Diskontinuitäten (es werden ja mindestens drei Diskontinuitätsflächen angenommen: die MOHORoviČIĆ-Diskontinuität und die Trennflächen Kern - Mantel und innerer Kern - äußerer Kern). Über die Anzahl, die Art und den Zahlenwert der erforderlichen Minimalparameter muß eine Entscheidung getroffen werden, die keineswegs leicht sein wird.

Hier tritt überhaupt eine grundsätzliche Frage auf: einfaches Modell oder Optimalmodell? Selbst wenn Einigung darüber erzielt werden kann, was als Optimalmodell anzusehen ist, so ist es eine Funktion der Zeit, weil neu hinzukommende Meßdaten eine Änderung des Optimalmodells bedingen. Außerdem wäre es denkbar, daß ein solches Modell durch sehr viele Parameter dargestellt werden müßte, um höchste Genauigkeit zu erreichen. Andererseits sollte aber aus praktischen Gründen ein Standardmodell möglichst einfach sein (wenige Parameter) und für längere Zeit beibehalten werden können, dabei sollte es natürlich der Wirklichkeit hinreichend entsprechen.

Eine ähnliche Frage war übrigens auch bei der Einführung des Geodätischen Bezugssystems 1967 aufgetreten; die damals von der IUGG angenommenen Zahlenwerte entsprachen nicht mehr dem allerletzten Stand; sie wurden aber aus praktischen Gründen trotzdem so gewählt, um Übereinstimmung mit der Internationalen Astronomischen Union zu haben. Auch das Niveauellipsoid selbst wurde aus Gründen der Einfachheit gewählt; man hätte natürlich auch eine beliebig komplizierte, das Geoid besser annähernde Bezugsfläche wählen können.

4. Das Niveauellipsoid als Standardmodell

Es wäre wünschenswert, das Standardmodell für das Erdinnere so zu wählen, daß es an der Erdoberfläche in das Niveauellipsoid des Geodätischen Bezugssystems 1967 übergeht. So könnte ein einheitliches Bezugssystem für alle geophysikalischen und geodätischen Belange entstehen, das darüber hinaus auch mit dem fundamentalen System der astronomischen Konstanten 1964 in Übereinstimmung stünde.

Die nächstliegende Lösung dieses Problems wäre, den in der Geophysik verwendeten Radiusvektor r (oder genauer die kleine Halbachse der Flächen gleicher Dichte im Erdinneren) mit der ellipsoidischen Koordinate u zu identifizieren. Für die Definition von u vgl. [3], S. 39 ff. Als Koordinatenflächen dient eine Schar konfokaler Rotationsellipsoide; die ellipsoidische Koordinate u ist die kleine Halbachse jenes Ellipsoids dieser Schar, das durch den betrachteten Punkt geht. Das verwendete Bezugsellipsoid ist ein Ellipsoid dieser Schar, seine Gleichung lautet also $u = b$. Bei dieser Lösung ist also die Dichte ρ eine Funktion nur von u , d.h. $\rho = \rho(u)$, und auch etwaige Diskontinuitätsflächen werden durch Koordinatenellipsoide $u = \text{const}$ dargestellt.

Der Vorteil dieser Lösung ist die mathematische Einfachheit und Durchsichtigkeit; ihr wesentlicher Nachteil liegt darin, daß die Abplattung der Flächen konstanter Dichte, als Koordinatenellipsoide, gegen das Erdinnere zu unbeschränkt zunimmt; außerdem fallen dann die Flächen konstanter Dichte nicht mit Niveauflächen des Schwerepotentials zusammen. Dies widerspricht den Eigenschaften von Gleichgewichtsfiguren, bei denen die Flächen konstanten Potentials mit Flächen gleicher Dichte zusammenfallen und die Abplattung dieser Flächen nach innen monoton abnimmt.

Will man das Erdmodell als Gleichgewichtsfigur wählen, so muß man auf das Ellipsoid als Bezugsfläche verzichten, da es für ein Niveauellipsoid mit den ungefähren Parametern der Erde grundsätzlich keine Dichteverteilung im hydrostatischen Gleichgewicht gibt. Hingegen gibt es ellipsoidähnliche Gleichgewichtsfiguren, die von einem achsengleichen Rotationsellipsoid nur sehr wenig (maximal etwa 5 m) abweichen; sie liegen alle im Inneren dieses Ellipsoids. Alle bekannten Lösungen beruhen auf Näherungsentwicklungen und nicht auf geschlossenen Formeln [5].

Die Wahl einer Gleichgewichtsfigur als Bezugsfläche würde daher eine Abweichung vom Geodätischen Bezugssystem 1967 bedeuten; der Verzicht auf geschlossene Formeln und die Verwendung einer weniger einfachen Bezugsfläche bringen eine gewisse, zumindest gedankliche, Komplikation mit sich. So liegt es nahe zu untersuchen, ob das Niveauellipsoid nicht doch beibehalten werden kann, indem man weniger unrealistische Dichteverteilungen als das zuerst genannte Modell verwendet. Vorläufige Untersuchungen zeigen, daß es Dichteverteilungen für das Niveauellipsoid gibt, bei denen die Abplattung der Flächen konstanter Dichte ähnlich wie bei Gleichgewichtsfiguren nach innen abnimmt.

Ein entscheidendes Argument für die Möglichkeit einer Verwendung des Niveauellipsoids als Oberfläche eines Erdmodells, obwohl es keine Gleichgewichtsfigur ist,

**The Low Velocity Layer as a Source for the Discrepancy
between the Dynamic and Static Flattening of the Earth**

by

KURT ARNOLD 1)

Summary 2)

The dynamic flattening of the Earth is determined by astronomical observations. It leads to a geometrical flattening of $f_1 = 1/297.300 \pm 0.065$ under the presupposition that the Earth is in hydrostatic equilibrium. On the other hand, the interpretation of satellite observations gives the value of the static flattening from which the geometrical flattening can be derived as $f_2 = 1/298.255 \pm 0.005$ without the hypothesis of hydrostatic stratification. Thus the Earth is concluded to be not in hydrostatic equilibrium rigorously but to have density anomalies Θ compared to the equilibrium case. They fulfill the condition

$$\iiint_V \Theta p^2 dv = -0.01 \pi R_E^2,$$

where p is the distance from the rotation axis, v denotes the volume of the Earth and R_E the Earth's radius. The mass of the Earth and its exterior potential function must not change by the density anomalies.

These three conditions are fulfilled if the hydrostatic model Earth with the flattening $f_2 = 1/298.255$ is superposed with two homogeneous masses. The first one is a concentric spherical shell of 100 km thickness and negative density about 100 to 200 km below the Earth's surface, whereas the second one is a concentric sphere with positive density of the radius of the Earth's core or that of its interior core. The concerned anomalous densities are -0.32 (-0.27) and $+0.09$ ($+1.6$ [$g\text{ cm}^{-3}$]).

The interpretation of the velocity of seismic waves yields a diminution of this speed in the depth between about 50 and 300 km (low velocity layer) which harmonizes with a diminution of the mass density by the formula

$$V_p = -1.87 - 3.05 \Theta \text{ [km sec}^{-1}\text{]}$$

in case of the compression wave. Referring to a low velocity layer of 100 km thickness

1) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde
DDR-15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

2) The complete text will be published in "Gerlands Beiträge zur Geophysik".

a density depression of $-0.24 \text{ [g cm}^{-3}\text{]}$ is obtained from the seismic methods. This value for the density anomaly is in good harmony with that inferred from the discrepancy between the dynamic and static flattening.

Plumes in the Mantle

by

MOHAMMAD A. KHAN ¹⁾

Summary

Free-air and isostatic gravity anomalies for the purposes of geophysical interpretation are presented. Evidence for the existence of hotspots in the mantle is reviewed. The proposed locations of these hotspots are not always associated with positive gravity anomalies. Theoretical analysis based on simplified flow models for the plumes indicates that unless the frictional viscosities are several orders of magnitude smaller than the present estimates of mantle viscosity or alternately, the vertical flows are reduced by about two orders of magnitude, the plume flow will generate implausibly high temperatures.

1. Gravity Anomalies

Free-air gravity anomalies based on a recent gravity model GEM 4 (LERCH et al. 1972 [10]), derived from a combination of satellite and gravimetric data, are shown in Fig. 1. These anomalies are referred to a flattening of $f = 1/298.255$. For the use of these anomalies in geophysical interpretation two factors must be considered: first, the effect of departures from Earth's hydrostatic state if the gravity anomalies are to be used in studying the stress distribution in the Earth's interior; second, the effect of surface topographic features if the anomalies are to be used for studying the subsurface mass distribution.

For studies of stress distribution, the gravity anomalies must be referred to a figure of zero stress. Such a figure is the equilibrium figure (KHAN 1969 [7]) i.e., the figure which the Earth would have assumed corresponding to its present rate of rotation if it were in a fluid state. Free-air anomalies referred to this figure are shown in Fig. 2. Its comparison with Fig. 1 illustrates the importance of selecting the appropriate reference figure.

The effect of topography is traditionally removed through isostatic correction. The classical methods of applying it are laborious and time-consuming. However, practically identical results can be achieved quickly by considering the surface topog-

¹⁾ Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, USA

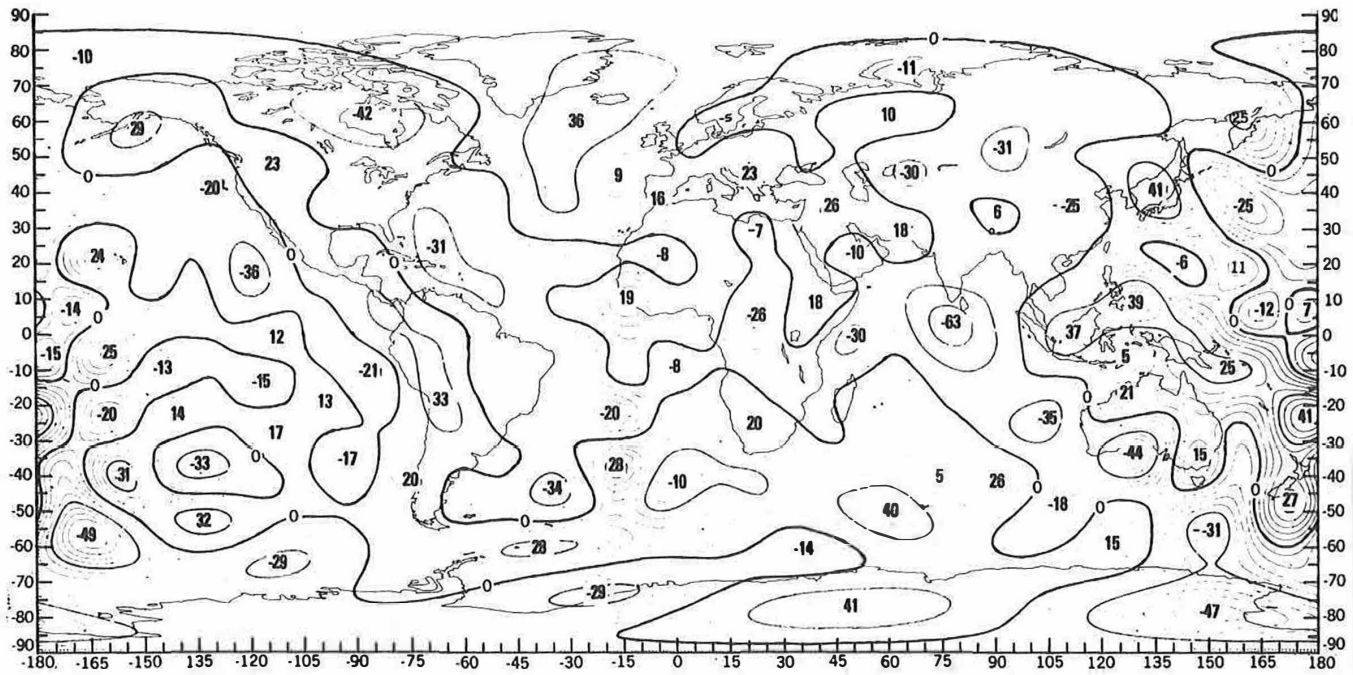


Fig. 1. Free-air gravity anomalies based on GEM 4, referred to $f = 1/298.255$

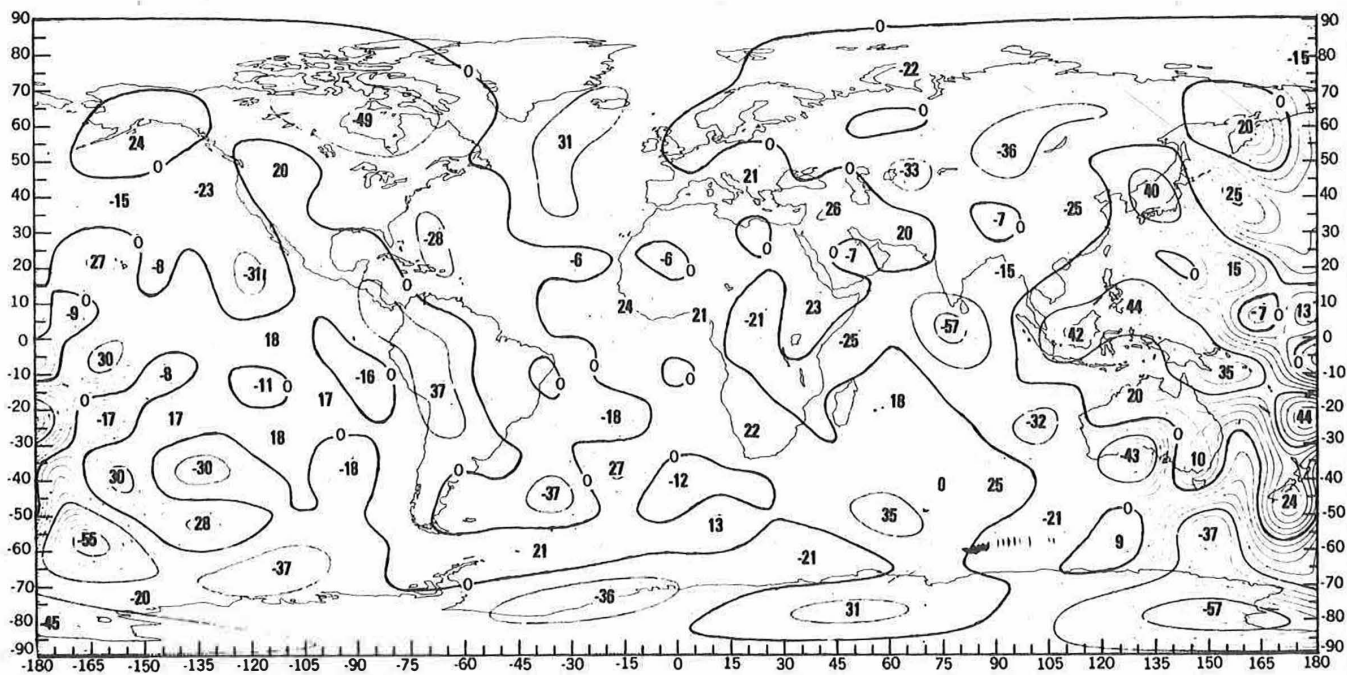


Fig. 2. Free-air gravity anomalies based on GEM 4 with reference to the equilibrium figure

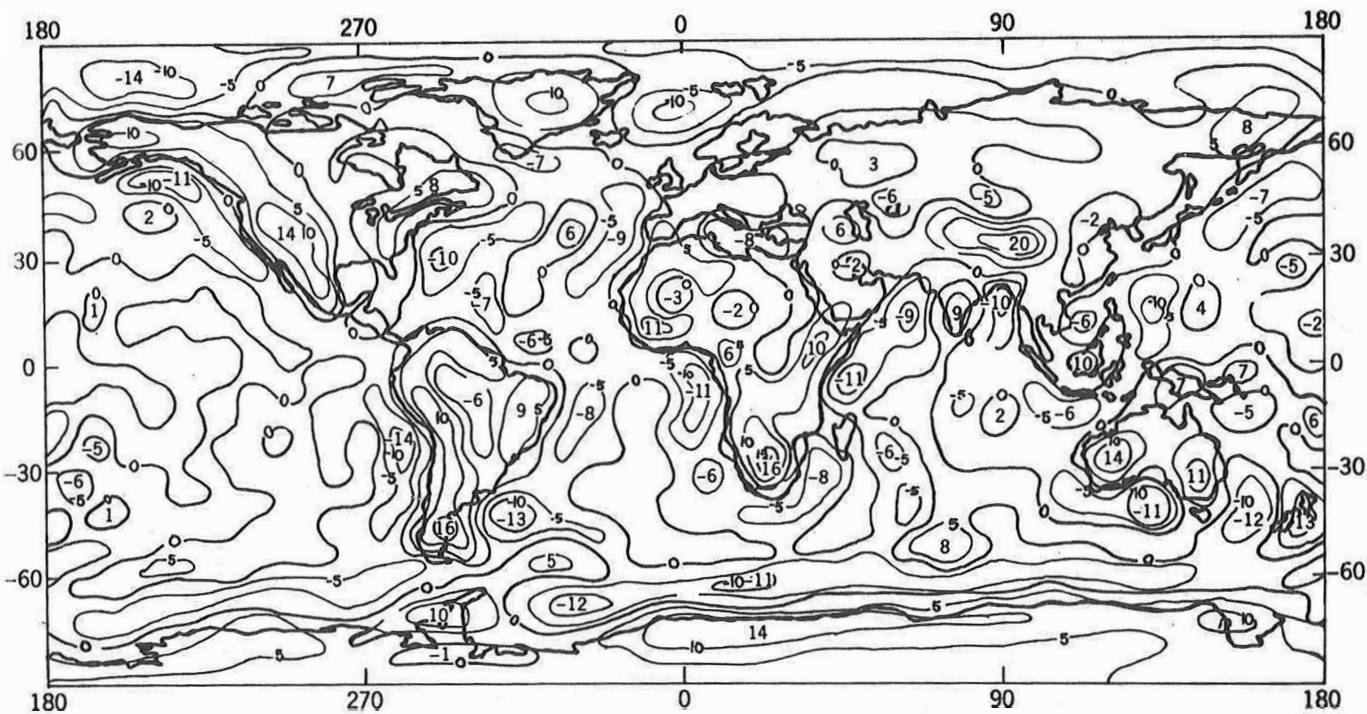


Fig.3. Isostatic corrections [mGal]

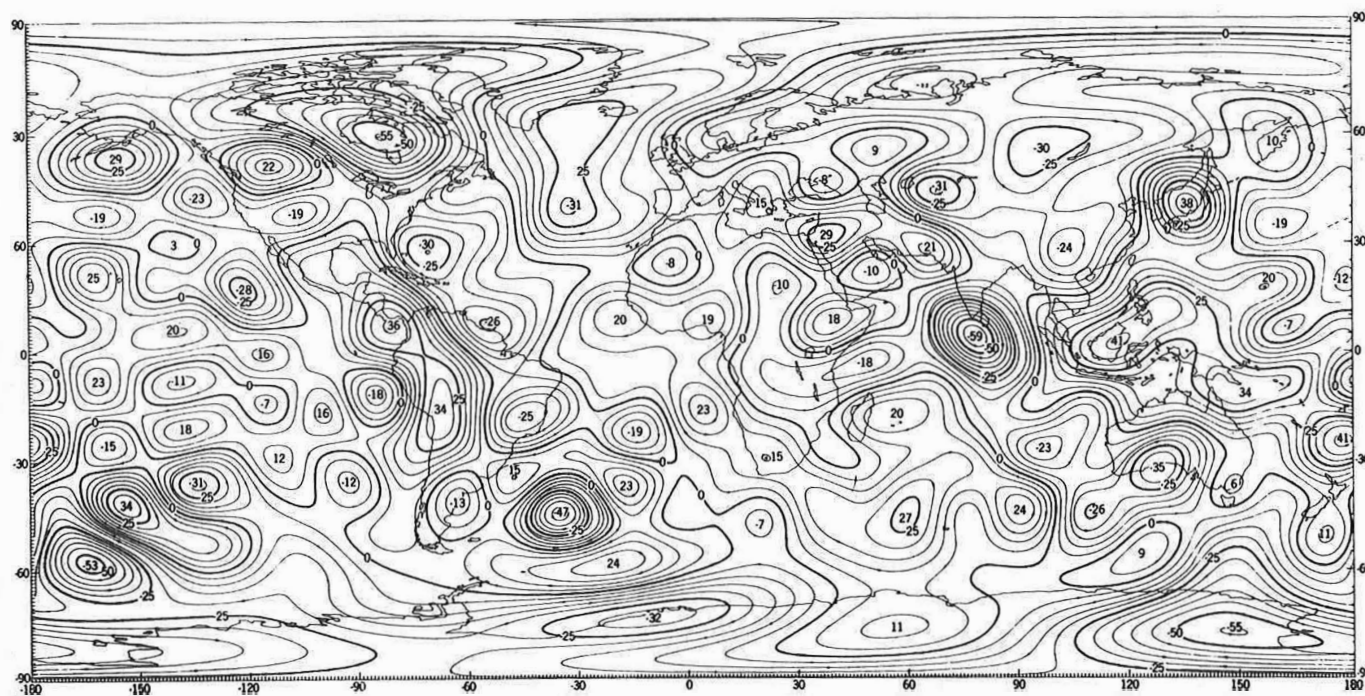


Fig. 4. Isostatic gravity anomalies referred to the equilibrium figure

raphy and its compensation as surface densities (see, for example, JEFFREYS 1962; KHAN 1972). The potential due to isostatic reduction in this way is

$$U_{nm}^i = \frac{4\pi G}{2n+1} \sigma_{nm} S_{nm} \frac{R^{n+2}}{r^{n+1}} \left[1 - \left(\frac{R-d}{R} \right)^n \right],$$

where $\sigma_{nm} S_{nm}$ is the surface density layer, d the depth of compensation, n and m are the degree and order respectively of the surface spherical harmonic S_{nm} , and G is the gravitational constant.

The isostatic corrections computed from the above equation are shown in Fig. 3 (KHAN 1973 [9]). The consequent isostatic gravity anomalies are illustrated in Fig. 4 (KHAN 1973 [9]). Notice that while the major features of the free-air gravity representation retain their identity (no dislocation occurs, only the amplitudes change) in the isostatic gravity representation, the gravity anomalies with relatively smaller amplitudes (< 15 mGal) and shorter wavelength undergo a significant modification. For any global studies of the Earth's interior, isostatic gravity anomalies are the most suitable representation.

2. Plumes in the Mantle

In this paper, we will not investigate the geotectonic significance of all the major features of the Earth's gravity field. Instead, we will confine our analysis to certain aspects of the dynamic implications of recent idea of hotspots or mantle plumes, using a simple rheological model for the mantle.

The idea of hotspots or mantle plumes was originally advanced by WILSON (1965) [16] to explain the origin of island chains such as Hawaii and aseismic ridges such as Walvis Ridge. MORGAN (1972) [11] has related the idea to the motion of lithospheric plates. It is believed that hot, primordial material of deep mantle rises to the asthenosphere in narrow columns. To fill in the void created by the upwelling material, the rest of the mantle sinks slowly. In the asthenosphere the material coming through the plume spreads horizontally, flowing radially away from the upwelling source. The stresses caused by this radial flow on the bottom of the lithosphere plates have been suggested as a possible chief motivating force for driving the plate motion mechanism.

A schematic model of plume flow is shown in Fig. 5. There are about twenty such plumes over the entire globe. Their proposed locations are shown in Fig. 6. Major island chains and aseismic ridges are believed to be generated by the motion of rigid lithosphere plates over these hotspots, which are believed to be more or less fixed relative to the mantle.

What geological and geophysical evidence is there to support such a hypothesis?— It is believed that the viscous drag exerted by the typical plume flow on the bottom of the lithosphere will result in its doming, giving rise to a regional topographic

high and an associated gravity excess over the area. Fig. 7 shows the possible locations of these plumes superposed on the isostatic gravity anomalies. Most of the plumes are indeed in the general vicinity of gravity highs, but there are several exceptions. A significant number of plumes is also located in the zero gravity or negative gravity areas; see, for example, Galapagos, Juan de Fuca, St. Helena, Macdonald and Salay Gomez.

Theoretical and experimental investigations seem to indicate that if convection does indeed exist in the lower mantle, a very low REYNOLDS number of the mantle will

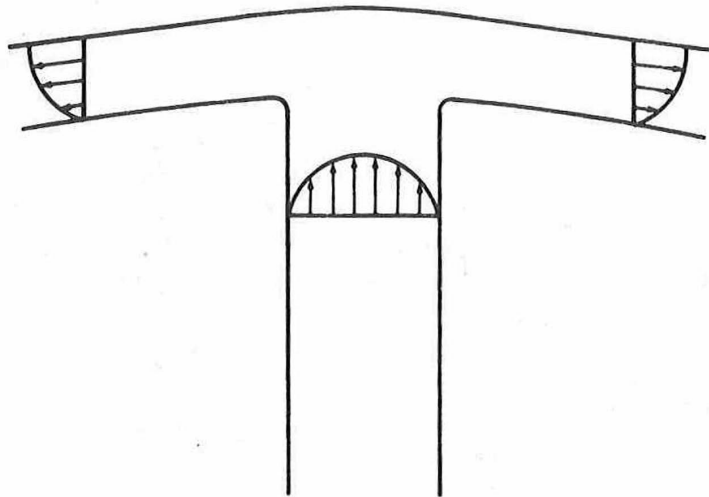


Fig. 5. A schematic model of plume flow

lead to flow patterns with minimum viscous dissipation and hence broad and smooth plumes (KAULA 1972 [6]; ELSASSER 1971 [3]), while the temperature dependence of viscosity will make rising plumes much narrower than the sinking plumes (TORRANCE and TURCOTTE 1971 [13]). On the other hand, the combined effect of heating from within and cooling at the surface will lead to rising plumes being much broader than sinking plumes (TOZER 1967 [14]), whereas high PRANDTL number will lead to both rising and sinking flows being in narrow plumes (TURCOTTE and OXBURGH 1967 [15]). Because of the complexity of convection theory and largely unknown properties of the mantle it is uncertain how all these effects will combine to evolve a mantle flow system and what would be the characteristics of such a system. But theoretical evidence does indicate that, under certain conditions, the convective flow in the lower mantle, if it exists, would tend to localize in plume form.

MORGAN (1972) [11] has asserted that the movement of a rigid Pacific plate over four fixed hotspots can explain simultaneously the origin of Hawaiian Islands - Emperor Seamounts, Tuamotu Islands - Line Islands, Austral Islands - Gilbert-Marshall Islands, and the seamount chains in the Gulf of Alaska as shown in Fig. 8. At the same time, the pattern of motion of the Pacific Plate required to explain the origin

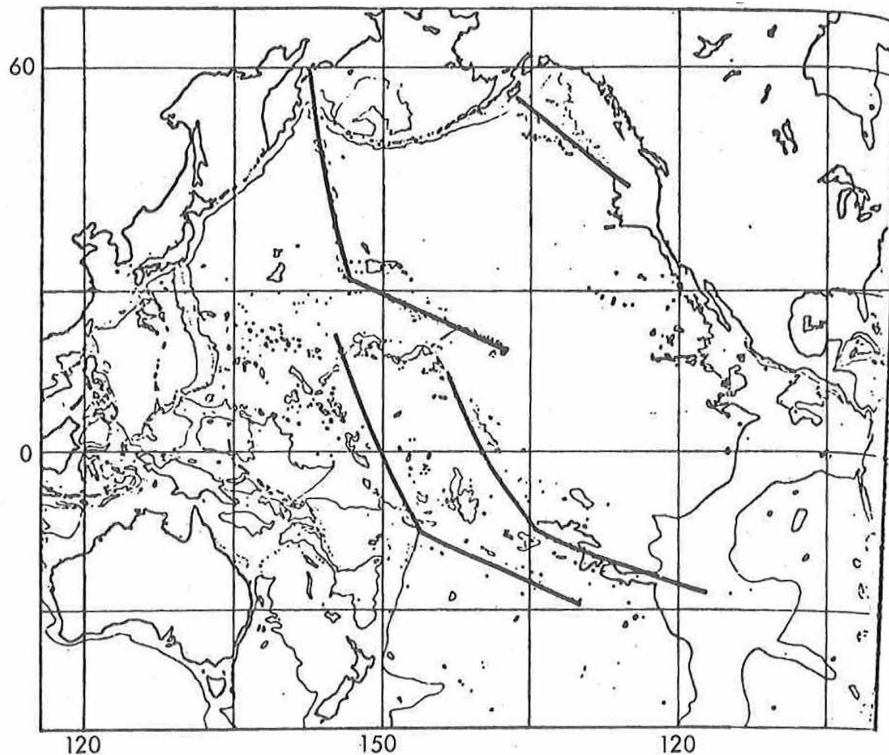


Fig. 8. Motion of the Pacific Plate over four fixed hotspots (after MORGAN 1972 [11])

of these island chains agrees with the paleomagnetic studies of seamounts (FRANCHETEAU et al. 1970 [4]). Also, ages of Hawaiian lavas seem to fit this explanation. The Hawaiian Ridge trends approximately northwest-southeast. Lava ages fall off progressively from northwest to southeast extremity. Since the relative motion of the Pacific Plate is northwest, it would seem that the Hawaiian Ridge is generated by the movement of the Pacific Plate over a stationary lava source. A similar monotonically changing age relationship has been shown for the Austral Chain (WILSON 1965 [16]). DUNCAN et al. (1972) [2] contend that the origin of two igneous chains in the Continental European Plate - the Thulean volcanic province and the Central European volcanic province, also fits the "hotspots" idea, provided appropriate polar wandering is allowed to reconcile the paleomagnetic results.

KANASEWICH et al. (1972) [5] have reported that P-arrivals recorded on an array in central Alberta from earthquakes in the vicinity of Tonga-Samoa Islands have anomalous values of phase velocity. The locations of earthquakes and recording sites used in their study are shown in Fig. 9. The inverse of phase velocity, $dT/d\Delta$, and the phase velocities for these events are shown in Figs. 10 and 11 respectively. It is clear from either Fig. 10 or 11 that the phase velocity anomaly for Tonga-Samoa events increases from zero at epicentral distances of 84° to about 15% at epicentral distances of 95° when compared to normal phase velocities predicted from the JEFFREYS-BULLEN tables. The source of the phase velocity anomaly can be sought (a) at the source, (b) at the receiver, (c) at the turning point. KANASEWICH et al. (1972) [5]

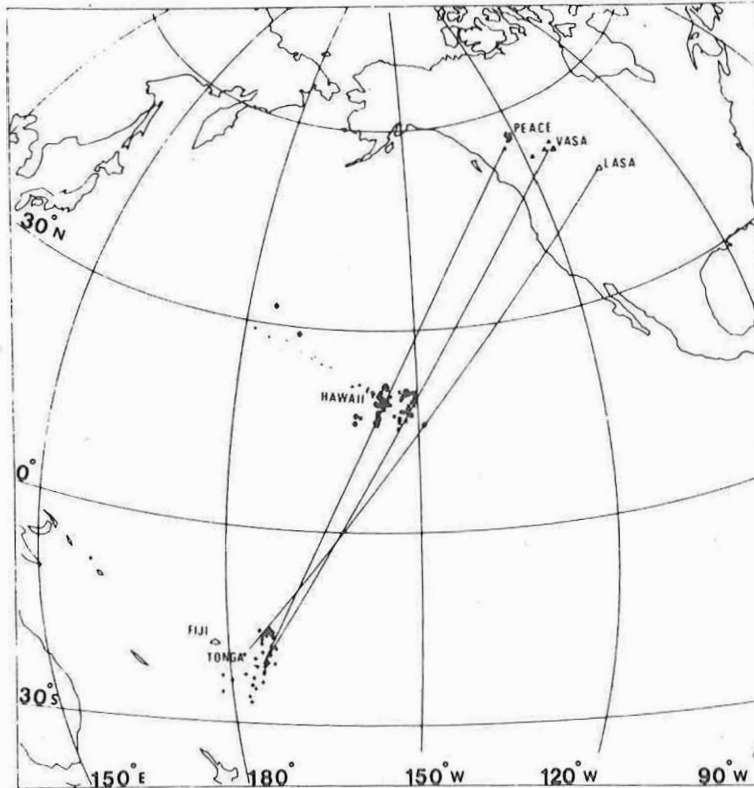


Fig. 9. Location of earthquakes and recording sites used in the study of KANASEWICH et al. (1972) [5]

argue that the anomaly could not originate in the hypocentre region as it would entail the existence of physically implausible lateral gradients. The anomalous source cannot be placed near the receivers as arrivals from the Pacific and Asia fall on the normal curve and rule out the required structural variation in the MOHO. The source of the anomaly, therefore, must be placed at the turning point of the ray, which falls beneath Hawaii (Fig. 9). The anomalous area seems to be about 10° in diameter, located below the southeast corner of the Hawaiian Ridge. Normal events received into the PEACE array from the southern edge of Tonga define the western limit of this anomalous zone. Another normal event from Fiji into the LASA seems to define the eastern edge of this zone.

The anomaly in phase velocity requires a depression of 125 kilometers on the core-mantle boundary. Observations of multiple reflections PnKP within the core as well as gravitational considerations (BUCHBINDER 1972 [1]; KHAN 1971 [8]) rule out core-mantle boundary irregularities exceeding a few kilometers as illustrated in Fig. 12 (based on gravitational considerations). Hence the phase velocity anomaly is interpreted by them (KANASEWICH et al. 1972 [5]) as a radial and lateral high velocity inhomogeneity in the lower mantle. Though the vertical extent of a possible inhomogeneity of this type is not clear, it has been interpreted as evidence for the existence of a mantle plume beneath Hawaii. Note however that if this inhomogeneity is indeed the foot of a plume, it will be 1000 kms in diameter.

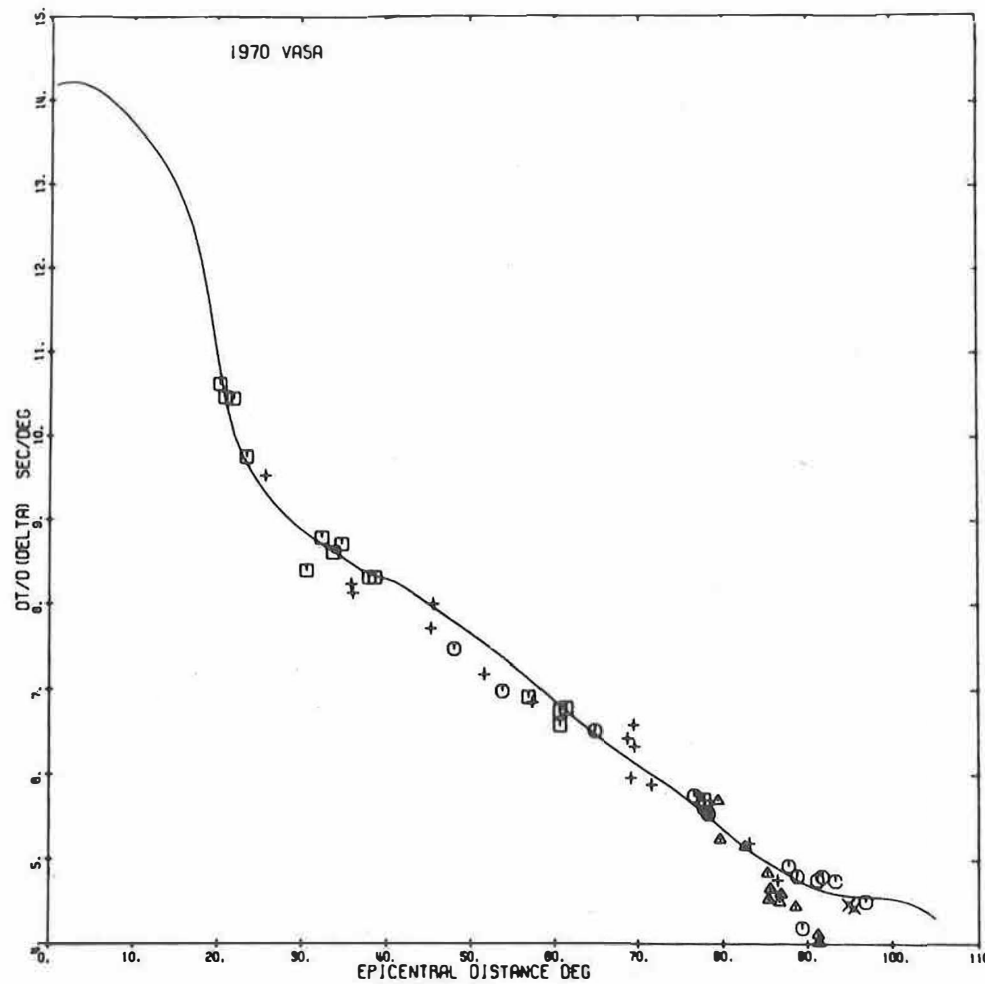


Fig. 10. The $dT/d\Delta$ observations of initial P-waves from all events between 20° and 100° recorded by VASA from June to August 1970. The $dT/d\Delta$ is obtained from the JEFFREYS-BULLEN tables for a normal depth source. Squares indicate events from Aleutians and Japan; triangles, events from Tonga and Samoa; plus signs, events from South America; circles, events from Asia; crosses, special Solomon region events. Notice the time anomaly displayed by events from Tonga and Samoa for epicentral distances of 84° and 95° (after KANASEWICH et al. 1972 [5])

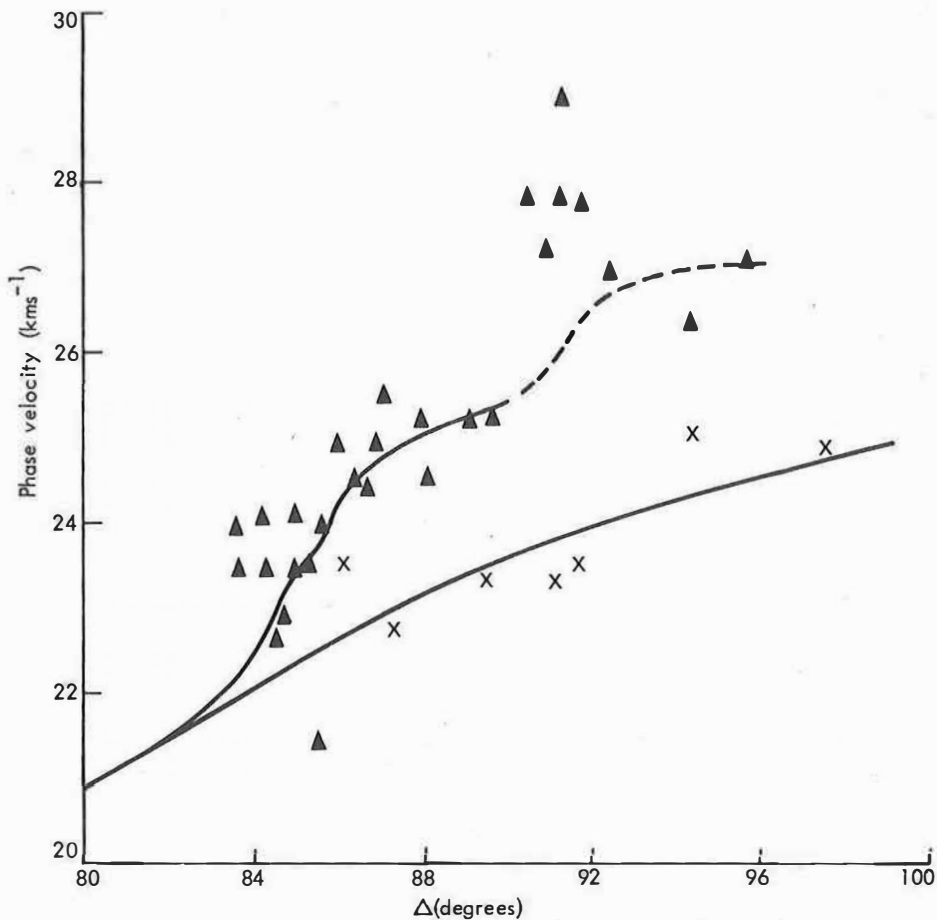


Fig. 11. Observations of phase velocity versus epicentral distances for Tonga earthquakes recorded by VASA. Triangles indicate events from Tonga-Samoa; plus signs, events from Asia, South America and Solomon Islands

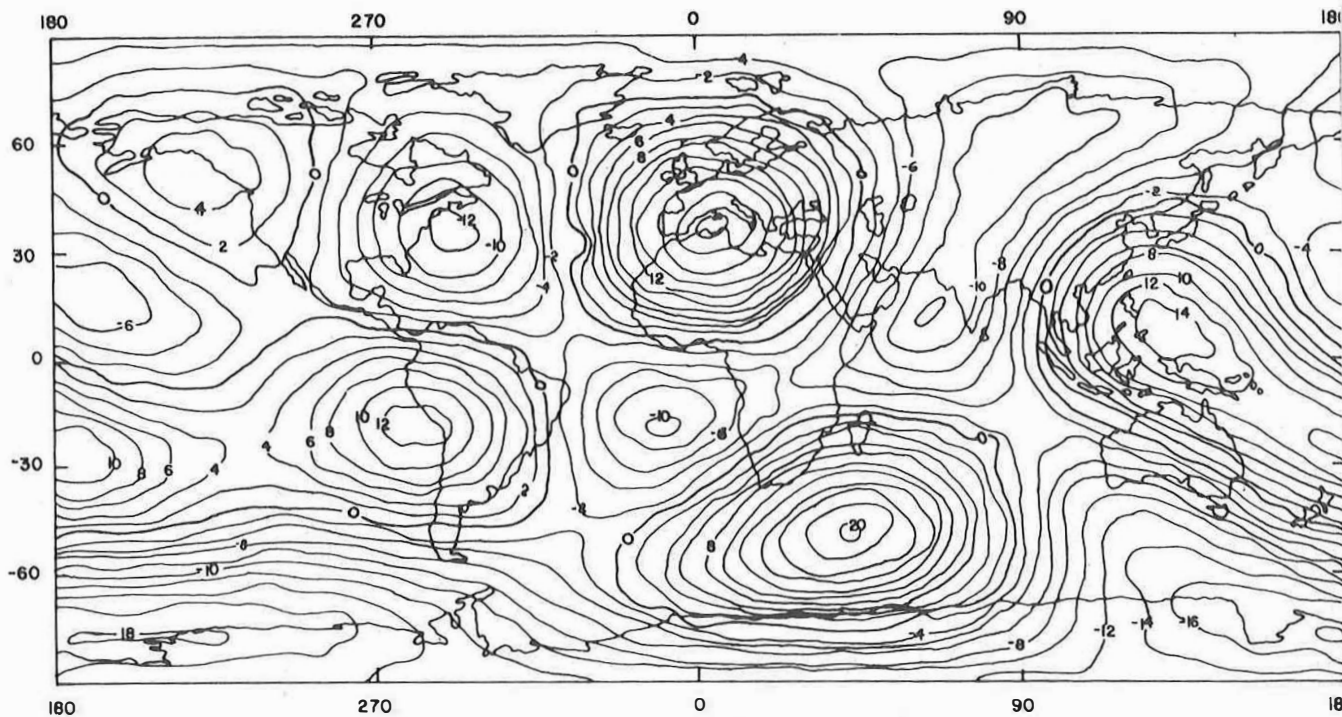


Fig. 12. Possible core-mantle boundary undulations in kms ($n, m = 4, 4$) with respect to the equilibrium figure

3. Dynamic Implications of Mantle Plumes

Suppose the deep-mantle material rising in the plume is of uniform viscosity. The NAVIER-STOKES equations of motion for a fluid of uniform viscosity are (SCHLICHTING 1960 [12]):

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{F} - \nabla P + \frac{\eta}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) + \eta \nabla^2 \mathbf{V} ,$$

where \mathbf{F} = force per unit mass, ρ = density, ∇P = pressure gradient, η = coefficient of viscosity, \mathbf{V} = velocity of flow, ∇ = gradient. If we assume that (a) the fluid is incompressible, i.e., the divergence of the velocities is zero, and (b) the flow is steady state, i.e., the time-dependent terms vanish, the NAVIER-STOKES equations reduce to

$$\rho \mathbf{F} - \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{V} = 0 ,$$

which are valid for STOKES flow types, i.e. flows with slow velocities and large distances.

Suppose the mantle plume flow is represented by highly viscous flow in a vertical pipe. Let a be the radius of the pipe so that at the centre of the pipe $r = 0$ and at the walls $r = a$, and let z -axis be the axis of the pipe, then for the vertical flow we are considering, the NAVIER-STOKES equations in cylindrical co-ordinates reduce to the form

$$\eta \left(\frac{d^2 V_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_z}{dr} \right) = \frac{dp}{dz} , \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 .$$

For the boundary conditions $r = a$, $V_z = 0$; $r = 0$, $V_z = \text{max}$, and the conditions that V_z is a function of r only, p is independent of r and $dp/dz = \text{const}$, the exact solution of the above equations is

$$V_z = \frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dz} (a^2 - r^2) .$$

The maximum velocity occurs at $r = 0$, i.e.,

$$\text{Max } V_z = \frac{dp}{dz} \frac{a^2}{4\eta} ,$$

and the volume flux across the end of the pipe is

$$\frac{dp}{dz} \frac{\pi a^4}{8\eta} = \frac{\pi a^2}{2} \text{Max } V_z .$$

The associated energy equation in cylindrical co-ordinates in the general form (SCHLICHTING 1960 [12]) is

$$\rho \left(\frac{DE}{Dt} + p \frac{D(1/\rho)}{Dt} \right) = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r K \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (K \frac{\partial T}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial T}{\partial z}) + \phi ,$$

where

E = internal energy in unit mass considered,

$\frac{\partial Q}{\partial t}$ = rate of heat produced per unit volume in the material,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial}{\partial z} ,$$

ϕ = dissipation function depending upon η and strain components,

and K = coefficient of heat conductivity .

If we assume again, as in the case of NAVIER-STOKES equations, that (a) the flow is steady state, (b) the fluid is incompressible, (c) the viscosity coefficient is constant, (d) the heat conductivity coefficient is constant, the energy equation reduces to

$$K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \phi = 0 .$$

For the vertical flow we are considering that the energy equation simplifies to

$$K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 ,$$

and with the boundary conditions $r = a$, $T = T_0$ and $r = 0$, $T = T_1$, we obtain the exact solution

$$T = T_0 + \frac{\eta \text{Max } v_z^2}{4 K} \left(\frac{a^4 - r^4}{a^4} \right) .$$

The maximum temperature T_1 is

$$T_1 = T_0 + \frac{\eta \text{Max } v_z^2}{4 K} ,$$

so that the maximum temperature change δT due to the flow is

$$\delta T = \frac{\eta \text{Max } v_z^2}{4 K} .$$

The temperature differences, volume flux and the density differences expected on the basis of the simplified model discussed above for a range of flow velocities are listed in Table 1. In these computations the typical values of $\eta = 3 \times 10^{21} \text{ gm cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ and $K = 10^{-2} \text{ cal deg C}^{-1} \text{ sec}^{-1}$, the coefficient of thermal expansion $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ deg C}^{-1}$, and density $\rho = 4 \text{ gm/cm}^3$ have been used. A typical plume is assumed to be roughly 150 km in diameter.

Table 1. Typical temperature differences, volume flux and density differences for a range of flow velocities

Flow velocity	Temperature difference [$^{\circ}\text{C}$]	Density difference	Volume flux per plume
2 m/year	6.75×10^4	4 gm/cm^3	$18 \text{ km}^3/\text{yr.}$
1 m/year	1.69×10^4	1 gm/cm^3	$9 \text{ km}^3/\text{yr.}$
10 cm/year	1.69×10^2	10^{-2} gm/cm^3	$0.9 \text{ km}^3/\text{yr.}$
3 cm/year	$\approx 15^{\circ}$	10^{-3} gm/cm^3	$2.7 \times 10^{-1} \text{ km}^3/\text{yr.}$
1 cm/year	$\approx 2^{\circ}$	10^{-4} gm/cm^3	$9 \times 10^{-2} \text{ km}^3/\text{yr.}$

Vertical velocities of plume flow are generally suggested to be 2 m/year. Lower velocities will not bring enough material to the surface to make the hypothesis worthwhile in sea-floor spreading. However, as seen from Table 1, these velocities would generate implausibly high temperatures. If the velocities are scaled down to where the temperature differences become reasonable, the material brought up by the plumes is excessively small to account for sea-floor spreading. For example, for a velocity of 3 cm/year, the total material brought up by about 20 plumes will be merely $6 \text{ km}^3/\text{year}$, while from the known sea-floor spreading speeds, the rate is close to $170 \text{ km}^3/\text{year}$. This would mean that while asthenosphere currents, having a total flux of $6 \text{ km}^3/\text{year}$, are spreading away from the neighborhood of rise crests, opposing currents of the asthenosphere with a total flux of about $170 \text{ km}^3/\text{year}$ would be flowing towards the rises and the net stresses on the plates from this source would tend to close the lithospheric plates instead of moving them apart. This has been recognized by MORGAN (1972)[11] as well. Hence for such low flow speeds, the hypothesis of plumes does not remain worthwhile in plate motion. The only alternative to scale down the temperature differences would be to reduce the viscosity by several orders of magnitude below the present estimates for it. The frictional viscosity will be sensitive to the temperature variations, whereas we have made the assumption of constant viscosity in our model. It is possible that in the dynamics of plume flow, in which the variation in viscosity arising from temperature variations is taken into account, the

effects of increasing temperatures on viscosity and the effects of frictional viscosity to increase the temperatures may balance in some way. It is not clear, however, that such considerations will reduce the frictional viscosity by the required orders of magnitudes to maintain reasonable thermal changes. - The temperature dependence of thermal conductivity will complicate the problem further. The extent of this effect is uncertain at this stage.

4. Conclusions

1. Free-air and isostatic gravity anomalies are presented for use in geophysical interpretation.
2. Proposed locations of hotspots are generally in the vicinity of positive gravity anomalies, but several notable exceptions occur and the general claim that hotspots are associated with positive gravity cannot be supported.
3. Analysis of dynamic implications of plume flow based on simplified flow models indicates that such flows will generate implausibly high temperatures in the Earth's interior unless the frictional viscosities are scaled down several orders of magnitude, or alternately, the flow velocities are reduced by two orders of magnitude. But the frictional viscosity is the only real alternative as the reduction in flow velocities will make the hotspots hypothesis irrelevant to plate tectonics and consequently its invocation unnecessary. The frictional viscosity will indeed be sensitive to temperature variations - a factor not considered in this analysis, but whether temperature dependence of viscosity will reduce it by several orders of magnitude required to make the temperature variations reasonable is uncertain. The temperature dependence of thermal conductivity will further complicate matters. The extent of this effect is uncertain.

References

- | | |
|--|---|
| [1] BUCHBINDER, G.G.R. | Travel times and velocities in the outer core from PnKP.
Earth and planet. Sci. Letters <u>14</u> (1972), p. 161 |
| [2] DUNCAN, R.A.; PETERSEN, N.;
HARGRAVES, R.B. | Mantle plumes, movement of the European Plate, and polar wandering.
Nature <u>239</u> (1972), p. 82 - 86 |
| [3] ELSASSER, W.M. | Two layer model of upper mantle circulation.
J. geophys. Res. <u>76</u> (1971), p. 4744 - 4753 |
| [4] FRANCHETEAU, J.; et al. | Magnetization of Pacific seamounts, a preliminary polar curve for the north-eastern Pacific.
J. geophys. Res. <u>75</u> (1970), p. 2035 - 2061 |

- [5] KANASEWICH, E.R.; et al. Teleseismic array evidence for inhomogeneities in the lower mantle and the origin of Hawaiian Islands. *Nature phys. Sci.* 239 (1972), p. 99 - 100
- [6] KAULA, W.M. Global gravity and mantle convection. *Tectonophysics* 13 (1972), p. 341 - 359
- [7] KHAN, M.A. General solution of the problem of hydrostatic equilibrium. *Geophys. J. roy. astron. Soc.* 18 (1969), p. 177-188
- [8] KHAN, M.A. Some geophysical implications of the satellite-determined geogravity field. *Geophys. J. roy. astron. Soc.* 23 (1971), p. 15 - 43
- [9] KHAN, M.A. Earth's isostatic gravity anomaly field. *Goddard Space Flight Center, Rep. X-592-73-199* (1973)
- [10] LERCH, F.J.; et al. Gravitational field models for the Earth (GEM 3 and GEM 4). *Goddard Space Flight Center, Rep. X-592-72-476* (1972)
- [11] MORGAN, W.J. Deep mantle convection plumes and plate motions. *Amer. Assoc. Petrol. Geol. Bull.* 56 (1972), p. 203-213
- [12] SCHLICHTING, H. Boundary layer theory. *New York: McGraw-Hill Book Co.* 1960
- [13] TORRANCE, K.E.;
TURCOTTE, D.L. Structure of convection cells in the mantle. *J. geophys. Res.* 76 (1971), p. 1154 - 1161
- [14] TOZER, D.C. Towards a theory of thermal convection in the mantle. In: *The Earth's mantle*, ed. T.F. GASKELL, p. 325 - 353. *London: Academic Press* 1967
- [15] TURCOTTE, D.L.;
OXBURGH, E.R. Finite amplitude convection cells and continental drift. *J. Fluid Mech.* 28 (1967), p. 29 - 42
- [16] WILSON, J.T. Evidence from ocean islands suggesting movements in the Earth. In: *Symposium on Continental Drift*. *Phil. Trans. roy. Soc. London A* 258 (1965), p. 145 to 167

The Gravity Field and the Definition of Stationary Sea Surface Topography

by

R.S. MATHER ¹⁾

Summary

The proposal to place an altimeter in the Earth orbit affords a means for evaluating the instantaneous geocentric position of the sea surface. If the measurements were of adequate precision, it would be possible to obtain those features of the sea surface which were of a stationary nature, on filtering out the periodic gravitational effects based on luni-solar tidal theory, along with meteorological corrections and salinity effects. The "free" sea surface so obtained should be an equipotential surface of the Earth's gravitational field. Observations made along coastlines indicate the existence of deviations between these surfaces on more than one continent. These deviations have been reported to be as large as 2 m. The resolution of the surface gravity field which is required for the definition of the geoid over ocean areas with an accuracy of ± 10 cm is estimated from the known statistical characteristics of the terrestrial samples available, and is based on an adequate solution of the boundary value problem. The effect of systematic errors on these results is also estimated and the requirements for an appropriate global gravity standardization network discussed. The significance of a unified world-wide elevation datum is investigated and possible techniques for unification at the ± 15 cm level are outlined.

1. Introduction

1.1. Preamble

The proposal to place an altimeter in near Earth orbit is likely to become a reality in mid-1974 with the launch of the GEOS-C spacecraft. The altimeter which is planned for this mission is capable of operation in two modes. When used in the high energy short-pulse mode, it is likely to achieve a resolution of ranges to the ocean surface to ± 50 cm. The existence of such instrumentation on spacecraft, whose geocentric position can be instantaneously determined to a few cm by means of laser tracking from a global network of tracking stations, can be expected to revolutionize practice in physical geodesy.

In the first instance, the ranges obtained will permit a significant improvement in the definition of surface gravity field. A far more ambitious undertaking will be the

1)
University of New South Wales, School of Surveying
Kensington, NSW 2033, p.o. Box 1, Australia

definition of the sea surface topography, which is the departure of the instantaneous sea surface from an equipotential surface of the Earth's gravitational field. Such departures can be characterized as being short term and/or periodic, due to effects of the luni-solar tides, meteorological causes or salinity effects, or as quasi-stationary, representing apparently permanent deviations. The evidence for the latter is based solely on the results obtained in coastal areas on comparing the results of geodetic levelling with Mean Sea Level, as defined by tide gauge readings.

Magnitudes as large as approximately 2 m have been reported along the north-east coastline of Australia (ROELSE et al. 1971 [15]), while discrepancies of a lesser though nevertheless significant magnitude have been reported in the United States (STURGES 1972 [17]) and elsewhere.

The data obtained from satellite altimetry when combined with precise determinations of spacecraft position can only be turned into meaningful information on ocean circulation if the geoid over ocean areas were defined with adequate precision. As the phenomena are unlikely to be greater than 1 - 2 m radially, the required resolution of geoid determinations for this purpose in the foreseeable future must be at the ± 10 cm level in the first instance.

A solution for the geoid in oceanic regions to $O\{10 \text{ cm}\}$ requires a re-examination of the solution of the geodetic boundary value problem to order e^3 in the height anomaly h_d . Such a solution has been put forward by MATHER (1973) [9] and summarized in Section 2.1. As will be shown there, a preliminary definition of stationary sea surface topography will have to precede the final solution for the geoid due to geopotential differences being referred to the local estimate of mean sea level which may not lie on the geoid. Serious systematic errors could be introduced into the final results if this were not done and if the stationary sea surface topography were to have amplitudes as large as 2 m and wavelengths similar to those observed along the coasts.

A solution of the boundary value problem to order e^3 in h_d would also call for a similar precision in the gravity anomaly. The equivalent figure is $\pm 50 \mu\text{Gal}$. This figure is approximately four times smaller than the absolute accuracy of any stations included in the International Gravity Standardization Net 1971 (MORELLI et al. 1971 [12]). This does not however imply that individual values defining the gravity field have to be established with this precision when solving the boundary value problem by quadratures. This is discussed in greater detail in Section 2.6.

The formulae summarized in Section 2.1. show that it is possible to set out the solution of the boundary value problem to order e^3 in the height anomaly, as a set of correction terms to STOKES's integral, and thereby define the geoid in ocean areas to ± 5 cm, provided

- (a) The appropriate small corrections defined in equation 6 were made to the gravity anomaly at the surface of the Earth, prior to its use in STOKES's integral;
- (b) the STOKESian solution was iterated for second order effects set out in equation 7; and
- (c) the indirect effect defined in equation 3 were correctly evaluated.

STOKES'S integral contains well over 90 % of the power of the solution in oceanic regions and the development in Section 2 looks into the extent of the gravity field coverage which is necessary to achieve a resolution of ± 10 cm in the geoid in order that the determination so obtained is adequate for ocean circulation studies. - The development also deals with the role satellite determinations of the gravity field can play in high precision solutions for the geoid.

1.2. Notation

The symbols adopted have been designed to minimize confusion. To achieve this end, subscripts have been used to differentiate between quantities which have similar characteristics. Thus the symbol V is used to represent a potential whose magnitude is usually small. V_d is the disturbing potential, while V_a is the potential of the atmosphere. Similarly the symbol h is used to represent ellipsoidal elevation, while h_d is the height anomaly. The subscript d also traces a common thread, namely, quantities which are a consequence of the distortion of the Earth from an ellipsoidal reference model.

