

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften
ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde
Nr. 32

**Sternkoordinatenkorrekturen für den FK4
aus Beobachtungsmaterial am
Astrolab Danjon**

von
Joachim Höpfner

Als Manuskript gedruckt
Potsdam 1975

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	7
2. Das Beobachtungsmaterial	8
3. Analyse der Restfehler	10
3.1. Elimination zufälliger und pseudozufälliger Fehlereinflüsse	10
3.2. Der BONNEAU-Effekt und die mittleren Restfehler	10
3.3. Statistische Untersuchungen der mittleren Restfehler auf systematische Anteile von Helligkeit, Farbe und Azimut	17
4. Die Grundgleichung für die Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen aus den korrigierten mittleren Restfehlern	22
5. Die Berechnung der Gruppenkorrekturen und der korrigierten mittleren Restfehler	23
6. Die Berechnung von Sternkoordinatenkorrekturen	32
6.1. Individuelle Sternkoordinatenkorrekturen	32
6.1.1. Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen aus Doppeldurchgängen	32
6.1.2. Rektaszensions- oder Deklinationskorrekturen aus dem Ost- oder Westdurchgang	36
6.2. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen	38
6.2.1. Systematische Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Rektaszension	39
6.2.2. Systematische Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Deklination	42
7. Genauigkeitsuntersuchung und Beurteilung der Sternkoordinatenkorrekturen	44
7.1. Individuelle Sternkoordinatenkorrekturen	44
7.2. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen	50
8. Rückblick	52
Literatur	54

Zusammenfassung

Grundlage der vorliegenden Arbeit ist das auf das FK4-System bezogene Beobachtungsmaterial am Astrolab DANJON des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam für den Zeitraum von 1961.75 bis 1970.75. Zunächst wurden die Restfehler der Beobachtungen unter Berücksichtigung des BONNEAU-Effektes arithmetisch gemittelt. Dann erfolgten statistische Untersuchungen der mittleren Restfehler auf systematische Anteile von Helligkeit, Farbe und Azimut. Sie ergaben keine systematischen Beobachtungsfehler als Funktion der Zustandsgrößen der Sterne. Der systematische Verlauf der mittleren Restfehler in Abhängigkeit vom Azimut wurde nur den Katalogfehlern zugeschrieben. Folglich durften aus den mit den mittleren Gruppenkorrekturen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz korrigierten mittleren Restfehlern Sternkoordinatenkorrekturen berechnet werden. Es sind individuelle Korrekturen aus Doppel- und Einzeldurchgängen ermittelt worden. Sie wurden dazu benutzt, systematische Komponenten als Funktion der Rektaszension abzuleiten. Dagegen ist die Berechnung systematischer Komponenten als Funktion der Deklination mit den Mittelwerten der korrigierten mittleren Restfehler für Deklinationsbereiche erfolgt. Schließlich wurden die erhaltenen individuellen und systematischen Sternkoordinatenkorrekturen durch den Vergleich mit anderen Ergebnissen auf ihre äußere Genauigkeit hin untersucht und beurteilt.

Summary

The foundation of the present paper are results of observations of the geodetic-astronomical observatory Potsdam, made with the DANJON astrolabe during the period 1961.75 to 1970.75 referred to the FK4 system. First of all, the mean values of the residuals of the observations were calculated taking into account the BONNEAU effect. Then statistical investigations of the latter were made with respect to systematic parts of magnitude, spectral type and azimuth respectively. No systematic magnitude-colour errors were obtained. The systematic variation of the mean residuals with azimuth was attributed only to the catalogue errors. Consequently, from the mean residuals corrected with the mean group corrections in time, latitude and zenith distance respectively it was allowed to calculate corrections to the co-ordinates of the stars. Individual corrections were determined from double and single transits. These results were used to deduce systematic components $\Delta\alpha_{\alpha}$ and $\Delta\delta_{\alpha}$. On the other hand, the calculation of systematic components $\Delta\alpha_{\delta}$ and $\Delta\delta_{\delta}$ was made using average values of corrected mean residuals for declination zones. Finally, for estimating the external accuracy, the obtained individual and systematic corrections to the co-ordinates of the stars were compared with other results.

Sommaire

Base du travail présent est le matériel des observations de l'observatoire géodésique et astronomique de Potsdam, effectuées avec l'astrolabe DANJON entre 1961.75 et 1970.75, rapportées au système FK4. D'abord on a formé les moyennes arithmétiques des résidus des observations en considération de l'effet de BONNEAU. Puis on a fait des analyses statistiques des résidus moyens au sujet des parts systématiques de la magnitude, du type spectral et de l'azimut. Il ne s'ensuit pas de là des erreurs d'observation systématiques en fonction de la grandeur d'état des étoiles. Le cours systématique des résidus moyens en dépendance de l'azimut est à attribuer seulement aux erreurs de catalogue. Ainsi on peut calculer les corrections des coordonnées d'étoiles avec les résidus moyens corrigés avec des corrections de groupe moyennes pour l'horloge, la latitude et la distance zénithale. Des corrections individuelles ont été trouvées des passages doubles et seuls. Elles ont été employées à dériver des composantes systématiques en fonction de l'ascension droite. D'autre part le calcul des composantes systématiques en fonction de la déclinaison a été fait avec les valeurs moyennes des résidus moyens, corrigés pour des zones de déclinaison. Enfin les corrections individuelles et systématiques des coordonnées d'étoiles trouvées en comparaison d'autres résultats ont été discutées et critiquées sur la précision extérieure.

Резюме

Основной настоящей работы являются результаты наблюдений геодезическо-астрономической обсерватории Потсдама, полученные на астролябии ДАНЖОНА с 1961.75 по 1970.75 года, отнесенные к системе FK4. Сначала остаточные отклонения наблюдений использовались для вычисления средних арифметических, принимая во внимание эффект БОННОА. Потом производились статистические исследования средних остаточных отклонений в отношении систематического влияния величины, спектра и азимута. Они не показали систематических ошибок наблюдений в качестве функции состояний звезд. Систематический ход средних остаточных отклонений в зависимости от азимута приписывался только ошибкам каталога. Следовательно из средних остаточных отклонений, исправленных поправками групп в время, широту и зенитное расстояние, можно вычислить поправки координат звезд. Индивидуальные поправки были определены из двойных и одиночных прохождений. Эти результаты использовались для вывода систематических компонент $\Delta\alpha_\alpha$ и $\Delta\delta_\alpha$. Вычисление систематических компонент $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$ производилось при помощи средних значений исправленных средних остаточных отклонений для зон склонения. Наконец, для оценки внешней точности полученные индивидуальные и систематические поправки координат звезд сравнивались с другими результатами.

1. Einleitung

Auf geodätisch-astronomischen Observatorien werden Astrolab- und PZT-Beobachtungen zur Zeit- und Breitenbestimmung mit dem Ziel der Erforschung des planetar-dynamischen Verhaltens der Erde ausgeführt. Für ihre Auswertung benötigt man Sternkoordinaten, die so genau wie nur möglich bekannt sein sollten. Diese Forderung der geodätischen Astronomie wird auch in der Satellitengeodäsie erhoben.

Gemäß der Empfehlung der Internationalen Astronomischen Union wird seit 1962 Jan. 1 als Fundamentalkatalog von Positionen und Eigenbewegungen der Sterne der FK4 (Fourth Fundamental Catalogue) [4] verwendet. Sein praktischer Gebrauch ließ jedoch schon nach kurzer Zeit regionale systematische Katalogfehler vermuten.

Wegen zonaler und regionaler Inhomogenitäten im FK4-System und wegen des Mangels der Beschränkung des FK4 auf Sterne mit der visuellen Grenzgröße 7.5 arbeitet das Astronomische Rechen-Institut in Heidelberg gegenwärtig an einem verbesserten und erweiterten Fundamentalkatalog, dem FK5 [2, 3]. Hierbei wird ein Primärsystem angestrebt, das über den ganzen Himmel homogen ist und Sterne bis zur 9. visuellen Größe enthält. Gegenüber dem FK4 mit 1535 Sternen dürfte der neue Fundamentalkatalog FK5 ca. 5000 Sterne umfassen.

In den Restabweichungen der zu Untersuchungen der Rotationsschwankungen und Polbewegungen ausgeführten Astrolab- und PZT-Beobachtungen äußern sich vorhandene Sternkoordinatenfehler. Diese können daher dem Zwecke dienen, Korrekturen zu den verwendeten Sternörter abzuleiten. Auf diese Weise ist es möglich, einen wesentlichen Beitrag zur Verbesserung des Fundamentalsystems zu leisten [3]. Damit das wertvolle Beobachtungsmaterial am Astrolab DANJON des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam hierfür nicht ungenutzt blieb, ist es bereits für den Zeitraum von 1957.8 bis 1962.2 zur Herleitung von Katalogkorrekturen benutzt worden [7]. Unter Zugrundelegung des entsprechenden Beobachtungsmaterials von 1961.75 bis 1970.75 wurde nun die vorliegende Arbeit in der gleichen Art und Weise gefertigt; daher erübrigt es sich, nochmals auf sämtliche Details einzugehen. Statt dessen wurden Vergleiche mit den Ergebnissen in [7] vorgenommen.

Mein Dank gilt Frau I. MEISTER für die Ausführung zahlreicher Rechnungen zu dieser Arbeit.

2. Das Beobachtungsmaterial

Um von 1962 Jan. 1 an bei der gleitenden Ausgleichung des Zeitsystems des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam [13] vom FK3R-System zum FK4-System übergehen zu können, waren die Astrolab-Beobachtungen in der Zeit von 1961 Okt. 1 bis 1962 März 21 in beiden Systemen ausgewertet worden. Deshalb liegen die Beobachtungsergebnisse bereits seit 1961 Okt. 1 im FK4-System vor.

Das Beobachtungsmaterial des Zeitraumes 1961 Okt. 1 bis 1970 Okt. 2, das sich einheitlich auf das FK4-System bezieht, wurde dazu verwendet, Sternkoordinatenkorrekturen zu berechnen. Für diese 9 Beobachtungsjahre verteilen sich die Beobachtungen auf die 12 Gruppen ($j = 1, 2, 3, \dots, 12$) und die 4 Beobachter mit deren Code

Code	Beobachter (B)	
02	HEMMLEB	(H)
04	KIRSCHNER	(Ki)
08	HÖPFNER	(Ho)
10	MEINIG	(Me)

in der in Tab. 1 gezeigten Weise. Jede Gruppe j wurde im Mittel etwa 120mal beobachtet. Insgesamt handelt es sich um das Material von 1473 beobachteten Gruppen.

Tab. 1. Verteilung der Beobachtungen auf Gruppen und Beobachter

j	B-Code				Gesamt
	02	04	08	10	
1	5	93	27	9	134
2	9	67	24	5	105
3	11	61	23	4	99
4	7	66	15	3	91
5	10	68	21	5	104
6	5	76	27	6	114
7	1	81	34	8	124
8	-	82	29	10	121
9	1	78	35	9	123
10	1	104	38	9	152
11	-	119	30	9	158
12	-	105	32	11	148
Gesamt	50	1000	335	88	1473

Zur Einschätzung des Beobachtungsmaterials hinsichtlich seiner inneren Genauigkeit soll wie in [7] der mittlere Fehler m_0 eines beobachteten Sterndurchgangs dienen. Seine Häufigkeitsverteilung ist zusammen mit der theoretischen Normalverteilung in Abb. 1 dargestellt. Zwischen den Verteilungen treten größere Abweichungen bei $m_0 = 0,24, 0,26$ und $0,30$ auf, die durch die verschiedenen Häufigkeiten für die Beobachter bedingt sind. Trotzdem wird das Häufigkeitspolygon gut durch die Normalkurve approximiert; das bedeutet, daß das Beobachtungsmaterial eine Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit ist.

Als statistische Maßzahlen der Häufigkeitsverteilung ergaben sich der häufigste Wert (Dichtemittel) $m_{0,h}$ und der arithmetische Mittelwert \bar{m}_0 zu

$$m_{0,h} = \pm 0,26 \quad \text{und} \quad \bar{m}_0 = \pm 0,275 .$$

Hiermit betragen die inneren mittleren Fehler $m_{\Delta u}$, m_{φ} und m_z der bestimmten Zeit, Breite und Zenitdistanz für eine Gruppe mit durchschnittlich 25 Sternen

$$m_{\Delta u,h} = \pm 0,0072 , \quad \bar{m}_{\Delta u} = \pm 0,0077 ,$$

$$m_{\varphi,h} = \pm 0,081 , \quad \bar{m}_{\varphi} = \pm 0,085 ,$$

$$m_{z,h} = \pm 0,052 , \quad \bar{m}_z = \pm 0,055 .$$

Gegenüber den Angaben in [7] sind die Beobachtungen und folglich auch die abgeleiteten Größen deutlich ungenauer. Für das Astrolab DANJON von Mizusawa ist die innere Genauigkeit der Beobachtungen des Zeitraumes 1966 Jan. bis 1968 Dez. [12]

$$\bar{m}_0 = \pm 0,26 ,$$

also etwa gleich groß. Vermutlich wurde die Verringerung der Genauigkeit der Potsdamer Beobachtungen durch Einflüsse meist meteorologischer Art verursacht. So hat sich z.B. wiederholt bestätigt, daß bei Inversion kein gutes Beobachtungswetter ist. Ein gewisser Zusammenhang kann eventuell auch zwischen der inneren Beobachtungsgenauigkeit und der Bewachung der näheren Umgebung des Beobachtungshauses bestehen. Die erstgenannte Vermutung wird dadurch bestärkt, daß sich die Genauigkeit im Zeitraum 1971 bis jetzt wieder besserte. Dabei ist ein merklicher Genauigkeitsgewinn für den Beobachter 08 zu verzeichnen, dessen Ursache persönlichen Charakter hat.

Das Beobachtungsmaterial wurde in den Arbeiten [14, 15, 16] publiziert. Wegen der Einzelheiten sei auf diese Veröffentlichungen verwiesen.

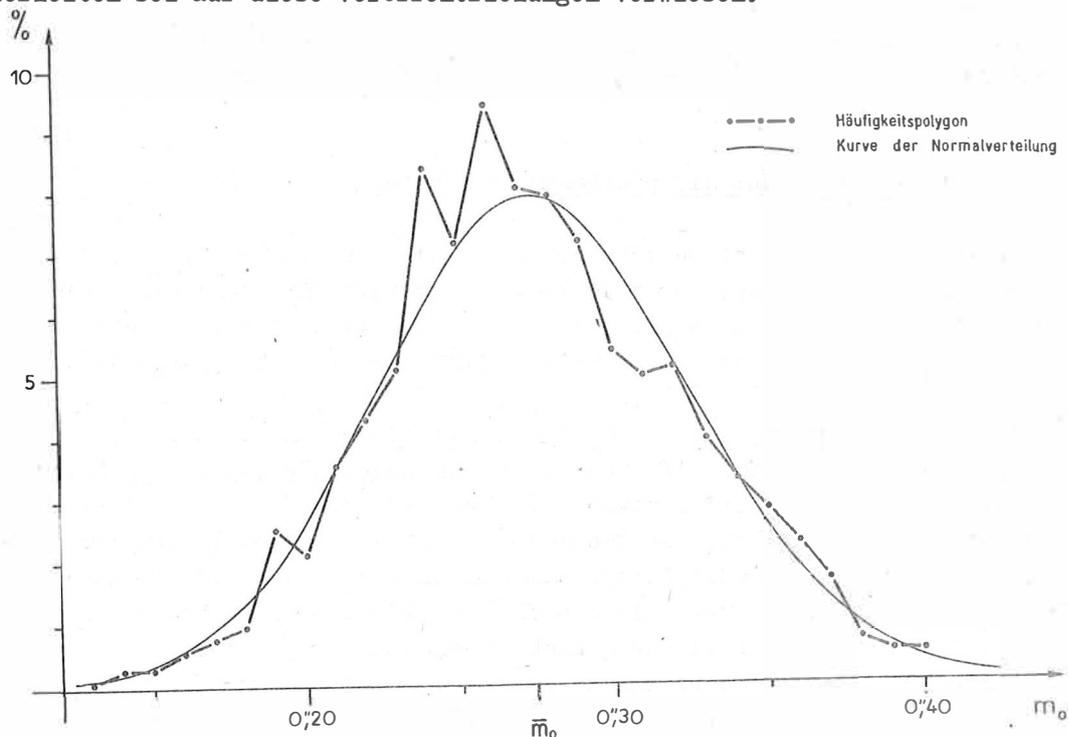


Abb. 1. Häufigkeitspolygon und Normalkurve der mittleren Fehler m_0

3. Analyse der Restfehler

Die linearen Fehlergleichungen für Astrolab-Beobachtungen lauten:

$$(1) \quad \sin A_1 (\cos \varphi_0) x + (\cos A_1) y - z + \delta h_1 = r_1 .$$

Hierin bedeuten i (1, 2, 3, ..., n) die Nummer des Sterns in der beobachteten Gruppe, A_1 das Azimut, positiv gezählt von Nord über Ost, δh_1 das Beobachtungsglied (Differenz zwischen beobachteter und vorausberechneter Durchgangszeit durch den Almukantarat mit Verbesserungsgliedern), r_1 die Restfehler (im Sinne einer Verbesserung), φ_0 den Näherungswert der geographischen Breite, x, y, z die Unbekannten für Zeit (Uhrkorrektion), geographische Breite und Zenitdistanz des Almukantarats (Korrekturen der Näherungswerte).

Für jede beobachtete Gruppe erhält man die günstigsten Werte der drei Unbekannten aus den Fehlergleichungen (1) durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die damit gemäß (1) berechneten Restfehler der Einzelbeobachtungen der Gruppen werden im folgenden analysiert, um detaillierte Aussagen über systematische Fehlerinflüsse, die neben den zufälligen vorhanden sind, machen zu können.

3.1. Elimination zufälliger und pseudozufälliger Fehlereinflüsse

Die in [7], S. 8 - 10 enthaltenen Darlegungen über zufällige und pseudozufällige Beobachtungsfehler bedürfen keiner Ergänzung. Um deren Einflüsse zu eliminieren, wurden die Restfehler r_1 arithmetisch gemittelt. Im Hinblick auf die Untersuchung wegen des BONNEAU-Effektes erfolgte die Mittelbildung getrennt nach Beobachtern für erste, zweite und dritte Messungen der gleichen Gruppe j in den Nächten. Die erhaltenen Mittel 1, 2 und 3 sind von Fehleranteilen, die über längere Zeiträume zufälligen Charakter zeigen, weitgehend frei, falls die Anzahl der Einzelwerte r_1 jeweils genügend groß ist. Diese Forderung wurde nur für die Mittel 3 nicht erfüllt.

3.2. Der BONNEAU-Effekt und die mittleren Restfehler

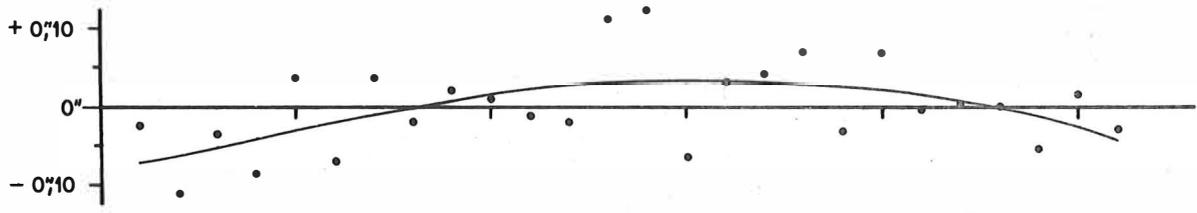
Unter dem BONNEAU-Effekt ist zu verstehen, daß die Restfehler r_1 der Sterne, die als erste in der Nacht beobachtet werden, in negativer Richtung verfälscht sind [1, 7]. Da sich der Effekt damals (s. [7], S. 11) bestätigt hatte, wurde das hier zugrunde gelegte Datenmaterial ebenfalls auf den BONNEAU-Effekt hin untersucht.

