

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften
ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde
Nr. 40

Arbeiten zur Satellitengeodäsie

Wissenschaftliche Redaktion: Dr. Ing. K.-H. Marek

Als Manuskript gedruckt
Potsdam 1976

Inhaltsverzeichnis

Seite

Vorbemerkung	3
SCHOEPS, D., Über die Genauigkeit eines durch Richtungs- und Streckenmessungen zu künstlichen Erdsatelliten bestimmten geodätischen Vektors	5
MAREK, K.-H., Zu den geometrischen Bedingungen bei der Koordinatenbestimmung aus Synchronbeobachtungen	29
SCHOEPS, D., Über den Einfluß von Schwereanomalien auf die Position von künstlichen Erdsatelliten	39
FISCHER, H.; NEUBERT, R., Arbeiten zur Weiterentwicklung des Laser-Satellitenentfernungsmessers in Potsdam	77
DOMOGALSKI, H., Eine Einrichtung zur Bahnverfolgung von Satelliten bei Laserentfernungsmessungen mit dem SBG	97
MONTAG, H., Zur Bestimmung der Satellitenaberration bei der Auswertung von Beobachtungen	107

**Über die Genauigkeit eines durch Richtungs- und Streckenmessungen
zu künstlichen Erdsatelliten bestimmten geodätischen Vektors**

Von

D. Schoeps

Zusammenfassung

An einer einfachen Konfiguration wurde der Einfluß von Streckenmessungen mit unterschiedlichen Genauigkeiten auf die Fehlerkomponenten eines langen geodätischen Vektors untersucht. Es wurde auch angenommen, daß nicht alle möglichen Streckenmessungen erhalten oder daß nur auf einer Station gemessen werden konnte. Daran schließt sich die Untersuchung einer Figur mit drei Beobachtungsstationen an, später wurde noch eine vierte hinzugenommen. Aus zahlreichen Variantenrechnungen konnten einige allgemeine Aussagen über die zu erwartenden Fehler des Vektors und die Möglichkeiten zu ihrer Verminderung gemacht werden.

Summary

The influence of distance measurements with different accuracies on the error components of a long geodetic vector was investigated for a simple configuration. It was also supposed that not all possible distance measurements could be received or that measurements were able to be carried out on one station only. This was followed by the investigation of a figure with three observation stations, later on a fourth station was added. From numerous different computations some general statements could be made about the expected errors of the vector and the possibilities to reduce them.

Résumé

A l'aide d'une configuration simple, on a étudié les effets que plusieurs mesures de distance à précisions différentes avaient sur les composantes de l'erreur entachant un vecteur géodésique de grande longueur. On a également supposé que toutes les distances possibles ne pouvaient pas être mesurées ou que l'on devait se contenter de mesurer à partir d'une seule station. Ensuite on étudie une figure à trois stations, auxquelles on en ajouta plus tard une quatrième. Le calcul de nombreuses variantes a permis de dégager quelques conclusions générales portant sur les erreurs les plus fréquentes relatives au vecteur et sur les possibilités de les réduire.

Резюме

На простой конфигурации исследовалось влияние линейных измерений различной точности на составляющие длинного геодезического вектора. При этом учтён тот факт, что на практике часто не удаётся получить полную комбинацию синхронных наблюдений или что измерения расстояний до спутника получены лишь с одной станции. Исследованы конфигурации с тремя и даже с четырьмя станциями наблюдения. Многочисленные вычисления на модели позволили обобщённые выводы относительно ожидаемых погрешностей вектора и относительно возможностей их уменьшения.

1. Einleitung

Die Ableitung von langen Raumvektoren zwischen zwei Punkten auf der Erdoberfläche, etwa zwei Punkten eines kontinentalen oder globalen Dreiecksnetzes, ist ein Problem der geometrischen Satellitengeodäsie, das in der letzten Zeit schon verschiedentlich untersucht und auch praktisch realisiert worden ist [1]. Es wurden dazu photographische Simultanbeobachtungen eines Satelliten von beiden Stationen aus durchgeführt, woraus die Richtungen im Raum bestimmt werden konnten.

Da man aus Richtungsbeobachtungen letzten Endes aber nur die Richtung des gesuchten Verbindungsvektors zwischen den beiden Punkten erhält, gehört zur vollständigen Kenntnis des Vektors auch noch mindestens eine Maßstabsbestimmung innerhalb der Beobachtungskonfiguration, die die metrische Länge des Vektors liefert. Dazu dienen in immer größerem Umfang elektronische Entfernungsmessungen (Laserbeobachtungen) zwischen den Stationen auf der Erdoberfläche und den Satellitenpositionen.

Der Zweck der vorliegenden Untersuchungen war es, festzustellen, wie sich bei der Kombination von Richtungs- und Streckenmessungen der Einfluß der letzteren auf die Genauigkeit des gesuchten geodätischen Verbindungsvektors gestaltet.

Die Untersuchungen wurden mit fiktivem Zahlenmaterial an einer symmetrisch aufgebauten Punkt Kombination durchgeführt. Dazu war es notwendig, a priori mittlere Fehler für die verschiedenartigen Beobachtungen festzusetzen. Die Richtungen werden im astronomischen System bestimmt, und zwar mit den Komponenten in Deklinationsrichtung, δ , und in Richtung der Rektaszension, α . Dabei wurden sowohl für m_δ als auch für $\cos \delta m_\alpha$ mittlere Fehler von $\pm 1''$ angenommen. Die atmosphärischen Verhältnisse und die noch begrenzte Genauigkeit der Sternkoordinaten lassen eine wesentliche Verkleinerung dieser Fehler in absehbarer Zeit wahrscheinlich nicht zu. Die angegebenen Fehler bewirken bei einer Satellitenentfernung von 1000 km bereits einen mittleren Positionsfehler von etwa 7 m, der bei einer Entfernung von 2500 km auf etwa 17 m anwächst.

Demgegenüber ist der mittlere Fehler einer Laserentfernungsmessung weitgehend unabhängig von der Satellitenentfernung und eine mehr gerätebedingte Größe. Bei den gegenwärtig fast ausschließlich verwendeten Lasergeräten entstehen mittlere Messungsfehler von 1 bis 2 m, während schon in naher Zukunft weitgehend solche Geräte eingesetzt werden können, bei denen der Meßfehler nur ein Zehntel davon, also 0,1 bis 0,2 m, betragen wird.

Die Größenordnungen der Fehler bei der Richtungsmessung und bei der Streckenmessung sind also nicht gleich, und es fragt sich, wie sich das Zusammenwirken solcher genauigkeitsmäßig sehr verschiedenen Beobachtungen im mittleren Fehler des geodätischen Verbindungsvektors widerspiegelt. Um eine eindeutige Aussage darüber zu bekommen, wurden in den durchgeführten Variantenrechnungen der mittlere Fehler der Streckenmessungen einmal zu ± 2 m, zum anderen mit $\pm 0,2$ m angesetzt. Gegenwärtig sind noch nicht alle Stationen, die die Möglichkeit haben, photographische Richtungsmessungen zu Satelliten durchzuführen, auch mit entsprechenden Geräten für die Entfernungsmessungen zu Satelliten ausgerüstet. Da die Anlage eines solchen Instrumentariums sehr kostenaufwendig ist, sollte weiterhin geprüft werden, ob der Einsatz jeweils lohnend ist, d.h. ob durch Streckenmessungen in jedem Falle eine genauigkeitsmäßige Verbesserung des Endergebnisses zu erwarten ist. Denn nur dann, wenn sich herausstellt, daß Entfernungsmessungen zu einer beträchtlichen Genauigkeitssteigerung führen, ist der Einsatz von Entfernungsmessungen

meßeinrichtungen hoher oder gar höchster Genauigkeit zu rechtfertigen.

Für die praktische Durchführung von Variantenrechnungen wurde ein fingiertes Punktnetz angenommen. Die beiden Endpunkte A und B des geodätischen Vektors (Abb. 1)

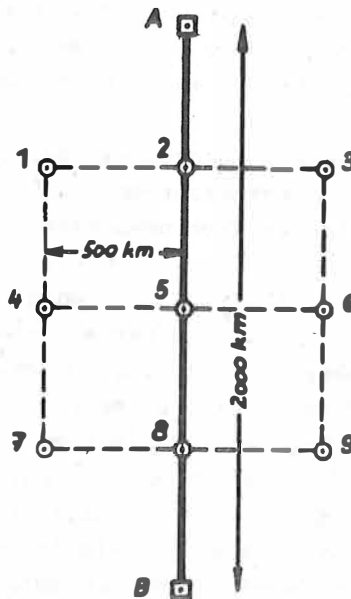


Abb. 1. Das angenommene Punktnetz

waren 2000 km voneinander entfernt. Im gegenseitigen Abstand von 500 km wurden neun Subsatellitenpunkte symmetrisch dazu angeordnet. Als Satellitenhöhen wurden 500 km, 1000 km und 2000 km verwendet.

Es wurde eine Koordinatenausgleichung (Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen) durchgeführt. Die Verbesserungsgleichungen sind bereits früher abgeleitet worden, sie konnten der Literatur entnommen werden [2]. Für jede Richtungsbestimmung entstehen zwei Verbesserungsgleichungen, jede Streckenmessung bringt eine weitere dazu. Sie lauten im einzelnen:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} v_{\delta} = \frac{\rho''}{\epsilon} \sin \delta \cos \alpha (dx - dx_S) + \frac{\rho''}{\epsilon} \sin \delta \sin \alpha (dy - dy_S) - \\ \quad - \frac{\rho''}{\epsilon} \cos \delta (dz - dz_S) + l_1, \\ \cos \delta v_{\alpha} = \frac{\rho''}{\epsilon} \sin \alpha (dx - dx_S) - \frac{\rho''}{\epsilon} \cos \alpha (dy - dy_S) + l_2, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} v_{\epsilon} &= -\cos \delta \cos \alpha (dx - dx_S) - \cos \delta \sin \alpha (dy - dy_S) - \\ &- \sin \delta (dz - dz_S) + l_3 . \end{aligned} \right.$$

Darin sind unter dx , dy , dz die Zuschläge zu den Näherungskoodinaten x , y , z der Beobachtungsstationen, unter dx_S , dy_S , dz_S die zu den Näherungskoodinaten der Satellitenpositionen x_S , y_S , z_S zu verstehen. ϵ ist ein Näherungswert für die Entfernung zwischen der Beobachtungsstation und dem Satelliten. Das Koordinatensystem der Richtungskomponenten δ und α ist entsprechend dem astronomischen System Deklination und Rektaszension ausgerichtet.

Es gelten weiterhin die Beziehungen

$$(2) \left\{ \begin{aligned} \epsilon^2 &= (x_S - x)^2 + (y_S - y)^2 + (z_S - z)^2 \\ \sin \delta &= \frac{z_S - z}{\epsilon} , \quad \sin \alpha = \frac{y_S - y}{\epsilon \cos \delta} , \quad \cos \alpha = \frac{x_S - x}{\epsilon \cos \delta} . \end{aligned} \right.$$

Entsprechend den verschiedenen angenommenen Fehlern für die Messungen wurden diese Verbesserungsgleichungen mit verschiedenen Gewichtssystemen kombiniert.

Alle Variantenrechnungen wurden auf der EDVA R 300 der Sternwarte Babelsberg der Akademie der Wissenschaften der DDR durchgeführt. Dazu wurden Programme in ALGOL 60 aufgestellt.

2. Analysen der Rechenergebnisse

2.1. Simultane Streckenmessungen von beiden Endpunkten aus

Es soll nun eine Auswertung der Ergebnisse von umfangreichen Modellrechnungen gegeben werden, die sich auf die Punktconfiguration der Abb. 1 beziehen. Dabei war angenommen worden, daß in dem Netz sämtliche simultanen Richtungsbestimmungen ausgeführt worden sind, wozu noch Streckenmessungen kamen, damit alle Bestimmungsstücke des gesuchten geodätischen Vektors ermittelt werden konnten. Wenn neben den Richtungsmessungen noch von beiden Punkten A und B aus simultane Streckenmessungen zu allen neun Satellitenpunkten durchgeführt wurden, ergaben sich $36 + 18 = 54$ Verbesserungsgleichungen. Daraus waren 30 Unbekannte abzuleiten, nämlich 27 für die Positionen der Satelliten und drei für die Koordinatenverbesserungen des Punktes B, wenn der Punkt A als Fixpunkt betrachtet wird.

Die Ergebnisse der Rechnungen sind Angaben über die mittleren Fehler für die Zenitdistanz des Vektors \overrightarrow{AB} , m_z , für sein Azimut m_A und für seine metrische Länge m_L . Außerdem sind noch die mittleren Punktfehler M in Metern angegeben.