1.2.1. Symbols

A = constant associated with azimuth

A_n = surface harmonic of degree n in the spherical harmonic representation of disturbing potential

a = equatorial radius of reference ellipsoid

C_{nm} = surface harmonic $\equiv P_{nm}(\sin \varphi_c) \left[C_{1nm} \cos m \lambda + C_{2nm} \sin m \lambda \right]$

$c_R = f \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi_0 \right) + \frac{h}{R_m} + o\{f^2\}$

$c_r = \left(\frac{\Delta R}{R_0} \right)^2 + c_{RP} + c_R + o\{f^2\}$

$c_x = \frac{\cos(1/2 \psi - \theta)}{\cos(1/2 \psi + \theta + \delta)} - 1$

$c_\Delta = \frac{1 + 2 \frac{dR}{R}}{1 + c_r} - 1$

$c_\varphi = f + m - 3 f \sin^2 \varphi_c$

$dR = h_{\max} - h + f \sin^2 \varphi_c + o\{f^2 R\}$

dS = element of surface area at the physical surface of the Earth

$dS' = dS \cos \beta = R^2 d\sigma$

dV = element of volume

$d\sigma$ = element of solid angle

$E\{\Delta g\}_n$ = error of representation of gravity anomalies for an $n^\circ \times n^\circ$ square

- e = eccentricity of the meridian ellipse = $2f - f^2$
 $F(\phi)$ = $f(\phi) \sin \phi$
 f = flattening of the meridian ellipse
 $f(\phi)$ = STOKES'S function = $\operatorname{cosec} 1/2 \phi + 1 - 5 \cos \phi - 6 \sin 1/2 \phi -$
 $- 3 \cos \phi \log[\sin 1/2 \phi (1 + \sin 1/2 \phi)]$
 G_n = n-th degree surface harmonic in the representation of $\Delta g'$ at the surface of the Earth.
 g = observed gravity at the surface of the Earth
 h = ellipsoidal elevation
 h_d = height anomaly
 h_n = normal height
 h' = orthometric height
 K = constant for evaluation of STOKES'S integral by quadratures
 $= 1.58 \times 10^{-2} \text{ cm mGal}^{-1} (\text{degrees})^{-2}$
 k = gravitational constant
 M = mass of the Earth
 $M\{X\}$ = global mean value of X
 m = $a\omega^2/\gamma_e$
 N = elevation of geoid above ellipsoid
 R = distance from the geocentre to a point at the Earth's surface
 \bar{R} = radius of minimum geocentred sphere which encloses the solid Earth
 R_m = mean radius of the Earth
 r = distance from the element of surface area dS to the point of computation P at the Earth's surface
 \bar{r} = $2 \bar{R} \sin 1/2 \phi$
 r_o = $2 R_m \sin 1/2 \phi$
 U = spheropotential due to the reference system
 U_o = U on the surface of the reference ellipsoid, which is defined as an equipotential surface
 V_a = potential due to the atmosphere
 V_d = disturbing potential
 V'_d = $V_d - V_a$
 W = geopotential
 W_o = potential of the geoid
 X_1 = geocentric rectangular Cartesian co-ordinate system $X_1 X_2 X_3$
 x_1 = local rectangular Cartesian co-ordinate system $x_1 x_2 x_3$ with x_3 -axis along local normal, the $x_1 x_2$ -plane defining the local horizon and completing the local LAPLACIAN triad
 α = azimuth
 β = ground slope
 β_1 = term of order f in the formula $\gamma_o = \gamma_e [1 + \beta_1 \sin^2 \phi_c + \beta_2 \sin^4 \phi_c]$ for normal gravity
 γ = normal gravity
 Δg = gravity anomaly at the surface of the Earth
 $\Delta g'$ = $\Delta g_c - 2 \frac{W_o - U_o}{R} - dR \frac{\partial \Delta g}{\partial R}$

$$\begin{aligned}\Delta g_c &= \Delta g + 2 \frac{V_d}{R_m} [f + m - 3 f \sin^2 \varphi_c] + 2 \frac{V_B}{R_m} + \frac{\partial V_B}{\partial h} - \frac{1}{2} g \zeta^2 + dR \frac{\partial \Delta g}{\partial h} + o\{f^2 \Delta g\} = \\ &= \Delta g + o\{10^{-2} \Delta g\}\end{aligned}$$

$$\Delta R = R_m [c_{Rp} - c_R] = f(\sin^2 \varphi_c - \sin^2 \varphi_{cp}) + \frac{h_p - h}{R_m} + o\{f^2\}$$

ΔW = difference in geopotential between the geoid and a point at the Earth's surface

$$\delta = f \sin 2 \varphi_c \cos \alpha_\sigma + o\{f^2\}$$

η = prime vertical component of the deflection of the vertical ($= \xi_2$)

$$\theta = \frac{\Delta R}{2 R_m} \cot \frac{1}{2} \psi - \delta + o\{f^2\} \quad \text{for } \psi > 10^\circ$$

λ = longitude, positive east

ξ = meridian component of the deflection of the vertical ($= \xi_1$)

ζ = deflection of the vertical, positive if the vertical lies north, east of the outward normal

ρ = density

$$\Phi = \frac{2 R_m (1 + c_R)}{r_o^2 (1 + c_r)} [(1 + c_R) \cos \delta - (1 + c_{Rp}) \cos (\psi + \delta)] - 1$$

φ_c = geocentric latitude, positive north

ψ = angle between geocentric radii to the element of surface area dS and the point of computation P

ω = angular velocity of rotation of the Earth

1.2.2. Conventions

$a = b + o\{b^2\}$ = terms whose order of magnitude are equivalent to or less than b^2 are neglected ($b < 1$)

$$x_\alpha y_\alpha = x_1 y_1 + x_2 y_2$$

$$\frac{x^i}{i!} d^i y = x dy + \frac{x^2}{2!} d^2 y + \frac{x^3}{3!} d^3 y + \dots, \quad i \text{ taking all possible values}$$

$x_i = a_{ij} b_j = x_i = a_{i1} b_1 + a_{i2} b_2 + \dots$, there being as many equations as possible values of i

$a \stackrel{\Omega}{\sim} c$ a has the same order of magnitude as c

$a \stackrel{\cdot}{\approx} c$ a is approximately equal to c

1.2.3. Subscripts

a = assumed values, usually either astronomical or with reference to a regional geodetic datum

c = geocentric; correction to free-air term

d = disturbance value between physical and reference systems

e = equatorial value

g = geodetic values referred to the geocentric ellipsoid

- m = global mean value
 p = evaluated at the point of computation P
 σ = evaluated at the element of surface area dS
 \bar{X} = value of x on the surface of the minimum geocentered sphere which encloses the solid Earth

2. Solution Summary and Discussion

2.1. Equations for a solution to order e^3

From the development in MATHER (1973) [9], the height anomaly h_d is obtained from

$$(1) \quad h_{dp} = N_{fp} + N_{cp},$$

where

$$(2) \quad N_{fp} = \frac{W_o - U_o}{\gamma_p} - \bar{R} \frac{M\{\Delta g_c\}}{\gamma_p} + \frac{\bar{R}}{4\pi\gamma_p} \iint f(\phi) \Delta g_c \, d\sigma$$

and

$$(3) \quad N_{cp} = \frac{V_a}{\gamma_p} + \frac{1}{2\pi\gamma_p} \iint \frac{R^2}{r} \left[\frac{\partial V'_d}{\partial x_\alpha} \tan \beta_\alpha + V'_d \left(\frac{x_\alpha \tan \beta_\alpha}{r^2} + \frac{1}{2R} \left[3(c_\Delta + 3\frac{dR}{R}) - \phi \right] \right) - dR \frac{\partial \Delta g}{\partial h} + \Delta g' (c_\Delta + 3\frac{dR}{R}) + o\{e^3 \Delta g\} \right] d\sigma.$$

Certain terms have been adjusted in equation (3) on the understanding that $N_{cp} = o\{10^{-1} N_{fp}\}$, thereby ignoring effects of order fR in its formulation. The constituent terms in equations (1) to (3) are defined by the following relations, the equation numbers referring to their identification in the text:

$$(4) \quad V'_d = V_d - V_a,$$

while

$$(5) \quad \Delta g_c = \Delta g_1 + \Delta g_2,$$

where

$$(6) \quad \Delta g_1 = \Delta g + \frac{\partial v_a}{\partial h} + 2 \frac{v_a}{R_m}$$

and

$$(7) \quad \Delta g_2 = \frac{2V'_d}{R_m} c_\phi - \frac{1}{2} g \zeta^2 + dR \frac{\partial \Delta g}{\partial h} + o\{e^3 \Delta g\}.$$

Also

$$(8) \quad \frac{\partial \Delta g}{\partial h} = -\gamma \left[\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_\alpha} - \frac{\xi_1 \tan \phi_c}{R_m} - 2 \frac{N_f}{R_m^2} + o\left\{f \frac{\partial \Delta g}{\partial h}\right\} \right]$$

and

$$(9) \quad c_\phi = f + m - 3f \sin^2 \phi_c + o\{f^2\},$$

m being defined in Section 1.2.1. The angle ϕ is obtained from

$$(10) \quad \phi = \arccos[\sin \varphi_c \sin \varphi_{cp} + \cos \varphi_c \cos \varphi_{cp} \cos d\lambda],$$

where

$$(11) \quad d\lambda = \lambda - \lambda_p.$$

The geocentric distance R is related to the mean radius of the Earth, R_m , and that of the minimum sphere enclosing all topography (radius \bar{R}) by the equations

$$(12) \quad R = R_m (1 + c_R),$$

where

$$(13) \quad c_R = \frac{h}{R_m} + f \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi_c \right) + o\{f^2\},$$

and

$$(14) \quad \bar{R} = R + dR,$$

where

$$(15) \quad dR = h_{\max} - h + f \sin^2 \varphi_c + o\{f^2 R\}.$$

Also

$$(16) \quad r = r_0 (1 + c_r)^{1/2},$$

where

$$(17) \quad r_0 = 2 R_m \sin \frac{1}{2} \phi$$

and

$$(18) \quad c_r = \left(\frac{\Delta R}{r_0} \right)^2 + c_{Rp} + c_R + o\{f^2\}.$$

In addition,

$$(19) \quad \bar{r} = 2 \bar{R} \sin \frac{1}{2} \phi,$$

while

$$(20) \quad c_\Delta = \frac{1 + 2 \frac{dR}{R}}{\left(1 + c_r\right)^{1/2}} - 1,$$

$$(21) \quad c_r = \left(\frac{\Delta R}{r} \right)^2 - \frac{dR + dR_p}{R_m} + o\{f^2\}$$

and

$$(22) \quad \Delta R = c_{Rp} - c_R.$$

The other quantities requiring definition are

$$(23) \quad \varphi = \frac{2R}{r^2} [R - R_p \cos(\psi + \delta)] - 1,$$

$$(24) \quad \frac{\partial v_d'}{\partial x_\alpha} \tan \beta_\alpha = -\gamma \xi_\alpha \tan \beta_\alpha + N_f \frac{\partial \gamma}{\partial x_1} \tan \beta_1 + o\{e^2 \Delta g\},$$

$$(25) \quad \frac{x_\alpha}{r^2} \tan \beta_\alpha = \frac{R}{r^2} (1 + c_x) \sin \phi \frac{dh}{dr},$$

where

$$(26) \quad c_x = \frac{\cos(\frac{1}{2} \psi - \theta)}{\cos(\frac{1}{2} \psi + \theta + \delta)} - 1,$$

$$(27) \quad \theta = \frac{\Delta R}{2 R_m} \cot \frac{1}{2} \psi - \delta + o\{f^2\} \quad \text{if } \psi > 5^\circ,$$

$$(28) \quad \delta = f \sin 2 \varphi_c \cos \alpha_\sigma$$

and

$$(29) \quad \frac{dh}{dr} = \cos \alpha_\sigma \tan \beta_1 + \sin \alpha_\sigma \tan \beta_2.$$

The quantity Δg in equation (6) is given by the relations

$$\Delta g = g - \gamma,$$

where g is the value of gravity observed at the surface of the Earth, while γ is defined by

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta \gamma,$$

where γ_0 is the normal gravity on the reference ellipsoid and

$$(30) \quad \Delta \gamma = - \frac{2 \gamma_0 h_n}{a} \left[1 + f + m - \frac{3 h_n}{2 a} - 2 f \sin^2 \varphi_c + o\{f^2\} \right],$$

the normal height h_n being obtained from the difference ΔW in geopotential between the geoid and the point at the Earth's surface by the relation

$$(31) \quad h_n = \frac{\Delta W}{\gamma_0} \left[1 + \frac{\Delta W}{a \gamma_0} (1 + f + m + \frac{\Delta W}{a \gamma_0} - 2 f \sin^2 \varphi_c) \right] + o\{f^3\}.$$

Alternately,

$$(32) \quad \gamma = \gamma_0 - \frac{2 \Delta W}{a} \left[1 + f + m - \frac{1}{2} \frac{\Delta W}{a \gamma_0} - 2 f \sin^2 \varphi_c + o\{f^2\} \right].$$

Notes:

(1) A rigorous solution is obtained only if the reference ellipsoid always lies within the physical surface of the Earth. Such a figure is smaller than the figure of best fit by approximately 100 m. If the values of normal gravity were then based on this figure plus an independently determined value of $k M$, all gravity anomalies will be too small by $o\{2 \times 10^1 \text{ mGal}\}$. The linear effect in N_{fp} is contained entirely in the first two terms of equation (2) as STOKES's integral is insensitive to effects of zero degree.

(2) $\Delta g'$ is defined by the equation

$$(33) \quad \Delta g' = \Delta g + \frac{2 \nabla_a'}{R} c_\varphi - c_{\Delta g}.$$

It would suffice if $\Delta g'$ were taken to be equal to the gravity anomaly Δg for purposes of evaluation to order $e^3 h_d$.

2.2. Procedure for obtaining a numerical solution

The equations summarized in Section 2.1. completely define the solution of the geodetic boundary value problem to the order of the cube of the eccentricity. The form of these equations and the discussion in MATHER (1973) [9], Appendix C indicate that a non-iterative approach to the solution is not possible as the evaluation of N_c at equation (3) requires a knowledge of V_d' , which is obtained from h_d using equation (2), and the components ξ_α of the deflection of the vertical ζ .

It is well known that N_f contributes over 90 % of the magnitude of h_d (e.g. MATHER 1971 [8], p. 89). This is equivalent to the free-air geoid in solutions to the order of the flattening. In determinations to order $e^3 h_d$, the same contribution is obtained by the use of Δg_1 , defined by equation (6), in STOKES'S integral, as expressed at (2). Let the numerical value so obtained be N_{f1} , while the value deduced from equation (34) for V_d' be V_{d1} .

The only other contributions with magnitude greater than $f h_d$ arise from the terms at (24) and (25), the former being of significance only when large topographical undulations occur near the point of computation (cf. [8], p.86). As

$$V_d' = V_{d1} + o\{10^{-1} V_d'\},$$

the use of V_{d1} in lieu of V_d' when computing these topographical corrections will result in a value N_{c1} for N_c which is correct to $o\{10^{-1} N_c\}$ (i.e., to ± 1 m). Let

$$(34) \quad V_{d2} = V_{d1} + \frac{1}{\gamma} N_{c1} = V_d' + o\{10^{-2} V_d'\}.$$

The computation of Δg_2 , defined by equation (7), using V_{d2} and the equivalent values of ξ_α (cf. [8], p. 88), and its use in equation (2) will give the balance contribution to h_d from the expression for N_f , the magnitude being estimated at $f h_d$, though it could be as large as $10^{-2} h_d$ in mountainous regions. If this magnitude is N_{f2} , define

$$V_{d3} = V_{d2} + \frac{1}{\gamma} N_{f2} = V_d' + o\{10^{-2} V_d'\}.$$

The use of either V_{d2} or V_{d3} or in lieu of V_d' when evaluating equation (3) will result in value N_{e2} , which is correct to $o\{10^{-2} N_c\}$ (i.e., to ± 10 cm). Defining

$$V_{d4} = V_{d3} + \frac{1}{\gamma} N_{e2} = V_d' + o\{e^3 V_d'\},$$

equation (3) should be iterated a third time using V_{d4} for V_d' to give the final value of N_{c3} for N_c . Hence

$$h_d = N_{f1} + N_{f2} + N_{c3} + o\{e^3 h_d\}.$$

These evaluations must be completed on a global basis. No solutions of the geodetic boundary value problem to order $e^3 h_d$ can therefore be obtained from data restricted to a local region.

Notes:

- (1) A complete solution requires the evaluation of N_0 to be iterated three times. As pointed out earlier (cf. [8], Appendix C), it is not possible to avoid the iterative procedure. Considerable economy could be effected if the number of iterations could be reduced by obtaining a more accurate estimate of V_d after the first iteration. Unfortunately, this cannot be achieved by the analysis of the orbital perturbations of near Earth satellites as results obtained as yet indicate a lack of sensitivity to the topographical effects.
- (2) As pointed out in the introduction, the principal need for an accurate geoid solution is in the study of sea surface topography. A resolution to ± 10 cm can be obtained by just 2 iterations of equation (3).
- (3) It has been assumed that $\partial^2 \Delta g / \partial h^2$ has a negligible magnitude. This would be a reasonable assumption over oceanic areas, but may be a limitation in mountainous and gravitationally disturbed regions. Such an effect is of consequence only if it holds the same sign over considerable extents as discussed in Section 2.3. It would not be unreasonable to assume that the net effect is negligible for studies of the sea surface topography.
- (4) The magnitude of $\partial \xi_\alpha / \partial x_\alpha$ has been assumed to be of order ± 1 arcsec $(10^2 \text{ km})^{-1}$ when the contribution to Δg_2 is of order 5×10^{-1} mGal. This magnitude can be considered to be an average value (e.g., MATHER et al. (1971) [10], Figs. 3.2 and 3.3), though it could be by a factor of 10 greater. In such disturbed regions, which are characterized by short wavelengths in ξ_α , both positive and negative values are equally likely. The overall effect is therefore small unless the disturbed regions lie close to the point of computation. It should also be noted that such regions invariably occur in areas of rugged topography. On the other hand, the Australian data referred to above indicate that a significant number of these disturbed regions is not correlated with any topographical feature.
- (5) The evaluations of N_{f1} and N_{f2} should be based on algorithms seeking a precision of 5 parts in 10^4 in the final values.

2.3. The representation of the gravity field

It must be established that the global gravity field is capable of definition with adequate precision to afford the determination of h_d to $o\{e^3 h_d\}$. There are, in general, two techniques available for this purpose. The first is the determination of gravity anomalies at the surface of the Earth by direct determinations of g . The second is the determination of the disturbing potential V_d from the analysis of the orbital perturbations of near Earth satellites. Accuracies attained at the present time in the determination of g are controlled by the global gravity standardization network. It is expected that all gravity holdings will be converted in the near future to values referred to the International Gravity Standardization Network (IGSN 1971), whose absolute accuracy is estimated at ± 0.2 mGal (MORELLI et al. 1971 [12], p. 5). This figure is by a factor of 4 inferior to the ± 50 μ Gal figure implicit in the formulae listed in Section 2.1. Individual gravity ties to stations in IGSN 1971 can be made to ± 0.1 mGal. This figure will be shown to be acceptable if the density of stations in the gravity standardization net is sufficiently high.

To investigate this further, it is necessary to analyse the computational procedures adopted in evaluating the major contribution called N_{f1} in Section 2.2. For simplicity, this will be called the STOKESian contribution, even though this is not strictly so in the case of a second order solution. On excluding the terms of zero degree and adopting the system of quadratures for the evaluation of the STOKESian term, equation (2) can be written as

$$(35) \quad N_f^{[cm]} = \frac{\bar{R}^{[cm]} \times \pi^2}{4\pi \gamma \times 3.24 \times 10^4} \sum_i n_i^2 \sum_j \mu_{ij} f(\phi_{ij}) \Delta g_{1ij}^{[mGal]} =$$

$$= K \sum_i n_i^2 \sum_j \mu_{ij} f(\phi_{ij}) \Delta g_{1ij}^{[mGal]},$$

where Δg_{1ij} is the value of the gravity anomaly representing an $n_i^0 \times n_i^0$ square,

$$(36) \quad K \doteq 1.58 \times 10^{-2}$$

and $\mu = \cos \phi_c$ or $\sin \phi$, depending on the system of co-ordinates adopted.

It is required that the errors e_N in N_f due to the adoption of the quadratures technique be kept to within the ± 5 cm limit. The errors, in each of the individual products being summed, could be of two types. The first is of an accidental nature, characterized by the subscript a, and the second is systematic in character, denoted by the subscript s. It is well known that the magnitude of the latter per individual term in the summation should be significantly smaller than the former as it holds the same sign over a considerable number of terms.

In the case of the total accidental error e_{Na} in N_f obtained from N_t summations, the contribution e_{Nta} from a product of the form

$$(37) \quad t = k \mu f(\phi) \Delta g n_i^2$$

should not exceed $e_{Na} \sqrt{N_t}$. The total systematic error e_{Ns} in N_f due to contributions e_{Nts} from each of the terms at 100 bears the relation $e_{Nts} \leq o\{e_{Ns}/N_t\}$ if the systematic error persists with the same magnitude and sign for all N_t terms. If $N_t = o\{10^6\}$, then $e_{Nts} = o\{10^{-3} e_{Nta}\}$. In practice, it is more likely that e_{Nts} exhibits systematic error characteristics over some subset N_t' of N_t , behaving as an accidental error over the N_l larger subsets, where $o\{N_l\} = o\{N_t/N_t'\}$.

The evaluation of a surface integral by quadratures calls for the sub-division of the surface into infinitesimally small elements, the evaluation of the kernel of the integral at each of these elements, and the summation of each of these magnitudes. In evaluating equation (37), it is necessary to adopt values for μ , $f(\phi)$ and Δg to represent the $n_i \times n_i$ degree square mentioned in equation (35). If current practice were followed, the value of n_i and hence N_t would depend on the following factors:

- (1) The error of representation $D\{\Delta g\}_n$ of an $n^0 \times n^0$ square, as defined in the Appendix. This is a measure of the variability of Δg within a square of a given size. Individual values of $D\{\Delta g\}_n$ are well known to depend on topographical var-

iations in the case of the gravity anomaly, but the magnitude of $E\{\Delta g\}_n$ can in general be assumed to be representative of a given value of n for purposes of statistical estimation.

(2) STOKES's function $f(\phi)$ should vary linearly over the region. If a (ϕ, α) -system of coordinates were used, $\mu = \sin \phi$, and it is convenient to define

$$(38) \quad F(\phi) = f(\phi) \sin \phi,$$

which is more stable than $f(\phi)$ for small ϕ .

(3) No correlation should exist between the variations in $F(\phi)$ and Δg from the value adopted for the representation of the square.

Consider in the first instance the representation of Δg for the $n^0 \times n^0$ square as afforded by the mean value $\overline{\Delta g}$ for the square, situated at the square centre, at which point the value of $F(\phi)$ is $\overline{F(\phi)}$. If each $n^0 \times n^0$ area were subdivided into N $m^0 \times m^0$ equal area sub-divisions, let the individual values of the gravity anomaly and $F(\phi)$ be related to $\overline{\Delta g}$ and $\overline{F(\phi)}$ by the relations $\Delta g_i = \overline{\Delta g} + c_{gi}$ and $F(\phi_i) = \overline{F(\phi)} + c_{\phi i}$.

The total contribution to the final integral by the $n^0 \times n^0$ area is given by

$$(39) \quad t = K m^2 \sum_{i=1}^N (\overline{\Delta g} + c_{gi}) (\overline{F(\phi)} + c_{\phi i}) =$$

$$= K n^2 \overline{\Delta g} \overline{F(\phi)} + m^2 K \overline{F(\phi)} \sum_{i=1}^N c_{gi} + m^2 K \overline{\Delta g} \sum_{i=1}^N c_{\phi i} + m^2 K \sum_{i=1}^N c_{gi} c_{\phi i},$$

where

$$(40) \quad N = (n/m)^2.$$

The first term in equation (39) is the contribution due to the adoption of the area mean at the centre of the $n^0 \times n^0$ square, while the second and third are zero by definition. The final term will tend to zero if there is no correlation between Δg and $F(\phi)$ as mentioned above. This possibility can be lessened further by restricting n so that variations in $f(\phi)$ are linear over the area to the desired precision. In the present case it is desired to keep e_N down to $o\{e^3 h_d\} = o\{+5 \text{ cm}\}$. Hence the departures of $F(\phi)$ from linearity over the $n^0 \times n^0$ should not exceed $e^3 F(\phi)$. The magnitude of variations in $f(\phi)$ and $F(\phi)$ are functions of ϕ . Table 1 gives the relationship between the square size n and ϕ , which satisfy the linearity relation.

The use of STOKES's function $f(\phi)$ to evaluate equation (35) for all ϕ would involve approximately two million summations if the above limits were adhered to and the effect of representation errors from STOKES's function were to be kept below the requisite magnitudes. The function $F(\phi)$ defined by equation (38) is more stable for

small ψ but less economical to use than $f(\psi)$ for large ψ . N_t can be reduced by a factor of 3 if $F(\psi)$ were used to evaluate equation (35) when $\psi < 1^\circ$, while $f(\psi)$ were used for all other ψ . This calls for the use of data defined on a local co-ordinate system (ψ, α) for small ψ instead of the more universally applicable (φ_0, λ) system. Consequently, the definition of the former data set from the latter must precede local computations, which is why it is preferable to restrict such conversions to as small a region as possible.

The effect of variations in Δg , with position within the $n^\circ \times n^\circ$ square, on e_N and the consequent representation errors are best studied by analysing the statistical characteristics of Δg . The gravity anomaly as determined at any point on the Earth's surface is based on the following data: 1. observed gravity, 2. geocentric position of the gravity station, 3. the difference in potential ΔW with reference to the "geoid".

If STOKES'S integral is to be solved by quadratures, it is relevant to investigate the errors which arise in the computed value of N_F due to the representation of a finite element of surface area by a single gravity anomaly.

A useful function for the study of e_N is the error of representation $E\{\Delta g\}_n$ for an $n^\circ \times n^\circ$ square (e.g., DE GRAAFF HINTER (1935) [1]; HIRVONEN (1956) [3]; MOLODENSKII et al. (1962) [11]). More details of this important function and numerical magnitudes are given in the Appendix. An empirical formula which describes the behaviour of this function is

$$(41) \quad E\{\Delta g\}_n = \pm C_1 \sqrt{n}.$$

A value of C_1 which fits most recent data in regions where the topographical gradients are small is $C_1 \doteq 12$ for $1/4^\circ < n < 5^\circ$ for n in degrees and $E\{\Delta g\}_n$ in mGal. For $\psi < 1/4^\circ$, a better definition of $E\{\Delta g\}_n$ is obtained if the relation

$$(42) \quad E\{\Delta g\}_n = \pm C_2 n,$$

where $C_2 \doteq 3 \times 10$ under the same set of conditions as before.

The first problem to be looked into is the effect of representation errors on e_N if $E\{\Delta g\}_n$ is assumed to have random error characteristics. In such a case, any other determinations of the gravity anomaly field in a specified $n^\circ \times n^\circ$ area, which is represented for computation purposes by an adopted value Δg_0 , would deviate from Δg_0 exhibiting characteristics implicit in the normal distribution. If square sizes in excess of $n = 1^\circ$ are excluded as these violate the prescribed linearity requirements of STOKES'S function, as illustrated in Table 1, it is interesting to verify whether variations in Δg over small squares are dominated by the gravity anomaly gradients $\partial \Delta g / \partial u_\alpha$, u_α forming an orthogonal and isometric angular co-ordinate system in the local horizon.

Let the smallest sub-division of relevance be an $m^\circ \times m^\circ$ square, whose error of

representation satisfies the relation

$$(43) \quad E\{\Delta g\}_m = o\{e^3 \Delta g\} = \pm o\{50 \mu\text{Gal}\}.$$

If equation (42) were true for very small n , $m \doteq 0.002^\circ$. The number of such regions in a larger $n^\circ \times n^\circ$ area would be N as defined in equation (40). The gravity anomaly Δg and $F(\psi)$ in the larger $n^\circ \times n^\circ$ square could be represented by TAYLOR'S series of the form

$$(44) \quad \Delta g = \Delta g_0 + \frac{u_\alpha^j}{j!} \left(\frac{\partial^j \Delta g}{\partial u_\alpha^j} \right)_{u_\alpha=0}$$

and

$$(45) \quad F(\psi) = F(\psi_0) + \frac{u_\alpha^j}{j!} \left(\frac{\partial^j F(\psi)}{\partial u_\alpha^j} \right)_{u_\alpha=0},$$

where the origin of the u_α co-ordinate system is at the centre of the $n^\circ \times n^\circ$ square, the subscript 0 referring to values at this same point. On restricting the value of n to those square sizes where

$$\frac{\partial^j F(\psi)}{\partial u_\alpha^j} < o\{e^3 F(\psi)\} \quad \text{for all } j \geq 2 \text{ (i.e., } n \leq 0.5^\circ),$$

it is required to verify whether

$$(46) \quad \frac{\partial^j \Delta g}{\partial u_\alpha^j} < o\{e^3 \Delta g\} \quad \text{for all } j \geq 2$$

when $n \leq 0.5^\circ$. From equation (45) and equation (A-1) in the Appendix,

$$(47) \quad E\{\Delta g\}_n = \pm \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left[u_{\alpha i} \frac{\partial \Delta g}{\partial u_\alpha} \right]^2 \right]^{1/2} \\ = \pm \left[\frac{1}{N} \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial u_1} \right)^2 \sum_{i=1}^N u_{1i}^2 + \frac{2}{N} \frac{\partial \Delta g}{\partial u_1} \frac{\partial \Delta g}{\partial u_2} \sum_{i=1}^N u_{1i} u_{2i} + \frac{1}{N} \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial u_2} \right)^2 \sum_{i=1}^N u_{2i}^2 \right]^{1/2}.$$

If the $m^\circ \times m^\circ$ grid were symmetrically distributed about the $n^\circ \times n^\circ$ square, it is easy to show that

$$(48) \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{\alpha i}^2 = \frac{1}{n} \int_{-1/2 n}^{1/2 n} u_\alpha^2 du_\alpha = \frac{1}{12} n^2 \quad \text{and} \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{1i} u_{2i} = 0.$$

Hence equation (47) reduces to a relation of the form $E\{\Delta g\}_n = \pm C n$, which agrees with the observed characteristics of $E\{\Delta g\}_n$ as described by equation (42) for small n . Practical experience however indicates that substantial deviations occur from this simplistic model especially in regions of rugged topography when the square size has to be reduced to an unacceptably small area to meet these specifications of linearity. It can be concluded that gravity anomaly variations are linear

for square sizes under 0.3° , for purposes of statistical estimation, all departures having the characteristics of local noise. The contribution t of an $n^\circ \times n^\circ$ square to N_f and hence h_d , as obtained by the evaluation of STOKES'S integral by quadratures, using N $m^\circ \times m^\circ$ squares on the basis of equations (35) and (37), is

$$t = K m^2 \sum_{i=1}^N \Delta g_i F(\psi_i) .$$

The use of equations (44) and (45) gives

$$\begin{aligned} (49) \quad t &= K m^2 \left[N \Delta g_0 F(\psi_0) + F(\psi_0) \frac{\partial \Delta g}{\partial u_\alpha} \sum_{i=1}^N u_{\alpha i} + \right. \\ &+ \Delta g_0 \frac{\partial F(\psi)}{\partial \psi} \cos A'_\alpha \sum_{i=1}^N u_{\alpha i} + \frac{\partial F(\psi)}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial u_\alpha} \cos A'_\alpha \sum_{i=1}^N u_{\alpha i}^2 + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \Delta g}{\partial u_\alpha} \sin A'_\alpha \sum_{i=1}^N u_{1i} u_{2i} \right) + \frac{1}{2} F(\psi_0) \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial u_\alpha^2} \sum_{i=1}^N u_{\alpha i}^2 \left. \right] + o\{e^3 t\} = \\ &= K n^2 \left[\Delta g_0 F(\psi_0) + \frac{n^2}{12} \left[\frac{1}{2} F(\psi_0) \left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial u_2^2} \right) + \frac{\partial F(\psi)}{\partial \psi} \frac{\partial \Delta g}{\partial u_\alpha} \cos A'_\alpha \right] \right] + o\{e^3 t\} , \end{aligned}$$

on using the results at equation (45), K being defined by (36), while A' is the parameter defining the azimuth. The magnitude of the contribution of the third term is governed by that of $\partial F(\psi)/\partial \psi$, which is by two orders of magnitude smaller than the first for $n > 0.1^\circ$, as can be seen from Table 1. As the square mean $\overline{\Delta g_n}$ is given by

$$(50) \quad \overline{\Delta g_n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta g_i = \Delta g_0 + \frac{1}{N} \frac{\partial^j \Delta g}{\partial u_\alpha^j} \frac{1}{j!} \sum_{i=1}^N u_{\alpha i}^j ,$$

on using equation (44), it can be seen that the second term in equation (49) is also taken into consideration if $\overline{\Delta g_n}$ were adopted instead of Δg_0 when representing an $n^\circ \times n^\circ$ square for the evaluation of STOKES'S integral by quadratures. The terms involving products of the type $(\partial F(\psi)/\partial u_\alpha) \times (\partial \Delta g/\partial u_\alpha)$ can be considered to have the characteristics of accidental errors only if no correlation existed on a large scale between variations in $F(\psi)$ and Δg . While such terms will make contributions of significance when t in equation (49) is computed from a single $n^\circ \times n^\circ$ square represented by $\overline{\Delta g_n}$ instead of N $m^\circ \times m^\circ$ squares, the error is unlikely to have a regionality in excess of 1° . The use of typical values for the case when $n = 0.1^\circ$ indicates that the total contribution of this product term is less than 0.1 mGal. The figures in Column 2 of Table 2 show that such errors will not affect the final results to ± 1 cm even if the signs of $\partial F(\psi)/\partial \psi$ and $\partial \Delta g/\partial u_\alpha$ were to hold the same sign over an $1^\circ \times 1^\circ$ area.

The above discussion may be summarized as follows: (a) The use of the mean value based on an evenly distributed sample gives a better representation than a single

value when evaluating equation (49), the improvement being a function of the number of the sample and the moment of the distribution of gravity stations about the square centre. (b) The nature of the gravity field is such that any residual error due to the use of a tenth degree grid instead of smaller sub-divisions in non-mountainous regions has an effect less than 1 om on the final value of N_f ; also see the Appendix.

On adopting the basic square sizes specified in Table 1, the remaining error characteristics can in the first instance be treated as random. The error e_{ta} in t due to the error of representation $E\{\Delta g\}_m$ of the N constituent $m^0 \times m^0$ areas is given by the addition law as

$$(51) \quad e_{ta} = K m^2 \left[\sum_{i=1}^N [F(\phi_i) E\{\Delta g\}_m]^2 \right]^{1/2} = \pm o \left\{ K m^2 E\{\Delta g\}_m \left[\sum_{i=1}^N F(\phi_i)^2 \right] \right\}^{1/2}.$$

Over a limited $n^0 \times n^0$ region $F(\psi)$ can be represented by the first two terms of a TAYLOR series when

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N F(\psi)^2 &= N F(\psi_0)^2 + 2 F(\psi_0) \frac{\partial F(\psi)}{\partial \psi} \sum_{i=1}^N d\psi_i + o \left\{ \left[\frac{\partial F(\psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} = \\ &= N F(\psi_0)^2 [1 + o\{10^{-3}\}] \end{aligned}$$

as

$$\sum_{i=1}^N d\psi_i \rightarrow 0.$$

On using equation (40) and noting that $|F(\psi)| < 2.5$,

$$(52) \quad e_{ta} = \pm o \left\{ K' m n E\{\Delta g\}_m (1 + o\{10^{-3}\}) \right\}, \quad \text{where } K' = 4 \times 10^{-2}.$$

The accumulated accidental error e_{Na} in N_f is given by

$$(53) \quad e_{Na} = \pm o \left\{ \left[\frac{360}{n} \times \frac{180}{n} \right]^{1/2} e_{ta} \right\} = \pm o \left\{ K'' m E\{\Delta g\}_m \right\}, \quad \text{where } K'' = 10.$$

Column 3 of Table 2 gives estimates of e_{Na} for various values of m in Column 1, which represent the basic grid on which gravity stations are located to define the global gravity field for the evaluation of STOKES'S integral by quadratures.

It is also necessary to estimate the effect of an error e_{ts} in evaluating t , which retains its sign over an $l^0 \times l^0$ area. For purposes of estimation, assume e_{ts} to retain its numerical magnitude and sign over the larger area. The error e_{ls} in the larger block is obtained from equation (52) as

$$e_{ls} = \pm o \left\{ e_{ts} \frac{l^2}{n^2} \right\}, \quad \text{where } e_{ts} = \pm K' n^2 e_{\Delta g},$$

$e_{\Delta g}$ being the systematic error in the gravity anomaly representing the $n^\circ \times n^\circ$ square, K' having the same definition as in equation (52). The total contribution e_{N_S} to N_f is estimated as in the case of equation (53) to be

$$(54) \quad e_{N_S} = \pm \alpha \{ K' \ell e_{\Delta g} \} .$$

Column 2 of Table 2 gives estimates of $e_{\Delta g}$ for various values of ℓ , specified in Column 1, which ensure that $e_{N_S} = \alpha \{ e^3 h_d \}$.

The following conclusions can be drawn concerning the evaluation of STOKES's integral by quadratures:

1. The most critical factor is the departure from linearity of $F(\psi)$, defined by equation (38). The use of $F(\psi)$ in practice is expensive as the (ψ, α) -system of co-ordinates and not the (φ_c, λ) is used in computations, requiring the utilization of ring techniques, which are less economic for computer use than the geographical square system. This is true even when use is restricted to those regions where $\psi < 3^\circ$ and $f(\psi)$ is unstable. Computations with STOKES's function in such regions call for a finer sub-division in representing the inner zone gravity field on the lines described in Table 1 as $f(\psi) = \alpha \{ 10^3 \}$ for $\psi = \alpha \{ 0.1^\circ \}$, while it is of order 10^2 for $\psi = \alpha \{ 1^\circ \}$. If this were not done, the terms ignored in equation (52) could be as large as the magnitude of those considered. Further, K' in (52) could in such a case be 2 - 3 orders of magnitude larger. Thus the four tenth-degree squares within 0.1° of the point of computation would contribute $\pm \alpha \{ 0.3 \text{ cm} \}$ toward e_N , while the 100 tenth-degree squares within 0.5 degrees would give rise to a further $\pm \alpha \{ 1 \text{ cm} \}$ due to departures from linearity [of order $e^2 f(\psi)$].
2. In view of the limited errors introduced into the result, it can be concluded that a global gravity based on definition at corners of a $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ may be adequate for the evaluation of STOKES's integral by quadratures to order $e^3 h_d$ ($\pm 5 \text{ cm}$) if correct computing procedures were adopted and the gravity anomalies were free from systematic errors over large extents as specified in Column 2 of Table 2.
3. It is desirable that a procedure similar to RICE's circular ring method (RICE 1952 [14]) be used to compute the inner zones when $F(\psi)$ should be used instead of $f(\psi)$ to circumvent the instability of the latter when $\psi < 1^\circ$. This instability is not a consequence of variations in Δg and an adequate gravity field could be interpolated from the $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ grid without introducing significant error in the final result for studies of sea surface topography where effects of very short wavelengths are of no concern.
4. The observation that interpolated values are not necessarily inferior to measured gravity anomalies was also made by Soviet geodesists (MOLODENSKII et al. 1962 [11], p. 172). The writer's own experience is that the extension of the gravity anomaly field represented by values on a uniform grid, to smaller sub-division in undisturbed regions, is stable without significant loss of accuracy (MATHER 1967 [6], p. 134). Thus if a $0.05^\circ \times 0.05^\circ$ grid were obtained by interpolation from a uniform $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ grid on which $E\{\Delta g\}_{0.1^\circ} = \pm 2.5 \text{ mGal}$, then $E\{\Delta g\}_{0.05^\circ}$ is held

at this same value for the interpolated values, instead of the ± 1.5 mGal estimated from equation (105). Thus the use of a $0.2^\circ \times 0.2^\circ$ grid in lieu of the tenth-degree grid as the fundamental basis of observations would result in $e_N = \pm 0\{6 \text{ cm}\}$.

5. While considerable laxity can be tolerated in the accuracy with which a reading represents a basic (i.e., tenth-degree) square, the effect of systematic errors which retain the same sign over considerable extents has to be carefully watched. Table 2 shows that errors of 0.1 mGal which hold their magnitude and sign over 500 km can affect the computed value in excess of the specified limits of error. This type of error can be due to one of three causes:
- (a) errors in the global gravity network controlling the gravity values used in the computations,
 - (b) loss of accuracy in unifying the elevation datums in relation to a globally acceptable "geoid",
 - (c) lack of precision in the geodetic co-ordinates used to compute the gravity anomaly as a consequence of regional datums not being related to the geocentre.

Thus IGSN 1971 can only be considered adequate in controlling the gravity fields in solutions to order e^3 if errors in defining individual station values in the net were uncorrelated and the interval between stations was not in excess of 200 km. Neither of these criteria are likely to be met. On the other hand, there are no limitations to present-day meteorology which would inhibit the establishment of a global net with sufficient precision. Absolute station accuracies could be held at ± 50 μ Gal as discussed earlier in this section using techniques similar to those by SAKUMA (1971) [16] .

The unification of the elevation datums is equivalent to defining the geoid to a degree which has not been achieved as yet if the order of accuracy implicit in this study is to be realized. The first stage in such a definition would be the adoption of a common epoch to which all so-called "Mean Sea Level" datums are reduced. The principles underlying the establishment of such datums for a restricted region are well known and will not be discussed. The second stage calls for the definition of the sea surface topography and its departures with respect to a level surface which are stationary over long periods of time. The solution of the boundary value problem to order e^3 requires that errors of long wavelength in the definition of geopotential be kept to $o\{0.15 \text{ kGal m}\}$. This could be achieved without difficulty if the ocean surface were an equipotential, on allowing for tidal and meteorological variations. Unfortunately, the comparison of tide gauge readings with the results of geodetic levelling have indicated the existence of stationary departures of the sea surface from an equipotential as reported in Chapter 1, both in the United States and Australia. As current practice refers differences of geopotential to the sea surface instead of the equipotential, it becomes necessary to look into the effect such a procedure has on the computation of geoid heights with an accuracy of ± 10 cm, which in turn calls for errors of less than ± 15 cm in the definition of the geoid as a datum for elevations.

2.4. The role of satellite solutions for the gravity field in solutions of the boundary value problem to order e^3

The characteristics of the Earth's gravity field can be established by two different techniques:

- (a) the measurement of gravity at discrete points at or near the Earth's surface,
- (b) the determination of the disturbing potential from the analysis of the orbital perturbations of near Earth satellites.

Solutions at (b) are interpreted in terms of spherical harmonic co-efficients, which can then be downward continued to the surface of the Earth with minimum mathematical complications. As LAPLACE's equation is satisfied at finite elevations exterior to the Earth's surface, the disturbing potential V_d^i of the solid Earth can be written as

$$(55) \quad V_d^i = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{R^{n+1}}, \quad n \neq 1,$$

where it is customary to express A_n in the form

$$(56) \quad A_n = k M a^n \sum_{m=0}^n C_{nm},$$

C_{nm} being defined in Section 1.2. The absence of the first-degree harmonic places the centre of the reference ellipsoid at the centre of mass of the solid Earth.

The disturbing potential V_{dS} , as used in the analysis of orbital perturbations, is defined as that which causes the geopotential to deviate from that of a sphere with the same mass as the Earth. A symmetrical mass distribution is also implied when referring perturbations to the model adopted for central force motion. It is this potential whose derivatives define LAGRANGE's equation of planetary motion (e.g., KAULA 1966 [4], p. 29). As the gravitational effect of the atmosphere is estimated at less than 10 μ Gal at 30 km elevation, with the effect falling off rapidly with increase of elevation (IAG 1970 [20], p. 72), it can be assumed that

$$V_d = V_d^i + o\{e^3 V_d^i\}$$

at orbital elevations. The term of zero degree V_{d0}^i in V_d^i has no effect on orbital perturbations, though its numerical magnitude could have a scaling effect on the orbital parameters used in the evaluation of the co-efficients at (56). A further difference between V_{dS} and V_d is due to the ellipsoidal reference model used in defining the latter in contrast to the spherical model used in obtaining V_{dS} . If the effect on the gravitational potential is V_{de} , then

$$(57) \quad V_{dS} = V_d^i - V_{d0}^i + V_{de}.$$

On taking these factors into account when evaluating the co-efficients C_{nm} in

equation (56), the height anomaly h_d at the surface of the Earth is given as

$$(58) \quad h_d = \frac{kM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{R}\right)^n \sum_{m=0}^n C_{nm} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma} + \frac{V_a}{\gamma} + \alpha \{e^3 h_d\}, \quad n \neq 1,$$

where R , V_a and γ refer to values at the relevant point at the surface of the Earth. The infinite series must by definition converge to the limit specified by equation (121). The evaluation of the co-efficients $C_{\alpha nm}$ by the analysis of orbital perturbations is dominated by two effects:

- (1) The damping effect of the term $(a/R)^n$ as $R > a$. Consequently, the co-efficients of degree n less than some limiting value n_g are well determined, n_g being a function of the orbital elevation of the satellite.
- (2) The effect of resonance between the values of the set $\{n, m\}$ and the orbital period. This causes certain co-efficients, which by themselves make no contribution of significance towards the representation of the Earth's gravitational field, to have marked effects on the perturbations of those orbits with sympathetic parameters. As a consequence, all orbits are sensitive to certain resonant harmonics whose identity can be predicted from the orbital elements (e.g. WAGNER 1967 [18]).

At first glance it would appear that a very large number of satellites in a variety of orbits would afford a means for the complete determination of the Earth's gravitational field. The costs involved make such evaluation unlikely due to masking effects, which make it difficult to separate some of the resonant terms unless adequate variations were available in the orbital inclination. Serious thought should be given to the role concepts of resonance should play in solutions of high resolution for the Earth's gravitational field at the surface of the Earth, as it is most likely that only a limited number of satellites will be available for the task. These accurate determinations will suffer from a loss of resolution if not restricted to a limited interval of time. If such is the case, it may be preferable to treat higher degree resonant effects as sources of orbital perturbations rather than signals from the gravity field, which could be meaningfully translated into representations at the surface of the Earth.

The gravity anomaly at the surface of the Earth is given by

$$(59) \quad \Delta g = \frac{kM}{R^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n-1-2\phi) \left(\frac{a}{R}\right)^n \sum_{m=0}^n C_{nm} + 2 \frac{W_0 - U_0}{R} - 2 \left[\frac{V_a}{R} + \frac{\partial V_a}{\partial h} \right] + \frac{1}{2} \epsilon \zeta^2 + \alpha \{e^3 \Delta g\}, \quad n \neq 1.$$

The comparison of the values of Δg computed from the $C_{\alpha nm}$ determined from the analysis of orbital perturbations with those established from surface gravity measurement on allowing for equation (57) provides an index of the success with which a truncated spherical harmonic series (i.g., $n < n_g$) can represent the gravity anomaly at the surface of the Earth. This could be extended further by incorporating those

harmonics in the range $n_g < n < n_l$ from surface gravity to enhance the representation provided by the spherical harmonic series, thereby increasing the range of the power spectrum and reducing the residuals on comparison of deduced and observed values of the gravity anomaly at the surface of the Earth. Such concepts assume that those C_{onm} for $n < n_g$ as determined from orbital perturbations were free from error as were values of Δg at the Earth's surface. It also has the advantage that errors in the framework controlling the gravity datum at the Earth's surface, which is established with difficulty, can be eliminated or at least minimized in the representation of the global field. This procedure is not always strictly followed in common practice when general adjustment techniques are used to minimize residuals without holding any of the quantities fixed.

The variance of gravity anomalies at the surface of the Earth is approximately 1200 mGal^2 . Solutions to (20, 20) absorb over 90 % of the power inherent in the representation (LERCH et al. 1972 [5], p. A12). Thus

$$(60) \quad M\{(\Delta g_o - \Delta g_s)^2\} = 100 \text{ mGal}^2,$$

where the subscripts o and s refer to **terrestrial** and satellite determined values respectively. The absorption of this balance 10 % of the power spectrum is likely to require a great increase in the number of terms though some of this residual is due to deficiencies in the surface gravity data. From a study of the error of representation, given in the Appendix, a (20, 20) solution can be considered to be equivalent to a representation on an 0.5-degree grid only if the comparisons represented at (60) were with **i n d i v i d u a l g r a v i t y v a l u e s**. This is not the case, as the surface gravity values were in the form of five-degree area means. The conclusion which can be drawn is that the (20, 20) representation is equivalent to a global $5^\circ \times 5^\circ$ coverage with 5 - 6 readings per square and zero moment of distribution about the square centre.

The use of spherical harmonic representations of the gravity field to achieve the definition of the gravity field required in Conclusion 2 to Section 2.3. (i.e., a tenth-degree grid) would require that the former absorbs all but 9 mGal^2 of the power spectrum on **c o m p a r i s o n w i t h i n d i v i d u a l v a l u e s**. This will be equivalent to absorbing all but 0.1 mGal^2 of the power spectrum on comparison with adequately computed one-degree area means, each based on 100 evenly spaced values with zero moment of distribution about the square centre. The latter would involve analysis up to degree 180 (over 3×10^4 co-efficients). It has yet to be established whether such refined determinations of the gravity field are possible by satellite to satellite tracking of low altitude satellites.

The requirements for a complete solution of the geodetic boundary value problem to order e^3 (i.e., $\pm 5 \text{ cm}$ in h_d) is a gravity field representation based on at least a tenth-degree grid. This is equivalent to a spherical harmonic representation where $n = 1800$, involving $o\{3 \times 10^6\}$ terms, which is not significantly different from N_t in Table 1. The use of such functions can therefore be justified in this case only if the amount of surface gravity information on the tenth-degree grid were significantly

low. It is unlikely that any favourable claim can be made at the present time regarding the achievement of this degree of resolution from the study of orbital perturbations. It would therefore appear that satellite determinations of the gravity field could well be inferior for the complete solution of the geodetic boundary value problem to ± 5 cm if

- (a) surface gravity data were available globally on a tenth-degree grid; and
- (b) systematic errors in the gravity anomalies were held to below ± 50 μ Gal.

The low-degree harmonics from orbital perturbations could however play a significant role in such solutions when (a) is true but not (b). The three major sources of systematic error in gravity anomalies which have long wavelength are given in Note 5 to Section 2.3. While (c) is likely to be resolved with minimal difficulty, systematic errors at (b) are complex primarily as a consequence of possible stationary departures of the sea surface from an equipotential. If the gravity anomalies have been corrected for effects at (b) and (c), any residual long-wave discrepancies between surface gravity data based on adequate samples and the low-degree harmonics obtained from the analysis of orbital perturbations and with the required precision should provide an effective check on the systematic error propagation of the type at (a) in the note mentioned above.

The results obtained from the analysis of the orbital perturbations of satellites in near Earth orbits are unlikely therefore to provide the representation of the gravity field which is required for a complete solution of the geodetic boundary value problem to order e^3 . The determination of the low-degree harmonics in this representation with adequate precision will however be invaluable in resolving the systematic errors in the global gravity standardization network described in Note 5 to Section 2.3.

2.5. Departures of the sea surface topography from an equipotential surface

Until recently, no attempt has been made to study the departure of the surface of the oceans from a level surface. The existence of such departures has been established on comparing the results of geodetic levelling with tide gauge readings. These departures will be called stationary, in order that they could be differentiated from short-term effects due to winds, other meteorological factors as well as the short-period distortions on the geops due to tidal effects. The use of satellite altimeters provides a means of determining the instantaneous geocentric position of those features of the sea surface with wavelengths in excess of l km; $l = 200$ for the proposed GEOS-C mission (WEIFFENBACH 1972 [19], p. 1-1). The stationary departures can be obtained by allowing for the effect of tides and meteorological conditions, on differencing equivalent position vectors to the sea surface and the geoid.

As only features with wavelengths in excess of l km are being studied, it is possible to use a truncated version of equation (58) to obtain the required definition of the geoid even to order $e^3 h_1$. Over oceanic regions, the telluroid coincides with

the geoid and the elevation N of the latter above the ellipsoid is given by

$$(61) \quad N = h_d \quad \text{if} \quad \Delta W = 0.$$

If the gravity field were represented by a global set of gravity anomalies, N could be obtained from the set of equations summarized in Section 2.1. Alternately, these anomalies could be analysed for the equivalent harmonic co-efficients using equation (59) and the values of N in oceanic areas obtained from equation (58). From the discussion in Section 2.4. the representation should absorb all but 0.1 mGal^2 of the power spectrum on comparison with one-degree square means compiled from 100 values spaced on a tenth-degree grid, if wavelengths in excess of ℓ km in N is to be defined to $e^3 N$. This should give an accuracy of ± 10 cm in N on the basis of the results in Table 2, which is a desirable goal in the definition of the sea topography (Williamstown Report 1969 [21], 3-2).

Consider the use of equation (59). The harmonic co-efficients could be obtained from surface gravity on controlling gravity standardization network errors with low-degree harmonics determined from orbital perturbation analysis of adequate precision. In practice it is likely that the distribution of surface gravity information will continue to be non-uniform. It is therefore relevant to designate a desirable form in which the gravity data should be used in the analysis for harmonic co-efficients. A global representation on a tenth-degree (10 km) grid has an error of representation of approximately $\pm 3 \text{ mGal}$, resulting in an accuracy of ± 10 cm in N if data are free from large-scale systematic errors. A study of equation (52) indicates that if $m \approx 0.1^\circ$, the precision required in the mean value for an $n^\circ \times n^\circ$ area to maintain the specified accuracy e_N in N is not $E\{\Delta g\}_n$ but $(E\{\Delta g\}_m \times m/n)$, all other things being equal. Thus the equivalent precision required from an $1^\circ \times 1^\circ$ square mean is approximately $\pm 0.3 \text{ mGal}$. Such a mean can be computed only if

- (1) 100 values spaced on a tenth-degree grid are used in its evaluation; and
- (2) the moment of distribution of the gravity stations about the square centre tends to zero.

This does not mean that each one-degree square should contain 100 gravity readings on a tenth-degree grid. It is well known that gravity anomaly values can be predicted under carefully controlled conditions such that the prediction error did not exceed the error of representation (e.g., MOLODENSKII et al, 1962 [11], p. 172; MATHER 1967 [6], p. 134). The exact technique to be used for this purpose is a matter for debate. In practice, the writer has found that practical and not theoretical considerations predominate in the choice of a particular method.

Any commonly used interpolation routine will give the desired accuracy, provided

- (a) sufficient data were available to avoid predictions based on readings which were not in the immediate vicinity of the point; and
- (b) the correlation of gravity anomalies with elevation over limited regions were allowed for.

For example, an evenly spaced 50 % coverage of an $1^\circ \times 1^\circ$ square (i.e., 50 read-

ings) should give the required accuracy in the area mean if the latter were computed from 100 evenly spaced values with zero moment of distribution about the square centre and the above requirements were met. Tests carried out for non-mountainous regions in Australia with considerable gravity variation indicated that a 20 % representation, again evenly spaced, could provide interpolated values whose error would be double that for $E\{\Delta g\}_{0.1}$ (cf. [6], p. 133). In such a case, $E\{\Delta g\}_1 = \pm 0\{0.5 \text{ mGal}\}$. This figure falls off markedly if the moment of distribution about the square centre did not approach zero.

The following conclusions can be drawn about the preparation of area means prior to harmonic analysis in regions which are incompletely represented by surface gravity data.

1. Values should be predicted from available observations represented on a tenth-degree (10 km) grid using any reasonable interpolation routine or collocation techniques, and allowing for height correlation as well as the deviation of gravity station elevation from the mean elevation of the region it is intended to represent.
2. If a network of gravity stations were being planned, the stations should be cited such that the distance over which interpolations are made should be as small as practicable to avoid systematic effects.
3. The quality of the area mean is more dependent on the nature of distribution of the gravity stations about the square centre, rather than the number of readings available. This is characterized by the moments M_{α} of the gravity station distribution defined by

$$(62) \quad M_{\alpha} = \sum_{i=1}^N du_{\alpha i},$$

where the $du_{\alpha i}$ are the co-ordinate displacements of the i -th gravity station from the square centre. More research is necessary into the role M_{α} should play in setting up observation equations for the determination of harmonic co-efficients.

The error $e_{\Delta g_n}$ in Δg due to an error e_{C_n} in C_n is given by

$$e_{\Delta g_n} = \pm 0\left\{\gamma(n-1) e_{C_n}\right\},$$

where e_{C_n} is the r.m.s. of the sum of the variances of the $2n+1$ co-efficients of degree n . The analysis of harmonic solutions of this type indicates that the magnitude of the average variances of co-efficients of degree n are essentially constant (say $\bar{\sigma}^2$) for solutions up to degree 12 (LERCH et al. 1972 [5], p. 21), while departures of individual variances from this mean fall within a maximum amplitude σ_{\max} . On assuming sinusoidal characteristics for the deviation ϵ_i of individual standard deviations from $\bar{\sigma}$, the total variance of terms of degree n is

$$\begin{aligned}
 (63) \quad e_{C_n}^2 &= o \left\{ \sum_{i=1}^{2n+1} (\bar{\sigma} + \epsilon_i)^2 \right\} = o \left\{ (2n+1) \bar{\sigma}^2 + \sum_{i=1}^{2n+1} \epsilon_i^2 \right\} = \\
 &= o \left\{ (2n+1) (\sigma^2 + K \sigma_{\max}^2) \right\} = o \left\{ (2n+1) e_C^2 \right\} ,
 \end{aligned}$$

where e_C is a constant whose magnitude is approximately 2×10^{-8} for solutions obtained at the present time. The extension of these observations seems to indicate that $e_{\Delta g_n}$ is a function of n^2 . On the other hand, the results in Column 2 of Table 2 indicate that larger errors could be tolerated in the higher-degree harmonics without significantly worsening the results if equation (2) were used in the computation. The required accuracy for those of low degree is about 5 parts in 10^4 if each is treated as an isolated error source. It is difficult to estimate composite effects in solutions to very high degree in the absence of solution characteristics. It could be assumed that an adequate algorithm will result in the harmonic representation having error accumulation patterns similar to those of the original data, provided the latter were free from systematic error.

If surface gravity data were used to determine the geoidal slopes with wavelengths longer than 200 km, it would therefore be necessary to compute $1^\circ \times 1^\circ$ (100 km) area means from 100 evenly spaced values on a $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ (10 km) grid in non-mountainous areas, such that the error of representation of the area mean is ± 0.3 mgal. This would ensure ± 10 cm accuracy in the computed result. The analysis of such a data set for the appropriate co-efficients using equation (59), followed by the evaluation of h_d from equation (58), should give the required result. The existence of such a data set could also be used to give the same result through equations at Section 2.1. In both cases it is extremely desirable to verify the correctness of the low-degree harmonics against satellite determined values of adequate precision, to ensure that the results are free from systematic errors in the compilation of the global elevation and gravity datums.

Notes:

- (1) It should be pointed out that it is quite valid to use the truncated spherical harmonic series in equation (58) for the evaluation of the characteristics of the geoid with wavelengths in excess of a certain minimum value, provided such values in themselves are capable of meaningful interpretation. As this information is to be used in conjunction with altimeter data which can only evaluate similar characteristics of the sea surface, it is relevant to attempt the definitions of the long-wave characteristics of geoid to ± 10 cm, noting that such evaluations could deviate from the true stationary geoid over oceans by up to ± 5 m.
- (2) The development given above has only dealt with the techniques for the solution of the sea surface topography using determinations of the gravity field at the surface of the Earth. Satellite techniques which have been proposed for reaching similar goals (Williamstown Report 1969 [21], 2-20 - 2-24) have not been considered as they fall beyond the scope of the present development. The equations in Section 2.4. are of relevance however when formulating a solution to the problem in this case as well.

2.6. A note on the determination of gravity anomalies at the surface of the Earth

The establishment of the gravity field at the surface of the Earth for determinations of sea surface topography with a resolution at the ± 5 cm level does not require that individual gravity determinations are consequences of techniques achieving accuracies of better than ± 50 μGal and equivalent station elevations to ± 15 cm at each point. Instead what is required is the control of the propagation of systematic error due to those sources with long wavelength, to values below these exacting limits, on the basis of equation (54), as illustrated in Column 2 of Table 2.

The factors which influence such errors are the establishment of latitude on a geocentric datum, elevation and gravity such that these systematic error limits are not exceeded. The error e_ϕ in latitude is discussed hereafter. It is current practice to compute normal gravity from the value of ϕ referred to the local geodetic datum. If $e_\phi = 2$ arcsec at $\phi = 45^\circ$, the resulting systematic error in $\Delta g = \pm 0\{50 \mu\text{Gal}\}$. It follows that the application of orientation vector corrections from any of the more recent satellite solutions for geocentric position prior to the computation of normal gravity will ensure that this source of systematic error is eliminated.

The effect of elevation errors e_h in the gravity station elevations used in the computation of the gravity anomaly is not straightforward. Errors approaching ± 50 μGal are obtained in Δg if $e_h = \pm 0\{15 \text{ cm}\}$. Such a specification is at the noise level of internal errors in large first-order regional geodetic level networks. As pointed out in Section 2.3., the essential requirement is the control of systematic errors with long wavelength when establishing the global datum for elevations. This would call for a consideration of

- (a) the time dependent variations in "Mean Sea Level"; and
- (b) the stationary departures of the sea surface from the equipotential surface adopted as the geoid.

Techniques for the estimation of the former constitute areas of regular research in oceanography. The effects at (b) need evaluation only at those points on the coast which have been used to define the sea level datum for elevations. The geocentric position of a tide gauge on each of these reference datums could be established in the future by means of a connection to a suitable laser ranging station which forms part of a global network. The elevation of the sea surface can only be determined if the geoid height at this point were known. There is little choice but to iterate between improvements in the elevation datum and the determination of the geoid to obtain a solution of adequate accuracy, a procedure which could be quite expensive as there may be difficulties in making the solutions converge, as illustrated below.

Elevation errors of considerably larger magnitude can be tolerated in station elevations, provided they are purely local in character. It should be noted that an error of 1 m in the elevation is approximately equivalent to 0.3 mGal in the gravity anomaly, which in turn can have an error of representation of ± 3 mGal in the context of the global grid discussed earlier.

The use of accurately determined low-degree harmonics of the Earth's gravitational field from the analysis of orbital perturbations for the verification of the global gravity standardization net will be successful only if the errors in the establishment of the global elevation datum have been satisfactorily resolved. The sea level datums in current use cannot be considered to be compatible for the purpose of solving the geodetic boundary value problem to order e^3 , as no serious attempt has been made to define the term "geoid" on a global basis to ± 15 cm. Elevations with respect to local determinations of the sea surface can be considered to be elevations above the geoid only if

- (1) corrections were applied for the epoch of determination; and
- (2) the stationary departures of the sea surface from the equipotential were allowed for.

The latter is difficult to accomplish in advance of a geoid determination to ± 15 cm unless all the tide gauges are linked by a single network of geodetic levelling. While such connections would be feasible for the American continents as a unit or Africa, Asia and Europe as a second entity, a global connection cannot be effected to achieve this end. If errors on this count averaged at ± 1 m, causing effects in the gravity anomaly of approximately ± 0.3 mGal with wavelengths of 1000 km, the accuracy of the computed value of N is estimated at ± 15 cm. In such a case, the error in the determination of stationary departures of the sea surface from an equipotential can also be determined to ± 15 cm, assuming that the geocentric positions of the tide gauges defining the elevation datum are established with this same order of accuracy either from laser ranging techniques or from satellite altimetry. The systematic errors in the gravity anomalies due to the revised height datum are almost by an order of magnitude smaller and hence fall within the required limits of precision for a solution of the boundary value problem to order e^3 .

If, on the other hand, the dominant stationary characteristics of the sea surface topography had twice the wavelength and magnitude as in the above case, the error in the computed value of N is estimated at ± 60 cm in the initial iteration. Consequently, two iterations are necessary to ensure the definition of the geoid to order $e^3 h_1$.

The use of collocation techniques in defining the unsurveyed portions of the Earth's gravity field is outside the scope of the present development. The accuracy of any predicted values is most likely to meet the criteria given in Note 4 to Section 2.3. if based on a minimum of four equidistant values, each pair of which subtends nearly equal angles at the point of prediction, and in regions where topographic variations are smooth. As pointed out in Section 2.3., a network pre-planned in such a manner could be used to increase the gravity anomaly representation by a factor of 4 : 1 in undisturbed regions without introducing significant error provided the gravity values at those points used to control the prediction are substantially free from the sources of systematic error described above. Other criteria of significance are the following.

- (1) Predictions should be restricted to regions where the behaviour of the gravity

field is sufficiently well known so that the error of prediction is no greater than $E\{\Delta g\}$, as discussed in Section 2.3.

- (2) The prediction interval is small enough to permit the adequate representation of the correlation of gravity anomalies with elevation.