Getrennt nach Beobachtern, wurden aus den arithmetischen Mitteln 1, 2 und 3 die Differenzen 1 - 2 und 2 - 3 für die Gruppen j und daraus ihre Gesamtmittel berechnet. Letztere sind in Abb. 2 und 3 veranschaulicht. Wie Abb. 2 zeigt, tritt der BONNEAU-Effekt überall außer für den Beobachter O4 (K1) auf. Dabei kann der Ausnahmefall im Vergleich mit [7], wo der Effekt nachweisbar war, wegen Bedeutungslosigkeit aber unberücksichtigt blieb, durch die doppelt so große Anzahl Beobachtungen erklärt werden. Wegen der sehr geringen Anzahl Beobachtungen vom Beobachter O2 muß eingeschätzt werden, daß die Übereinstimmung des hieraus erhaltenen Resultats mit dem

Code

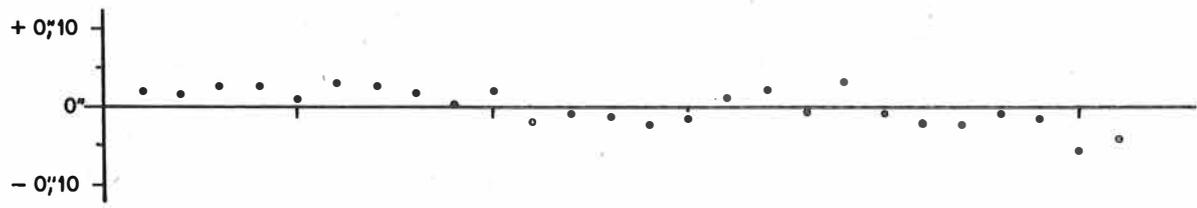
02

1-2



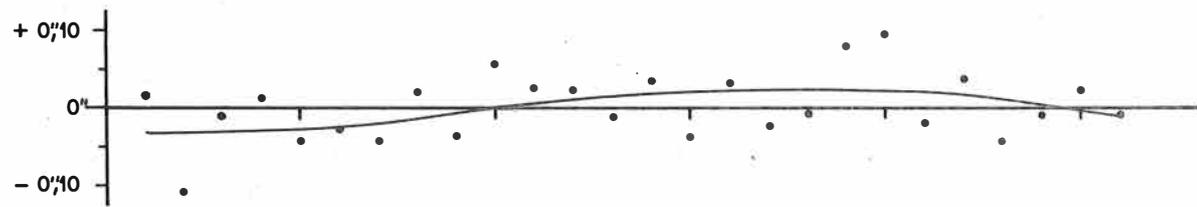
04

1-2



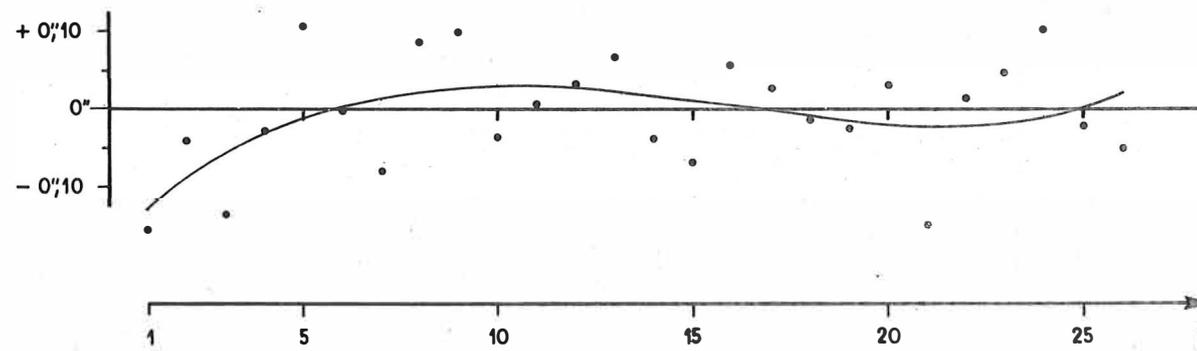
08

1-2



10

1-2



ausgleichendes Polynom dritten Grades

Abb. 2. Mittlere Differenzen 1 - 2 als Funktion der Sternnummer

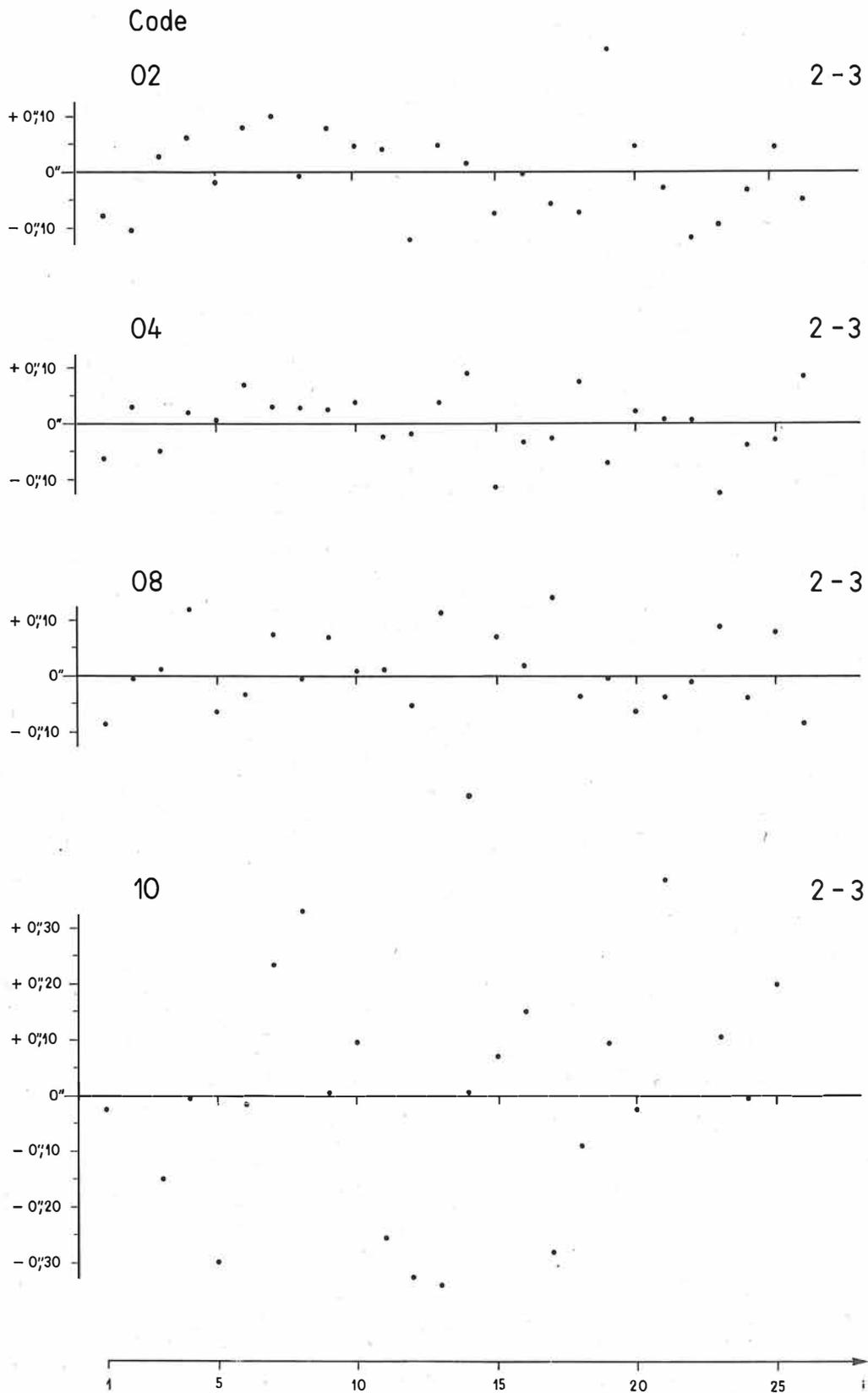


Abb. 3. Mittlere Differenzen 2 - 3 als Funktion der Sternnummer

aus [7] vortrefflich ist. Ein systematischer Verlauf des arithmetischen Mittels der Differenzen 2 - 3 als Funktion der Sternnummer 1 ist in Abb. 3 erwartungsgemäß nicht zu erkennen. Es sei erwähnt, daß für keinen Beobachter von Mizusawa [12] der BONNEAU-Effekt gefunden wurde.

Wie in [7] wurde der erhaltene Effekt für die einzelnen Beobachter (Abb. 2) durch ein Polynom dritten Grades approximiert. Es ergaben sich folgende Koeffizienten a_ν ($\nu = 0, 1, 2, 3$) in 0,01:

B-Code	a_0	a_1	a_2	a_3
02	+3,03	+0,27	-0,05	-0,00
08	+1,21	+0,33	-0,02	-0,00
10	+1,71	-0,57	-0,05	+0,01

Hierbei ist das gewählte Argument Null für $i = 13,5$. - Die ausgleichenden Polynome sind in Abb. 2 mit eingezeichnet. Tab. 2 enthält die wegen des BONNEAU-Effektes berechneten Korrekturen.

Tab. 2. Korrekturen wegen des BONNEAU-Effektes

i	B-Code			i	B-Code		
	02	08	10		02	08	10
1	+7	+3	+13	16	-3	-2	-0
2	+6	+3	+9	17	-3	-2	+0
3	+5	+3	+6	18	-3	-2	+1
4	+4	+3	+3	19	-3	-2	+2
5	+3	+2	+1	20	-2	-2	+2
6	+2	+2	-0	21	-2	-2	+2
7	+1	+2	-1	22	-1	-1	+2
8	-0	+1	-2	23	-0	-1	+2
9	-1	+1	-3	24	+1	-0	+1
10	-2	+0	-3	25	+2	+0	-0
11	-2	-0	-3	26	+4	+1	-2
12	-2	-1	-2	27	+5	+2	-4
13	-3	-1	-2	28	+7	+3	-6
14	-3	-1	-1	29	+9	+5	-10
15	-3	-2	-1	Einheit: 0,01			

Weil die Korrekturen für den Beobachter 08 gering sind, wurden sie vernachlässigt. Daher waren nur die Restfehler r_1 der Erstmessungen von zwei Beobachtern, und zwar von 23 des Beobachters 02 und 47 des Beobachters 10, zu korrigieren. Die in diesem Zusammenhang für Zeit, Breite und Zenitdistanz nötigen Korrekturen v_x , v_y und v_z sind in Tab. 3 zusammengestellt. Sie ergaben sich dadurch, daß die wegen des BONNEAU-Effektes angebrachten Korrekturen als Beobachtungen jeder Gruppe j aufgefaßt und dann ausgeglichen wurden.

Für die folgenden Untersuchungen und Rechnungen sind die mittleren Restfehler M und ihre mittleren Fehler m_M die Grundlage. Die M_{ji} -Werte der Tab. 4 wurden als Gesamtmittel aus allen Restfehlern r_{ji} der Erst-, Zweit- und Drittmessungen der verschiedenen Beobachter berechnet. Der Doppelindex ji gibt mit j die Nummer der Gruppe und mit i die des Sterns in der jeweiligen Gruppe an. In Tab. 5 werden die mittleren Fehler m_M der mittleren Restfehler M mitgeteilt. Ihre Berechnung erfolgte nach der Fehlerformel für das allgemeine arithmetische Mittel über die Verbesserungen der Restfehlermittel der Erst-, Zweit- und Drittmessungen der Beobachter zum Gesamtmittel und die jeweilige Anzahl Messungen als Gewicht.

Tab. 3. Korrekturen der Zeit, Breite und Zenitdistanz infolge des BONNEAU-Effektes

B-Code	02			10		
	v_x	v_y	v_z	v_x	v_y	v_z
1	+0,2	-0,3	+0,8	+0,4	-3,9	+0,1
2	+0,6	-0,9	+0,3	+0,9	-0,1	+0,8
3	+0,9	-0,8	-0,1	+1,7	+0,7	+1,0
4	-0,3	-2,1	-0,1	-0,8	-1,4	+1,0
5	+0,2	+0,4	+0,1	+0,5	+0,7	+0,9
6	-0,4	+0,3	+0,1	-0,1	+0,7	+1,0
7	+0,5	+0,9	-0,1	+1,1	+1,0	+1,1
8	-0,7	-1,2	-0,1	-0,9	-1,1	+1,0
9	-0,6	+1,5	+0,3	-0,4	+2,8	+0,8
10	± 0	± 0	-0,1	-1,6	-0,9	+1,1
11	-1,2	-0,8	+0,2	-1,1	+0,2	+0,7
12	+0,5	-0,2	+0,1	+0,5	-0,5	+0,9

Einheit: 0,001 für v_x , 0,01 für v_y und v_z

Als Erklärung allgemein und speziell zu Tab. 4 und 5 sei bemerkt: Ab September 1964 wurden die Gruppen 1, 7 und 12 etwas geändert beobachtet (dazu siehe [15] (1965) 1), weil der Zeitabstand zwischen aufeinanderfolgenden Sternen an einigen Stellen infolge des Einflusses der Präzession zu gering geworden war. Der Zweckmäßigkeit halber ist aber die bisherige laufende Numerierung der Sterne in diesen Gruppen gemäß [13], S. 59, 62 und 64 beibehalten und bei neu aufgenommenen Sternen der Zusatz a verwendet worden. Die Zusatzsterne sind nachstehende FK4-Sterne:

$j \backslash i$	1	7	12
10a	-	563	-
16a	152	-	77

Tab. 4. Mittlere Restfehler M

$\begin{matrix} j \\ i \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	- 2,4	+ 2,2	+ 2,9	- 6,9	+ 6,2	+21,2	+ 5,7	- 9,9	+20,9	-11,6	+ 8,8	+ 7,9
2	+16,1	+ 7,0	+ 3,8	- 5,6	+11,9	-16,7	+ 0,9	+ 7,2	-11,5	- 3,7	+ 0,5	+ 7,2
3	+13,9	+ 5,2	+ 5,9	+ 9,5	+10,2	-13,7	+ 4,2	+ 8,7	+12,6	- 3,0	+15,4	+13,4
4	+15,0	+ 1,7	-16,1	+18,1	+ 9,5	+ 4,4	- 4,9	-17,6	+27,5	- 7,6	-16,2	+ 0,1
5	+ 0,9	+14,6	+20,7	+ 3,6	- 1,5	-13,0	+ 7,2	+12,0	- 0,9	+13,6	+ 7,6	+ 4,5
6	- 6,5	- 2,0	-16,4	+18,4	+ 2,2	+ 0,5	+ 5,7	+20,2	+ 4,6	+ 6,2	- 1,7	- 1,6
7	- 3,5	+23,2	- 0,5	+ 7,5	- 8,3	-10,4	+ 5,9	+20,5	+ 5,9	- 1,6	-18,7	- 8,8
8	- 4,2	+ 3,3	+ 4,8	+11,7	+25,5	+ 2,4	+ 4,9	-12,3	+ 7,7	-23,5	0,0	+ 6,6
9	- 5,9	+12,6	+19,3	-11,4	+ 8,3	+18,3	+ 7,1	+10,8	- 9,2	+12,4	- 5,4	+13,9
10	- 7,0	+ 0,8	- 9,2	+ 9,7	+15,4	- 7,6	+ 3,5	- 5,0	- 6,1	+ 1,6	+10,5	+11,8
11	- 0,9	+ 4,6	-13,9	+ 0,5	+ 5,4	+ 3,3	- 5,9	- 4,1	+ 1,7	+ 8,7	- 8,1	+32,5
12	- 1,8	-17,2	+ 6,8	- 5,7	- 7,2	-25,5	+ 1,6	- 4,7	-17,2	+ 4,4	+13,5	- 4,5
13	+ 2,5	+15,4	+ 2,1	- 4,1	+ 4,9	+16,1	- 7,5	-17,1	+17,5	+10,7	+13,0	+15,9
14	- 0,1	-22,2	- 5,8	+19,7	- 7,6	+12,9	- 0,3	- 0,3	+15,1	+ 2,7	+ 2,0	-13,4
15	-22,6	-17,2	- 4,5	+ 0,9	-14,1	- 1,1	- 5,4	- 6,3	-15,6	-14,9	+ 5,1	-25,9
16	- 3,6	+ 3,4	+10,2	-25,2	- 0,6	- 0,9	+ 0,2	+ 0,3	+ 2,2	+10,6	+24,1	+ 4,7
17	+ 5,1	+ 8,4	- 0,6	- 4,7	- 8,7	- 4,1	- 2,4	+10,7	+ 3,9	-11,9	+ 5,3	- 2,2
18	- 2,1	+10,1	- 6,2	-13,1	- 8,7	-11,9	+ 5,3	+ 3,1	+ 9,5	- 1,9	- 8,6	- 4,7
19	+19,7	+ 1,8	-10,6	+ 2,5	-18,7	+ 9,4	-12,8	-24,4	+ 4,9	+10,2	- 2,6	+11,3
20	- 9,5	- 1,6	- 0,5	+ 2,1	- 3,5	+12,7	-10,7	+ 8,2	+ 3,3	+ 4,6	- 4,3	+ 6,8
21	+21,0	- 5,9	+16,6	- 6,8	-20,1	- 6,4	- 0,6	- 5,4	-18,1	-12,5	-11,1	-15,8
22	-21,2	-11,4	+ 9,8	+ 0,5	- 0,1	-15,6	+ 8,1	+ 3,9	- 4,3	- 1,9	-17,2	-12,2
23	+14,4	- 6,5	- 3,4	- 0,7	- 2,7	+ 1,9	+ 0,4	- 5,3	- 6,3	+36,9	- 4,3	+ 2,3
24	+13,3	- 4,4	- 1,9	-14,5	+ 1,5	+ 9,3	- 6,2	+ 4,4	- 1,9	- 9,9	-19,0	- 8,8
25	-10,5	-21,4	-10,6	- 6,1	+ 5,5	+ 8,9		- 4,6	-10,6	-15,4	+22,8	-11,9
26	+14,7	- 5,3			- 8,8	- 1,2			- 7,6		+ 0,6	0,0
27	-12,3	+ 1,0							-12,0		-13,4	
28	-16,4											
29	- 1,9											
10a							+ 0,8					
16a	- 6,1											- 6,3

Einheit: 0,01

Tab. 5. Mittlere Fehler m_M der mittleren Restfehler M

$\frac{j}{i}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$\pm 3,1$	4,6	2,7	3,6	3,1	4,5	2,3	4,1	2,8	6,8	3,4	3,2
2	3,7	4,8	3,3	3,6	3,9	3,1	3,9	4,1	2,7	1,7	2,2	4,7
3	3,5	2,6	2,4	3,3	3,2	2,7	1,8	2,8	6,4	2,8	2,6	3,4
4	3,1	3,4	2,2	3,9	3,4	2,8	2,5	5,9	3,7	3,2	2,7	4,0
5	3,8	1,5	4,8	3,4	3,1	2,6	2,1	5,0	2,6	2,4	2,1	2,6
6	3,7	2,3	2,3	3,0	6,4	1,9	4,8	2,6	1,8	3,6	3,0	2,1
7	1,8	4,8	2,4	3,2	2,6	2,9	4,1	4,5	2,6	1,9	3,0	2,1
8	2,9	3,0	3,1	3,6	2,7	2,3	3,6	1,4	4,0	2,8	3,0	3,8
9	2,1	3,0	3,9	3,2	2,7	2,7	4,2	5,4	2,7	6,3	3,8	7,7
10	2,7	3,6	2,4	3,8	2,3	1,9	2,8	4,9	2,2	1,5	3,5	4,6
11	2,3	1,9	3,5	2,8	2,4	2,2	2,8	3,1	2,1	2,7	3,4	4,0
12	1,4	3,0	2,0	3,7	2,0	3,4	1,9	4,9	5,7	2,5	4,3	2,3
13	3,7	2,7	4,5	3,1	3,0	3,4	3,3	6,0	3,8	3,2	2,4	2,3
14	2,7	3,5	4,1	2,1	4,1	5,6	2,1	3,4	3,5	2,2	2,2	3,1
15	2,3	5,0	2,7	2,6	2,1	2,8	2,6	3,7	1,8	3,7	3,3	1,6
16	1,6	2,4	2,5	4,7	5,3	3,0	2,6	3,5	4,7	3,0	6,9	2,2
17	2,6	3,8	2,1	3,7	2,6	1,9	2,5	2,8	1,3	2,2	2,6	1,6
18	3,5	2,9	2,4	4,8	3,7	2,9	2,3	3,2	2,9	1,4	5,4	4,3
19	2,2	3,2	2,2	3,1	5,9	3,5	2,3	5,4	1,6	2,8	3,5	3,2
20	3,9	2,9	2,2	3,3	2,8	3,5	1,8	2,2	3,0	2,9	3,7	1,6
21	3,9	1,3	3,9	2,5	4,1	2,9	3,4	2,8	2,6	3,7	3,6	5,1
22	3,6	1,8	2,6	3,7	2,1	2,4	4,0	2,7	6,3	2,4	4,5	1,7
23	2,5	1,8	2,7	4,5	3,6	3,7	1,8	3,3	1,6	1,3	3,7	2,8
24	0,9	2,2	3,4	2,7	2,6	4,3	2,5	2,1	2,2	2,5	3,2	2,0
25	3,9	2,3	2,8	2,5	3,3	3,0		2,7	2,9	4,6	3,7	2,3
26	5,0	3,8			3,3	3,6			2,0		2,4	2,3
27	2,4	2,1							3,8		3,6	
28	4,2											
29	2,5											
10a							5,4					
16a	2,5											2,5

Einheit: 0,01

3.3. Statistische Untersuchungen der mittleren Restfehler auf systematische Anteile von Helligkeit, Farbe und Azimut

Die statistischen Untersuchungen der mittleren Restfehler M wurden analog denen in [7] durchgeführt. Daher stützen sie sich auch auf die gleichen beiden Voraussetzungen, die hier ebenso als erfüllt gelten können.