Wie schon früher betont wurde, sind für die Streckenmessungen verschiedene Genauigkeiten angenommen worden. In Tab. 1 werden die Ergebnisse der Ausgleichung bei vollständigen simultanen Richtungs- und Streckenmessungen dargestellt. Dabei wurden vier verschiedene Genauigkeitsansätze verwendet; sie beziehen sich auf die Meßgenauigkeiten der Streckenmessungen auf den beiden Stationen A und B:

Genauigkeitsansatz	Meßgenauigkeit im Punkt	
	A	B
I	± 2 m	± 2 m
II	$\pm 0,2$ m	$\pm 0,2$ m
III	± 2 m	$\pm 0,2$ m
IV	$\pm 0,2$ m	± 2 m

Außerdem werden drei verschiedene Satellitenhöhen, nämlich 500 km, 1000 km und 2000 km, angenommen. In den folgenden Tabellen sind die m_Z und m_A in Winkelsekunden, m_L und M in Metern angegeben.

Tab. 1. Simultanmessungen aller Richtungen und Strecken

Genauigk.- Ansatz	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
	[$''$]	[$''$]	[m]	[m]	[$''$]	[$''$]	[m]	[m]	[$''$]	[$''$]	[m]	[m]
I	0,26	0,28	1,6	4,0	0,26	0,34	2,5	4,8	0,26	0,50	4,4	7,0
II	0,25	0,27	1,4	3,9	0,25	0,33	2,4	4,7	0,24	0,49	4,2	6,8
III	0,26	0,27	1,5	4,0	0,25	0,34	2,4	4,8	0,25	0,50	4,3	6,9
IV	0,26	0,27	1,5	4,0	0,25	0,34	2,4	4,8	0,25	0,50	4,3	6,9

Aus den Zahlenwerten der Tab. 1 ist zunächst ersichtlich, daß alle vier Genauigkeitsansätze praktisch die gleichen Ergebnisse erbracht haben. Die Verbesserung durch die hohe Streckenmeßgenauigkeit ist so gering, daß sie nicht als signifikant angesehen werden kann. Im gegenwärtigen Fall hat die Beobachtungskonfiguration bei der Ausgleichung 24 Freiheitsgrade. Der mittlere Fehler ist daher etwa auf 15 % genau anzunehmen. Die Abweichungen zwischen den Ergebnissen nach den vier verschiedenen Gewichtsansätzen liegen aber unterhalb dieses Wertes und sind daher nicht aussagekräftig. Ähnliche Ergebnisse treten bei allen anderen Modellrechnungen auf. Es ist daraus zu schließen, daß die verhältnismäßig großen Fehler der Richtungsbeobachtungen weitgehend die Gesamtgenauigkeit bestimmen. Eine Verbesserung der Meßgenauigkeit der Streckenmessungen von ± 2 m auf $\pm 0,2$ m bringt in diesem Falle keinerlei Vorteile [3].

Bei den weiteren Modellrechnungen sind deswegen nur immer die Ergebnisse des Genauigkeitsansatzes I (von beiden Endpunkten aus Strecken mit ± 2 m Meßgenauigkeit) angegeben und mit anderen verglichen worden, obschon alle Modelle auch mit den anderen Ansätzen berechnet worden sind.

Aus Tab. 1 läßt sich weiterhin erkennen, daß der Fehler m_Z der Zenitdistanz von der Satellitenhöhe unabhängig ist. Dagegen steigt der Fehler m_A des Azimuts bei wachsender Satellitenhöhe von 500 km bis 2000 km auf etwa den doppelten Wert an. Am größten ist das Anwachsen des Längenfehlers m_L bei wachsender Satellitenhöhe, nämlich auf etwa den dreifachen Wert. Das liegt an der zunehmenden Steilheit der Entfernungsmessungen, die aus der größeren Satellitenhöhe abgeleitet werden kann, wodurch die Übertragung auf die waagerechte Verbindung AB ungünstiger wird. Die in Tab. 1 genannten Fehler sind als minimal in dieser Konfiguration anzusehen, denn nur hier sind sämtliche möglichen Beobachtungen auch in die Ausgleichung einbezogen, und hier sind daher die meisten überschüssigen Beobachtungen enthalten.

Sehr oft wird aber in der Praxis der Fall eintreten, daß nicht alle Satellitenpunkte durch simultane Streckenmessungen erreichbar waren. Es soll deswegen im weiteren untersucht werden, wie sich die mittleren Fehler ändern, wenn nur sechs, vier, drei, zwei oder gar nur eine einzige simultane Streckenmessung ausgeführt worden ist. Für alle diese Fälle sind mehrere Varianten hinsichtlich der verwendeten Punkte durchgerechnet worden. Es ergaben sich in den meisten Fällen für alle Punktkombinationen mit der gleichen Punktanzahl sehr ähnliche Werte. In Tab. 2, die eine Zusammenstellung ausgewählter Ergebnisse darstellt, ist daher nur jeweils eine der Modellvarianten aufgenommen worden. Eine vollständigere Übersicht über die anderen Modellrechnungen ist in den Tabellen des Anhangs zu finden.

Tab. 2. Ergebnisse von Modellrechnungen mit unterschiedlichen Zahlen von simultanen Streckenmessungen

Anz. der Sim.-Mess.	Verw. Sat.-Pkte.	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
		m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
9	1...9	0,26 ["]	0,28 ["]	1,6 [m]	4,0 [m]	0,26 ["]	0,34 ["]	2,5 [m]	4,8 [m]	0,26 ["]	0,50 ["]	4,4 [m]	7,0 [m]
6	1, 2, 5, 6, 7, 8	0,29	0,31	1,9	4,6	0,31	0,37	3,0	5,5	0,31	0,54	5,3	8,1
4	3, 4, 6, 7	0,37	0,30	2,7	5,4	0,39	0,36	3,9	6,5	0,39	0,53	6,8	9,4
3	1, 4, 7	0,43	0,33	3,0	6,1	0,47	0,40	4,4	7,4	0,48	0,58	7,6	10,6
2	4, 6	0,43	0,33	4,1	6,7	0,51	0,38	6,0	8,5	0,54	0,55	10,5	12,9
1	4	0,48	0,35	5,8	8,2	0,65	0,40	8,4	11,2	0,76	0,58	14,8	17,5

Der Werteverlauf der Tab. 2 ist in Abb. 2 graphisch dargestellt. Daraus läßt sich die Abhängigkeit der einzelnen Fehler von der Anzahl der simultanen Streckenmessungen und von der Satellitenhöhe gut erkennen. Es zeigt sich bei m_A lediglich eine Abhängigkeit von der Höhe der Satelliten, aber nur ein sehr geringer Einfluß der Anzahl der Streckenmessungen. Die drei anderen Kurven machen deutlich, daß zwischen neun und sechs Simultanstreckenmessungen nur ein geringer Genauigkeitsabfall zu erwarten ist, der aber bei nur vier Messungen schon recht deutlich wird. Werden noch weniger Streckenmessungen in die Ausgleichung einbezogen, so steigen die Fehler sehr rasch an und erreichen, besonders bei großen Satellitenhöhen, beträchtliche Werte.

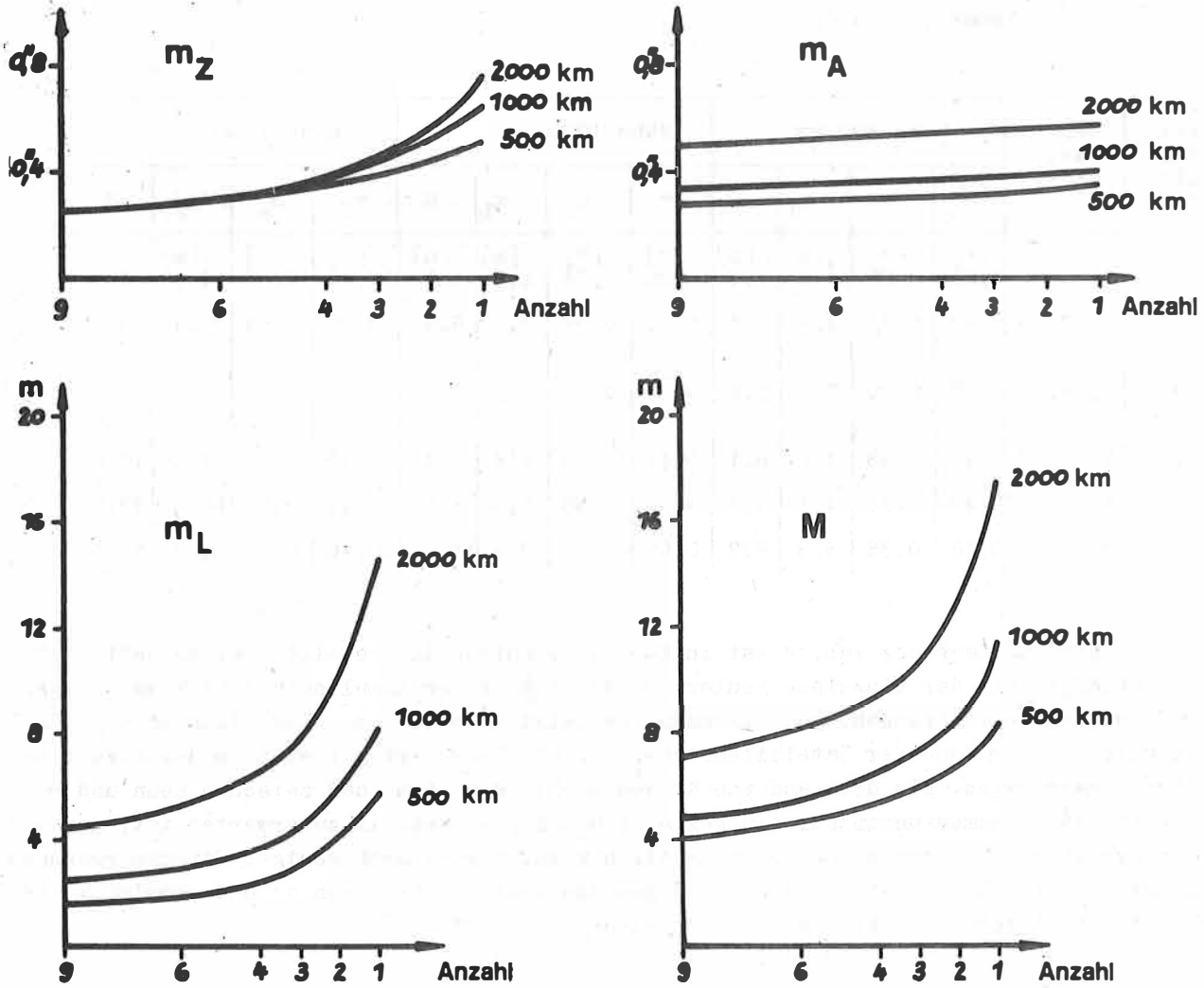


Abb. 2. Einfluß verschiedener Anzahlen von simultanen Streckenmessungen

2.2. Streckenmessungen von nur einem Endpunkt aus

Es wird nunmehr angenommen, daß nur eine der beiden Beobachtungsstationen mit Geräten zur Entfernungsmessung zwischen Station und Satellit ausgerüstet ist. Aus den Ergebnissen der Modellrechnungen soll ermittelt werden, an welchem der beiden Endpunkte die Entfernungsmessungen zweckmäßigerweise ausgeführt werden und ob etwa in diesem Falle die größere Präzision bei der Streckenmessung mehr Einfluß auf die Genauigkeit des gesuchten Vektors hat.

Zu diesem Zwecke wurden wieder vier verschiedene Genauigkeitsansätze gemacht, nämlich

Genauigkeitsansatz	Meßgenauigkeit im Punkt	
	A	B
I	± 2 m	-
II	$\pm 0,2$ m	-
III	-	± 2 m
IV	-	$\pm 0,2$ m

Wieder wurden für die Satellitenhöhen 500 km, 1000 km und 2000 km gesetzt. In Tab. 3 sind die Ergebnisse der Modellrechnungen zahlenmäßig angegeben. Dabei wurde angenommen, daß jeweils die Entfernungen zu allen neun Satellitenpunkten von der betreffenden Beobachtungsstation aus gemessen worden sind.