3. Conclusion

A pre-requisite to the determination of ocean circulation is the accurate determination of the instantaneous geocentric position of the spacecraft carrying the altimeter used to range to the ocean surface. As the phenomena to be resolved are of the order of 1 - 2 m, it is necessary not only to establish the geocentric position of the sea surface instantaneously to an order of magnitude better, but also to define the geoid with the same resolution. Geoid solutions correct to $\pm\{5 - 10 \text{ cm}\}$ require a careful formulation of the geodetic boundary value problem and the adoption of a systematic basis for the sampling of the global gravity field.

The solution summarized in Section 2.1. has been built around the potential of the solid Earth and oceans, excluding the atmosphere, to ensure the mathematical validity of the expressions involving spherical harmonic representations. A necessary pre-requisite is a knowledge of the stratification of the atmosphere and its effects on measured gravity.

Contributions to the height anomaly h_d , which is the ocean geoid height in oceanic areas, can be computed using the formulae listed in Section 2.1. The major contribution is obtained by the use of gravity anomalies at the surface of the Earth, as corrected for atmospheric effects, in STOKES's integral, containing over 90 % of the power of the solution. Other effects are due to the departures of the topography in local areas from a plane, which could contribute upto 10 % of the magnitude, and smaller effects of the order of the flattening (i.e., $\pm 30 \text{ cm}$) due to the Earth's ellipticity and the consequence of the STOKESian assumptions.

The effect of the gravity field is through STOKES's integral. The representation required in the case of the former, which would ensure adequate accuracy in the evaluation of STOKES's integral by quadratures, can be estimated from those characteristics of gravity anomalies embodied in the error of representation $E\{\Delta g\}$. It is estimated that the definition of this field at the surface of the Earth by values on a tenth-degree (10 km) grid in non-mountainous regions (97 % of the Earth's surface area) would ensure that the precision of the value computed for the STOKESian term was of order $e^3 h_d$, provided non-systematic errors with long wavelength existed in the data. Regions of rugged topography and disturbed areas close to the point of computation should be represented by square sizes whose error of representation remains at $\pm 3 \text{ mGal}$ if the accuracy of the final result is not to deteriorate by as much as a factor of 2.

It is therefore essential that the following criteria are met in defining the global gravity anomaly field:

- (1) Stations comprising the global gravity standardization network should be established with absolute accuracies of $\pm 50 \mu\text{Gal}$ and at intervals which are not much in excess of 1000 km.
- (2) The datum to which measurements of geopotential are referred (i.e., the "geoid") should be defined to ± 15 cm. All "Mean Sea Level" datums should be reduced to a common epoch - that of the gravity measurements - and stationary departures of the sea surface from the geoid corrected in the course of geoid determinations.
- (3) All values of normal gravity should be computed using the equivalent latitude on a geocentered ellipsoid, correct to ± 2 arcsec, rather than on a regional geodetic datum.
- (4) Individual gravity stations should reflect the mean elevation of the region. Comparatively large local errors can be tolerated in individual gravity anomalies on a 10 km grid, provided such errors are random in character.

Gravity observations need ^{not} be made at every point on the tenth-degree (10 km) grid in non-mountainous areas. It is common experience that interpolation techniques can give predicted values without increasing the error of representation under carefully controlled conditions, provided correlated effects were randomized. This factor should be taken into account when planning any large-scale sampling of the global gravity field.

The determination of features of the ocean geoid with wavelengths in excess of 200 km calls for the evaluation of equation (58) using a truncated harmonic series including all terms up to $n = 180$ (i.e., over 3×10^4 co-efficients). Such determinations have meaning in principle when attempting to define sea surface topography if the mode of the altimeter used is not capable of discriminating shorter wavelengths in the instantaneous geocentric position of the sea surface. The minimum surface gravity field necessary to obtain the resolution of such features to ± 10 cm is estimated to be an $1^\circ \times 1^\circ$ (100 km) grid, where each element of area is represented by the mean gravity anomaly based on at least 100 equally spaced samples with zero moment of distribution about the square centre. The harmonic representation should be capable of absorbing all but 0.1 mGal^2 of the power spectrum of gravity anomalies at the surface of the Earth as represented by correctly computed area mean values on the 100 km grid.

There appear to be no long-range obstacles that are likely to inhibit the definition of those characteristics of the geoid in ocean areas with wavelengths in excess of 200 km, with a resolution at the ± 10 cm level. This would also apply to features of shorter wavelength if an evenly spaced sampling of the global gravity field on the lines described in Section 2.3., and based on levelling and gravity networks with suitably small systematic error characteristics, were available.

4. Acknowledgements

This research was done while the author was the holder of a National Academy of Sciences Resident Research Associateship at National Aeronautics and Space Administration's Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, on leave of absence from the University of New South Wales, Sydney, Australia.

Appendix: The error of representation of gravity anomalies at the surface of the Earth

The error of representation $E\{\Delta g\}_{nm}$ for an $n^\circ \times m^\circ$ area at the surface of the Earth is given by

$$(A-1) \quad (E\{\Delta g\}_{nm})^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta g_i - \bar{\Delta g})^2}{N},$$

where the Δg_i are individual determinations of the gravity anomaly at N points within the area, and $\bar{\Delta g}$ is given by

$$(A-2) \quad \bar{\Delta g} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \Delta g_i.$$

For a meaningful estimation, $E\{\Delta g\}_{nm}$ must be the mean of several such evaluations. Further, the gravity stations must be evenly distributed about the region centre with N being very large. Estimates of the error of representation for various square sizes by several researchers are given in Table A-1. Linear units have been converted to equivalent angular values using $10 \text{ km} = 0.09 \text{ degrees}$. The figures in Table A-1 are heavily, if not totally, biased toward continental areas and, with two exceptions, to regions where topographical gradients are small. It should be noted that no correlation is implied between the value of $E\{\Delta g\}$ and elevation. Thus $E\{\Delta g\}$ for an elevated plateau should have a magnitude similar to that for a coastal plain. In rugged mountainous terrain, $E\{\Delta g\}$ can be 3 to 10 times as great, especially for smaller regions. This should not however preclude the use of $E\{\Delta g\}$ to represent the statistical characteristics of the global gravity anomaly field for error estimation purposes. For example, in such cases, $E\{\Delta g\}_{0.1}$ can be as much as 10 times greater than the value ($\pm 3 \text{ mGal}$) in flat areas, the effect being confined to 3% of the Earth's surface area where rugged topography occurs. This would increase e_{ta} by a factor of 10, while e_{NA} will be twice as large.

References

- [1] DE GRAAFF HUNTER, J. The figure of the Earth from gravity observations and the precision attainable, Phil. Trans.roy.Soc. A 234 (1935), p. 377-431
- [2] HEISKANEN, W.A.; MORITZ, H. Physical Geodesy. San Francisco: Freeman 1967
- [3] HIRVONEN, R.A. On the precision of the gravimetric determination of the geoid. Trans. amer. geophys. Union 37 (1956), p. 1-8
- [4] KAULA, W.M. Theory of Satellite Geodesy. Waltham, Mass., Toronto, London: Blaisdell publ. Comp. 1966

- [5] LERCH, F.J.; et al. Gravitational field models for the Earth (GEM 1 and 2), (Gem 3 and 4).
Report X-553-72-146, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Md., USA 1972
- [6] MATHER, R.S. The extension of the gravity field in South Australia.
Österr. Z. Vermess.-Wesen 25 (1967), p. 126-138
- [7] MATHER, R.S. A world geodetic system from Gravimetry.
Geophys. J. roy. astron. Soc. 23 (1971), p. 75-100
- [8] MATHER, R.S. The analysis of the Earth's gravity field.
Monograph 2, School of Surveying, Univ. of New South Wales, Kensington, NSW, Australia 1970
- [9] MATHER, R.S. A solution of the geodetic boundary value problem to order e^3 .
Report X-592-73-11, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Md., USA 1973
- [10] MATHER, R.S.; BARLOW, B.C.; FRYER, J.G. A study of the Earth's gravitational field in the Australian Region.
XV General Assembly, IAG, Moscow 1971. In: UNISURV Rep. 22, p. 1-41
Univ. of New South Wales, Kensington, NSW, Australia 1971
- [11] MOLODENSKII, M.S.; EREMEEV, V.F.; YURKINA, M.I. Method for the study of the external gravitational field and figure of the Earth.
Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1962
- [12] MORELLI, C.; et al. The International Gravity Standardization Net 1971.
XV General Assembly, IAG, Moscow 1971
- [13] MORITZ, H. Linear solutions of the geodetic boundary value problem.
Report 79, Dept. of Geodetic Science, Ohio State Univ., Columbus 1966
- [14] RICE, D.A. Deflections of the vertical from gravity anomalies.
Bull. géod. 25 (1952), p. 285-312
- [15] ROELSE, A.; GRANGER, H.W.; GRAHAM, J.W. The adjustment of the Australian levelling survey 1970-1971.
Techn. Rep. 12. Division of National Mapping, Canberra 1971
- [16] SAKUMA, A. Une tendance de la variation de la pesanteur observée au B.I.P.M., Sèvres, France.
XV General Assembly, IAG, Moscow 1971

- [17] STURGES, W. Comments on ocean circulation with regard to satellite altimetry.
In: Sea surface topography from space (ed. J.R. APEL), Vol. 2, 24(1-17).
NOAA techn. Rep. ERL 228-AOML 7-2 (1972)
- [18] WAGNER, C.A. The use of resonant librating orbits in satellite geodesy.
In: Les méthodes dynamiques de la géodésie par satellites, p. 161-187.
Centre National D'Etudes Spatiales, Paris 1967
- [19] WEIFFENBACH, G. An observational philosophy for GEOS-C satellite altimetry.
In: Sea surface topography from space (ed. J.R. APEL), Vol.2, 24(1-17).
NOAA techn. Rep. ERL 228-AOML 7-2 (1972)
- [20] ... Geodetic Reference System 1967.
Spec. Publ. internat. Assoc. Geod. Paris 1970
- [21] ... Solid Earth and ocean physics.
Williamstown Rep., Cambridge, Mass. 1969

Table A-1. Error of representation for free-air anomalies

Source	Square size n = m [degrees]	Latitude [degrees]	$E\{\Delta g\}_n$ [mGal]	Region
	0	0.0		
MO	0.05	0	1.5	USSR
H	0.1	0	2.8	Finland
MO	0.1	0	2.8	USSR
H	0.2	30 ⁽¹⁾	5.4	Global
MO	0.2	0	4.4	USSR
MO	0.3	0	7.0	USSR (plains)
MO	0.3	0	10.0	Urals
MO	0.3	0	25.0	Caucasus Mountains, USSR
H	0.5	30 ⁽¹⁾	9.0	Global
M	0.5	30*	10.1	Australia
MO	0.6	0	10.1	USSR
H	1	30 ⁽¹⁾	12.7	Global
H & M	1	45	12.4	
M	1	30*	13.5	Australia
MO	1.1	0	13.3	USSR
MO	1.6	0	16.0	USSR
H	2	30 ⁽¹⁾	17.6	Global
H & M	2	45	20.8	
M	2	30*	17.7	Australia
MO	2.2	0	16.3	USSR
H	5	30 ⁽¹⁾	23.1	Global
H & M	5	45	27.6	
H	10	30 ⁽¹⁾	26.6	Global
H & M	10	45	29.3	

Key: 1. Source: H = HIRVONEN 1956 [3], p. 3
M = MATHER 1967 [6], p. 131
H&M = HELSKANEN & MORITZ 1967 [2], p. 279
MO = MOLODENSKII et al. 1962 [11], p. 172

Col. 3: (1) = based on global sample

* = mean latitude for region of studies

0 = converted from data for squares with equidistant sides

Table 1. Range of ψ for linear variations in $f(\psi)$ and $F(\psi)$ to order e^3
 N = number of contributions t to the quadratures evaluation of N_f

Square size [degrees] n	$f(\psi)$		$F(\psi)$	
	Range of ψ [degrees]	N [$\times 10^5$]	Range of ψ [degrees]	N [$\times 10^5$]
0.001	$\psi > 0.07$	10.0	$\psi > 0.0$	-
0.005	$\psi > 0.5$	0.6	$\psi > 0.0$	-
0.01	$\psi > 0.8$	3.2	$\psi > 0.0$	0.0
0.05	$\psi > 3$	0.4	$\psi > 0.2$	0.0
0.1	$\psi > 6$	0.1	$\psi > 0.4$	0.2
0.2	$\psi > 13$	3.4	$\psi > 2$	16.2
0.5	$\psi > 60$	2.3	-	-
N_t		20.0		16.4

Table 2. Estimates of systematic and random error effects on the computation of STOKES's integral

n [degrees]	Maximum tolerable systematic error in Δg over range n [\pm mGal]	Error in N_f due to $E\{\Delta g\}_n$ [\pm cm]
0.01	50	0.03
0.1	5	3
0.5	1	50
1.0	0.5	120
5.0	0.1	1400

On the Determination of Secular Variation
in the Earth's Gravity Field and of Secular
Polar Motion

by

V. F. YEREMEYEV and M. I. YURKINA ¹⁾

When evaluating repeated astronomical observations of latitudes and longitudes, repeated gravity measurements, relevellings and other iterated geodetic measurements the necessity of the coordination of the results should be taken into account if their changes are caused (effected) by the variations in the Earth's gravity field. A possibility of such variations follows from the present conditions of the International Polar Motion Service (IPMS) on secular polar motion (0'3 for 100 years). A solution to the problem of the determination of secular variations in the Earth's gravity field based on MOLODENSKIY's principles (1958) [4] is described below.

The solvability of the problem and the uniqueness of its solution can be attained if the components (ΔB , ΔL) of plane displacement of a point on the Earth's surface and the elements of variation in the Earth's gravity field can be expressed by means of smoothly varying functions of the plane coordinates. In an early stage of the deduction one can consider the components (ΔB , ΔL) of plane displacements of all studied points both in the Old and in the New World (or in each continent taken separately) as equal respectively, i.e. assume the continental drift to be constant for each continent.

Presuming the possibility of a movement of the Earth's masses one can relate to this the difference T in the attractive potentials of those masses at some two instants. In the very general case T can be explained by the difference σ in the densities of a simple layer upon the Earth's surface, which replaces the Earth's matter. Then

$$T = \int_S \frac{\sigma}{r} dS,$$

where r is the distance between a fixed point and the element dS of the Earth's surface. The value σ includes the gravitational constant, so it has the same dimension as gravity. Expressing changes in astronomical latitudes and longitudes and in the gravity in terms of T and σ one may derive a system of integral equations defining σ . With utilizing repeated gravity measurements repeated spirit levelling data seem to be indispensable.

As noted above, the method described fits the general case when, for example, in a

¹⁾ ГИИГАИК, Moskva E - 264, Pervomaiskaya 10

single integral equation system are included data from mountain and seismic areas as well. This method is suitable also for detailed investigations of a single region by means of different measurement data. Some misrepresents can arise then in a frontier zone. Values of density ρ deduced by such study can be considered as a first approximation to values on the whole Earth's surface.

Variations in the Earth's gravity field can be evaluated much easier if regarding the Earth's surface as a sphere, and assuming that the difference T can be expressed in terms of spherical harmonics we obtain

$$(1) \quad T = \sum_{m=1}^N \frac{R^m}{\rho^{m+1}} \sum_{k=1}^m P_{mk}(\sin B) [a_{mk} \cos k L + b_{mk} \sin k L],$$

where R is the mean Earth's radius, ρ is the radius-vector of a fixed point, B and L being its geodetic latitude and longitude respectively, P_{mk} is LEGENDRE'S function of the m -th degree and k -th order, and a_{mk} , b_{mk} are constant coefficients of the expansion. The major value N of the degree of LEGENDRE'S function should not be great. As the total Earth's matter cannot vary the coefficient a_{00} is assumed to be zero. Such an approach to the problem, with formula (1), can be used successfully only providing the changes in the positioning of the attracting masses occur at a great depth in the Earth, not near its surface.

The system of spherical coordinates is defined by the position of the pole at some moment to be taken for an initial and by the origin for longitude reckoning, i.e. by the position of some point and of the plumb-line at this point at the same moment of time.

In accordance with formula (1) we can write for variations in astronomical latitudes and longitudes respectively

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{Rg} \frac{\partial T}{\partial B} = -\frac{1}{R^2g} \sum_{m=1}^N \sum_{k=0}^m \frac{\partial P_{mk}}{\partial B} (a_{mk} \cos k L + b_{mk} \sin k L),$$

$$\Delta\lambda = -\frac{1}{Rg \cos B} \frac{\partial T}{\partial L} = \frac{1}{R^2g \cos B} \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^m k P_{mk} (a_{mk} \sin k L - b_{mk} \cos k L),$$

where g is the gravity.

Let the pole, the point where the celestial sphere is cut by the prolongation of the Earth's axis of rotation, be at some instant t_0 in P_0 (see Fig. 1). Let the astronomical latitude at the Earth's surface point C at that moment be $90^\circ - \widehat{C P_0}$ and its astronomical longitude be zero. Next let the angle $\widehat{L C P_0 C'}$ be caused by the potential T and by plane displacement $R \Delta_C L \cos B$ of the point C , i.e.

$$\widehat{L C P_0 C'} = \delta\lambda_C = -\frac{1}{g R^2 \cos B_C} \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^m b_{mk} k P_{mk} + \Delta_C L.$$

A meridional displacement of C on the celestial sphere is equal to

$$\delta\varphi_C = -\frac{1}{R^2} \frac{1}{g} \sum_{m=1}^N \sum_{k=0}^m a_{mk} \left(\frac{\partial P_{mk}}{\partial B} \right)_{B=B_C} + \Delta_C B.$$

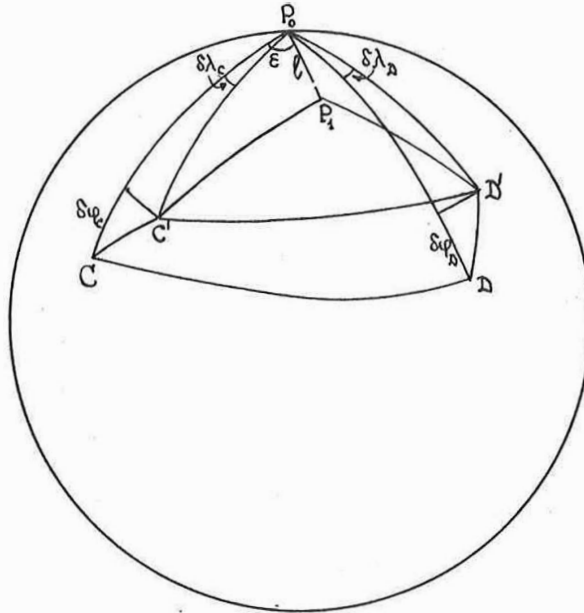


Fig. 1

For the point D there will be respectively $\varphi_D = 90^\circ - \widehat{D P_0}$ at t_0 with astronomical longitude being equal to λ_D and D' being the point of intersection of the vertical of the point D with the celestial sphere at the moment t_1 . Thus, at the moment t_1 the astronomical longitude of D in respect of the meridian as defined by P_0 and the original position of the vertical of C have increased by

$$(2) \quad \delta\lambda_D = \frac{1}{R^2} \frac{1}{g \cos B_D} \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^m k P_{mk} (a_{mk} \sin k L_D - b_{mk} \cos k L_D) + \Delta_D L.$$

For a meridional displacement of D on the celestial sphere there will be

$$(3) \quad \delta\varphi_D = -\frac{1}{R^2} \frac{1}{g} \sum_{m=1}^N \sum_{k=0}^m \left(\frac{\partial P_{mk}}{\partial B} \right)_{B=B_D} (a_{mk} \cos k L_D + b_{mk} \sin k L_D) + \Delta_D B.$$

Now let at the moment t_1 the pole be in P_1 . Then from astronomical observations at C we would obtain $\varphi'_C = 90^\circ - \widehat{C' P_1}$ for its latitude, the longitude of the point relative to the meridian as defined by the pole P_1 and the new position of its vertical being again assumed to be zero. Similarly, from astronomical observations at D we would obtain $\varphi'_D = 90^\circ - \widehat{D' P_1}$ for its latitude and $\lambda'_D = \widehat{L C' P_1 D'}$ for longitude.

A repeated latitude observation at the same point D can be used for the observation equation for coefficients a_{mk} , b_{mk} , the meridional component Δ_D^B of the plane displacement of this point and the coordinates x , y of the pole at the moment t_1 (x being the projection of the pole displacement on the meridian containing the point C at the moment t_0 , y is the projection of this displacement on the meridian with longitude 90° at the same moment). That is

$$(4) \quad -\frac{1}{R^2} \frac{1}{g} \sum_{m=1}^N \sum_{k=0}^m \left(\frac{\partial P_{mk}}{\partial B} \right)_{b=B_D} (a_{mk} \cos k L_D + b_{mk} \sin k L_D) + \Delta_D^B + x \cos \lambda_D + y \sin \lambda_D = \varphi_D' - \varphi_D .$$

Repeated longitude observation at some point D may be used for the observation equation for the same unknowns, but instead of the plane displacement Δ_D^B a difference $\Delta_D^L - \Delta_C^L$ must be taken into account:

$$(5) \quad (\delta \lambda_D - \delta \lambda_C) \cos \varphi_C \cos \varphi_D + x \cos \varphi_C \sin \varphi_D \sin \lambda_D + y (\sin \varphi_C \cos \varphi_D - \cos \varphi_C \sin \varphi_D \cos \lambda_D) = (\lambda_D' - \lambda_D) \cos \varphi_C \cos \varphi_D .$$

When deducing equations (4) and (5) linear effects of small angles only were taken into account.

For the components of plane displacements one could work out observation equations from repeated geodetic ties. The approach described seems to be necessary when evaluating repeated traditional astronomic and geodetic observations. If the x - and y -values and the plane displacements are determined adequately using a novel technics, then it should not be difficult to transfer them to the right-hand sides of the observation equations. When solving the problem discussed it is inadmissible to make use of a symbolic origin for reckoning longitudes - a result of averaging data of several observatories. Such approach had also been subject to criticism by IZOTOV (1971) [3].

As noted above, in deducing the constant coefficients a_{mk} and b_{mk} of expansion (1) one cannot use data of anomalous areas. Having obtained those coefficients for the areas where any appreciable local disturbances are hardly possible, one can interpolate corresponding values of φ_D' and λ_D' with formulae (4) and (5) for anomalous areas to determine after that local disturbances for them. It seems that the results of some part of IPMS-observatories are hardly capable of the immediate deduction of a_{mk} , b_{mk} . Although some of the founders of the IPMS, HELMERT and ALBRECHT (1899) [2], noted favourable seismic conditions of observatories Mizusawa, Carloforte, Gaithersburgh and Ukiah, near some of them there are seismic regions which can influence such deductions.

Now let us form the observation equation for repeated gravity observations. Note that to the potential T there corresponds a change

$$(6) \quad \Delta g = -\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{1}{R^2} \sum_{m=1}^N (m+1) \sum_{k=0}^m P_{mk}(\sin B) (a_{mk} \cos k L + b_{mk} \sin k L)$$

in gravity, and that a vertical displacement $\Delta\rho$ of the studied point changes its position relative to the Earth's centre of inertia and leads to a change in gravity equal to $-k \Delta\rho$, where k is the normal vertical gravity gradient. The displacement $\Delta\rho$ can be expressed by

$$(7) \quad \Delta\rho = \Delta\rho_C + \Delta(H_D - H_C),$$

where $\Delta\rho_C$ is the vertical displacement of the point C on the Earth's surface - the adopted initial point for reckoning heights -, H_D and H_C being the heights of the points D and C over the reference ellipsoid respectively, and Δ denotes a change of those heights.

Making use of ZACHARIAE's formula (1873) [8]

$$(8) \quad H_D - H_C = \int_{(CD)} dh_w - R \int_{(CD)} (\xi \cos a + \eta \sin a) (\cos a dB + \cos B \sin a dL),$$

with ξ , η being the components of the deviation from the vertical, dh_w the elementary height difference, and a the azimuth of the spirit levelling line, we obtain

$$(9) \quad \Delta(H_D - H_C) = \frac{\Delta \int_{(CD)} dh_w}{(CD)} - R \int_{(CD)} (\cos a dB + \cos B \sin a dL) \times \\ \times [(\delta\phi - \Delta B) \cos a + (\delta\lambda - \Delta L) \cos B \sin a].$$

ΔB and ΔL are the components of the plane displacement of the current point of a levelling line. The reference geodetic ellipsoid and its orientation at C are assumed to be unchanged. Variations in astronomical latitudes and longitudes can be expanded according to formulae (2) and (3) respectively. After this being done one can make sure that the plane displacement of the current point is eliminated from (9). The first term on the right-hand side of this equation (the change in the total elementary height differences) should be determined from repeated levelling data. Now we can write for repeated absolute gravity measurements the observation equation

$$(10) \quad \Delta g - k[\Delta\rho_C + \Delta(H_D - H_C)] = g' - g,$$

which introduces into the problem the unknown $\Delta\rho_C$. Elementary height differences seem to be treated as errorless, so when expanding equ. (10) through the use of (9) one can transfer the corresponding term to the left-hand side of the observation equation. Moreover, treating the values dh_w as we do we can add to the equations considered condition equations as deduced for circuits of repeated spirit levelling i.e. those of the type

$$(11) \quad \Delta \oint dh_w - R \oint (\cos a dB + \cos B \sin a dL) \times \\ \times [(\delta\phi - \Delta B) \cos a + (\delta\lambda - \Delta L) \cos B \sin a] = 0.$$

Making up the difference of equation (10) for the points D and C one can eliminate the unknown $\Delta\rho_C$. This would be necessary when using relative gravity measurements. The uniqueness of the solution can be attained by the use of least squares method. Unfortunately, a lack of agreement between the values dh_w is not clear yet, which resulted from not simultaneous levelling and from deformation in the Earth's crust due

to changes in atmospheric pressure (DARWIN 1882 [1]), thermal effects, river overflows, and other causes. The necessity of an adjusting between repeated levellings and gravity measurements is obvious. This was noted by MOLODENSKIY (1958) [4].

When assuming secular variations in astronomical latitudes and longitudes we cannot require the equality to zero for only the first term in (11) as it is usual in elevating repeated levelling data.

The coefficients a_{21} and b_{21} in expansion (1) are connected with the angles between the coordinate axes and the corresponding principal axes at the Earth's centre of inertia. For evaluating this dependency one can use EULER'S formula

$$(12) \quad \tan 2 \delta = \frac{2 D}{B - C},$$

where B and C are the Earth's moments of inertia relative to the axes Y and Z , non-coincident with the corresponding principal axes at the Earth's centre of inertia, D is the product of inertia, i.e.

$$D = \int y z \, dm,$$

where the integration is performed all over the Earth's mass m , and δ is the angle between the coordinate axis Z and the polar axis of inertia. Besides it is assumed that

$$\int x z \, dm = \int x y \, dm = 0,$$

i.e. the axis X coincides with the corresponding principal axis at the centre of inertia.

For the product D of inertia we have

$$f D = -R^2 b_{21},$$

where f is the gravitational constant. The coefficient B_{21} in the expansion of the gravity into surface spherical harmonics can be expressed through the coefficient b_{21}

$$B_{21} = \frac{3 b_{21}}{R^2}.$$

Making use of (12) and of the known numerical values of the Earth's parameters we find

$$B_{21} \approx \frac{3 \delta}{R^4} f(C - B) \approx 0.0016 \text{ mgal}$$

for $\delta = 0^{\circ}1$.

If the coefficient B_{21} must be multiplied by a factor not exceeding 1.5, the greatest change in gravity, corresponding to the above value of B_{21} , equals to ~ 0.0024 mgal. Similar displacements of the Earth's axis of rotation for the same time interval must be caused by more intensive dislocations of the Earth's matter. Thus, repeated gravity measurements can be useful already by this time for solving the problem discussed. As the proposed solution is fulfilled, the equations (4) and (5) could be used for reducing astronomical observations to the same instant. Taking account of $\delta\varphi$ would conform to astronomers' aspiration after deducing corrections to latitude observations up to $0^{\circ}001$.

When determining the coefficients into expansions (2) and (3) we should distinguish in the results of repeated spirit levellings the effect of the plumb-line displacement (VOGLER 1873 [5]) and deduce the vertical movements themselves (more details about such distinction should be found in the authors' article (1969) [6] ; in their opinion, considerations which were described in the said article now are supplemented and defined more precisely).

The equations (4) and (5) can be used for examining the periodical change of coefficients a_{mk} , b_{mk} and polar motion elements in the course of short time intervals. When comparing the change so deduced with that calculated for some Earth's model, it should be possible to judge about the reliability of the parameters of this Earth model. Similar use of gravity measurements is difficult because of the necessary connection with levelling data.

The possibilities of such an approach to the simultaneous determination of the pole motion and variations in the Earth's gravity field can be extended by the assumption that the coefficients are linear or periodic functions of time. Through increasing the number of unknowns we can considerably increase the volume of data and simultaneously evaluate the observations carried out at different time periods. Some details can be found in the article by YEREMEYEV and YURKINA (1971) [7] .

References

- [1] DARWIN, G.N. On variations in the vertical due to elasticity of the Earth's surface.
London, Edinburgh, and Dublin philos. Mag. J. Sci. 14 (1882) fifth series No 40, p. 409-427
- [2] HELMERT, F.R.; Der internationale Polhöhendienst.
ALBRECHT, TH. Astron. Nachr. 148 (1899) 3532, p. 49-52
- [3] IZOTOV, A.A. O privedenii astronomicheskikh nablyudeniy k nepogvizhnomu polyusu.
Geod. i kartogr. (1971) 1, p. 15-22
- [4] MOLODENSKIY, M.S. Sovremennye zodachi izuchenija figury Zemli.
Geod. i kartogr. (1958) 7, p. 3-5
- [5] VOGLER, CHR.; Über Ziele und Hilfsmittel geometrischer Präzisions-
AUGUST, -Nivellements.
München: Literar.-artist. Anstalt (Th. Riedel) 1873, 103 S.
- [6] YEREMEYEV, V.F.; On determination of crustal movements. In: Problems
YURKINA, M.I. of recent crustal movements, Third International
Symposium, Leningrad 1969 p. 536-541.
Moscow: Academy of Sciences 1969

- [7] YEREMEYEV, V.F.;
YURKINA, M.I. K vyvodu vekovykh izmeneniy zemnogo gravitacionnogo
polya i vekovykh dvizheniy polyusa.
Trudy CNIIGAIK, Moskva 188 (1971), p. 148-159
- [8] ZACHARIAE, G. Beiträge zur Theorie des Schlußfehlers geometrischer
Nivellements-polygone.
Astron. Nachr. 80 (1873) 1916, p. 305-318

Application of the Solution of the Inverse Gravimetric and Magnetic Problem
for Studying the Earth's Figure, Structure and Evolution

by

D. ZIDAROV¹⁾

Summary

It is shown that by far more extensive information about the Earth's figure, structure and evolution is obtained by the data of the Earth's gravity and magnetic fields if the latter are represented, instead of harmonic polynomials, by the fields of natural sources such as point masses, homogeneous ellipsoidal dipoles, electrical point contours etc. The application of these methods has permitted to trace the change of an average magnetic dipole position, whose field represents the palaeo-magnetic data about different geological epochs by identifying the motion of this Earth magnet with the motion of the Earth's core centre. It is established that the Earth's core has been apart from the Earth's centre, directed towards the Pacific Ocean, and has gradually approached towards it, by which it has caused the continents displacement and the apparent change of the Earth's axis of rotation.

Let the vertical component $Z(\theta_1, \lambda_1)$ of the Earth's gravity or magnetic field in some points of the Earth's surface be known. In order to find an analytical expression of the observed field we use the development by LEGENDRE'S polynomials

$$(1) \quad Z(\theta, \lambda) = \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{m=n_0}^n \frac{1}{r^{n+1}} (A_n^m \cos m \lambda + B_n^m \sin m \lambda) P_n^m(\cos \theta) .$$

The coefficients A_n^m and B_n^m are determined by minimizing the sum

$$U_1 = \sum_i p_i \left[Z(\theta_1, \lambda_1) - \sum_n \sum_m \frac{1}{r_1^{n+1}} (A_n^m \cos m \lambda_1 + B_n^m \sin m \lambda_1) P_n^m(\cos \theta_1) \right]^2 ,$$

where $Z(\theta_1, \lambda_1)$ are the observed values. This way of representing the Earth's gravity and magnetic fields has the advantage that the coefficients A_n^m and B_n^m enter in the expression (1) linearly and are determined by solving the linear set

¹⁾ Geophysikalisches Institut, Sofia, Moskovskaja 6

$$\frac{\partial U_1}{\partial A_n^m} = \frac{\partial U_1}{\partial B_n^m} = 0.$$

On the other hand, it exhibits the following two important defects:

1. If the field sources are near the Earth's surface, then the series become slow-convergent and a lot of terms should be taken into account in the development by spherical polynomials, and this, from a calculating point of view and in connection with the significance of the coefficients, is not desirable.
2. The LEGENDRE polynomials have no clear physical sense and cannot, at least up to now, be used for establishing the distribution of the sources creating the given field. In fact the polynomials give us such a distribution - these are masses, dipoles and so on, situated in the Earth's centre. However, these are fictitious sources which replace the real ones.

That is why we shall look for another way to solve the problem of finding the real distribution of the Earth's masses or magnetic masses which create the observed fields. We are going to represent the observed Earth's gravity or magnetic field as a field of so-called "natural sources" [1, 2]. In order to find these sources we shall look for a minimum of the sum

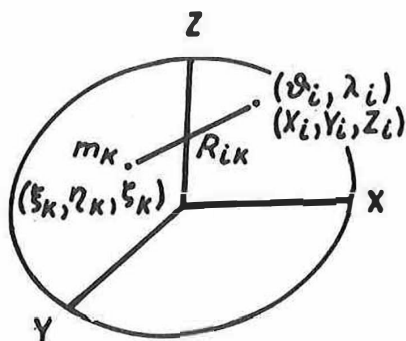


Fig. 1

$$U_2 = \sum_i p_i [Z(\theta_i, \lambda_i) - Z^*(\theta_i, \lambda_i)].$$

In the case a) of a gravity field, $Z^*(\theta_i, \lambda_i)$ may be represented by the gravity field of several point masses m_k with coordinates ξ_k, η_k, ζ_k ; R_{ik} is the distance between the point of observation $(\theta_i, \lambda_i) \equiv (x_i, y_i, z_i)$ and the point mass m_k . In the case b) of a magnetic field, $Z^*(\theta_i, \lambda_i)$ may represent the magnetic field of several dipoles or several electrical circle currents, etc. The sum U_2 is considered to be a function of $\xi_k, \eta_k, \zeta_k, m_k$ or \vec{m}_k , and the parameters at which it has a minimum are looked for. These parameters will be called optimum ones.

We should not be troubled by the circumstance that the solution of the inverse gravimetric problem is on the whole ambiguous. We can give additional conditions of the density distribution of the unknown masses at which the solution of the inverse gravimetric problem is unambiguous. Such a condition is, for instance, the unknown body to have the biggest density possible.

The circumstance that we define point masses (instead of masses with continuous density) cannot be any obstacle for determining the Earth's structure since there is a method (the method of bubbling) permitting the passing from point masses towards continuously distributed masses. By using another geophysical (magnetic, seismic) information the method of bubbling - sweeping [1, 5] will allow to obtain a better idea about the Earth's structure in the sense of its mass density distribution. The solution of the inverse gravimetric problem obtained in this way

permits to find a solution of the problem concerning the Earth's figure.

Three kinds of data are available for the solution of this problem:

1. the approximate values of the coordinates of a certain number of points Q_i , $i = 1, \dots, N$, on the Earth's surface,
2. the absolute values g_i of the gravity field intensity in the points Q_i and
3. the increment

$$\Delta W_i = \int_{Q_0}^{Q_i} g \, dh,$$

representing the differences between the potential of the gravity in point Q_i and some initial point Q_0 .

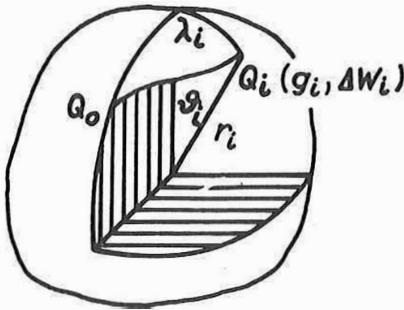


Fig. 2

We shall use the geocentric coordinates r_i , θ_i , λ_i and denote by $r_i^{(0)}$, $\theta_i^{(0)}$, $\lambda_i^{(0)}$ the initial values of these coordinates. Our problem will be to find the real coordinates of the points Q_i :

$$r_i = r_i^{(0)} + \sum_n \sum_m (\alpha_n^m \cos m \lambda_i + \beta_n^m \sin m \lambda_i) P_n^m(\cos \theta_i),$$

$$\theta_i = \theta_i^{(0)} + \sum_n \sum_m (\alpha_n^m \cos m \lambda_i + \beta_n^m \sin m \lambda_i) P_n^m(\cos \theta_i),$$

$$\lambda_i = \lambda_i^{(0)} + \sum_n \sum_m (\alpha_n^m \cos m \lambda_i + \beta_n^m \sin m \lambda_i) P_n^m(\cos \theta_i),$$

where α_n^m , β_n^m , α_n^m , β_n^m , α_n^m , β_n^m are unknown constants. For the determination of these constants we shall use the sum

$$U_3 = \sum_1 p_1 \left[g_1 - \left(\frac{\partial W}{\partial n} \right)_{Q_1} \right]^2 + \lambda \sum_1 q_2 \left[\Delta W_1 - \Delta \bar{W}_1 \right]^2,$$

where g_1 is the observed intensity of the field of gravity in point Q_1 , ΔW_1 denotes the observed increase of the gravity potential in point Q_1 , $W = V + \frac{u^2}{2} (x^2 + y^2)$ is the potential of gravity, and V is the gravity potential of definite gravitational sources whose parameters ξ_1, \dots, ξ_n are not known. The model chosen

by us should be such that it ensures an unambiguous solution of the inverse gravimetric problem. As was said before this should be a body which among all bodies with the given gravity field has the biggest density [1, 4, 5]. $\Delta\bar{W}_1$ denotes the increase of the potential \bar{W} in point Q_1 , and $\left(\frac{\partial\bar{W}}{\partial n}\right)_{Q_1}$ is the normal derivative of \bar{W} in point Q_1 . The sum U_3 thus defined represents a function of the parameters ξ_1, \dots, ξ_n of the unknown distribution of masses in the Earth and the constants $\alpha_n^m, \beta_n^m, \alpha_n^m, \beta_n^m, \alpha_n^m, \beta_n^m$ by which the functions of the corrections to the initial coordinates are determined. The unknown parameters $\xi_1, \dots, \xi_n, \alpha_n^m, \dots, \beta_n^m$ will be determined by looking for the minimum of U_3 by means of successive approximations, supposing that only one solution exists.

After finding the minimum of U_3 we shall already have the exact values $r_1, \vartheta_1, \lambda_1$ of the coordinates of point Q_1 and shall be able to form a smooth surface which will pass through points $(r_1, \vartheta_1, \lambda_1)$. The equation of this surface will represent an equation of the Earth's surface. Moreover, we shall know the surfaces $\bar{W} = \text{const}$ and more specially that one which coincides with the ocean surface; the latter together with its analytical continuation on the land at the chosen, unambiguously determined, distribution of the Earth's masses will represent the surface of an unambiguously determined geoid.

The described way of determining the Earth's figure by solving the inverse gravimetric problem is advantageous, compared to the corresponding method of MOLODENSKIY, in that for the solution of the problem it is not necessary to know g and ΔW for the whole Earth's surface. Moreover, together with the determination of the Earth's figure the mass distribution of the Earth is found. And finally, the solution of the inverse gravimetric problem is much more stable than that of MOLODENSKIY'S integral equation.

A few examples illustrating the advantage of representation of the Earth's magnetic fields by means of the natural sources may follow:

1. The Earth's optimum magnetic dipole is out of the Earth's centre.
2. The main part of the Earth's magnetic field variations can be explained by the change of the Earth's optimum magnetic dipoles situation, which is established for several successive epochs.
3. The representation of the Earth's magnetic field by the field of an electrical current shows that most of the Earth's electrical currents which create the magnetic field run between the boundary of the internal core and the external one. A significant part of the magnetic field variations is due to the pulsations of the Earth currents. The optimum current circle centre is to one side of the Earth's centre - directed towards the Pacific Ocean.
4. The most interesting results from the application of the method of "natural sources" are obtained by analysing the palaeomagnetic data. It appears that the Earth's optimum magnetic dipole determined by palaeomagnetic data from different epochs has been apart from the Earth's centre - towards the Pacific Ocean, and has gradually approached to it. The palaeomagnetic data permit to define the trajectory of the Earth's magnetic dipole in the Earth (see Fig. 3). If we

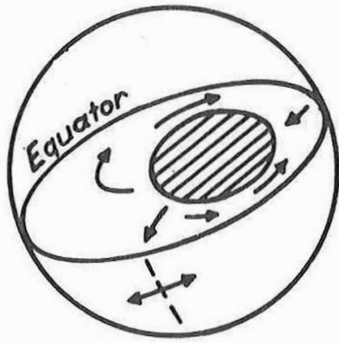


Fig. 3

accept that the Earth's magnetic dipole has been (as it is now) in the centre of the Earth's core, it would follow from this that the motion of the Earth's core can be determined by the motion of the Earth's magnetic dipole [3]. The two motions are identical. Then from the analyses of the palaeomagnetic data a conclusion should be drawn that the Earth's core during the past geological epochs has been on one side of the Earth's centre (directed towards the Pacific Ocean) and has gradually approached to it. This motion of the Earth's core towards the Earth's centre has caused a shift of the mantle masses around the core, as a result of which the displacement of the original continent Pangea and the motion of continents have occurred. The apparent shift of the Northern Geographical Pole determined by palaeoclimatic data can also be explained with the Earth core motion towards the Earth's centre [3]. This idea about the still continuing motion of the Earth's core in a direction from the Pacific to the Atlantic Ocean is confirmed by the circumstance that along the Atlantic Mid Ocean Ridge there are forces of breaking of the Earth's crust (spreading of the ocean floor) and along the Pacific Ocean coastline there are forces of shrinking.

From the above statements it is seen that for the investigation of the Earth's figure, structure and evolution by gravimetrical and magnetic data it is expedient to represent their fields as fields of natural sources. In this way we shall be able to obtain a more correct idea about the Earth's structure, figure and evolution.

References

- [1] ZIDAROV, D. V-rchu rešenieto na obratnata gravimetrična i magnitna zadača i priloženieto mu za izučavane na stroeža i formata na Zemjata. *Izv. geofiz. Inst., Sofija* 6 (1965)
- [2] ZIDAROV, D. O rešenii nekotorych zadač potencial'nyh polej i ego primenenija k voprosam geofiziki. *Sofija: Izd. bulgar. Akad. Nauk* 1968
- [3] ZIDAROV, D. Palaeomagnetic data analysis and continent's drift. *Comptes rendus Acad. bulg. Sci., Sofija* 24 (1971) 12
- [4] ZIDAROV, D. Point (Dipole) solution of inverse potential field problems - mass-pressing method. *Comptes rendus Acad. bulg. Sci., Sofija* 25 (1972) 10
- [5] ZIDAROV, D.; ZHELEV, ZH. On obtaining a family of bodies with identical exterior fields - method of bubbling. *Geophys. Prosp., Den Haag* 18 (1970) 1

Neue Ergebnisse paläomagnetischer Untersuchungen zum Nachweis
von Krustenbewegungen in Eurasien

von

KLAUS ROTMER¹⁾

Summary

The possibility of pointing out postgenetic movements of rocks by the aid of the palaeomagnetic method is discussed by means of 3 examples. Investigations as to movements on a regional scale were carried out on the territory of G.D.R. and Č.S.S.R. in the area of the "Elbelinie". Here Permian sediments have been measured and compared with collections from the Harz Mts. and the Thüringer Wald. The results show that no tectonic movements have taken place which surmounted the dimension of rotations of 10° , neither in the district of investigation nor between the compared regions in the Earth's history. A treatment of the literature about palaeomagnetic investigations performed in Europe underlies the view of the tectonic movements on a supra-regional scale. A comparison of the directions of magnetization of the continental localities clearly shows a change of the direction of the whole Earth's magnetic field and unequivocal movements of larger sections of Europe during the Earth's history. Movements on an intercontinental scale are supposed to have taken place, concluding from investigations on Cambrian and Ordovician sediments from Siberia, the G.D.R. and the Č.S.S.R. Statements are made as to the efficiency and the limits of the method.

1. Einleitung

Der Paläomagnetismus nimmt im Rahmen einer Komplexanalyse geophysikalischer Daten eine gewisse Sonderstellung ein. Diese erwächst aus der Tatsache, daß er im Gegensatz zu den anderen geophysikalischen Fachdisziplinen in der Lage ist, das zeitliche Moment in seiner Betrachtung zu erfassen, das heißt, es ist ihm möglich, das Verhalten von Potentialfeldern, in diesem Falle des magnetischen Hauptfeldes, nicht nur in der Gegenwart, sondern auch in der Vergangenheit zu beschreiben. Begründet ist dieser Vorzug auf einer statistischen Bearbeitung aller bisher ermittelten Magnetisierungsrichtungen in den Gesteinen. Es wurde festgestellt, daß die Magnetisierungsrichtungen in Abhängigkeit von Ort und Zeit variieren, das heißt, der magnetische Vektor für eine Lokalität ist für ein bestimmtes geologisches System fixiert, unterscheidet sich aber von gleichaltrigen Ablagerungen anderer Fundpunkte und auch von andersaltrigen Gesteinen der gleichen Fundstelle.

1) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde
DDR - 15 Potsdam, Telegrafenberg A. 17

Daraus ergibt sich eines der Hauptanwendungsgebiete des Paläomagnetismus, nämlich die Nachweisbarkeit von postgenetischen Bewegungen von Gesteinsverbänden. Dazu sei bemerkt, daß zur Bestimmung der Magnetisierungsrichtungen nur Gesteine zur Verwendung gelangen sollten, die physikalischen Tests mit sehr hohen Anforderungen unterworfen wurden, und somit die Anwesenheit der "primären" Magnetisierung bestätigt werden kann. Darüber hinaus werden zur Interpretation eines tektonischen Bewegungsablaufes nur Werte herangezogen, die als statistisch abgesichert gelten. Die Genauigkeitsgrenzen der Methode liegen bei $\pm 5^\circ$. Unter Berücksichtigung dieser Kriterien werden im folgenden die Ergebnisse paläomagnetischer Untersuchungen lokalen, regionalen und interkontinentalen Maßstabes dargestellt.

2. Lokaler Maßstab

Um im lokalen Maßstab postgenetische Bewegungen nachweisen zu können, empfahl es sich, eine möglichst über die ganze Erdgeschichte tektonisch mobile Zone auszuwählen. Dafür bot sich das Gebiet der "Elbelinie" an, aus dem sowohl vom Territorium der DDR als auch von dem der ČSSR Proben entnommen wurden. Die Entnahmepunkte lagen zum überwiegenden Teil in der Nähe der Lausitzer Verwerfung. Bei der Probenentnahme kam es vor allem darauf an, möglichst aus allen geologischen Systemen Material zu untersuchen, um eventuelle Bewegungsphasen deutlich machen zu können. Leider erwiesen sich die Grauwacken der Lausitz algonkischen Alters und der devonische Diabasuff von Kottewitz als paläomagnetisch nicht stabil genug. Außerdem sind beide Gesteine kontaktmetamorph beansprucht und schon aus diesem Grunde sekundär magnetisiert. Ein Quarzglimmerfels von Bühlau variszischen Alters erwies sich, wie die meisten sauren Intrusiva, als völlig ungeeignet. So standen nur die Gesteine des Rotliegenden zur Verfügung. Es wurden Quarzporphyre, Glimmerporphyrit, Melaphyrmandelstein, Arkose und feinere Sandsteine untersucht, die allesamt sehr gute Ergebnisse erbrachten.

Die beiden Teilkollektionen (nämlich DDR und ČSSR) wurden auf dieselbe Weise bearbeitet und danach miteinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, daß sowohl die Abweichungen der Magnetisierungsrichtungen innerhalb einer Teilkollektion als auch die der mittleren Richtungen der Teilkollektionen untereinander nur unwesentlich sind. Außerdem wurden die Werte noch mit gleichaltrigem Material aus Thüringen und dem Harz verglichen:

Elbelinie DDR	Elbelinie ČSSR	Thüringen	Harz
D = 197,63 ⁰	D = 197,33 ⁰	D = 195,42 ⁰	D = 199,23 ⁰

Unter Berücksichtigung der oben erwähnten Genauigkeitsgrenzen der Methode kann auf Grund des in den vier Richtungsmittelwerten ausgedrückten Ergebnisses gesagt werden, daß zumindest seit dem Perm zwischen den genannten vier Untersuchungsgebieten keine tektonischen Rotationsbewegungen, die den Rahmen von 5° übersteigen, stattgefunden haben.

3. Regionaler Maßstab

Die Möglichkeit, mit Hilfe der paläomagnetischen Methode postgenetische Bewegungen auch im regionalen Maßstab nachzuweisen, hat vor allen Dingen für den südeuropäischen Raum eindrucksvolle Ergebnisse gebracht. Es zeigte sich, daß Spanien um 35° , Korsika um 50° , Sardinien um 40° und Italien um 40° nach Osten, die Türkei um 80° nach Westen gedreht worden sind. Diese Werte sind zum Teil durch neuere, detaillierte Arbeiten korrigiert worden, aber in ihrer Größenordnung noch aufrechtzuerhalten.

Obwohl die ermittelten Magnetisierungsrichtungen in den Gesteinen vieler Lokalitäten des südeuropäischen Raumes eindeutig Drehbewegungen der vom Mittelmeer begrenzten Teile Europas ausweisen, ist die Deutung dieser Dislokationen oftmals noch schwer mit den geologischen Gegebenheiten in Zusammenhang zu bringen.

So existieren beispielsweise zur Drehung der Iberischen Halbinsel und der damit verbundenen Öffnung des Golfes von Biskaya eine Reihe von Hypothesen, von denen an dieser Stelle zwei kurz erläutert werden sollen.

STORETVEDT vertritt die Auffassung, daß bei einer Drehung der Iberischen Halbinsel um einen Pol in den Pyrenäen ein auffälliger Zusammenschub der Abfolgen im östlichen Teil des Gebirges die logische Folge gewesen wäre. Da seiner Meinung nach ein damit verbundenes Auskeilen kretazischer und tertiärer Schichten in diesem Teil nicht festzustellen ist, ist der Pol der Drehung an einer anderen Stelle zu suchen. Der Ausgangspunkt dieser Schollenbewegung war also der, daß sich die Nordostspitze Spaniens und die Südwestspitze Frankreichs berührten und den Drehpol bildeten. In einer ersten Phase wurden Spanien und Portugal im untersten Oligozän um den Betrag von 35° gedreht. Wenn die Häufigkeit geomagnetischer Inversionen während dieser Zeit ähnlich der am Ende des Känozoikums war, so deutet die geringe Anzahl der Inversionen im Anomalienbild der Biskaya darauf hin, daß die Drehung innerhalb einiger Millionen Jahre abgeschlossen war. In einer zweiten Phase wurde an der Grenze Oligozän - Eozän die iberische Scholle um den Betrag von ca. 400 km nach Osten verschoben und somit in die heutige Lage gebracht. Als Bewegungsbahnen könnten die Nordpyrenäenstörung und die Azoren-Gibraltar-Bruchzone gedient haben.

CHOUKROUNE u.a. stützen sich bei ihrer Interpretation auf seismische, aeromagnetische, geologische und paläomagnetische Untersuchungen und kommen wie die meisten Autoren zu der Auffassung, daß sich die Biskaya bereits in der Kreide öffnete. Die Drehbewegung, deren Pol sich in der Nähe von Paris befinden soll, wurde durch Dehnungs- und Absenkungstektonik, die von der Trias bis zur Oberkreide in den Pyrenäen vorherrschend war und mit der die Ablagerung mächtiger Evaporate sowie eine starke vulkanische Tätigkeit einhergingen, begünstigt. Darauf folgte im Eozän eine Kompressionstektonik, die im heutigen morphologischen Bild gut abzulesen ist. Als Gleitelement für die notwendigen Scherbewegungen während der Drehung gilt auch hier die Nordpyrenäenstörung.

Bei der auf Grund der paläomagnetischen Daten rekonstruierten Lage von Korsika und Sardinien fällt deutlich auf, daß die bathymetrischen Tiefenlinien (in diesem Falle 1000 m) des Südrandes Frankreichs und der genannten Inseln gut aneinanderpassen. - Für das Gebiet von Italien wurden an permischen, triassischen und auch

tertiären Gesteinen paläomagnetische Untersuchungen gemacht, die Drehbewegungen zwischen 40° und 50° erbrachten. Der Zeitpunkt der Bewegung wird für das Eozän bis Miozän angenommen; dabei wurde eine Driftrate von 4 cm/Jahr errechnet. - Der für die Türkei ermittelte Drehungsbetrag von 80° wurde aus permischen Gesteinen gewonnen. - Doch auch im Inneren des europäischen Kontinentes sind Rotationsbewegungen nachgewiesen worden. So haben KOTASEK und KRS in den Karpaten der ČSSR an permotriassischen Gesteinen eindeutig eine Dislokation deutlich machen können.

4. Interkontinentaler Maßstab

Vergleicht man die Polwanderungskurven der einzelnen Kontinente miteinander, so ist festzustellen, daß sie mit zunehmendem Alter sternförmig auseinanderlaufen. Diese Divergenz ist nur mit einer Relativbewegung der Kontinente gegeneinander zu erklären und stellt somit das wesentliche Kriterium dar, postgenetische Bewegungen im globalen Maßstab nachzuweisen.

In diesem Zusammenhang wurden im Rahmen der Zusammenarbeit innerhalb der KAPG kambrische und ordovizische rote Sedimente Sibiriens, der ČSSR, der VR Polen und der DDR bearbeitet. Die Ablagerungen aus der DDR und der VR Polen erwiesen sich als sekundär magnetisiert, so daß in das hier vorgetragene Ergebnis nur die Werte der Gesteine aus der ČSSR und Sibirien eingingen. Es zeigt sich, daß die Polpositionen des Kambriums und des Ordoviziums für die beiden Untersuchungsgebiete hinsichtlich der Paläobreiten ungefähr übereinstimmen, aber in der geographischen Länge um ca. 50° gegeneinander versetzt sind. Hier kann ebenfalls eine Relativbewegung des europäischen Raumes zu Sibirien angenommen werden. Dies steht im Einklang mit der als Ergebnis der Synthese aller paläomagnetischen Daten gebildeten Auffassung, daß der heutige eurasische Kontinent nicht immer als eine einheitliche Landmasse existierte, wobei die Sibirische Tafel als erst mit Sicherheit zu Beginn des Devons an "Laurasia" angegliedert betrachtet werden kann.

5. Special Problems of Geodesy and Geophysics

Spezielle Probleme der Geodäsie und Geophysik

On the Determination of Coordinates and their Temporal Variations
Using the Orbital Method

by

LOTHAR STANGE¹⁾ and HORST MONTAG¹⁾

Summary

It is shown how the accuracy of coordinate determinations can be improved by the methods of dynamical satellite geodesy if only the more precise cross-track components of the position predictions of satellites are used. This way opens, among others, a possibility for derivation of polar motions also with less elaborate computer programs for orbit determination.

From the orbital theory of artificial Earth satellites it is known that for a given particular perturbation model the cross-track residuals of the predicted satellite positions are always considerably smaller than the along-track residuals. Therefore, if in the determination of terrestrial station coordinates only the precise cross-track components are included, then on the one hand the accuracy of coordinate determination can be improved, and on the other hand there opens a possibility of carrying out accurate coordinate determinations also with less elaborate computer programs for orbit determination. In this case it is essential to design the method of orbit determination so as to maintain the possible high accuracy of the cross-track components. This requires a reformulation of the adjustment principle applied. In the known orbit improvement methods, in most cases the sum of squares of the observational errors is minimized, whereas the errors contained in the given perturbation model, described by fixed and free parameters, are not taken into account by the adjustment setup. However, for the present purpose it is better to minimize the squared residuals in the accompanying coordinate system of the orbit (u, v, w) , whose major axis, u , coincides with the velocity vector of satellite motion. In this way an optimum accuracy of the v and w components can be achieved using suitable weight relations for the (u, v, w) components. The remaining residuals can be easily subjected to a subsequent statistical analysis for detecting possibly existing trends.

The computer program for differential orbit improvement, developed at the Potsdam Central Earth Physics Institute, uses a perturbation model including the following perturbations:

- a) secular and long-periodic perturbations caused by the zonal harmonics from the 2nd to the 8th degree, including the 2nd-order perturbation by J_2 ;

¹⁾-----
Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde
DDR-15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

- b) short-periodic perturbations caused by J_2 ;
- c) perturbations by nonzonal harmonics of degree and order 2.2, 3.1, 3.2, 4.1, 4.2;
- d) lunar perturbations;
- e) 17 free parameters in terms of time-polynomial coefficients for the orbital elements;
- f) 6 free parameters for the description of resonance effects.

Although the extent of this program is limited, we obtain a prediction accuracy ranging, for example, within ± 20 m for the cross-track components of the Geos satellites, whereas for the along-track components the errors may reach a 100 m order of magnitude. In case of the Cannonball satellite suggested by WEIFFENBACH an improvement of accuracy by a factor 3 to 5 in the cross-track components and by a factor 10 in the along-track components can be expected.

Thus the accuracy of position predictions is described by elongated error ellipsoids, whose major axes are coinciding with the direction of satellite motion. If for the determination of station coordinates satellite observations are used, where the corresponding directions of satellite motion are mutually perpendicular, then the accuracy of coordinate determination is defined only by the precise cross-track components.

In order to determine the coordinates of the observing stations, first of all an orbit determination is carried out with fixed approximate values of the coordinates. Then the station coordinates are improved with fixed orbit parameters. Then again the orbit is determined, and so on. This iteration process converges rapidly, so that generally a stable solution is obtained after the second run.

If an observational effort is assumed like it was characteristic during the ISAGEX saturation periods (about 30 stations obtain approximately 100 observations of one satellite in the course of 10 days; 3 different satellites are observed at the same time), then mean errors between 6 and 10 m can be expected for the station coordinates. For observations of the suggested Cannonball satellite an improvement of accuracy to approximately ± 2 m can be expected.

The determined coordinates are not absolute geocentric coordinates, because the position of the coordinate system is still influenced by systematic errors of the orbit determination. The results of an error analysis can be interpreted most clearly if the station coordinates are expressed in terms of cylindrical coordinates. The error of the cylindrical radius contains only small systematic components if the perturbation model contains the adequately complete set of perturbations with diurnal period. Also the z-component reflects only a small systematic effect, whereas the longitude shows an appreciable influence of systematic components, because it picks up fully the perturbations in the ascending node, which are not included in the disturbing model. The well-known strong correlation between longitude and node, which prevents a definite separation of these two quantities, is also effective in this case. The systematic influences can be reduced, however, if in the coordinate determination orbital arcs of

several satellites with different orbits are used, or if the coordinates of several stations forming a selfconsistent system are kept fixed.

A potential application field for precise coordinate determinations following the orbital method will be the determination of polar motions and variations in the rate of the Earth's rotation. The hitherto applied satellite method, developed by ANDERLE, is based on DOPPLER observations. That is why it must necessarily be confined to the analysis of the along-track components. The use of the cross-track components, which is much more convenient with respect to orbital mechanics, requires direction or distance measurements or, in an ideal case, both these measurement types. The relationships are illustrated in more detail by equations (1) to (5).

$$(1) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = R_x\left(\frac{\pi}{2}\right) R_z\left(\frac{\pi}{2}\right) R_z(\omega + \nu) R_x(i) R_z(\Omega) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

Equation (1) represents the transformation between the orbit-orientated system (u, w, v) and the sidereal system (X, Y, Z) . Into the well-known transformation equation (2) between the sidereal and the terrestrial coordinate system corrections for the sidereal angle θ and for

$$(2) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_z(\theta) S(\xi, \eta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

the pole coordinates ξ and η are introduced as unknowns, and the rectangular coordinates x, y, z are replaced by cylindrical ones r, λ, z . After substituting the pole coordinates ξ, η by polar coordinates l, α (Fig.1), relation (3) is obtained

for the error vector in cylindrical coordinates, with the plausible statement that $d\theta$ is contained only in the λ -component and that for positions far from the equator the pole coordinates influence mainly the cylindrical radius, whereas for positions near the equator they influence mainly the z -component.

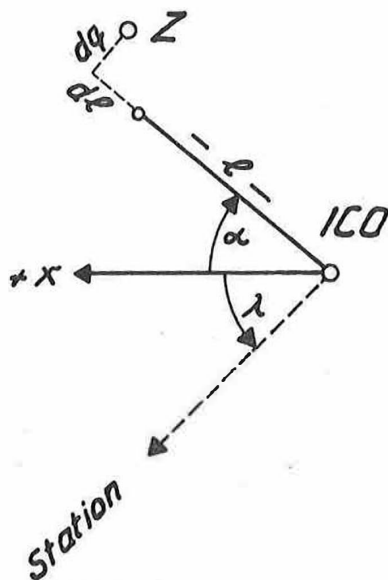


Fig. 1

Relation between the rotational
and the conventional pole

$$(3) \begin{pmatrix} dr \\ d\lambda \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & z \cos(\lambda + \alpha) & -z \sin(\lambda + \alpha) \\ -1 & -\sin(\lambda + \alpha) \sin \varphi & -\cos(\lambda + \alpha) \sin \varphi \\ 0 & -r \cos(\lambda + \alpha) & r \sin(\lambda + \alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\theta \\ dl \\ dq \end{pmatrix} .$$

Since, as already mentioned, the longitude λ is most susceptible to systematic effects, the determination of variations in the rate of rotation from satellite observations will be questionable. In each case, the VLBI-observations of quasars and the laser ranging of the Moon seem to represent more convenient methods for that purpose.