Mit den mittleren Restfehlern M der Tab. 4 und ihren mittleren Fehlern m_M der Tab. 5 wurden für die gewählten Größen-, Spektral- und Azimutklassen der Sterne arithmetische Mittel und zugehörige mittlere Fehler berechnet. Es bedeuten: \bar{M} das Klassenmittel der M , $m_{\bar{M}}$ den mittleren Fehler von \bar{M} , \bar{m}_M das Klassenmittel der m_M , $m_{\bar{m}_M}$ den mittleren Fehler von \bar{m}_M . Die erhaltenen Werte sind in Tab. 6 bis 8 zusammengestellt. Diese enthalten unter der Bezeichnung n auch die Anzahl Sterne in der jeweiligen Klasse. Abb. 4 bis 6 zeigen die \bar{M} -Werte mit ihren mittleren Fehlern $m_{\bar{M}}$, mit Ausnahme von Abb. 6 in Abhängigkeit von Helligkeit, Farbe und Azimut der Sterne graphisch dargestellt.

Die Ergebnisse der Untersuchungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Helligkeit (Tab. 6, Abb. 4): Im Vergleich mit [7] steigen die \bar{M} -Werte für die Größenklassen 5.5 bis 5.9 und 6.0 bis 6.4 nicht an, was in Anbetracht einer Vielzahl von Sternen mit hohen Deklinationen in diesen beiden Größenklassen auf das bessere FK4-System zurückgeführt werden muß (vgl. dazu Abb. 10 in [7] (S. 53) mit Abb. 12 auf S. 49 dieser Arbeit). Eine Helligkeitsgleichung ist übereinstimmend nicht vorhanden. Ferner zeigt sich die bekannte Tatsache, daß die Almkantaratdurchgänge lichtschwacher Sterne ungenauer beobachtet werden.

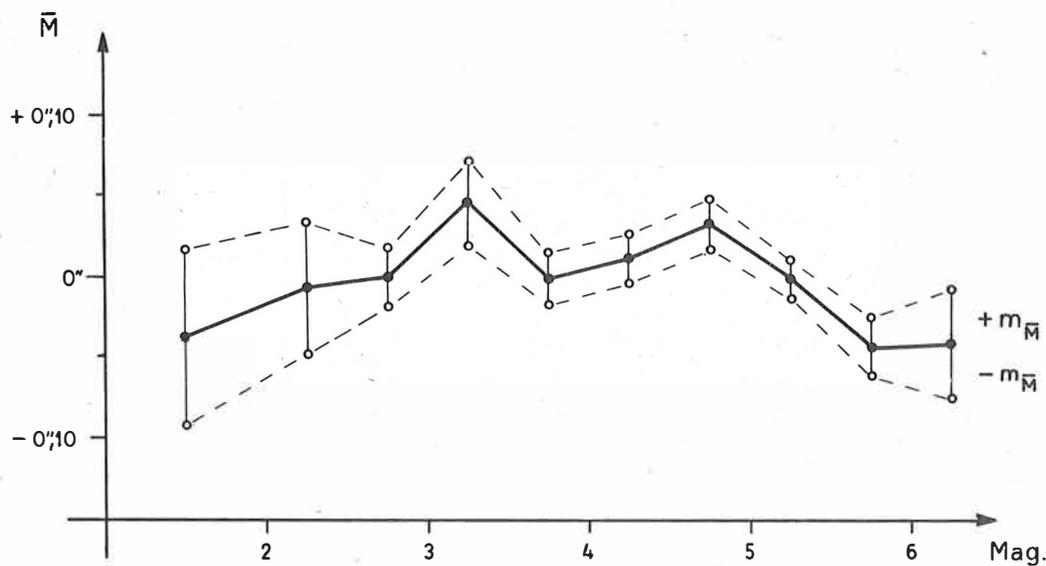
Tab. 6. \bar{M} und \bar{m}_M in Abhängigkeit von der Helligkeit der Sterne

Mag.	\bar{M}	$m_{\bar{M}}$	\bar{m}_M	$m_{\bar{m}_M}$	n
	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	
0.0 bis 0.9	+2,7		5,4		2
1.0 1.9	-3,6	$\pm 5,4$	3,2	$\pm 0,4$	6
2.0 2.4	-0,7	4,1	3,4	0,3	9
2.5 2.9	-0,1	1,9	2,1	0,2	8
3.0 3.4	+4,7	2,6	3,1	0,1	18
3.5 3.9	-0,2	1,7	2,7	0,1	39
4.0 4.4	+1,1	1,5	3,0	0,1	45
4.5 4.9	+3,2	1,5	3,0	0,2	55
5.0 5.4	-0,2	1,2	3,0	0,1	69
5.5 5.9	-4,4	1,7	4,0	0,2	48
6.0 6.4	-4,3	3,4	3,9	0,3	16

Tab. 7. \bar{M} und \bar{m}_M in Abhängigkeit von der Spektralklasse der Sterne

Spect.	\bar{M}	$m_{\bar{M}}$	\bar{m}_M	$m_{\bar{m}_M}$	n
	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	
O 5	-4,2	$\pm 4,2$	3,1	$\pm 0,5$	5
B 0-9	+3,0	1,8	3,0	0,2	45
A 0-5	+0,8	1,2	3,3	0,1	77
F 0-8	+0,5	1,6	3,0	0,1	48
G 0-5	+1,2	1,8	3,0	0,2	34
K 0-5	-2,6	1,1	3,2	0,1	97
M 0-3	-0,8	2,3	3,1	0,3	12

2. Farbe (Tab. 7, Abb. 5): Hier ist das gleiche Ergebnis wie in [7] zu verzeichnen, daß keine Korrelation zwischen den mittleren Restfehlern und der Farbe der Sterne besteht, und für die Beobachtungsgenauigkeit trifft dasselbe zu.

Abb. 4. \bar{M} in Abhängigkeit von der Helligkeit der Sterne

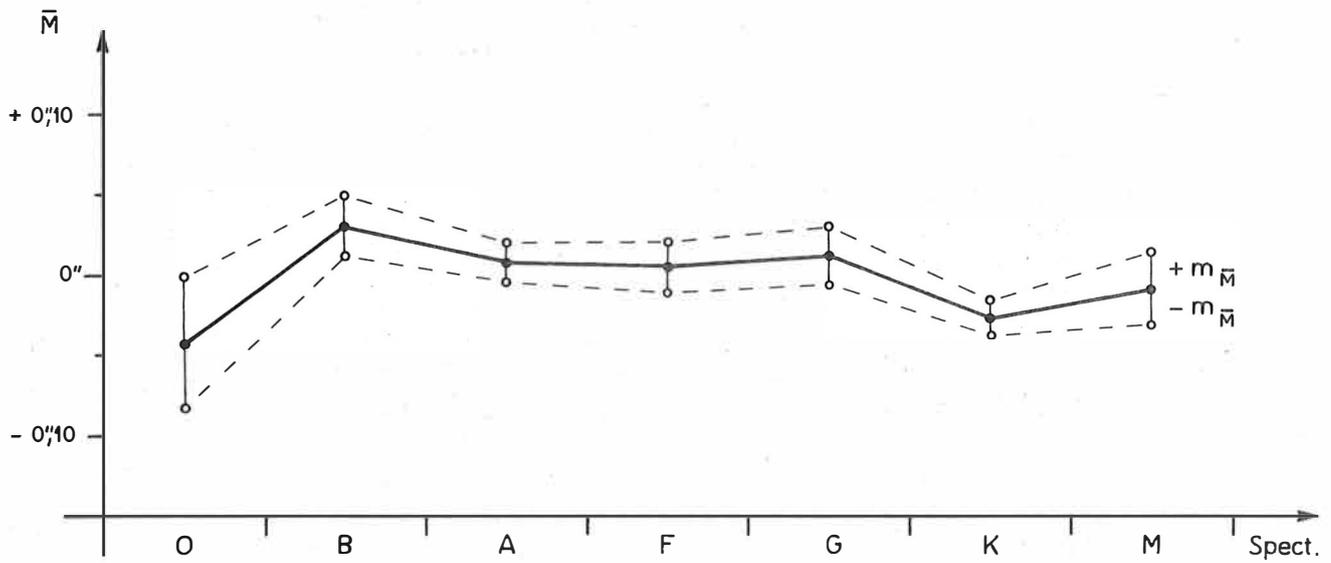


Abb. 5. \bar{M} in Abhängigkeit von der Spektralklasse der Sterne

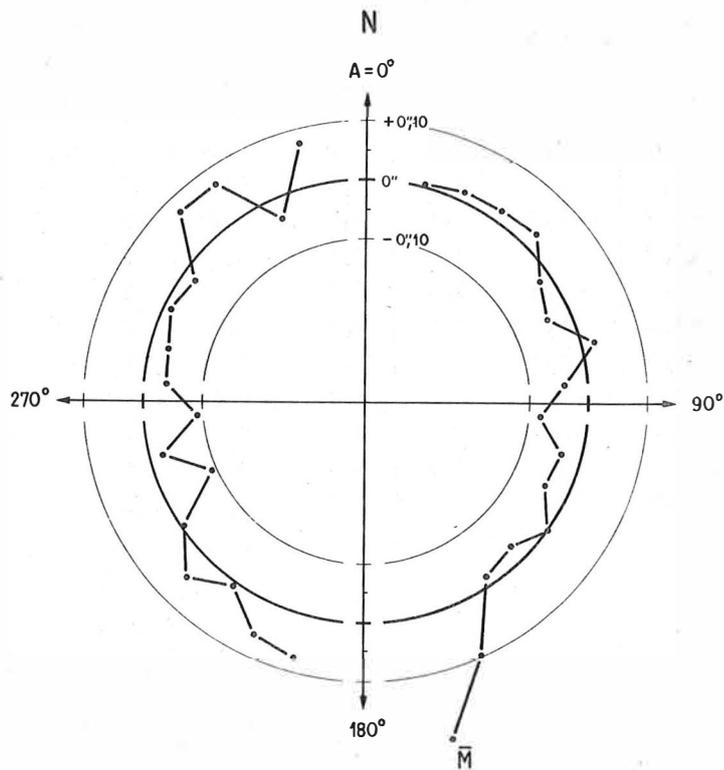


Abb. 6. \bar{M} in Abhängigkeit vom Azimut der Sterne

Tab. 8. \bar{M} und \bar{m}_M in Abhängigkeit vom Azimut der Sterne

A	\bar{M}	$m_{\bar{M}}$	\bar{m}_M	$m_{\bar{m}_M}$	n
	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	
1	2	3	4	5	6
15,0 bis 19,9	+ 0,7	$\pm 3,5$	3,5	$\pm 0,3$	7
20,0 29,9	+ 1,7	3,4	3,4	0,3	7
30,0 39,9	+ 2,2	2,1	3,4	0,2	11
40,0 49,9	+ 2,9	2,6	3,3	0,3	10
50,0 59,9	- 1,8	3,8	3,0	0,3	10
60,0 69,9	- 3,9	2,7	2,6	0,2	14
70,0 79,9	+ 2,3	3,2	3,0	0,3	13
80,0 89,9	- 4,0	3,7	3,4	0,3	6
90,0 99,9	- 8,0	3,7	3,5	0,6	6
100,0 109,9	- 3,4	2,1	3,0	0,5	11
110,0 119,9	- 4,0	2,1	2,9	0,3	14
120,0 129,9	- 0,1	3,1	2,8	0,2	10
130,0 139,9	- 3,0	3,5	3,3	0,4	15
140,0 149,9	- 1,5	4,2	3,2	0,3	12
150,0 159,9	+10,0	3,2	3,3	0,6	6
160,0 164,9	+21,9	3,1	4,9	0,5	5
195,0 199,9	+7,6	4,3	3,3	0,6	4
200,0 209,9	+6,3	1,9	3,0	0,2	10
210,0 219,9	+0,9	4,6	3,7	0,5	8
220,0 229,9	+4,8	3,0	3,3	0,4	12
230,0 239,9	-0,3	2,0	2,8	0,3	13
240,0 249,9	-9,3	1,9	2,8	0,3	10
250,0 259,9	-2,2	2,6	2,9	0,3	9
260,0 269,9	-9,3	2,5	2,7	0,2	12
270,0 279,9	-3,6	5,2	3,1	0,6	7
280,0 289,9	-3,2	3,4	3,1	0,3	12
290,0 299,9	-1,1	3,2	3,4	0,5	7
300,0 309,9	-2,4	3,6	2,9	0,2	11
310,0 319,9	+7,4	2,2	3,4	0,3	14
320,0 329,9	+7,2	3,1	3,3	0,5	11
330,0 339,9	-3,5	3,9	3,4	0,3	11
340,0 344,9	+7,8	3,7	3,1	0,3	7

3. Azimut (Tab. 8, Abb. 6): Die azimutale Abhängigkeit der mittleren Restfehler ist ähnlich der in [7]. Wegen der vorstehenden Untersuchungsergebnisse, die keinen systematischen Beobachtungsfehler als Funktion der Zustandsgrößen der Sterne ausweisen, kommen dafür in Frage:

- vom Azimut abhängige Beobachtungsfehler und
- Katalogfehler.

Mit der gleichen, in [7], S. 19 gegebenen Begründung soll der systematische Verlauf der mittleren Restfehler in Abhängigkeit vom Azimut (Abb. 6) aber nur den Katalogfehlern zugeschrieben werden.

Gegenüber der Beobachtungsgenauigkeit in den Azimutklassen in [7] sind die \bar{m}_M -Werte etwas größer und relativ gleich. Wahrscheinlich wird wegen der größeren Unsicherheit kaum eine Genauigkeitsauflösung mehr erhalten.

4. Die Grundgleichung für die Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen aus den korrigierten mittleren Restfehlern

Angenommen, daß in den mittleren Restfehlern M nur vorhandene Sternkoordinatenfehler, nicht aber systematische und zufällige Beobachtungs- und Instrumentalfehler von Einfluß sind, ergibt sich aus Differenzenbeziehungen und notwendigen Umformungen folgende Gleichung (s. [7], S. 25):

$$(2) \quad \sin A (\cos \varphi_0) \Delta\alpha - (\cos S) \Delta\delta = M + \sin A (\cos \varphi_0) \Delta x + (\cos A) \Delta y - \Delta z .$$

Hierbei bedeuten die neuen Bezeichnungen $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ die individuellen Sternkoordinatenkorrekturen für die Rektaszension α und die Deklination δ des Sterns, Δx , Δy , Δz die wahren Verbesserungen für die durch Ausgleichung ermittelte Zeit, Breite und Zenitdistanz der entsprechenden Gruppe und S den parallaktischen Winkel am Stern.

Neben den individuellen Sternkoordinatenkorrekturen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ treten in Gleichung (2) die wahren Verbesserungen Δx , Δy und Δz als Unbekannte auf. Sie sollen durch

$$(3) \quad \Delta x_j = dx_j + \xi, \quad \Delta y_j = dy_j + \eta, \quad \Delta z_j = dz_j + \zeta$$

mit dx_j , dy_j , dz_j = variable Komponente und ξ , η , ζ = konstante Komponente ersetzt werden. Diese Substitution macht sich erforderlich, weil die wahren Verbesserungen Δx_j , Δy_j und Δz_j nicht bestimmbar sind, jedoch davon die variablen Komponenten dx_j , dy_j und dz_j in Form mittlerer Gruppenkorrekturen aus den systematischen Gruppendifferenzen. Unter Verwendung der Gruppenkorrekturen erhält man korrigierte mittlere Restfehler \mathfrak{M} nach

$$(4) \quad dM = \sin A (\cos \varphi_0) dx + (\cos A) dy - dz, \quad \mathfrak{M} = M + dM .$$

Wird Gleichung (2) mit (3) und (4) umgeformt, so ergibt sich die Grundgleichung für die Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen aus den korrigierten mittleren Restfehlern \mathfrak{M} . Diese lautet:

$$(5) \quad \sin A (\cos \varphi_0) \Delta\alpha - (\cos S) \Delta\delta = \mathfrak{M} + \sin A (\cos \varphi_0) \xi + (\cos A) \eta - \zeta .$$

Hierin bleiben die vom Katalog und der Station abhängigen Konstanten ξ , η und ζ unbekannt. - Die ausführliche Herleitung der Grundgleichung (5) befindet sich in [7], S. 25 - 27.

Nachdem die statistischen Untersuchungen der mittleren Restfehler M keine systematischen Beobachtungsfehler als Funktion der Zustandsgrößen der Sterne ergeben haben, steht dem nichts im Wege, korrigierte mittlere Restfehler \mathfrak{M} und daraus Sternkoordinatenkorrekturen zu berechnen.

5. Die Berechnung der Gruppenkorrekturen und der korrigierten mittleren Restfehler

Die Ausgangsdaten zur Berechnung der Gruppenkorrekturen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz, dx , dy und dz , sind die entsprechenden systematischen Differenzen, die zwischen den Ergebnissen der in einer Nacht von demselben Beobachter nacheinander beobachteten (zwei oder manchmal auch drei) Gruppen auftreten. Den einzelnen Gruppendifferenzen für die Zeit und Breite

$$x_{j+1} - x_j \quad \text{und} \quad y_{j+1} - y_j$$

wurden Gewichte

$$(6) \quad p_{j,j+1} = 2 \frac{p_j \cdot p_{j+1}}{p_j + p_{j+1}}$$

zugeordnet, wie sie nach dem Gewichtsfortpflanzungsgesetz aus den Gewichten p_j und p_{j+1} der Einzelwerte x_j und x_{j+1} bzw. y_j und y_{j+1} festliegen. Bei der Gewichtslegung für die Differenzen

$$x_{j+2} - x_j \quad \text{und} \quad y_{j+2} - y_j$$

war dagegen zu berücksichtigen, daß diese als Summe der Differenzen $x_{j+2} - x_{j+1}$ plus $x_{j+1} - x_j$ bzw. $y_{j+2} - y_{j+1}$ plus $y_{j+1} - y_j$ gebildet werden können. Dies geschah, indem statt der nach dem Gewichtsfortpflanzungsgesetz geltenden Gewichte $p_{j,j+2}$ reduzierte Gewichte

$$(7) \quad p'_{j,j+2} = p_{j,j+2} - \frac{p_{j,j+1} \cdot p_{j+1,j+2}}{p_{j,j+1} + p_{j+1,j+2}}$$

verwandt wurden. In [7], S. 28 und 29 sind die vorkommenden Gewichte p_j und $p_{j,j+1}$ (entsprechend für $p_{j,j+2}$) sowie die Reduktionsbeträge gemäß Gleichung (7) tabellarisch zusammengestellt. Die Gruppendifferenzen für die Zenitdistanz

$$z_{j+1} - z_j \quad \text{und} \quad z_{j+2} - z_j$$

wurden aus dem in [7], S. 29 angeführten Grunde als gleichgewichtig angenommen.

Tab. 9 enthält die mittleren Gruppendifferenzen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz mit den zugehörigen Gewichten. Sie ergaben sich als allgemeines arithmetisches Mittel der Einzelwerte. Für Erstmessungen der Beobachter 02 und 10 waren hierbei noch die Zeit-, Breiten- und Zenitdistanzkorrekturen infolge des BONNEAU-Effektes (Tab. 3) zu berücksichtigen.