Tab. 3. Neun Streckenmessungen von einem Endpunkt aus

Genauigkeitsansatz	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
I	[$''$] 0,43	[$''$] 0,30	[m] 4,2	[m] 6,6	[$''$] 0,70	[$''$] 0,39	[m] 5,0	[m] 9,2	[$''$] 1,60	[$''$] 0,58	[m] 8,1	[m] 18,4
II	0,42	0,30	3,9	6,3	0,69	0,38	4,9	9,1	1,60	0,58	8,0	18,3
III	0,43	0,30	4,2	6,6	0,70	0,39	5,0	9,2	1,60	0,58	8,1	18,4
IV	0,42	0,30	3,9	6,3	0,69	0,38	4,9	9,1	1,60	0,58	8,0	18,3

Hieraus ist zweierlei ersichtlich: Zunächst erkennt man keinen signifikanten Unterschied zwischen den Ergebnissen bei großer (II, IV) und denen bei geringerer Streckenmeßgenauigkeit (I, III). Außerdem ist es in diesem Falle gleichgültig, ob der Laser-Entfernungsmesser im Punkt A oder im Punkt B arbeitet. Hinsichtlich der ersten Fest-

stellung erhält man wieder die gleiche Aussage wie schon im vorhergehenden Abschnitt. Beim Vergleich mit den Werten der Tab. 1 fällt die erhebliche Vergrößerung des Längenfehlers und des Fehlers der Zenitdistanz besonders auf, während der Azimutfehler sich nur wenig vergrößert hat.

Es sollen jetzt noch, ähnlich wie im vorhergehenden Abschnitt, Modelle untersucht werden, bei denen nicht neun Streckenmessungen von einem Punkt aus, sondern nur sechs, vier, drei, zwei Strecken oder gar nur eine einzige gemessen worden sind. Von den zahlreichen Punktkombinationen, die durch die Symmetrie der verwendeten Punktkonfigurationen allerdings beträchtlich verringert werden, sind nur wenige Modelle durchgerechnet worden. Sie sind ausführlich in den Tabellen des Anhangs dargestellt. Es zeigt sich dabei, daß es günstige und weniger günstige Beobachtungsfiguren gibt. Deswegen sind in Tab. 4 im allgemeinen zwei Modellergebnisse angegeben worden. Außerdem wurden bei allen Beispielen nur die Ergebnisse beim Genauigkeitsansatz I verwendet, obgleich in jedem Falle die Modelle auch mit den drei anderen Genauigkeitsansätzen durchgerechnet worden sind.

Tab. 4. Ergebnisse von Modellrechnungen mit unterschiedlichen Anzahlen von Streckenmessungen vom Endpunkt A aus

Anz. der Str.-Mess.	Verw. Sat.-Pkte.	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
		m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
9	1...9	0,43	0,30	4,2	6,6	0,70	0,39	5,0	9,2	1,60	0,58	8,1	18,4
6	1, 2, 3, 7, 8, 9	0,46	0,32	4,2	6,9	0,74	0,39	5,1	9,6	1,62	0,58	8,6	18,8
6	1, 2, 3, 4, 5, 6	0,50	0,32	8,4	10,2	0,88	0,39	9,4	13,2	2,04	0,58	13,2	24,4
4	5, 7, 8, 9	0,48	0,34	4,3	7,1	0,86	0,40	5,2	10,6	2,09	0,58	8,4	22,7
4	1, 2, 3, 5	0,53	0,34	12,4	13,9	0,93	0,40	12,1	15,6	2,15	0,58	16,3	27,1
3	7, 8, 9	0,52	0,34	4,3	7,4	0,96	0,40	5,2	11,3	2,28	0,58	8,7	24,4
3	1, 2, 3	0,53	0,34	14,8	16,0	0,95	0,40	15,1	18,1	2,27	0,58	20,0	30,3
2	7, 9	0,54	0,34	4,5	7,7	0,96	0,40	6,0	11,8	2,28	0,58	10,5	25,1
2	1, 2	0,53	0,36	18,4	19,4	0,96	0,40	17,1	19,8	2,27	0,58	21,6	31,4
1	7	0,54	0,37	6,2	8,9	0,96	0,41	8,0	12,9	2,28	0,58	14,4	26,9
1	2	0,54	0,37	28,1	28,8	0,96	0,41	22,0	24,2	2,28	0,58	25,7	34,4

Die Zahlen dieser Tabelle sind in verschiedener Hinsicht recht aufschlußreich. Es zeigt sich einmal das starke Anwachsen des mittleren Längenfehlers, wenn die Anzahl der Streckenmessungen abnimmt, und andererseits gibt es Möglichkeiten, das starke Anwachsen des Fehlers zu mildern, wenn man sich auf günstige Figuren beschränkt.

Die Fehler für die Zenitdistanz und das Azimut des Verbindungsvektors streben ei-

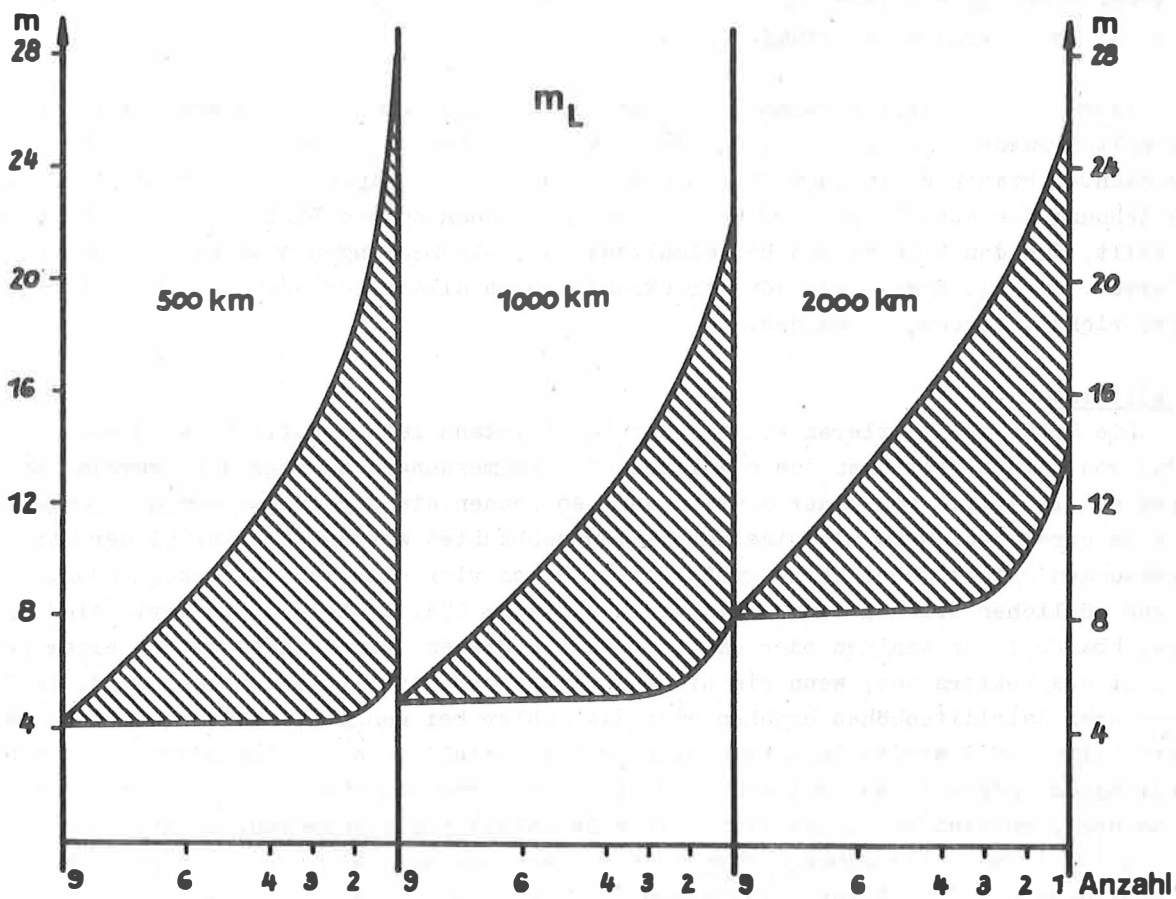
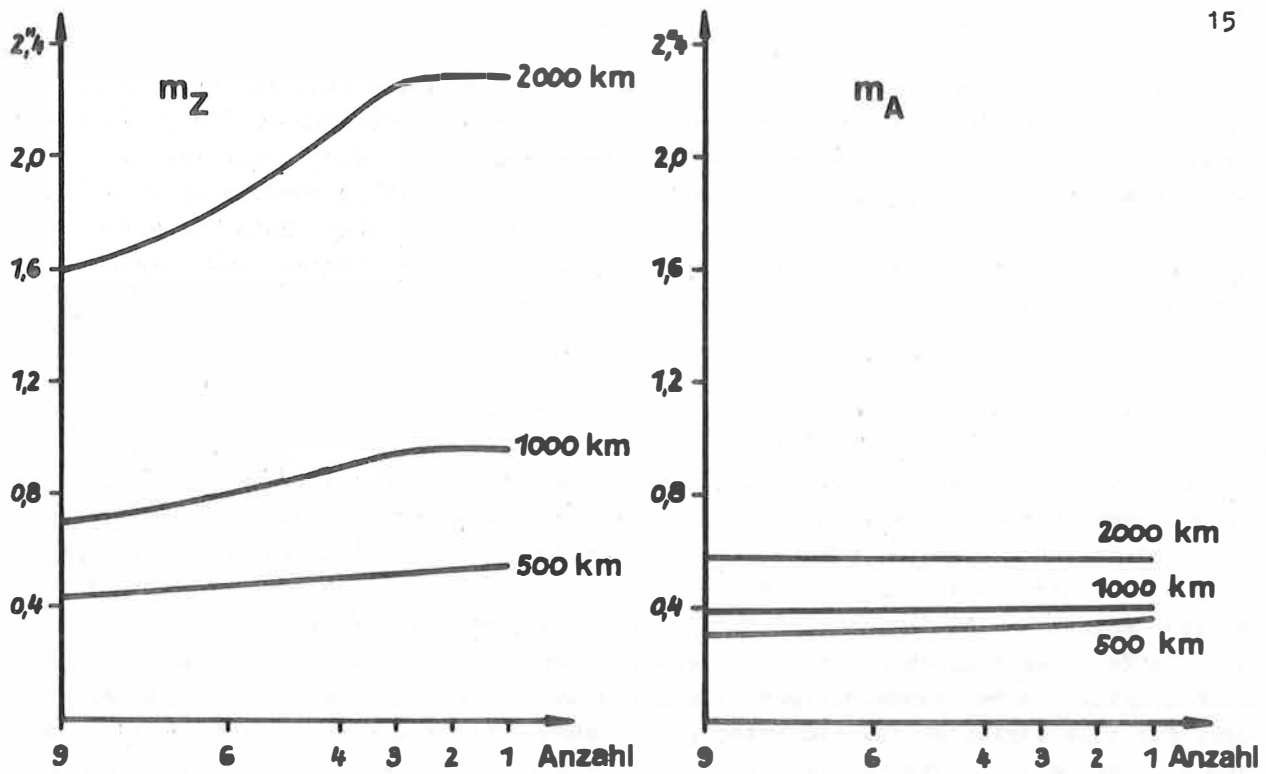


Abb. 3. Der Einfluß verschiedener Anzahlen von Streckenmessungen vom Punkte A aus

nem gewissen Grenzwert zu; es ist anzunehmen, daß diese Werte etwa den Fehlern entsprechen, die erreicht werden können, wenn keine Streckenmessungen in die Ausgleichung eingehen. Dann gibt es natürlich keinen mittleren Fehler für die Vektorlänge mehr, da ohne Streckenmessungen jede Maßstabsbestimmung fehlt. In Abb. 3 wurde versucht, den Sachverhalt auf Grund der Tab. 4 auch graphisch zu verdeutlichen. Beim Längenfehler m_L ergeben sich Fehlerflächen, die von der Minimal- und der Maximalkurve begrenzt werden; sie sind in der Abbildung schraffiert dargestellt.

2.3. Zusammenfassung und allgemeine Schlußfolgerungen

Die Größen der mittleren Fehler für die Zenitdistanz, das Azimut und die Länge des Verbindungsvektors \vec{AB} sollen jetzt untereinander verglichen werden. Zu berücksichtigen sind dabei die Fragen, welchen Einfluß der Umstand hat, ob Streckenmessungen simultan von beiden Endpunkten des Vektors oder nur von einem Endpunkt aus durchgeführt wurden, welche Rolle die Satellitenhöhe spielt, wie sich die Fehler verändern, wenn nur ein Teil der möglichen Streckenmessungen durchgeführt werden konnte, und wodurch sich günstige Beobachtungskonfigurationen von ungünstigen unterscheiden. Das Grundmodell für alle Varianten ist ein Netz, in dem sämtliche simultanen Richtungsbeobachtungen von den beiden Endpunkten zu allen neun Satellitenpunkten ausgeführt worden sind. Streckenmessungen wurden nur als zusätzliche Beobachtungen und zur Bestimmung des Maßstabes des Netzes hinzugefügt.

Wenn auch die drei Bestimmungsstücke des Vektors gemeinsam aus den Ausgleichungen erhalten wurden, so ist es doch angebracht, sie einzeln zu betrachten und auf die oben genannten Fragen einzugehen. Zur besseren Veranschaulichung dient Abb. 4 als Zusammenzeichnung der Abb. 2 und 3. Dabei wurden durch ausgezogene Linien die Kurven dargestellt, die den Ergebnissen bei simultanen Streckenmessungen entsprechen, während die Kurven, die die Ergebnisse von Streckenmessungen allein auf der Station A wiedergeben, gestrichelt angedeutet wurden.