Using the transformation (1), the error components of the cylindrical coordinates are expressed in (4) by means of the orbit-oriented components du, dv, dw .

$$(4) \begin{pmatrix} dr \\ r d\lambda \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \\ dw \end{pmatrix} ;$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin L \cos(\Omega - \lambda) - \cos L \cos i \sin(\Omega - \lambda), \\ a_{12} &= \sin i \sin(\Omega - \lambda), \\ a_{13} &= \cos L \cos(\Omega - \lambda) - \sin L \cos i \sin(\Omega - \lambda), \\ a_{21} &= -\sin L \sin(\Omega - \lambda) + \cos L \cos i \cos(\Omega - \lambda), \\ a_{22} &= -\sin i \cos(\Omega - \lambda), \\ a_{23} &= \cos L \sin(\Omega - \lambda) + \sin L \cos i \cos(\Omega - \lambda), \\ a_{31} &= \cos L \sin i, \\ a_{32} &= \cos i, \\ a_{33} &= \sin L \sin i. \end{aligned}$$

It can be seen, taking into consideration equation (3), that the best accuracy for the pole coordinates can be obtained from observations with $L = (\omega + \nu) = \pm 90^\circ$, because in this case $(\Omega - \lambda) \rightarrow L$, and according to (5), the error components dr and dz are no longer influenced by the along-track component du .

$$(5) \begin{pmatrix} dr \\ r d\lambda \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \pm \sin i & -\cos i \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \pm \sin i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \\ dw \end{pmatrix} .$$

Therefore, those observing stations with latitudes corresponding approximately to the inclinations of the observed satellite orbits are most effective in the determination of polar motion.

In the future, laser observations of Cannonball satellites will provide an accuracy better than ± 0.5 m for the pole coordinates. However, because the distribution of observations is not an optimum one in case of optical observations it will always be necessary to use orbital arcs of a length of at least 5 days. But this hardly provides the time resolution required for detecting the geophysically most interesting short-periodic variations of polar motion. Therefore, an additional orbit analysis of sat-

ellites tracked by means of radio ranging and providing observation data of a reasonably dense distribution will be required. This enables an accuracy of pole coordinates of ± 1 m and a time resolution of one day to be attained, although the results will not be free from secular and long-periodic systematic effects. Therefore, the best results will be obtained if astronomically determined data - which are virtually trend-free over years -, laser observations of Cannonball satellites - which are providing the desired improvement of accuracy -, and radio ranging data of satellites - for detecting of short-periodic variations - are processed jointly in a complex utilization. These results will be complemented by independent information about polar motions and variations in the rate of rotation, derived from VLBI-observations of quasars and from laser ranging to the Moon.

Use of Terrestrial Gravity Data in Combination with Satellite
Results for Determining Geoid Heights in Central Europe

by

ERWIN GROTEN and REINHARD RUMMEL¹⁾

Summary

By applying a truncated form of STOKES'S integral formula the contribution of surface gravity within the neighbourhood of the station to geoid heights is evaluated. The contribution of the distant zones is evaluated by transforming MOLO-DENSKIY'S modified spherical harmonic formula where results of satellite and combination solutions are applied. So a novel method for combining satellite and surface data is given; results are discussed.

Detailed geoids are either evaluated from a combination of satellite data with astrogeodetic information (see f.i. GROTEN 1969 [2]) or from a set of mean surface gravity anomalies together with gravity information as obtained from orbital analysis of artificial satellites (see f.i. STRANGE et al. 1972 [8]). In the latter case the geoid height N at a point P is usually obtained from

$$(1) \quad N = N_1 + N_2 ,$$

where

$$(2) \quad N_1 = \frac{R}{2\pi G} \int_{\psi=0}^{\psi_0} \int_{\alpha=0}^{2\pi} (\Delta g_f - \Delta g_s) S(\psi) \sin \psi \, d\alpha \, d\psi ;$$

$$(3) \quad N_2 = \frac{R}{G} \sum_{n=2}^{n_0} \frac{1}{n-1} (\Delta g_s)_n$$

and

Δg_f = free-air anomaly as obtained from gravimetry,

Δg_s = gravity anomalies deduced from a set of potential coefficients (satellite gravity data) related to the same normal system,

n_0 = degree of truncation,

ψ, α = spherical distance and azimuth, respectively,

¹⁾ Technische Hochschule Darmstadt, Lehrstuhl für Astronomie, Geodäsie und Satellitengeodäsie, BRD - 61 Darmstadt, Petersenstraße

- R = mean radius of the Earth,
 G = mean gravity of the Earth's surface,
 $S(\phi)$ = STOKES's function,
 ϕ_0 = border of the neighbouring zone around P .

As N_1 has to be evaluated for any specific set of potential coefficients and any degree n_0 the following set of equations which is basically due to MOLODENSKIY (1962) [6]

$$(4) \quad N_1 = \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi=0}^{\phi_0} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \Delta g_P S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi,$$

$$(5) \quad N_2 = \frac{R}{2G} \sum_{n=2}^{n_0} u_n(\phi_0) (\Delta g_S)_n = \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi=0}^{\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g_S \bar{S}(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi$$

is indeed superior to equations (2) and (3) because with (4) and (5) the numerical integration is done once and for all. Hereby

$$(6) \quad \bar{S}(\phi) = \begin{cases} S(\phi) & \text{if } \phi_0 \leq \phi \leq \pi, \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi < \phi_0, \end{cases}$$

and $u_n(\phi_0)$ are the spherical harmonic coefficients of $\bar{S}(\phi)$ for any specific ϕ_0 . So for $\phi_0 = 0$ we have $\bar{S}(\phi) = S(\phi)$ and for $\phi_0 = \pi$ we get $\bar{S}(\phi) = 0$.

For practical application u_n was evaluated from

$$(7) \quad \frac{d(u_n)}{dt} = -4 P_n (1 - 2t^2) S(1 - 2t^2) t,$$

where

$$(8) \quad t = \sin \frac{\phi_0}{2}$$

(MOLODENSKIY et al. 1962 [6]) by numerical integration. Window functions similar to $u_n(\phi_0)$ were used in 1969 by GROTEN (1970)[3] in evaluating the oceanic effect in earth tide observations, where $S(\phi)$ is replaced by the reciprocal square distance r^{-2} .

Numerical data

A regional geoid was calculated within

$$7^{\circ} \leq \lambda \leq 12^{\circ} \text{ eastern longitude and} \\ 48^{\circ} \leq \Phi \leq 54^{\circ} \text{ northern latitude.}$$

Mean free anomalies of blocks

$$6' \text{ by } 10'; 1^{\circ} \text{ by } 1^{\circ} \text{ and } 5^{\circ} \text{ by } 5^{\circ}$$

as given by GERKE and WATERMANN (1959) [1], HILGER (1968) [5], gravity material from SSG 16 of IAG were used together with a set of satellite harmonic coefficients and results of a combination solution, respectively. Both were of degree $n_0 = 22$ and up to order $m = 14$ as given by SMITH et al. (1972) [7]. Consequently, we could call this geoid a "most detailed geoid" as detailed geoids are usually computed from 1° by 1° mean gravity values.

Transformation of reference system

Geoid heights referred to the 1967 reference system as well as those related to the International Ellipsoid are given; the latter are useful for a comparison with the astrogeodetic geoid at the Federal Republic of Germany as made by HEITZ (1969) [4].

Let us assume that γ_1 and γ_2 are normal gravity related to reference systems one and two, respectively. Consequently, we have

$$(9) \quad N = N_0 + \frac{R}{2\pi G} \iint (g - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi = \\ = N_0 + \frac{R}{2\pi G} \iint (g - \gamma_2) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \\ + \frac{R}{2\pi G} \iint (\gamma_2 - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi ,$$

$$(10) \quad N = N_0 + \frac{R}{2\pi G} \int_0^{\phi_0} \int_0^{2\pi} (g - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \\ + \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} (g - \gamma_2) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \\ + \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} (\gamma_2 - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi ,$$

and

$$(11) \quad N = N_0 + N_1 + N_2 + N_3 .$$

Thus, the transition from one system to the other is given by taking into account the well-known relation for geometrical ellipsoid transformation when ellipsoid centres coincide and the LAPLACE condition is fulfilled (with ϕ = latitude and f = flattening)

$$\epsilon = da - R df \sin^2 \phi$$

or

$$(12) \quad \epsilon = N_0 + \frac{R}{2\pi G} \int_0^{\phi_0} \int_0^{2\pi} (\gamma_2 - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \\ + \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} (\gamma_2 - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi,$$

$$(13) \quad \epsilon = N_0 + K + N_3,$$

$$(14) \quad N = N_1 + N_2 + \epsilon - K,$$

and finally

$$(15) \quad N = \frac{R}{2\pi G} \int_0^{\phi_0} \int_0^{2\pi} (g - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi - \\ - \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi=0}^{\phi_0} \int_0^{2\pi} (\gamma_2 - \gamma_1) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \\ + \frac{R}{2\pi G} \int_{\phi_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} (g - \gamma_2) S(\phi) \sin \phi \, d\alpha \, d\phi + \epsilon.$$

In equations (9) to (15)

$$N_0 = \frac{-R}{2G} \Delta g_0 + \frac{k^2 \delta M}{2GR},$$

where Δg_0 is the zero degree term in Δg and δM is the deviation of the applied terrestrial mass from the true one; both are related to the semimajor axis, a , of the reference ellipsoid. In spite of the present discrepancy between $a = 6378128$ m and $GM = 3.985981 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{sec}^2$ as obtained from geometrical satellite geodesy on one hand and corresponding values of about $a = 6378143$ and $3.985994 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{sec}^2$, respectively, as obtained from dynamical satellite geodesy (and combination solutions) on the other hand, corresponding deviations from the 1967 system are not considered as they give only constant contribution to N which is not crucial in case of regional parts of the geoid.

Numerical results

The geoid (0.5-meter lines) related to the International Ellipsoid obtained from surface and satellite data with $\psi_0 = 5^\circ$ and 10° is shown in Figs. 1 and 2, respectively. On comparing these gravimetric geoids with the above mentioned astrogeodetic geoid (related to the same reference) we get fair agreement. Still better agreement is found when the satellite coefficients are replaced by those obtained from the combination solution. The results of these geoid computations are seen in Figs. 3 and 4 for $\psi_0 = 5^\circ$ and 10° , respectively. The geoid heights in Figs. 1 and 3 related to the 1967 reference system are presented in Figs. 5 and 6, respectively. Finally, in Fig. 7 the geoid obtained from surface gravity and related to the International Ellipsoid is shown. At first sight optimum agreement with astrogeodetic geoid heights is found for the terrestrial gravimetric geoid given in Fig. 7. This is, of course, to some extent incidental, as both refer to different systems.

On comparing the results obtained for $\psi_0 = 5^\circ$ with those for $\psi_0 = 10^\circ$ we realize that there is little difference. Therefore, we have tested the optimum value of ψ_0 ; the results are shown in Fig. 8, where the contribution to the undulation N is shown depending on ψ_0 for N_1 (see equ. (4)) and for N_2 (as given by equ. (5)). The first contribution is given by the small triangles in the diagram whereas the latter is shown by the small square blocks in it. When both contributions are added together we obtain the curve plotted in Fig. 8. The results corroborate the above statement that sufficient detailed information is obtained from $\psi_0 = 5^\circ$.

Another possibility for getting optimum values of ψ_0 would be to consider the effect ΔN corresponding to $(\Delta g_F - \Delta g_B)$ for $0 < \psi_0 \leq \pi$; by squaring and averaging we would get specific values for given distribution of mean anomalies and regional gravity variations.

Conclusions

A reliable geoid is evidently obtained from the above mentioned data as far as detail information is concerned. However, as the distribution of 6' by 10' mean anomalies is limited to a narrow strip of about 5° (mainly within the Federal Republic of Germany) the accuracy of N is heterogeneous within the geoid and has its optimum around 9° longitude. However, also the heterogeneous distribution of accuracy of the 6' by 10' blocks has to be considered. Comparison with the astrogeodetic geoid height indicates, however, an accuracy better than ± 1 m in the main parts of the geoid section.

Acknowledgement

Part of this study was supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft/Bonn; J. BRENNER did some of the computational work.

References

- [1] GERKE, K.;
WATERMANN, H. Die Karte der mittleren Freiluftanomalien für Gradabteilungen 6' x 10' von Westdeutschland. DGK, Frankfurt/Main, R. B (1959) 46/II
- [2] GROTEN, E. Absolute orientation of an astrogeodetic geoid section and its correlation with geophysical data. Symposium on Physical Geodesy, Prague 1969. Studia geophys. et geodaet. 14 (1969), p. 212-220
- [3] GROTEN, E. On the spherical harmonic series of the sea tide correction of earth tide observations. Rep. Symp. Coastal Geodesy, Munich 1970, ed. by R. SIGL. Munich 1970, p. 537-550
- [4] HEITZ, S. Eine astronomisch-geodätische Geoidbestimmung für Westdeutschland. DGK, Frankfurt/Main, R. B (1969) 167, 54 p.
- [5] HILGER, F. Gravimetrische Lotabweichungen auf den Stationen Sindlingen, Mainflingen und Homberg. DGK, Frankfurt/Main, R. B (1968) 161, 37 p.
- [6] MOLODENSKIY, M.S.;
YEREMEYEV, V.F.;
YURKINA, M.I. Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth. Transl. from Russian, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem: 1962
- [7] SMITH, D.E.;
LERCH, F.J.;
WAGNER, C.A. A gravitational field model for the Earth. In: COSPAR, Space Research XIII. Proceedings of Open Meetings of Working Groups on Physical Sciences of the 15th Plenary Meeting of COSPAR, Madrid, Spain, 10 - 24 May, 1972, ed. by M.J. RYCROFT and S.K. RUNCORN, Vol. 1, p. 11-20. Berlin: Akademie-Verlag 1973
- [8] STRANGE, W.E.;
VINCENT, S.F.;
BERRY, R.H. Detailed gravimetric geoid for the United States. In: The use of artificial satellites for geodesy, ed. by HENRIKSEN, MANCINI, CHOVITZ, p. 169-176. Washington, D.C.: Amer. geophys. Union 1972

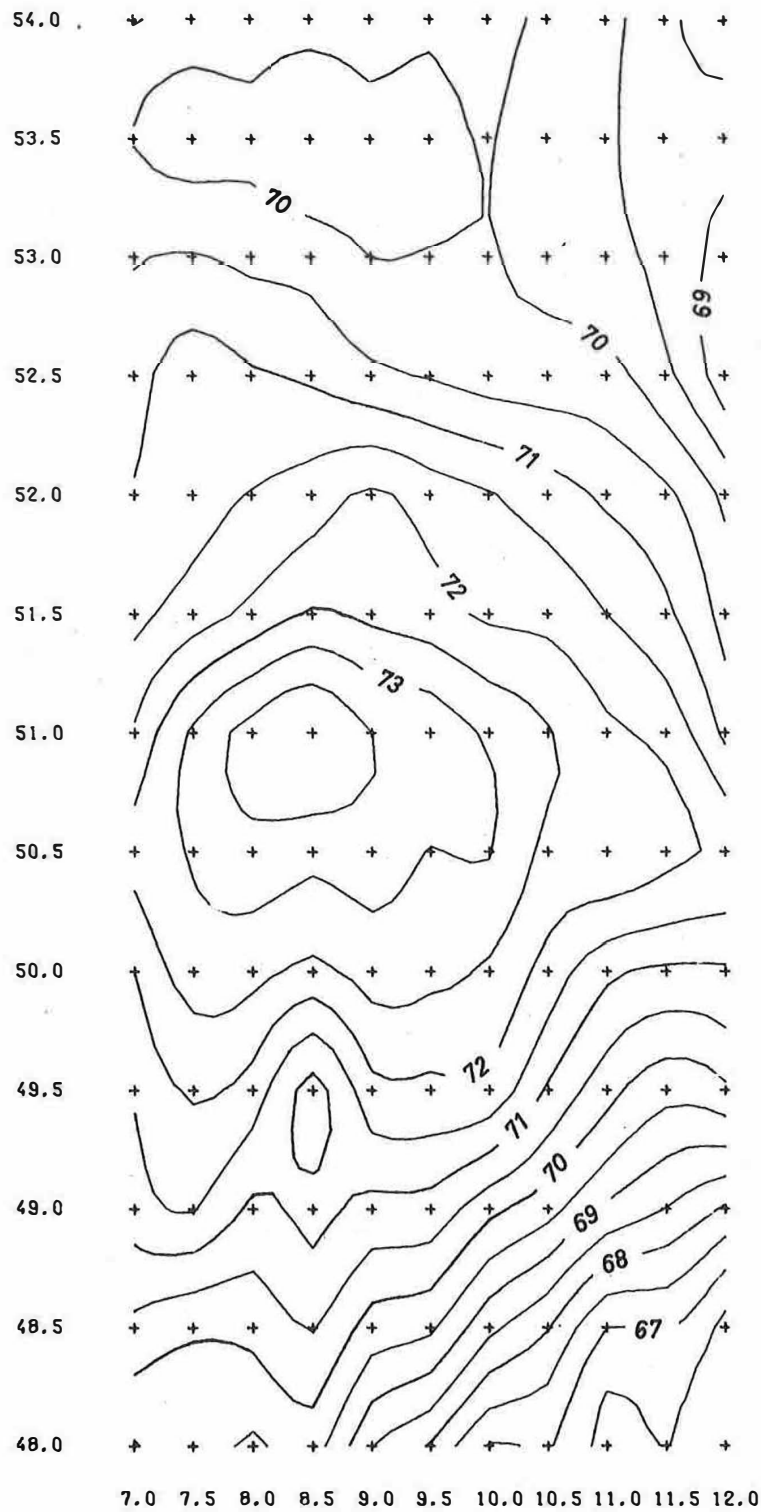


Fig. 1. Geoid (for $\psi_0 = 5^\circ$ and related to the International Ellipsoid) obtained from a combination of terrestrial gravity and satellite coefficients (~ 190.5 m have to be added to N as given on isolines)

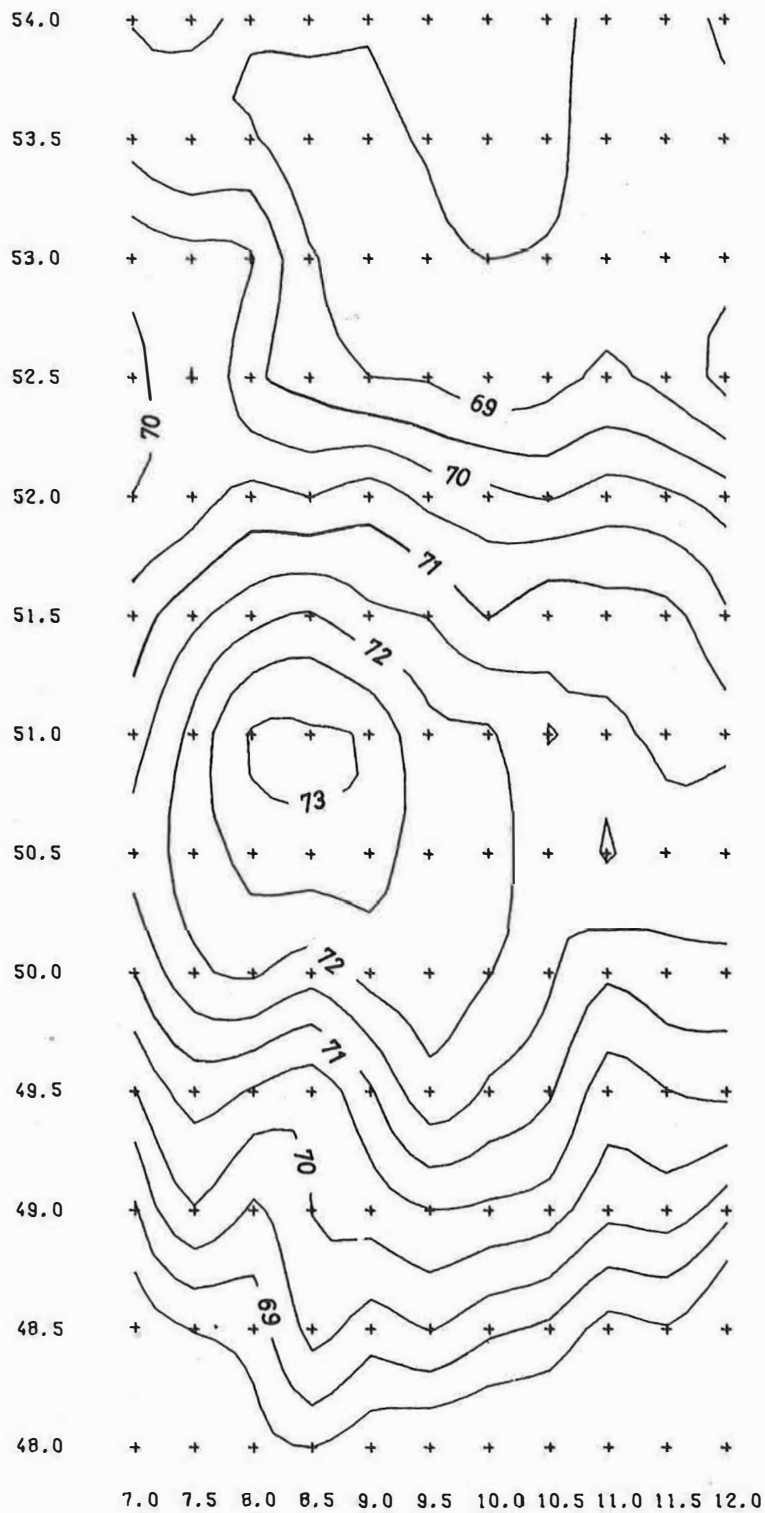


Fig. 2. Geoid (for $\phi_0 = 10^\circ$ and related to the International Ellipsoid) obtained from a combination of terrestrial gravity and satellite coefficients (-190.5 m have to be added to N as given on isolines)

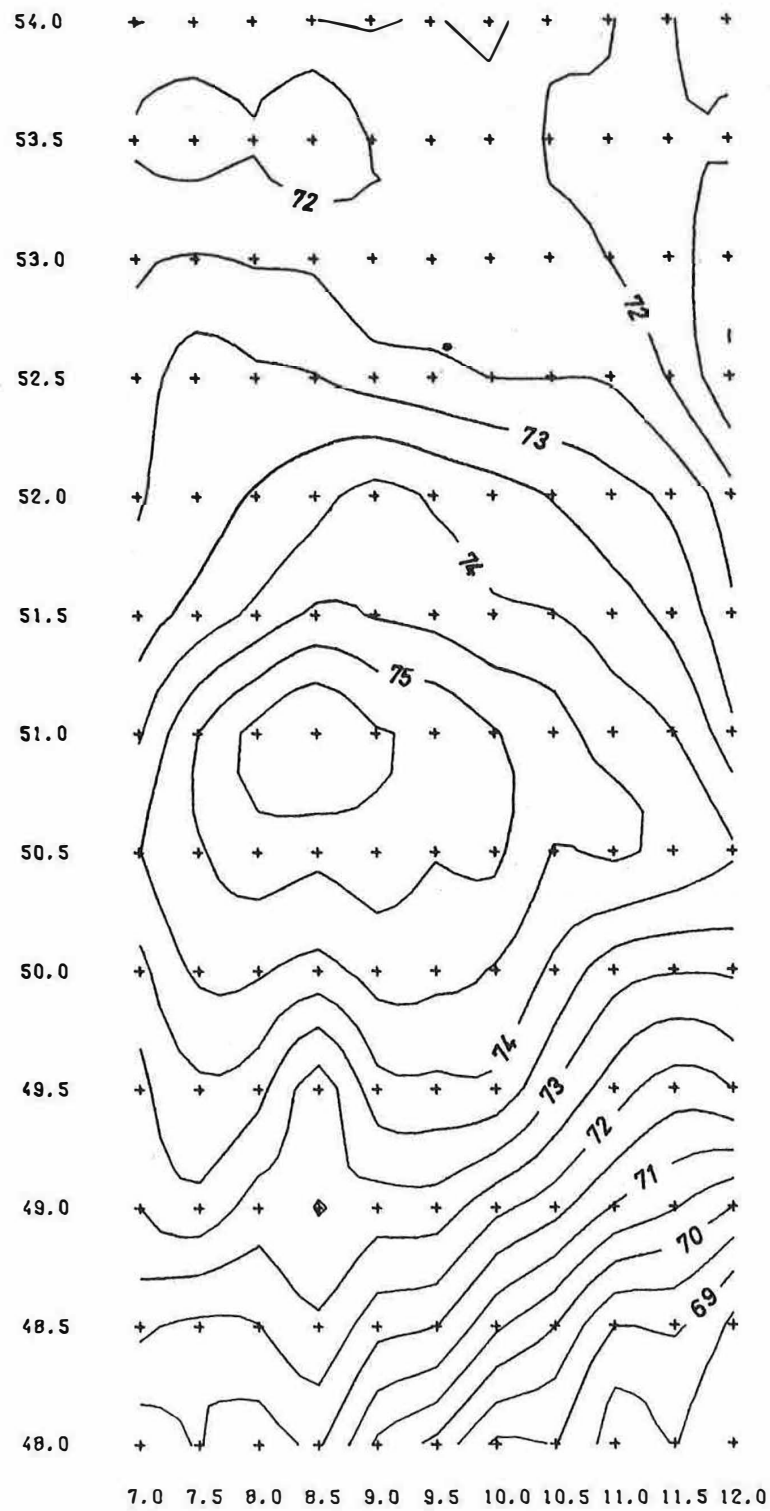


Fig. 3. Geoid (for $\phi_0 = 5^\circ$ and related to the International Ellipsoid) obtained from terrestrial data and a combination solution (-190.5 m have to be added to N as given on isolines)

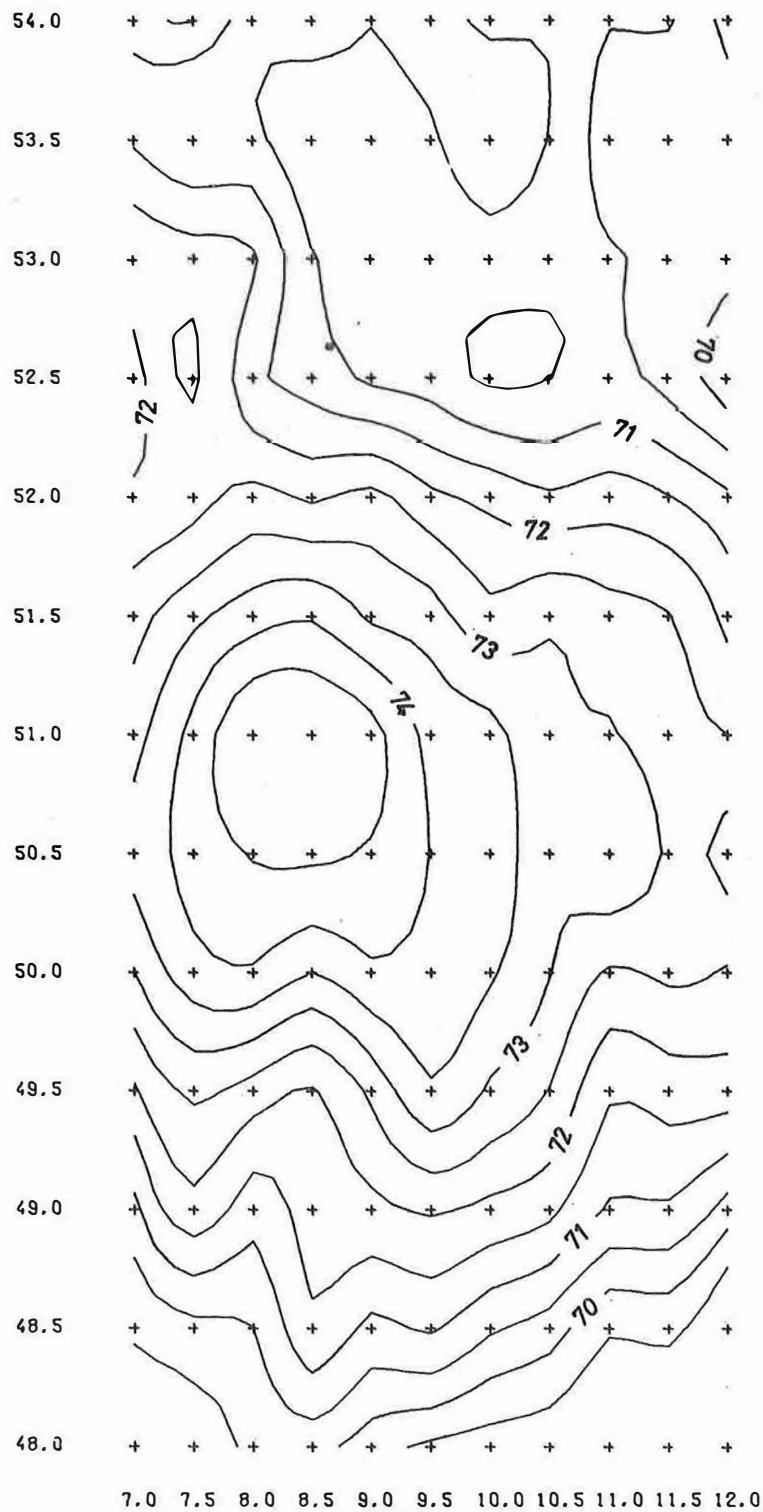


Fig. 4. Geoid (for $\phi_0 = 10^\circ$ and related to the International Ellipsoid) obtained from terrestrial data and a combination solution (-190.5 m have to be added to N as given on isolines)

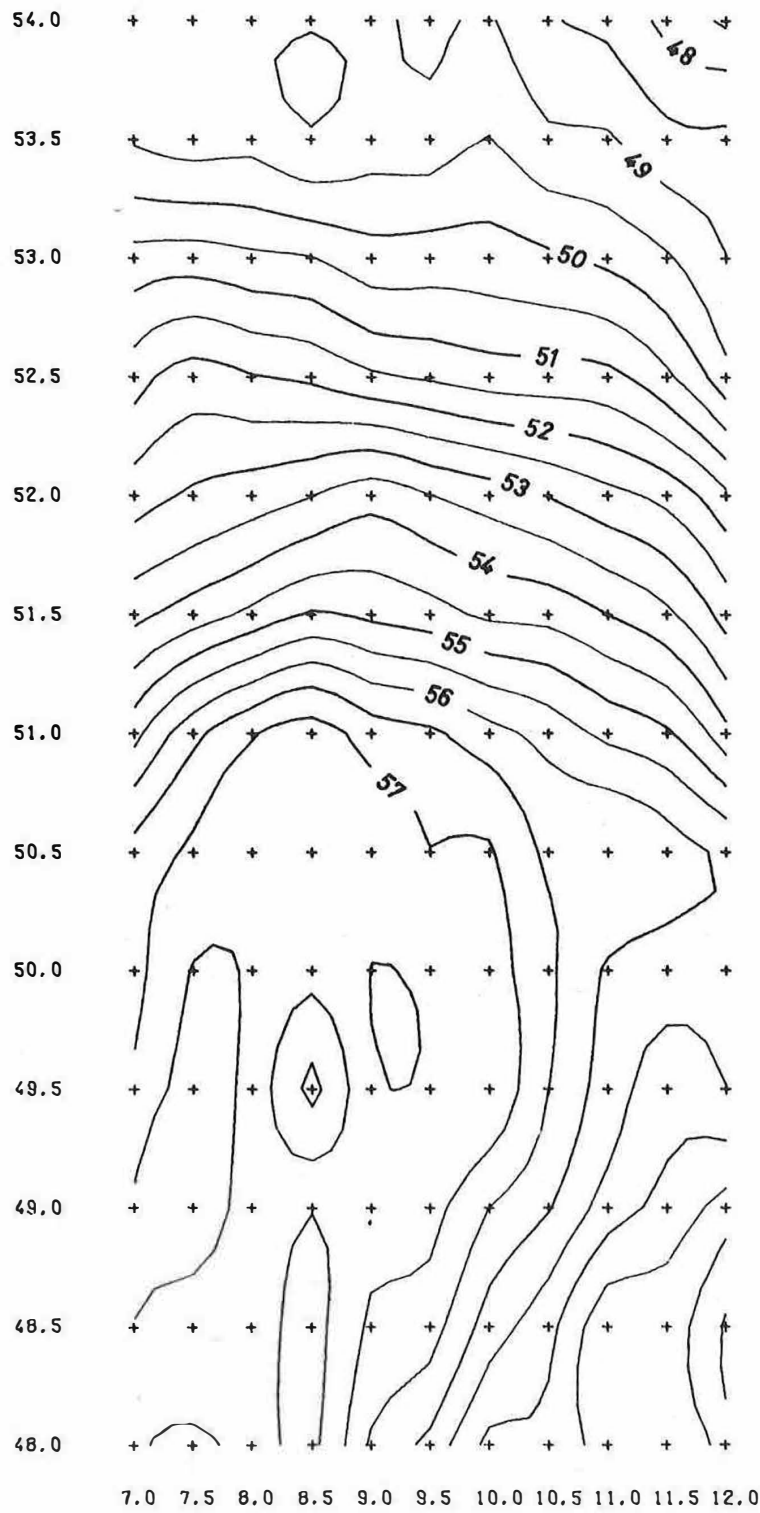


Fig. 5. Geoid (for $\psi_0 = 5^\circ$ and related to 1967 system) obtained from terrestrial data and satellite coefficients

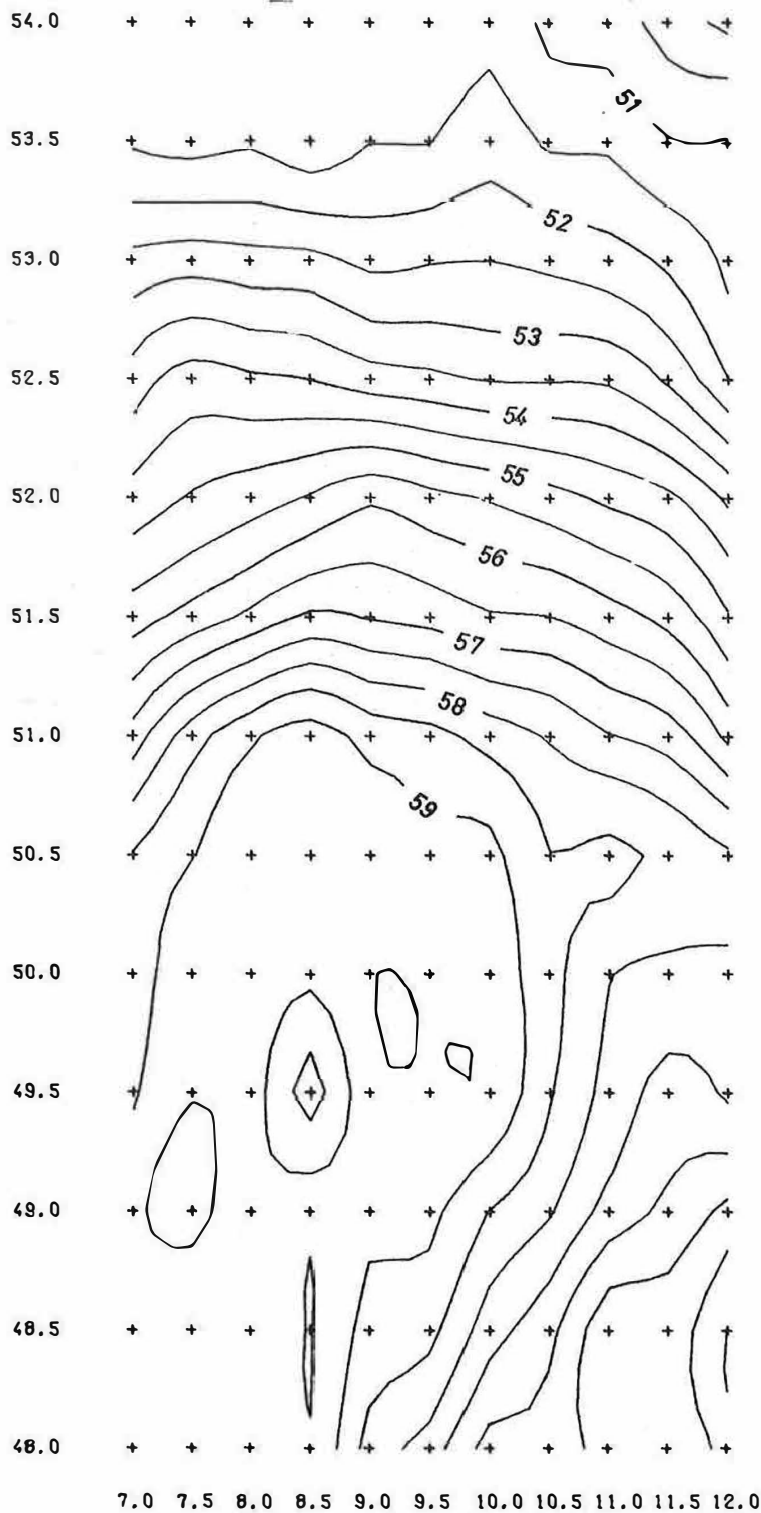


Fig. 6. Geoid (for $\phi_0 = 5^\circ$ and related to 1967 system) obtained from terrestrial data and a combination solution

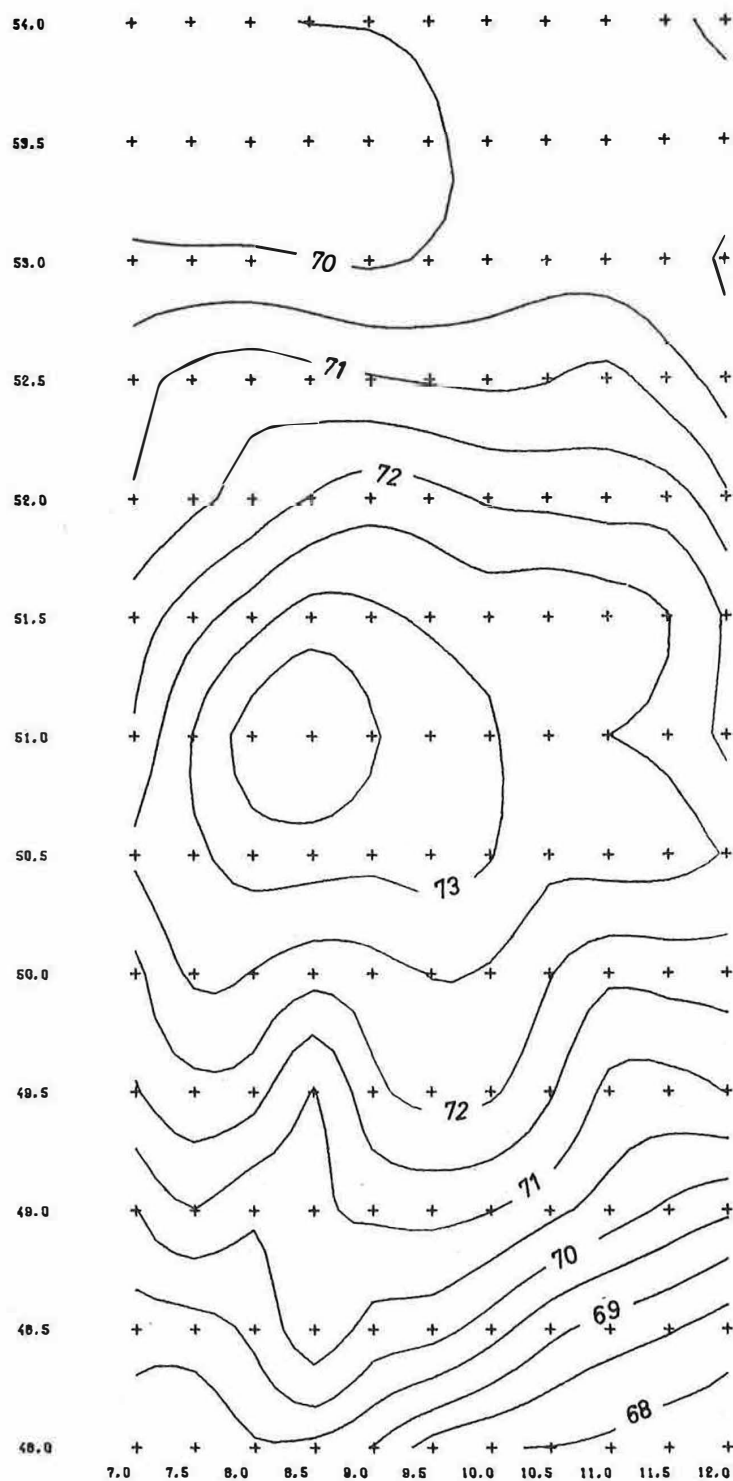


Fig. 7. Terrestrial geoid obtained from mean anomalies of 6' by 10',
 1° by 1° and 5° by 5° blocks

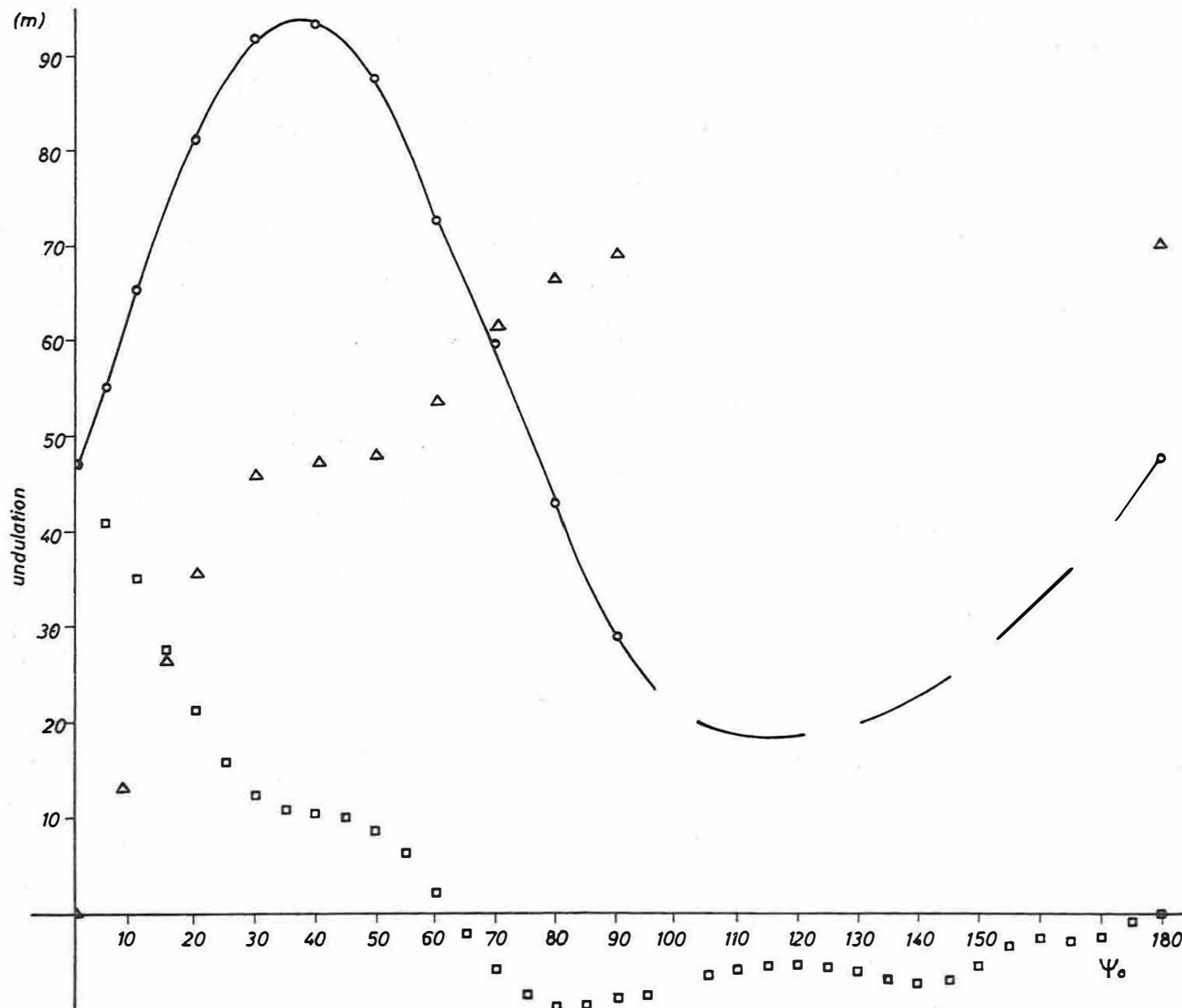


Fig. 8. Contribution of surface gravity and satellite data, respectively, to geoid height N (-190.5 m have to be added to N as given on isolines)

Über die Modifizierung der Methode von RUDZKI

von

CZESZAW KAMELA 1)

Summary

In flat areas, the difference between RUDZKI's gravity anomaly and FAYE's free-air anomaly changes linearly, even between quite distant points. Therefore, the joint points with known anomalies of FAYE and RUDZKI should be chosen in a number suitable to transform, in the simplest way, the FAYE anomalies into the RUDZKI anomalies for all the other points. As it is now possible to measure the vertical gradient with considerable accuracy, we may obtain corrected maps of FAYE's anomalies presenting good quality and thereby easily produce exact maps of RUDZKI's anomalies, which may be used in higher geodesy and exploratory geophysics.

Bei der Bestimmung des Geoids aus Schwerkraftmessungen nach der Formel von STOKES muß der Wert der gemessenen Schwerebeschleunigung auf der Oberfläche des Geoids so reduziert werden, daß damit keine Verlagerung des Geoids verbunden ist. Von allen bekannten Reduktionsmethoden erfüllt nur diejenige von RUDZKI diese Bedingung. Diese ist bekannt

- a) als die Methode von RUDZKI für die Kugel, die sogenannte Inversionsmethode, und
- b) als eine genauere Reduktionsmethode von RUDZKI, bei der er auf die ellipsoidische Gestalt des Geoids Rücksicht nimmt und sich der LAMÉ'schen Funktionen bedient.

Bezeichnet man mit $G_{\text{beob.}}$ den Wert der im Punkte P in der Höhe H gemessenen Schwerebeschleunigung, mit $G_{\text{red.}}$ den nach der Reduktionsmethode von RUDZKI reduzierten und auf das Geoid übertragenen Wert von $G_{\text{beob.}}$, weiterhin mit A das Potential der im Außenraum des Geoids gelegenen Massen, mit J das Potential der Massenbelegung auf dem Ellipsoid, mit V die Kräftefunktion des Erdkörpers vor der Massenverlagerung und mit W die Kräftefunktion der Erde nach der Massenveränderung, so ist

$$W = V - A + J .$$

1) Politechnika Warszawska, Katedra Geodezji Wyższej
Warszawa, VR Polen, Plac Jedności Robotniczej 12

Weil aber

$$-\frac{\partial W}{\partial z} = G_{\text{red.}} \quad , \quad -\frac{\partial V}{\partial z} = G_{\text{beob.}}$$

$$\text{und} \quad \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta G_{1\text{Top.}} \quad , \quad \frac{\partial J}{\partial z} = \Delta G_{2\text{Inv.}} \quad ,$$

erhält man

$$G_{\text{red.}} = G_{\text{beob.}} + \Delta G_{\text{FAYE}} - \Delta G_{1\text{Top.}} + \Delta G_{2\text{Inv.}} \quad .$$

Bei der Berechnung von $\Delta G_{1\text{Top.}}$ und $\Delta G_{2\text{Inv.}}$ kann man sich der Tabellen von HAYFORD bedienen, die zur Berechnung der isostatischen Reduktion aufgestellt wurden; die Einteilung des Geländes in Zonen nach HAYFORD muß dann aber beibehalten werden. Unter allen anderen Reduktionsmethoden zeichnet sich die Freiluftreduktion nach FAYE durch die geringsten Deformationen des Geoids aus.

Wie die Untersuchungen von RUDZKI (1907) bei der Berechnung der Reduktionen für die Punkte Kraków, San Francisco und Debra Dun (mit den Anomalien von 2,5 mGal, 0,6 mGal und 22,2 mGal) gezeigt haben, wichen diese Werte nur wenig von den FAYE-Anomalien ab. Das haben auch die Forschungen von B. KLADIVO (1940) und andere von S.V.GROMOV (1952), der für 85 Punkte des europäischen Teils der Sowjetunion RUDZKI-Anomalien berechnet hat, bewiesen. Es muß auch erwähnt werden, daß HOPFNER und TENGSTRÖM die Anwendung der RUDZKI-Anomalien bei der Geoidbestimmung empfohlen haben. In der Volksrepublik Polen befassen sich seit Jahren E.BILSKI, J.CIEŚLAK, CZ.KAMELA, J.BAK u.a. mit dem Problem der Reduktionen von RUDZKI.

Forschungen auf dem polnischen Territorium haben bestätigt, daß die RUDZKI-Anomalien nur sehr wenig von den FAYE-Anomalien abweichen; sie haben weiter bewiesen, daß der Wert $(-\Delta G_{1\text{Top.}} + \Delta G_{2\text{Inv.}})$ sich selbst für ziemlich entfernte Punkte linear ändert.

Diese Tatsache, nämlich daß die Differenz zwischen den Anomalien von RUDZKI und denen der Freiluftmethode von FAYE sich auch für ziemlich weit entfernte Punkte, d.h. in ziemlich großen Gebieten, linear ändert, kann für eine Modifizierung der Berechnung von RUDZKI-Anomalien ausgenutzt werden. Da FAYE-Anomalien praktisch für alle Punkte der Erdkugel berechnet worden sind (oder leicht berechnet werden können), wird vorgeschlagen, zur Berechnung von RUDZKI-Anomalien Punkte in einer solchen Dichte zu wählen, daß auf einfache Weise alle Punkte von FAYE-Anomalien auf RUDZKI-Anomalien umgerechnet werden können. Wie schon bemerkt, soll die Umrechnung nicht kompliziert, also eine einfache lineare Interpolation sein. Auf diese Weise könnte man in kurzer Zeit eine gute Karte der RUDZKI-Anomalien für die ganze Erdkugel schaffen, die dann zur Geoidbestimmung zu verwenden wäre.

Die Dichte der ausgewählten gemeinsamen Punkte, in denen sowohl die RUDZKI- als auch die FAYE-Anomalien berechnet werden, wird abhängig sein von den Differenzen zwischen diesen Anomalien. Berücksichtigt man diese, so ist für ein Gebiet von der Größe

Polens (mehr als 300 000 km²) eine Anzahl von weniger als 100 (ca. 50 bis 60) über diese Fläche verteilten gemeinsamen Punkten ausreichend.

Es sei darauf hingewiesen, daß man an Stelle einer linearen Interpolation auch eine Karte mit Linien gleicher Differenzen verwenden und so die Differenz eines jeden anderen Punktes ermitteln kann.

Wie hieraus zu ersehen ist, kann man anhand einer so modifizierten Methode von RUDZKI in kurzer Zeit eine Karte von RUDZKI-Anomalien für die gesamte Erdoberfläche schaffen, was die Bestimmung des Geoids auf klassische Weise erlaubt. Die Resultate können mit den Ergebnissen aus Satellitenbeobachtungen verglichen werden, ferner mit den Resultaten der Berechnungen von K. LEDERSTEGGER, die er unter Verwendung der Theorie der sphäroidischen Gleichgewichtsfiguren erhalten hat. Man hat somit noch eine Möglichkeit der Kontrolle, und es kann gleichzeitig überprüft werden, ob diese Methode die Erwartungen der Geodäten der letzten 67 Jahre erfüllt.

Zum Schluß möchte ich bemerken, daß sich auf diese Weise jetzt die Freiluftanomalienkarten korrigieren lassen, weil man gut Vertikalgradienten messen kann, und daß man auch leicht gute RUDZKI-Anomalienkarten erhält, die für die Geodäsie und die Geophysik verwendbar sind.

Motorisiertes Präzisionsnivellement zur Ermittlung
vertikaler Erdkrustenbewegungen

von

HORST PESCHEL ¹⁾

Summary

As the vertical components of recent crustal movements amount to only a few mm/y in tectonic inactive regions, they have to be determined with an accuracy of ± 0.1 mm/y. Accordingly, under the assumption of stable bench-marks the mean error per km for first order levelling should be $m_0 \leq \pm 0.2$ mm/km. These accuracy requirements can be realized by motorization of the precise levelling. The acceleration of the field observation and the higher line of sight diminish the systematic error influences. Particularly for the motorization the new instrument Ni 002 by VEB Carl Zeiss Jena is very suitable. It is possible to gain additional data about the meteorological conditions during levelling without any increase of personnel display. As a result reliable accuracy criteria are received in form of closing errors that are smaller than in case of former precise levellings in main levelling networks. Moreover, the productivity increases by 20 to 40 % dependent on the profile of the levelling line. The motorized levelling will be applied to the remeasurements of the National Levelling Network of G.D.R. in 1974.

Zur Physik der Erde gehört die Erforschung geotektonischer und geodynamischer Prozesse, die als rezente Erdkrustenbewegungen in Erscheinung treten können. Signifikante Bewegungsvektoren der Erdoberfläche führen über ihre geologische und geotektonische Interpretation zu wichtigen Erkenntnissen über den Aufbau der Erdkruste.

Die Ermittlung vertikaler und horizontaler Bewegungskomponenten in tektonisch mehr oder weniger aktiven Gebieten ist deshalb zu einer Aufgabe von großer wissenschaftlicher Bedeutung geworden als Beitrag zum Internationalen Geodynamikprojekt. Der volkswirtschaftliche Nutzen der Kenntnis dieser Bewegungsvektoren liegt in ihrer Verwendung für die Erdbebenprognose und im Erkennen von Störzonen, wodurch ökonomische Verluste bei Großbauten vermieden werden. Die Vertikalkomponenten rezenter Erdkrustenbewegungen werden hauptsächlich aus den Ergebnissen wiederholter Feinnivellements abgeleitet, die entlang der Linien I. Ordnung der Landeshöhenetze im zeitlichen Abstand von 20 bis 30 Jahren ausgeführt werden. Die hohe Genauigkeitsanforderung von $\pm 0,1$ mm/a, die künftig an die vertikalen Bewegungsgrößen zur Sicherung ihrer Signifikanz gestellt werden muß, berücksichtigt bereits die Weiterentwicklung der geodätischen Meßtechnik. Höchste Stabilität der Höhenfestpunkte vorausgesetzt, bedeutet diese Zielstellung, daß die mittleren km-Fehler des Präzisionsnivellements den Betrag von $\pm 0,2$ mm/km nicht übersteigen dürfen. In den zurückliegenden zwei Jahrzehnten wurde bei Landesnivellements im Durchschnitt der Wert von $\pm 0,5$ mm/km erreicht. Es ist Aufgabe der

¹⁾-----
Technische Universität Dresden, Sektion Geodäsie u. Kartographie,
DDR-8027 Dresden, Mommsenstraße 13

wissenschaftlichen Verfahrensforschung, diese geforderte Genauigkeitssteigerung zu ermöglichen.

Beim Präzisionsnivellement treten einige systematisch wirkende Fehlereinflüsse auf, die proportional mit der Zeitdauer der Messung anwachsen. Erfahrungen der Praxis haben gezeigt, daß durch zügige Messungsarbeit die besten Ergebnisse erzielt werden können. Deshalb ist auf höchstmögliche Beschleunigung der Arbeiten durch Motorisierung des Latten- und Instrumententransports und durch den Einsatz hochwertiger Kompensator-Nivellierinstrumente statt der Libellennivelliere orientiert worden.

Verkürzte Standzeiten von Stativ und Lattenuntersetzern vermindern den Einfluß ihrer zeitabhängigen Vertikalbewegungen. Höhergelegene Ziellinien verringern die Wirkung der unsymmetrischen Strahlenbrechung, der Wegfall der Bewegung des Beobachters um das Stativ erhöht dessen Standsicherheit.

Nach diesen Vorgaben hat ein Kollektiv von Wissenschaftlern und Praktikern der Technischen Universität Dresden und des VEB Carl Zeiss Jena das Verfahren des motorisierten Präzisionsnivellements entwickelt und die Zielstellung von $m_0 = \pm 0,2 \text{ mm/km}$ erreicht.

Der Transport der Latten und des Instruments erfolgt mit serienmäßigen Personenkraftwagen "Trabant" als Kombi- oder Kübelfahrzeugen, die in wenigen Minuten durch Zusatzausrüstungen für die Dauer der Feldarbeiten in spezielle Meßfahrzeuge umgebaut werden. Die Lattenfahrzeuge erhalten einen Dachaufbau mit Haltevorrichtungen für die Latten, die auf Untersetzer mit 10 kp Masse und stabiler Dreipunktaufstellung aufgesetzt werden. Die mit Dosenlibellen vertikal gestellten Latten können für die Rück- und Vorblickablesungen um etwa 200° gedreht werden. Während des Transportes zwischen den Wechsellpunkten werden Latte und Untersetzer durch besondere Vorrichtungen gehalten, die am Fahrzeug und an Stelle der ausgebauten Wagentür angebracht sind.

Das Instrumentenfahrzeug ist versehen mit einem Bodendurchbruch für ein Stativbein, mit einer Halte- und Hebevorrichtung für das Stativ sowie mit einem Sitz für den Beobachter. Während des Transportes zwischen zwei Instrumentenständen wird das Instrument mit dem Stativ etwa 25 cm angehoben. Die Rück- und Vorblickablesungen werden auf einer Addiermaschine registriert, so daß nach dem letzten Vorblick auf der Nivellementsstrecke sofort der beobachtete Höhenunterschied ausgedruckt werden kann.

Das Nivellierinstrument Ni 002 wurde vom VEB Carl Zeiss Jena in Gemeinschaft mit dem Kollektiv eigens für das motorisierte Präzisionsnivellement entwickelt, kann jedoch auch für jedes andere Präzisionsnivellement verwendet werden. Das Ni 002 ist ein Präzisionsnivellier mit Kompensator, der als Wendespiegel Restfehler der Kompensation nahezu vollständig eliminiert. Die feste Verbindung Objektiv - Strichkreuz vermindert weitgehend den Temperatureinfluß auf die Ziellinie. Dadurch werden für die Zwecke des motorisierten Präzisionsnivellements unter Einhaltung der Genauigkeitsvorgaben wichtige Voraussetzungen erfüllt:

1. Unabhängigkeit von Zielweitenunterschieden bei Rück- und Vorblick, somit Wegfall genauer Stationierungen,

2. Stabilität der Ziellinie bei Temperaturschwankungen, somit Wegfall der Schutzmaßnahmen gegen Sonnenbestrahlung.

Schwenkokular für den Fernrohreinblick quer zur Messungsrichtung und beidseitige Bedienelemente, Kugelaufsatz für die Schnellhorizontierung, verlängertes Stativ auf durchschnittliche Ziellinienhöhe von 1,85 m sind weitere Besonderheiten für den Einsatz des Ni 002 beim motorisierten Präzisionsnivellement.

Durch die mit der geschilderten Ausrüstung von einem Meßtrupp des Kombinats Geodäsie und Kartographie, Betrieb Dresden, bei umfangreichen Testmessungen erzielten Ergebnisse konnte nachgewiesen werden, daß nach der erforderlichen Einarbeitung in das neue Verfahren das Ziel $m_0 = \pm 0,2 \text{ mm/km}$ erreicht wird. Zum Meßtrupp mit den drei PKW gehören vier Mann, die selbstverständlich Fahrpraxis haben müssen. Der Beobachter wird bei dem Tempo des Messungsablaufs am stärksten belastet und sollte jeweils nach vier Stunden von einem anderen Truppmitglied abgelöst werden. Je nach der vom Profil der Nivellementsstrecke abhängigen Zielweite zwischen 25 und 50 m wird der Zeitaufwand für die Messung gegenüber der bisher angewandten Technologie um 20 bis 40 % verringert. Daraus ergibt sich eine um durchschnittlich 30 % höhere Arbeitsproduktivität.

Durch entsprechende Arbeitsorganisation bei Einsatz von 4 bis 10 Meßtrupps können die großen Schleifen der Haupthöhenetze mit durchschnittlich 400 km Umfang schnell geschlossen werden. Auf diese Weise lassen sich zwischenzeitliche Bewegungen der Festpunkte erfassen. Die Meßtrupps sollten strahlenförmig von einem Knotenpunkt der Netzmaschen aus angesetzt werden. Die kurzfristige und nahezu gleichzeitig erfolgende Schließung benachbarter Netzschleifen auf einem Knotenpunkt wird dazu beitragen, die bei allen Landeshöhenetzen an einigen Stellen auftretenden großen Schleifenschlußfehler zu klären.

Der gleichzeitige Einsatz mehrerer Meßtrupps (n) auf einer Nivellementsstrecke hat noch weitere Vorteile. Die simultan erfolgenden Rück- oder Vorblicke vermindern den Einfluß noch vorhandener Stativ- und Untersetzerbewegungen, die Beschleunigung des Transportes bringt durch die längeren Fahrstrecken nochmals Zeiteinsparungen, und es werden gegenüber dem Einzeleinsatz der Meßtrupps (n - 1) Lattenfahrzeuge weniger gebraucht. Zwei dieser Fahrzeuge können dann zur Vor- und Rückwärtssicherung im Verkehrsraum eingesetzt werden, ein drittes zur Vorbereitung des Arbeitsablaufs, vor allem der Anschlußbeobachtungen auf den Festpunkten des Höhenetzes. Für die Messung von Transkontinentalen zwischen den Mareographenstationen an den Küsten oder von Verbindungslinien zwischen den geologisch sicheren Normalhöhenpunkten benachbarter Länder gewinnt diese Technologie große Bedeutung.