Tab. 9. Mittlere Gruppendifferenzen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz

(j+1)-j	Zeit			Breite			Zenitdistanz		
	$x_{j+1} - x_j$		P	$y_{j+1} - y_j$		P	$z_{j+1} - z_j$		P
	$\sqrt{0,0017}$	$\sqrt{0,0017}$		$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$		$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	
1 - 12	+ 6,0	$\pm 2,1$	102	- 3,0	$\pm 3,0$	81	- 3,9	$\pm 2,0$	62
2 - 1	+ 8,7	1,4	114	+ 1,0	1,8	87	-11,9	1,2	57
3 - 2	- 3,0	1,2	71	- 3,9	2,7	63	-10,0	1,5	40
4 - 3	+14,1	2,1	63	+ 5,9	3,0	56	-12,3	2,8	44
5 - 4	- 3,1	2,9	51	+ 1,7	2,2	41	-14,9	3,6	35
6 - 5	- 0,3	1,8	73	+ 0,6	1,1	63	- 4,4	4,3	44
7 - 6	+ 3,4	1,9	78	- 4,6	1,0	64	- 7,6	4,0	46
8 - 7	+ 5,9	1,4	97	+ 4,6	2,3	61	-15,3	4,3	57
9 - 8	- 2,8	1,4	83	+ 6,6	3,9	57	-16,4	3,2	50
10 - 9	+ 2,4	2,2	100	+11,7	1,7	78	-14,5	3,1	58
11 - 10	- 0,8	1,3	130	-11,2	2,0	104	-15,7	3,3	78
12 - 11	- 3,0	0,8	109	+ 6,1	2,3	97	-16,5	3,2	70
(j+2)-j	$x_{j+2} - x_j$		P'	$y_{j+2} - y_j$		P'	$z_{j+2} - z_j$		P'
	$\sqrt{0,0017}$	$\sqrt{0,0017}$		$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$		$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	
3 - 1	- 6,4	$\pm 2,0$	11	- 0,3	$\pm 1,8$	10	- 9,9	$\pm 6,3$	7
4 - 2	+11,3	5,0	8	- 4,3	8,8	8	-26,9	8,1	5
5 - 3	+10,6	2,6	25	+ 4,0	4,8	24	-17,5	1,7	16
7 - 5	+ 0,7	3,3	17	+ 1,6	2,0	14	- 8,9	5,6	10

An dieser Stelle soll nicht unerwähnt bleiben, daß auch der Einfluß der Änderung der jährlichen Aberrationskonstanten von 20,47 auf 20,496 ab 1968 Jan. 1 untersucht wurde. Danach haben sich die Ergebnisse für die Zeit, Breite und Zenitdistanz je nach Gruppe und Beobachtungszeit wie folgt geändert:

Größe	Betrag der Änderung
x_j	+0,0018 ... +0,0024
y_j	-0,015 ... +0,014
z_j	-0,007 ... +0,008

Bei den Gruppendifferenzen führt dies zu:

Differenz	Betrag der Änderung
$x_{j+1} - x_j$	-0,0004 ... +0,0004
$y_{j+1} - y_j$	-0,010 ... -0,006
$z_{j+1} - z_j$	+0,002 ... +0,005

Die für diese Arbeit interessierenden, letztgenannten Beträge sind im Vergleich mit den aus den inneren mittleren Fehlern $m_{\Delta u}$, m_{ϕ} und m_z auf S. 9 abgeleiteten mittleren Fehlern für Differenzen um mehr als eine Größenordnung kleiner. Außerdem werden erst ab 1967 die Ergebnisse mit der oben verwendeten Anzahl Dezimalstellen berechnet. Daher wurde eingeschätzt, daß es sich erübrigt, eine Reduktion wegen Änderung der jährlichen Aberrationskonstanten vorzunehmen. Die Restfehler r_1 werden mit Beträgen von meist $< 0,005$ beeinflusst, so daß diese ebensowenig weiter beachtet zu werden brauchten.

Der mathematische Zusammenhang zwischen den Gruppendifferenzen und den Gruppenkorrekturen besteht durch die allgemeinen Verbesserungsgleichungen von der Form

$$(8) \begin{cases} v_{j,j+1} = dx_j - dx_{j+1} + f - (x_{j+1} - x_j), p_{j,j+1}, \\ v_{j,j+2} = dx_j - dx_{j+2} + 2f - (x_{j+2} - x_j), p_{j,j+2}. \end{cases}$$

Wie zu ersehen, sind die Gleichungen (8) speziell für die Zeit angegeben. Analoge Gleichungen gelten für die Breite und Zenitdistanz.

Da die Gruppen nach der Kettenmethode beobachtet werden, müßte die Summe der Gruppendifferenzen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz jedes Beobachtungszyklus Null sein. Dem Schlußfehler F der Kette wird Rechnung getragen, indem in (8) die Unbekannte f eingeführt ist. Hinzu kommt noch, daß die Gruppenkorrekturen nicht unabhängig voneinander sind. Um die Gleichungssysteme lösen zu können, ist es das Beste, die Bedingungen

$$(9) \quad \overline{dx} = 0, \quad \overline{dy} = 0, \quad \overline{dz} = 0$$

zu stellen, wodurch auf eine mittlere Gruppe Bezug genommen wird. Wegen (9) hat man dann zweckmäßigerweise in den Gleichungen (8) für die Zeit und den entsprechenden Gleichungen für die Breite und Zenitdistanz eine der Gruppenkorrekturen dx_j bzw. dy_j bzw. dz_j jeweils durch alle anderen zu ersetzen.

Die in die Verbesserungsgleichungen eingesetzten mittleren Gruppendifferenzen der Tab. 9 wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen. Als mittlere Gruppenkorrekturen dx_j , dy_j und dz_j sowie f -Werte und ihre mittleren Fehler sind die in Tab. 10 mitgeteilten Ergebnisse erhalten worden.

Tab. 10. Mittlere Gruppenkorrekturen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz sowie die f -Werte

j	dx_j		dy_j		dz_j	
	$\overline{0,001}$	$\overline{0,001}$	$\overline{0,01}$	$\overline{0,01}$	$\overline{0,01}$	$\overline{0,01}$
1	+3,6	$\pm 1,7$	- 1,3	$\pm 1,4$	+ 3,4	$\pm 2,7$
2	-2,1	1,8	- 0,5	1,4	+ 2,7	2,8
3	+4,3	1,8	+ 4,8	1,4	+ 0,4	2,7
4	-7,8	1,8	+ 2,4	1,4	+ 0,1	2,8
5	-2,6	1,8	+ 1,9	1,4	+ 1,0	2,7
6	+0,1	2,0	+ 1,7	1,6	- 6,5	3,0
7	-0,9	1,8	+ 6,7	1,6	-10,7	2,8
8	-4,7	1,9	+ 3,4	1,6	- 6,8	2,8
9	+0,1	1,8	- 2,0	1,6	- 1,7	2,8
10	-0,3	1,8	-12,4	1,5	+ 1,4	2,8
11	+2,6	1,8	+ 0,1	1,5	+ 5,8	2,7
12	+7,6	1,8	- 4,8	1,4	+10,9	2,7
f	+2,0	$\pm 0,5$	+ 1,3	$\pm 0,4$	-11,4	$\pm 0,8$

In der gleichen Größenordnung wie in [7] liegen die Schlußfehler F der Verkettung. Tab. 11 enthält die Resultate aus den Summen der mittleren Gruppendifferenzen (a) und aus den f -Werten der Ausgleichungen (b).

Tab. 11. Schlußfehler F der Verkettung

Art	Zeit $\sqrt{0,0017}$	Breite $\sqrt{0,017}$	Zenitdistanz $\sqrt{0,017}$
a)	-27,5	-15,5	+143,4
b)	-24,4	-15,1	+136,3

Die mittleren Gruppenkorrekturen der Tab. 10 sind nicht mit denen der Tab. 14 in [7] (S. 32) vergleichbar; denn erstere beziehen sich auf das FK4-System und letztere auf das FK3R-System. In den Differenzen zwischen den verschiedenen Gruppenkorrekturen müßten deren Systemunterschiede zu erkennen sein, wie nachstehend gezeigt werden soll.

Mit (3) ergeben sich die wahren Werte X, Y, Z für die Zeit, Breite und Zenitdistanz zu

$$(10) \quad \begin{cases} X = x_j^{\text{FK3R}} + dx_j^{\text{FK3R}} + \xi^{\text{FK3R}}, \\ Y = y_j^{\text{FK3R}} + dy_j^{\text{FK3R}} + \eta^{\text{FK3R}}, \\ Z = z_j^{\text{FK3R}} + dz_j^{\text{FK3R}} + \zeta^{\text{FK3R}} \end{cases}$$

im FK3R-System und

$$(11) \quad \begin{cases} X = x_j^{\text{FK4}} + dx_j^{\text{FK4}} + \xi^{\text{FK4}}, \\ Y = y_j^{\text{FK4}} + dy_j^{\text{FK4}} + \eta^{\text{FK4}}, \\ Z = z_j^{\text{FK4}} + dz_j^{\text{FK4}} + \zeta^{\text{FK4}} \end{cases}$$

im FK4-System. Daraus folgt für die Systemunterschiede, die im Sinne von Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System zu verstehen sind:

$$(12) \quad \begin{cases} (x_j^{\text{FK4}} - x_j^{\text{FK3R}}) = (dx_j^{\text{FK3R}} - dx_j^{\text{FK4}}) + (\xi^{\text{FK3R}} - \xi^{\text{FK4}}), \\ (y_j^{\text{FK4}} - y_j^{\text{FK3R}}) = (dy_j^{\text{FK3R}} - dy_j^{\text{FK4}}) + (\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}}), \\ (z_j^{\text{FK4}} - z_j^{\text{FK3R}}) = (dz_j^{\text{FK3R}} - dz_j^{\text{FK4}}) + (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}}). \end{cases}$$

Die Differenzen zwischen den mittleren Gruppenkorrekturen dürften demnach nur um konstante Beträge, die die Differenzen aus den unbekanntem Konstanten ξ , η und ζ in beiden Systemen sind, von den Systemunterschieden abweichen. Sollten diese numerisch vorliegen, so lassen sich für die Ausdrücke

$$(\xi^{\text{FK3R}} - \xi^{\text{FK4}}), \quad (\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}}) \quad \text{und} \quad (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})$$

nach den entsprechend umgestellten Gleichungen (12) Einzelwerte und daraus Mittelwerte berechnen. Eine Streuung tritt jeweils auf, weil den Rechnungen Schätzwerte zugrunde liegen.

Die Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System sind im Rahmen der Berechnung der astronomischen Länge der Beobachtungsstation Potsdam im System BIH 1968, die aus den Zeitbestimmungsergebnissen von 1957.5 bis 1973.0 erfolgte, ermittelt worden [8, 9]. Tab. 12 gibt eine Zusammenstellung dieser Werte.

Die in Tab. 13, Spalte 2 bis 4 enthaltenen Differenzen ergeben sich aus den mittleren Gruppenkorrekturen im System FK3R der Tab. 14 in [7] (S. 32) und denen im System FK4 der Tab. 10. Zum Vergleich mit den Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System der Tab. 12 sind sie zusammen als Funktion der Gruppennummer j in Abb. 7 dargestellt. Es zeigt sich sowohl für die Zeit als auch für die Breite als auch für die Zenitdistanz ein nahezu gleicher Verlauf der Polygone. Dieses Resultat ist als ausgezeichnet zu bewerten. Spalte 5 bis 7 der Tab. 13 weisen die $(\xi^{\text{FK3R}} - \xi^{\text{FK4}})$ -, $(\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}})$ - und $(\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})$ -Werte aus. Unmittelbar unter den Einzelwerten sind die arithmetischen Mittel und ihre mittleren Fehler (m.F.) gegeben. Die vom Katalog abhängigen Konstanten differieren also für den FK3R gegen den FK4 in ξ deutlich, in η und ζ aber nur geringfügig. Als in [7], S. 52 die systematischen Rektaszensionskorrekturen als Funktion der Deklination auf ihre äußere Genauigkeit hin untersucht worden sind, wurde die Konstante ξ bereits gegenüber dem FK4 zu etwa $+0,006$ abgeschätzt. Dieser anders erhaltene Schätzwert steht in guter Übereinstimmung mit dem hier berechneten.

Gemäß (4) wurden die mittleren Restfehler M der Tab. 4 mit den mittleren Gruppenkorrekturen der Tab. 10 in die korrigierten mittleren Restfehler \mathfrak{M} der Tab. 14 übergeführt. Die zugehörigen mittleren Fehler $m_{\mathfrak{M}}$ der Tab. 15 ergaben sich nach den Formeln

$$(13) \quad m_{dM}^2 = \sin^2 A \cos^2 \varphi_0 m_{dx}^2 + \cos^2 A m_{dy}^2 + m_{dz}^2, \quad m_{\mathfrak{M}}^2 = m_M^2 + m_{dM}^2$$

aus den mittleren Fehlern m_M der Tab. 5 und m_{dx} , m_{dy} und m_{dz} der Tab. 10. Dabei gelangt man zu (13), indem das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf (4) angewandt wird.

Tab. 12. Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System

j	$(x_j^{FK4} - x_j^{FK3R})$		$(y_j^{FK4} - y_j^{FK3R})$		$(z_j^{FK4} - z_j^{FK3R})$	
	$\sqrt{0,001}$	$\sqrt{0,001}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$
1	+ 0,7	±2,1	+ 3,6	±2,4	- 0,2	±1,5
2	+ 8,6	3,0	+ 4,1	3,2	+ 2,2	2,1
3	+14,5	4,5	+ 3,3	4,9	- 0,5	3,2
4	+10,1	4,3	+ 2,7	4,7	- 2,5	3,0
5	+ 8,5	2,2	+ 1,9	2,4	+ 1,9	1,6
6	+10,7	2,0	- 5,6	2,1	+ 9,8	1,4
7	+ 6,8	1,9	-10,4	2,1	+11,3	1,4
8	+ 2,3	1,7	- 8,1	2,0	+ 5,1	1,2
9	+ 2,2	1,3	- 2,4	1,5	+ 0,3	0,9
10	+ 2,1	1,4	+ 3,4	1,6	- 2,1	1,0
11	+ 7,0	1,4	+ 8,8	1,6	- 4,8	1,0
12	+ 6,3	2,3	+ 7,5	2,3	- 4,0	1,5

Tab. 13.

Differenzen zwischen den mittleren Gruppenkorrekturen in den Systemen FK3R und FK4 und ihre Differenzen zu den Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System

j	$(dx_j^{FK3R} - dx_j^{FK4})$	$(dy_j^{FK3R} - dy_j^{FK4})$	$(dz_j^{FK3R} - dz_j^{FK4})$	$(\xi^{FK3R} - \xi^{FK4})$	$(\eta^{FK3R} - \eta^{FK4})$	$(\zeta^{FK3R} - \zeta^{FK4})$
	$\sqrt{0,001}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,001}$	$\sqrt{0,01}$	$\sqrt{0,01}$
1	2	3	4	5	6	7
1	-10,1	-0,3	- 0,1	+10,8	+3,9	-0,1
2	+ 0,8	+0,7	+ 2,2	+ 7,8	+3,4	±0
3	+ 4,2	+1,3	- 0,8	+10,3	+2,0	+0,3
4	+ 6,1	+7,3	+ 0,1	+ 4,0	-4,6	-2,6
5	+ 3,9	+5,2	- 3,2	+ 4,6	-3,3	+5,1
6	+ 4,2	-5,0	+ 7,8	+ 6,5	-0,6	+2,0
7	- 0,6	-9,0	+12,2	+ 7,4	-1,4	-0,9
8	- 0,8	-7,4	+ 2,0	+ 3,1	-0,7	+3,1
9	- 3,6	-3,7	- 2,3	+ 5,8	+1,3	+2,6
10	- 2,6	+2,7	- 2,0	+ 4,7	+0,7	-0,1
11	+ 1,6	+1,7	- 8,1	+ 5,4	+7,1	+3,3
12	- 2,9	+6,6	- 7,6	+ 9,2	+0,9	+3,6
			Mittel	+ 6,6	+0,7	+1,4
			m.F.	± 0,7	±0,9	±0,6

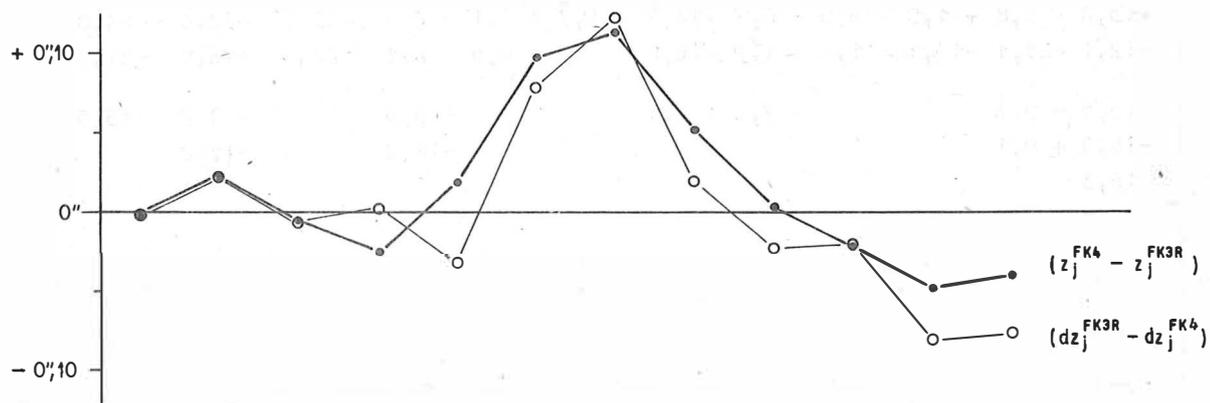
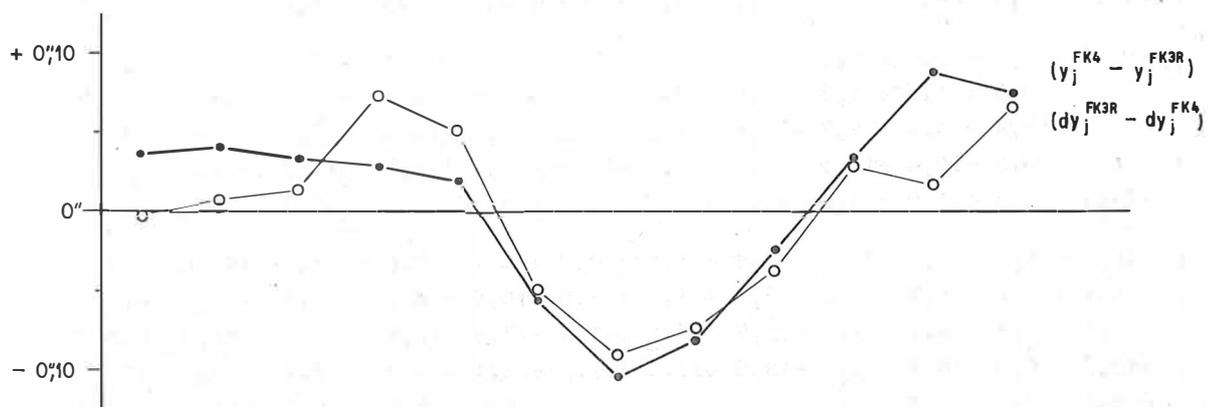
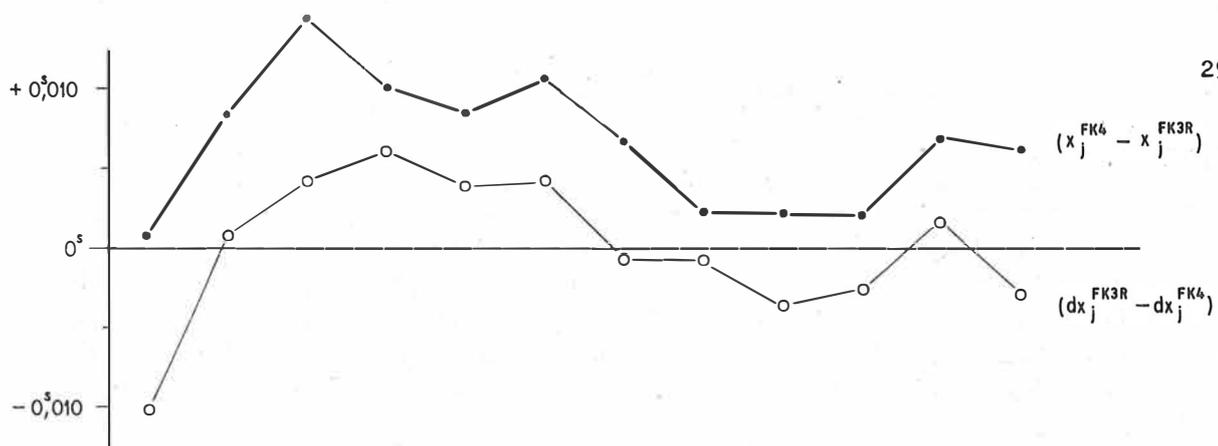


Abb. 7. Vergleich der Korrekturen wegen des Übergangs vom FK3R- zum FK4-System mit den Differenzen zwischen den mittleren Gruppenkorrekturen in beiden Systemen als Funktion der Gruppennummer