Zenitdistanz

Die Größe des mittleren Fehlers der Zenitdistanz ist wesentlich davon abhängig, daß von beiden Stationen aus simultane Streckenmessungen durchgeführt werden. Erfolgen sie lediglich von einer Station aus, so können die Ergebnisse nur dann annehmbare Größe erreichen, wenn niedrige Satelliten beobachtet werden. Die Anzahl der Streckenmessungen spielt dabei keine große Rolle. Schon vier simultane Streckenmessungen von neun möglichen bringen eine Genauigkeit von etwa 0,4. Wenig größere Werte sind erreichbar bei nur wenigen oder gar nur einer einzigen Streckenmessung von einem Endpunkt des Vektors aus, wenn ein niedrig fliegender Satellit angemessen wird. Im Falle größerer Satellitenhöhen erhöhen sich die Fehler bei wenigen Simultanmessungen beträchtlich. Sie werden indiskutabel groß bei Anzielung hoch fliegender Satelliten von nur einem Endpunkt aus. Hat man also eine Streckenmeßausrüstung nur in einem Vektorendpunkt, so sind möglichst tief fliegende Satelliten anzumessen; besser sind allerdings in jedem Falle mehrere Simultan-Streckenmessungen von beiden Endpunkten aus, wobei dann die Höhe keine entscheidende Rolle mehr spielt.

Azimut

Hier sind die Verhältnisse am besten zu überblicken. Für den Azimutfehler ist vor allem die Satellitenhöhe ausschlaggebend. Streckenmessungen zu tief fliegenden Satel-

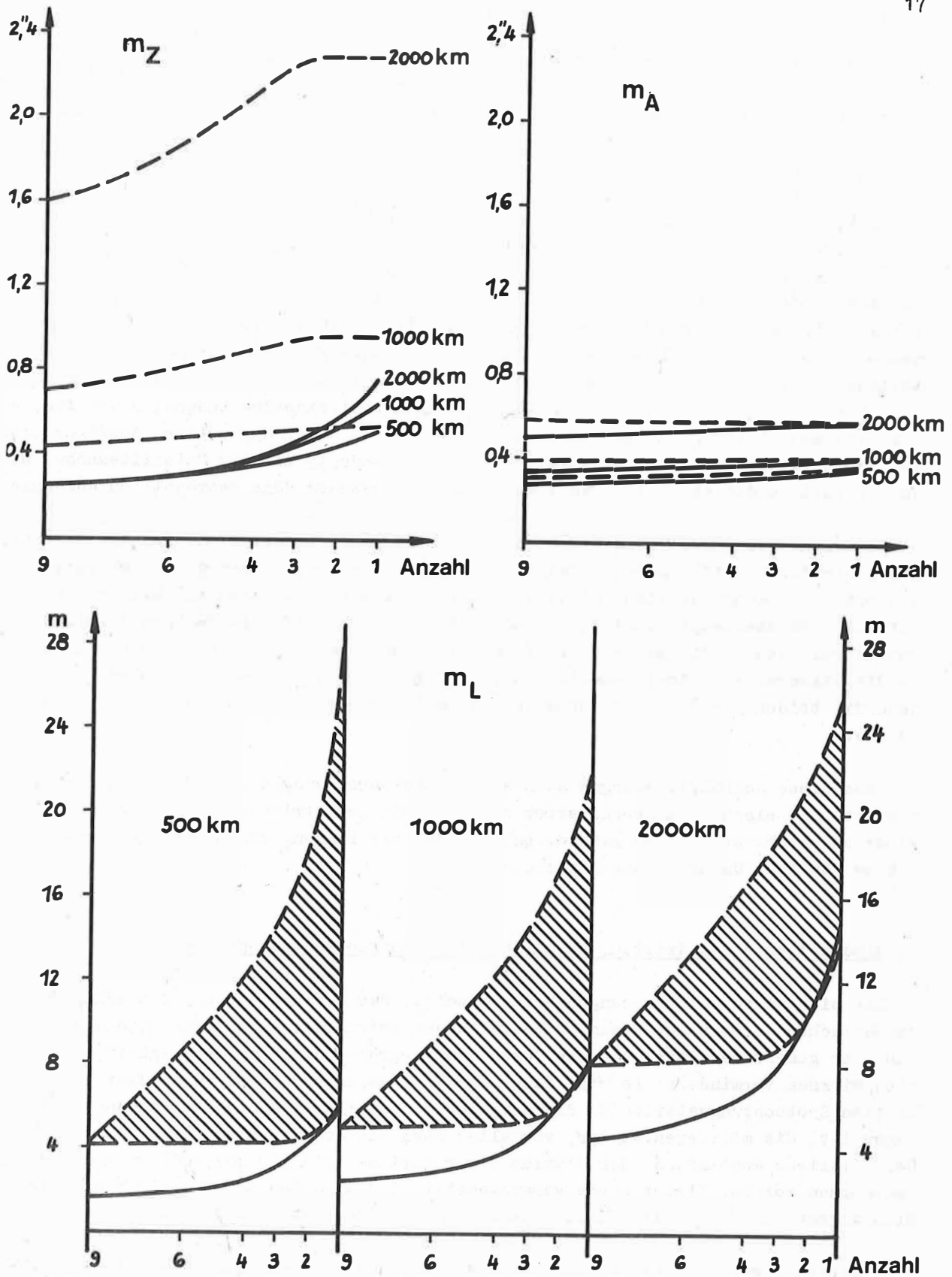


Abb. 4. Zusammenfassung der Ergebnisse von zahlreichen Variantenrechnungen

liten sind auf jeden Fall günstiger als solche zu hohen, dabei ist der Fehler kaum abhängig von der Anzahl der Messungen und nur wenig von der Tatsache, ob beide Stationen simultan messen oder nur eine Station Streckenmessungen durchführt.

Längenfehler

Der mittlere Fehler der Vektorlänge ist am schwersten zu überblicken. Hier haben natürlich die Streckenmessungen als eigentliche Bestimmungsstücke die größten Auswirkungen. Erfolgen simultane Streckenmessungen von beiden Endpunkten aus, so ist es günstig, möglichst viele zu erhalten. Bei wenigen Messungen nimmt der Fehler stark zu. Werden Streckenmessungen nur von einem Endpunkt aus durchgeführt, so muß neben einer möglichst geringen Satellitenhöhe auch eine optimale Streckenkombination gemessen werden. Günstig sind hier vor allem lange Strecken, die genauer auf die Vektorlänge übertragbar sind. Demgegenüber spielt sogar die Anzahl der Streckenmessungen eine untergeordnete Rolle. Zum Beispiel sind drei einzelne Messungen von langen Strecken wesentlich günstiger als sechs Messungen in einer ungünstigen Konfiguration mit verhältnismäßig kurzen Strecken. Das gilt unabhängig von der Satellitenhöhe, wenn auch natürlich die absoluten Fehlergrößen mit wachsender Höhe beträchtlich anwachsen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Ausrüstung beider Stationen mit Streckenmeßeinrichtungen sich in jedem Falle günstig auf die Fehler auswirkt. Genauigkeiten, die bei Ausrüstung nur einer Station mit einer Streckenmeßanlage nur mit sehr großem Aufwand oder überhaupt nicht zu erreichen sind, lassen sich mit wenigen Simultanmessungen verhältnismäßig einfach erhalten. Wie schon bemerkt, ist es dabei unwesentlich, ob die Strecken mit einer Genauigkeit von ± 2 m oder mit $\pm 0,2$ m gemessen wurden. Auch wenn die beiden Ausrüstungen von unterschiedlicher Güte sind, hat das keine Auswirkungen.

Wenn diese Schlußfolgerungen auch aus Variantenrechnungen für lediglich ein einzelnes Netz mit einem räumlichen Vektor und für rein geometrische Anwendungen gültig sind, so erscheint es doch ratsam, bereits bei der Planung eines entsprechenden Vorhabens ähnliche Untersuchungen anzustellen.

3. Einschalten eines dritten, seitlich gelegenen Beobachtungspunktes

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß der Fehler m_A des Azimutes des geodätischen Vektors nur wenig zu beeinflussen ist. Weder durch eine Erhöhung der Anzahl der gemessenen Strecken noch durch die Vergrößerung ihrer Genauigkeit läßt er sich wirksam vermindern. Es wird daher der Versuch unternommen, durch Einführung einer dritten Beobachtungsstation C, die seitlich von dem untersuchten Verbindungsvektor gelegen ist, die mittleren Fehler, vor allem aber die Azimutfehler, zu senken (Abb. 5). Der seitliche Abstand d der Station C war variabel mit 500 km, 1000 km und 2000 km angenommen worden. Wieder wurde vorausgesetzt, daß zu allen neun Satellitenpunkten Richtungsmessungen in allen drei Beobachtungsstationen durchgeführt worden sind.

Zusätzlich wurden Streckenmessungen zwischen den Stationen und den Satellitenpositionen vorgenommen. Zunächst wurden an Zahlenvarianten die mittleren Fehler der Zenitdistanz, des Azimuts und der Länge des geodätischen Vektors berechnet unter der Annahme, daß von allen drei Stationen A, B und C aus Streckenmessungen möglich waren. Wie-

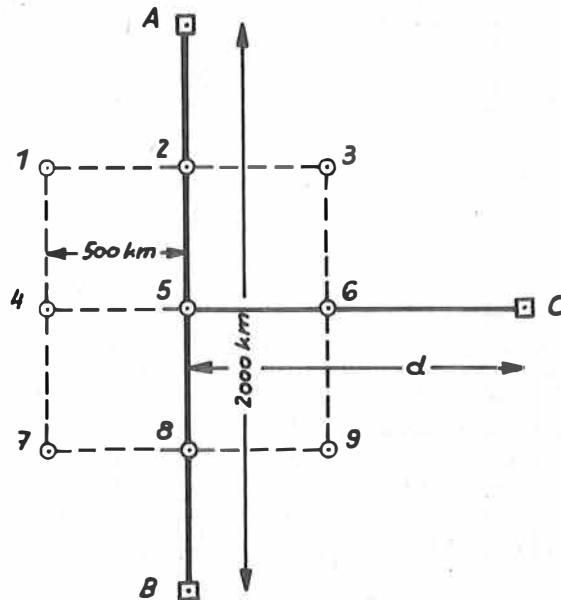


Abb. 5. Beobachtungsschema bei drei Stationen

der soll zuerst der Einfluß der Streckenmeßgenauigkeit dargelegt werden, wozu wieder die Annahmen $m_e = \pm 2$ m und $m_e = \pm 0,2$ getroffen wurden. Für ein d von 1000 km sind die entstehenden mittleren Fehler in Tab. 5 eingetragen. Es zeigt sich auch dort wieder die schon früher gemachte Erfahrung, daß die Verbesserung der Streckenmessung um eine Zehnerpotenz, also die Verminderung des Streckenmeßfehlers von ± 2 m auf $\pm 0,2$ m, keinen signifikanten Genauigkeitsgewinn bei den Fehlerkomponenten des geodätischen Vektors brachte.

Ähnliche Resultate erhält man auch bei $d = 500$ km und $d = 2000$ km. So werden im weiteren Verlauf nur noch die Ergebnisse betrachtet, die bei dem Genauigkeitsansatz $m_e = \pm 2$ m erhalten wurden. Im folgenden soll nun festgestellt werden, bei welcher seitlichen Entfernung d die besten Ergebnisse zu erwarten sind. Die Resultate entsprechender Variantenrechnungen sind in Tab. 6 dargestellt. Beim Vergleich der Zahlen ergibt sich deutlich, daß die Größe des seitlichen Abstandes des Punktes C vom untersuchten Vektor keine Rolle spielt.