Ob es gelingt, Nachtbeobachtungen mit gleicher Genauigkeit auszuführen, hängt von der Möglichkeit ab, die Refraktion meßtechnisch erfassen zu können, um ihre Wirkung auf die Beobachtungen zu berücksichtigen. Die Fahrer der Latten- und Instrumentenfahrzeuge können zusätzliche Messungen von vertikalen Temperaturdifferenzen, von Luftdruck und Luftfeuchte vornehmen, ohne daß das Arbeitstempo des Trupps verringert wird.

Es sind noch Teilprobleme des Präzisionsnivellements zu lösen, damit im Jahre 2000 die Signifikanz der Bewegungsgrößen aus den Beobachtungen von 1975 für die Ableitung einwandfreier Bewegungsvektoren ausreicht. Internationale Zusammenarbeit, Koordination der Aufgabenstellung und Arbeitsteilung ermöglichen es, die Forschungsarbeiten zu intensivieren und die Ergebnisse rechtzeitig der praktischen Nutzung zuzuführen.

The New Automatic Geodetic Level Ni 002 of VEB Carl Zeiss Jena ¹⁾

by

GERHARD HÜTHER ²⁾

Summary

VEB Carl Zeiss Jena developed an Automatic Geodetic Level, which is characterized by quite a number of new features and merits. For the first time, the very important measuring principle of a quasi-absolute horizon of the line of sight was implemented in this instrument over the entire compensation and temperature range. The Ni 002 is applicable for all special levellings of maximum accuracy. Its operation is outstandingly economical (distance between instrument and levelling staves need not be measured) in the conventional as well as in the "motorized" levelling process. Several prototype instruments, have been thoroughly tested in close co-operation between the research centre of VEB Geodäsie und Kartographie, Leipzig, and the Geodetic Institute of the Dresden Technical University. The results obtained fully confirmed the aforementioned characteristics and properties.

1. Introduction

VEB Carl Zeiss Jena developed the Ni 002 as self-aligning level of maximum precision, thus making available to the user a complete series of self-aligning levels, consisting of the Ni 050, No 025, Ni 007 and Ni 002. This new Automatic Geodetic Level Ni 002 is characterized by completely new properties and advantages manifested by highest accuracy and most rational operation. In accordance with the basic conception, the following merits are offered by the Ni 002:

- essential increase in the economy of precision line levelling by an improved surveying technology (omission of measuring the distance between instrument and staves)
- suitability for conventional as well as for motorized levelling;
- increase in accuracy to ± 0.2 mm/km for levelling both ways; systematic errors being reduced at the same time.

In the following, a few details are given on design principle, mode of operation, properties as well as application and efficiency of the Ni 002.

2. Importance and character of geodetic levelling

Geodetic levellings are required for the most versatile problems occurring in

1) Reprint from Jena Review, Special Issue Spring Fair 1973, Berlin, p. 56-60

2) VEB Carl Zeiss Jena, DDR - 69 Jena, Carl-Zeiss-Str. 1

science, economy and technology, special importance being attributable to the precision levelling in basic survey for the development of a uniform bench-mark network.

The accuracies to be achieved at present for geodetic levelling lie between 0.2 and 0.4 mm/km for levelling both ways, a prerequisite, however, being that certain measuring methods and principles developed in practice are strictly adhered to. Observation of identical sighting distances for foresight and backsight is a principal requirement in geodetic levelling. This is materialized in practice in such a manner that, prior to the levelling proper, the station points of instrument and staves have to be marked by the so-called "stationing", a procedure which asks for additional expenditure in time and money.

The measuring accuracy required for this instrument renders it necessary to place maximum demands on the instruments with regard to functional reliability and maintenance of the state of adjustment. Therefore, the instruments are checked at certain intervals during one geodetic levelling operation and re-adjusted by the user, if necessary. This applies in particular to the checking of the position of the line of sight, because the principle of geometric levelling presupposes that the instrument's line of sight be always horizontal.

From the above it becomes evident that the accuracy is of prime importance in geodetic levelling and that economy must be subordinated to the requirements of the respective accuracy. In our newly developed Ni 002, the terms of accuracy and economy are no longer demands that contradict each other as, for the first time, the important measuring principle of a stabilization of the line of sight with *q u a s i - a b s o l u t e h o r i z o n* has been realized. This brings about not only a decisive improvement of economy, but likewise an increase of the measuring accuracy with simultaneous reduction of systematic errors,

The new properties and characteristics of the Ni 002 make one expect that the measuring technologies of precision levelling may be essentially improved and that the fields of application can still be extended. In addition to the advantages experienced in technical precision levelling, the Ni 002 affords also better conditions for investigations in scientific fields such as the determination of the influence of refraction or the detection of recent movements of the Earth's crust.

3. Mechanical and optical design of the Ni 002

In correspondence with the demands made on field equipments this instrument (Fig.1) is of a closed and compact design. All manipulative elements including the micrometer or the vertical slow motion of the line of sight are inside the instrument casing. The controls for focusing, micrometer setting and horizontal slow motion are arranged on both sides. The focusing controls are provided with a coarse/fine focusing device that within the focusing range from $s = \infty$ to 1.5 m the instrument can be quickly re-focused and the levelling staff observed at the required sharpness of the image.

A new feature of the instrument is a swivel eyepiece with automatic image erection

over the entire swivel range of more than 180° . In conjunction with the manipulative elements arranged on both sides, the swivel eyepiece permits of measuring the difference in level without changing the observer's standpoint, as was common use in instruments made so far. In addition this new instrument can be employed to best advantage in "motorized" levelling, i.e. measurements may be carried out from a motor car, on which the instrument is transported to the different places. The swivel eyepiece will also be highly appreciated in those cases where the space is rather restricted to set up a surveying instrument, f.i. in industrial buildings. In order to be in a position to align the instrument laterally when determining the instrument station by looking into the swivel eyepiece, optical squares are installed.

The look-through type circular level, which may be observed via a mirror, is imaged in the picture plane of the telescope eyepiece together with the micrometer reading, so that observation is carried out through but one eyepiece during the entire measuring process. Knob 5 (Fig.3), intended for changing over the compensator for measuring in two positions, may be found at the lower side of the instrument (below the eyepiece). The collar of the sealing glass mounting can hold a sun shield which serves two purposes viz. to obviate light reflexes and to protect the sealing glass against spray water. Instrument and levelling base are interconnected by a 34 mm centre spigot; it will be possible, therefore, to interchange the level for a theodolite, if necessary.

The instrument's optical design is evident from Fig. 3. The telescope system consists of an objective (2), a plane mirror (3) arranged in half the focal length of the objective $f/2$, and the cross wire (4), directly applied to the objective. The plane mirror is suspended as a pendulum mirror, serving simultaneously for focusing. These optical elements, viz. objective, cross wires and pendulum mirror, form the actual measuring system of the telescope. All the other imaging optics consisting of reversing prisms and telesystem (14), with the aid of which the image of the cross wires (4) is formed in the eyepiece picture plane (13), represent - in conjunction with the eyepiece - the viewing optics. This optical system has no influence, whatsoever, on the position of the line of sight; its adjustment cannot be affected in this conjunction. Micrometer scale (10) and circular level (12) are simultaneously imaged in the eyepiece picture plane (13).

The Ni 002 employs for the first time the principle of an objective micrometer in place of the otherwise usual parallel-plate micrometer, which results in a number of advantages. The main profit is derived from the fact that there are no errors, as occurring when using a parallel plate with respect to the parallel plate tilt. For precision levels, such an advantage is of particular importance. The micrometer effect is achieved in such a way that the telescope objective is seated at right angles to the vertical line of sight and can be displaced in a sideway. The micrometer scale (10), which is rigidly connected with the objective, is to be found in the slide. This composition guarantees the application of, and strict adherence to, the error theoretically favourable ABBE Comparator Principle. After the entrance of light in the illumination prism (6), the optical path of the micrometer leads from the micrometer index (7) via objective (8) and via a mirror (9), interconnected with the pendulum, to the micrometer scale (10). Leading the optical path of the micrometer to the pendulum mirror pursues the objective to eliminate the error component caused

the position of the anallactic centre. The micrometer range is 5 mm, 10 mm or 1/50 ft upon request.

4. Principle of the stabilization of the line of sight and of the quasi-absolute horizon

For the basic conception, the following factors were determining:

- self-aligning and pendulum principle, which guarantees theoretically and practically a best-possible compensation of the tilt of the line of sight;
- a stability of the line of sight of $\sigma < 1'$ over the entire temperature and tilting range, i.e. a quasi-absolute instrument horizon independent of external influences such as temperature and vibration.

The technical realization is brought about by the optical principle as presented in Fig. 2 with the following peculiarities: The pendulum plane mirror, suspended in half the focal length ($f/2$) of the objective, yields an exact automatic compensation of the tilt of the line of sight with a multiplication factor of the pendulum of

$$v = \frac{\beta}{\alpha} = -1.$$

The factor v results from the well-known basic condition for the stabilization of the line of sight in levelling

$$(f \cdot \alpha) = - (g \cdot \beta'),$$

where f = focal length of the objective, α = tilt of instrument, g = distance of the compensator from the cross wires of the telescope, β' = beam deflection by the compensator, $\beta = \beta'/2$. This condition, which is valid for the object distance $s = \infty$, is retained with the Ni 002 also for all other object distances by the fact that focusing is effected together with the operation of the pendulum mirror.

Of quite some interest in this conjunction is the position of the anallactic centre in levellings. For a precision levelling instrument it holds true that the anallactic centre required for levelling must be located in the vertical axis of the instrument, as otherwise, depending on the instrument tilt, the differences in level, determined by foresight and backsight readings, are systematically falsified. As a result of the self-aligning system, the anallactic centre of levelling of the Ni 002 is not located in the vertical axis, but in the principal plane of the objective facing the picture. The error influence caused in this way will be automatically compensated however by the following operation: The path of rays is guided via a pendulum mirror coupled with the telescope pendulum. The technical data of the micrometer path of rays are such that the error influence caused by the position of the anallactic centre with respect to the instrument tilt is automatically compensated by a "corrected" micrometer reading. It should be mentioned in this conjunction that the anallactic centre for levelling and the anallactic centre for distance measurements do not coincide in this self-aligning system; the latter lies in the front focal point of the telescope objective. Its position is of minor importance for geodetic levels.

The position stability of the line of sight of $\sigma < 1''$ is achieved by making full use of the pendulum mirror and special equipment. It is a known fact - corroborated by numerous publications on self-aligning levels - that a definite temperature sensitivity of the line of sight is experienced in any instrument of this type. The line of sight can also be got out of adjustment by mechanical vibrations during transport, but also during the measuring process. It is for this reason that a precision level, for instance, should be regularly checked for zero-point errors in the line of sight (deviations of the line of sight relative to the horizon) and re-adjusted, if necessary. Testing may be carried out by different methods.

The principle for solving the problem of the stability of the line of sight in the Ni 002 is based on the idea to eliminate existing residual tilting errors by reversing the compensator mirror. To this end, the pendulum mirror may be rotated through 180° around its vertical axis by actuating knob 5. The average from two measurements of the line of sight in mirror position I and II thus results in a quasi-absolute instrument horizon. The principle of eliminating the tilting error as employed in the Ni 002 may be compared regarding its effect with the elimination of the horizontal collimation error in a theodolite. Adjustment and final testing of the quasi-absolute horizon is performed by a special method with the aid of which the absolute zero-point error may be set to $\sigma < 1''$. The instrument is adjusted at the wedge-shaped sealing glass (1) in our Works and need not be re-adjusted by the customer.

When measuring the difference in level, no increased time expenditure is required in practice. There is no change in the usual sequence (backsight, foresight, foresight, backsight). Based on experience in the testing of instruments, the following sequence in measurements is recommended:

- backsight (compensator position I),
- foresight (compensator position I),
- reversing of the compensator,
- foresight (compensator position II),
- backsight (compensator position II),

i.e. the compensator must be reversed only once for each instrument position.

When calculating the difference in level $\Delta h = R - V$, the corresponding mean value from both backsight or foresight readings should be taken as a basis.

The quasi-absolute horizon of the Ni 002 offers the following decisive advantages for precision levelling:

1. No faulty adjustment of the line of sight may happen in practice, so that the formerly regular checks and re-adjustments of the line of sight can be dispensed with.
2. In backsight and foresight readings, it will be no longer necessary - as requested so far - to look for identical decimeter sighting distances. In this way, measuring of the sighting distances and marking of the instrument stations (the so-called stationing) can be omitted. Due to this omission, 10 to 15 % of the levelling costs are saved, depending on the kind of stationing. Thus the economy of geodetic levelling is decisively improved. (Differences in the sighting distance of several

meters can be accepted without hesitation.)

3. For special occasions in the industry for instance, where varying sighting distances are inevitable, measurements can be carried out to a higher degree of accuracy than hitherto, as e.g. by a tilting error of $\sigma = 1''$ and a difference in the sighting distance of $\Delta s = 10$ m, an error of but 0.05 mm is obtained.
4. "Motorized" levelling, where instrument and levelling staves are transported by a motor vehicle, can be fully utilized now since it is no longer necessary to strictly observe sighting distances of the same decimeter range.
5. Protecting the instrument against sun radiation during the measuring process is no longer required.

It may be mentioned in this conjunction that the self-aligning principle and the new design features of the Ni 002 are protected by patent laws.

5. Testing

Several prototypes of the Ni 002 were thoroughly tested over the period of one year in close co-operation with the Geodetic Institute of the Dresden Technical University and the VEB Geodäsie und Kartographie, Leipzig. The results obtained fully confirmed the above-mentioned merits and qualities and only the most prominent data and results will be given in the following.

The main topic of the Works testing was the confirmation that the quasi-absolute instrument horizon is retained. After having adjusted the instruments with the initial value σ_0 , the tests were continued under several stress and environmental conditions, e.g. impact and temperature tests. During the latter, the zero point of the instrument was tested with a special measuring device in the temperature range of $\Delta t = \approx 70^\circ\text{C}$ at several temperature intervals. During the whole testing time, there was no instrument where a zero-point error of $\sigma = 1''$ was exceeded. To corroborate these facts, a few numerical values are given below:

Instrument	σ_0	$[\Delta\sigma_{\max}]$	σ_0
1	+ 0.18"	0.2"	+ 0.16"
2	- 0.09"	0.7"	- 0.55"
3	+ 0.05"	0.8"	- 0.12"

The $[\Delta\sigma_{\max}]$ -values represent the "maximum absolute changes" in the course of the test, and the σ_0 -values the "zero-point error" after the test. The measuring uncertainty was near 0.3" ... 0.5".

The tests included among others the accuracy of the stabilization of the line of sight, the accuracy of the micrometer and of the compensation of the error influence by the anallactic centre of the levellings. Particulars on the first one are given in Fig. 2. The deviations determined during the run of the micrometer screw over a range of 5 mm were 0.007 mm compared with the nominal value; the error influence by the anallactic point of levelling was determined to be smaller than 0.01 mm for $\alpha = 10'$

and thus lies within the measuring accuracy achievable with this instrument.

In a practical test carried out jointly by the Geodetic Institute of the Dresden Technical University and the research centre of VEB Geodäsie und Kartographie, Leipzig, levelling loops of about 100 km have been measured in a test field for examination of recent vertical Earth crust motions, using the method of "motorized" levelling, the mean errors amounting to ± 0.35 to 0.40 mm per kilometre. A well-trained measuring team is assumed to reach a mean error of ± 0.2 to ± 0.3 mm/km in motorized levelling. This accuracy achieved with the method described is unique and confirms that geodetic levellings may be performed with the required degree of accuracy. Saving of time of about 40 % and of costs of about 25 % compared with the conventional levelling process have been experienced when employing the Ni 002 in conjunction with the method developed by the Dresden Technical University.

In addition to motorized levelling, numerous other measuring methods were performed for comparison. Results obtained demonstrate that a measuring accuracy of ± 0.2 mm for 1 km levelling both ways can be accomplished.

6. Technical data

Terrestrial telescope:

Magnification 40 X
 Free aperture of objective 55 mm
 Field of view angle (vertical) $1^{\circ} 17'$
 Shortest sighting distance 1.5 m
 Stadia 100
 Addition constant 0.37 m

Compensator:

Tilting range $\pm 10'$
 Setting accuracy $\approx 0.05''$
 Setting time < 1 s

Level:

Looking-through type circular level $8'/2$ mm
 Instrument 370 mm X 310 mm X 155 mm; 6.5 kg
 Case 390 mm X 370 mm X 190 mm; 5.1 kg

Together with its accessories, the instrument is accommodated in a wooden case. A device for carrying the case on the back will be supplied upon request. The standard equipment includes a tripod with rigid legs as well as precision levelling staves with graduation on Invar tape.

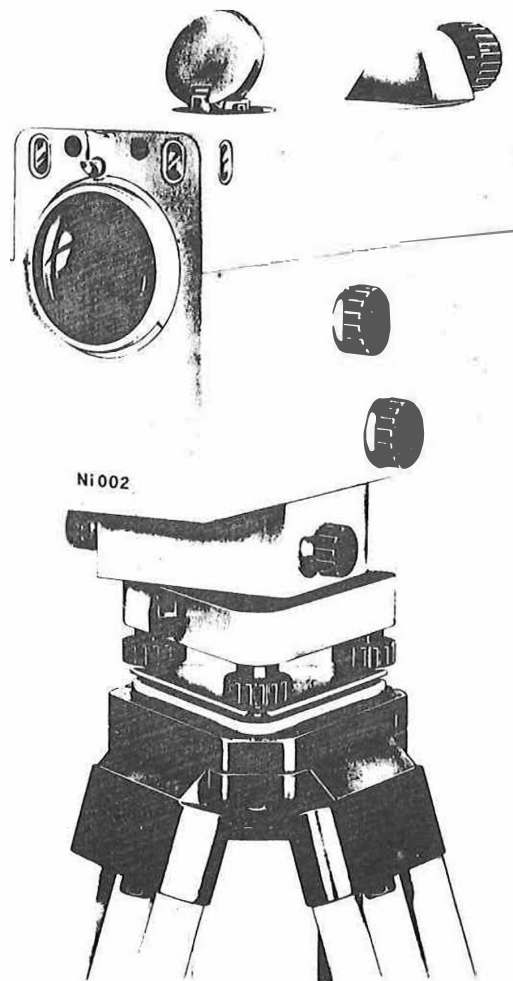


Fig. 1. The Ni 002 instrument

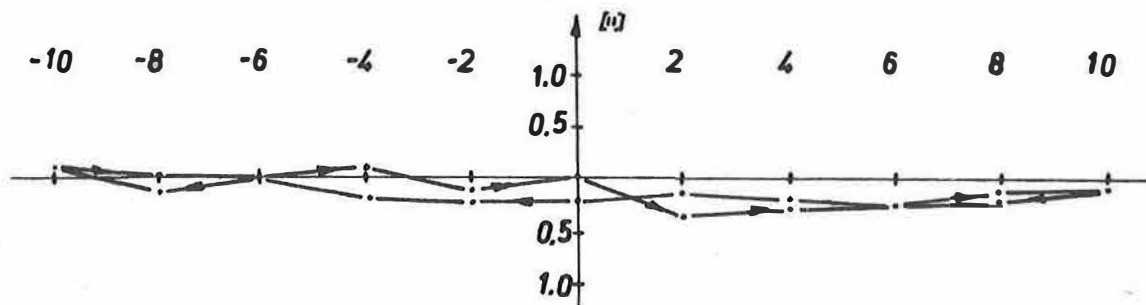


Fig. 2. Accuracy of the stability of the line of sight in the tilting range between $-10'$ to $+10'$

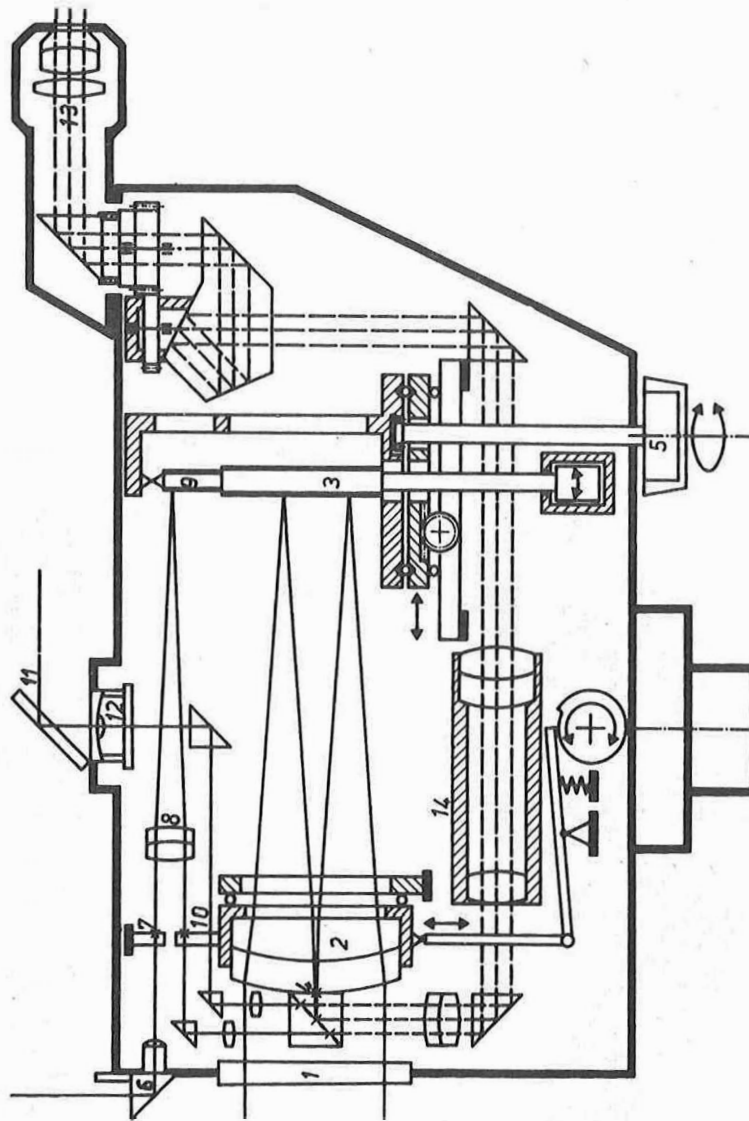


Fig. 3. Ni 002 - Principles of the optomechanical design.

- 1 = sealing glass, 2 = objective, 3 = plane mirror,
- 4 = cross wires, 5 = reversing knob, 6 = illumination prism,
- 7 = micrometer index, 8 = objective, 9 = mirror,
- 10 = micrometer scale, 11 = illumination mirror,
- 12 = circular level, 13 = eyepiece picture plane,
- 14 = telesystem

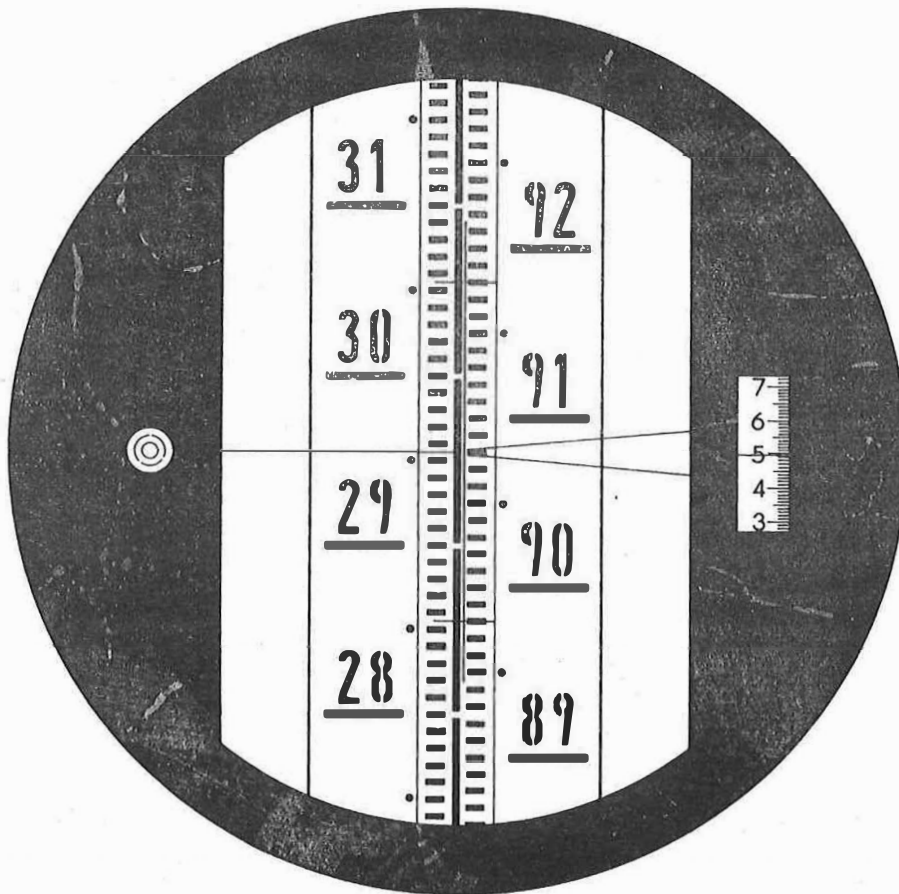


Fig. 4. Visual field of the telescope, reading on a precision levelling staff, test reading $90.849_5 \text{ dm}/2$

Geodätisch-astronomischer Universal-Theodolit Theo 002
des VEB Carl Zeiss Jena

von

WIELAND FEIST ¹⁾

Summary

Knowledge gained on a world-wide scale regarding the application of geodetic-astronomical universal theodolites in determining azimuths, longitudes and latitudes, as well as measurement of a horizontal angle in a first-order triangulation formed the basis for the main demands that were made on the newly developed Geodetic-Astronomical Universal Theodolite Theo 002 from Jena. A survey is given on how these requirements are met technically. Finally, a report follows about the achieved accuracies of measurement. It indicates the high efficiency of the Theo 002. Employment of the entire equipment Theo 002 guarantees a higher internal and external accuracy of measurement as well as a remarkable increase of productivity.

In den vergangenen Jahrzehnten wurden sehr zahlreiche Erfahrungen bei der Ausführung der Landestriangulationen auf den Gebieten der Horizontalwinkelmessung, der Azimutmessung und der Längen- sowie Breitenbestimmung gesammelt. Die Analyse der Meßergebnisse und ihre systematische Untersuchung zeigten sehr bald, daß systematische und zufällige Fehler der erreichbaren Genauigkeit Grenzen setzen. Diese Fehler werden von drei wesentlichen Faktoren verursacht: vom Beobachtungsinstrument, vom Beobachter selbst und den atmosphärischen Bedingungen.

International wurden sehr zeitig einige Hauptanforderungen herausgearbeitet, die in erster Linie an geodätisch-astronomische Universal-Theodoliten zu stellen sind. Sie erstrecken sich auf zwei Hauptpunkte:

1. Ausschaltung bzw. Erfassung der systematischen Instrumentenfehler und ihres Einflusses auf die Meßergebnisse zur Steigerung der äußeren Meßgenauigkeit;
2. Verringerung der zufälligen Instrumentenfehler zur Steigerung der inneren Meßgenauigkeit.

Die Hauptfunktionsgruppen eines Universal-Theodolits, nach diesen zwei Gesichtspunkten analysiert, ergaben folgende konkrete Forderungen:

1. Ausschaltung der sekundären systematischen Fehler der Vertikalachse, des sekundären systematischen, azimutalen sowie vertikalen Fehlers der Horizontalachse und der se-

¹⁾-----
VEB Carl Zeiss Jena, BEL 12, DDR-69 Jena, Carl-Zeiss-Straße 1

kundären systematischen Fehler der Zielachse;

2. Verminderung der von der Vertikal-, Horizontal- und Zielachse verursachten zufälligen Fehler, einschließlich der Fehlerquellen, die durch die Nivellierung der Horizontalachse mittels Sekundenlibellen erzeugt wurden;
3. schnelles, sicheres und damit einfaches Beobachten;
4. Ausschaltung der durch die Fernrohrbiegung hervorgerufenen systematischen Fehler;
5. Erfassung sämtlicher durch die Zentrierung und Aufstellung des Instruments verursachten systematischen und zufälligen Fehler;
6. Verringerung der systematischen und zufälligen Fehler der Teilkreise, Ableseeinrichtungen und des Okularmikrometers;
7. Verringerung der Fehler in der Zielsignalisierung und Zielerfassung.

Diese 7 Hauptforderungen waren für die Entwicklung des neuen Geodätisch-Astronomischen Universal-Theodolits Theo 002 des VEB Carl Zeiss Jena maßgebend und bestimmten damit die Gestaltung des Beobachtungsinstrumentes und seiner umfangreichen Zusatzausrüstungen.

Die gestellten Forderungen wurden durch folgende Lösungen realisiert:

1. Die Ausschaltung der Einflüsse der primären und sekundären systematischen sowie zufälligen Fehler der Vertikalachse beruht auf dem Prinzip einer Neigungskompensation. Im Theo 002 sind zwei Fernrohrsysteme A und Z vereinigt. Das Fernrohrsystem A besteht aus dem Objektiv, einem 90° -Umlenkspiegel, der die in das Objektiv eintretenden Strahlen in die Richtung parallel zur Horizontalachse umlenkt, einem in der Stütze pendelnd aufgehängten Planspiegel, der die auftreffenden Strahlen in sich selbst reflektiert, der Strichkreuzebene, in der sich die durch eine kleine Bohrung im Umlenkspiegel hindurchtretenden Strahlen sammeln, und dem Okular. Die Zielachse des Fernrohrs entspricht der Spiegelnormalen der selbsttätig zur Lotrichtung stabilisierten Pendelspiegelebene. Sie wird räumlich durch die Zwangspunkte Strichkreuzmittelpunkt - Objektivhauptpunkt festgelegt. Beim Drehen des Fernrohrs um die Horizontalachse beschreibt die Spiegelnormale eine zur Lotrichtung selbsttätig stabilisierte vertikale Beobachtungsebene im Raum. Damit ist also nicht mehr die Vertikalachse für die Lage der Beobachtungsebene im Raum verantwortlich, sondern diese stabilisierte Pendelspiegelebene. Die Fehler der Vertikalachse entfallen. Die an ihre Stelle tretenden Fehler des Neigungskompensators sind wesentlich geringer, wie sich durch zahlreiche Versuche nachweisen ließ.
2. Die Ausschaltung der sekundären systematischen und zufälligen Fehler der Horizontalachse, insbesondere der nicht erfaßbaren azimutalen Fehler, beruht auf einem gleichartigen, aber von der Stabilisierung zur Lotrichtung unabhängigen Prinzip. In diesem Fall wird die Tatsache benutzt, daß der Spiegel in der halben Brennweite des Fernrohrobjektivs liegt und unabhängig von der Drehung des Fernrohrkörpers und damit von der Horizontalachse ist. Es wird stets nur der vom Objektiv kommende Strahl zum Strichkreuz reflektiert, der senkrecht auf diesen Spiegel auftrifft. Damit bildet auch hier die Spiegelnormale die Zielachse des Theodolits und ist somit von der mechanischen Achse und ihrer Lagerung unabhängig.
3. Durch die automatische Kompensation der Fehler der Horizontal- und Vertikalachse vereinfacht sich die Beobachtung mit dem Universalinstrument sehr wesentlich. Der

Beobachter horizontiert das Instrument mit einer 10"-Libelle, und die Beobachtung kann beginnen. Die Messung der Neigung der Horizontalachse mit Sekundenlibellen ist nicht mehr erforderlich, und damit entfallen sämtliche unkontrollierbaren Einflüsse dieser Libellen. Das vereinfacht die Beobachtung so, daß mit dem Universalinstrument Theo 002 auch Durchgangsbeobachtungen im Vertikal des Ziels oder im Meridian mühelos durchgeführt werden können. Die Einspielzeit der Neigungskompensatoren beträgt 1^s , ihre Einspielgenauigkeit $\pm 0,05$. Ein spezielles Dämpfungssystem gestattet das mühelose Arbeiten mit dem Instrument auf trigonometrischen Signalen.

4. Bekannt sind bei Breitenbestimmungen die störenden Einflüsse der Fernrohrdurchbiegung. Die Messung von Zenitdistanzen bzw. von Paralleldurchgängen erfolgt beim Theo 002 mit dem Fernrohrsystem Z, das dem System A ähnlich ist. Vor dem Pendelspiegel wird ein drehbarer, mit dem Fernrohr verbundener, schwach sphärischer Spiegel eingeschaltet. Durch die unvermeidbare ungleiche Massenverteilung am Fernrohrkörper tritt eine Verbiegung und damit eine Zielstrahlverschwenkung beim Neigen des Fernrohrs auf. Am Fernrohrkörper ist eine Zusatzmasse so angebracht, daß der Einfluß der Fernrohrdurchbiegung in allen Zenitstellungen auf die Ziellinie automatisch kompensiert wird. Neben der stabilen Ziellinie wird für Zenitdistanzmessung eine sehr genaue Stabilisierung des Indexes des Vertikalkreises benötigt. Sie erfolgt selbsttätig und wird durch einen Neigungskompensator erreicht, der eine Einspielgenauigkeit von $\pm 0,1$ besitzt und über eine Einspielzeit von $< 1^s$ verfügt. Damit garantieren Fernrohr und Indexstabilisierung eine hohe Qualität und Genauigkeit der Zenitdistanzmessung.
5. Sämtliche Genauigkeitssteigerungen in den Bauelementen werden nur dann voll wirksam, wenn sämtliche Elemente der Funktionskette über gleiche Qualitäten verfügen. Deshalb besitzen der Horizontal- und der Vertikalkreis des Universalinstruments sehr genaue Teilungen, die mit sehr hoher Präzision abgelesen werden können. Dabei interessiert weniger der langperiodische Teilungsfehler, der ja durch die Messungsanordnung zu eliminieren ist, sondern vor allem sind die kurzperiodischen Teilungsfehler und zufälligen Intervallfehler von Bedeutung. Das Teilungsintervall beträgt $4'$. Der zufällige Intervallfehler unserer Kreisteilungen des Theo 002 erreicht über sämtliche 5400 Intervalle maximal $\pm 0,15$. Dieser hohen Teilkreisgenauigkeit ist die von systematischen Fehlern freie Ablesegenauigkeit von $\pm 0,1$ angeglichen.
6. Auf diese Teilkreis- und Ablesegenauigkeiten muß auch die Meßgenauigkeit des unpersönlichen Okularmikrometers - heutige Bezeichnung: Registriermeßschraubenokular - abgestimmt sein. Die Summe der periodischen, fortschreitenden und zufälligen Schraubenfehler liegt unter $\pm 0,2$, der mittlere Ablesefehler an der Feinskala der Meßschraube beträgt $\pm 0,1$. Damit wird die gleiche Meßgenauigkeit für die Bestimmung einer horizontalen oder vertikalen Richtung durch das Meßschraubenokular oder durch die Teilkreise garantiert.
7. Eine Verringerung der Fehler in der Zielerfassung und Zielsignalisierung konnte durch folgende Maßnahmen erreicht werden:
 - Wählbare Fernrohrvergrößerungen von 40-, 50- und 75fach. Damit ist eine optimale Zielgenauigkeit mit dem Fernrohr garantiert.
 - Eine stufenlos regelbare Gitterblende dient dem Beobachter dazu, die im Fernrohr als Beugungsscheibchen abgebildeten selbstleuchtenden Ziele auf die richtige Grö-

ße abzublenden. Die Lochdurchmesser der Gitter wurden so gewählt, daß keine systematischen Fehler entstehen.

- Eine fehlerfreie Signalisierung der Zielpunkte erfolgt durch einen Signalscheinwerfer, der nicht nur über eine hohe Reichweite bei niedriger Leistungsaufnahme, sondern auch über eine exakte Zentrierung des ausgesandten Lichtbündels zum Stationszentrum verfügt.

8. Ein weiterer Komplex zur Verringerung der Einflüsse systematischer und zufälliger Fehler auf die Meßergebnisse umfaßt die Aufstellung und Zentrierung des Universaltheodolits. Die Untersuchungen zeigten, daß auch in diesen Punkten, die auf den ersten Blick für die Messungen von untergeordneter Bedeutung zu sein scheinen, wesentliche Fehlerquellen für Sprünge in den Meßwerten und Fehler in den Ablotungen liegen.

- Die möglichen Ursachen für eine unkontrollierte Drehung des Dreifußes des Instruments wurden durch eine besondere Anordnung der Dreifußschrauben abgefangen. Ferner können sie gegen ungewollte Verdrehung geklemmt werden.
- Die zwangsläufige Verdrehung des Instruments bei Temperaturänderung wurde durch die KELVINSche Aufstellung eliminiert.
- Zur Erfassung der Pfeilerdrehung dient ein besonderes Zusatzinstrument, das die Messung der Verdrehung der Signale mit einer Genauigkeit von $\pm 0,1$ gestattet.
- Eine besondere Ausrüstung für Ablotungen und Exzentrizitätsbestimmungen ermöglicht Zentrierungsmessungen für sämtliche auftretenden Aufgaben. Die Stehachse des Universaltheodolits läßt sich selbst mit Hilfe einer aufsetzbaren Brücke mit Zielmarke für Ablotungsmessungen sehr genau signalisieren. Die Basis für sämtliche Bauteile der Ausrüstung für Exzentrizitätsbestimmungen bildet der Steckzapfen mit 34 mm Durchmesser.

Als Gesamtergebnis dieser wissenschaftlich-technischen Maßnahmen zur durchgängigen Einschränkung der Einflüsse systematischer und zufälliger Fehler war eine eindeutige Steigerung der erreichbaren inneren und äußeren Genauigkeiten bei trigonometrischen und astronomischen Beobachtungen festzustellen. Es wurden folgende Meßgenauigkeiten erreicht, die in den letzten Jahren größtenteils noch unterboten wurden:

- mittlerer Fehler einer in zwei Fernrohrlagen beobachteten Richtung $m_r = \pm 0,3$,
- mittlerer Fehler eines in zwei Fernrohrlagen beobachteten Azimuts $m_A = \pm 0,8$,
- mittlerer Fehler einer Längenbestimmung aus einem in zwei Fernrohrlagen gemessenen Sterndurchgang im Meridian $m_\lambda = \pm 0,03$,
- mittlerer Fehler in der Bestimmung der geographischen Breite nach der Methode HORREBOW-TALCOTT für ein Sternpaar $m_\varphi = \pm 0,3$, nach der Methode STERNECK für ein Sternpaar $m_\varphi = \pm 0,4$.

Systematische Fehler in der Bestimmung des Azimuts, der geographischen Länge und Breite sind nicht nachweisbar.

Aus diesen Angaben ist die hohe Leistungsfähigkeit des neuen Universalinstruments Theo 002 und seiner umfangreichen Zusatzausrüstung zu erkennen. Der Einsatz dieser Gesamtausrüstung gewährleistet 1. eine höhere innere und äußere Meßgenauigkeit, 2. eine

entscheidende Steigerung der Arbeitsproduktivität, und sie erschließt 3. neue Möglichkeiten in der Erforschung der erreichbaren Genauigkeit in der geodätisch-astronomischen Punktbestimmung.

Erfahrungen bei der weiteren Verbesserung von Almukantaratsdurchgangsbeobachtungen
mit dem Zirkumzenital

von

K.-G. STEINERT ¹⁾

Summary

Reconstruction of the Circumzenithal yielded an improvement of the instrument's vertical axis and of the horizontal fine motion. Systematic errors could be eliminated, using temperatures for treatment of observations measured inside and outside the instrument. The results prove that temperature and wind effects as well as the vibration of star images influence the mean error of the unit weight, m_0 , and the elements of interior accuracy, $\bar{m}_{\Delta\varphi}$ and $\bar{m}_{\Delta\lambda}$, but do not affect the elements of exterior accuracy, $m_{\varphi a}$ and $m_{\lambda a}$. The mean errors obtained from 18 series of 1972 observations are as follows:

$$m_0 = \pm 0''34, \quad \bar{m}_{\Delta\varphi} = \pm 0''12, \quad \bar{m}_{\Delta\lambda} = \pm 0^s013,$$

$$m_{\varphi a} = \pm 0''14, \quad m_{\lambda a} = \pm 0^s014.$$

1. Einleitung

Die bis 1970 erreichte Genauigkeit der Beobachtungen am Dresdener Zirkumzenital (ZZ) ist u.a. charakterisiert durch den mittleren Gewichtseinheitsfehler (mittlerer Fehler eines Sterndurchgangs) $m_0(1970) = \pm 0''50$ [3, 4]. Im Vergleich mit anderen Typen von astrometrischen Präzisionsinstrumenten ist diese Genauigkeit noch unbefriedigend. Im Herbst 1972 wurden weitere Beobachtungen mit dem ZZ im Pavillon des Lohrmann-Observatoriums der Sektion Geodäsie und Kartographie an der Technischen Universität Dresden in Gönnsdorf durchgeführt. Es war zu untersuchen, durch welche Maßnahmen der mittlere Gewichtseinheitsfehler m_0 der ZZ-Beobachtungen verkleinert werden kann. Andererseits ist bekannt - worauf neuerdings auch RAMBOUSEK [2] wieder hinweist -, daß der mittlere Gewichtseinheitsfehler m_0 ein unvollkommenes Mittel zur Charakterisierung der Genauigkeit von Beobachtungen dieser Art ist. Es wird also zu prüfen sein, welche Faktoren m_0 beeinflussen und wie sich diese auf die äußere Genauigkeit der Beobachtungen am ZZ auswirken.

1) Technische Universität Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie
DDR - 8027 Dresden, Mommsenstr. 13

2. Maßnahmen zur Verbesserung der Beobachtungsergebnisse

Vor der neuen Beobachtungskampagne war das ZZ einer gründlichen Durchsicht und Überholung unterzogen worden. Insbesondere waren die ursprünglich eingebauten V-Lager für die azimutale Drehung des Oberteils durch zwei plangeschliffene, justierbare horizontale Ringe ersetzt worden, zwischen denen sich ein Kugellager befindet. Die seitliche Führung des Oberteils wird durch sechs ebenfalls justierbare, vertikal liegende kleine Kugellager sichergestellt. Durch diesen Umbau ist der Taumelfehler der Vertikalachse auf weniger als 5" verkleinert worden. Eine weitere instrumentelle Veränderung betraf die Feinbewegung der Horizontaldrehung, deren Zügigkeit verbessert und deren toter Gang praktisch beseitigt wurde.

Die während des Beobachtungsvorganges eingeführten Maßnahmen sind auf die bessere Erfassung des Temperaturfeldes im und um das Instrument gerichtet. Zunächst wurde labormäßig in einigen Meßreihen das Temperaturverhalten im Spiegelträger untersucht. Hierzu wurden drei Paare von Kupfer-Konstantan-Thermoelementen in einem vertikalen Schnitt jeweils paarweise in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks direkt mit dem Spiegelträger in Kontakt gebracht. Damit konnte die Temperaturdifferenz zwischen jeweils zwei Ecken dieses Dreiecks gemessen werden. Ein weiteres Paar gestattete die Messung der vertikalen Temperaturdifferenz direkt auf dem einen der beiden Spiegel.

Während der eigentlichen Beobachtungen wurde vor jedem Sterndurchgang ein Kontaktthermometer abgelesen, welches auf der unteren horizontalen Fläche des aus Ardostan bestehenden Spiegelträgers angebracht war. Außerdem wurde, ebenfalls vor jedem Sterndurchgang, die Lufttemperatur in 0,5 m Höhe über der horizontalen Umfassungsmauer des Beobachtungspavillons (Abb. s. in [3]) gemessen. Um die unvermeidbare Differenz zwischen Luft- und Gerätetemperatur möglichst klein zu halten, wurde in der in Beobachtungsrichtung links gelegenen Seitenöffnung des ZZ ein Radialventilator betrieben. Der Strom der angesaugten Außenluft war auf das Spiegelsystem des ZZ gerichtet. Während der Beobachtung eines Sterndurchgangs mußte der Ventilator abgeschaltet werden, da die erzeugte Luftturbulenz den Quecksilberhorizont störte.

Die Zeitregistrierung geschah in der ersten Hälfte der Beobachtungskampagne in klassischer Weise mit dem Druckchronographen. In der zweiten Hälfte wurde eine von POTTHOFF [1] für sein photoelektrisches Passageinstrument gebaute Einrichtung erfolgreich angewendet, die die Zeitregistrierungen auf einem Lochstreifen festhält.

Die erhaltenen Beobachtungen wurden zunächst in der für Höhendurchgangsbeobachtungen üblichen Weise mit drei Unbekannten (Verbesserungen für Breite, Länge und Instrumentenzenittdistanz) ausgeglichen. Um festzustellen, inwieweit die Einführung eines Temperaturkoeffizienten für die Instrumentenzenittdistanz als Unbekannte eine Verbesserung der Ergebnisse mit sich bringt, wurde noch eine Zweitausgleichung mit vier Unbekannten durchgeführt.

3. Analyse der Ergebnisse

In diese Analyse gingen 18 Beobachtungsserien mit je 20 bis 25 Sternen ein. Vor

der eigentlichen Beobachtungskampagne wurden im Rahmen einer Diplomarbeit Temperaturdifferenzmessungen am Spiegelträger des ZZ vorgenommen. Es ergab sich, daß die momentanen Temperaturdifferenzen Δt_g zwischen höchstem und tiefstem Punkt des Spiegelträgers in vier Meßreihen von je 1,5 bis 2 Stunden Dauer im Bereich $0,07 < \Delta t_g < 0,46$ grad lagen. Wurde während der ganzen Meßdauer der Ventilator im Inneren des ZZ betrieben, dann blieben die Temperaturdifferenzen bei drei durchgeführten zweistündigen Meßreihen im Bereich $0,03 \text{ grad} < \Delta t_g < 0,15 \text{ grad}$. Eine Temperaturdifferenz $\Delta t_g = 0,5 \text{ grad}$ bewirkt allerdings nur eine Änderung des Spiegelwinkels und damit der Instrumentenzenittdistanz von $0,02$ bis $0,03$. Bezüglich der Verkleinerung der Differenz Δt_a zwischen Außen- und Instrumententemperatur erwies sich die Ventilation als sehr förderlich. Ohne Ventilation ergab sich während der ganzen Meßserie ein $\Delta t_a = 2,0 \dots 2,5 \text{ grad}$, während der entsprechende Wert nach ca. 0,5 Std. vor der Beobachtung einsetzender Ventilation bei $\Delta t_a = 0,2 \dots 1,5 \text{ grad}$ lag. Die Ventilation beseitigt auch eine unerwünschte Temperaturschichtung im Instrument.

Nach Vorliegen der Ausgleichungsergebnisse zeigte sich eine Streuung der erhaltenen mittleren Gewichtseinheitsfehler in einem Bereich von $0,25$ bis $0,52$. Es war offensichtlich, daß m_0 mit einer Reihe von Störgrößen korreliert ist. Am deutlichsten ist die Korrelation mit der Luftunruhe. Verwendet man die von DANJON eingeführte 5stufige Skala einer von 1 bis 5 zunehmenden Luftunruhe, so ergibt sich eine Verschlechterung des mittleren Gewichtseinheitsfehlers m_0 von $0,10$ für eine Luftunruhestufe. Der Einfluß des Windes verschlechtert m_0 bei Zunahme um eine Einheit der Windstärke nach BEAUFORT um $0,06$. Ferner scheinen eine Vorzeichenumkehr im Verlauf der Änderung der Außentemperatur sowie eine relativ starke Änderung (z.B. 2 grad) des Unterschiedes zwischen Instrumenten- und Außentemperatur eine Vergrößerung von m_0 zu bewirken.

Die Betrachtung des vorliegenden Materials zeigt jedoch sofort, daß die genannten systematischen Fehlereinflüsse nur die innere Genauigkeit beeinflussen, d.h. die Fehlermaße, die aus der Streuung der Sterne einer Serie abgeleitet werden, nämlich m_0 sowie $m_{\Delta\phi}$ und $m_{\Delta\lambda}$ ($\bar{m}_{\Delta\phi}$ und $\bar{m}_{\Delta\lambda}$ in Tab. 1 sind Durchschnittswerte aus n Serien). Die Parameter der äußeren Genauigkeit $m_{\phi a}$ und $m_{\lambda a}$ (Streuung der Serien im System des Instruments) sind frei von den Einwirkungen der Luftunruhe und des Windes sowie von noch verbleibenden Temperatureinflüssen. Das spiegelt sich auch in der Tatsache wider, daß die Parameter der äußeren Genauigkeit bei Ausgleichung mit drei und vier Unbekannten gleich sind.

In Tab. 1 sind zur Berechnung der äußeren mittleren Fehler der Breitenbestimmung $m_{\phi a}$ alle 18 Serien herangezogen worden. Zur Berechnung von $m_{\lambda a}$ mußten die Ergebnisse von zwei Serien ausgelassen werden, bei denen ein grober Zeitfehler vorlag. In Sinne des oben über die Beeinflussbarkeit der inneren Genauigkeit Gesagten wurden bei der Berechnung der Spalten m_0 , $\bar{m}_{\Delta\phi}$ und $\bar{m}_{\Delta\lambda}$ vier Serien ausgelassen, bei denen laut Protokoll eine Windgeschwindigkeit (nach BEAUFORT) größer als 3 mit zusätzlichen Böen und außerdem eine Luftunruhe 3 und schlechter (nach der DANJON-Skala) verzeichnet waren. Im Vergleich zu den Beobachtungen im Jahre 1970 konnten die Parameter der inneren Genauigkeit um 28 %, die der äußeren Genauigkeit um 17 % verbessert werden.

Markscheiderische Messungen
zur Erfassung von Böschungsbewegungen in Tagebauen

von

HEINZ MEIXNER¹⁾

Summary

As a general principle, soil movements can be divided into a vertical and a horizontal component. The latter, whose determination is problematic, particularly comes to view in underground cavitations and slope failures. An account is given of results of investigations carried out by the Chair of Mining Geodesy with a view to determining soil movements. They included information on measurements made to determine soil movements in slopes of opencast-mine boundaries, and on photogrammetric deformation measurements. Several partly new methods of measurement making results rapidly available are discussed.

Der Nachweis der Standsicherheit von Tagebauböschungen ist für die Bergbaupraxis von großer Bedeutung. Nicht vorhandene Standsicherheit führt zu Böschungsrutschungen, Liegendaufpressungen und Grundbrüchen mit erheblichen Nachteilen in sicherheits- und produktionstechnischer Hinsicht. Unter dem Begriff Böschungsrutschung ist das Abgleiten eines Teils einer Böschung oder eines Böschungssystems entlang einer gekrümmten und geneigten Gleitfläche durch die Böschungsunterkante zu verstehen, wenn die Scherfestigkeit des Bodens überschritten wird. Tritt außerdem Verformung oder Bruch im Untergrund der Böschung bzw. des Böschungssystems ein, so ergeben sich Liegendaufpressungen infolge Verformung oder Grundbruchs.

Die Standsicherheit einer Böschung wird durch den Sicherheitsgrad als Verhältnis von vorhandener zu erforderlicher Scherfestigkeit angegeben. Der Bedeutung von bleibenden und fortschreitenden Böschungen entsprechend, wird in der "Rutschungsrichtlinie" [1] gefordert, Baggerböschungen und Böschungssysteme in gewachsenen oder gekippten Böden so zu gestalten, daß eine Sicherheit gegen Abgleiten von mindestens $\eta = 1,3$ bei bleibenden und $\eta = 1,1$ bei fortschreitenden Böschungen garantiert wird. Besondere Bedeutung hat die Standsicherheit von Tagebau-Randböschungen, die oft auch Sicherheitspfeiler für zu schützende Objekte sind.

In geeigneter Weise regelmäßig durchgeführte markscheiderische Bodenbewegungsmessungen sind für das frühzeitige Erkennen von beginnenden Gleitbewegungen, zur

1) Bergakademie Freiberg, Sektion Geotechnik und Bergbau
DDR - 92 Freiberg/Sa., Prüferstr. 1

Warnung des Betriebes bei Zunahme der Bewegungsgeschwindigkeit und zum Nachweis der Wirksamkeit vielfältiger betrieblicher Sicherungsmaßnahmen gegen Rutschungen unerläßlich [6]. Die Vektoren der Gleitbewegung einzelner Punkte setzen sich aus einer Vertikal- und einer Horizontalkomponente zusammen, so daß Böschungs-rutschungen mit Hilfe von Senkungs- und Horizontalverschiebungsmessungen kontrollierbar sind. Während die Erfassung der Vertikalkomponente durch Nivellement mit Anschluß an bergsichere Höhenfestpunkte seit langem als gesichert anzusehen ist, setzt die entsprechend genaue Erfassung der Horizontalkomponente erheblichen Aufwand voraus. Deshalb waren spezielle Untersuchungen dem Problem der Horizontalverschiebungsmessungen gewidmet.

Genauigkeitsforderungen müssen zunächst grundsätzlich mit dem verfolgten Zweck der Erfassung von Bodenbewegungen im Einklang stehen, so daß sich daraus auch die Wahl geeigneter Meßverfahren ergibt. Praktische Forderungen gehen nur selten über ± 10 mm Lagegenauigkeit und ± 3 mm Höhengenaugkeit [9] hinaus, Messungsaufwand und -methoden werden außerdem im speziellen Fall vom nachzuweisenden oder auf Grund von Vorausberechnungen zu erwartenden Betrag der Bewegung, d.h. der Punktwanderung, diktiert. Die Messungen zur Erfassung von Bodenbewegungen müssen deshalb so gestaltet werden, daß die zu erwartenden Messungsunsicherheiten in ihrer Auswirkung auf das Ergebnis mit Sicherheit kleiner als die zu erwartenden oder nachgewiesenen Bewegungsbeträge sind. Unter Berücksichtigung der t-Verteilung von Stichprobenfunktionen ist es möglich, Angaben über die Wahrscheinlichkeit von Maximalfehlern auch dann zu erhalten, wenn der mittlere Fehler aus Messungsreihen geringen Umfanges abgeleitet wurde, also selbst erheblich unsicher ist [7].

Werden die bekannten Meßverfahren zur relativen Erfassung von Böschungsbewegungen in Tagebauen außer acht gelassen, so können zur absoluten Erfassung von Bodenbewegungen nach dem heutigen Stand der technischen Entwicklung für den praktischen Einsatz trigonometrische Verfahren (Winkeldifferenzverfahren; Einzelpunktbestimmung; gruppen- oder netzweise Punktbestimmung), Streckenmeßverfahren (Bogenschnittverfahren; Diagonalvierecksmethode), Polygonierungsverfahren und photogrammetrische Verfahren (Parallaxenmessung in gleichorientierten Einzelbildern mit "Zeitbasis"; Stereophotogrammetrie) in Betracht gezogen werden [2, 8]. Methodisch gesehen, werden Horizontalverschiebungen eindeutig definierter Punkte (vermarkter Festpunkte) aus wiederholten Lagemessungen abgeleitet. Wegen der Notwendigkeit regelmäßig anzusetzender Wiederholungsmessungen werden jene der genannten Verfahren bevorzugt angewendet, welche bei vertretbarem instrumentellem, personellem und zeitlichem Aufwand dem Zweck entsprechende Ergebnisse erwarten lassen. Dabei müssen nach Möglichkeit die folgenden grundsätzlichen Forderungen erfüllt werden:

- Erstmessung vor Einwirkung des Bergbaus,
- Anschluß der Wiederholungsmessungen an unveränderte Festpunkte in bergbaufreiem Gebiet,
- Durchführung der Messungen nach einheitlichen und stets gleichbleibenden Verfahren,
- Anwendung solcher Meßverfahren, die Wiederholungsmessungen auch in kurzen Zeitabständen mit vertretbarem Aufwand gestatten und die weitestgehende Ausschaltung systematischer Einflüsse ermöglichen.

Von den genannten möglichen Meßverfahren wurden diejenigen näher untersucht, denen zum gegenwärtigen Zeitpunkt bei Tagebaumessungen besondere Bedeutung zukommt, da eine sehr schnelle Bereitstellung der Meßergebnisse gewährleistet werden kann. Es sind dies das Winkeldifferenzverfahren [8], das Verfahren des wiederholten, überbestimmten Rückwärtseinschneidens und das Verfahren des wiederholten Bogenschnittes mit elektrisch gemessenen Strecken [6]. Große praktische Bedeutung haben darüber hinaus photogrammetrische Deformationsmessungen an Tagebauböschungen auf der Grundlage der Stereophotogrammetrie mit Zeitbasis [11, 12] erlangt.

Die Vielfalt der Ursachen von Böschungsbewegungen in Tagebauen [4, 5] berechtigt zu der Feststellung, daß deren Erfassung mit zu den am häufigsten anfallenden und umfangreichsten vermessungstechnischen Arbeiten der Markscheidereien zu zählen ist. Die künftige Entwicklung muß davon geprägt sein, daß leistungsstarke Vermessungssysteme jeder Forderung nach einer sicheren Erfassung von Böschungsbewegungen gerecht werden; doch muß der Umfang der Meß- und Kontrolleinrichtungen in einem vertretbaren Verhältnis zum möglichen Schaden stehen [2]. In Zukunft wird mehr als bisher der Einsatz elektrischer Kurzstreckenmeßgeräte (Entfernungsbereich etwa 2 km) eine Rolle spielen.

Ein besonderer Hinweis ist jedoch noch auf Vergenzograph- und Tensometermessungen erforderlich, da, obwohl lediglich relative Veränderungen erfaßt werden, diese Messungen mit selbstregistrierenden Geräten kontinuierlich durchgeführt werden können. Der Vergenzograph [10] dient zur kontinuierlichen Kontrolle bereits ausgelöster Bodenbewegungen im Bereich von Zerrungsrissen; Kopplung mit einer Alarmeinrichtung ist möglich. Tensometergeräte, die mit unterschiedlichen Basislängen an beliebigen Stellen unter Terrain angebracht werden können, geben kontinuierlich Aufschluß über alle Komponenten des Deformationstensors [3]. Es ist abzusehen, daß Tensometermessungen alle anderen Verfahren der meßtechnischen Erfassung von Punktwanderungen ergänzen und örtlich verdichten werden.

Literatur

- [1] DÖRFELT, H. Richtlinie zur Verhütung von Rutschungen in Braunkohlentagebauen vom 20. September 1962 (Rutschungsrichtlinie).
Bergbautechnik 13 (1963) 1, S. 45-47
- [2] DORSCHNER, E. Erfassung von Bodenbewegungen an Tagebaukanten nach mehreren Methoden.
Bergbautechnik 13 (1968) 9, S. 459-465
- [3] GUSTKIEWICZ, J. Bodentensometrie und ihre Anwendung bei den Problemen der Bergschäden.
Arch. Górnictwa 7 (1962) 4, S. 363-377
- [4] MEIER, S. Ausgleichung horizontaler Punktverschiebungen nach vermittelnden Beobachtungen und Beobachtungsdifferenzen.
Geod. u. geophys. Veröff. R. III, Berlin (1971)
25

- [5] MEIXNER, H. Zur Theorie des Senkungstrogenes in Tagebaugebieten. Freiburger Forsch.-H. A 334 (1965), S. 143-156
- [6] MEIXNER, H. Nachweis von Bodenbewegungen in Tagebaurandböschungen. Freiburger Forsch.-H. A 458 (1969)
- [7] MEIXNER, H. Über die Bedeutung der mathematischen Statistik für das Markscheidewesen. Vermessungstechnik 18 (1970) 3, S. 82-86
- [8] MEIXNER, H. Möglichkeiten des meßtechnischen Nachweises von bergbaulich verursachten Bodenbewegungen. Bergakademie 22 (1970) 7, S. 417-421
- [9] NEUBERT, K. Markscheidewesen, Band II. Leipzig 1964
- [10] RUDOLF, H. Erfahrungen beim Einsatz eines Gerätes zur selbständigen Registrierung von Bodenbewegungen (Vergenzograph). Bergbautechnik 15 (1965) 7, S. 349-350
- [11] RÜGER, W.;
VOGL, W. Photogrammetrische Bewegungsmessungen an Absetzerkippenböschungen. In: Das Markscheidewesen in den sozialistischen Ländern, Bd. I, S. 269-285. Moskau 1964
- [12] VOGL, W. Die Genauigkeit photogrammetrischer Bewegungsmessungen an Absetzerkippenböschungen. Vermessungstechnik 9 (1961) 8, S. 239-241

Die geodätische Analyse relativer Punktlageänderungen

von

MARTIN SCHÄDLICH ¹⁾

Summary

The problem is worded in the meaning of the hypothesis testing of mathematical statistics. It includes the test planning (optimization of the observations), the measurements, the (geometrical) reduction of the measuring results, and the statistic evaluation, according to error theory, of the (reduced) results of observations. The latter consists in the fitting of a significant mathematical model to the measured random samples. Formulation of the mathematical total problem, optimization procedures, target functions. Models for adjustment and test method. Conception of the model error. Importance of the FISHER test. Principle of the model formation and hypothesis testing: from plain (zero model) to complex (point displacements). Error theoretic analysis of the measuring process as a premise to model construction. Special case of the one-dimensional point crowd (geometric levelling). Importance of the "systematic error" (bias) and of the algebraic and physical correlations. Correlations between the model of optimization and that of the adjustment. Statistic interpretation of the results of parameter estimate.

1. Das Problem

Formulierung und Lösung eines Problems stehen in engem Zusammenhang. Ein unvollständig oder nicht widerspruchsfrei formuliertes Problem führt im allgemeinen zu keiner befriedigenden Lösung. Dies gilt u.a. auch für jene Aufgaben der statistischen Hypothesenprüfung, deren Lösungen wegen der geringen Größe der gesuchten Parameter die sorgfältige Analyse der zwischen Meßtechnik und Fehlertheorie bestehenden Zusammenhänge aussetzen. Es liegt deshalb nahe, diesen Sachverhalt in der Geodäsie u.a. überall da zu berücksichtigen, wo der Verzicht auf eine von einer eindeutigen Zielfunktion abhängig zu machende Meßtechnik den Informationsgehalt der zu beschaffenden Stichproben nennenswert verringert und damit den Signifikanznachweis relativer Punktlageänderungen schwer oder gar unmöglich macht. An die möglichen Folgen einer Fehlinterpretation geodätischer Messungsergebnisse in der Volkswirtschaft und den Geowissenschaften sei am Rande erinnert.