Tab. 14. Korrigierte mittlere Restfehler

$\begin{matrix} j \\ 1 \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	- 4,3	- 2,4	+ 1,3	- 9,1	+ 4,6	+26,1	+18,6	- 6,7	+24,4	- 9,4	+ 4,9	-10,1
2	+10,5	+ 6,2	- 2,7	- 0,1	+13,6	-10,0	+ 9,6	+17,2	- 8,3	-11,6	- 2,9	- 1,5
3	+ 7,0	+ 3,6	- 0,8	+ 2,9	+ 6,3	- 7,5	+11,8	+13,4	+12,9	-16,4	+11,2	+ 4,4
4	+ 8,2	+ 0,8	-17,4	+12,1	+ 6,2	+11,9	+ 6,0	- 5,8	+28,8	- 4,8	-23,8	-19,1
5	- 1,9	+10,0	+26,3	- 1,0	- 5,1	- 7,0	+13,2	+13,4	+ 1,9	+ 9,9	- 0,1	- 9,1
6	-12,3	- 6,3	-20,4	+22,8	+ 3,8	+ 6,7	+21,4	+26,3	+ 7,7	+15,7	- 9,5	- 4,6
7	-10,0	+20,0	- 0,4	+13,4	-10,7	- 4,6	+15,5	+32,7	+ 9,0	- 1,3	-26,9	-11,3
8	-11,0	- 0,9	+10,5	+18,0	+27,5	+10,2	+19,1	- 3,2	+ 7,9	-31,8	- 3,6	- 5,0
9	- 5,9	+10,0	+12,9	-12,6	+ 4,4	+26,1	+11,7	+18,2	- 6,9	+21,8	-13,5	- 4,8
10	-12,3	- 0,8	- 8,1	+ 2,9	+17,5	- 1,2	+20,1	+ 2,7	- 5,3	+10,4	+ 3,5	+ 6,3
11	- 5,7	+ 0,5	- 9,7	+ 7,5	+ 3,8	+ 8,2	+ 4,5	+ 7,5	+ 2,1	+12,3	-11,5	+28,5
12	- 1,7	-20,6	+11,6	+ 1,8	-10,9	-18,9	+15,0	+ 1,6	-17,3	- 6,2	+ 8,6	-23,7
13	+ 2,4	+12,4	- 4,4	- 9,7	+ 0,9	+21,2	+ 9,2	-10,6	+18,6	- 2,6	+ 8,5	+13,5
14	- 0,7	-26,6	-10,4	+19,5	- 8,3	+20,1	+14,9	+ 1,0	+15,5	+11,3	- 6,1	-16,0
15	-29,1	-20,9	+ 1,0	- 4,6	-14,0	+ 6,0	+11,6	+ 5,1	-15,1	- 9,7	- 2,5	-44,8
16	-10,4	- 1,2	+11,1	-31,2	- 2,1	+ 4,0	+ 8,0	+ 1,7	+ 2,0	- 1,5	+19,0	-14,3
17	+ 1,1	+ 4,0	+ 1,4	-12,3	- 8,3	+ 1,1	+ 4,0	+16,9	+ 4,7	- 8,8	- 2,0	-17,4
18	- 2,6	+ 8,8	- 4,1	- 9,5	-12,7	- 4,1	+11,1	+13,9	+12,1	- 7,7	-12,0	-15,0
19	+13,4	+ 0,5	-16,4	- 5,2	-19,9	+17,5	- 7,1	-22,1	+ 6,3	- 2,4	- 9,8	+ 0,4
20	-16,4	- 3,5	+ 5,3	- 5,4	- 3,4	+20,8	+ 6,5	+18,0	+ 6,5	- 6,1	-10,8	-10,8
21	+20,8	- 6,6	+12,8	+ 0,6	-19,0	- 1,1	+ 9,5	+ 6,3	-15,6	- 8,4	-19,0	-18,3
22	-20,0	-12,1	+10,3	+ 7,4	- 0,7	- 7,6	+23,6	+10,6	- 1,2	- 6,7	-21,6	-14,6
23	+ 8,1	- 7,4	- 6,2	+ 2,4	- 0,7	+ 8,8	+15,0	+ 6,9	- 3,6	+44,5	- 8,3	- 6,3
24	+13,0	- 5,8	+ 1,9	-19,6	- 0,7	+14,7	- 1,7	+ 6,1	- 0,9	- 2,7	-22,5	-14,8
25	-12,1	-25,1	-13,1	- 1,2	+ 1,9	+16,8		- 0,5	- 8,1	-22,0	+16,0	-27,4
26	+13,5	- 9,1			- 7,0	+ 6,1			- 5,5		- 3,2	-13,5
27	-18,9	+ 0,1							-12,2		-17,2	
28	-16,3											
29	- 5,5											
10a							+ 7,8					
16a	- 6,5											-11,9

Einheit: 0,01

Tab. 15. Mittlere Fehler m_{M} der korrigierten mittleren Restfehler M

$\frac{j}{i}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	± 4,4	5,6	4,2	4,8	4,4	5,7	4,0	5,3	4,3	7,5	4,6	4,4
2	4,8	5,8	4,6	4,8	5,0	4,7	5,1	5,2	4,2	3,6	3,9	5,6
3	4,7	4,1	3,9	4,6	4,5	4,4	3,7	4,3	7,2	4,2	4,1	4,6
4	4,4	4,7	3,8	5,1	4,4	4,5	4,1	6,8	5,0	4,5	4,1	5,0
5	4,9	3,6	5,7	4,7	4,4	4,4	3,9	6,0	4,2	4,0	3,8	4,0
6	4,8	3,9	3,9	4,3	7,1	4,0	5,8	4,2	3,7	4,8	4,4	3,8
7	3,6	5,8	3,9	4,6	4,1	4,5	5,2	5,6	4,2	3,7	4,4	3,8
8	4,2	4,4	4,4	4,8	4,1	4,2	4,9	3,6	5,2	4,3	4,4	4,9
9	3,8	4,4	5,0	4,5	4,1	4,4	5,3	6,3	4,3	7,1	4,9	8,3
10	4,1	4,8	4,0	5,0	3,9	4,0	4,3	5,9	4,0	3,5	4,7	5,6
11	3,8	3,8	4,7	4,3	3,9	4,1	4,3	4,5	3,9	4,2	4,6	5,0
12	3,4	4,4	3,8	4,9	3,8	4,9	3,8	5,9	6,6	4,0	5,3	3,9
13	4,8	4,2	5,5	4,5	4,3	4,8	4,6	6,8	5,0	4,5	3,9	3,9
14	4,1	4,7	5,2	3,8	5,1	6,6	3,9	4,7	4,8	3,9	3,8	4,4
15	3,9	5,9	4,1	4,1	3,6	4,5	4,1	4,9	3,7	4,9	4,6	3,5
16	3,5	4,0	4,0	5,7	6,2	4,6	4,2	4,8	5,7	4,4	7,6	3,8
17	4,0	5,0	3,7	4,9	4,1	3,9	4,1	4,3	3,5	3,9	4,1	3,5
18	4,7	4,3	4,0	5,8	4,9	4,5	4,0	4,6	4,4	3,5	6,3	5,3
19	3,8	4,5	3,9	4,5	6,7	4,9	4,0	6,3	3,7	4,2	4,7	4,4
20	5,0	4,3	3,8	4,6	4,2	4,9	3,7	4,0	4,4	4,3	4,8	3,4
21	5,0	3,5	5,0	4,1	5,2	4,5	4,7	4,3	4,2	4,9	4,8	6,0
22	4,7	3,7	4,1	4,9	3,8	4,2	5,1	4,2	7,1	4,0	5,5	3,5
23	3,9	3,7	4,2	5,5	4,8	5,1	3,7	4,7	3,6	3,4	4,8	4,1
24	3,2	3,9	4,6	4,2	4,1	5,5	4,1	3,9	4,0	4,1	4,5	3,7
25	5,0	3,9	4,2	4,1	4,5	4,6		4,3	4,4	5,6	4,8	3,9
26	5,8	4,9			4,6	5,0			3,9		4,0	3,9
27	3,9	3,9							5,0		4,8	
28	5,2											
29	3,9											
10a							6,3					
16a	4,0											4,0

Einheit: 0,01

6. Die Berechnung von Sternkoordinatenkorrekturen

Die individuellen Sternkoordinatenkorrekturen (individual values or differences) $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ enthalten folgende Komponenten:

$$(14) \quad \Delta\alpha = \Delta\alpha_{\alpha} + \Delta\alpha_{\delta} + v_{\alpha}, \quad \Delta\delta = \Delta\delta_{\alpha} + \Delta\delta_{\delta} + v_{\delta}.$$

Hierin bedeuten $\Delta\alpha_{\alpha}$, $\Delta\delta_{\alpha}$ die systematische Rektaszensions- bzw. Deklinationskorrektur als Funktion der Rektaszension, $\Delta\alpha_{\delta}$, $\Delta\delta_{\delta}$ die systematische Rektaszensions- bzw. Deklinationskorrektur als Funktion der Deklination und v_{α} , v_{δ} die eigentliche individuelle Rektaszensions- bzw. Deklinationsverbesserung (residual). Wie in [7] sollen zuerst individuelle Korrekturen - soweit dies möglich ist - berechnet und dann systematische Komponenten abgeleitet werden.

6.1. Individuelle Sternkoordinatenkorrekturen

6.1.1. Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen aus Doppeldurchgängen

Für die doppelt - d.h. im Ostdurchgang (E) und im Westdurchgang (W) - beobachteten Sterne ergeben sich gemäß der Grundgleichung (5) zur Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen zwei Bestimmungsgleichungen, die sich neben dem korrigierten mittleren Restfehler m_E bzw. m_W durch die Vorzeichen für $|\sin A|$, positiv bei E und negativ bei W, unterscheiden. Durch Subtraktion bzw. Addition der beiden Gleichungen und durch anschließendes Auflösen nach der Korrektur $\Delta\alpha$ bzw. $\Delta\delta$ erhält man

$$(15) \quad \Delta\alpha = \frac{m_E - m_W}{2 |\sin A| \cos \varphi_0} + \zeta$$

und

$$(16) \quad \Delta\delta = -\frac{m_E + m_W}{2 \cos S} - \frac{(\cos A) \eta - \zeta}{\cos S}.$$

Mit (15) läßt sich die Rektaszensionskorrektur $\Delta\alpha$ bis auf die Konstante ζ bestimmen. Die Deklinationskorrektur $\Delta\delta$ hingegen bleibt nach (16) um das Glied mit den Konstanten η und ζ fehlerhaft.

Da in der größten Digression wegen $S = 90^\circ$ die Winkelfunktion $\cos S = 0$ ist, besteht zwischen η und ζ die feste Beziehung

$$(17) \quad (\cos A_0) \eta - \zeta = -\frac{1}{2} (m_{E_0} + m_{W_0}),$$

worin die hierfür speziell geltenden Größen mit dem Index 0 gekennzeichnet sind. Indem in (16) mittels (17) die unbekannte Konstante ζ eliminiert und dabei

$$(18) \quad m_{E_0} + m_{W_0} = 2K$$

verwendet wird, lautet die verbesserte Gleichung zur Berechnung der Deklinationskorrektur

$$(19) \quad \Delta\delta = -\frac{m_E + m_W - 2K}{2 \cos S} - \frac{\cos A - \cos A_0}{\cos S} \eta$$

Hierin bleibt der von η abhängige Term unbestimmbar.

Die Berechnung des K-Wertes erfolgte nach (18) mit den m -Werten der beobachteten Doppeldurchgänge aus dem Deklinationsbereich

$$+54^{\circ}30' < \delta < +74^{\circ}10',$$

wofür

$$|\cos S| < 0,30$$

ist. Als Ergebnis der Mittelbildung von 20 Einzelwerten wurde erhalten:

$$K = -0,011 \pm 0,018.$$

Der zugehörige mittlere Deklinationswert beträgt

$$\bar{\delta}_0 = +62^{\circ}52'$$

gegenüber dem für die größte Digression von

$$\delta_0 = +66^{\circ}10'.$$

Ob K eventuell in funktionalem Zusammenhang zur Sternhelligkeit oder -farbe steht, konnte mit dem Datenmaterial nicht geprüft werden, weil es für diesen Zweck zu gering ist. Auf Grund der Ergebnisse des Kap. 3 ist dies auch wenig wahrscheinlich. Beim Vergleich des hier erhaltenen K-Wertes mit dem in [7], S. 36 ist festzustellen, daß sein absoluter Betrag und mittlerer Fehler in der gleichen Größenordnung liegen.

Zur Berechnung der individuellen Sternkoordinatenkorrekturen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ aus Doppeldurchgängen mit den korrigierten mittleren Restfehlern m (Tab. 14) wurden die Gleichungen (15) und (19) benutzt, wobei jeweils das zweite Glied, einmal ξ und zum anderen $-(\cos A - \cos A_0) \eta / \cos S$, unberücksichtigt blieb. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergaben sich daraus folgende Formeln für die Fehlerrechnung:

$$(20) \quad m_{\Delta\alpha}^2 = \frac{m^2(m_E - m_W)}{(2 |\sin A| \cos \varphi_0)^2}, \quad m_{\Delta\delta}^2 = \frac{m^2(m_E + m_W) + (2 m_K)^2}{(2 \cos S)^2}$$

mit

$$m^2(m_E \pm m_W) = m_{m_E}^2 + m_{m_W}^2.$$

Tab. 16 enthält die berechneten Korrekturen und ihre mittleren Fehler.

Da die $\Delta\alpha$ - und $\Delta\delta$ -Werte im Sinne der Kataloge "Potsdamer Astrolabkatalog (Astr.) minus FK4" gelten, sind es mit dem gegebenen Vorzeichen Korrekturen zu den Rektaszensionen und Deklinationen der FK4-Sterne. In der Nähe der Digression ist der $\cos S$ klein, und damit werden die Deklinationskorrekturen nicht genau genug bestimmbar. Sie wurden daher für den Deklinationsbereich

$$+58^{\circ}40' < \delta < +72^{\circ}00',$$

d.h. mit

$$|\cos S| < 0,20,$$

nicht berechnet.

Tab. 16. Individuelle Sternkoordinatenkorrekturen

(* Korrektur, die nur aus dem Ost- oder Westdurchgang abgeleitet wurde)

FK4 Nr.	Astr. - FK4				FK4 Nr.	Astr. - FK4			
	$\Delta\alpha$ [0,001]	$m\Delta\alpha$ [0,001]	$\Delta\delta$ [0,01]	$m\Delta\delta$ [0,01]		$\Delta\alpha$ [0,001]	$m\Delta\alpha$ [0,001]	$\Delta\delta$ [0,01]	$m\Delta\delta$ [0,01]
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
2	+ 8*	± 6			247	- 27	± 5	-	-
17	- 27*	8			254			+ 14*	± 11
21	- 2*	7			259	- 48*	9		
27			+ 6*	± 9	261	+ 0	3	+ 10	4
29	- 6	5	-	-	1182			- 5*	10
32	- 4*	6			280	- 24*	10		
33	+ 1	3	+ 7	4	284	+ 7*	8		
46	- 20*	7			294	- 10	7	- 1	3
63	+ 1	5	-	-	1199	+ 2	3	+ 7	5
74	+ 25	13	- 8	4	1211	- 11	9	+ 26	5
77	- 3	3	+ 21	8	302	+ 36*	8		
1059			- 9*	11	307	+ 2	4	- 31	9
1068	+ 4	5	- 1	4	1215	+ 19*	8		
92	- 29	6	-	-	338	+ 9*	7		
100	+ 11	4	- 8	3	1244	- 13	6	- 16	4
103	- 17*	7			358	+ 14*	9		
1082	+ 9	3	+ 11	4	363	- 17	6	-	-
1103			- 21*	12	367			- 9*	9
129	- 9	5	-	-	368	- 11	4	-	-
136	- 1	9	- 14	4	372	- 28	7	+ 2	13
138	- 4*	12			374	- 6	3	- 2	6
148	- 17	4	+ 0	5	1259	- 12*	8		
152	- 4	3	+ 4	7	384	- 3	10	- 4	4
175	- 25*	8			1262	- 38*	8		
178	- 45*	7			394	- 19*	7		
182	- 20	4	-	-	403	- 32*	10		
193	- 3	5	- 4	10	405			- 27*	8
202	- 12	5	+ 19	4	407	- 7	4	- 9	4
1158	- 16	5	+ 7	4	416	- 24*	7		
1157	+ 12*	7			417	- 47*	8		
225	+ 1*	8			1293	- 11	3	- 1	5
1163	- 12	11	- 18	3	447	- 13*	7		
233	- 10*	6			451	- 32	10	- 7	7
234	- 2*	9			456	- 9*	7		
242	+ 3	3	+ 7	8	1318	- 9	5	- 8	3

Tab. 16 (Fortsetzung)

(* Korrektur, die nur aus dem Ost- oder Westdurchgang abgeleitet wurde)

FK4 Nr.	Astr. - FK4				FK4 Nr.	Astr. - FK4			
	$\Delta\alpha$ [0,001]	$m\Delta\alpha$ [0,001]	$\Delta\delta$ [0,01]	$m\Delta\delta$ [0,01]		$\Delta\alpha$ [0,001]	$m\Delta\alpha$ [0,001]	$\Delta\delta$ [0,01]	$m\Delta\delta$ [0,01]
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1322	- 1	± 4	+ 4	± 4	738	+ 42	± 3	+ 17	± 8
472	- 16*	11			1515	+ 20	6	- 2	3
478	- 11	7	-	-	759	+ 23	12	- 7	7
483	- 1*	7			758	- 7*	7		
486	- 13*	8			767	- 4	4	-	-
500	- 21*	7			782	+ 6*	6		
521	+ 16*	7			783	- 3	4	-	-
522	- 5	7	- 16	4	780	+ 18	3	+ 2	4
528	+ 4	3	- 10	9	795	- 51	12	- 4	7
1379	+ 49	8	+ 14	8	1559	+ 11	3	+ 23	4
549	+ 42*	7			803	+ 15*	6		
554	+ 10*	7			809	- 27*	9		
1397	+ 7*	8			1565	+ 33	15	- 10	5
1396			+ 2*	11	813	+ 3	4	+ 55	14
565	+ 29*	8			817	- 17*	10		
563	+ 14	5	+ 4	5	1575	+ 13	4	+ 4	4
576	+ 5	4	- 2	4	823	+ 8	6	- 6	3
1414	+ 7	4	- 4	5	844	- 9*	7		
593	+ 6	6	- 12	4	853	- 5*	6		
595	+ 25	4	+ 2	13	859			+ 6*	7
619	+ 40*	11			863	- 10*	7		
1432	+ 30	4	-	-	880			- 29*	8
627	+ 15	4	- 16	13	893	- 2	12	+ 21	8
1440			- 6*	10	895	+ 13	5	-	-
639	+ 3*	7			899	- 3	4	+ 2	15
641	+ 10	7	- 22	4	1629			- 1*	11
667	- 42	4	- 22	3					
671	+ 17*	7							
685	+ 40*	7							
701	+ 17	6	-	-					
714	+ 10*	18							
1498	+ 1	6	+ 1	5					
723	+ 22	5	-	-					
726	+ 14	3	+ 34	10					
1508	+ 21	10	- 14	5					

Die aus Doppeldurchgängen erhaltenen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen liegen im Bereich

$$-0,051 \leq \Delta\alpha \leq +0,049$$

und

$$-0,31 \leq \Delta\delta \leq +0,55 .$$

Um eine genauere Übersicht über ihre Verteilung zu bekommen, wurden die Werte nach ihrem absoluten Betrag geordnet und in Klassen eingeteilt. Das Ergebnis wird in Tab. 17 gezeigt. Daraus geht hervor, daß etwa 75 % der Korrekturen

$$|\Delta\alpha| \leq 0,020 \quad \text{und} \quad |\Delta\delta| \leq 0,15$$

sind.