Es soll nun noch dargestellt werden, welche mittleren Fehler sich ergeben, wenn die Streckenmessungen nur in den Punkten A und C ausgeführt werden konnten. Die Ergebnisse führen zunächst wieder zu der Erkenntnis, daß die Größe des Streckenmeßfehlers (± 2 m oder $\pm 0,2$ m) keinen Einfluß hat. Tab. 7 ist analog der vorigen Tabel-

Tab. 5. Verschiedene Genauigkeitsansätze bei Simultanmessungen aller Richtungen und Strecken

Gen.- Ans.	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
±2 m	["] 0,25	["] 0,25	[m] 1,5	[m] 3,8	["] 0,25	["] 0,32	[m] 2,4	[m] 4,6	["] 0,24	["] 0,48	[m] 4,2	[m] 6,7
±0,2m	0,24	0,24	1,3	3,5	0,23	0,31	2,3	4,4	0,22	0,47	4,1	6,5

Tab. 6. Der Einfluß der seitlichen Entfernung d der Beobachtungsstation C

Seitl. Abst. d	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
500 km	["] 0,24	["] 0,25	[m] 1,5	[m] 3,7	["] 0,24	["] 0,32	[m] 2,4	[m] 4,6	["] 0,24	["] 0,48	[m] 4,2	[m] 6,7
1000 km	0,25	0,25	1,5	3,8	0,25	0,32	2,4	4,6	0,24	0,48	4,2	6,7
2000 km	0,26	0,25	1,6	3,9	0,25	0,32	2,4	4,7	0,25	0,49	4,3	6,8

Tab. 7. Der Einfluß der seitlichen Entfernung d bei Streckenmessungen in A und C

Seitl. Abst. d	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
500 km	["] 0,37	["] 0,27	[m] 3,6	[m] 5,7	["] 0,61	["] 0,35	[m] 4,6	[m] 8,2	["] 1,38	["] 0,53	[m] 7,0	[m] 16,0
1000 km	0,37	0,27	3,7	5,8	0,61	0,35	4,6	8,2	1,37	0,54	7,1	15,9
2000 km	0,37	0,28	3,7	5,8	0,61	0,36	4,6	8,3	1,36	0,55	7,2	16,0

Tab. 8. Die Einwirkungen des dritten Punktes

Anz. der Pkte.	Str.- Mess. von	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
		m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
2	A	["] 0,43	["] 0,30	[m] 4,2	[m] 6,6	["] 0,70	["] 0,39	[m] 5,0	[m] 9,2	["] 1,60	["] 0,58	[m] 8,1	[m] 18,4
2	A, B	0,26	0,28	1,6	4,0	0,26	0,34	2,5	4,8	0,26	0,50	4,4	7,0
3	A, C	0,37	0,27	3,7	5,8	0,61	0,35	4,6	8,2	1,37	0,54	7,1	15,9
3	A,B,C	0,25	0,25	1,5	3,8	0,25	0,32	2,4	4,6	0,24	0,48	4,2	6,7

le aufgebaut und stellt die Resultate der Varianten-Ausgleichungen dar. Auch in diesem Falle ist aus den Werten der mittleren Fehler kein Einfluß der Größe des seitlichen Abstandes zu erkennen.

Es fragt sich nun, was der neu in die Untersuchungen eingeführte dritte Beobachtungspunkt C überhaupt an Verbesserungen gebracht hat. Zu diesem Zwecke sollen die zweiten Zeilen der Tab. 6 und 7 den Werten der ersten Zeilen von Tab. 1 und 3 gegenübergestellt werden. Aus Tab. 8 ist ersichtlich, daß die Einführung eines seitlich gelegenen dritten Beobachtungspunktes für die Größen der mittleren Fehler praktisch bedeutungslos ist.

Aus den Ergebnissen der zahlreichen Variantenrechnungen für eine Drei-Punkte-Konfiguration lassen sich gewisse allgemeine Schlußfolgerungen wie folgt treffen.

1. Wie schon bei den ursprünglichen Netzen mit zwei Beobachtungsstationen spielt auch hier eine Genauigkeitssteigerung der Streckenmessungen von ± 2 m auf $\pm 0,2$ m für die Endergebnisse keine Rolle.
2. Das Ziel, durch Einführung einer dritten Beobachtungsstation den Azimutfehler für den geodätischen Vektor zu senken, konnte nicht erreicht werden.
3. Die Einführung eines dritten Beobachtungspunktes seitlich vom untersuchten geodätischen Vektor bleibt völlig bedeutungslos, wenn in allen Stationen Richtungs- und Streckenmessungen durchgeführt wurden. Sie bringt praktisch bei erheblichem Aufwand keinen Nutzen.

4. Einschalten eines vierten Punktes

Obgleich die Hinzunahme eines dritten, seitlich gelegenen Punktes zu der ursprünglichen Konfiguration ohne Nutzen geblieben ist, sollte noch ein weiterer Versuch gemacht werden, die mittleren Fehler der Komponenten des untersuchten Vektors zu vermindern. Es wurde dazu noch ein vierter Beobachtungspunkt herangezogen. In der Praxis zeigt sich allerdings, daß die Simultanbeobachtung eines Satelliten von vier Beobachtungsstationen aus sehr selten durchzuführen ist, doch sollen diese praktischen Erwägungen hier nicht weiter betrachtet werden.

Aus einer sehr großen Anzahl von Variantenrechnungen sollen hier nur die wesentlichen Ergebnisse mitgeteilt werden. Es zeigte sich, daß es für die Entwicklung der Fehlerkomponenten günstige, aber auch weniger günstige Konfigurationen gibt. Vier verschiedene Punktkombinationen sollen hier besprochen werden. Das geschieht durch tabellarische Darstellung der Ergebnisse. In der ersten Spalte der Tab. 9 sind die verwendeten Beobachtungspunkte vermerkt (siehe Abb. 6). Von allen vier Beobachtungspunkten sind sowohl simultane Richtungsmessungen als auch Streckenmessungen mit unterschiedlicher Genauigkeit durchgeführt worden.

Bei der Streckenmeßgenauigkeit $m_e = \pm 2$ m sind alle Konfigurationen gleichwertig, besonders günstige lassen sich nicht finden. Anders ist es bei $m_e = \pm 0,2$ m. Die Zahlenwerte der Tab. 9 zeigen Unterschiede einmal bei beiden Genauigkeitsansätzen, zum anderen auch bei den einzelnen Beispielen.

Zusammengefaßt können einige grundsätzliche Aussagen gemacht werden:

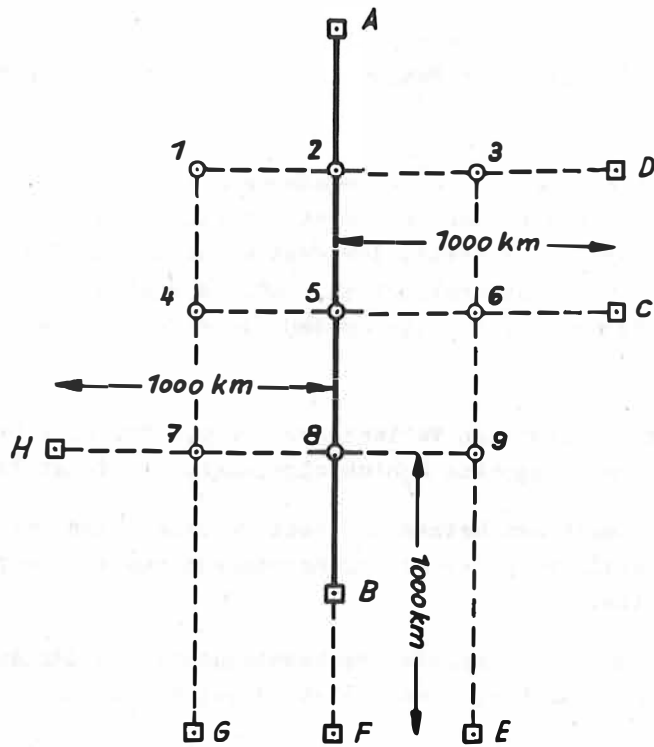


Abb. 6. Punktlageschema

Tab. 9. Übersicht über 4-Punkte-Konfigurationen

Beob.- Stat.	$m_{\epsilon} = \pm 2 \text{ m}$											
	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
A, B, E, G	0,25	0,24	1,5	3,7	0,24	0,30	2,3	4,4	0,24	0,43	3,9	6,2
A, B, C, F	0,24	0,24	1,5	3,6	0,24	0,30	2,3	4,4	0,23	0,44	3,9	6,2
A, B, C, H	0,24	0,24	1,5	3,6	0,23	0,31	2,4	4,4	0,23	0,46	4,1	6,5
A, B, C, D	0,24	0,24	1,5	3,7	0,24	0,31	2,4	4,5	0,24	0,46	4,1	6,5

Beob.- Stat.	$m_{\epsilon} = \pm 0,2 \text{ m}$											
	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
A, B, E, G	0,21	0,20	1,0	3,0	0,21	0,24	1,7	3,5	0,20	0,36	3,0	5,0
A, B, C, F	0,21	0,20	1,0	3,0	0,20	0,25	1,8	3,6	0,19	0,37	3,2	5,2
A, B, C, H	0,21	0,22	1,2	3,2	0,19	0,29	2,2	4,0	0,18	0,44	3,8	6,0
A, B, C, D	0,23	0,22	1,3	3,3	0,22	0,29	2,2	4,1	0,21	0,43	3,8	6,0

1. Verwendet man vier Beobachtungsstationen zur simultanen Richtungs- und Streckenmessung, so hat die Genauigkeit der Streckenmessung doch einen merklichen Einfluß auf die Fehlerkomponenten des untersuchten Vektors, im Gegensatz zu allen Konfigurationen mit zwei oder drei Beobachtungsstationen, wo dieser Einfluß nicht festzustellen war.
2. Es ist vor allem der Fehler in der Länge des Vektors, m_L , der durch eine höhere Genauigkeit der Streckenmessungen beträchtlich vermindert werden kann. Die Verbesserung beträgt in günstigen Fällen und bei großer Satellitenhöhe mehr als 20 %. Etwas geringer ist der Einfluß beim Fehler der Zenitdistanz und beim Azimutfehler.
3. Beim Vergleich der Zahlenwerte der unteren Hälfte von Tab. 9 mit denen der Tab. 6 läßt sich erkennen, daß durch Einführung einer vierten Beobachtungsstation bei günstiger Konfiguration alle Fehlerkomponenten um etwa 30 % vermindert werden können. Das betrifft hier auch den Azimutfehler, dessen Verringerung sich durch Einführung der dritten Beobachtungsstation noch nicht erreichen ließ.

5. Literatur

- [1] ARNOLD, K., u.a.: Die Bestimmung des Richtungsvektors Riga - Sofia aus Beobachtungen des Satelliten "Echo 2".
Veröff. Zentralinst. Physik d. Erde Nr. 8, Potsdam 1971.
- [2] SCHOEPS, D.: Fehlertheoretische Untersuchungen zur kosmischen Triangulation.
Arb. geodät. Inst. Potsdam Nr. 26 (1969).
- [3] SCHOEPS, D.: O vlijanii izmerenij rasstojanij različnoj točnosti na opredelenie geodezičeskich vektorov iz nabljudenij ISZ. (Über den Einfluß von Streckenmessungen verschiedener Genauigkeit auf die Bestimmung von geodätischen Vektoren durch die Beobachtung künstlicher Erdsatelliten).
Nabl. iskusstv. sputn. zemli, Berlin 11 (1971, ersch.1972), S. 185.

6. Anhang

Tab. 10. Sechs Streckenmessungen von A und B

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
1, 2, 3, 7, 8, 9	0,31 ^["]	0,30 ^["]	1,9 ^[m]	4,6 ^[m]	0,32 ^["]	0,36 ^["]	2,9 ^[m]	5,5 ^[m]	0,32 ^["]	0,53 ^["]	5,1 ^[m]	7,8 ^[m]
1, 2, 5, 6, 7, 8	0,29	0,31	1,9	4,6	0,31	0,37	3,0	5,5	0,31	0,54	5,3	8,1
1, 3, 4, 6, 7, 9	0,33	0,28	2,1	4,7	0,33	0,34	3,1	5,6	0,32	0,50	5,4	7,9
1, 2, 3, 4, 5, 6	0,31	0,30	2,1	4,7	0,32	0,36	3,2	5,6	0,33	0,53	5,7	8,3

Tab. 11. Vier Streckenmessungen von A und B

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
2, 5, 8, 9	0,32 ^["]	0,35 ^["]	2,2 ^[m]	5,1 ^[m]	0,36 ^["]	0,40 ^["]	3,5 ^[m]	6,3 ^[m]	0,38 ^["]	0,57 ^["]	6,4 ^[m]	9,3 ^[m]
1, 2, 3, 5	0,34	0,33	2,4	5,2	0,39	0,38	3,8	6,5	0,41	0,55	7,0	9,7
1, 4, 7, 9	0,39	0,31	2,6	5,5	0,40	0,37	3,8	6,5	0,40	0,54	6,6	9,3
3, 4, 6, 7	0,37	0,30	2,7	5,4	0,39	0,36	3,9	6,5	0,39	0,53	6,8	9,4
1, 3, 4, 6	0,38	0,30	2,7	5,4	0,40	0,36	4,0	6,6	0,41	0,53	7,0	9,6