Es kommt also bei genügend kleinen Punktlageänderungen nicht nur darauf an, den Informationsgehalt der gemessenen Stichproben über ein geeignet anzupassendes mathematisches Modell voll auszuschöpfen, sondern ihn a priori bezüglich vorzuzugender Netze

¹⁾ VEB Kombinat Geodäsie u. Kartographie, Forschungszentrum
DDR-7022 Leipzig, Gohliser Str.4

tionen und Aufwandsgrenzen zu maximieren, um statistische Fehlentscheidungen über die Natur der geschätzten Verschiebungsvektoren bzw. Änderungsgeschwindigkeiten so unwahrscheinlich wie möglich zu machen.

Für die geodätische Analyse relativer Punktlageänderungen lassen sich dann folgende drei Hauptaufgaben unterscheiden:

- Versuchsplanung (Optimierung der Netzmessungen),
- Messung plus Reduktion der Ergebnisse in das vorgegebene Koordinatensystem und
- Beschreibung der gemessenen Stichproben mittels eines signifikanten mathematischen Modells (Modellanpassung).

Die Versuchsplanung besteht aus zwei Teilen:

- Auswahl der aus tektonischen oder physikalischen Gründen (bei Staumauern u.a.) sich anbietenden Fixpunkte (als Aufgabe der Geologen bzw. Bauingenieure) und
- Netzerkundung und Optimierung der Beobachtungsgewichte (als Aufgabe der Geodäten).

Neben der Netzoptimierung ist der Prozeß der Modellanpassung der wesentliche Fakt bei der Lösung des Problems. Er steht mit der physikalischen Analyse des Meßprozesses in engstem Zusammenhang (s.u.). Außerdem führt die im Sinne der statistischen Analyse verstandene Problemstellung zu einer entsprechenden Verallgemeinerung des Modellbegriffs der Fehlertheorie, welcher bislang das mathematische Modell der Optimierung ausklammerte und deren Wechselbeziehungen zur Netzausgleichung bzw. "Fehlerfortpflanzung" vernachlässigte [6].

Die nachfolgenden Ausführungen sind als Skizzierung des Gesamtproblems zu verstehen. Zwecks Vereinfachung der Zusammenhänge beschränken wir uns auf den Fall von $v = 1$ Wiederholungsmessungen.

2. Das mathematische Modell

Die Konstruktion des Modells beginnt mit der Netzskizze, deren durch die geologisch-tektonischen Gegebenheiten und die Topographie bedingte Konfiguration die geometrische Veranschaulichung der funktionalen Zusammenhänge innerhalb des mathematischen Gesamtmodells ist. Abl. 1 verdeutlicht dies an einem zweidimensionalen schematischen Beispiel (Richtungs-Streckennetz zur Analyse der Relativbewegung zweier "gestörter" Krustenteile). Ziel der Analyse sind Wahrscheinlichkeitsaussagen (Punkt- und Intervallschätzungen) über das zeitliche Verhalten der Vektoren $\vec{f}_1 = \overrightarrow{P_1 P_1'}$ mittels wiederholter Realisierung der optimalen Beobachtungsgewichte p_1 . (Die ausschließliche Bestimmung der Vektoren $\overrightarrow{P_1 P_1'}$ über die zugehörigen Polygonzüge würde wegen der fehlenden Figurenschlüsse und überschüssigen Beobachtungen eine Modellanpassung im Sinne der Fehlertheorie unmöglich machen.)

Die Zielfunktion der Analyse lautet dann in allgemeiner Form

$$(1) \quad Z = \sum_{f_1}^2 = \text{spur } Q_f = \text{Minimum}$$

mit der Kovarianzmatrix

$$(2) \underline{Q}_f = \underline{F} \underline{Q}_x \underline{F}^T = \underline{F} (\underline{A}^T \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{F}^T = \underline{F} \underline{N}^{-1} \underline{F}^T \quad (m_0 = 1)$$

und der Nebenbedingung

$$(3) K = K(\underline{n}) = \Sigma (K_0 + K(n))_i \leq \text{konstant} .$$

Es bedeuten \underline{A} die Matrix der Verbesserungsgleichungen, \underline{F} die aus dem Vektor $\underline{f}(x)$ folgende Funktionsmatrix, K_0 die vom Meßprozeß unabhängigen Einrichtekosten (Vermarkung, Signalbau und Instrumente) und $K(n_i)$ die von den Wiederholungszahlen n_i abhängigen Beobachtungskosten einer Station.

Das vorstehende nichtlineare Optimierungsproblem ist nur dann lösbar, wenn der durch (3) ausgewiesene zulässige Bereich für n_i und die vorgegebene Zielfunktion Z konvex sind. Im Falle $K_{0i} > 0$ trifft dies nicht zu, und die allgemeine Lösung stößt auf gewisse, bei Ausklammerung der K_0 und Beachtung des Zusammenhangs zwischen $K(n_i)$ und den entstehenden Korrelationen mehrfacher Satzmessungen vermeidbare Schwierigkeiten. Einen Lösungsalgorithmus für konvexe Bereiche enthält [5].

Im Sonderfall freier Netze ist bei vermittelnder Ausgleichung die Normalgleichungsmatrix \underline{N} singulär. Es existieren dann ein Lösungsgebiet

$$(4) \underline{x} = \underline{x}_g + \underline{G} \underline{t} = \underline{H} \underline{x}_g$$

und die vom Einfluß der Sonderlösung \underline{x}_g befreite "innere" Kovarianzmatrix

$$(5) \underline{Q}_x = \underline{H} \underline{Q}_g \underline{H}^T \quad (\underline{H} = \underline{H}(\underline{E}, \underline{G}))$$

mit

$$(6) \text{spur } \underline{Q}_x = \Sigma m_{x_i}^2 = \text{Minimum} .$$

Die u,d-Matrix \underline{G} ist von der Anzahl d der Transformationsparameter (Verschiebung Drehung und Dehnung) des Netzes und der Wahl der "Anschlußpunkte" $x_{1,2} = 0$ abhängig ($u =$ Zahl der Unbekannten x_i). Sie genügt wegen der Invarianz des Beobachtungsvektors \underline{l} , der Netzfunktionen \underline{f} und der Matrix \underline{Q}_x gegenüber Netztransformationen den Bedingungen

$$(7) \underline{A} \underline{G} = \underline{N} \underline{G} = \underline{F} \underline{G} = \underline{Q}_x \underline{G} = \underline{Q}_f \underline{G} \equiv 0 .$$

Die vorstehenden, aus der "inneren Fehlertheorie" des freien Punkthaufens [4] folgenden Sätze veranschaulichen die geometrischen Zusammenhänge des Problems. Eine direkt unmittelbar aus der Netzausgleichung folgende Lösung \underline{x} , \underline{Q}_x ergibt sich bei Anwenden der BJERHAMMARschen verallgemeinerten Inversen [5].

Abb.2 zeigt das mathematische Gesamtmodell der geodätischen Analyse als Blockdiagramm. Die linke Hälfte enthält die den jeweiligen Teilprozeß charakterisierenden funktionalen Beziehungen (Verbesserungs-, Funktions- und Bestimmungsgleichungen), die rechte Hälfte die zugehörigen Kovarianzmatrizen. $\lambda_{1,2}$ bedeuten die Registrierergebnisse (Werte), die innerhalb der beiden mit dem Epochenunterschied ΔT durchgeführten

messungen gewonnen wurden. $\underline{l}_{1,2}$ sind die gemessenen Strecken, Richtungen und Zenitdistanzen.

Beim Teilprozeß Netzausgleichung (Modellanpassung) treten im Falle angeschlossener Netze zum System der Verbesserungsgleichungen noch entsprechende, aus der Konstanz der Fixpunkte folgende Bedingungsgleichungen hinzu. Faßt man das Minimumsprinzip $\underline{v}^T Q^{-1} \underline{v} = \text{Minimum}$ als Zielfunktion und die identisch verschwindenden Figurenwidersprüche $w_i(v_i) \equiv 0$ als Randbedingungen auf, dann läßt sich das Ausgleichungsproblem als Optimierung der scheinbaren Verbesserungen \underline{v} interpretieren.

Für die Modellanpassung der beiden Beobachtungsreihen $\underline{l}_{1,2}$ bieten sich bei gleichem Stichprobenumfang zwei die gleichen Lösungen liefernde Verfahren an:

- getrennte Ausgleichung der auf die mittleren Epochen $T_{1,2}$ reduzierten Stichproben $\underline{l}_{1,2}$ (statistischer Fall) und
- Ausgleichung der "gemessenen" Differenzen $\underline{\delta l}$ (dynamische bzw. kinetische Netze) [3].

Beide Methoden haben ihre Vor- und Nachteile: Die erstere ermöglicht die Modellanpassung auch bei verschiedenem Umfang der Stichproben $\underline{l}_{1,2}$ und erleichtert die bei negativem Ausgang der Signifikanzprüfung (F-Test) notwendige Modellverbesserung; die zweite eliminiert u.U. wegen der Differenzbildung a priori einen großen Teil der zwischen den Beobachtungen $\underline{l}_{1,2}$ wegen Fehler der Eichkonstanten und "systematischer" Einflüsse der äußeren Bedingungen (Refraktion, Schwerfeld u.a.) bestehenden Abhängigkeiten. Dieser scheinbare Gewinn wird jedoch durch die zwischen den Verschiebungskomponenten $\delta x_{i,k}$ bestehenden, entfernungsabhängigen Bewegungskorrelationen

$$(8) \quad r_{ik}^{\delta x} = \exp -f(s_{ik}) < 1$$

wieder aufgehoben. Die physikalisch hinreichend begründete Funktion (8) approximiert man über vorangegangene Erhebungen an geeigneten Objekten. Die Transformation von (8) in die Bewegungskorrelationen $r_{ik}^{\delta l}$ erfolgt über die Matrix \underline{A} der Verbesserungsgleichungen [3].

Zwecks Beseitigung der Mehrdeutigkeit geodätischer Richtungsdifferenzen δl_i ist es offenbar notwendig, in jedem Netzpunkt ein LAPLACE-Azimumt als Ausgangsrichtung zu messen (LAPLACE-Netze). Die δl_i ergeben sich dann über die absolute Orientierung der Richtungssätze.

3. Signifikanzprüfung

Der Teilprozeß Signifikanzprüfung (Abb. 3) besteht

- in der Prüfung des mathematischen Modells (F-Test) und
- im Testen der geschätzten mittleren Differenzen $\delta \bar{f}$ bzw. $\delta \bar{x}^{\infty}$ ($\infty \triangleq x, y, z$) auf statistische Sicherheit (t-Test).

Die Ablehnung der Nullhypothese ($\sigma \equiv \sigma_0$) beim F-Test bedeutet die mit der Irrtumswahr-

scheinlichkeit α verknüpfte Existenz verborgener Modellfehler innerhalb der Messung oder Netzausgleichung. Ihre Beseitigung erfolgt über die Analyse des Meßprozesses, insbesondere der algebraischen und physikalischen Abhängigkeiten der Meßergebnisse. Eine weitere Voraussetzung für die Modellverbesserung ist die Berücksichtigung der Zielweitenabhängigkeit $m^2(s)$ der Varianzen der einzelnen Registriersysteme [8, 10].

Bei Annahme der Nullhypothese folgt die Signifikanzprüfung der mittleren Differenzen $\delta\bar{x}$ bzw. $\delta\bar{f}$ mittels des t-Testes. Annahme bzw. Ablehnung der Hypothese

$$(9) \quad \bar{x}_1^i \equiv \bar{x}_2^i \quad \text{bzw.} \quad \bar{f}_1^i \equiv \bar{f}_2^i \quad (X, \bar{f} = \text{Erwartungswerte})$$

ist das Hauptergebnis der geodätischen Analyse des relativen Bewegungsverhaltens von Festpunktgruppen. Der t-Test kann entfallen, wenn die Analyse lediglich quantitativen Charakter hat. Er dient dann evtl. zum Signifikanznachweis der im Funktionalmodell mitgeführten Entwicklungskoeffizienten c_i einer stetigen Veränderlichen t . Für $\nu > 1$ Wiederholungsmessungen erfolgt die Modellanpassung über eine Varianzanalyse.

Es lassen sich noch andere geeignete Prüfverfahren angeben. Die erwähnten Methoden sollen lediglich einen Überblick über das Gesamtproblem vermitteln helfen.

4. Schlußbemerkungen

Ein wesentlicher Aspekt der geodätischen Hypothesenprüfung liegt in der führenden Rolle der Geologen bzw. Bauingenieure bei der Vorgabe der zu analysierenden Netzfunktionen f_i . Ein Ersatz der Zielfunktion $\text{spur } \underline{Q}_f$ durch die Invariante $\text{spur } \underline{Q}_x$ der Netzkoordinaten bedeutet offenbar, daß seitens der Geologie bzw. des Bauwesens noch keinerlei Hypothesen über rezente relative Punktageänderungen bestehen. Folgen sind die Komplizierung der Modellanpassung [7] und eine gewisse Unbestimmtheit des Problems, weil der relative Charakter des Bewegungsbegriffs das Konzipieren von Fixpunkten voraussetzt.

Andererseits ermöglicht ein von Null verschiedenes tektonisches oder baumechanisches Modell eine gewisse Entschärfung des geodätischen Problems. Bei genügend großen Bewegungsgeschwindigkeiten besteht letzteres nur noch im quantitativen Nachweis der relativen Punktbewegungen und hat seinen Charakter als statistische Hypothesenprüfung verloren.

In jüngster Zeit ist es gelungen, die Zielfunktionen $\text{spur } \underline{Q}_{f,x}$ als Sonderfall einer Linearkombination zwischen Netzgenauigkeit und Kostenaufwand auszuweisen [11]. Offenbar wird aber dieser Sonderfall wegen des mit der vorliegenden Hypothesenprüfung verbundenen volkswirtschaftlichen Risikos dem Problem gerechter als der allgemeine, die Genauigkeit und Kosten gleichzeitig optimierende Ansatz.

Die führende Rolle der vorzugebenden Zielfunktion und die eingangs erwähnte Einheit zwischen Netzoptimierung, Messung und Modellanpassung werden auch neue Ansatzpunkte für die Diskussion der bislang bekannt gewordenen Funktionalmodelle beim eindimensionalen Sonderfall (Modelle von BENDEFY [1], GHITĂU [2] u.a.) liefern. Ebenso werden weitere Untersuchungen zu den Wechselbeziehungen zwischen Meßtechnik und Modelltheorie die Leistungsfähigkeit der geodätischen Methode noch steigern helfen.

Literatur

- [1] BENDEFY, L. Grundlegende Probleme der Erforschung der rezenten Erdkrustenbewegung.
Gerlands Beitr. Geophysik 74 (1965) 6, S. 484-495
- [2] GHITÄU, D. Modellbildung und Rechenpraxis bei der nivellitischen Bestimmung säkularer Landhebungen.
Diss. Bonn 1970
- [3] MEIER, S. Ausgleichung horizontaler Punktverschiebungen nach vermittelnden Beobachtungen u. Beobachtungsdifferenzen.
Diss., Veröff. Nat.-Kom. Geod. u. Geophys., R. III, Berlin (1971) 25
- [4] WEISSEL, P. Innere Fehlertheorie eines Punkthaufens.
Dt. geod. Kommiss., R. A, München (1969) 61
- [5] MITTERMAYER, E. Eine Verallgemeinerung der Methode der kleinsten Quadrate zur Ausgleichung freier Netze.
Z. Vermess.-Wesen 96 (1971) 9, S. 401-410
- [6] PELZER, H. Die Genauigkeit elektromagnetisch gemessener Streckennetze, insbesondere im Flachland und über küstennahen Gewässern.
Dt. geod. Kommiss., R. C, München (1969) 136
- [7] PELZER, H. Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen.
Dt. geod. Kommiss., R. C, München (1971) 164
- [8] SCHÄDLICH, M. Zur Modellierung geodätischer Übertragungsmessungen.
Vermessungstechnik 18 (1970) 5, S. 180-185
- [9] SCHÄDLICH, M. Eine Verallgemeinerung des Modellbegriffs der Fehlertheorie.
Vermessungstechnik 20 (1972) 6, S. 221-223
- [10] SCHÄDLICH, M. Korrelationen und günstigste Zielweiten bei elektronischen Streckenmessungen.
Vermessungstechnik 20 (1972) 10, S. 388-391
- [11] WOLF, H. Polarität und Optimierung bei freien und eingeschalteten geodätischen Netzen.
Allg. Vermess.-Nachr. 77 (1970) 8, S. 291-298

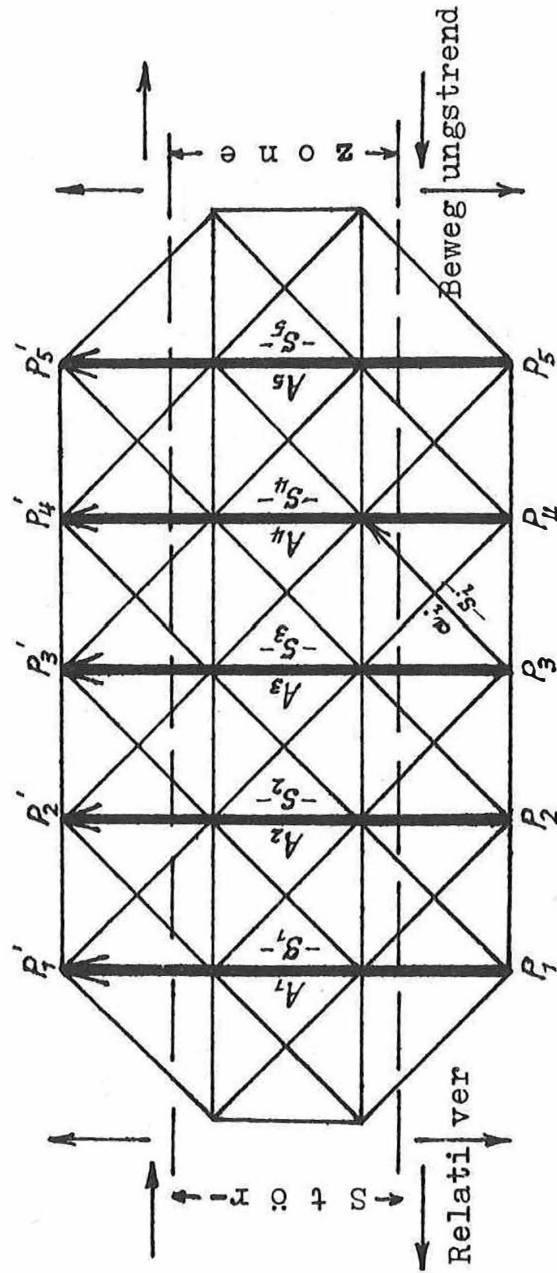


Abb. 1. Netzskizze

a) Netzoptimierung

$$\begin{array}{l}
 Z = \sum p_i^2 = \text{spur } Q_f = \text{Minimum} \\
 \underline{v} = \underline{A} \underline{x} - \underline{L} \quad \left| \quad Q \right. \\
 \underline{f} = \underline{F} \underline{x} \quad \left| \quad Q_x \right. \\
 K \leq \text{konstant}
 \end{array}$$

Lösung: $\underline{n} \hat{=} \underline{p}$

b) Messung

$$\begin{array}{l}
 l_1^i = l_1^i(\lambda_1^i) \quad \left| \quad Q_\lambda^1 \right. \\
 \text{Epochendifferenz } \Delta T \\
 l_2^i = l_2^i(\lambda_2^i) \quad \left| \quad Q_\lambda^2 \right.
 \end{array}$$

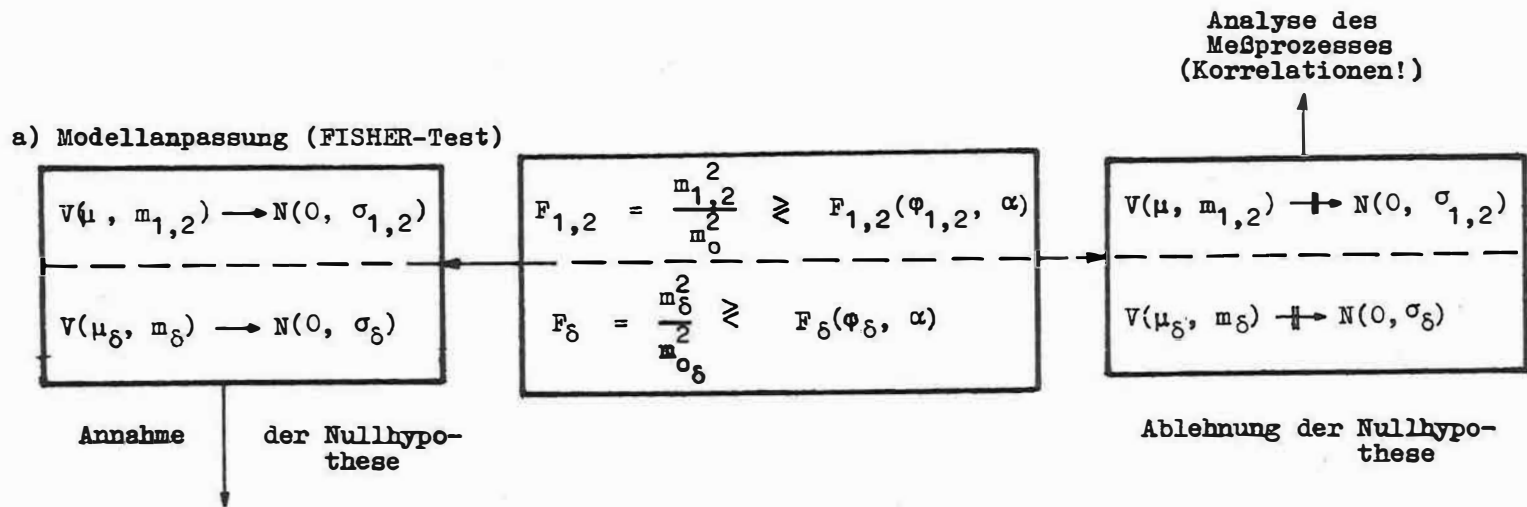
Ergebnis: $\underline{l}_{1,2}; Q_{1,2}$ bzw. $\underline{\delta l}, Q_\delta$

c) Netzausgleichung

$$\begin{array}{l}
 \underline{v}^T Q_{1,2}^{-1} \underline{v} = \text{Minimum} \\
 \underline{v}_1 = \underline{A} \underline{x}_1 - \underline{L}_1 \quad \left| \quad Q_1 \right. \\
 \underline{v}_2 = \underline{A} \underline{x}_2 - \underline{L}_2 \quad \left| \quad Q_2 \right. \\
 w_{1,2}^{\otimes}(\underline{v}_1) \equiv 0 \\
 \hline
 \underline{\delta v}^T Q^{-1} \underline{\delta v} = \text{Minimum} \\
 \underline{\delta v} = \underline{A} \underline{\delta x} - \underline{\delta L} \quad \left| \quad Q_\delta \right. \\
 w_{\otimes}(\underline{\delta v}_1) \equiv 0
 \end{array}$$

Lösung: $\underline{x}_{1,2}, Q_x^{1,2}; \underline{f}_{1,2}, Q_f^{1,2};$ $\underline{\delta x}, Q_{\delta x}; \underline{\delta f}, Q_{\delta f}$

Abb. 2. Das mathematische Modell



b) Signifikanzprüfung der Differenzen δx bzw. δf (STUDENT-Test)

Ergebnis:

$$t_{\bar{x}}^B = \left| \frac{\delta \bar{x}}{\delta \bar{x}} \right|^B \gtrless t_{\bar{x}}(\varphi_{\bar{x}}, \alpha)$$

$$t_{\bar{f}}^{s_A} = \left| \frac{\delta \bar{f}}{\bar{f}} \right|_{s_A} \gtrless t_{\bar{f}}(\varphi_{\bar{f}}, \alpha)$$

$> \rightarrow \delta \bar{x}, \delta \bar{f}$ signifikant

$< \rightarrow \delta \bar{x}, \delta \bar{f}$ nicht signifikant

Abb. 3. Signifikanzprüfung

Geodätische Verwendung von Sternbedeckungen durch den Mond

von

DIETER BÖHME¹⁾

Summary

In carrying out visual observations of extremely grazing occultations with a time error of 0.^s2 to 0.^s3 a relative accuracy can be achieved perpendicularly to the limit of shade of 10 to 20 metres between two stations located far away from each other. Practical tests are yet outstanding.

Beobachtungen von zentralen Sternbedeckungen durch den Mond haben gegenwärtig lediglich für die Astronomie eine große wissenschaftliche Bedeutung. Hier werden sie vorwiegend für die laufende Bestimmung von genauen Mondpositionen und für die Ableitung der Ephemeridenzeit verwendet. Für die Geodäsie spielten zentrale Sternbedeckungen bisher wegen der außerordentlich hohen Genauigkeitsanforderungen, die an die Beobachtungszeiten, die Mond- und Sternpositionen und das Mondrandprofil gestellt werden müssen, keine oder nur eine geringe Rolle. Daher konnten auch BATTERMANN und HOPMANN [2] mit einem umfangreichen Material von Sternbedeckungsbeobachtungen keinen Beitrag für die Geodäsie leisten.

Die für die nächste Zeit durch Mondorbiteraufnahmen zu erwartende Genauigkeitssteigerung im Mondrandprofil wird zwar den mittleren Beobachtungsfehler einer zentralen Sternbedeckung weiter senken; wegen der dann noch vorhandenen relativ großen zufälligen Fehler in den Sternpositionen wird aber immer noch eine große Zahl von Sternbedeckungsbeobachtungen erforderlich sein, um geodätisch brauchbare Werte für die absolute Position der Station zu erhalten.

Die hohen Genauigkeitsanforderungen, die der Geodät an die Sternbedeckungsmethode bei der Ableitung absoluter geozentrischer Positionen des Beobachtungsortes stellt, ergeben sich aus der relativ großen mittleren Entfernung des Mondes von der Erde. Da diese etwa dem 60fachen des Erdäquatorhalbmessers entspricht, wird eine Ungenauigkeit in der Mond- oder Gestirnsposition von 0,01 am Himmel einen Fehler von 0,6 in der geodätischen Position hervorrufen, der etwa 18 m auf der Erdoberfläche entspricht. Aber erst unterhalb dieses Genauigkeitswertes - etwa bei ±10 bis 15 m - werden aus Sternbedeckungsbeobachtungen abgeleitete geodätische Ergebnisse hinreichend interessant, um sie mit denen der Satellitengeodäsie vergleichbar zu machen.

1) Technische Universität Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie
DDR - 8027 Dresden, Mommsenstr. 13

Eine so hohe Genauigkeit erreichten erstmals 1949 O'KEEFE und ANDERSON [4], indem sie mit der sogenannten Isoposenmethode Sternbedeckungen für geodätische Zwecke beobachteten. Hierfür wurde ein und derselbe Stern nacheinander an mindestens zwei einige hundert Kilometer entfernt voneinander liegenden Stationen mit photoelektrischen Registriereinrichtungen beobachtet. Um Fehler, die durch Ungenauigkeiten bei der Darstellung des Mondrandprofils in das Problem hineingetragen werden, zu umgehen, wurden die Beobachtungsstationen so ausgewählt, daß die Bedeckung desselben Sterns auf den beteiligten Stationen unter dem gleichen Positionswinkel am Mondrand stattfindet. Die so ausgewählten Stationen liegen dann auf einer Isopose. Jeder Stern wird dabei auf einer anderen Isopose beobachtet.

Diese Methode liefert genaue geodätische Korrekturen in der Bewegungsrichtung des Mondschattens auf der Erdoberfläche. O'KEEFE und ANDERSON erreichten für den mittleren Fehler einer Beobachtung nach der Ausgleichung einen Wert von $\pm 11,2$ m, welchem bei mittlerer Monddistanz eine relative Positionsgenauigkeit von $\pm 0,006$ am Himmel entspricht.

Nach DUNHAM [1] ist es möglich, mit der Methode der extrem streifenden Sternbedeckungen geodätische Korrekturen mit großer Genauigkeit senkrecht zur Bewegungsrichtung des Mondschattens auf der Erdoberfläche zu erhalten. Damit kann diese Methode die Isoposenmethode ergänzen, die nur Informationen in der Bewegungsrichtung des Mondschattens liefert.

Bei der Beobachtung von streifenden Sternbedeckungen stellt sich eine Gruppe von etwa 5 bis 10 Beobachtern so auf die nördliche oder südliche Grenzkurve der Mondschattenbahn, daß die einzelnen Beobachter mit ihren Fernrohren in einer Reihe senkrecht zur Schattengrenze stehen. Infolge des Mondrandprofils werden sich für die einzelnen Beobachter, die je zur Hälfte innerhalb und außerhalb des Schattenbereiches stehen, u.U. mehrere Ein- und Austritte für ein und denselben Stern ereignen. Je nach der Anzahl der zur Verfügung stehenden Beobachter und Fernrohre, dem Grad der Zerklüftung des Randprofils und der erforderlichen Genauigkeit, die man bei der Beobachtung erreichen will, werden die Abstände zwischen den einzelnen Beobachtern einer Gruppe etwa zwischen 20 und 200 m variieren. Abb. 1 zeigt uns ein Beispiel von MORRISON [3] von einer streifenden Sternbedeckung. Die scheinbare Bahn des Sterns wurde hier gekrümmt dargestellt. Dafür konnte das Randprofil entsprechend dem Positionswinkel direkt entlang der Abszisse aufgetragen werden. Die von den einzelnen Beobachtern visuell erhaltenen Zeiten der Ein- und Austritte an verschiedenen Reliefformationen liefern bei der Reduktion der Beobachtungen das beobachtete Relief in Abhängigkeit vom Positionswinkel.

Zeichnet man sowohl das beobachtete als auch das durch den Randprofilatlas von WATTS gegebene Profil in getrennte Diagramme und paßt beide Reliefe miteinander ein, erhält man im allgemeinen eine Korrektur für den Positionswinkel Π und den Abstand $\Delta\sigma$ des Sterns von einem mittleren Mondniveau. Die Korrektur $\Delta\Pi$ ist eine systematische Korrektur der Positionswinkel des WATTS-Atlas, die hier aber nicht weiter interessiert. Die Korrektur für $\Delta\sigma$ enthält außer den Fehlern in der Stern- und Mondposition auch die zur Schattengrenze senkrecht liegende Fehlerkomponente, die von der Unsicherheit in der geodätischen Position herrührt. Aus den

Abweichungen der beobachteten von den prädierten Profilverpunkten ergibt sich für das in Abb. 1 gezeigte Beispiel ein mittlerer Fehler von $\pm 0,0083$ für $\Delta\sigma$. Dieser Wert entspricht einem zufälligen Lagefehler der geodätischen Position senkrecht zur Richtung der Schattenbewegung von ± 15 m.

Zur Ausschaltung der Fehler im Mond- und Sternort, die die Größe $\Delta\sigma$ systematisch verfälschen, schlägt DUNHAM ähnlich wie bei der Isoposenmethode ein Relativverfahren vor. Hierbei wird die streifende Bedeckung ein und desselben Sterns an zwei weit voneinander getrennten Orten beobachtet. Da sich der Positionswinkel der geringsten Annäherung des Sterns an das mittlere Mondniveau, der hier als Zentralwinkel Π_0 bezeichnet werden soll, entlang der Schattenbahn laufend ändert, ist es für eine Steigerung der Genauigkeit über den bereits genannten Wert von $\pm 0,0083$ hinaus wichtig, die beiden Beobachtungsorte so auszuwählen, daß die Zentralwinkel an beiden Stationen möglichst wenig voneinander differieren. Diese Orte findet man leicht aus dem Vergleich der vorausgerechneten Zentralwinkel für alle Orte entlang der Grenzen der Schattenbahn auf der Erdoberfläche. Unterscheiden sich die Zentralwinkel an beiden Beobachtungsorten nur wenig voneinander, dann wird die scheinbare Bahn des Sterns von den beiden Orten aus gesehen durch die gleiche Reliefgegend am Mondrand gehen.

Wegen der meist nicht völligen Identität der Zentralwinkel werden sich beim Übereinanderlegen der auf den beiden Stationen gewonnenen Diagramme die einzelnen Sternbahnen gegenseitig schneiden. Liegen auf beiden Stationen beobachtete Profilverpunkte des Mondrandes in der Nähe von solchen Schnittpunkten, dann müßten die auf beiden Stationen beobachteten Kontakte im Positionswinkel zusammenfallen. Der dann noch in der Richtung der $\Delta\sigma$ - d.h. senkrecht zur Richtung der Schattenbahn - auftretende Widerspruch wäre bis auf die Beobachtungsfehler bei der zeitlichen Erfassung der Kontakte nur auf die Unsicherheit der geodätischen Koordinaten des einen Beobachtungsortes relativ zum anderen zurückzuführen.

Ein Beobachtungsfehler in der Kontaktzeit übt aber einen unterschiedlichen Einfluß auf die $\Delta\sigma$ -Richtung aus, je nachdem, in welchem Abstand vom Zentralwinkel die Kontakte beobachtet werden. Aus Abb. 2 und der beigegeführten Tabelle geht hervor, daß ein Zeitfehler δt in einem beobachteten Kontakt, der in unmittelbarer Nähe des Zentralwinkels Π_0 liegt, keinen Einfluß auf $\Delta\sigma$ hat, aber mit wachsendem Abstand $(\Pi - \Pi_0)$ eines Kontaktes vom Zentralwinkel schnell an Bedeutung gewinnt.

Werden also die visuellen Beobachtungen mit einem Zeitfehler von $\pm 0,2$ bis $0,3$ gemacht, dann kann man bereits heute mit Hilfe der streifenden Sternbedeckungen eine relative Genauigkeit von etwa 10 bis 20 m zwischen zwei weit entfernten Stationen erreichen. Bei einem Abstand der beiden Stationen von 5 000 km wäre das eine relative Genauigkeit von $2 \dots 4 \cdot 10^{-6}$, die nahe bei der mit künstlichen Satelliten erhaltenen liegt. Mit solchen Genauigkeiten gewinnen die Sternbedeckungen auch für die Geodäsie an Bedeutung.

Zur praktischen Überprüfung der genannten Genauigkeiten wurden bisher 4 streifende Sternbedeckungen zur Beobachtung vorbereitet. 6 transportable Fernrohre - Refraktoren und Spiegelfernrohre zwischen 80 und 200 mm Öffnung - wurden auf den

vorausgerechneten Orten in der Umgebung von Dresden aufgestellt. Jeder Beobachter hatte einen mit einem Chronographen verbundenen Taster für die Registrierung der Kontakte. Da aber wegen Bewölkung bisher kein einziger Versuch gelang, konnten hier noch keine eigenen Ergebnisse vorgestellt werden. Weitere Versuche dieser Art stehen noch aus.

Literatur

- [1] DUNHAM, D.W. Geodetic applications of grazing occultations. In: Highlights of Astronomy, Vol. 2, S. 592-600. IAU 1971
- [2] HOPMANN, J. Über die gravimetrische und astronomische Bestimmung von Lotabweichungen und ihre Auswirkung auf trigonometrische Netze. Veröff. Inst. Erdmessung, Bamberg (1950) 12, S. 104-121
- [3] MORRISON, L.V. On the orientation of C.B. Watts's charts of the marginal zone of the Moon. Monthly Not. roy. astron. Soc. 149 (1970), S. 81-90
- [4] O'KEEFE, J.A.; ANDERSON, J.P. The Earth's equatorial radius and the distance of the Moon. Astron. J. 57 (1952), S. 108-121

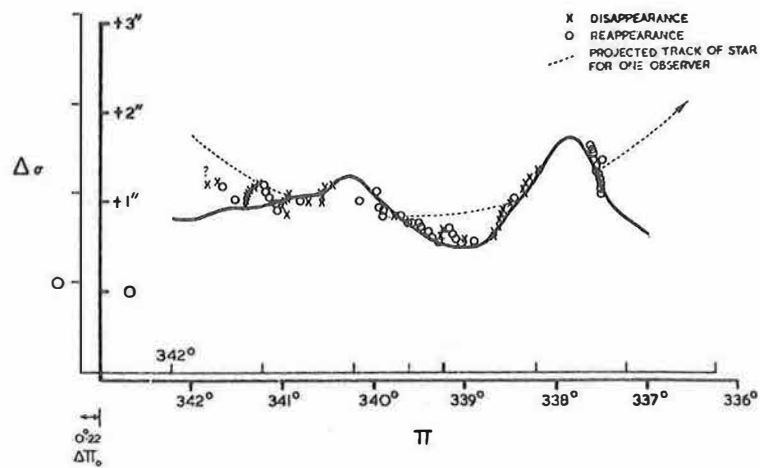
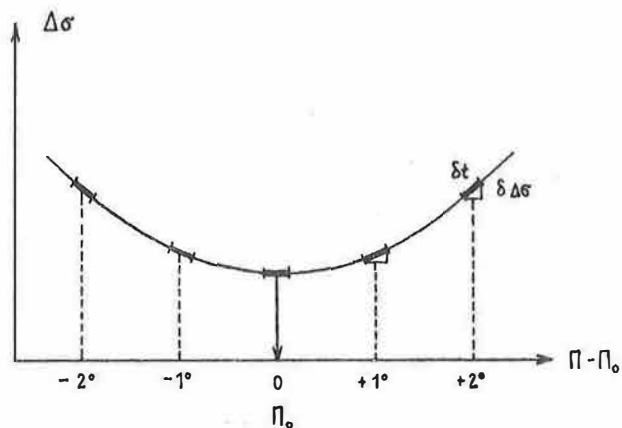


Abb. 1. Beobachtung einer streifenden Sternbedeckung nach MORRISON



$$\delta \Delta \sigma = 0.55 \frac{\pi - \pi_0}{\xi} \delta t$$

δt	$\pi - \pi_0$	$\delta \Delta \sigma$
$\pm 0^s,2$	0^0	$\pm 0,0000 \hat{=} \pm 0 \text{ m}$
	1	19 4 m
	2	38 7 m
	3	58 11 m
	4	77 14 m
$\pm 0^s,3$	0^0	$\pm 0,0000 \hat{=} \pm 0 \text{ m}$
	1	29 5 m
	2	58 11 m
	3	87 16 m
	4	115 21 m

Abb. 2. Einfluß eines Zeitfehlers δt auf die Größe $\Delta \sigma$ bei streifenden Sternbedeckungen

Gradienten der Lotabweichungen und ihr Einfluß auf die
astronomischen Orts- und Richtungsbestimmungen

von

MANFRED SOMMER¹⁾

Summary

Astronomical measurements of latitude, longitude and azimuth are the basic elements for the orientation of astronomic-geodetic networks on the reference ellipsoid. The status of an error-free element of measurement is particularly given to the so-called LAPLACE azimuths, although especially in that case an unfavourable synthesis of the errors from the measurements of latitude and azimuth will occur if it is not possible to measure both elements in the centre of the station. The reason for these errors is the divergence of the directions of the plumb-line from those in the centre of the station. As could be demonstrated significantly with the aid of special investigations on gravimetric deflections of the plumb-line, that divergence can amount to some 0,1 seconds of arc. The consideration of these changes of deflection of the plumb-line is discussed on the example of the astronomic-geodetic network of the G.D.R.

Astronomische Breiten-, Längen- und Azimutmessungen bilden grundlegende Elemente sowohl bei der Orientierung astronomisch-geodätischer Netze auf dem Referenzellipsoid als auch bei der Approximation geoidaler Höhen mit Hilfe des astronomischen oder des astronomisch-gravimetrischen Nivellements. In beiden Fällen werden hohe Ansprüche an die Qualität dieser Messungen gestellt, wobei in der Vergangenheit vor allem in methodischer und instrumenteller Hinsicht Verbesserungen erzielt worden sind. Dennoch besteht nach wie vor ein deutlicher Widerspruch zwischen innerer und äußerer Genauigkeit dieser Messungen, dessen Ursachen einerseits in der Unvollkommenheit der Registriersysteme, andererseits aber auch in den nur ungenügend erfaßbaren atmosphärischen Bedingungen bereits weitgehend erkannt worden sind.

Bei den astronomischen Feldstationen tritt noch eine weitere Komponente zu den genannten Fehlereinflüssen hinzu, die mit der im allgemeinen exzentrischen Ausführung der Beobachtungen bzw. mit der üblichen Art der Zentrierung im unmittelbaren Zusammenhang steht. Bezeichnet man die bekannte Verfahrensweise bei der Zentrierung astronomischer Messungen mittels Projektionen auf das geodätische Zentrum als "geometrische Zentrierung", so ist damit die Voraussetzung des Normalverhaltens der

¹⁾ VEB Kombinat Geodäsie u. Kartographie
 DDR - 7022 Leipzig, Gohliser Str. 4

Lotrichtungen im Zentrum und im Exzentrum verbunden, die in der Praxis aber nur bei kleinen Exzentrizitäten und kleinen Gradienten der Lotabweichungen hinreichend erfüllt sein wird. In allen anderen Fällen - und eigentlich in Strenge - haben wir jedoch das Ergebnis jeder dieser geometrischen Zentrierungen durch eine sogenannte "physikalische Zentrierung" zu ergänzen, die das anomale Verhalten der Lotrichtungen in beiden Punkten berücksichtigt.

Es ist ohne weiteres einzusehen, daß sich jene physikalische Zentrierung als Funktion der Lotabweichungsdifferenz zwischen Zentrum und Exzentrum darstellt, wobei für die Breitenmessung die Differenz der meridionalen Komponenten direkt wirksam wird:

$$\Delta\varphi = \xi_{\text{Zentrum}} - \xi_{\text{Exzentrum}},$$

während für Länge und Azimut die Differenz der longitudinalen Komponenten in Abhängigkeit von der Breite einzusetzen ist:

$$\Delta\lambda = (\eta_{\text{Zentrum}} - \eta_{\text{Exzentrum}}) \sec \varphi$$

und

$$\Delta\alpha = (\eta_{\text{Zentrum}} - \eta_{\text{Exzentrum}}) \tan \varphi.$$

Bemerkenswert ist dabei, daß für diese Operationen nicht unbedingt astronomisch-geodätische Lotabweichungen erforderlich sind, sondern gravimetrische oder solche, die sich aus den sichtbaren topographischen Massen ableiten lassen, vollständig genügen, da die Divergenz dieser Lotabweichungssysteme bei Exzentrizitäten von nur einigen hundert Metern durch die Differenzbildung weitgehend eliminiert wird.

Im Falle des astronomisch-geodätischen Netzes der DDR wurden die genannten Zentrierungen mit Hilfe von gravimetrischen Lotabweichungen - abgeleitet aus einem Integrationsgebiet mit 1000 km Radius - für alle astronomischen Messungen nachträglich berechnet. Sofern es sich bei den exzentrischen Standpunkten um Bodenpunkte handelte, konnten die integrierten Lotabweichungen direkt verwendet werden, während bei den exzentrischen Hochpunkten, auf denen insbesondere die meisten Azimutmessungen ausgeführt worden sind, zusätzlich Vertikalgradienten der Lotabweichungen durch Regressionsanalyse aus gravimetrischen Lotabweichungen von nahegelegenen Punkten approximiert werden mußten, um die Lotabweichungskomponenten in der Beobachtungshöhe h über der Erdoberfläche zu erhalten:

$$\left. \begin{array}{l} \xi \\ \eta \end{array} \right\}_{\text{Exzentrum}} = \left. \begin{array}{l} \xi \\ \eta \end{array} \right\}_{\text{Bodenpunkt}} + \left. \begin{array}{l} \partial\xi/\partial h \\ \partial\eta/\partial h \end{array} \right\} h.$$

Diese Gradientenschätzung kann als signifikante Näherungslösung für die Lotkrümmung in freier Luft angesehen werden. Unter Zugrundelegung eines Signifikanzniveaus von 5 % haben sich aus den Berechnungen für ca. 60 Stationen Vertikalgradienten $\partial\xi/\partial h$ und $\partial\eta/\partial h$ bis zu 0,1 pro 10 m Höhe ergeben, die in ihrer örtlichen Verteilung auch eine relativ gute Interpolationsfähigkeit aufweisen und damit die hohe Wahrscheinlichkeit ihrer Existenz noch unterstreichen. Bedenkt man, daß speziell die

Azimummessungen nicht selten auf 30 bis 40 m hohen Signalen ausgeführt werden, so können durch die Vernachlässigung der genannten Vertikalgradienten bei der Zentrierung auf den Bodenpunkt leicht Fehler bis zu $0,5''$ entstehen, die, wenn außerdem die astronomische Längenmessung mit einer größeren Exzentrizität behaftet ist, den Widerspruch der LAPLACEschen Gleichung empfindlich verfälschen werden.

Um zu charakterisieren, mit welchen Beiträgen man im allgemeinen für die physikalischen Zentrierungen bei den astronomischen Orts- und Richtungsbestimmungen zu rechnen hat, haben wir die quadratischen Mittelwerte dieser Größen aus allen Stationen gebildet und dabei im einzelnen

$$\begin{aligned} \text{für die Breiten} \quad M(\Delta\varphi \Delta\varphi) &= (0,17'')^2, \\ \text{für die Längen} \quad M(\Delta\lambda \Delta\lambda) &= (0,33'')^2 \quad \text{und} \\ \text{für die Azimute} \quad M(\Delta\alpha \Delta\alpha) &= (0,20'')^2 \end{aligned}$$

gefunden. Bei einer inneren Genauigkeit dieser Messungsgruppen von $M(m_\varphi^2) = (0,13'')^2$, $M(m_\lambda^2) = (0,25'')^2$ und $M(m_\alpha^2) = (0,28'')^2$ erweisen sich damit die physikalischen Zentrierungsbeiträge auch in dieser Hinsicht als nicht vernachlässigbare Größen und erklären gleichzeitig einen nennenswerten Teil des eingangs erwähnten Widerspruches zwischen innerer und äußerer Genauigkeit dieser Messungen.

Wegen der Synthese von Längen- und Azimummessungen bei der Bestimmung LAPLACEscher Azimute ist es daneben auch von Interesse, die Differenzen solcher Azimute und ihrer Gegenazimute vor und nach Berücksichtigung der physikalischen Zentrierungen zu vergleichen:

$$d = a_{ik} - a_{ki} \pm 180^\circ - \text{Meridiankonvergenz} .$$

Beziehen wir uns wieder auf quadratische Mittelwerte aus etwa 20 Azimumpaaren (a_{ik}, a_{ki}) , so erhalten wir zum Vergleich:

$$M(dd)_{\text{vor}} = (1,4'')^2 \quad \text{und} \quad M(dd)_{\text{nach}} = (0,9'')^2 .$$

Auch hieraus ist ersichtlich, daß die Korrekturen der reinen geometrischen Zentrierungen eine beachtenswerte Verkleinerung der Differenzen in den Azimumen zur Folge haben.

Zusammenfassend darf man schlußfolgern, daß die Vernachlässigung der Lotabweichungsgradienten bei der Zentrierung astronomischer Messungen zweifellos eine wesentliche Fehlerquelle darstellt, zu deren Beseitigung der angedeutete Verfahrensweg durchaus geeignet erscheint. Hinsichtlich der Vertikalgradienten der Lotabweichungen, die hier nur näherungsweise bestimmt werden konnten, wird jedoch eine strengere Lösung mit Hilfe der Formeln für die Lotkrümmung möglich sein, wenn gemessene vertikale Freiluftgradienten der Schwere zur Verfügung stehen.

Zu Homogenitätseigenschaften geophysikalischer Felder

von

VINCENC VYSKOCIL¹⁾

Summary

In correlation analysis the geophysical fields are considered to be homogeneous (stationary) random processes. The statistical homogeneity, however, is not an intrinsic property of the geophysical fields and is mostly introduced as a hypothetical assumption. The analysis of increments (differences of values between two points) has been used to obtain more detailed information on the statistical behaviour of the mentioned fields. The application of the theory of random functions with stationary increments and the methods of testing the homogeneity are discussed.

Bei statistischen Analysen werden die geophysikalischen Felder $x(t)$ meistens als homogene (stationäre) Zufallsprozesse betrachtet. Nur dank dieser Voraussetzung kann man ihre statistischen Eigenschaften mit Hilfe eines einzigen Mittelwertes

$$(1) \bar{x} = E \{x(t)\}$$

und einer Kovarianzfunktion ausdrücken, deren Form nur von der Differenz der betreffenden Argumente

$$(2) K_x(t, t') = K_x(t' - t)$$

abhängen wird. Allgemein kann man das Argument t auch als einen Vektor betrachten, der die Lage des Punktes im zwei- oder dreidimensionalen Raum angibt.

Die geophysikalischen Felder werden meistens durch eine einzige Realisierung (Vermessung) in einem abgegrenzten Gebiet ermittelt und können nicht als typische Zufallsprozesse bezeichnet werden. Die strengen theoretischen Voraussetzungen der Homogenität und Ergodizität werden in der Regel nicht erfüllt; man führt sie im Grunde nur als Arbeitshypothesen ein.

Die Inhomogenität kann durch die Existenz des deterministischen Anteils des Feldes, z.B. des Regionaltrends, sowie durch den unterschiedlichen Charakter des

1) Geophysikalisches Institut der ČSAV, Božni II
Praha 4 - Spřilov, ČSSR

Feldes in verschiedenen Teilen des betreffenden Gebietes verursacht werden, was in stark differierenden Amplituden und Perioden seiner Undulation zum Ausdruck kommt. Die beiden hier erwähnten Ursachen des Nichtzutreffens der Homogenität können auch gleichzeitig wirken. In der Regel vermittelt schon ein Blick auf die Karte die Erkenntnis, ob das betreffende Feld als homogen angesehen werden kann oder nicht. Bei eingehenden Analysen muß aber zur Prüfung der Homogenität eine objektive Methode benutzt werden.

LAUER [5] empfiehlt, sich zur Prüfung der Homogenität an folgende Richtlinien zu halten: Nachdem die gegebene Region in einige Teilgebiete aufgeteilt wurde, bestimmt man unter Voraussetzung der Homogenität in jedem Teilgebiet den Mittelwert und die Kovarianzfunktion des betreffenden Feldes. Falls die angezeigten statistischen Charakteristiken in allen Teilgebieten dieselben Werte annehmen, kann das Feld in der ganzen Region als homogen bezeichnet werden.

Die Homogenität kann man auch mit Hilfe der Analyse der Feldzuwachsrate [2 - 4], d.h. der Wertedifferenzen zwischen zwei Punkten,

$$(3) \Delta_x(t, t') = x(t') - x(t) ,$$

prüfen. Als Charakteristiken dienen hier der Mittelwert

$$(4) \bar{\Delta}_x(t, t') = E \{x(t') - x(t)\}$$

und die Kovarianzfunktion

$$(5) K_{\Delta_x}(t, t'; s, s') = E \left\{ \left[\Delta_x(t, t') - \bar{\Delta}_x(t, t') \right] \left[\Delta_x(s, s') - \bar{\Delta}_x(s, s') \right] \right\} ,$$

die als Strukturfunktion $D_x(t, t'; s, s')$ des gegebenen Feldes bezeichnet werden kann. Zwischen den Struktur- und Kovarianzfunktionen des Feldes $x(t)$ gilt die Beziehung

$$(6) D_x(t, t'; s, s') = K_x(t', s') - K_x(t, s') - K_x(t', s) + K_x(t, s) .$$

Setzt man $t = s$, $t' = s'$, so erhält man die Strukturfunktion in der Form

$$(7) D_x(t, t'; t, t') = D_x(t, t') = K_x(t', t') - 2 K_x(t, t') + K_x(t, t) .$$

Im Falle eines Zufallsprozesses mit stationären Zuwachsrate [2 - 4] (eines lokal homogenen Zufallsfeldes) gilt

$$(8) \bar{\Delta}_x(t, t') = \bar{\Delta}_x(t' - t) ;$$

$$(9) D_x(t, t'; s, s') = D_x(t' - t, s' - s) , \quad D_x(t, t') = D_x(t' - t) .$$

Im Hinblick auf die Additionsregel der Mittelwerte (8) kann man schreiben

$$(10) \quad \bar{\Delta}_x(t' - t) = a(t' - t),$$

wobei a eine Konstante ist. Den Mittelwert des lokal homogenen Zufallsfeldes kann man also als eine lineare Funktion der Differenz $\Delta t = t' - t$ ausdrücken.

Der stationäre Prozeß (das homogene Feld) erscheint im Grunde als ein spezieller Fall des Prozesses mit stationären Zuwachsraten des lokal homogenen Feldes, bei dem gilt:

$$(11) \quad \Delta_x(t' - t) = 0, \quad a = 0;$$

$$(12) \quad D_x(t' - t) = 2K_x(0) - 2K_x(t' - t).$$

Aus den Gleichungen (10) und (11) folgt, daß die Auskunft über die Homogenität des Feldes $x(t)$ schon aus den Mittelwerten seiner Zuwachsraten zu erhalten ist. Es wird zweckmäßig sein, die Mittelwerte für eine Reihe von Schritten $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ zu errechnen. Die Korrelationsanalyse der Zuwachsraten führt in jedem Falle zu einer detaillierten Kenntnis von den stochastischen Eigenschaften der geophysikalischen Felder.

In Anbetracht der problematischen Homogenitätseigenschaften der geophysikalischen Felder wird ein Verfahren zur Bestimmung ihrer statistischen Parameter vorgeschlagen [1], ohne dabei die strenge Voraussetzung der Homogenität einzuführen. Allgemein stellt der Wert des Zufallsfeldes $x(t)$ in einem festen Punkt $t = t_1$ eine Zufallsgröße $x(t_1)$ dar. Unsere Ausgangssituation besteht darin, daß eine einzige Realisierung des Feldes $x(t)$ im begrenzten Gebiet T vorhanden ist. Man kann alle Werte $x(t_1 + u)$ in der begrenzten Umgebung U des Punktes t_1 als eigentliche Realisierungen der Zufallsgröße $x(t_1)$ betrachten [1].

Aus rein praktischen Gründen erweist es sich als vorteilhaft, für die Umgebung U eine quadratische Region mit t_1 als Mittelpunkt zu wählen (Abb. 1). Für alle Punkte $t = t_1$ wird die Umgebung U durch dasselbe Verfahren genau definiert.

Die Mittelwerte der erwähnten Zufallsgrößen und ihre Kovarianzen können aus den Formeln

$$(13) \quad \bar{x}(t_1) = E \{x(t_1 + u)\},$$

$$(14) \quad K_x(t_1, t_j) = E \left\{ [x(t_1 + u) - \bar{x}(t_1)] [x(t_j + u) - \bar{x}(t_j)] \right\}$$

abgeleitet werden, wobei $u \in U$, $t_1 + u \in T$, $t_j + u \in T$ gilt. Die Umgebung U muß kleiner als das gegebene Untersuchungsgebiet T gewählt werden. Die statistischen Parameter (13) und (14) können nur für die Region T' (Abb. 1) errechnet werden. Wird $U \equiv T$ genommen, so können nur ein Mittelwert und eine Dispersion im Mittelpunkt der Region T festgestellt werden. Die Ausdehnung der Region $U \equiv T$ über alle Grenzen hinweg entspricht eigentlich den Bedingungen, unter denen die

Parameter des homogenen ergodischen Zufallsprozesses bestimmt werden.

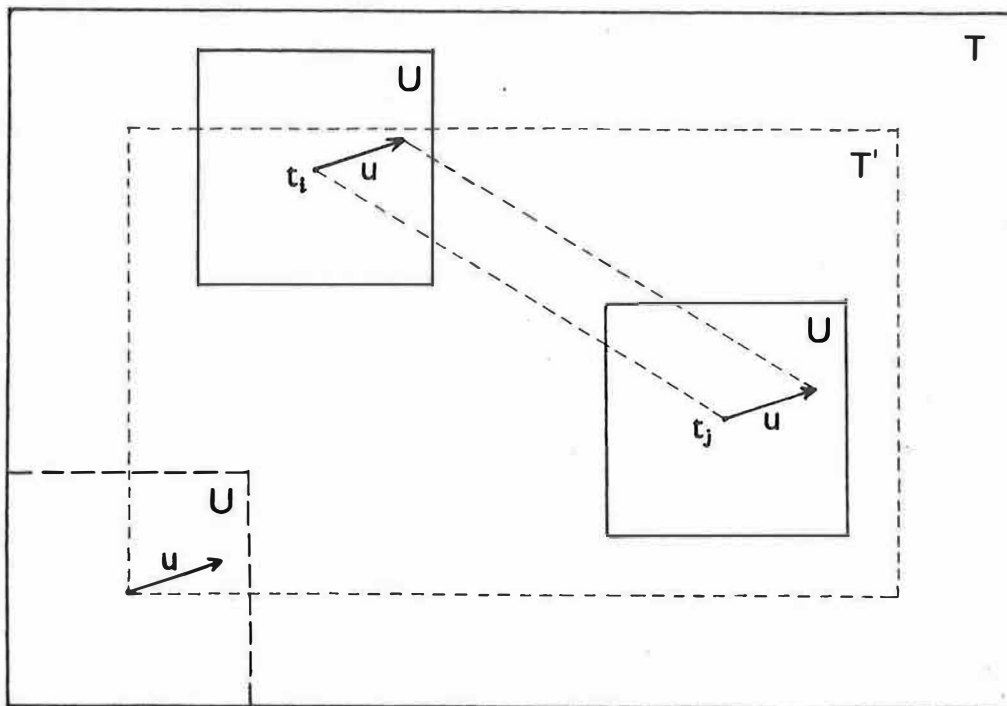


Abb. 1

Das erwähnte Verfahren ist auch für Homogenitätsprüfungen geeignet, die statistischen Parameter hängen aber in hohem Maße von den Dimensionen der Umgebung U ab. Als vorteilhaft kann hier die Tatsache angesehen werden, daß die Ausgangsbedingungen genau ausgedrückt werden können.

Die Verbesserung der Homogenitätseigenschaften eines Feldes kann allgemein durch Beseitigung seines deterministischen Anteils erreicht werden [5]. Der trendfreie zufällige Restanteil des Feldes soll die Forderung der Homogenität bzw. der Isotropie und der Normalverteilung erfüllen. Man muß auch die wirklichen geologischen und geophysikalischen Verhältnisse in Erwägung ziehen und nicht Regionen mit stark unterschiedlichem Aufbau der Erdkruste gewaltsam zu einer Einheit zusammenfügen.

Literatur

- [1] BURDA, M.;
VYSKOCIL, V. Aplikace aparátu funkcionální analýzy při
statistickém zpracování geofyzikálních polí.
Sborník prací ze symposia "Teorie a počítače v
geofyzice", Loučná 1973
- [2] GICHMAN, I.I.;
SKOPOCHOD, A.V. Vvedenie v teoriju slučajnych processov.
Moskva: Nauka 1965

- [3] JAGLOM, A.M. Nekotorye klassy slučajnych polej v n-mernom prostranstve, rodstvennye stacionarnym slučajnym processam. In: Teorija verojatnostej i ee primeneniya, S. 262.
Moskva 1957
- [4] JAGLOM, A.M. Einführung in die Theorie der stationären Zufallsfunktionen.
Berlin: Akademie-Verlag 1959
- [5] LAUER, S. Über die stochastischen Eigenschaften lokaler Schwereanomalien und ihre Prädiktion.
Diss. Bonn 1971

Some Remarks on the Simulation of the Empirical
Autocovariance Functions of Gravity

by

WOLFGANG SCHWAHN ¹⁾

Summary

Autocovariance functions (ACF) of density, gravity and vertical deflections are coupled. Theoretical computations on the base of pure stochastic density models do not show the oscillations around the zero line which are often observed to be significant in practical cases. Another statistical model is proposed, instead. For a distinct depth the distance between a causing body (in our examples a point mass) and the next causing body in the x_1 - y_1 - plane is characterized by their mean distance, \bar{x} , and their variances, $\sigma_{\bar{x}}$ and $\sigma_{\bar{y}}$. By integral transforms one gets the ACF of a point mass (ACFP) in this depth. The resulting normalized ACFs of the proposed models show that

1. for $\bar{x} > (\text{depth/sampling interval})$ the values for the first 5-7 lags are nearly equal to those of the normalized ACFP;
2. assuming $\sigma_{\bar{y}} = \text{const.}$,
 - a) for $(\bar{x}/\sigma_{\bar{x}}) < 1$ periods will occur, but they differ from each other and therefore no estimate of \bar{x} can be got,
 - b) for $(\bar{x}/\sigma_{\bar{x}}) > 1$ there exist persistent periods in terms of \bar{x} . The amplitudes at greater lags are nearly constant.

A short geological discussion shows the connection with the problems of the Geodynamics Project.

The present paper investigates the information content of the autocovariance function of the anomalous gravity field. Which are the parameters having a geophysical significance? Especially, the determination of lateral inhomogeneities in the density distribution should be proved. It should be called in question whether the lateral inhomogeneities are distributed in a purely stochastic way or following a distinct regularity with stochastic character.

The following statements are grouped into four parts:

1. There is a remarkable discrepancy between the empirical autocovariance functions (ACFE) which have been computed on the base of local and regional surveying, and

 1) Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde, DDR - 15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

those determined by theoretical setups on density models.

2. By integral transforms one can show that the periodicities in the ACFs must be caused by an ensemble of lateral density inhomogeneities. The FOURIER transform of the vertical derivative of the potential function exhibits no distinct periodicities in the ACF.
3. This paper proposes a density model which takes into consideration the above mentioned inhomogeneities. It allows to approximate the empirical autocovariance function by varying some parameters, by which the density model is determined. The results of practical simulations of the gravity field will be demonstrated.
4. A brief discussion of the geological consequences of this model will be given.

First, the difference between theoretical and empirical ACFs of gravity may be explained. The theoretical as well as the ACFs are characterized by a sharp decrease at the first lags. Contrary to the theoretical ACFs (Fig. 1) the ACFs exhibit oscillations around the zero line in the shape of a quasi-periodicity and a slow decrease of amplitude at greater lags (Figs. 2, 3, 4). The statistical significance was shown in a few examples.