Tab. 17. Häufigkeitsverteilung der aus Doppeldurchgängen erhaltenen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen nach ihrem absoluten Betrag

Klasse für $ \Delta\alpha $ [0,001] für $ \Delta\delta $ [0,01]	Klassenhäufigkeit von	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
0 bis 5	22	20
6 10	11	14
11 15	14	5
16 20	7	6
21 25	5	5
26 30	4	1
31 35	2	2
36 40	0	0
41 45	2	0
46 50	1	0
51 55	1	1
Gesamt	69	54

6.1.2. Rektaszensions- oder Deklinationskorrekturen aus dem Ost- oder Westdurchgang

Indem man die Grundgleichung (5) zur Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen nach der Korrektur $\Delta\alpha$ bzw. $\Delta\delta$ auflöst, ergeben sich die Gleichungen

$$(21) \quad \Delta\alpha = \frac{\eta}{\sin A \cos \varphi_0} + \frac{\cos S}{\sin A \cos \varphi_0} \Delta\delta + \xi + \frac{(\cos A) \eta - \zeta}{\sin A \cos \varphi_0}$$

und

$$(22) \quad \Delta\delta = -\frac{\eta}{\cos S} + \frac{\sin A \cos \varphi_0}{\cos S} \Delta\alpha - \frac{\sin A \cos \varphi_0}{\cos S} \xi - \frac{(\cos A) \eta - \zeta}{\cos S}$$

Daraus folgt, daß entweder die Rektaszensionskorrektion $\Delta\alpha$ oder die Deklinationskorrektion $\Delta\delta$ aus dem Ost- oder Westdurchgang als Einzeldurchgang, also nur mit m_E oder m_W , berechnet werden kann, falls in (21) bzw. (22) der zweite Term wegen seines kleinen Betrages vernachlässigt werden darf und ohnehin die weiteren Terme mit den unbekanntem Konstanten wegen ihrer Unbestimmbarkeit vernachlässigt werden. Die gestellte Bedingung ist am ehesten erfüllt

- zur Berechnung von Rektaszensionskorrekturen $\Delta\alpha$ für Sterne in der Nähe der größten Digression und
- zur Berechnung von Deklinationskorrekturen $\Delta\delta$ für meridiannahe Südsterne.

Wird das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf die ersten beiden Glieder von (21) und (22) angewandt, so erhält man die Fehlerformeln

$$(23) \quad m_{\Delta\alpha}^2 = \frac{m_m^2 + \cos^2 S \cdot m_{\Delta\delta}^2}{(\sin A \cos \varphi_0)^2}$$

und

$$(24) \quad m_{\Delta\delta}^2 = \frac{m_m^2 + (\sin A \cos \varphi_0)^2 \cdot m_{\Delta\alpha}^2}{\cos^2 S}$$

Für die einzeln, d.h. im Ostdurchgang oder im Westdurchgang, beobachteten Sterne aus dem Deklinationsbereich

$$+50^{\circ}50' < \delta < +71^{\circ}50'$$

wurden Rektaszensionskorrekturen $\Delta\alpha$ nach dem ersten Term von (21) und ihre mittleren Fehler $m_{\Delta\alpha}$ nach (23) berechnet. Auf Grund der in Abschnitt 6.1.1. gemachten Feststellung ist dabei ein Deklinationsfehler von

$$m_{\Delta\delta} = \pm 0,15$$

zugrunde gelegt worden. Mit diesem und dem Quotienten

$$\left| \frac{\cos S}{\sin A} \right| \leq 0,40$$

kann der in (21) vernachlässigte zweite Term maximal einen Rektaszensionsfehler von $\pm 0,007$ verursachen.

Dagegen wurde die Berechnung von Deklinationskorrekturen $\Delta\delta$ gemäß dem ersten Term von (22) und von deren mittleren Fehlern $m_{\Delta\delta}$ gemäß (24) für die betreffenden Sterne ausgeführt, die der Deklinationsbereich

$$+23^{\circ}20' < \delta < +25^{\circ}20'$$

umfaßt. Analog zu oben ist nach Abschnitt 6.1.1. als Rektaszensionsfehler für die Fehlerrechnung

$$m_{\Delta\alpha} = \pm 0,020$$

verwendet worden. Wegen

$$|\sin A| < 0,55 \quad \text{und} \quad |\cos S| > 0,90$$

könnte für den unberücksichtigten zweiten Term von (22) ein maximaler Deklinationsfehler von $\pm 0,10$ existieren.

In Tab. 16 sind die aus Einzeldurchgängen ermittelten Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen und ihre mittleren Fehler mit zusammengestellt. Sie sind aber durch einen Stern gekennzeichnet. Die $\Delta\alpha$ - und $\Delta\delta$ -Werte fallen in den Bereich

$$-0,048 \leq \Delta\alpha \leq +0,042 \quad \text{und} \quad -0,029 \leq \Delta\delta \leq +0,014 .$$

Somit liegen sie innerhalb der Bereiche für die Korrekturen aus Doppeldurchgängen (s. Abschnitt 6.1.1.). In der gleichen Art wie Tab. 17 gibt Tab. 18 an, wie häufig die aus Einzeldurchgängen erhaltenen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen in den Klassen auftreten.

Tab. 18. Häufigkeitsverteilung der aus Einzeldurchgängen erhaltenen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen nach ihrem absoluten Betrag

für $ \Delta\alpha $ für $ \Delta\delta $	Klasse $[0,001]$ $[0,01]$	Klassenhäufigkeit von	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
0 bis 5	5	8	3
6	10	12	5
11	15	6	1
16	20	8	0
21	25	3	1
26	30	4	2
31	35	1	0
36	40	4	0
41	45	2	0
46	50	2	0
Gesamt		50	12

Ein Vergleich der Häufigkeitsverteilungen der beiden Tabellen zeigt, daß relativ gesehen gute Übereinstimmung für die zusätzlich aufgeführten Häufigkeitssummen der $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ besteht.

6.2. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen

Wäre die Anzahl der in Abschnitt 6.1. berechneten individuellen Sternkoordinatenkorrekturen nicht so gering, so könnten mit diesen durch Mittelbildung für bestimmte Rektaszensions- und Deklinationsbereiche auf Grund von (14) systematische Komponenten als Funktion der Rektaszension und Deklination abgeleitet werden. Um diesen Weg zur Berechnung systematischer Korrekturen als Funktion der Rektaszension trotzdem gehen zu können, wurden weitere Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen nach dem ersten Term von (21) und (22) ermittelt. Die Berechnung systematischer Korrekturen als Funktion der Deklination geschah dagegen mit Mittelwerten \bar{m}_E und \bar{m}_W für Deklinationsbereiche.

6.2.1. Systematische Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Rektaszension

Aus (14) geht hervor, daß das arithmetische Mittel der individuellen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen für bestimmte Rektaszensions- und Deklinationsbereiche jeweils die Summe der systematischen Komponenten als Funktion der Rektaszension und Deklination

$$(25) \quad \overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta} = \Delta\alpha_{\alpha} + \Delta\alpha_{\delta}, \quad \overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta} = \Delta\delta_{\alpha} + \Delta\delta_{\delta}$$

liefert, weil die eigentlichen individuellen Rektaszensions- und Deklinationsverbesserungen wie zufällige Fehler wirken und sich deswegen eliminieren werden. Für die Rektaszensionszonen α mit festem Deklinationsbereich δ sind die $\Delta\alpha_{\alpha}$ - und $\Delta\delta_{\alpha}$ -Werte verschieden und die $\Delta\alpha_{\delta}$ - und $\Delta\delta_{\delta}$ -Werte gleich. Folglich gilt bei der Wahl eines Rektaszensionsintervalls von zwei Stunden:

$$(26) \quad \left[\begin{array}{ll} \overline{\Delta\alpha}_{0^h,\delta} = \Delta\alpha_{0^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{0^h,\delta} = \Delta\delta_{0^h} + \Delta\delta_{\delta}, \\ \overline{\Delta\alpha}_{2^h,\delta} = \Delta\alpha_{2^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{2^h,\delta} = \Delta\delta_{2^h} + \Delta\delta_{\delta}, \\ \overline{\Delta\alpha}_{4^h,\delta} = \Delta\alpha_{4^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{4^h,\delta} = \Delta\delta_{4^h} + \Delta\delta_{\delta}, \\ \overline{\Delta\alpha}_{6^h,\delta} = \Delta\alpha_{6^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{6^h,\delta} = \Delta\delta_{6^h} + \Delta\delta_{\delta}, \\ \dots & \dots \\ \overline{\Delta\alpha}_{20^h,\delta} = \Delta\alpha_{20^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{20^h,\delta} = \Delta\delta_{20^h} + \Delta\delta_{\delta}, \\ \overline{\Delta\alpha}_{22^h,\delta} = \Delta\alpha_{22^h} + \Delta\alpha_{\delta} & \text{bzw.} \quad \overline{\Delta\delta}_{22^h,\delta} = \Delta\delta_{22^h} + \Delta\delta_{\delta}. \end{array} \right.$$

Daraus folgt, daß sich wegen der Bedingungen

$$(27) \quad [\Delta\alpha_{\alpha}] = 0 \quad \text{und} \quad [\Delta\delta_{\alpha}] = 0$$

die systematischen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Deklination nach

$$(28) \quad \Delta\alpha_{\delta} = \frac{[\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}]}{12} \quad \text{bzw.} \quad \Delta\delta_{\delta} = \frac{[\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}]}{12}$$

berechnen lassen und dann mit diesen die systematischen Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Rektaszension aus den $\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}$ - und $\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}$ -Werten nach

$$(29) \quad \Delta\alpha_{\alpha} = \overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta} - \Delta\alpha_{\delta}, \quad \Delta\delta_{\alpha} = \overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta} - \Delta\delta_{\delta}$$

erhalten werden.

Betrachtet man die Gleichungen (21) und (22), so können nachstehende Schlüsse für die einzelnen Terme in bezug auf das arithmetische Mittel individueller Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen gezogen werden:

- Die ersten Terme sind die Hauptglieder der individuellen Korrekturen. Deswegen wird das arithmetische Mittel $\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}$ bzw. $\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}$ hauptsächlich durch sie bestimmt.
- Für Sterne, die im Ost- und Westdurchgang beobachtet werden, ergeben sich die zweiten Terme mit positivem und negativem Vorzeichen. Sie eliminieren sich also im arithmetischen Mittel. Die Anzahl der entweder nur im Ost- oder nur im Westdurchgang beobachteten Sterne des betreffenden Areals ist etwa gleich, so daß das Mittel durch die von ihren Deklinations- bzw. Rektaszensionsfehlern herrührenden Einflüsse kaum verfälscht werden kann.
- Da die in (21) enthaltene Konstante ξ , wie in Kap. 4 dargelegt, nicht bestimmbar ist, bleibt das arithmetische Mittel $\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}$ um diese ebenso fehlerhaft. Der mit ξ auftretende Term von (22) ist dagegen aus den für den zweiten Term geltenden gleichen Gründen nahezu wirkungslos.
- Schließlich wird auch der vierte und letzte Term von (21) weitgehend durch Mittelbildung eliminiert, weil einerseits sowieso keine Fehlerwirkung von den in Doppeldurchgängen beobachteten Sternen zurückbleibt und andererseits etwa gleich viele Einzeldurchgänge von den anderen Sternen im Osten und Westen beobachtet werden. In $\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}$ hinterläßt das von η und ζ abhängige Glied aber einen systematischen Fehler.

Hieraus läßt sich schlußfolgern, daß auch noch individuelle Korrekturen aus Einzeldurchgängen für andere Sterne als und genauso wie in Abschnitt 6.1.2. berechnet werden dürfen, um dann nach dem oben angegebenen Verfahren systematische Korrekturen als Funktion der Rektaszension ableiten zu können. Ferner ist gerechtfertigt, gegenüber den aus Einzeldurchgängen ermittelten Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen mit den zugrunde zu legenden Gewichten $g = 1$ denen aus Doppeldurchgängen die Gewichte $g = 2$ zuzuordnen.

Zur Ableitung von systematischen Korrekturen $\Delta\alpha_{\alpha}$ für Rektaszensionen von zwei Stunden wurden die folgenden drei Deklinationsbereiche gewählt:

$$+23^{\circ} < \delta \leq +40^{\circ}, \quad +40^{\circ} < \delta \leq +60^{\circ}, \quad +60^{\circ} < \delta < +78^{\circ}.$$

Im Einzeldurchgang beobachtete Sterne mit einer Deklination $\delta < +25^{\circ}$ sind selten. Da ein Deklinationsfehler von

$$m_{\Delta\delta} = \pm 0,15$$

einen großen Einfluß auf $\Delta\alpha$ hat, der beispielsweise bei $\delta = +25^{\circ}$ schon $\pm 0,030$ ausmacht (vgl. Abschnitt 6.1.2.), wurden für diese Sterne keine individuellen Korrekturen berechnet. Somit sind für Deklinationen $\delta < +25^{\circ}$ nur aus Doppeldurchgängen erhaltene $\Delta\alpha$ -Werte verwendet worden.

Wegen des starken Anwachsens der Rektaszensionsfehler mit δ wurden die arithmetischen Mittel $\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}$ für den Deklinationsbereich

$$+60^\circ < \delta < +78^\circ$$

aus den Werten $\Delta\alpha \cos \delta \sec 70^\circ$ gebildet. Im Gegensatz dazu sind systematische Korrekturen $\Delta\delta_\alpha$, wie nachstehend begründet wird, nur für den Deklinationsbereich

$$+23^\circ < \delta < +60^\circ$$

abgeleitet worden. Einmal wurden keine Deklinationskorrekturen aus Doppeldurchgängen für Sterne in der Nähe der Digression, nämlich aus dem Deklinationsbereich

$$+58^\circ 40' < \delta < +72^\circ 00',$$

berechnet (s. Abschnitt 6.1.1.). Zum zweiten liegen die Sterne, für die $\Delta\delta$ -Werte aus Einzeldurchgängen ermittelt wurden, im Deklinationsbereich

$$+23^\circ 20' < \delta < +25^\circ 20'$$

(s. Abschnitt 6.1.2.). Und zum dritten ließ sich dieser Bereich zur Berechnung weiterer Deklinationskorrekturen nach dem ersten Term der Gleichung (22) nur bis zur Deklinationsgrenze von $+54^\circ 30'$ erweitern, um in den Rechnungen

$$|\cos S| > 0,30$$

zu haben (vgl. Abschnitt 6.1.1.); denn bei einem Rektaszensionsfehler von nur

$$m_{\Delta\alpha} = \pm 0,010$$

würde sein Einfluß auf $\Delta\delta$ bereits $\pm 0,28$ betragen. Folglich ist die Anzahl Deklinationskorrekturen geringer als die der Rektaszensionskorrekturen. Die systematischen Deklinationsfehler als Funktion der Deklination weisen keine großen Unterschiede auf. Den Deklinationsbereich zu teilen war daher einerseits unzulässig und andererseits auch nicht erforderlich.

In Tab. 19 finden sich die Ergebnisse der systematischen Sternkoordinatenkorrekturen als Funktion der Rektaszension und die Gewichte $\bar{g} = \lfloor g \rfloor$ der arithmetischen Mittel $\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}$ bzw. $\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}$. Auch die erhaltenen $\Delta\alpha_\delta$ - und $\Delta\delta_\delta$ -Werte sind aufgeführt. Die mittleren Fehler der Korrekturen wurden aus den mittleren Fehlern $m_{\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}}$ und $m_{\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}}$ nach den Formeln

$$(30) \quad m_{\Delta\alpha_\alpha} = m_{\Delta\alpha_\delta} = \frac{m_{\overline{\Delta\alpha}_{\alpha,\delta}}}{\sqrt{2}}, \quad m_{\Delta\delta_\alpha} = m_{\Delta\delta_\delta} = \frac{m_{\overline{\Delta\delta}_{\alpha,\delta}}}{\sqrt{2}}$$

berechnet. Als mittlere Fehler der $\Delta\alpha_\alpha$ und $\Delta\delta_\alpha$ sind diese unmittelbar und als mittlere Fehler der $\Delta\alpha_\delta$ und $\Delta\delta_\delta$ daraus gebildete Mittelwerte gegeben.

Tab. 19. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen als Funktion der Rektaszension

α	$+23^\circ < \delta \leq +40^\circ$			$+40^\circ < \delta \leq +60^\circ$			$+60^\circ < \delta < +78^\circ$			$+23^\circ < \delta < +60^\circ$		
	$\Delta\alpha_\alpha$		\bar{g}	$\Delta\alpha_\alpha$		\bar{g}	$\Delta\alpha_\alpha$		\bar{g}	$\Delta\delta_\alpha$		\bar{g}
	$\overline{[0^s,001]}$	$\overline{[0^s,001]}$		$\overline{[0^s,001]}$	$\overline{[0^s,001]}$		$\overline{[0^s,001]}$	$\overline{[0^s,001]}$		$\overline{[0^m,01]}$	$\overline{[0^m,01]}$	
0 ^h	- 4	± 3	10	- 6	± 3	9	+ 4	± 4	7	+ 6	± 4	19
2	+ 7	4	13	+ 5	5	5	- 9	4	8	+ 4	3	19
4	- 6	6	10	- 8	3	6	-24	7	6	- 2	2	16
6	- 6	3	12	+ 1	2	6	-24	5	8	+ 2	3	17
8	- 2	2	11	- 2	5	6	+21	5	6	+ 2	4	17
10	- 8	2	11	-10	3	9	-22	4	7	-10	3	18
12	- 5	2	9	- 6	2	8	-19	5	8	- 3	1	15
14	- 1	5	8	+ 0	6	7	+24	7	7	- 8	2	14
16	+ 4	2	12	+ 9	4	8	+34	5	7	- 5	1	21
18	- 2	5	11	+ 3	7	5	+17	6	9	+ 2	4	15
20	+10	3	13	+11	6	8	+10	5	8	+ 2	3	19
22	+12	4	13	+ 2	4	6	-11	5	8	+10	3	18
24	- 4	3	10	- 6	3	9	+ 4	4	7	+ 6	4	19
$\Delta\alpha_\delta$	- 1	± 3		+ 1	± 4		- 3	± 5		+ 2	± 3	$\Delta\delta_\delta$

6.2.2. Systematische Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen als Funktion der Deklination

Systematische Rektaszensions- und Deklinationsfehler als Funktion der Deklination werden durch einen systematischen Verlauf der mittleren Restfehler in Abhängigkeit vom Azimut angezeigt. Auf Grund der in Abschnitt 3.3. dargelegten statistischen Untersuchungen der M-Werte hat sich dieser bestätigt. Er soll auch nur als Wirkung von Katalogfehlern betrachtet werden, um Korrekturen ableiten zu können.

Den östlichen und westlichen Azimutklassen entsprechen gleiche Deklinationsbereiche. Wurden in Abschnitt 6.1.1. die Einzelwerte \bar{m}_E und \bar{m}_W zur Berechnung individueller Korrekturen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ benutzt, so können in gleicher Weise, aber mit Mittelwerten $\overline{\bar{m}_E}$ und $\overline{\bar{m}_W}$, für Deklinationsbereiche systematische Korrekturen $\Delta\alpha_\delta$ und $\Delta\delta_\delta$ ermittelt werden. Indem man in den in Betracht kommenden Gleichungen (15), (16) und (19) die Einzelwerte durch Mittelwerte ersetzt, ergeben sich folgende Gleichungen zur Berechnung systematischer Korrekturen als Funktion der Deklination:

$$(31) \quad \Delta\alpha_\delta = \frac{\overline{\bar{m}_E} - \overline{\bar{m}_W}}{2 |\overline{\sin A}| \cos \varphi_0} + \zeta,$$

$$(32) \quad \Delta\delta_\delta = - \frac{\overline{\bar{m}_E} + \overline{\bar{m}_W}}{2 \cos S} - \frac{(\overline{\cos A}) \eta - \zeta}{\cos S},$$

$$(33) \quad \Delta\delta_\delta = - \frac{\overline{\bar{m}_E} + \overline{\bar{m}_W} - 2K}{2 \cos S} - \frac{\overline{\cos A} - \cos A_0}{\cos S} \eta.$$

Hierin sind die arithmetischen Mittel durch einen Querstrich gekennzeichnet.

Durch die Mittelbildung soll erreicht werden, daß individuelle Fehleranteile weitgehend ausgeschaltet werden. Deshalb darf die Anzahl Einzelwerte in den Deklinationsbereichen nicht zu gering sein. Im vorliegenden Falle wurden die numerischen Rechnungen für Deklinationsintervalle von 10° ausgeführt. Dabei ergaben sich die in Tab. 20 mitgeteilten Resultate. In guter Übereinstimmung stehen die $\bar{\delta}$ -, $\overline{\cos S}$ - und $\overline{\sin A \cos \varphi_0}$ -Werte mit denen der Bereichsmitten.