Tab. 12. Drei Streckenmessungen von A und B

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
2, 5, 8	0,35 ^["]	0,37 ^["]	2,4 ^[m]	5,4 ^[m]	0,39 ^["]	0,41 ^["]	4,0 ^[m]	6,8 ^[m]	0,43 ^["]	0,58 ^["]	7,4 ^[m]	10,2 ^[m]
1, 2, 3	0,40	0,33	2,8	5,7	0,47	0,38	4,5	7,4	0,51	0,55	8,3	11,1
7, 8, 9	0,40	0,33	2,8	5,7	0,47	0,38	4,5	7,4	0,51	0,55	8,3	11,1
1, 4, 7	0,43	0,33	3,0	6,1	0,47	0,40	4,4	7,4	0,48	0,58	7,6	10,6
1, 4, 9	0,41	0,32	3,1	5,9	0,44	0,38	4,5	7,2	0,45	0,55	7,7	10,3
4, 5, 6	0,37	0,33	3,1	5,7	0,42	0,38	4,7	7,2	0,44	0,55	8,5	10,9

Tab. 13 Zwei Streckenmessungen von A und B

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
1, 2	0,42	0,35	3,3	6,3	0,54	0,40	5,4	8,4	0,62	0,57	10,1	13,0
7, 8	0,42	0,35	3,3	6,3	0,54	0,40	5,4	8,4	0,62	0,57	10,1	13,0
4, 5	0,40	0,35	3,6	6,3	0,49	0,40	5,7	8,3	0,54	0,57	10,3	12,8
1, 3	0,45	0,33	3,7	6,6	0,56	0,38	5,7	8,7	0,63	0,55	10,3	13,1
7, 9	0,45	0,33	3,7	6,6	0,56	0,38	5,7	8,7	0,63	0,55	10,3	13,1
4, 6	0,43	0,33	4,1	6,7	0,51	0,38	6,0	8,5	0,54	0,55	10,5	13,0

Tab. 14. Eine Streckenmessung von A und B

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
2	0,45	0,37	4,2	7,0	0,63	0,41	7,1	10,2	0,82	0,58	13,9	17,0
8	0,45	0,37	4,2	7,0	0,63	0,41	7,1	10,2	0,82	0,58	13,9	17,0
5	0,43	0,37	4,7	7,2	0,58	0,41	7,6	10,3	0,71	0,58	14,3	16,9
1 oder 3	0,50	0,35	5,2	7,9	0,69	0,40	7,9	11,0	0,87	0,58	14,4	17,6
7 oder 9	0,50	0,35	5,2	7,9	0,69	0,40	7,9	11,0	0,87	0,58	14,4	17,6
4 oder 6	0,48	0,35	5,8	8,2	0,65	0,40	8,4	11,2	0,76	0,58	14,8	17,5

Tab. 15. Streckenmessungen zu sechs Satellitenpunkten vom Punkt A aus

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
1, 2, 3, 7, 8, 9	0,46	0,32	4,2	6,9	0,74	0,39	5,1	9,6	1,62	0,58	8,6	18,8
4, 5, 6, 7, 8, 9	0,47	0,32	4,2	6,9	0,82	0,39	5,2	10,2	1,99	0,58	8,1	21,7
1, 3, 4, 6, 7, 9	0,50	0,30	4,4	7,2	0,79	0,39	5,7	10,3	1,79	0,58	9,3	20,4
1, 2, 5, 6, 7, 8	0,45	0,33	5,0	7,4	0,75	0,40	5,8	10,0	1,74	0,58	9,3	20,1
1, 2, 4, 5, 8, 9	0,45	0,33	5,0	7,4	0,75	0,40	5,8	10,0	1,74	0,58	9,3	20,1
1, 2, 3, 4, 5, 6	0,50	0,32	8,4	10,2	0,88	0,39	9,4	13,2	2,04	0,58	13,2	24,4

Tab. 16. Streckenmessungen zu vier Satellitenpunkten vom Punkt A aus

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
5, 7, 8, 9	0,48 ^["]	0,34 ^["]	4,3 ^[m]	7,1 ^[m]	0,86 ^["]	0,40 ^["]	5,2 ^[m]	10,6 ^[m]	2,09 ^["]	0,58 ^["]	8,4 ^[m]	22,7 ^[m]
6, 7, 8, 9	0,52	0,33	4,3	7,3	0,91	0,40	5,2	11,0	2,14	0,58	8,4	23,1
1, 4, 7, 9	0,52	0,32	4,5	7,4	0,85	0,40	5,8	10,8	1,92	0,58	9,6	21,7
4, 6, 7, 9	0,52	0,32	4,4	7,4	0,88	0,39	5,7	11,0	2,09	0,58	9,3	23,0
2, 5, 8, 9	0,45	0,36	5,2	7,7	0,78	0,41	5,9	10,4	1,85	0,58	9,6	21,1
3, 4, 7, 8	0,51	0,34	5,2	7,9	0,86	0,40	5,9	10,9	1,92	0,58	9,6	21,7
1, 2, 4, 9	0,48	0,33	5,6	8,0	0,79	0,40	7,2	11,2	1,85	0,58	11,7	22,2
3, 4, 6, 7	0,52	0,32	5,5	8,1	0,86	0,39	6,9	11,5	1,99	0,58	11,0	22,9
1, 3, 4, 7	0,51	0,34	5,8	8,3	0,83	0,39	7,3	11,5	1,89	0,58	11,7	22,5
2, 3, 5, 8	0,48	0,35	7,4	9,4	0,79	0,40	7,3	11,3	1,86	0,58	11,7	22,2
1, 3, 4, 6	0,54	0,32	8,6	10,5	0,92	0,39	9,8	13,8	2,13	0,58	14,2	25,7
1, 2, 3, 4	0,51	0,34	10,4	12,0	0,90	0,39	11,3	14,8	2,12	0,58	16,1	26,7
1, 2, 3, 5	0,53	0,34	12,4	13,9	0,93	0,40	12,1	15,6	2,15	0,58	16,3	27,1

Tab. 17. Streckenmessungen zu drei Satellitenpunkten vom Punkt A aus

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M	m _Z	m _A	m _L	M
7, 8, 9	0,52 ^["]	0,34 ^["]	4,3 ^[m]	7,4 ^[m]	0,96 ^["]	0,40 ^["]	5,2 ^[m]	11,3 ^[m]	2,28 ^["]	0,58 ^["]	8,7 ^[m]	24,4 ^[m]
1, 4, 9	0,52	0,33	5,7	8,3	0,87	0,40	7,2	11,8	1,99	0,58	11,7	23,3
3, 4, 7	0,52	0,34	5,8	8,4	0,87	0,40	7,3	11,8	1,99	0,58	11,7	23,3
1, 4, 7	0,52	0,36	5,9	8,5	0,87	0,40	7,3	11,8	1,99	0,58	11,7	23,3
2, 5, 8	0,49	0,37	7,4	9,5	0,81	0,41	7,3	11,4	1,93	0,58	11,8	22,8
4, 5, 6	0,52	0,34	8,7	10,6	0,95	0,40	9,4	13,7	2,27	0,58	13,2	26,3
1, 2, 3	0,53	0,34	14,8	16,0	0,95	0,40	15,1	18,1	2,27	0,58	20,0	30,3

Tab. 18. Streckenmessungen zu zwei Satellitenpunkten vom Punkt A aus

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
7, 9	0,54 ^["]	0,34 ^["]	4,5 ^[m]	7,7 ^[m]	0,96 ^["]	0,40 ^["]	6,0 ^[m]	11,8 ^[m]	2,28 ^["]	0,58 ^["]	10,5 ^[m]	25,1 ^[m]
7, 8	0,53	0,36	5,3	8,1	0,96	0,40	6,0	11,7	2,28	0,58	10,3	25,0
4, 6	0,54	0,34	9,0	11,0	0,96	0,40	10,0	14,2	2,28	0,58	14,5	27,0
4, 5	0,53	0,36	10,7	12,3	0,96	0,40	10,6	14,6	2,27	0,58	14,7	27,1
1, 3	0,54	0,34	15,6	16,8	0,96	0,40	15,9	18,9	2,28	0,58	21,1	31,0
1, 2	0,53	0,36	18,4	19,4	0,96	0,40	17,1	19,8	2,27	0,58	21,6	31,4

Tab. 19. Streckenmessungen zu einem Satellitenpunkt vom Punkt A aus

Verwendete Sat.-Punkte	Höhe 500 km				Höhe 1000 km				Höhe 2000 km			
	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M	m_Z	m_A	m_L	M
7	0,54 ^["]	0,37 ^["]	6,2 ^[m]	8,9 ^[m]	0,96 ^["]	0,41 ^["]	8,0 ^[m]	12,9 ^[m]	2,28 ^["]	0,58 ^["]	14,4 ^[m]	26,9 ^[m]
8	0,54	0,37	7,5	9,9	0,96	0,41	7,6	12,7	2,28	0,58	14,0	26,7
4	0,54	0,37	12,2	13,8	0,96	0,41	12,4	16,1	2,28	0,58	18,1	29,1
5	0,54	0,37	15,8	17,0	0,96	0,41	13,3	16,7	2,28	0,58	18,1	29,1
1	0,54	0,37	21,3	22,2	0,96	0,41	19,9	22,3	2,28	0,58	25,0	33,8
2	0,54	0,37	28,1	28,8	0,96	0,41	22,0	24,2	2,28	0,58	25,7	34,4

Zu den geometrischen Bedingungen bei der Koordinatenbestimmung

aus Synchronbeobachtungen

Von

K.-H. Marek

Zusammenfassung

Aus synchron zwischen zwei Punkten ausgeführten photographischen Richtungs- und Laserentfernungsmessungen lassen sich die Bedingungsgleichungen zur Ableitung relativer Stationskoordinaten ableiten. Die bei den verschiedenen Kombinationen dieser Beobachtungen auftretenden geometrischen Bedingungen werden diskutiert.

Summary

From simultaneous optical and laser observations on two sites condition equations are derived for determination of relative Station coordinates. The geometrical conditions occurring in the different combinations of observations are discussed.

Résumé

Dès mesures photographiques de la direction et du distance à laser synchroniques entre deux points les équations de condition pour les dérivées des coordonnées relatives de la station sont dérivées. Les conditions géométriques qui se présentent aux combinaisons différentes des observations sont discutées.

Резюме

По синхронным фотографическим и лазерным наблюдениям ИСЗ между двумя станциями выводятся условные уравнения для непосредственного определения разностей координат между этими станциями. Рассмотрены геометрические условия, возникающие при разных комбинациях синхронных наблюдений.

1. Varianten synchroner photographischer und Laserbeobachtungen zwischen zwei Stationen

Mit der umfangreicheren Einführung von Laserentfernungsmessungen nach künstlichen Erdsatelliten in die satellitengeodätische Praxis ist die rationelle Ableitung relativer Stationskoordinaten nach geometrischen Methoden gegenwärtig ein außerordentlich aktuelles Problem geworden. Bei diesen geometrischen Methoden, deren mathematische Modelle sich bekanntlich durch Übersichtlichkeit und durch das Fehlen wesentlicher Korrelationen auszeichnen, werden vorwiegend synchrone photographische und Laserbeobachtungen verwendet. Eine exakte Synchronität aller Beobachtungen sowie eine Zentrierung der photographischen und der Laserbeobachtungen auf ein einheitliches Zentrum der jeweiligen Station werden dabei durch Reduktionen (z.B. nach [1] und [3]) erreicht. Die photographischen Beobachtungen sind dann durch die topozentrischen Richtungsvektoren

$$(1) \quad \vec{I} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos t \\ \cos \delta \sin t \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

und die Laserbeobachtungen durch deren Längen

$$\rho = |\vec{I}|$$

charakterisiert (Abb. 1).

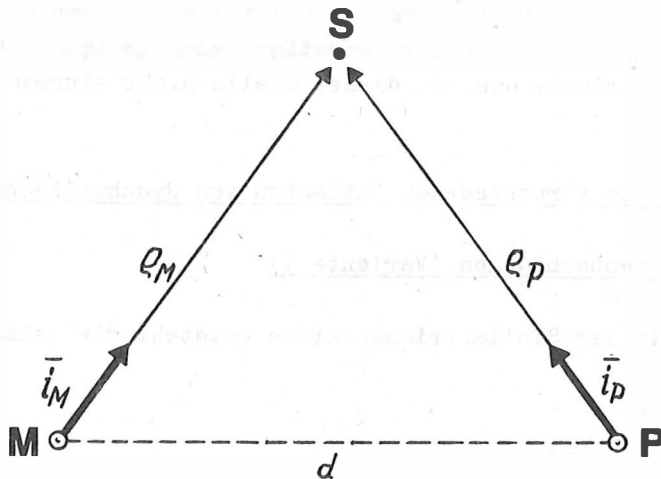


Abb. 1. Synchronbeobachtungen zwischen zwei Stationen

Wenn zwei Stationen M und P Satellitenbeobachtungen ausführen, so sind zwischen ihnen folgende Varianten von Synchronverbindungen möglich:

Nr.	Station M	Station P
1	I	I
2	I, ρ	I, ρ
3	I, ρ	ρ
4	ρ	I, ρ
5	I, ρ	I
6	I	I, ρ
7	I	ρ
8	ρ	I
9	ρ	ρ

Jede Variante dieser Synchronverbindungen liefert eine bestimmte Anzahl von Bedingungsgleichungen, welche die Koordinaten der beiden Beobachtungsstationen M und P und die jeweils ausgeführten Beobachtungen I, ρ miteinander verbinden.