How can one explain these periodicities? It is well known that the ACF contains periodicities l_k if a random function may be considered as a superposition of sin- and cos-terms with random coefficient a_k in the form $a_k \exp(i l_k x)$ (JAGLOM 1959 [3]). From this we may conclude that a constituent showing this property exists in the gravity field.

Now we have to look for the reason. By the WIENER-CHINTCHINE theorem one can get the power spectrum of a random function by FOURIER transform of the ACF. On the other hand, the power spectrum of the gravity field for a finite length of profile may be obtained by FOURIER transforms. Having realized this result we multiply the FOURIER transform by its own conjugate complex expression.

For a thin layer of the depth t we have the expression for the anomalous gravity field (neglecting the gravity constant)

$$(1) \quad g(x_1, y_1; t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{[(x_1 - x_1')^2 + (y_1 - y_1')^2 + t^2]^{3/2}} \rho(x_1', y_1') dx_1' dy_1' .$$

The gravity field can be expressed as a convolution of the vertical derivative of the function r_1^{-1} and the density distribution. The FOURIER transform G of this function is the product of FOURIER transforms of these two functions:

$$(2) \quad G(k_1, k_2; t) = \mathfrak{F}\{g(x_1, y_1; t)\} = \mathfrak{F}\left\{\frac{t}{(x_1^2 + y_1^2 + t^2)^{3/2}}\right\} \mathfrak{F}\{\rho(x_1, y_1)\} .$$

\mathfrak{F} designates the FOURIER transform; $\rho(x_1, y_1)$ means the two-dimensional anomalous density distribution on a plane in the depth t ; k_1, k_2 are the wave numbers. One gets

$$(3) \quad G(k_1, k_2; t) = e^{-t(k_1^2 + k_2^2)^{1/2}} \mathfrak{F}\{\rho(x_1, y_1)\} .$$

The FOURIER transform of the vertical derivative of the potential function exhibits amplitudes monotonously decreasing with frequency. We get, after a multiplication by the conjugate complex expression, the power spectrum S_{gg} as

$$(4) \quad S_{gg}(k_1, k_2; t) = e^{-2t(k_1^2 + k_2^2)^{1/2}} \mathfrak{F}\{\rho(x_1, y_1)\} \mathfrak{F}^*\{\rho(x_1, y_1)\} .$$

Using (4), the analytical expression for the ACF, B_{gg} , of the anomalous gravity field was determined by a further FOURIER transform. One gets the ACF for a unit volume in the depth t :

$$(5) \quad B_{gg}(s_1, s_2; t) = 4\pi t(4t^2 + s_1^2 + s_2^2)^{-3/2} ,$$

where s_1, s_2 are the lags in x_1, y_1 direction, respectively; there is no periodic term. In adding more than one distinct depth this statement will not be changed.

On the other hand, we have seen in our examples that in the ACFEs periodicities appear indeed. Only the second term on the right-hand side of equation (4) may contribute periodical expressions. Therefore, the cause of the periodicities in the ACFEs are periodicities of stochastic character in the lateral density distribution.

In previous works no density model exists which takes into consideration this point of view. We need a new density model; its ACF must be characterized by relative maxima at those lags which correspond to maxima in the ACFE of gravity. To get a periodicity, we chose a GAUSSIAN distribution of the distance x, y between consecutive bodies along the x_1 -axis (as a first approximation for an one-dimensional ACF along x_1):

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right]\right\} ,$$

where \bar{x} is the mean distance in the x_1 -direction, σ_x and σ_y are the standard deviations (Fig. 5).

A normalized ACF of the density distribution with the parameter $\bar{x} = 8.0$, $\sigma_x = 1.0$, $\sigma_y = 2.0$ is given in Fig. 6 as an example. The mean distance \bar{x} is the reason for the relative maxima at greater lags. The sharpness of the maxima depends on the standard deviations.

Some results of the simulation of the gravity field may be discussed. In Fig. 7 the curve with dark points is the result of a simulation of the gravity field with the parameter $\bar{x} = 3.0$, $t = 0.5$ and the sampling interval = 0.2 in the density model; the curve with crosses is an empirical ACF for a single body after the method by SERSON and HANNAFORD (1957) [7], and the third curve, designated by circles, is

the analytical expression of the ACF for a single point mass in the depth t . For the first 5 - 7 lags we have, with $\bar{x} > (\text{depth/sampling interval})$, the values of the normalized ACF of gravity which are approximately equal to those by SERSON and HANNAFORD as well as those of the normalized analytical ACF of the point mass. The best approximation will be reached for $2 > \bar{x}/(\text{depth/sampling interval}) > 1$. This result means that at small lags the mean geometry has no influence on the ACF. Remarkable differences appear at greater lags. We conclude that at greater lags the proposed density distribution will be important.

Therefore, we consider the possibility of detection of \bar{x} . This is the parameter responsible for periodicities. We must consider two cases in relation to the value of $\bar{x}/\sigma_{\bar{x}}$:

1. If the value is < 1 , there will be periods. Showing a great variability in the wavelength, they are not persistent. \bar{x} cannot be determined under this condition.
2. If the value is > 1 , periods of \bar{x} will appear. These may be also an integer manifold of \bar{x} , as we can see in the case of the model shown in Fig. 8. A small shift to greater distances than \bar{x} can be observed, but is not significant.

For greater distances of \bar{x} the position of the first maximum of the ACF is in agreement with our hypothesis.

The significance test for periodicities is carried out easier in the frequency domain. The logarithmic power spectrum was used; it has three advantages: The influences of the field expression and the density model will simply add in (4), the influence of depth must be denoted by a straight line in the case $k_2 = 0$, and the confidence interval is independent of frequency. An example is given in Fig. 9. Here, the logarithmic power spectrum is represented. The straight line corresponds to the depth of the single body. The confidence interval has been computed by the method of PARZEN (1964) [6]. The shaded interval indicates significant wavelengths. We can see that these wavelengths correspond to the parameters \bar{x} and $\sigma_{\bar{x}}$ of our density model.

From this study we may conclude: The oscillations of the ACFE of gravity may be relevant for geophysical problems. The mass distribution within the Earth is not purely stochastic, there is an additional periodic part with stochastic amplitude, characterized by the mean distance of the masses. In the Earth's crust and upper mantle we should expect a repetitive pattern of density if periods occur in the empirical ACF of gravity.

A direct geological interpretation has not been done yet. The connection between the spatial periodicities in the ACFE and a possible periodicity in the geological evolution may be important from the point of view of the Geodynamics Project. FYFE (1973) [2], for instance, discussed a wavelength pattern for the spacing of plutons under several assumptions on a melting process in the Earth's interior. He said: "In essence, a wavy surface will develop on the interface, and certain wavelengths will tend to grow more rapidly than others". The empirical ACF of gravity may reflect such distinct periodicities.

References

- [1] BERL'JAND, N.G. O vozmožnostjach avtokorreljacionnogo analiza pri izučenii struktury gravitacionnogo polja. Izv. AN SSSR, Fizika Zemli, Moskva (1971) 1, p. 68-78
- [2] FYFE, W.S. The generation of batholiths. Tectonophysics, Amsterdam 17 (1973) 3, p. 273-283
- [3] JAGLOM, A.M. Einführung in die Theorie stationärer Zufallsfunktionen. Berlin: Akademie-Verlag 1959
- [4] JORDAN, S.K. Self-consistent statistical models for the gravity anomaly, vertical deflections and undulation of the geoid. J. geophys. Res., Richmond 77 (1972) 20, p. 3660-3670
- [5] KARATAEV, G.I. Korreljacionnaja schema geologičeskoj interpretacii gravitacionnyh i magnitnyh anomalii. Novosibirsk: Izd. Nauka, Sib. otdel. 1966
- [6] PARZEN, E. An approach to empirical time series analysis. Radio Sci., Ser. D, Boulder 68 (1964) 9, p. 551-565
- [7] SERSON, P.H.; HANNAFORD, W.L. A statistical analysis of magnetic profiles. J. geophys. Res., Richmond 62 (1957) 1, p. 1-18
- [8] VYSKOČIL, V. On the covariance and structure functions of the anomalous gravity field. Studia geophys. et geodaet., Praha 14 (1970) 2, p. 174-177

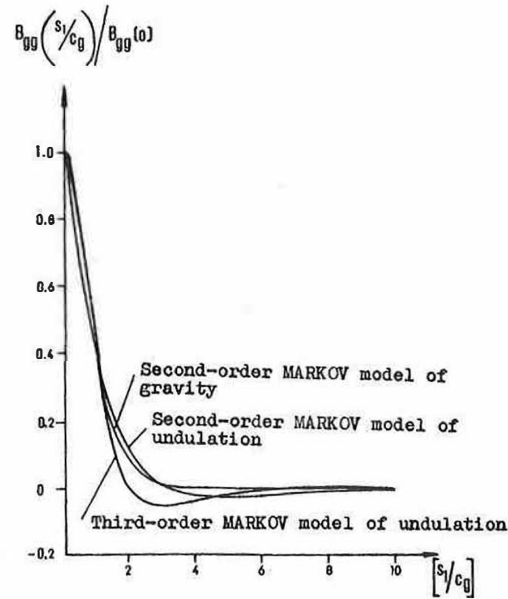


Fig. 1. Normalized autocovariance functions of gravity for several stochastic models (JORDAN (1972) [4])

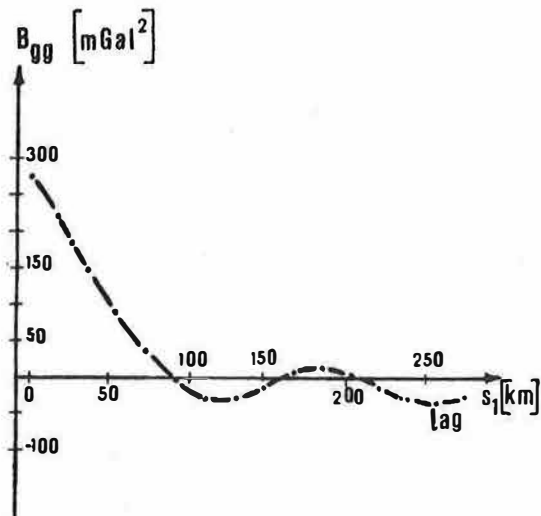


Fig. 2. Empirical autocovariance function of gravity from the territory of ČSSR (VYSKOČIL (1970) [7])

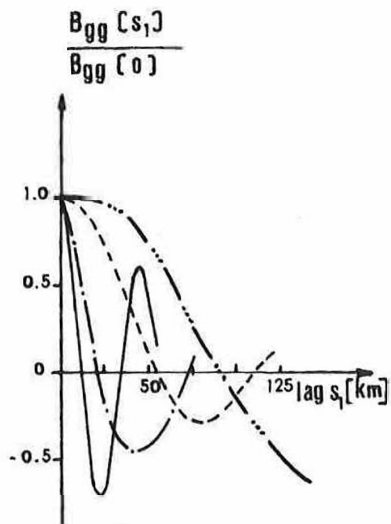


Fig. 3. Normalized empirical autocovariance function of gravity from the surveying of the gravity field in the Ural Mts. (BERL'JAND (1971) [1])

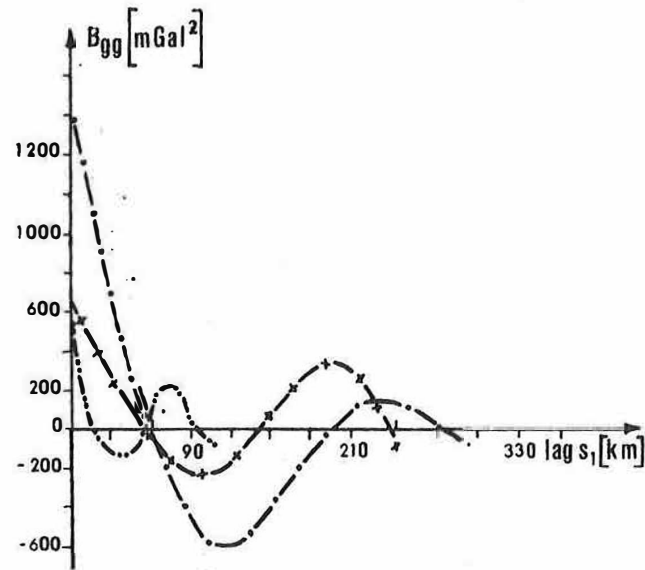


Fig. 4. Empirical autocovariance functions of gravity from several regions of the West Siberian Platform (KARATAEV (1966) [5])

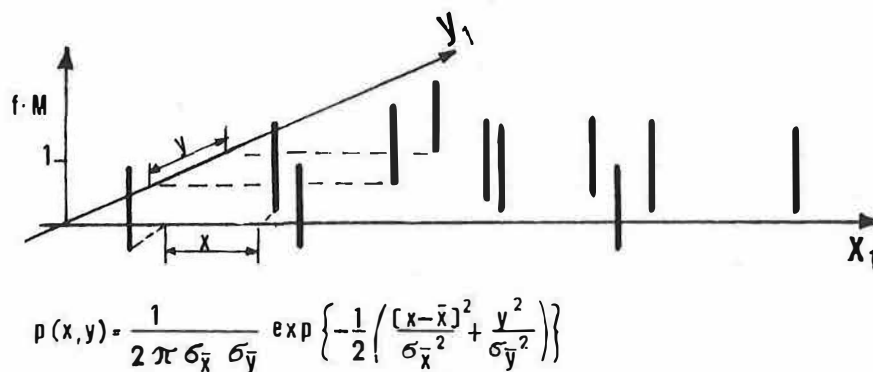


Fig. 5. A two-dimensional illustration of the distribution of the point masses in the plane $x_1 - y_1$ according to the above mentioned law for the distance x, y between one body and the next in the x_1 -direction. The position is characterized by dark columns of the length $f \cdot M = 1$

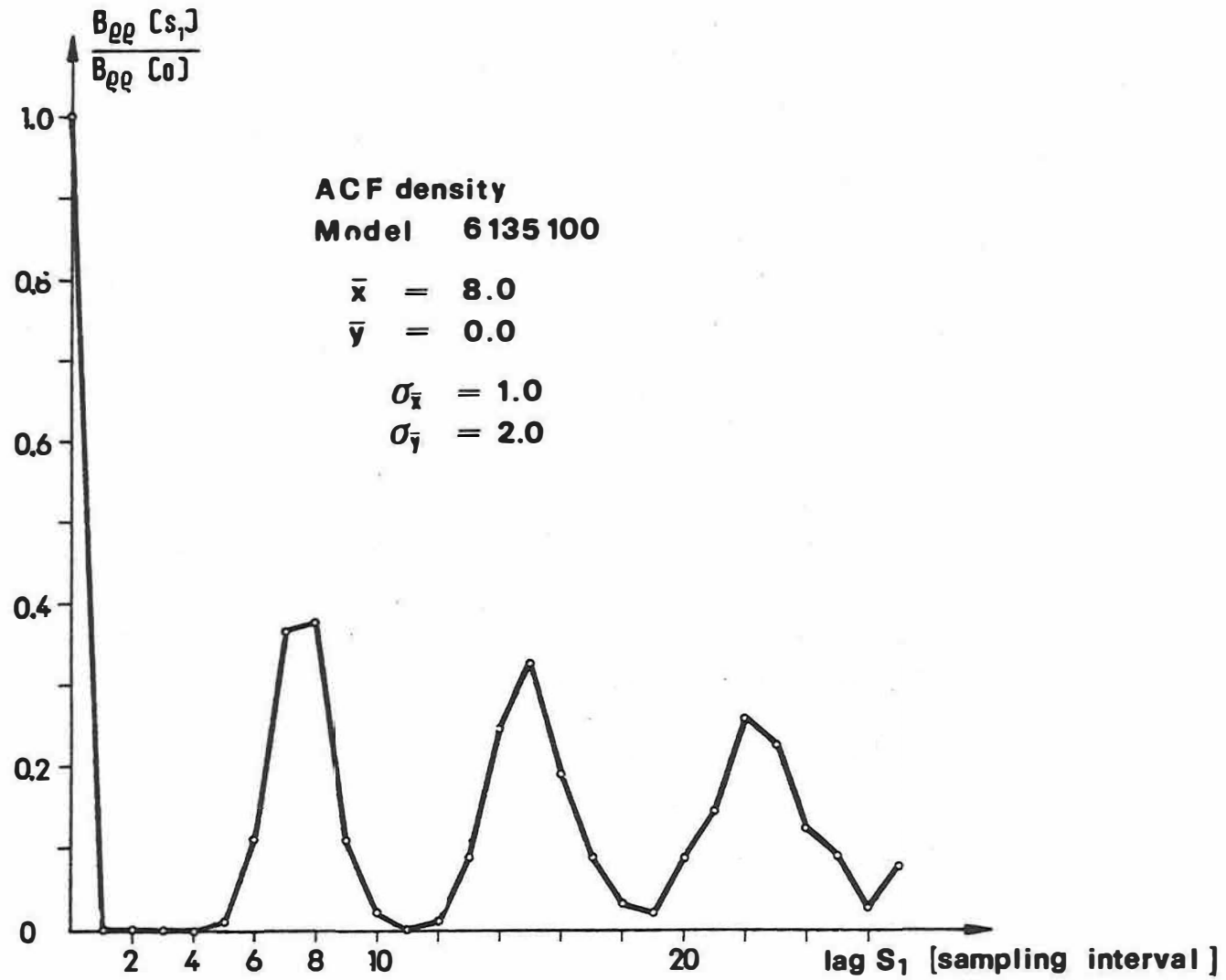


Fig. 6. Normalized autocovariance of density of the model with the above noted parameters. There is a clear periodicity approximating \bar{x} . The sharpness of maxima depends on $\sigma_{\bar{x}}$ and $\sigma_{\bar{y}}$

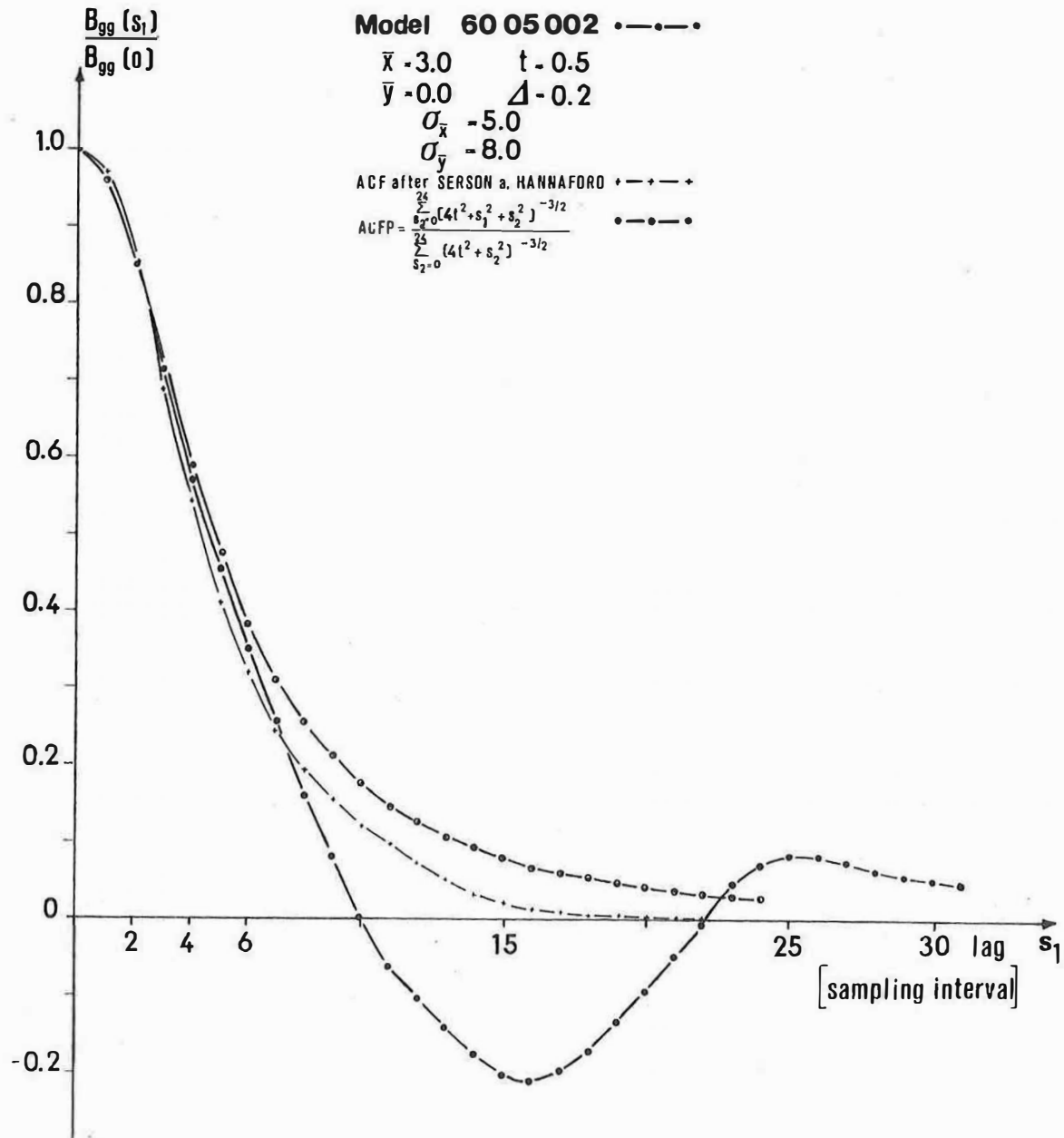


Fig. 7. Normalized autocovariance functions of gravity for several assumptions:
 o—o—o ACF of the model according to the above noted parameters;
 +--+ ACF after SERSON and HANNAFORD (1957) [7] (the authors assume that
 the single anomalies do not superimpose each other); o—o ACF for a
 unit volume obtained by FOURIER transforms

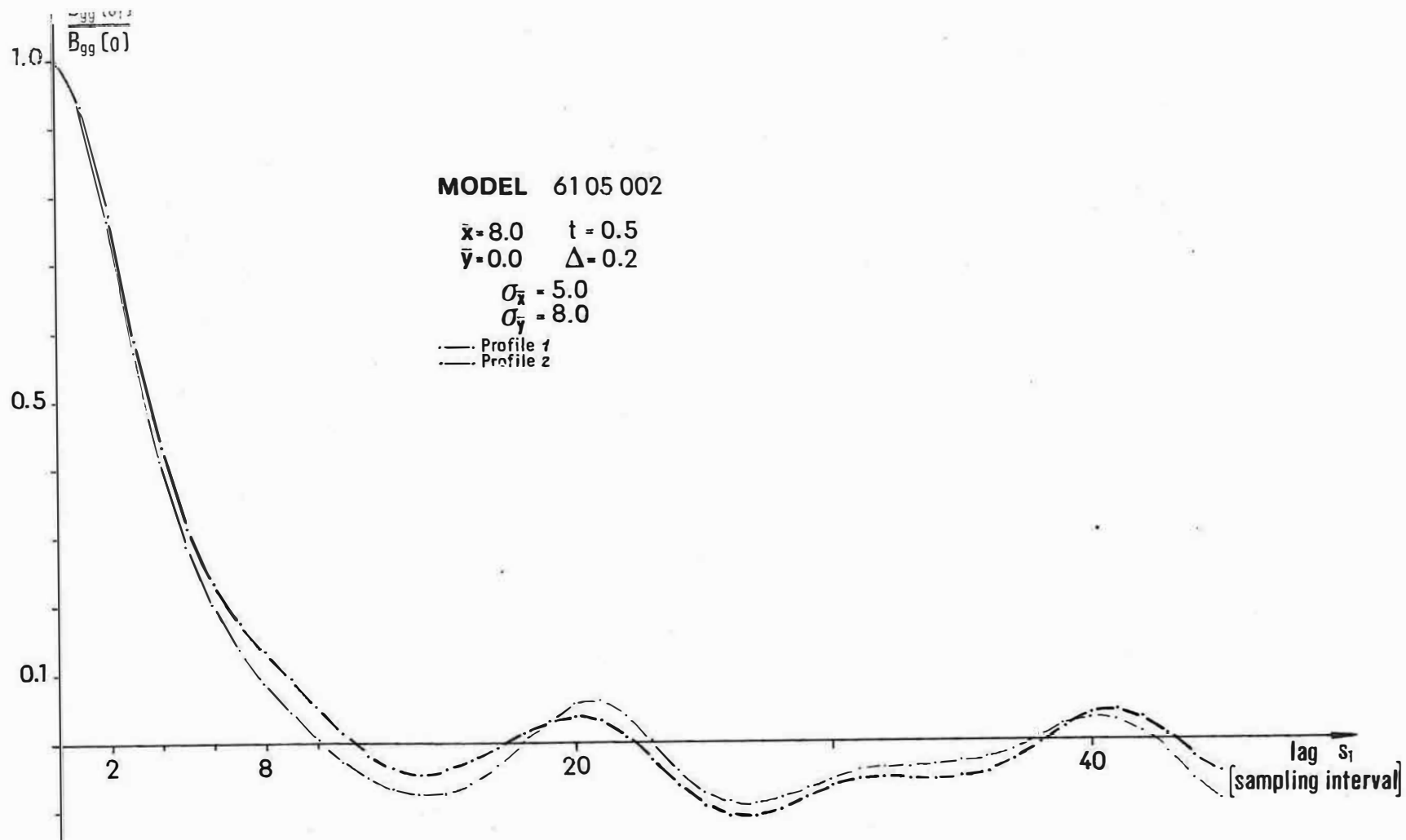


Fig. 8. Autocovariance function of gravity for a model with the above noted parameters. Two periodicities are remarkable: approximately equal to \bar{x} and (stronger) $2\bar{x}$

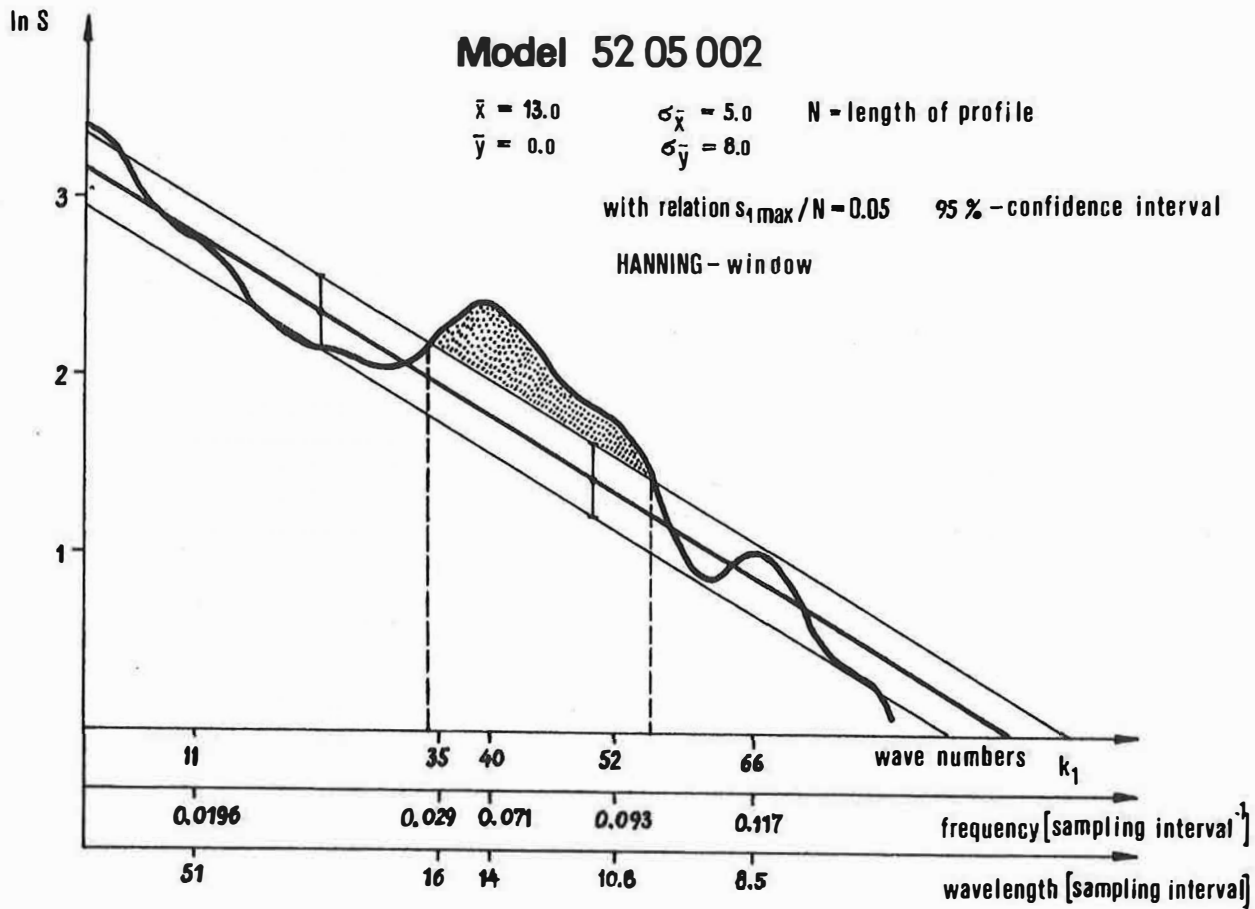


Fig. 9. Power density of gravity for a model with above noted parameters. The straight line corresponds to the depth of a single point mass. The confidence interval is exceeded significantly at those wave length which correspond to $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$

Possibilities of a Dynamical Interpretation of Geophysical Potential Fields

by

HANS WIRTH ¹⁾

Summary

For the development of source models of the global anomalous fields only fundamental perceptions of physics and geology should be used. As a result of the discussion a new model for gravimetric and geomagnetic sources is proposed, derived from stochastic processes, corresponding to the physical phenomena of diffusion and BROWN's motion. This model shows, in its time dependency, relations to temperature and viscosity in the Earth's interior.

Early the conception of a standard Earth has introduced into consciousness that the real Earth differs from this standard. For instance, in geodesy the undulations of the geoid or the deviations of the plumbline are such measurable deviations from the normal Earth. From geophysics the various anomalies of the different physical fields are well known: the geomagnetic anomalies, the anomalies of gravity, of electric conductivity and of heat flow from the Earth's interior.

Actually, from the scientific point of view the question regarding the sources of the anomalies is of great interest. It is generally accepted that the sources of the global anomalies are connected with geodynamical processes, and one can expect to get an insight into the forces of these processes by the interpretation of the anomalous fields. Numerous contributions are dealing with this problem, for instance the papers of KAULA [3], TOKSÖZ [5], HIDE & MALIN [2], KHAN [4] and GROTEN [1].

Investigations performed by the author aimed at a classification of the global geomagnetic and gravity fields with respect to a uniform connection between both of them. Therefore, the anomalous gravity field has been transformed by using POISSON's relation between the two potentials of the mentioned fields (WIRTH & FREY [6]). The first part of the results is given in Fig. 1, where the broken lines represent the contours of global plate tectonics and the dotted ones are the boundaries of areas wherein the connection between gravity and magnetism is statistically uniform. One can realize the correlation between the structure of plate tectonics and the boundaries of the classes.

¹⁾ Zentralinstitut für Physik der Erde, DDR - 15 Potsdam, Telegrafenberg A 17

It seems that the supposition of a connection existing between the sources of the anomalies and geodynamics is able to be supported by these results. So the localization of the sources, especially the determination of their depth, could be a contribution to the geodynamic problem. Therefore, a solution of a problem of potential theory not posed correctly is required, with all the well-known difficulties with respect to the non-uniqueness. The interpretation of the geophysical anomalous fields and the results of interpretation depend strongly on how precisely the real sources are approximated by the model.

For sources down to a depth of 20 km such simple models as homogeneous spheres, cubes, cylinders, steps and ellipses can be used to describe possible shapes and structures of the sources. It is not known whether these models are usual in considerably greater depths, where the sources of the global anomalies must be situated. On the other hand, the mentioned models are incompatible with a dynamical understanding of the problem. Therefore, a description of a source model may be given in order to overcome the want of clearness and the above contradiction.

It is a fact that every recent geological body has a history, where mainly two processes are operating: its formation and its interaction with the surrounding phenomena. As there are many causes leading to the formation of a geological peculiarity, it is impossible to describe it mathematically with all details. So it seems thinkable to understand the formation as the result of a stochastic process.

Inhomogeneities in the underground are taken as a macroscopical description of a large number of microstates. The properties of the macrostates are then given by the statistic number of the whole ensemble of microstates. As to the shape of the body, the microstates are the distribution in space of the co-ordinates of particles with the elementary property m , which may be realized either in the mass density, the magnetization or in the colour only.

The origin of the body is modelled as a stochastic throw of a number N of elementary particles in the space, which is divided into equally sized cells. Then the density ρ' of the elementary property is proportional to the quotient of the number dN_i of particles in the cell i , and the volume dV of the cell:

$$(1) \rho'_i = m \frac{dN_i}{dV} .$$

To each cell an a-priori probability f must be attached. After the throw of N particles the number of them in the cell i is given as follows:

$$(2) dN_i = N f(x_i, y_i, z_i) dV .$$

If the co-ordinates are statistically independent from each other, and if f is the density of a GAUSSian distribution in the case of isotropy, then ρ' results as

$$(3) \rho' = \frac{M}{(2\pi)^{3/2} \sigma^3} \exp(-r^2/2\sigma^2).$$

The dispersion σ is the maximum distance from the origin in which the probability of occurrence of the elementary property is about 68 percent. That means that σ is a statistical measure of the source dimension. Further the interpretation may give the co-ordinates of the point with maximum probability, which is the centre of mass.

Modelling the process of interaction it is to be taken into account that the shape and contents of the body are changing with time under the influence of geomorphological and geochemical forces, characterized by different strengths and acting in various directions at different times. So the motion of the particles of the geological object is very complicated; it must be thought to be similar to the wandering problem or to BROWN's motion. In physics these problems are usually described in a macroscopic manner by the equation of diffusion:

$$(4) \rho \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c),$$

where c is the concentration, t denotes the time and D the diffusion co-efficient. In a more general case, D should be substituted by the exchange co-efficient.

The influence of pressure, temperature and gravitation can be taken into account by additional terms in this differential equation. Then the geometrical properties of the sources are given by the solution of this equation, fitting special boundary conditions. The most simple model will occur if the property at the time $t = 0$ is concentrated in a very small volume. In the case of isotropy the solution has the form

$$(5) c = \frac{M}{\rho} \frac{1}{(4Dt)^{3/2}} \exp(-r^2/4Dt).$$

A comparison of the results of both processes shows a full agreement between the processes of formation and interaction. For the dispersion σ the relation

$$(6) \sigma = (2Dt)^{1/2}$$

is valid. If the processes are accepted, there will be a steady spreading of the elementary property in time and space. At last the inhomogeneity will change into a homogeneous distribution.

From the classical BOLTZMANN statistics in thermodynamics the following relation for equilibrium is well known:

$$(7) D = kTb,$$

where k is the BOLTZMANN constant, T the KELVIN temperature and b the mobility of the particles. If the particles have the shape of spheres with radius R , then b

is connected with the dynamical viscosity η by STOKES'S law:

$$(8) \quad b = (6 \pi R \eta)^{-1} .$$

Inserting the last two relations into (6), the dispersion σ is given as

$$(9) \quad \sigma = \left(\frac{k T t}{3 \pi R \eta} \right)^{1/2} .$$

Increasing temperature and decreasing viscosity as functions of the space co-ordinates result in an increasing of the geometrical dimensions of the geological bodies in time. In the case of gravitating bodies this means that the mean dimensions of the gravity anomalies at the Earth's surface are proportional either to the ages of the sources or to their depths.

The conclusions to be drawn from this model are not contradictory to the accepted knowledge. It seems that the model reveals a suitable way to connect the potential field properties with geodynamics.

References

- | | |
|--|--|
| [1] GROTEN, E. | Boll. Geofis. teor. ed appl. <u>10</u> (1968) 39, p. 235-240 |
| [2] HIDE, R.; MALIN, S.R.C. | Nature <u>225</u> (1970), p. 605-609 |
| [3] KAULA, W.M. | J. geophys. Res. <u>74</u> (1969) 20, p. 4807-4826 |
| [4] KHAN, M.A. | Geophys. J. roy. astron. Soc. <u>23</u> (1971), p. 15-43 |
| [5] TOKSÖZ, M.N.; ARKANI-HAMED, J.; KNIGHT, C.A. | J. geophys. Res. <u>74</u> (1969) 15, p. 3751-3770 |
| [6] WIRTH, H.; FREY, R. | Gerlands Beitr. Geophysik <u>83</u> (1974) (in press) |

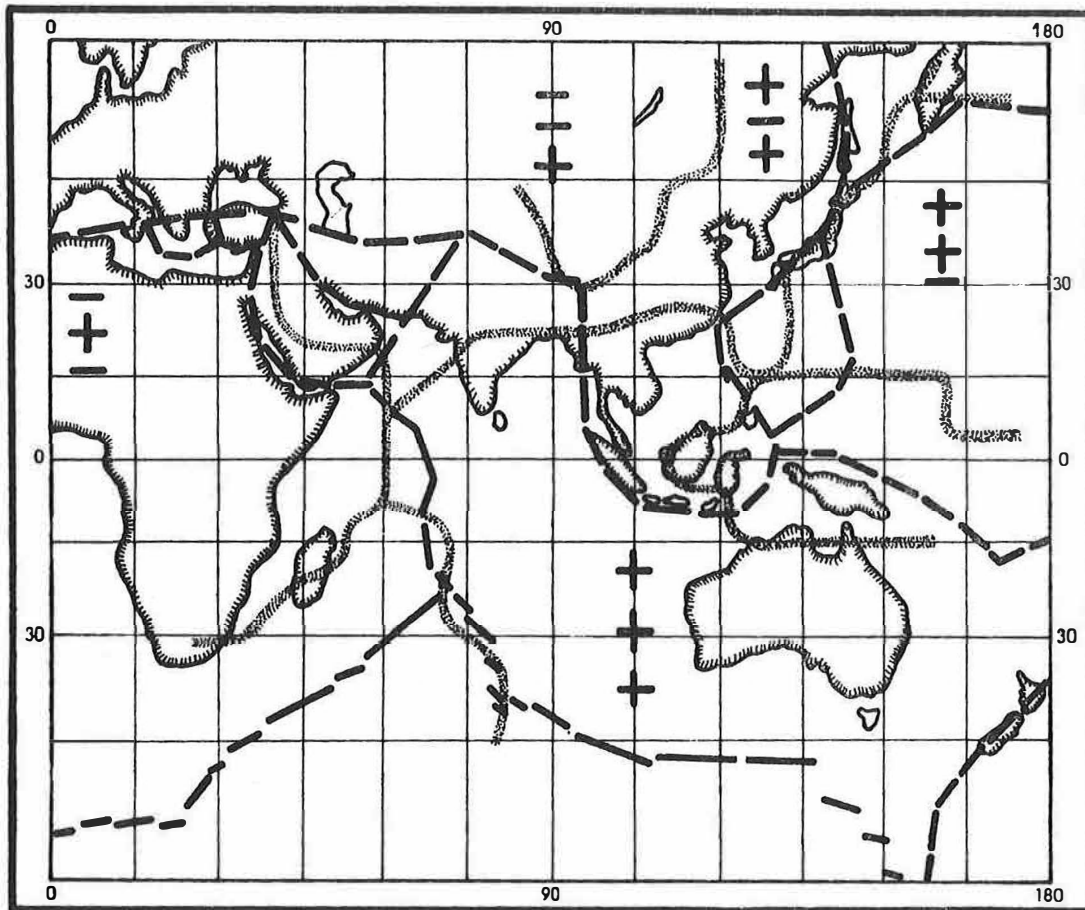


Fig. 1. Classification of the geomagnetic and gravity fields based on POISSON'S relation

- contours of the global plate tectonics
- boundaries of the classes of uniform connection

Zum Problem der Ambiguität und Approximation bei
inverser Interpretation

von

GERHARD FANSELAU¹⁾

Summary

A new test method for inverse interpretation is treated using TAYLOR series with variability of the origin of the co-ordinate system. The moments determined by the method of least squares are not ambiguous and are well fitted to give an approximative geometry of the body using the net of origins of the co-ordinate system. The best set of moments can easily be determined by means of the origin point for which the method of least squares gives the least $[v v]$, that is usually near the centre of mass. All other parameters given by the method show variations in the net of origin points which are strongly connected with the geometry of the body. Using these data and the numerical values of the moments an approximative non-ambiguous determination of geophysical and geometrical data is possible.

Das Problem der Ambiguität und der Approximation gehört zu den wichtigsten auf dem Gebiete der inversen Interpretation geophysikalischer Profile. Beide Problemkreise, der der Ambiguität und der der Approximation, sind nicht unabhängig voneinander; sie sind vielmehr in mannigfacher Richtung miteinander verbunden. In grober Näherung kann man von einem reziproken Verhältnis dieser Probleme sprechen. Ist die Approximation groß, so ist entsprechend die Ambiguität gering und umgekehrt.

Die Bezeichnungen Ambiguität und Approximation werden in der Literatur nicht einheitlich verwendet, was gelegentlich zu Mißverständnissen führen kann. Die totale Ambiguität kann man am einfachsten so charakterisieren, daß das mathematisch-physikalische Problem zurückführbar ist auf die Aufgabe, aus n Gleichungen $(n + 1)$ Unbekannte bestimmen zu müssen, ein Problem, das ja den Grundgesetzen der Logik widerspricht.

Die folgenden Betrachtungen sollen durchgeführt werden unter besonderer Berücksichtigung eines vor einiger Zeit entwickelten Reihentestverfahrens. Über dieses Verfahren wurde schon gelegentlich berichtet [1], daher genügt es, hier die Hauptgedanken zusammenzufassen. Einmal wird das für die Interpretation des geophysikalischen Profils gültige physikalische Gesetz in eine TAYLOR-Reihe entwickelt. Diese wird

1)-----
 DDR - 15 Potsdam, Templiner Str. 32

dann nicht nur auf *e i n e n* Koordinatenursprungspunkt bezogen, sondern auf ein Netz solcher Ursprungspunkte. Die Verschiebung des Ursprungspunktes ist gleichbedeutend mit der Verlagerung des geotektonischen Körpers relativ zu einem festliegenden Ursprungspunkt. Für jede Ursprungspunktlage ist die Konvergenz der Reihe verschieden, sie kann sogar in Divergenz übergehen und bringt auf diese Weise wichtige neue Aspekte in die Gesamtinterpretation. Bei der Verschiebung des Ursprungspunktes des Koordinatensystems bleibt dabei naturgemäß die Ordnung, bis zu der die Reihe entwickelt wird, konstant.

Jedes Reihenglied enthält einen Quellpunkts- und einen Aufpunktsfaktor. Die Quellpunktsfaktoren sind die zu bestimmenden Unbekannten, die die Geometrie und Physik sowie die Lage des geotektonischen Körpers charakterisieren. Die Aufpunktsfaktoren der Reihenglieder kennzeichnen die Lage der Meßwerte des Profils relativ zu der gewählten Lage des Ursprungspunktes. Der Meßwert selbst ist ebenso wie der Aufpunktsfaktor eine bekannte Größe, so daß die Quellpunktsfaktoren als Unbekannte nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden können. Damit liegen nicht nur die Werte dieser Quellpunktsfaktoren selbst zahlenmäßig vor, sondern auch ihre Fehler sowie diejenigen der Gesamtausgleichung. Alle diese Größen werden für jede Lage des Koordinatenursprungspunktes berechnet, führen also durch ihren Verlauf im Ursprungspunktnetz zu zusätzlichen Informationen, die für die Interpretation wesentliche Hilfe leisten können. Die Lage des Ursprungspunktes, die die physikalisch signifikantesten Werte für die Momente liefert, ist mit der des Schwerpunktes identisch.

Dieses hier eingeführte Variationsprinzip ist mit den mit seiner Hilfe erzielten Veränderungen der errechneten Größen etwa *mutatis mutandis* vergleichbar mit den zeitlichen Veränderungen irgendeiner geophysikalischen Größe, deren Bestimmung ohne solche zeitlichen Veränderungen erfahrungsgemäß immer wesentlich schwieriger ist. Man denke z.B. nur an die theoretische Deutung des geomagnetischen Hauptfeldes, eine Deutung, die wegen der geringen zeitlichen Schwankungen des zu untersuchenden Objektes lange Zeit große Schwierigkeiten bereitet hat.

Es sei zunächst auf einen wichtigen Umstand hingewiesen, der im Hinblick auf die Ambiguität von besonderer Bedeutung ist. Aus Gründen der Einfachheit der mathematischen Beschreibung seien im folgenden nur zweidimensionale Probleme behandelt. Es ist kaum nötig, darauf hinzuweisen, daß das verwendete Verfahren selbstverständlich nicht auf nur zweidimensionale Probleme beschränkt ist, sondern theoretisch betrachtet auf beliebig viele Dimensionen angewendet werden kann. Im zweidimensionalen Fall stellt ein geophysikalisches Profil eine mathematische Kurve dar, die durch eine zweidimensionale Reihe approximiert werden kann. Profil und zu ihm gehörige TAYLOR-Reihe sind eindeutig miteinander gekoppelt, die nach der Methode der kleinsten Quadrate für die TAYLOR-Reihe gültigen Quellpunktsfaktoren - sie seien im folgenden kurz als Momente bezeichnet - bestimmen daher ohne Vieldeutigkeit den Verlauf des Profils. Da die Momente gewisse physikalische Größen charakterisieren, sind auch diese eindeutig aus dem Profil ableitbar. So bedeuten z.B. die Momente der nullten Ordnung die Masse des geotektonischen Gebildes, die der ersten Ordnung charakterisieren die Lage des Schwerpunktes, die der zweiten Ordnung führen auf die

physikalisch wohlbekannten Begriffe der Hauptträgheitsmomente und der Hauptträgheitsachsen. Zu ähnlichen ausgezeichneten Achsen wie den Hauptträgheitsachsen der Momente der zweiten Ordnung wird man auch bei den höheren Momenten geführt, wenn man durch eine entsprechende Anzahl von Differentiationen die Ordnung der höheren Momente auf die der Momente der zweiten Ordnung zurückführt [2]. Man erhält also durch Betrachtung der Momente eine ganze Reihe physikalisch wohlfundierter Größen, die eindeutig mit einem gegebenen Profil in Verbindung stehen.

Es ist somit nicht von einer totalen Ambiguität zu sprechen, sondern von einer in gewissem Sinne strukturierten, in die die noch verbleibende echte Ambiguität sich einfügen muß. Man erhält also gewisse Klassen oder Gruppen, die eindeutig gewisse Grundzüge der Geometrie und Physik des zu untersuchenden Objektes bestimmen. Dabei ist zu bemerken, daß natürlich nicht nur die Momente selbst eindeutig mit dem vorgelegten Profil verbunden sind, sondern auch alle aus ihnen abgeleiteten Kombinationen. Hierher gehören z.B. die nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleiteten Fehler der Momente, der Fehler der Gesamtausgleichung, die Lage der Konvergenzkreise, die das massenfreie Außenfeld, das Massenfeld sowie das massenfreie Innenfeld voneinander trennen. Auch die Synthese des Profils, berechnet mit Hilfe der Momente, sowie das Residuum sind in diesem Sinne zu verstehen. Dabei ist natürlich zu beachten, daß sich alle hier erwähnten Zahlenwerte ändern können, wenn die Ordnung, bis zu der die TAYLOR-Reihe entwickelt wurde, erweitert wird. Diese Änderung der Zahlenwerte bedeutet jedoch keineswegs eine Ambiguität, sondern muß als Approximation betrachtet werden.

Im folgenden seien die Verhältnisse durch einige Beispiele näher erläutert. Zunächst werden die schon oben kurz erwähnten Konvergenzkreise der verschiedenen potentialtheoretischen Gebiete näher diskutiert. Auch hier seien die Betrachtungen wieder auf zweidimensionale Felder der Gravitation beschränkt. Das einfachste Beispiel ist der Massenpunkt, der an der Erdoberfläche als Profil eine echte COULOMB-Kurve erzeugt.

In Abb. 1 ist der Massenpunkt in einem rechtwinkligen Koordinatensystem in der Lage $x_0 = -1,5$ und $y_0 = 0$ angenommen. Die Konvergenzkreise, von den verschiedenen Lagen des Ursprungspunktes aus gezeichnet, müssen sich alle im Massenpunkt schneiden. Das Massenfeld degeneriert hier zu einem einzigen Punkt; das bedeutet, daß sich Innen- und Außenfeld direkt aneinander anschließen. In Abb. 1 sind sieben dieser Kreise für verschiedene Lagen des Koordinatenursprungspunktes dargestellt, wobei diese Lagen sämtlich als auf der x-Achse gelegen angenommen sind, jedoch in verschiedenen Tiefen: $x = -0,2, -0,4, \dots, -1,4$. Man erkennt aus Abb. 1, daß drei dieser Kreise die Erdoberfläche durchschneiden, d.h. also, daß Teile des zu untersuchenden Profils in den Bereich des Innenfeldes dringen. Wird also für jede Lage des Ursprungspunktes nur mit dem Außenfeld gerechnet, dann werden für die Ursprungspunktlagen in den Tiefen 0,2, 0,4 und 0,6 gewisse Bereiche des Profils nicht dem Gesetz des Außenfeldes genügen, sondern vielmehr dem des Innenfeldes. Wird also bei Anwendung der TAYLOR-Entwicklung und anschließend der Methode der kleinsten Quadrate nur mit der Außenfeldformel gerechnet, so werden unter Benutzung der Lagen des Koordinatenursprungspunktes, für die die Konvergenzkreise die Erdoberfläche durchschneiden, Unterschiede in den Residuen zu erwarten sein.

Daß die numerische Rechnung diese Erwartung bestätigt, zeigt Abb. 2. Hier sind die Residuen in der oben charakterisierten Weise berechnet und gezeichnet worden, und zwar für drei Ursprungspunktlagen: $x = -0,2$, $-0,6$ und $-1,0$. Bei dem Konvergenzkreis mit dem größten Radius, der also im weitesten Bereich die Erdoberfläche durchschneidet, zeigen sich deutliche Unterschiede innerhalb und außerhalb dieses Kreises. Außerhalb, d.h. potentialtheoretisch gesprochen im Außenfeld, ist der Verlauf des Residuums verhältnismäßig regelmäßig, wechselt dann aber im potentialtheoretischen Innenfeld zu einem gänzlich verschiedenen Verlauf über. Die Länge dieses unregelmäßigen Verlaufs entspricht ziemlich genau der Strecke, die der Konvergenzkreis auf der Erdoberfläche herausschneidet. Diese Erscheinung muß erwartet werden, da für die Interpretation nur das Gesetz des Außenfeldes benutzt wurde, das für das Innenfeld nicht mehr gilt. Ähnlich, wenn auch in der Indikation schwächer, liegen die Dinge bei dem Konvergenzkreis, dessen Ursprungspunkt in der Tiefe $0,6$ gelegen ist. Die Unregelmäßigkeiten im "verbotenen" Gebiet sind, der geometrischen Lage entsprechend, weniger stark und auf einen kürzeren Bereich beschränkt. In der Tiefe $x = -1,0$ schließlich ist das Residuum für den gesamten Bereich des Profils Null, weil hier das gesamte Profil im Außenfeld gelegen ist.

Für einen beliebig gestalteten Körper stößt natürlich nicht das Außenfeld direkt ans Innenfeld wie in Abb. 1, wenn der Körper zu einem Punkt degeneriert. Vielmehr existiert ein ausgesprochenes Massenfeld, so daß die Indikationen nicht so klar sind und so einfach erhalten werden können wie beim Massenpunkt. Zur Auswertung der Residuen müssen zusätzliche Rechnungen durchgeführt werden, auf deren explizite Darstellung der Kürze wegen hier verzichtet werden muß.

Im Rahmen des Ursprungspunktnetzes ist die Lage des Massenpunktes sehr einfach zu bestimmen. Während z.B. bei allen anderen Lagen des Ursprungspunktnetzes sämtliche Glieder der TAYLOR-Reihe im allgemeinen von Null verschieden sind, ist dies bei der Lage des Ursprungspunktes im Massenpunkt nicht der Fall. Dort bleibt als einziges von Null verschiedenes Moment nur das der nullten Ordnung übrig, d.h. die Masse. Man erhält also sofort die Lage des Massenpunktes und seine Masse, nicht aber, wenn es sich um ein ausgedehntes Gebilde handelt, z.B. um eine Kreisscheibe, die Fläche und damit die Dichte. Das klassische Ambiguitätsprinzip, wonach sich bei einer Kreisscheibe nicht ihre Fläche feststellen läßt, also Hohl- und Vollkreis nicht voneinander unterscheidbar sind, und daß auch radiale Abhängigkeit der Dichte zugelassen werden muß, ergibt sich hier in sehr einfacher mathematischer Form. Selbstverständlich ist in dieser Ambiguität auch der Fall enthalten, daß ein Körper großer Dichte, also auch großer Masse, so tief gelegen ist, daß seine Strukturelemente nicht erkannt werden können. Ganz allgemein macht sich hier das Prinzip der Symmetrie bemerkbar. Je größer die Symmetrie, desto schwieriger sind irgendwelche Aussagen über physikalische und geometrische Verhältnisse des zu untersuchenden Körpers.

Die Verhältnisse ändern sich, wenn man z.B. von der Kreisscheibe zur quadratischen Fläche übergeht. Hier treten neben dem Moment der nullten Ordnung a_0 in der TAYLOR-Reihe noch weitere Momente auf: a_4, a_3, \dots, a_0 und a_4 sind indikativ und gestatten, unter Verwendung der Konvergenzkreise neben der Masse auch die Fläche und damit die Dichte des Quadrates zu bestimmen. Es sei in diesem Zusammenhang vermerkt, daß auch das Problem der Kreisscheibe sich einer genäherten Lösung zuführen

läßt, wenn man die Kreisscheibe durch übereinandergelagerte Rechtecke ersetzt. Bei infinitesimaler Struktur dieser Rechtecke wird natürlich wieder ideale Kreisgestalt erreicht. Mit Hilfe dieser Approximation der Kreisscheibe durch entsprechend gegebene Rechtecke ist auch eine Unterscheidung der vollen von der hohlen Kreisscheibe möglich.

In Abb. 3 sind die berechneten Profile für Voll- und Hohlkreisscheibe in rechteckiger Approximation gezeichnet. Nach Normierung der Profile auf gleiche Gipfelwerte erkennt man einen deutlichen Unterschied im Flankenverlauf. Bei der Auswertung dieser verschiedenen Profile wird man also im Sinne des hier benutzten Testverfahrens zu verschiedenen Momenten geführt. Bei einem quadratisch gestalteten Gebilde (Abb. 4) sind diese Unterschiede im Profil zwischen Hohl- und Vollquadrat ebenso festzustellen, nur mit dem Unterschied, daß bei normiertem Gipfelwert hier die Profilflanken des Vollquadrates unter denen des Hohlquadrates liegen, umgekehrt also wie bei der Kreisscheibe.

Neben den Zahlenwerten der Momente selbst sind natürlich auch alle jene Größen eindeutig mit dem vorgelegten Profil verbunden, die aus diesen Momenten abgeleitet werden können. Es ist eine große Zahl solcher abgeleiteter Größen denkbar, die hier nicht alle diskutiert werden können. Wesentlich ist z.B. der Verlauf der Momente selbst oder auch deren Fehler sowie auch der Verlauf der $[v v]$ im Ursprungspunktnetz. Dieses letzte Charakteristikum sei an einigen Beispielen erläutert.

Zunächst seien die $[v v]$ -Minimalinien für den Massenpunkt in Abb. 5 wiedergegeben. Man erkennt einen nach unten geöffneten parabelförmigen Verlauf, der sehr nahe durch den Schwerpunkt, hier identisch mit dem Massenpunkt, hindurchgeht. In Abb. 6 ist der Verlauf der $[v v]$ -Minimalinie für ein Naturprofil gezeichnet. Man erkennt, wie hier diese Linie in zwei verschiedene Äste zerfällt, die mit den verschiedenen potentialtheoretischen Gebieten - Innen- oder Außenfeld - zusammenhängen. Besonders interessant ist auch der Verlauf der $[v v]$ -Minimalinie für zwei untereinander gelegene Körper, der in Abb. 7 dargestellt ist. Man erkennt ein gänzlich anderes Verhalten als etwa beim Massenpunkt (vgl. Abb. 5). Neben der eigentlichen $[v v]$ -Minimalinie ist in Abb. 7 noch ein solcher Minimalwert für den komplexen Schwerpunkt der beiden Körper festzustellen. Leider reicht die Dichte des Rasters für die Ursprungspunktlagen nicht aus, um auch die entsprechenden Minimalpunkte in der Nähe des Schwerpunktes festzustellen. Bei genügender Verdichtung des Rasters hätte sich auch hier eine zweite $[v v]$ -Minimalinie ergeben.

Von den einzelnen Momenten seien zunächst die der ersten Ordnung betrachtet. Sie können, wie gesagt, zu einer leichten Bestimmung des Schwerpunktes dienen. In Abb. 8 sind die a_1 - und b_1 -Nulllinien für das Naturprofil (vgl. Abb. 6) wiedergegeben. Im Ursprungspunktnetz schneiden sich diese Linien orthogonal im Schwerpunkt. Weitere Schnittpunkte, die im Ursprungspunktnetz durchaus auftreten können, sind nicht im eben angegebenen Sinne orthogonal, sondern beliebig schiefwinklig; sie kommen also für die Schwerpunktbestimmung nicht in Frage.

Schließlich sei noch kurz auf die Momente der zweiten Ordnung eingegangen. Die Hauptrichtungen, die sich hier in sehr einfacher numerischer Weise bestimmen lassen, sind in Abb. 9 für das Modell eines zweidimensionalen keilförmigen Gebildes darge-

stellt. Man kann hier gut erkennen, daß diese Hauptrichtungen deutlich nach dem Schwerpunkt des Modells hin konvergieren.

Bei dieser Gelegenheit sei noch darauf hingewiesen, daß die einzelnen Momente bei rechtwinkliger Approximation, d.h. bei Verwendung eines rechtwinkligen Koordinatensystems, nicht alle voneinander unabhängig sind. Setzt man homogene Dichte voraus, so spielt diese Größe bei der Betrachtung der Geometrie und Physik des zu untersuchenden Objektes lediglich die Rolle eines physikalischen Metrikfaktors, der im Sinne einer eigentlichen Unbekannten wegfällt. Es bleiben nur übrig die vier Grenzen des als rechteckig angenommenen ebenen Gebildes: α_2, α_1 für die x-Richtung und β_2, β_1 für die y-Richtung. Das würde bedeuten, daß von den Momenten der TAYLOR-Reihe nur a_0, a_1, b_1 und a_2 voneinander unabhängig sind. Alle folgenden sind aus diesen vier Größen bestimmbar. Handelt es sich z.B. um ein Rechteck mit konstanter Dichte und wird der Ursprungspunkt in dessen Symmetriepunkt gelegt, so verschwinden bei dieser Lage des Ursprungspunktes die Momente a_1 und b_1 . Schwerpunkt und Symmetriepunkt sind hier identisch. Die Symmetrie zur y-Achse verursacht außerdem das Verschwinden aller b-Momente, so daß als aussagefähige Momente nur a_0 und a_2 übrig bleiben, ausreichend zur Bestimmung der beiden Grenzen α und β , wenn die Dichte gegeben ist.

Aus den eben kurz geschilderten Beispielen geht hervor, wie aus den Momenten und den daraus abgeleiteten Größen eine gewisse Charakterisierung der Ambiguität erfolgen kann. Es ist durchaus möglich, die Lage und die Geometrie des zu untersuchenden geotektonischen Objektes soweit einzuengen, daß dessen Geometrie in gewisser Approximation angegeben werden kann. Selbstverständlich sind diese Angaben je nach der Dichte des verwendeten Ursprungspunktnetzes verschieden; eine erste grobe Approximation ist aber auf alle Fälle möglich. Man kann unter Voraussetzung konstanter Dichte auf direktem Wege das von dem Objekt erzeugte Profil mit dem beobachteten vergleichen und durch eine Optimierung die Abweichung zwischen Beobachtung und Berechnung möglichst klein machen. Auf diese Weise erhält man dann auch einen approximativen Wert für die Dichte.