Tab. 20. Mittelwerte zur Berechnung systematischer Sternkoordinatenkorrekturen als Funktion der Deklination

E/W	δ	$\bar{\delta}$	$\overline{\cos S}$	$\overline{\sin A \cos \varphi_0}$	\bar{m}	$m_{\bar{m}}$	n
E	+20° bis +30°	26,4	+0,91	+5,38	+2,3	$\pm 2,4$	41
	+30 +40	34,6	+0,72	+8,36	-2,3	1,6	32
	+40 +50	44,4	+0,52	+9,09	-5,7	1,7	16
	+50 +60	54,3	+0,31	+8,34	-0,5	2,5	27
	+60 +70	65,1	+0,03	+6,20	+1,9	2,6	26
	+70 +78	75,5	-0,38	+3,61	+0,5	3,1	15
W	+78 +70	74,7	-0,34	-3,73	+2,0	2,4	21
	+70 +60	64,8	+0,03	-6,36	+5,8	2,8	27
	+60 +50	55,3	+0,28	-8,17	-5,6	4,2	17
	+50 +40	45,2	+0,50	-9,07	-2,2	2,3	25
	+40 +30	34,1	+0,74	-8,25	-5,3	2,3	31
	+30 +20	26,2	+0,91	-5,23	+3,7	1,9	37

Einheit von \bar{m} und $m_{\bar{m}}$: 0,01

Die nach dem ersten Term von (31) berechneten Korrekturen $\Delta\alpha_\delta$ und die nach dem ersten Term von (32) und (33) berechneten Korrekturen $\Delta\delta_\delta$ weist Tab. 21 aus. Mittlere Fehler, die ebenfalls aufgeführt sind, wurden wie in Abschnitt 6.1.1. abgeleitet. Da jeweils der zweite Term in den verwendeten Gleichungen (31) bis (33) vernachlässigt werden mußte, sind die ermittelten systematischen Korrekturen mit systematischen Fehlern von seiner Art behaftet.

Tab. 21. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen als Funktion der Deklination

$\bar{\delta}$	$\Delta\alpha_\delta$		$\Delta\delta_\delta$ (32)		$\Delta\delta_\delta$ (33)	
	$\sqrt{0,0017}$	$\sqrt{0,0017}$	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$	$\sqrt{0,017}$
+26,3	-1	± 3	- 3	± 2	-5	± 3
+34,4	+2	2	+ 5	2	+4	3
+44,8	-2	2	+ 8	3	+6	5
+54,8	+3	3	+11	8	+7	11
+65,0	-3	3		(Digression)		
+75,1	-2	5	+ 3	5	+7	7

7. Genauigkeitsuntersuchung und Beurteilung der Sternkoordinatenkorrekturen

Der Vergleich der berechneten individuellen und systematischen Sternkoordinatenkorrekturen mit anderen Ergebnissen soll zeigen, wie sie auf äußere Genauigkeit einzuschätzen sind. Allein dadurch wird erkennbar, in welcher Größenordnung vorhandene systematische Fehlereinflüsse liegen. Neben den Resultaten der früheren Arbeit [7] dienen die Astrolab-Kataloge von Paris [5, 6] und Herstmonoeux [11] zum Vergleich.

7.1. Individuelle Sternkoordinatenkorrekturen

Die in [7], S. 38 u. 39 zusammengestellten individuellen Sternkoordinatenkorrekturen stehen im FK3R-System. Um sie mit den $\Delta\alpha$ - und $\Delta\delta$ -Werten der Tab. 16 vergleichen zu können, wurden sie unter Verwendung nachstehender Gleichungen auf das FK4-System bezogen:

- für Korrekturen aus Doppeldurchgängen

$$(34) \quad \Delta\alpha \text{ (Astr. - FK4)} = \Delta\alpha \text{ (Astr. - FK3R)} + \Delta\alpha \text{ (FK3R - FK3)} - \Delta\alpha \text{ (FK4 - FK3)} + (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}}),$$

$$(35) \quad \Delta\delta \text{ (Astr. - FK4)} = \Delta\delta \text{ (Astr. - FK3R)} + \Delta\delta \text{ (FK3R - FK3)} - \Delta\delta \text{ (FK4 - FK3)} - \frac{\cos A - \cos A_0}{\cos S} (\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}});$$

- für Korrekturen aus Einzeldurchgängen

$$(36) \quad \Delta\alpha \text{ (Astr. - FK4)} = \Delta\alpha \text{ (Astr. - FK3R)} + \Delta\alpha \text{ (FK3R - FK3)} - \Delta\alpha \text{ (FK4 - FK3)} + (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}}) + \frac{(\cos A) (\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}}) - (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})}{\sin A \cos \varphi_0},$$

$$(37) \quad \Delta\delta \text{ (Astr. - FK4)} = \Delta\delta \text{ (Astr. - FK3R)} + \Delta\delta \text{ (FK3R - FK3)} - \Delta\delta \text{ (FK4 - FK3)} - \frac{\sin A \cos \varphi_0}{\cos S} (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}}) - \frac{(\cos A) (\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}}) - (\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})}{\cos S}.$$

Die dazu notwendigen Korrekturen $\text{FK3R} - \text{FK3}$ und $\text{FK4} - \text{FK3}$ sind den Publikationen [17] und [18] entnommen worden. Wegen der Differenzen $(\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})$, $(\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}})$ und $(\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}})$ sei auf Tab. 13 verwiesen.

Damit sich die auf das FK4-System reduzierten Korrekturen von denen dieser Arbeit unterscheiden lassen, sind im folgenden die mittleren Bezugsepochen 1960.00 bzw. 1966.25 zu den Korrekturen zur Kennzeichnung benutzt. Abb. 8 zeigt die Korrelation der Rektaszensionskorrekturen, Abb. 9 die der Deklinationskorrekturen für beide Bezugsepochen. Dabei sind die aus Doppeldurchgängen erhaltenen Werte gegenüber denen

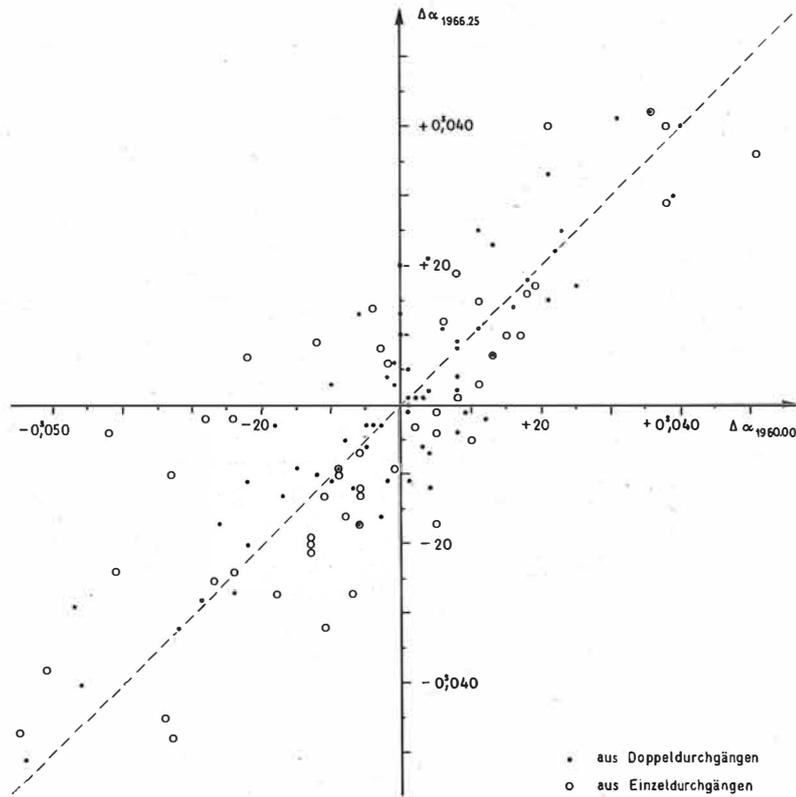


Abb. 8. Korrelation der Rektaszensionskorrekturen für die mittleren Epochen 1960.00 und 1966.25

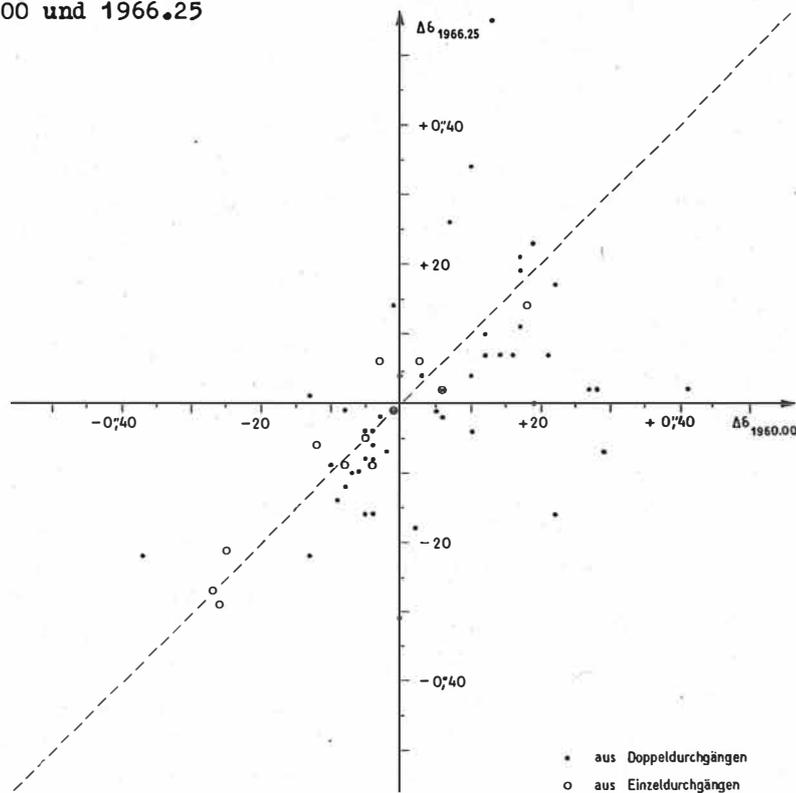


Abb. 9. Korrelation der Deklinationskorrekturen für die mittleren Epochen 1960.00 und 1966.25

aus Einzeldurchgängen durch verschiedene Symbole markiert. Je besser jeweils die Korrekturen übereinstimmen, um so näher liegt das Zeichen für das betreffende Wertepaar an der eingetragenen Geraden. Für die meisten Ausreißer gilt, daß sich diese Korrekturen mit großen mittleren Fehlern ergaben.

Tab. 22. Häufigkeitsverteilung der Differenzen zwischen den Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen für die mittleren Epochen 1960.00 und 1966.25 nach ihrem absoluten Betrag

Klasse bei $\Delta\alpha$ $\sqrt{0,0017}$ bei $\Delta\delta$ $\sqrt{0,017}$	Klassenhäufigkeit der Differenzen					
	zwischen					
	$\Delta\alpha$			$\Delta\delta$		
	D	E	G	D	E	G
0 bis 5	30 (28)	12 (11)	42 (39)	24 (23)	10 (2)	34 (25)
6 10	18 (16)	19 (18)	37 (34)	8 (8)	2 (1)	10 (9)
11 15	12 (7)	8 (7)	20 (14)	8 (7)		8 (7)
16 20	6 (4)	4 (1)	10 (5)	3 (3)		3 (3)
21 25		5 (3)	5 (3)	2 (0)		2 (0)
26 30		2 (1)	2 (1)	1 (0)		1 (0)
31 35				1 (0)		1 (0)
36 40		1 (0)	1 (0)	3 (1)		3 (1)
41 45				1 (0)		1 (0)
Gesamt	66 (55)	51 (41)	117 (96)	51 (42)	12 (3)	63 (45)

D - Korrekturen aus Doppeldurchgängen

E - Korrekturen aus Einzeldurchgängen

G - Korrekturen gesamt

In Tab. 22 ist die Häufigkeitsverteilung der Differenzen zwischen den Korrekturen aus Doppel- und Einzeldurchgängen und insgesamt für Klassen nach ihrem absoluten Betrag verzeichnet. Bleiben die $\Delta\alpha$ - und $\Delta\delta$ -Werte, die größere mittlere Fehler als $m_{\Delta\alpha} = \pm 0,008$ bzw. $m_{\Delta\delta} = \pm 0,08$ haben, unberücksichtigt, so erhält man die in Klammern gegebenen Klassenhäufigkeiten. Wie zu ersehen, verringert sich dadurch die Anzahl der Differenzen vor allem in den Klassen über $0,010$ bzw. $0,10$. Ausgenommen sind die Differenzen zwischen den Deklinationskorrekturen aus Einzeldurchgängen, deren größte überhaupt nur $+0,09$ beträgt. Diese Korrekturen sind also genauer, als ihre inneren mittleren Fehler angeben.

Betrachtet man die individuellen Korrekturen für beide Bezugsepochen als Doppelmessungen, so lassen sich mit den Differenzen Genauigkeitsmaße berechnen. Diese können aber nur als äußere Genauigkeiten in engerem Sinne gelten, weil über die in (15), (19), (21) und (22) vernachlässigten Terme, die als systematische Fehler wirken, nichts gesagt werden kann. Tab. 23 enthält die berechneten mittleren Fehler für die Einzelwerte (obere Zeile) und für die Mittelwerte aus beiden Einzelwerten (untere Zeile). Wie in Tab. 22 werden in Klammern die Resultate mitgeteilt, die man erhält, wenn man bei der Berechnung die Differenzen der ungenauen Korrekturen ausschließt.

Mit Ausnahme der aus Doppeldurchgängen ermittelten Deklinationskorrekturen mit großen inneren mittleren Fehlern sind die abgeleiteten Sternkoordinatenkorrekturen recht sichere Resultate.

Tab.23. Äußere mittlere Fehler der Rektaszensions- und Deklinationskorrekturen

Korrektion		Mittlere Fehler		
		D	E	G
$\Delta\alpha$	Einzelwert	± 6 (6)	9 (8)	8 (7)
	Mittelwert	4 (4)	7 (5)	6 (5)
$\Delta\delta$	Einzelwert	11 (8)	3	10 (8)
	Mittelwert	7 (5)	2	7 (5)

Einheit: $0,001^s$ für m.F. von $\Delta\alpha$, $0,01^s$ für m.F. von $\Delta\delta$

Die bereits zitierte Arbeit [12] enthält nur für wenige identische Sterne individuelle Sternkoordinatenkorrekturen; daher eignete sie sich nicht zu vergleichenden Betrachtungen. Eine relativ große Anzahl Sterne haben die Astrolab-Kataloge von den Stationen Paris (P) [6] und Herstmonceux (H) [11] dagegen mit dem Potsdamer Katalog gemeinsam. Vergleicht man die Korrekturen dieser Sterne miteinander, so stellt man systematische Differenzen fest. Diese treten als Folge der vernachlässigten Terme auf. Bei den Differenzen der aus Doppeldurchgängen erhaltenen $\Delta\alpha$ -Werte handelt es sich direkt um Unterschiede der Konstanten ζ^{FK4} für die betreffenden Stationen. Hierfür lassen sich folgende Schätzwerte angeben:

$$\zeta_P^{FK4} - \zeta_{Pt}^{FK4} = +0,007^s, \quad \zeta_H^{FK4} - \zeta_{Pt}^{FK4} = -0,005^s.$$

Daraus folgt

$$\zeta_P^{FK4} - \zeta_H^{FK4} = +0,012^s.$$

Der Vergleichswert aus [11], S. 156 lautet $+0,0174^s$. Beide Werte differieren also um etwa 5 ms, was durch die verschiedene Anzahl Differenzen von $\Delta\alpha$ -Werten bedingt sein muß. Die Differenzen der Konstanten η^{FK4} und ζ^{FK4} abzuschätzen ist nicht so ohne weiteres möglich, deshalb wurde darauf verzichtet. Wie auf Grund der mittleren Fehler der Korrekturen nicht anders zu erwarten ist, stimmen diese teils gut, teils weniger gut überein. Es kommt auch vor, daß einzelne im Widerspruch stehende Ergebnisse zu verzeichnen sind.