Wenn die Koordinaten einer dieser Beobachtungsstationen (z.B. M) in einem bestimmten System bereits bekannt sind, können aus der gemeinsamen Lösung dieser Bedingungsgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate die Koordinaten der zweiten Station P unmittelbar abgeleitet werden. Diese Verfahrensweise wurde bereits für den Fall der Variante 1 praktiziert [2] und bestätigte deren Zweckmäßigkeit, da hierbei die aufwendige und leider oft unter Vernachlässigung eines Teils des vorhandenen Beobachtungsmaterials betriebene Ableitung von Zwischenelementen (z.B. Richtungen und Längen geodätischer Vektoren) völlig entfallen kann. Letzteres charakterisiert die sog. "Vektormethoden" und bildete bekanntlich den Hauptinhalt der geometrischen Satellitengeodäsie in den letzten Jahren.

Vorliegende Betrachtung dient der Verallgemeinerung des genannten Grundgedankens zur unmittelbaren Bestimmung relativer Stationskoordinaten auf andere praktikable Varianten von Synchronbeobachtungen. Da hier nur prinzipielle Aussagen angeführt werden sollen, wird auf das Problem der fehlertheoretisch günstigsten Konfigurationen, der gefährlichen Örter, Gewichte usw. an dieser Stelle nicht eingegangen.

2. Bedingungsgleichungen für die verschiedenen Varianten von Synchronbeobachtungen

2.1. Photographische Synchronbeobachtungen (Variante 1)

Bei diesem klassischen Fall der Stellartriangulation entsteht die bekannte Gleichung der "Synchronenebene" [2]

$$(2) \quad G x_p + H y_p + K z_p + L = 0,$$

wobei x_p, y_p, z_p die gesuchten Koordinaten des Neupunktes darstellen. Die Koeffizienten G, H, K und das Absolutglied L werden aus den Beobachtungen (1) und den bekannten Koordinaten des Punktes M ermittelt:

$$G = \begin{vmatrix} m_M & n_M \\ m_P & n_P \end{vmatrix}, \quad H = \begin{vmatrix} n_M & l_M \\ n_P & l_P \end{vmatrix}, \quad K = \begin{vmatrix} l_M & m_M \\ l_P & m_P \end{vmatrix},$$

$$L = - \begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

Man erkennt, daß bei dieser Variante von Synchronbeobachtungen zur eindeutigen Bestimmung der Koordinaten des Punktes P mindestens 3 Ebenen der Art (2) erforderlich sind, die einander nicht parallel sind und nicht durch eine gemeinsame Gerade verlaufen. Deshalb ist das Problem aus Beobachtungen der beiden Punkte M und P allein nicht lösbar, sondern nur dann, wenn Beobachtungen eines zweiten Punktes M mit bekannten Koordinaten vorliegen.

2.2. "Vollständiger" Satz von Synchronbeobachtungen (Variante 2)

Die Koordinaten des Punktes P werden in diesem Falle aus der Bedingung

$$(3) \quad \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = 0$$

mit

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix} + \rho_P \begin{pmatrix} l_P \\ m_P \\ n_P \end{pmatrix}$$

bestimmt. Da der geometrische Ort von (3) einen Punkt darstellt, ist das Problem bereits bei Vorhandensein eines einzigen Satzes von Synchronbeobachtungen zwischen P und M lösbar.

2.3. "Unvollständige" Sätze von Synchronbeobachtungen

2.3.1. Zwei Laser-, eine photographische Beobachtung (Varianten 3 und 4)

Aus den Beobachtungen dieser Varianten läßt sich mit Abb. 1 die Gleichung

$$\rho_P^2 = \rho_M^2 + d^2 - 2 \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_P - x_M \\ y_P - y_M \\ z_P - z_M \end{pmatrix}$$

aufstellen, die zur Bedingungsgleichung

$$(4) \quad x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 + G x_P + H y_P + K z_P + L = 0$$

für die Bestimmung der Koordinaten des Neupunktes P umgeformt werden kann.

Bei Variante 3 erhält man die Koeffizienten und das Absolutglied aus den Beziehungen

$$\begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix} = -2 \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix} \right],$$

$$L = \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + 2 \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \rho_M^2 - \rho_P^2.$$

Geometrisch läßt sich die Bedingung (4) in diesem Falle als Gleichung einer Sphäre mit dem Radius ρ_P um die beobachtete Position S des Satelliten mit den Koordinaten

$$\begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix}$$

interpretieren.

Bei Variante 4 gilt dagegen

$$\begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix} = -2 \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \rho_P \begin{pmatrix} l_P \\ m_P \\ n_P \end{pmatrix} \right],$$

$$L = \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - 2 \rho_P \begin{pmatrix} l_P \\ m_P \\ n_P \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \rho_P^2 - \rho_M^2.$$

Der geometrische Ort von (4) stellt hier eine Sphäre mit dem Radius ρ_M um den Punkt S'

$$\begin{pmatrix} x_{S'} \\ y_{S'} \\ z_{S'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \rho_P \begin{pmatrix} l_P \\ m_P \\ n_P \end{pmatrix}$$

dar. Gleichung (4) zeigt, daß zur Koordinatenbestimmung des Punktes P aus den Beobachtungen dieser Variante mindestens 3 Beobachtungssätze erforderlich sind.

2.3.2. Zwei photographische, eine Laserbeobachtung (Varianten 5 und 6)

Aus den Beobachtungen dieser Varianten lassen sich zur Ableitung der Koordinaten des Neupunktes P zwei Bedingungsgleichungen der Art

$$(5) \quad G_i x_P + H_i y_P + K_i z_P + L_i = 0 \quad (i = 1, 2)$$

ableiten.

Bei Variante 5 sind die entsprechenden Koeffizienten und das Absolutglied

$$\begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} m_P \\ -l_P \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} n_P \\ 0 \\ -l_P \end{pmatrix},$$

$$L = - \begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}^T \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \rho_M \begin{pmatrix} l_M \\ m_M \\ n_M \end{pmatrix} \right].$$

Die Gleichungen (5) lassen sich in diesem Falle als eine durch die bekannte Satellitenposition S und den unbekanntem Punkt P verlaufende Gerade interpretieren.

Bei Variante 6 ist dagegen

$$\begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} -m_M \\ l_M \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} -n_M \\ 0 \\ l_M \end{pmatrix}$$

und

$$L = - \begin{pmatrix} G \\ H \\ K \end{pmatrix}^T \left[\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \rho_P \begin{pmatrix} l_P \\ m_P \\ n_P \end{pmatrix} \right].$$

Der geometrische Ort der Gleichungen (5) kann bei dieser Variante der Synchronbeobachtungen als eine Gerade verstanden werden, die im Abstand ρ_P parallel zum Beobachtungsvektor \vec{T}_M und durch den Neupunkt P verläuft.

Daraus ergibt sich, daß das Problem der Koordinatenbestimmung von P in diesem Falle mit zwei Beobachtungssätzen lösbar ist.

2.4. Nicht ausreichende Beobachtungssätze

2.4.1. Je eine photographische und eine Laserbeobachtung (Varianten 7 und 8)

Bei Variante 7 entstehen aus den Beobachtungen drei Gleichungen

$$(x_S - x_P)^2 + (y_S - y_P)^2 + (z_S - z_P)^2 - \rho_P^2 = 0,$$

$$x_S - \frac{l_M}{m_M} y_S - \left(x_M - \frac{l_M}{m_M} y_M \right) = 0,$$

$$y_S - \frac{n_M}{m_M} y_S - \left(z_M - \frac{n_M}{m_M} y_M \right) = 0,$$

die neben den gesuchten Koordinaten des Punktes P auch die unbekannte Satellitenposition S (x_S, y_S, z_S) enthalten.

Wie man leicht sieht, ist das Problem der Koordinatenbestimmung des Neupunktes aus Beobachtungskombinationen der beiden Stationen P und M nicht lösbar. Es ist in diesem Falle erforderlich, daß z.B. Synchronbeobachtungen \bar{I} einer zweiten Station M_2 mit bekannten Koordinaten hinzugezogen und daß von diesen 3 Stationen mindestens 3 Satellitenpositionen synchron beobachtet werden. Dann kann man zunächst aus den photographischen Beobachtungen der Stationen M_1 und M_2 die räumlichen Koordinaten der Satellitenpositionen mit Hilfe der Formel

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_S = \frac{\begin{vmatrix} l_1 & 0 & n_1 \\ 0 & l_2 & n_2 \\ -x_1 & x_2 & z_2 - z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n_1 & l_1 \\ n_2 & l_2 \end{vmatrix}} \\ y_S = \frac{\begin{vmatrix} m_1 & 0 & l_1 \\ 0 & m_2 & l_2 \\ -y_1 & y_2 & x_2 - x_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}} \\ z_S = \frac{\begin{vmatrix} n_1 & 0 & m_1 \\ 0 & n_2 & m_2 \\ -z_1 & z_2 & y_2 - y_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}} \end{array} \right.$$

ermitteln und danach aus 3 dieser Satellitenpositionen S die gesuchten Koordinaten der Station P nach den Regeln der Trisphäratation ableiten.

Bei der Variante 8 sind zur prinzipiellen Lösbarkeit z.B. 3 Stationen M mit bekannten Koordinaten erforderlich, aus deren Entfernungsmessungen ρ_{M_i} ($i = 1, 2, 3$) die Koordinaten von mindestens 3 Satellitenpositionen abzuleiten sind. Die photographischen Synchronbeobachtungen \bar{I}_{P_j} ($j = 1, 2$) vom Punkt P zu diesen beiden Satellitenpositionen liefern dann schließlich über Formeln der Art (6) die gesuchten Koordinaten der Station P. In Formel (6) sind dabei anstelle der Satellitenposition S die unbekannte Station P und anstelle der Beobachtungen \bar{I}_{M_i} die Beobachtungen \bar{I}_{P_j} einzusetzen.

2.4.2. Zwei Laserbeobachtungen (Variante 9)

Diese Variante von Synchronbeobachtungen zwischen M und P liefert ebenfalls

keine plausible Lösung zur Bestimmung der Koordinaten des Neupunktes. Das Problem ist z.B. durch zweifache Anwendung der Trisphäratation lösbar, wobei jedoch 3 Stationen M_i ($i = 1, 2, 3$) mit bekannten Koordinaten benötigt werden, von denen gemeinsam mit dem Neupunkt P synchrone Entfernungen zu den Satellitenpositionen S_j ($j = 1, 2, 3$) gemessen werden. In der ersten Etappe werden aus den ρ_{M_i} die Koordinaten der Satellitenpositionen S_j bestimmt, die dann in der zweiten Etappe gemeinsam mit den vom Punkt P aus gemessenen ρ_{P_j} zur Ableitung der Koordinaten des Punktes P verwendet werden.

3. Zusammenstellung der geometrischen Bedingungen

In Tab. 1 sind die bei den einzelnen Varianten von Synchronbeobachtungen zwischen den Punkten M und P auftretenden geometrischen Bedingungen nochmals zusammengestellt, so daß man unmittelbar die notwendigen Beobachtungsbedingungen für einen Anschluß eines Neupunktes an das Koordinatensystem des Synchronpartners ablesen kann.

Tab. 1. Bedingungsgleichungen bei Synchronbeobachtungen zwischen den Punkten M und P

Var. Nr.	Beobachtung	Bedingungsgleichungen		Geometr. Ort	Notw. Anzahl	
		Anzahl	Art		Beob.-sätze	Festpunkte
1	\bar{I}_M, \bar{I}_P	1	$Gx_P + Hy_P + Kz_P + L = 0$	Ebene	3	2
2	$\bar{I}_M, \rho_M,$ \bar{I}_P, ρ_P	3	$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = 0$	Funkt	1	1
3	$\bar{I}_M, \rho_M, \rho_P$	1	$x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 + Gx_P +$ $+ Hy_P + Kz_P + L = 0$	Sphäre mit $r = \rho_P$	3	1
4	$\rho_M, \bar{I}_P, \rho_P$			Sphäre mit $r = \rho_M$		
5	$\bar{I}_M, \rho_M, \bar{I}_P$	2	$G_1x_P + H_1y_P + K_1z_P +$ $L_1 = 0$	Gerade durch S	2	1
6	$\bar{I}_M, \bar{I}_P, \rho_P$			$G_2x_P + H_2y_P + K_2z_P +$ $L_2 = 0$		
7	\bar{I}_M, ρ_P	0	keine plausiblen Konfigurationen		3	2
8	ρ_M, \bar{I}_P	0			3	3
9	ρ_M, ρ_P	0			3	3

Die weitere Bearbeitung der Bedingungsgleichungen erfolgt analog zu der in [2] praktizierten Art und Weise. Alle aus den verschiedenen Beobachtungsvarianten abgeleiteten Bedingungsgleichungen zur Bestimmung der Koordinaten des Neupunktes werden dabei unter Berücksichtigung entsprechender Gewichtsansätze einer gemeinsamen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zugeführt.