Ein zweiter Weg zur Bestimmung von Geometrie und Physik des geotektonischen Objektes führt direkt über die Auswertung der Momente, die ja als gegebene Zahlenwerte vorliegen. Bei dem hier behandelten einfachen Fall eines zweidimensionalen Gravitationsfeldes erhält man für die Parameter a_n, b_n folgenden Ausdruck:

$$(1) \quad a_n + i b_n = \int \bar{k} \rho'^n (\cos n \varphi' + i \sin n \varphi') d\sigma', \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

In (1) bedeutet $\bar{k} = f k$, wo f die Gravitationskonstante und k die Dichte sind. ρ' und φ' sind polare Quellpunktskoordinaten, $d\sigma'$ ein Flächenelement des zweidimensionalen Quellgebietes. a_n und b_n schließlich bedeuten die Momente der n-ten Ordnung. (1) stellt ein System simultaner Integralgleichungen dar. Um es elementar behandeln zu können, müssen von vornherein einige Voraussetzungen eingeführt werden. Zunächst sei wieder ein rechtwinkliges Koordinatensystem benutzt; $d\sigma'$ ist demzufolge gegeben als $dx' dy'$. Für die Dichte \bar{k} sei ein approximativer Ansatz gemacht im Sinne einer TAYLOR-Reihe, die bis zu den Gliedern der ersten Ordnung reicht. Demzufolge gilt $\bar{k} = \bar{k}_{00} + \bar{k}_{10} x' + \bar{k}_{01} y'$. Führt man diese Voraussetzungen in (1) ein,

so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$(2) \quad a_n + i b_n = \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} i^l \left[\bar{k}_{00} \frac{(\alpha_2^{n-l+1} - \alpha_1^{n-l+1})(\beta_2^{l+1} - \beta_1^{l+1})}{(n-l+1)(l+1)} + \right. \\ \left. + \bar{k}_{10} \frac{(\alpha_2^{n-l+2} - \alpha_1^{n-l+2})(\beta_2^{l+1} - \beta_1^{l+1})}{(n-l+2)(l+1)} + \right. \\ \left. + \bar{k}_{01} \frac{(\alpha_2^{n-l+1} - \alpha_1^{n-l+1})(\beta_2^{l+2} - \beta_1^{l+2})}{(n-l+1)(l+2)} \right];$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Das Gleichungssystem (2) führt das System der Integralgleichungen in ein solches von algebraischen Gleichungen über. Die Auswertung der Integrale über das Flächenelement führt nun zwangsweise zum Auftreten der Grenzen des gesuchten Objekts: α_2 und α_1 für x' und β_2 und β_1 für y' . Das Gleichungssystem (2) hat eine bemerkenswerte Struktur. Besonders hingewiesen sei auf die Tatsache, daß die physikalischen Größen \bar{k}_{00} , \bar{k}_{10} und \bar{k}_{01} nur linear auftreten, sich also verhältnismäßig leicht aus dem gesamten System eliminieren lassen. Unter den oben angegebenen Voraussetzungen treten in (2) insgesamt sieben unbekannte Größen auf, drei physikalische und vier geometrische. Zur Bestimmung dieser sieben Unbekannten sind also mindestens sieben unabhängige Momente notwendig, a_0, \dots, b_3 . Zur leichteren Behandlung der folgenden Rechnungen seien für a_n und b_n einheitliche Bezeichnungen eingeführt, nämlich c_m , $m = 1, \dots, 7$. Ebenso ist es zweckmäßig, für die sieben Unbekannten eine einheitliche Bezeichnungsweise zu benutzen, nämlich e_k , $k = 1, \dots, 7$. Dabei sind diese Elemente so numeriert, daß die ersten drei die physikalischen Parameter charakterisieren, die letzten vier die geometrischen. Wendet man das oben bereits kurz angedeutete Eliminationsverfahren für die drei physikalischen Unbekannten e_1, e_2, e_3 an, so verbleiben vier Gleichungen zur Bestimmung der geometrischen Parameter des Problems, nämlich e_4, e_5, e_6, e_7 . Man erhält schließlich vier Gleichungen, die neben den Unbekannten e_4, \dots, e_7 nur noch die Zahlenwerte der Momente c_1, \dots, c_7 enthalten. Dabei treten in jeder Gleichung die drei ersten Momente c_1, c_2, c_3 auf, weil sie zur Elimination der drei physikalischen Parameter e_1, e_2, e_3 benutzt worden sind. Zusätzlich kommt dann in jeder Gleichung jeweils ein weiteres der Momente c_4, \dots, c_7 vor. Durch diese Zerlegung des gesamten Gleichungssystems in zwei Systeme mit nur drei bzw. vier Unbekannten ist die mathematische Diskussion der Lösung des gesamten Siebenersystems wesentlich vereinfacht. Es läßt sich mit gewisser Sicherheit vermuten, daß das System der vier Gleichungen für die geometrischen Parameter aus voneinander unabhängigen Gleichungen besteht. Damit wäre eine totale Ambiguität im oben definierten Sinne ausgeschlossen, vielmehr würde nur eine endliche Anzahl von Lösungen zur Diskussion stehen, von denen ein großer Teil wegen nicht vorhandener physikalischer Signifikanz - komplexe Lösungen u.ä. - von vornherein ausgeschaltet werden muß.

Die hier kurz skizzierten Betrachtungen gelten nur für den Fall, daß die drei physikalischen Parameter e_1, e_2, e_3 sämtlich von Null verschieden sind. Ist nur $e_1 = 0$, geht das hier behandelte allgemeine Problem über in den schon oben dargestellten Fall eines geotektonischen Gebildes mit konstanter Dichte. Auch hier scheint

- [5] FANSELAU, G.;
RITTER, E.;
WEBERS, W. Geomagnetische Tiefensondierung in der Slowakei.
Wiss.-techn. Inform. zentr. geol. Inst.,
Berlin (1972) 3, Sonderh.
- [6] FANSELAU, G.;
WOLTER, H. Verwendung von Reihen als numerisches Testver-
fahren.
Geod. u. geophys. Veröff., R. III (1970) 16
- [7] LANGE, G. Ein Verfahren zur dreidimensionalen Interpretation
gravimetrischer Anomalien.
Diplomarbeit Leipzig 1967
- [8] WEBERS, W. Reihenentwicklungen zur Interpretation von
Potentialfeldern.
Diplomarbeit Berlin 1969

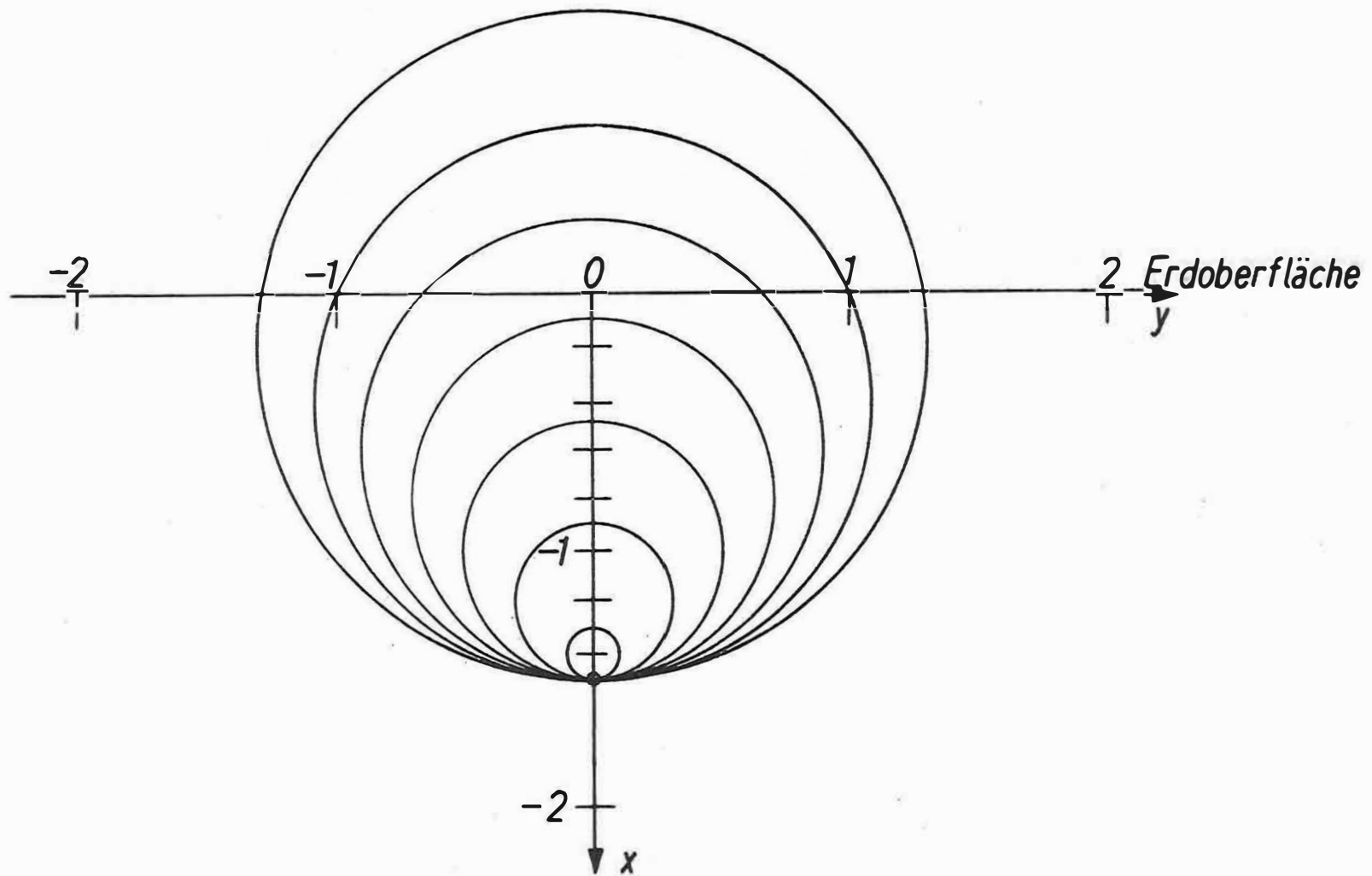


Abb. 1. COULOMB-Kurve eines Massenpunktes in der Tiefe $x = -1,5$: Konvergenzkreise für verschiedene Ursprungspunktlagen

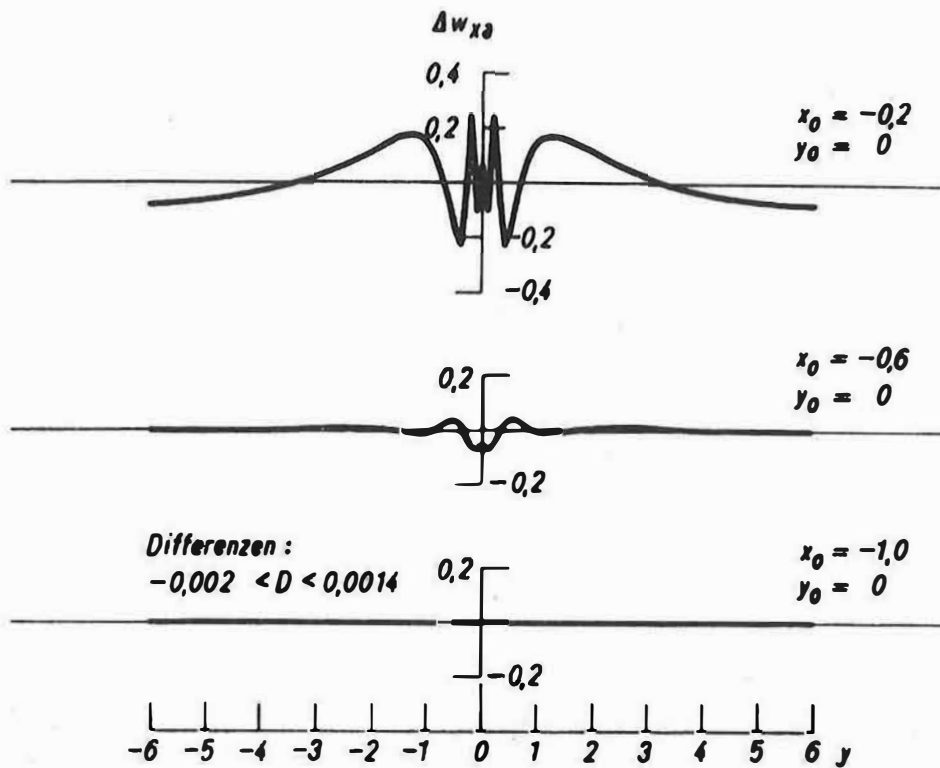


Abb. 2. COULOMB-Kurve, w_x außen: Residuen, bezogen auf Koordinatenursprungspunkte in verschiedenen Tiefen bei $y_0 = 0$

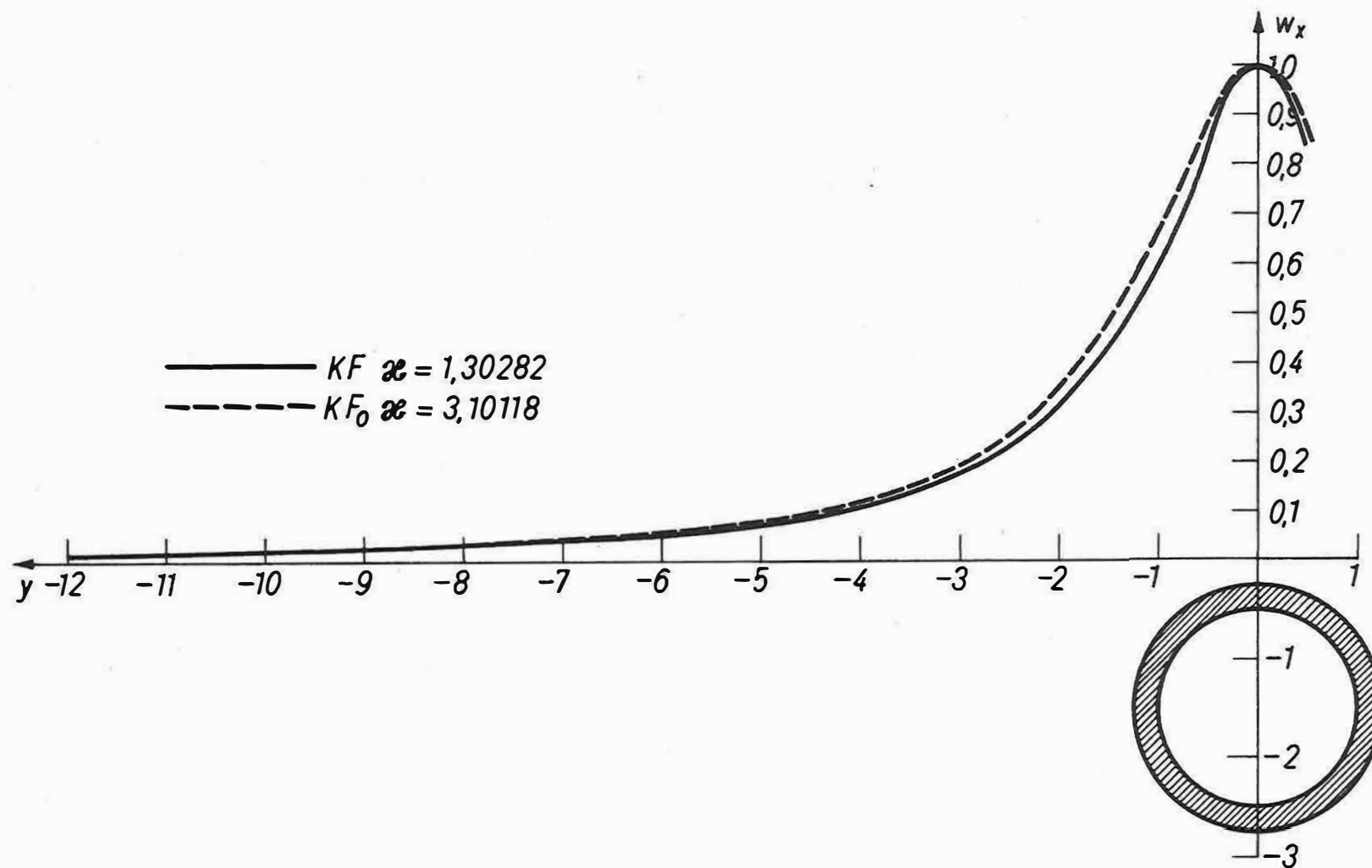


Abb. 3. Normierte Profile der Schwerebeschleunigung w_x für Voll- (KF_0) und Hohlkreis (KF)

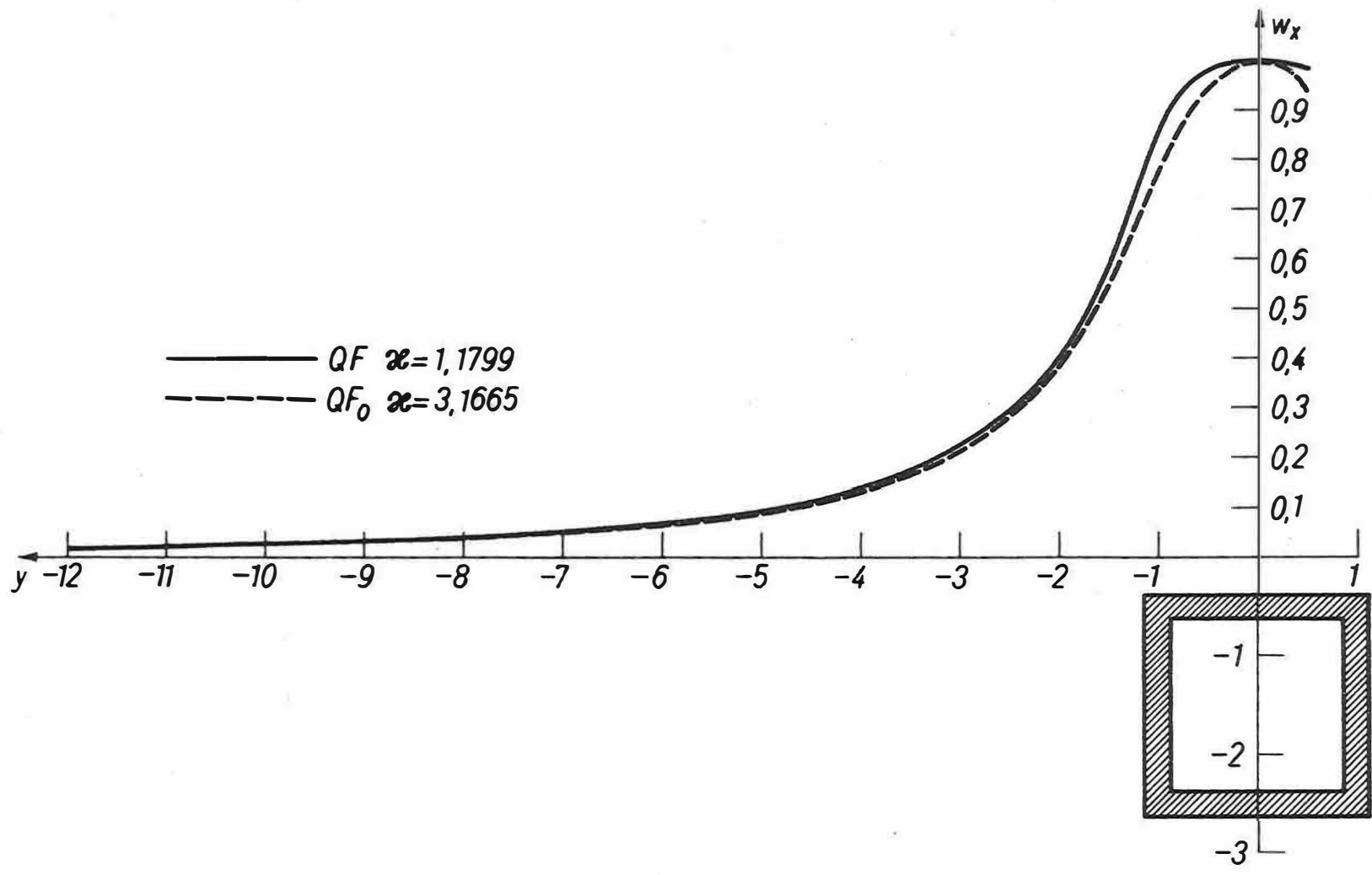


Abb. 4. Normierte Profile der Schwerebeschleunigung w_x für Voll- (QF) und Hohlquadrat (QF₀)

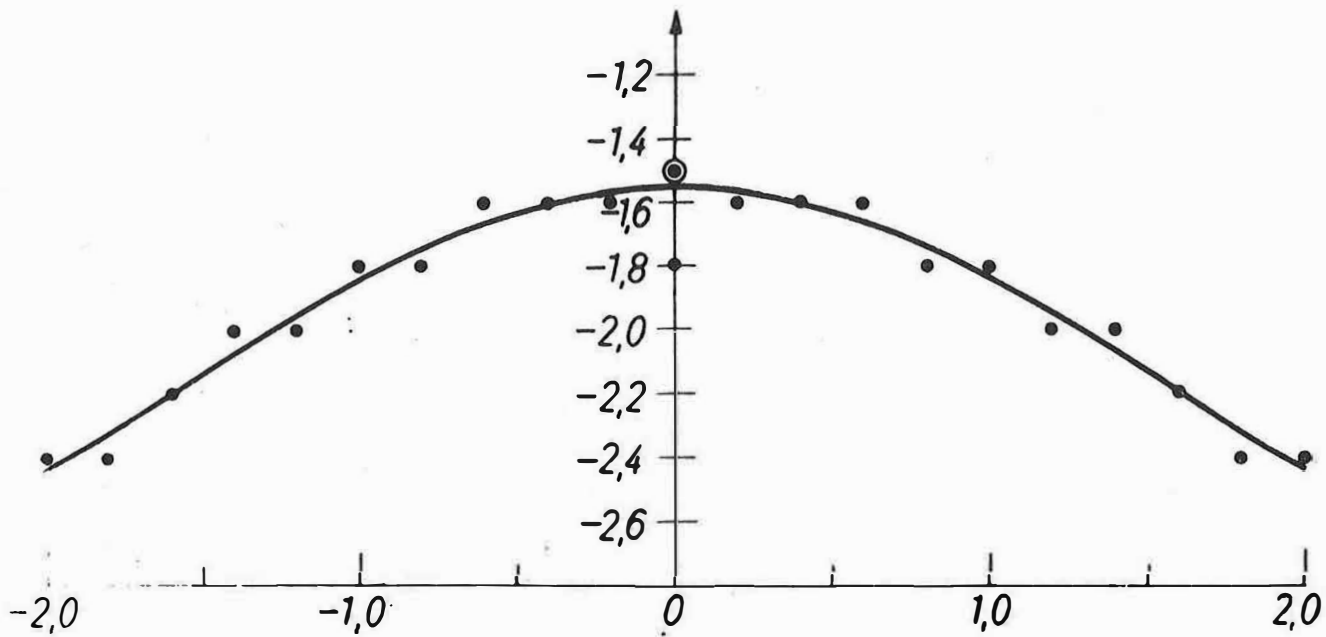


Abb. 5. COULOMB-Kurve, w_x außen: [v v]-Minimum-Verbindungsline im Netz der Ursprungspunkte

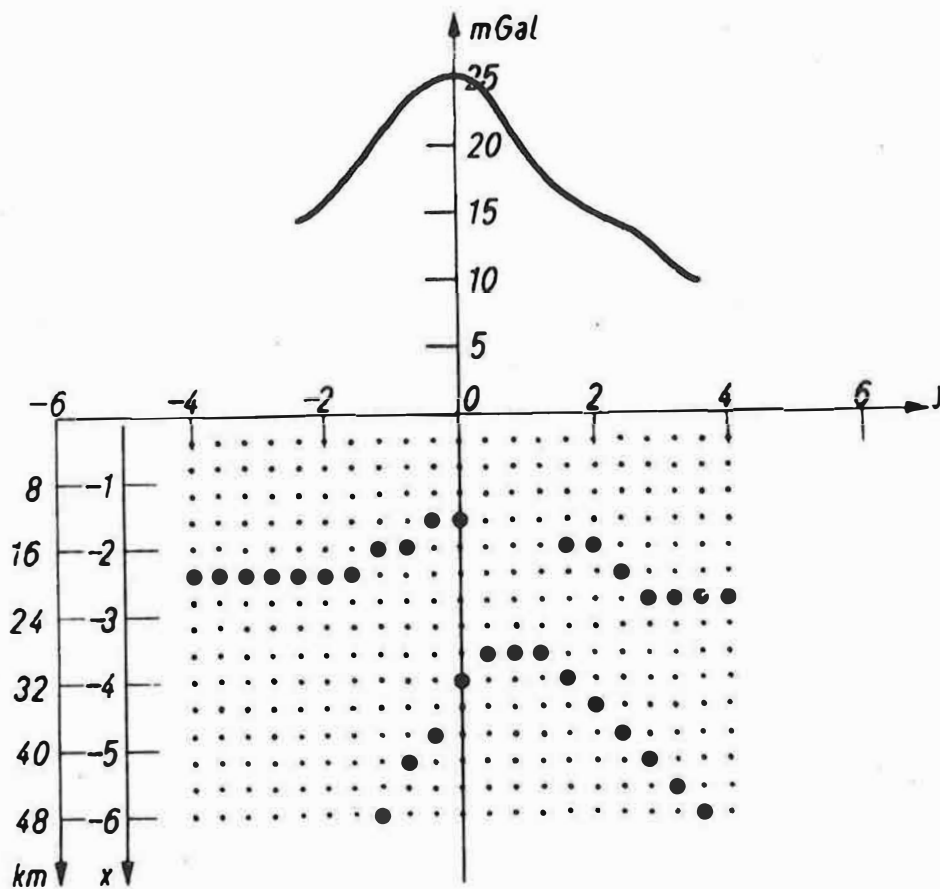


Abb. 6. Naturprofil, w_x außen: [v v]-Minimum-Verbindungsline
im Netz der Ursprungspunkte

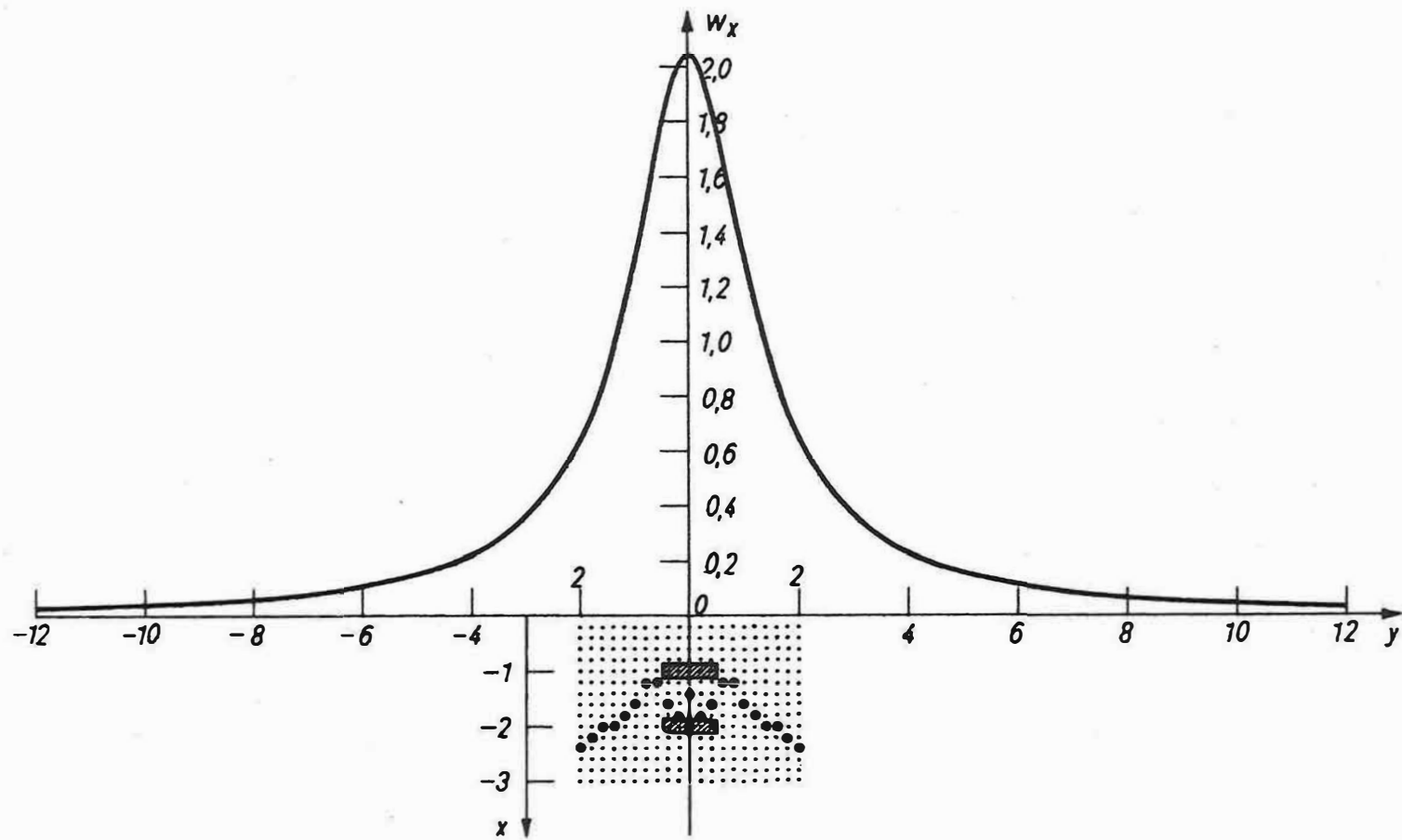


Abb. 7. Zwei untereinanderliegende Körper, w_x außen: [▽▽]-Minimum-Verbindungsline im Netz der Ursprungspunkte

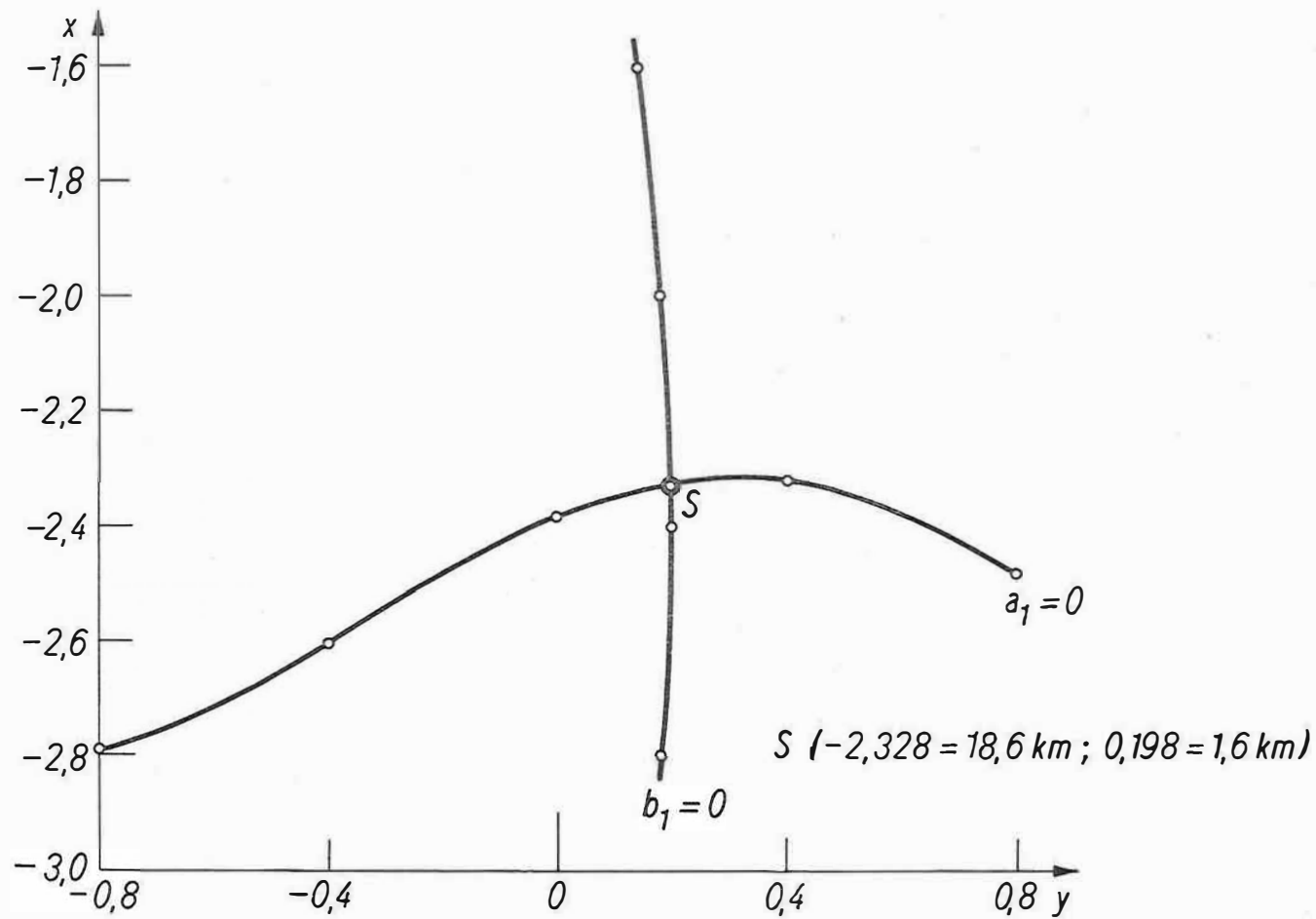


Abb. 8. Naturprofil, w_x außen: Schwerpunktbestimmung mit Hilfe der a_1 - und b_1 -Nulllinien

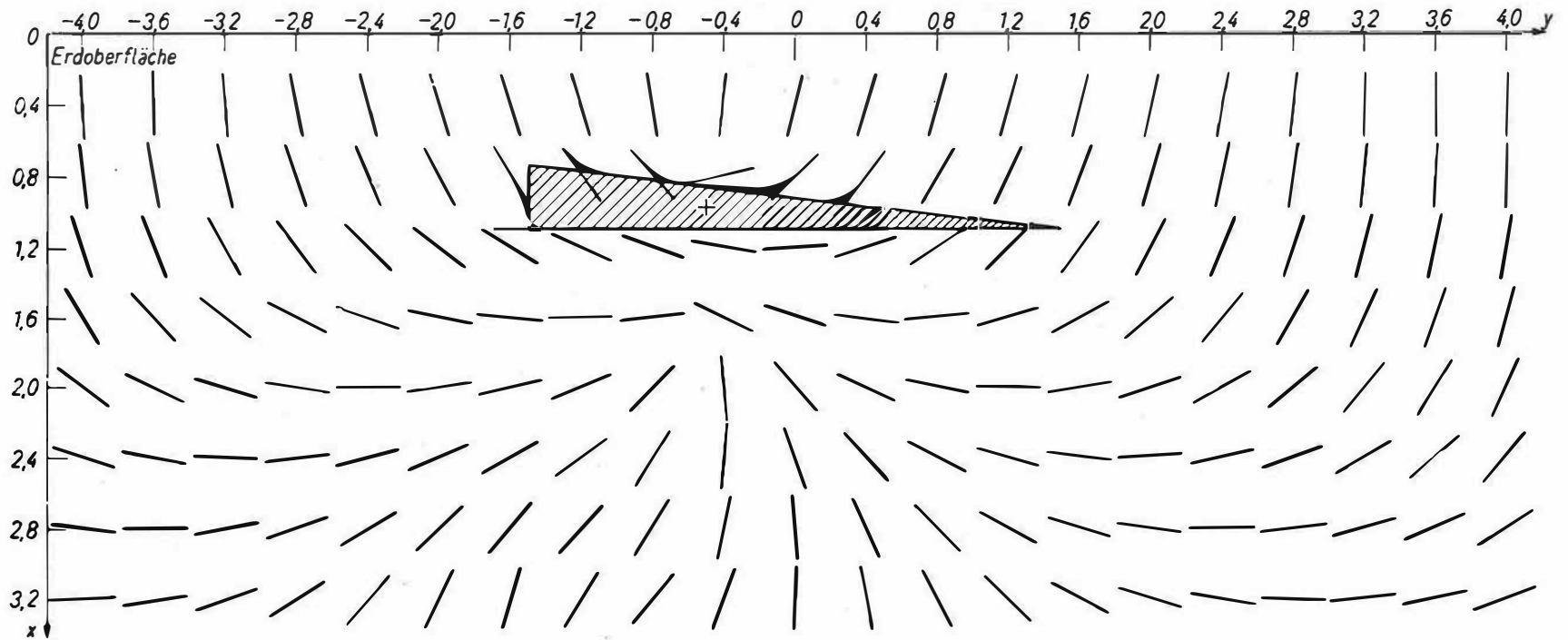


Abb. 9. Keilförmiger Körper, w_x außen: Hauptrichtungen der Momente zweiter Ordnung im Netz der Ursprungspunkte

Zur Signifikanz und geologischen Deutbarkeit magnetischer
Säkularvariationsanomalien in Europa

von

WOLFGANG MUNDT¹⁾

Summary

The analysis of the magnetic secular variation is based on data registered in the time interval between 1950 and 1970 at 44 European observatories and at 12 secular points in the territory of G.D.R. The analogous analysis of 4 five-year epochs gives not only a significant analytical description of the secular variation but also an objective separation of the anomalies from the normal field. The obtained regional anomalies show an interesting correlation to geotectonic features and other geophysical observations. Local anomalies of the secular variation could not be found out.

Die Kenntnis der regionalen Verteilung der magnetischen Säkularvariation hat große praktische und auch wissenschaftliche Bedeutung. In der Praxis werden Isoporenkarten zur Reduktion von magnetischen Karten auf andere Zeitepochen benötigt. Daneben beinhaltet die magnetische Säkularvariation als zeitabhängiges geophysikalisches Phänomen wesentliche Informationen über die physikalisch-stofflichen Eigenschaften des Erdkörpers sowohl im Grenzbereich Kern/Mantel als auch im Bereich Kruste/oberer Mantel.

Regionale Analysen der Säkularvariation wurden in Europa bereits für verschiedene Zeitepochen durchgeführt. Ihre Aussagen sind aber überwiegend nur qualitativer Natur, da bisher kein objektives Kriterium zur Unterscheidung zwischen natürlich-zeitlich-regionalen Variationen und Fehlern der Jahresmittelwerte der Observatorien vorlag. Gegenwärtig ist eine auf objektiven statistischen Methoden beruhende quantitative Analyse möglich, da für über 40 europäische Observatorien lückenlose Beobachtungsreihen im Zeitintervall 1950 bis 1970 vorhanden sind. Diese Daten bilden die Grundlage einer Untersuchung, durch welche das Problem einer exakten analytischen Beschreibung der Säkularvariation in Europa und deren Gliederung in lokale, regionale und großregionale Anteile gelöst werden soll.

Die vollständige Analyse beinhaltet zwei Phasen. Die erste Phase bezieht sich auf eine Prüfung der Signifikanz der kurzperiodischen Schwankungen im säkularen Gang an den Observatorien. Sie liefert Aussagen über die Amplitudengröße und deren regionale Verteilung. Darauf baut die zweite Phase auf, in der die regionale

1) -----
Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Physik der Erde
DDR - 15 Potsdam, Telegrafenberg A 43

Variation des Trends untersucht wird. Dadurch sind Aussagen über anomale Bereiche möglich.

Die objektive Analyse der kurzperiodischen Schwankungen setzt die Berechnung eines einheitlichen, physikalisch begründeten Trends für alle Observatorien voraus. Er soll nach Möglichkeit alle Anteile enthalten, die mit den ursächlichen Vorgängen der Säkularvariation im Grenzbereich zwischen Erdkern und Erdmantel zusammenhängen. Diese Forderung wird weitgehend erfüllt, wenn der Trend aus der mittleren lokalen Westdriftgeschwindigkeit für das jeweilige Observatorium berechnet wird. Über den Charakter dieses Trends gibt Abb. 1 Auskunft. Hier sind die berechneten Trends für die Komponenten X, Y und Z im Vergleich zu den gemessenen Kurvenverläufen für die Observatorien Niemegek und Eskdalemuir als Beispiel dargestellt.

Die Abweichungen gegenüber den "Westdrift-Trends" sind einer Korrelationsanalyse unterworfen worden, so daß ihre regionale Konsistenz getestet werden konnte. Abb. 2 zeigt den Verlauf der Linien gleicher Korrelation für die Z-Komponente um den Zentralpunkt Niemegek. Aus der hohen Korrelation dieser Schwankungen im mitteleuropäischen Bereich geht hervor, daß sie bei nur geringer Amplitudengröße keine differenzierte regionale Verteilung zeigen. Danach besitzt das vorliegende Observatoriennetz für eine flächenhafte Trendanalyse eine ausreichende Dichte. Es folgt weiterhin, daß die Trendanalyse im Zeitraum von 1950 bis 1970 auf Fünfjahresmitteln der Säkularvariation für die mittleren Epochen 1952,5, 1957,5, 1962,5 und 1967,5 aufgebaut werden kann.

Die flächenhafte Trendanalyse beruht auf einer Approximation der Fünfjahresmittel durch Polynome wachsender Ordnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Durch eine Signifikanzprüfung der Abweichungen gegenüber den Polynomwerten konnte eine optimale analytische Beschreibung der Säkularvariation gewonnen werden. Aus der gleichartigen Bearbeitung der Daten für vier Zeitintervalle ergab sich die Möglichkeit zur objektiven Trennung zwischen anomalen und normalen Anteilen. Als Signifikanzkriterium diente die Ortskonstanz der Anomalien innerhalb des Gesamtintervalls.

Aus diesen Rechnungen folgt, daß die Abweichungen gegenüber einem Polynom 3. Grades für die Deklination wie auch für die Horizontal- und Vertikalkomponente zum überwiegenden Teil innerhalb der Beobachtungsfehler liegen. Sie sind im Mittel für $D < 0,5'$ sowie für H und $Z < 2 - 3 \%$. Ausdruck dieser Insignifikanz sind regionale Anomalien, die bezüglich der vier untersuchten Zeitintervalle keinerlei Ortskonstanz zeigen. Danach ist der Verlauf der magnetischen Säkularvariation in Europa durch ein Polynom 3. Grades vollständig analytisch darstellbar. Die Abb. 3 und 4 zeigen als Beispiel die Z-Isoporen für die Epochen 1952,5, 1957,5, 1962,5 und 1967,5. Darin beziehen sich die ausgezogenen Linien auf die Epoche 1952,5. Die Isoporen für die Epochen 1957,5, 1962,5 und 1967,5 sind gestrichelt, strich-doppelpunktiert und strich-punktiert dargestellt.

Bei der Approximation durch Polynome 1. Ordnung treten Abweichungen auf, die etwa in der Größenordnung der Beobachtungsfehler liegen. Die Lage dieser großregionalen Anomalien der geomagnetischen Säkularvariation ist der Abb. 5 zu entnehmen, welche

sich auf die Vertikalkomponente bezieht. Nahezu identische Verteilungen liefern die Deklination und die Horizontalintensität. Danach besitzt der normale Anteil der Säkularvariation in Europa einen linearen Verlauf, die resultierenden Anomalien zeigen Quasi-Ortskonstanz.

Zusammenfassend ist festzustellen: Die regionale Verteilung der magnetischen Säkularvariation in Europa ist durch ein Polynom 3. Grades analytisch vollständig darstellbar. Ihr normaler Verlauf besitzt linearen Charakter, da die resultierenden Anomalien nur gegenüber diesem Trend signifikant sind. Die anomalen Bereiche sind großregionaler Natur mit charakteristischen Dimensionen größer als 10^3 km. Als interessanteste Grenzlinie tritt der Westrand der Osteuropäischen Tafel deutlich hervor. Regionale Anomalien mit charakteristischen Dimensionen in der Größenordnung von 10^2 km sind nicht nachweisbar. Über die Existenz lokaler Anomalien mit Amplituden kleiner als 2 bis 5 γ /Jahr läßt sich auf Grund dieser Analyse keine Aussage machen.

Eine ausführliche Darstellung dieser Analyse ist als Nr. 23 der Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde erschienen.

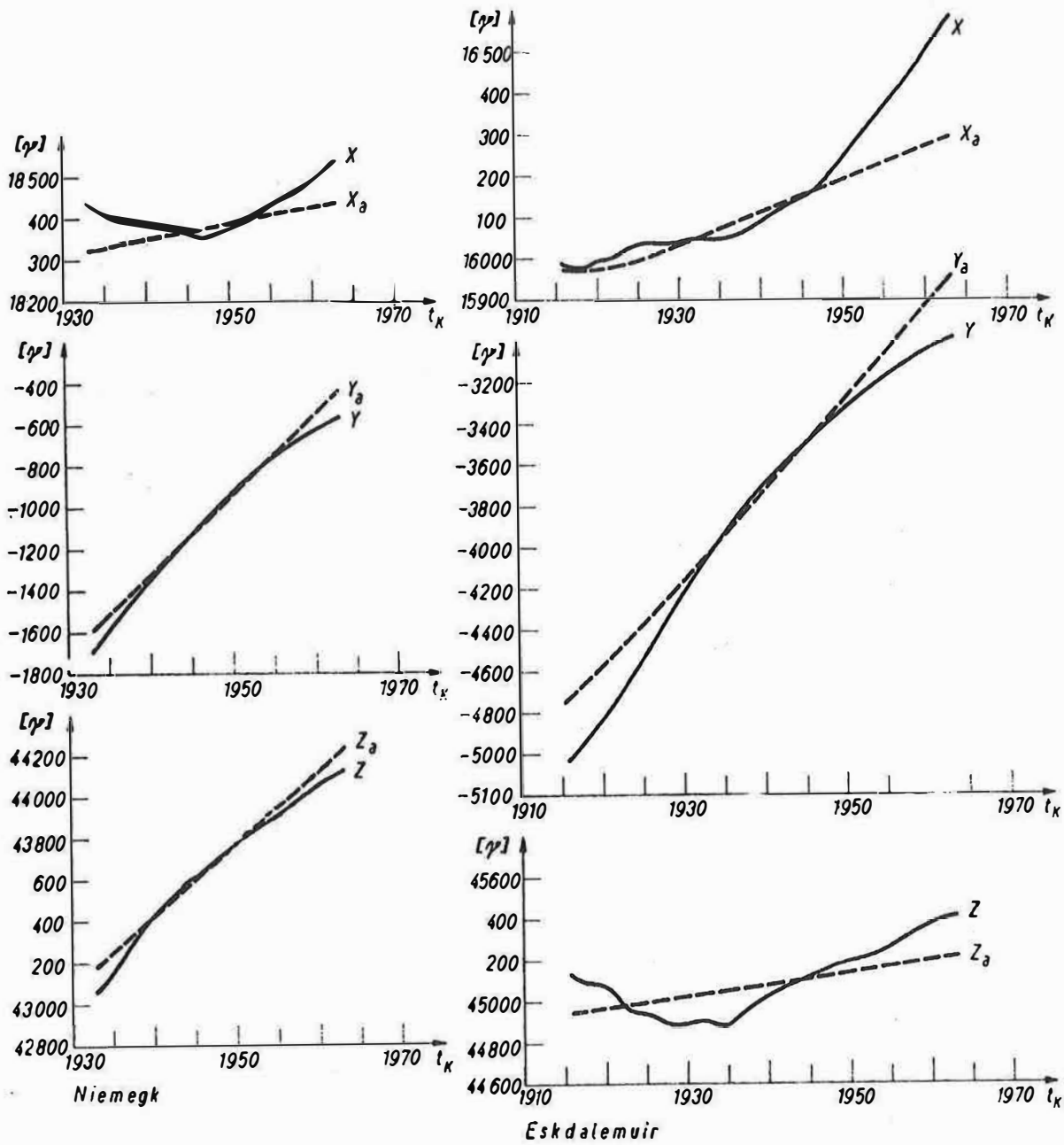


Abb. 1. Zeitlicher Verlauf der Komponenten des geomagnetischen Feldes;
 — gemessen, ---- berechnet

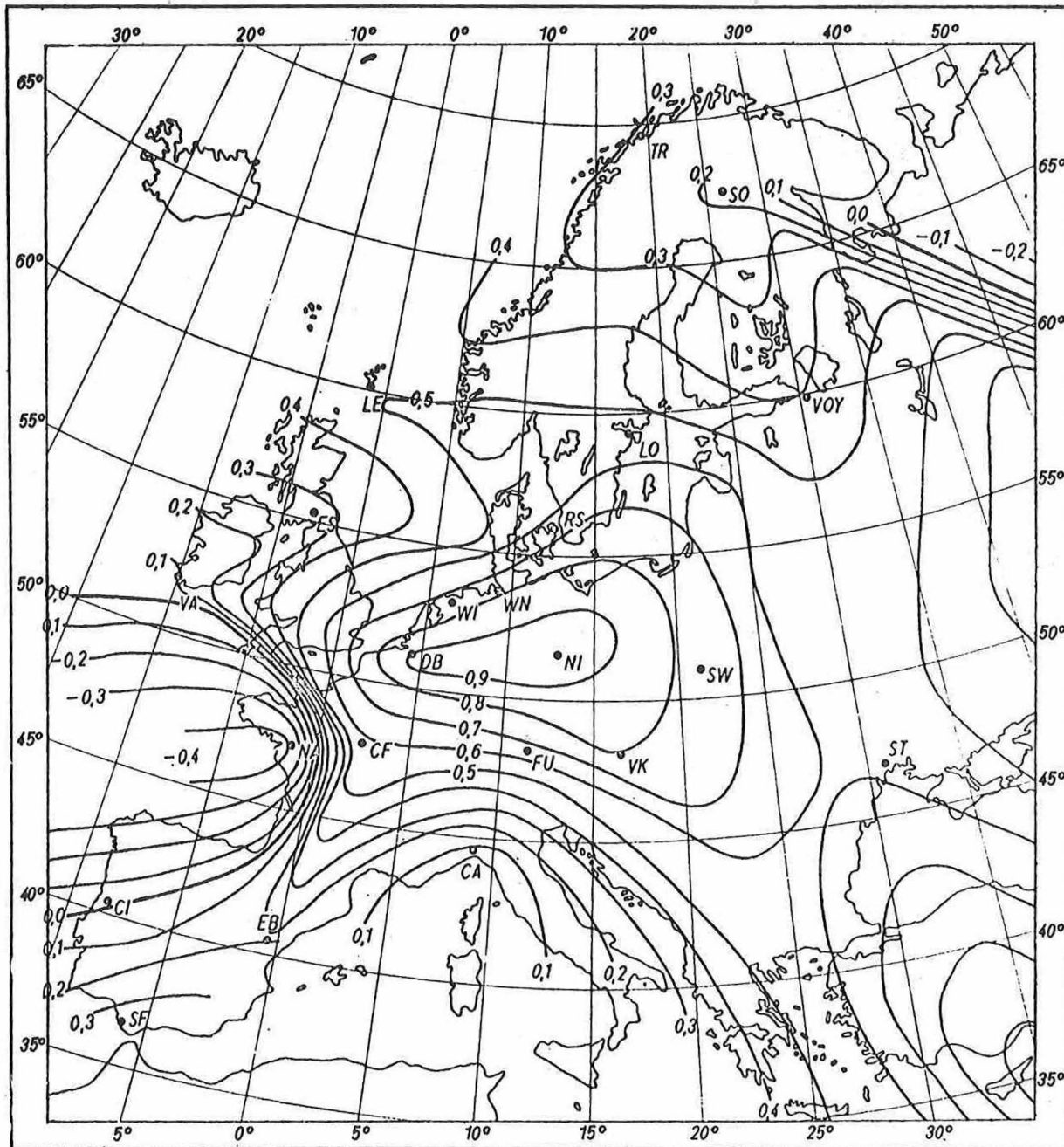


Abb. 2. Korrelation der kurzperiodischen Schwankungen der Säkularvariation gegenüber Niemeck als Zentralpunkt

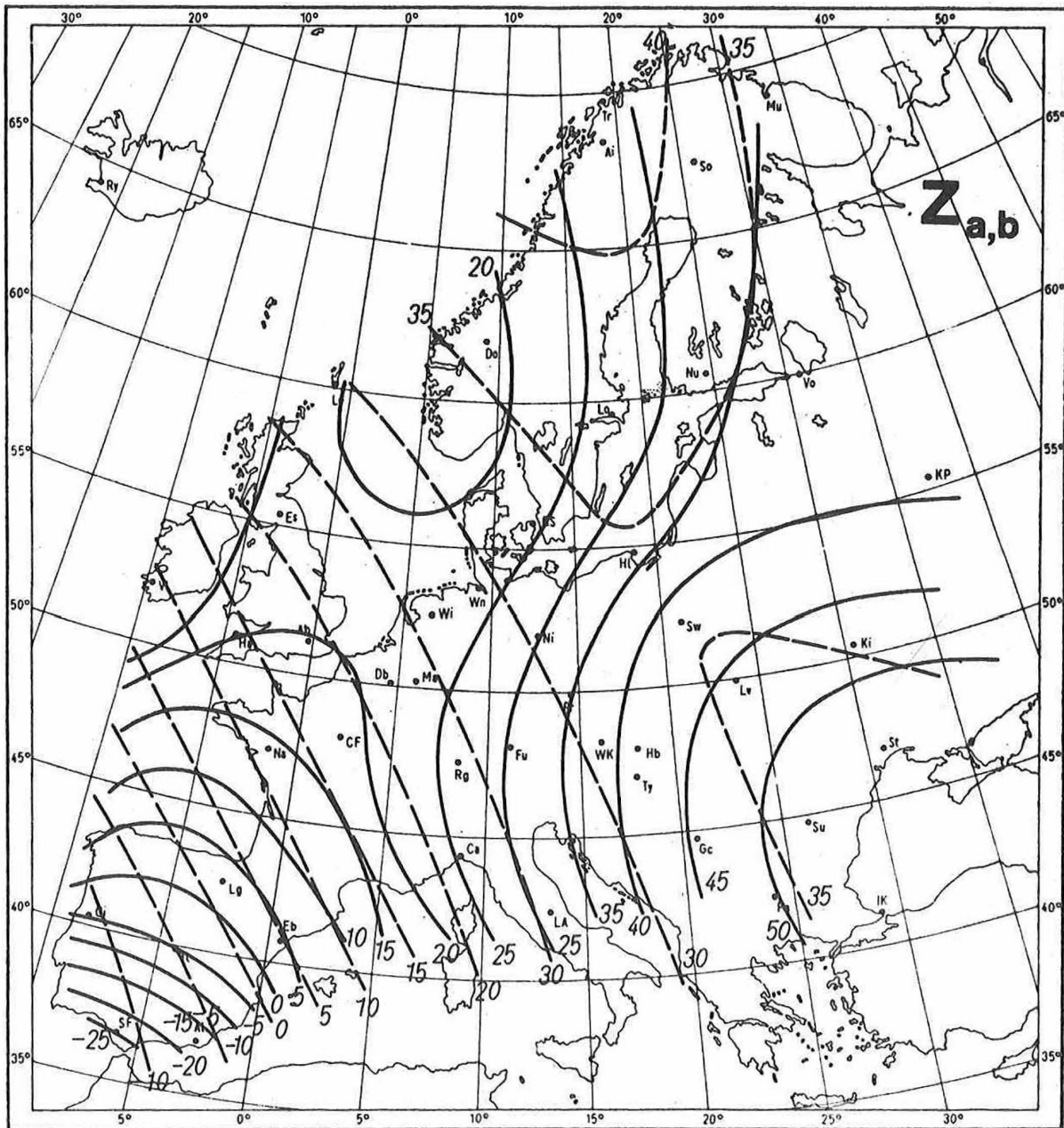


Abb. 3. $\Delta Z_{1952,5; 1957,5}$ [γ/Jahr]

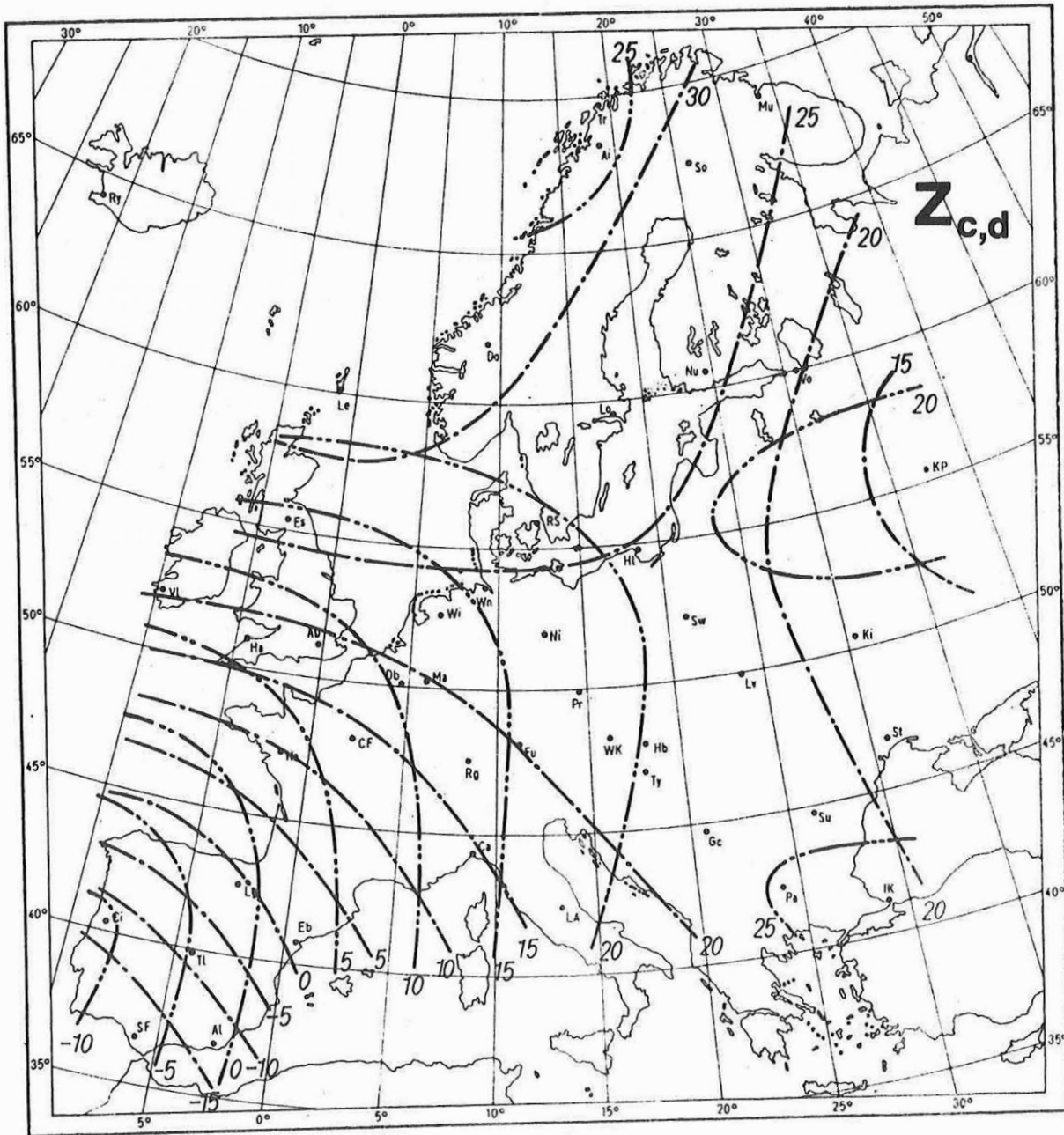


Abb. 4. $\Delta Z_{1962,5; 1967,5}$ [γ/Jahr]

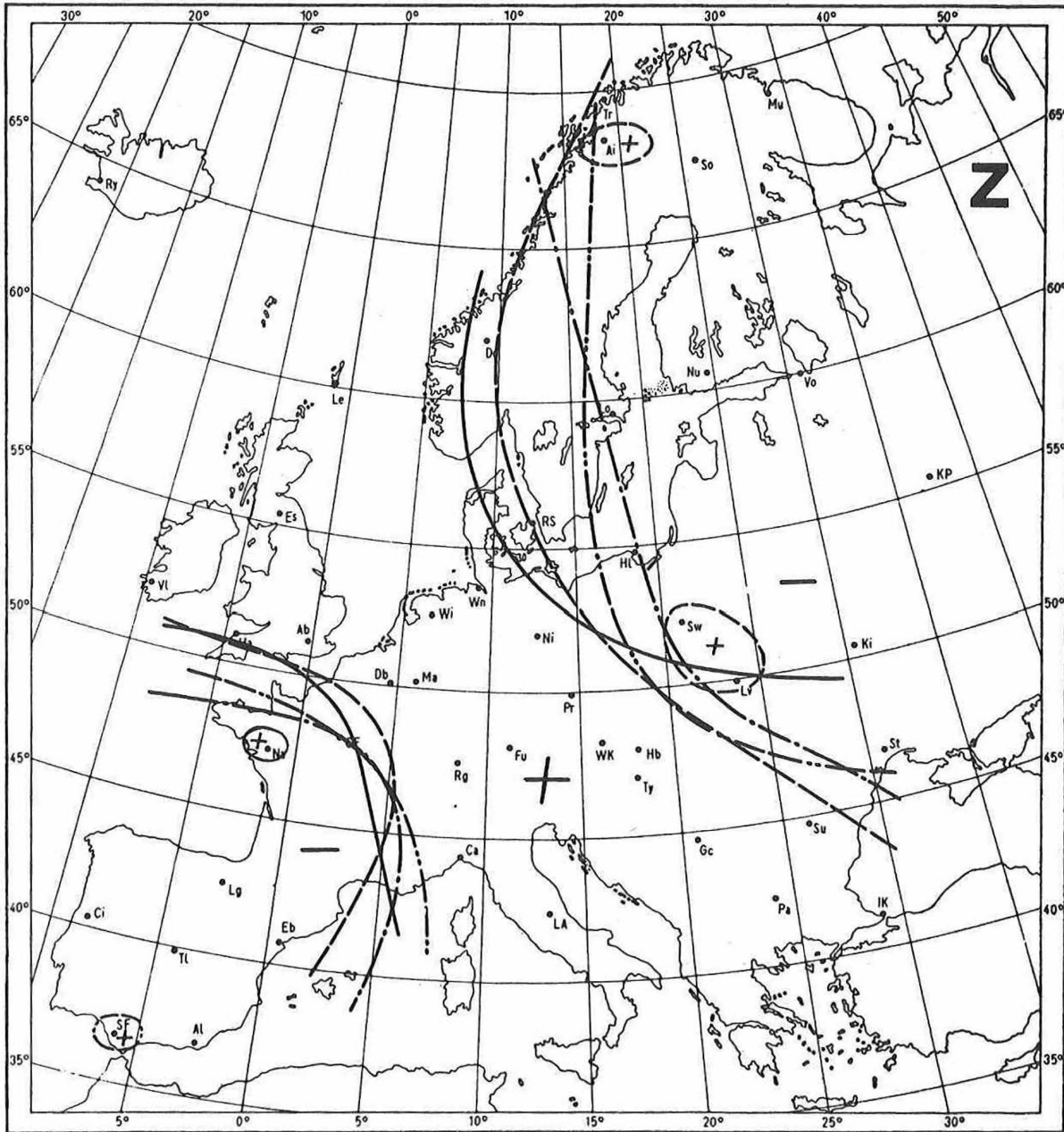


Abb. 5. $\delta(\Delta Z)_{a,b,c,d}$