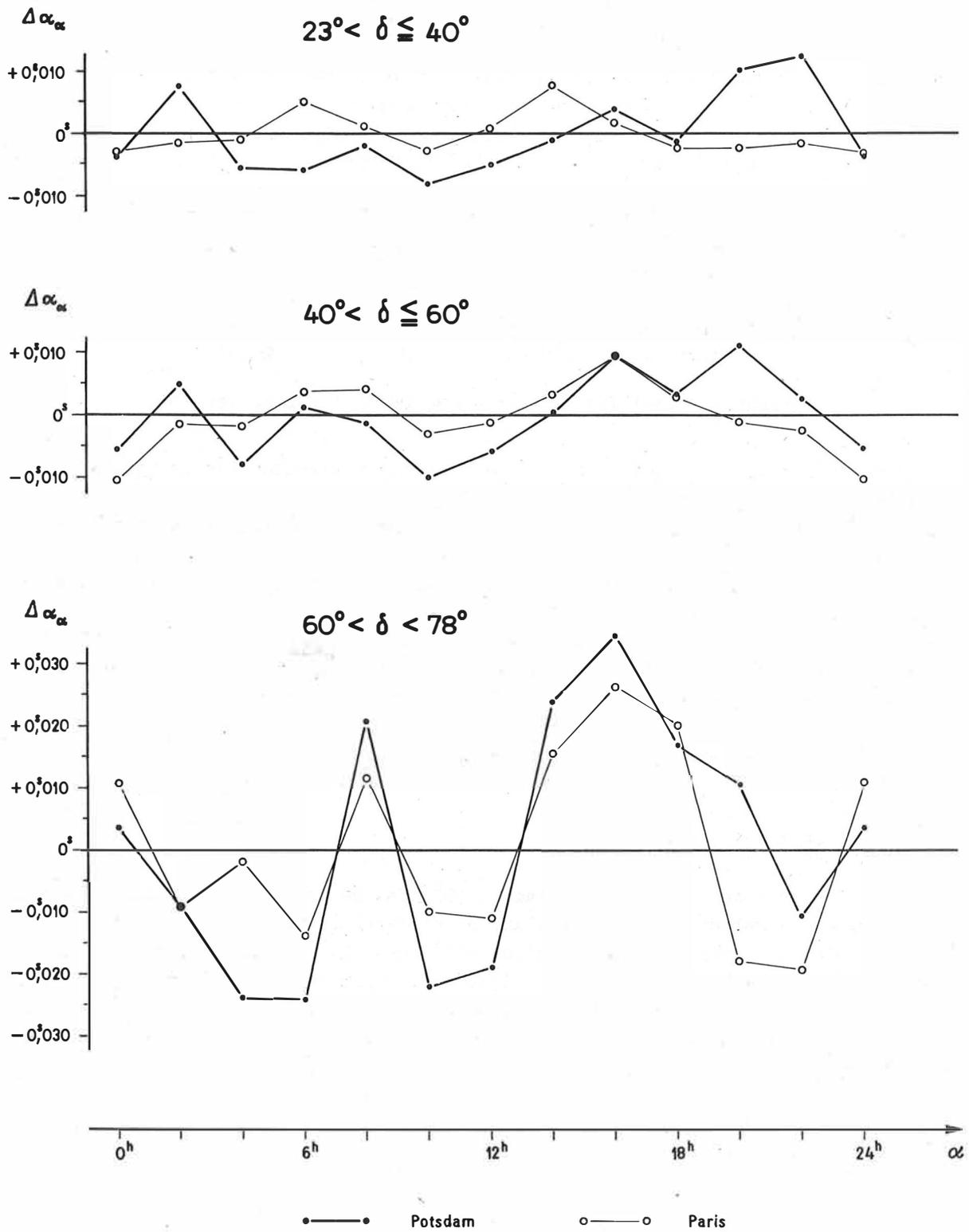


Abb. 10. Systematische Korrekturen $\Delta \alpha_{\alpha}$

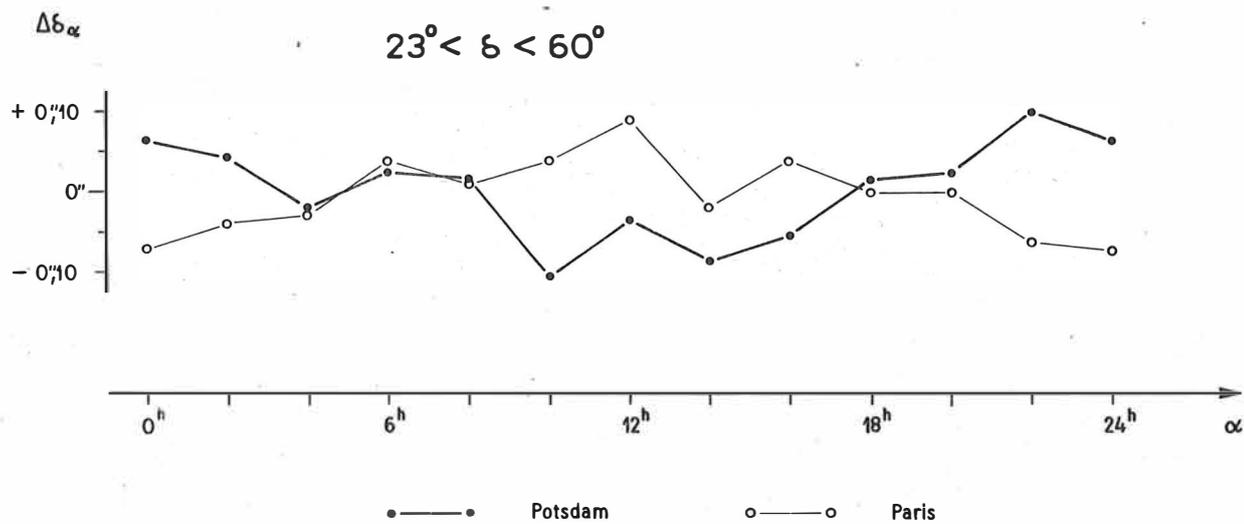


Abb. 11. Systematische Korrekturen $\Delta\delta_\alpha$

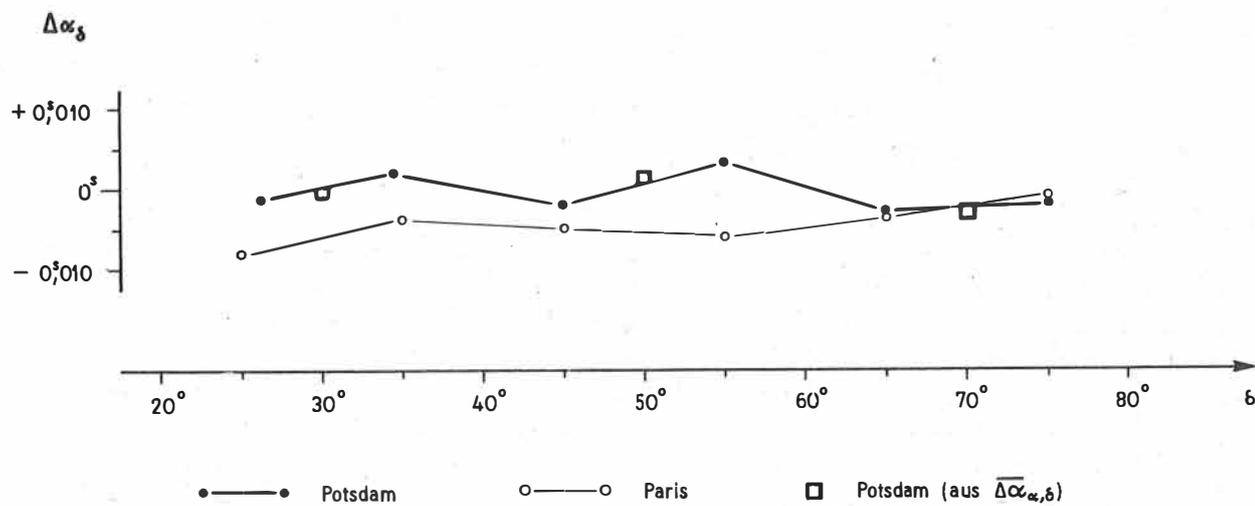


Abb. 12. Systematische Korrekturen $\Delta\alpha_\delta$

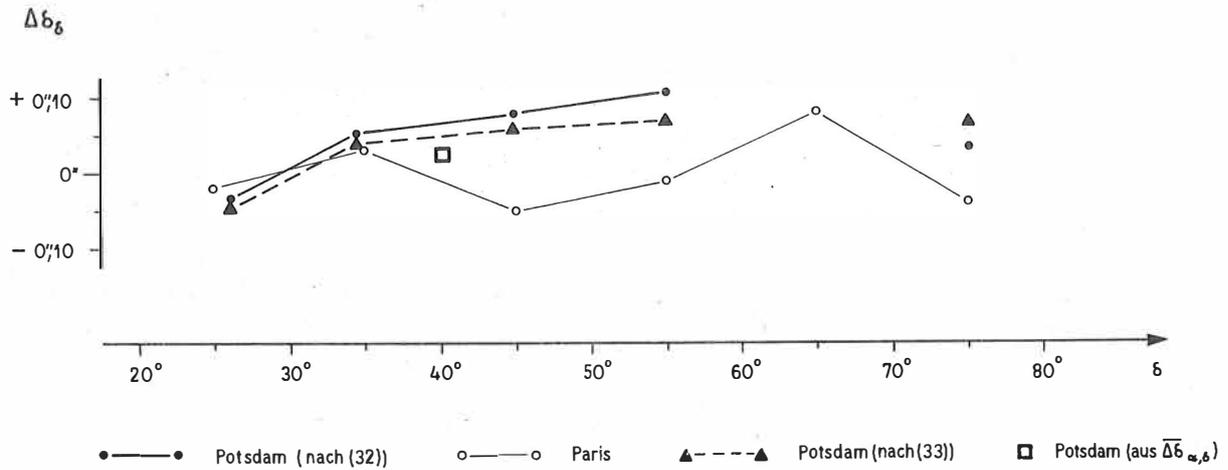


Abb. 13. Systematische Korrekturen $\Delta\delta_\delta$

7.2. Systematische Sternkoordinatenkorrekturen

Um die systematischen Sternkoordinatenkorrekturen zu beurteilen, wurden sie zusammen mit den aus [5] entnommenen Vergleichswerten von Paris in Abb. 10 bis 13 graphisch dargestellt.

Die systematischen Rektaszensionskorrekturen als Funktion der Rektaszension veranschaulicht Abb. 10. Hieraus ist ersichtlich, daß die Werte innerhalb der Bereiche der zugehörigen mittleren Fehler übereinstimmen, ausgenommen die für die Rektaszensionen 6^h , 20^h und 22^h des Deklinationsbereiches $+23^\circ < \delta \leq +40^\circ$ und für die Rektaszensionen 4^h , 10^h und 20^h des Deklinationsbereiches $+60^\circ < \delta < +78^\circ$. Dieses Resultat ist vollauf befriedigend, zumal bei der Ableitung der $\Delta\alpha_\alpha$ -Werte die für die Stationen in den betreffenden Arealen zur Verfügung stehenden fehlerhaften Ausgangsdaten $\Delta\alpha$ doch zahlenmäßig gering sind. Da es sich nur zum Teil um Korrekturen identischer Sterne handelt, können im Falle einer ungünstigen Sterngruppierung einander widersprechende Ergebnisse auftreten. Benutzt man die Differenzen zwischen den $\Delta\alpha_\alpha$ -Werten beider Stationen zur Fehlerrechnung, so ergeben sich als äußere mittlere Fehler $m_{\Delta\alpha_\alpha}$:

Bereich	$m_{\Delta\alpha_\alpha}$
$+23^\circ < \delta \leq +40^\circ$	$\pm 0,006$
$+40^\circ < \delta \leq +60^\circ$	0,004
$+60^\circ < \delta < +78^\circ$	0,009

Die inneren mittleren Fehler der Tab. 19 liegen demnach bereits in deren Größenordnung.

Abb. 11 zeigt die systematischen Deklinationskorrekturen als Funktion der Rektaszension. Dabei beziehen sich die Pariser Werte auf den Deklinationsbereich $+20^\circ < \delta < +78^\circ$. Gegenüber den $\Delta\alpha_\alpha$ -Werten weichen die $\Delta\delta_\alpha$ -Werte häufiger augenscheinlich voneinander ab. In analoger Weise erhält man den äußeren mittleren Fehler

$$m_{\Delta\delta_\alpha} \text{ zu } m_{\Delta\delta_\alpha} = \pm 0,006 .$$

Das bedeutet, daß sich innere und äußere Genauigkeit der $\Delta\delta_\alpha$ -Werte größenordnungsmäßig auch kaum unterscheiden.

Die in Abb. 12 dargestellten systematischen Rektaszensionskorrekturen als Funktion der Deklination stimmen in bezug auf den Verlauf der Linienzüge überein. Als systematische Abweichung zeigt sich die Differenz der stationsabhängigen Konstanten ξ^{FK4} , nämlich $\xi_P^{FK4} - \xi_{Pt}^{FK4}$. Es kann abgeschätzt werden:

$$\xi_P^{FK4} - \xi_{Pt}^{FK4} = +0,005 .$$

In Abschnitt 7.1. wurde dagegen aus dem Vergleich der individuellen Rektaszensionskorrekturen der Stationen Paris und Potsdam der Wert $+0,007$ ermittelt. Zusätzlich enthält Abb. 12 die bei der Berechnung der $\Delta\alpha_\alpha$ aus den Mitteln $\overline{\Delta\alpha_{\alpha,\delta}}$ resultierenden $\Delta\alpha_\delta$ -Werte (s.Tab. 19). Die nach den beiden Verfahren abgeleiteten Korrekturen bestätigen gegenseitig ihre Richtigkeit für die Station Potsdam. In engerem Sinne trägt die äußere Genauigkeit

$$m_{\Delta\alpha_\delta} = \pm 0,003 .$$

Wie bei den systematischen Korrekturen $\Delta\alpha_\alpha$ und $\Delta\delta_\alpha$ ist diese also der inneren etwa gleich.

In Abb. 13 sind die systematischen Deklinationskorrekturen als Funktion der Deklination wiedergegeben. Für die Deklinationsbereiche $+20^\circ < \delta \leq +30^\circ$ und $+30^\circ < \delta \leq +40^\circ$ besteht vortreffliche Übereinstimmung. Demgegenüber differieren die Werte für die folgenden Bereiche erheblich. Ihre inneren mittleren Fehler (s.Tab. 21) zeigen aber auch einen deutlichen Anstieg, da $\cos S$ in Richtung der Digression gegen Null strebt. Auf Grund der oben gemachten Feststellung, daß die äußere Genauigkeit der inneren etwa gleich, kann man für die $\Delta\delta_\delta$ -Werte dasselbe zugrunde legen.

Erwartungsgemäß stimmen die systematischen Rektaszensionskorrekturen besser überein als die Deklinationskorrekturen; letzteren darf daher nicht der gleiche Wert beigemessen werden.

8. Rückblick

Da mit den Ergebnissen von Astrolab-Beobachtungen ein wesentlicher Beitrag zur Verbesserung des Fundamentalsystems geleistet werden kann [3], wurde das auf das FK4-System bezogene Beobachtungsmaterial am Astrolab DANJON des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam für den Zeitraum von 1961.75 bis 1970.75 zur Herleitung von Katalogkorrekturen benutzt, ebenso wie das bereits für die Periode 1957.8 bis 1962.2 [7] geschehen ist.

In den 9 Beobachtungsjahren wurde jede der 12 Gruppen durchschnittlich 120mal beobachtet (Tab. 1). Insgesamt beträgt die Anzahl beobachteter Gruppen 1473. Die innere Genauigkeit der Beobachtungen ist im Mittel $\bar{m}_0 = \pm 0.275$, d.h. im Vergleich mit [7] deutlich geringer.

Zur Elimination zufälliger und pseudozufälliger Fehlereinflüsse wurden die Restfehler der Beobachtungen arithmetisch gemittelt. In diesem Zusammenhang ließ sich der BONNEAU-Effekt mit einer Ausnahme feststellen (Abb. 2). Falls nicht vernachlässigbar, wurde er durch Korrekturen berücksichtigt. Dann wurden die mittleren Restfehler auf systematische Anteile von Helligkeit, Farbe und Azimut untersucht. Die statistischen Untersuchungen ergaben keine systematischen Beobachtungsfehler als Funktion der Zustandsgrößen der Sterne. Es zeigte sich aber eine azimutale Abhängigkeit der mittleren Restfehler (Abb. 6). Dieses Resultat wurde nur als Folge von Katalogfehlern angesehen. Gegenüber [7] sind die Ergebnisse der statistischen Untersuchungen analog ausgefallen.

Die Grundgleichung für die Ableitung von Sternkoordinatenkorrekturen (5) basiert auf den mit den mittleren Gruppenkorrekturen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz korrigierten mittleren Restfehlern. Sie enthält noch die vom Katalog und der Station abhängigen Konstanten ξ , η und ζ als Unbekannte.

Aus den systematischen Gruppendifferenzen für die Zeit, Breite und Zenitdistanz wurden die entsprechenden mittleren Gruppenkorrekturen berechnet. Sie stehen bekanntlich im FK4-System. Ihre Differenzen zu den Gruppenkorrekturen im FK3R-System in [7] dürften von den Korrekturen wegen Übergangs vom FK3R- zum FK4-System nur um konstante Beträge abweichen, die die Differenzen der unbekanntenen Konstanten ξ , η und ζ in beiden Systemen sind (s. Abb. 7). Diese ergaben sich zu

$$\xi^{\text{FK3R}} - \xi^{\text{FK4}} = +0.0066 \pm 0.0007,$$

$$\eta^{\text{FK3R}} - \eta^{\text{FK4}} = +0.007 \pm 0.009,$$

$$\zeta^{\text{FK3R}} - \zeta^{\text{FK4}} = +0.014 \pm 0.006.$$

Unter Verwendung der erhaltenen Gruppenkorrekturen wurden die mittleren Restfehler korrigiert (Tab. 14).

Die korrigierten mittleren Restfehler dienen zur Berechnung von Sternkoordinatenkorrekturen, wozu nach vorstehenden Untersuchungsergebnissen kein Hinderungsgrund vorlag. - Aus Doppeldurchgängen wurden 69 Rektaszensionskorrekturen und unter der Bedingung, daß $|\cos S| > 0,20$ ist, 54 Deklinationskorrekturen erhalten. Ferner sind 50 Rektaszensionskorrekturen für Sterne in der Nähe der größten Digression und 12 Deklinationskorrekturen für meridiannähe Südsterne aus Einzeldurchgängen ermittelt worden (s. Tab. 16). Die aus Einzeldurchgängen erhaltenen Korrekturen liegen innerhalb der Bereiche

$$-0,051 \leq \Delta\alpha \leq +0,049 \quad \text{und} \quad -0,31 \leq \Delta\delta \leq +0,55$$

derjenigen aus Doppeldurchgängen. Dabei entfallen etwa 75% der Korrekturen auf

$$|\Delta\alpha| \leq 0,020 \quad \text{und} \quad |\Delta\delta| \leq 0,15 .$$

Da in den aus (5) abgeleiteten speziellen Gleichungen zur Berechnung individueller Sternkoordinatenkorrekturen (15), (19), (21) und (22) die Terme mit den unbekanntenen Konstanten wegen ihrer Unbestimmbarkeit vernachlässigt werden mußten, sind die $\Delta\alpha$ - und $\Delta\delta$ -Werte um diese fehlerhaft.

Die individuellen Sternkoordinatenkorrekturen wurden dazu benutzt, für bestimmte Deklinationsbereiche systematische Komponenten als Funktion der Rektaszension abzuleiten (s. Tab. 19). Zu diesem Zweck waren zuvor für weitere Sterne individuelle Korrekturen aus Einzeldurchgängen berechnet worden. Dadurch wurde die Anzahl Einzelwerte in den einzelnen Arealen erhöht und der Rechenweg gangbar, und das, weil sich die systematischen Fehler, mit denen die Korrekturen behaftet sind, durch die Rechnung gegenseitig weitgehend eliminieren.

Systematische Komponenten als Funktion der Deklination (Tab. 21) sind dagegen mit den Mittelwerten der korrigierten mittleren Restfehler für Deklinationsbereiche Ost und West ermittelt worden. Diese Berechnung ist analog zu derjenigen individueller Korrekturen aus Doppeldurchgängen, wobei an die Stelle der Einzelwerte die Mittelwerte treten.

Zu ihrer Einschätzung wurden die erhaltenen individuellen und systematischen Sternkoordinatenkorrekturen mit anderen Ergebnissen [5, 6, 7, 11] verglichen. - Die individuellen Korrekturen sind recht sichere Resultate (s. Tab. 23), bis auf die aus Doppeldurchgängen ermittelten Deklinationskorrekturen mit großen inneren mittleren Fehlern.

Als systematische Unterschiede der Konstanten ξ^{FK4} für die Stationen Paris - Potsdam und Herstmonceux - Potsdam wurden geschätzt:

$$\xi_{\text{P}}^{\text{FK4}} - \xi_{\text{Pt}}^{\text{FK4}} = +0,007 , \quad \xi_{\text{H}}^{\text{FK4}} - \xi_{\text{Pt}}^{\text{FK4}} = -0,005 .$$

Für die systematischen Komponenten trifft zu, daß ihre inneren Genauigkeiten bereits in der Größenordnung der äußeren Genauigkeiten liegen. Da die systematischen Rektaszensionskorrekturen besser übereinstimmen als die Deklinationskorrekturen, sind sie auch vertrauenswürdiger.

Literatur

- [1] BONNEAU, M. Sur un effet systématique constaté dans les observations faites à l'astrolabe impersonnel de M. Danjon.
Bull. astron. 22 (1958) 1, S. 73-81
- [2] FRICKE, W. Fundamental systems of positions and proper motions.
Mitt. astron. Rechen-Inst. Heidelberg, Serie A (1972) 62
- [3] FRICKE, W.;
GLIESE, W. Desiderata for FK5.
Mitt. astron. Rechen-Inst. Heidelberg, Serie A (1968) 34
- [4] FRICKE, W.; u.a. Fourth fundamental catalogue (FK4).
Veröff. astron. Rechen-Inst. Heidelberg, Karlsruhe (1963) 10
- [5] GUINOT, B. Comparaisons du catalogue d'étoiles de l'astrolabe de Paris et d'autres catalogues.
Bull. astron. 23 (1961) 4, S. 343-363
- [6] GUINOT, B.;
DÉBARBAT, S.;
KRIEGER-FIEL, J. Catalogue des positions de 571 étoiles du FK3 et du FK3 Supp observées aux astrolabes A. Danjon, Type O.P.L., de l'observatoire de Paris.
Bull. astron. 23 (1961) 4, S. 307-342
- [7] HÖPFNER, J. Sternkoordinatenkorrekturen aus dem Potsdamer Beobachtungsmaterial am Astrolab Danjon.
Arb. geod. Inst. Potsdam (1966) 12
- [8] HÖPFNER, J. Berechnung der geographischen Länge der geodätisch-astronomischen Beobachtungsstation Potsdam im System BIH 1968.
Wiss. Ber. Zentralinst. Physik d. Erde, Potsdam (1974) 14
- [9] HÖPFNER, J. Auswertung der Zeitbestimmungen des geodätisch-astronomischen Observatoriums Potsdam als Längenbestimmungen im System BIH 1968.
Veröff. Zentralinst. Physik d. Erde, Potsdam (in Vorbereitung)
- [10] THOMAS, D.V. Results obtained with a Danjon astrolabe at Herstmonceux, I: Observations.
R. Obs. Bull. (1965) 92

- [11] THOMAS, D.V.;
WALLIS, R.E. Results obtained with a Danjon astrolabe at
Herstmonceux, II: Analysis and discussion:
Herstmonceux astrolabe catalogue.
R. Obs. Bull. (1971) 160
- [12] YOKOYAMA, K. Provisional corrections to the star places
derived from the observations with the Danjon
astrolabe at Mizusawa.
Publ. internat. Lat. Observ. Mizusawa 6 (1968) 2,
S. 185-204
- [13] ... Beobachtungsergebnisse im Internationalen Geo-
physikalischen Jahr 1957/1958.
Arb. geod. Inst. Potsdam (1964) 1
- [14] ... Astronomische Zeit- und Breitenbestimmungen,
Empfangszeiten von Zeitsignalen, 1961/62.
Arb. geod. Inst. Potsdam (1965) 10
- [15] ... Astronomische Zeit- und Breitenbestimmungen,
Empfangszeiten von Zeitsignalen.
Ein- bzw. zweimonatl. Bull. Abt. geod. Astron.
geod. Inst. Potsdam, Potsdam (1962) 1 bis (1968) 6
- [16] ... Astronomische Zeit- und Breitenbestimmungen,
Empfangszeiten von Zeitsignalen.
Zweimonatl. Bull. Abt. geod. Astron. Zentral-
inst. Physik d. Erde, Potsdam (1969) 1 bis (1970) 5
- [17] ... Individuelle Verbesserungen FK3R - FK3 für die
Jahre 1960 bis 1962.
Veröff. astron. Rechen-Inst. Heidelberg,
Karlsruhe (1960) 8
- [18] ... Definitive corrections FK4 - FK3 for the
fundamental stars for the year 1962.
Mitt. astron. Rechen-Inst. Heidelberg,
Serie B (1961) 5