Literatur

- [1] MAREK, G.: Zur Reduktion von Laserentfernungsmessungen nach künstlichen Erdsatelliten.
Vermessungstechnik 23 (1975) 2, S. 57-60
- [2] MAREK, K.-H.: Zur geometrischen Ableitung der Potsdamer Stationskoordinaten aus den Beobachtungen des ISAGEX-Programms.
Nabl. iskusstv. sputn. zemli Nr. 14 (1974), Bukarest 1975, S. 169 - 182
- [3] MAREK, K.-H.: Centering Calculation of Direction- and Range-measurements to Satellites in case of Tracking-Observations.
Paper XV. General Assembly of IUGG/IAG. Moscow 1971

Über den Einfluß von Schwereanomalien auf die
Positionen von künstlichen Erdsatelliten

Von

Dietrich Schoeps

Zusammenfassung

Schwereanomalien auf der Oberfläche der Erde sind die Ursache für Störkräfte, die Veränderungen der Positionen von künstlichen Erdsatelliten zur Folge haben. Man kann diese Positionsänderungen auf Störungen der KEPLER'schen Bahnelemente zurückführen, die zur Berechnung der Satellitenpositionen verwendet wurden. Für praktische Anwendungen wurden Differentialformeln abgeleitet. Eine Anzahl von Modellrechnungen wurden durchgeführt und ihre Ergebnisse analysiert. Daraus konnten dann einige allgemeingültige Schlußfolgerungen formuliert werden.

Summary

Gravity anomalies on the surface of the Earth give rise to disturbing forces, which cause variations of the positions of artificial satellites. These variations of satellite positions can be attributed to perturbations of KEPLER's orbital elements as used for the computation of the satellite positions. Differential formulas are derived for practical applications. A number of model calculations were performed and their results were analysed. Some general conclusions could be formulated.

Résumé

Des anomalies de la pesanteur à la surface de la Terre sont les raisons de forces perturbatrices produisant des changements des positions de satellites artificiels. Ces variations des positions peuvent être ramenées à des perturbations des éléments orbitaux employés pour le calcul des positions. Des formules différentielles pour les applications pratiques ont été dérivées. Plusieurs computations modèles ont été exécutées et les résultats ont été analysés. Quelques conclusions générales laissent se formuler.

Резюме

Аномалии силы тяжести на поверхности Земли являются возмущениями, влекущими наклонения ИСЗ. Изменения в положениях ИСЗ можно перевычислить на возмущения в кеплеровых элементах орбиты, которые были использованы при вычислении этих положений спутников. Для практического применения были выведены дифференциальные формулы. Проведён ряд вычислений на модели. Анализ результатов показал несколько обобщающих заключений.

1. Einleitung

Vor einigen Jahren gelang es in Potsdam, eine Theorie zu entwickeln, die es ermöglichte, den Einfluß der Schwereanomalien der Erde auf die Positionen von künstlichen Erdsatelliten abzuschätzen. In der Weiterentwicklung führte das dazu, für schweregemäß noch unbekannte Teile der Erdoberfläche mittlere Anomalien der Schwere aus Satellitenbeobachtungen abzuleiten. Die Ergebnisse sind in [1, 2, 3] veröffentlicht worden. Die Methode erwies sich in praktischen Rechnungen als gut gangbar und ist auch in anderen Ländern zur Anwendung gekommen.

Die Überlegungen gingen von der Tatsache aus, daß die Bewegung künstlicher Erdsatelliten vom Schwerfeld der Erde und seinen Unregelmäßigkeiten merklich beeinflusst wird. Die durch Schwereanomalien verursachten Störkräfte bewirken eine Änderung der KEPLERschen Bahnelemente und damit eine Abweichung der Position von der in einer ungestörten Bahn. Werden die Positionsabweichungen so groß, daß sie von der Erde aus zu beobachten sind, so lassen sich umgekehrt aus reinen Bahnbeobachtungen Rückschlüsse auf die Größe der Schwereanomalien ziehen.

Deswegen ist es von großem Interesse zu erfahren, wie groß die Abweichungen auf verhältnismäßig kurzen Bogenstücken werden. Auch zu dieser Frage sind bereits Untersuchungen durchgeführt worden [1,3], doch erscheint es jetzt angebracht, sie zu erweitern und vor allem den Genauigkeiten der modernen Meßmethoden anzupassen. Solange die Beobachtung von künstlichen Erdsatelliten nur in Richtungsbestimmungen durch Photographieren gegen den Sternenhintergrund bestand, war es ausreichend, die Störeinflüsse auf einige Meter genau zu bestimmen. Durch die modernen physikalischen Methoden der Satellitenbeobachtung, die Laserentfernungsmessungen und eventuell auch DOPPLER-Beobachtungen, wird der Beobachtungsfehler unter die 1-Meter-Grenze bis zur Dezimetergenauigkeit herabgedrückt. Es erscheint daher angebracht, die Genauigkeiten der Abschätzungen über den Störeinfluß der Schwereanomalien entsprechend bis in den Dezimeter- und eventuell Zentimeterbereich zu erhöhen.

Zunächst werden noch einmal die bereits bestehenden theoretischen Grundlagen für diese Untersuchungen wiederholt und eine Erweiterung entsprechend den erhöhten Genauigkeitsforderungen durchgeführt. Anschließend sind eine Reihe von Modellen berechnet worden; die Ergebnisse wurden analysiert und möglichst allgemein gehaltene Schlußfolgerungen daraus gezogen.

Die Modellrechnungen wurden auf der elektronischen Rechenanlage R 300 der Sternwarte Babelsberg der Akademie der Wissenschaften der DDR ausgeführt. Dabei wurde der Autor von Fr. Ing. H. JURCZYK unterstützt, während Frau I. WEISE die sorgfältige Anfertigung der zahlreichen Skizzen und Diagramme zu danken ist.

2. Theoretische Grundlagen

Ein künstlicher Erdsatellit bewegt sich in einer räumlichen Bahn, die, sofern sie nicht durch äußere Einwirkungen deformiert ist, in bezug auf den Schwerpunkt der Erde

eine KEPLERsche Ellipse darstellt. Der Erdschwerpunkt befindet sich dabei in dem einen Brennpunkt der Bahnellipse. Die momentane Position des Satelliten läßt sich aus den momentanen Werten der sechs KEPLERschen Bahnelemente berechnen. Diese Bahnelemente sind einmal die große Halbachse a der Bahnellipse und ihre Exzentrizität e , wodurch Form und Größe der Bahnellipse bestimmt sind, zum anderen die Neigung der Bahnebene gegenüber der Äquatorebene der Erde, i , die Länge des aufsteigenden Knotens, Ω , und das Argument des Perigäums, ω , wodurch die Lage der Satellitenbahn im Raum in Beziehung zur Erde gesetzt wird. Das sechste Element, die mittlere Anomalie M , gibt eine Beziehung zur Zeit und damit die momentane Position des Satelliten in der vorher schon beschriebenen Bahn an. M ist linear mit der Zeit veränderlich, über die exzentrische Anomalie E wird die wahre Anomalie v berechnet, die entsprechend dem zweiten KEPLERschen Gesetz eine Ortsfunktion des Satelliten ist.

Mittels der KEPLERschen Gleichung

$$(1) \quad M = E - e \sin E,$$

die iterativ zu lösen ist, wird aus

$$(2) \quad \tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2},$$

oder mit

$$(3) \quad \cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E},$$

die wahre Anomalie berechnet. In Verbindung mit den anderen Bahnelementen läßt sich jetzt die Satellitenposition im Raum durch die Koordinaten X, Y, Z darstellen. Die X -Achse ist dabei zum Frühlingspunkt gerichtet, die Z -Achse ist die Rotationsachse der Erde, und die X - Y -Ebene ist die Äquatorebene, wobei das X, Y, Z -System ein Rechtssystem darstellt (Abb. 1). Von der Rotation der Erde wird hier abgesehen. Dann ist

$$(4) \quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos(\omega + v) \cos \Omega - \sin(\omega + v) \sin \Omega \cos i \\ \cos(\omega + v) \sin \Omega + \sin(\omega + v) \cos \Omega \cos i \\ \sin(\omega + v) \sin i \end{pmatrix},$$

wobei der Radiusvektor r aus

$$(5) \quad r = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} = a (1 - e \cos E),$$

berechnet wird.

Bei einer ungestörten Bahnbewegung, die aber praktisch niemals vorhanden ist, verändern sich die Koordinaten entsprechend den Gleichungen (4) und (5) nur infolge der zeitlichen Änderung von v . Treten aber Störkräfte auf, so trifft die Voraussetzung der Unveränderlichkeit der Bahnelemente nicht mehr in Strenge zu. In der vorliegenden Arbeit werden Störkräfte auf Grund von Schwereanomalien betrachtet, die als Mittelwerte für ein gewisses Element der Erdoberfläche repräsentativ sein sollen.

Die Größen der Änderungen der Bahnelemente durch den Einfluß von Anomalien im Erdschwerefeld lassen sich mit Hilfe der GAUSS'schen Störungsgleichungen berechnen. Sie lauten ([1], S.25; [4]):

$$(6a) \quad \frac{da}{dt} = \frac{2}{n \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{a(1-e^2)}{r} K_2 + e \sin v K_3 \right),$$

$$(6b) \quad \frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n a} \left((\cos E + \cos v) K_2 + \sin v K_3 \right),$$

$$(6c) \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{n a \sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \frac{\sin(\omega+v)}{\sin i} K_1,$$

$$(6d) \quad \frac{d\omega}{dt} = -\cos i \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{n a e} \left(\left(\frac{r}{p} + 1\right) \sin v K_2 - \cos v K_3 \right),$$

$$(6e) \quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{n a \sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\omega+v) K_1,$$

$$(6f) \quad \frac{dM}{dt} = -\frac{1-e^2}{n a e} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin v K_2 - \frac{1}{n a} \left(\frac{2r}{a} - \frac{1-e^2}{e} \cos v \right) K_3.$$

In den Formeln (6) bedeutet n die mittlere Winkelgeschwindigkeit des Satelliten und $p = a(1-e^2)$. Obige Formeln lassen sich zur besseren Handhabung umformen. So genügt es, in den Koeffizienten mit konstanten Bahnelementen entlang dem ganzen betrachteten Bogen zu rechnen, denn die Abweichungen der Bahnelemente sind relativ sehr klein. Aus den Formeln (6) entsteht somit die Formelgruppe (7):

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} \frac{da}{dt} = a_2 (1 + e \cos v) K_2 + a_2 e \sin v K_3, \\ \frac{de}{dt} = e_2 (\cos E + \cos v) K_2 + e_2 \sin v K_3, \\ \frac{d\Omega}{dt} = k_1 \frac{\sin(\omega+v)}{1+e \cos v} K_1, \\ \frac{d\omega}{dt} = -k_1 \frac{\sin(\omega+v)}{1+e \cos v} \cos i K_1 + o_2 \frac{(2+e \cos v) \sin v}{(1+e \cos v)} K_2 - o_2 \cos v K_3, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{di}{dt} &= i_1 \frac{\cos(\omega + \nu)}{1 + e \cos \nu} K_1, \\ \frac{d\omega}{dt} &= m_2 \frac{(2 + e \cos \nu) \sin \nu}{(1 + e \cos \nu)} K_2 + m_2 \left(\frac{2e}{1 + e \cos \nu} - \cos \nu \right) K_3. \end{aligned} \right.$$

Dabei haben die Koeffizienten folgende Bedeutung:

$$(8) \left\{ \begin{aligned} a_2 &= \frac{2}{n \sqrt{1 - e^2}}, & e_2 &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a}, \\ k_1 &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a \sin i}, & o_2 &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a e}, \\ i_1 &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a}, & m_2 &= -\frac{1 - e^2}{n a e}. \end{aligned} \right.$$

Mit K_1 , K_2 und K_3 sind die Komponenten der Störbeschleunigung bezeichnet; K_1 ist die Komponente in Richtung senkrecht (normal) zur Bahnebene und positiv nach Norden, K_2 liegt in der Bahnebene des Satelliten senkrecht zum Radiusvektor r und positiv mit wachsendem ν , K_3 ist die radiale Komponente positiv nach außen (Abb. 1).

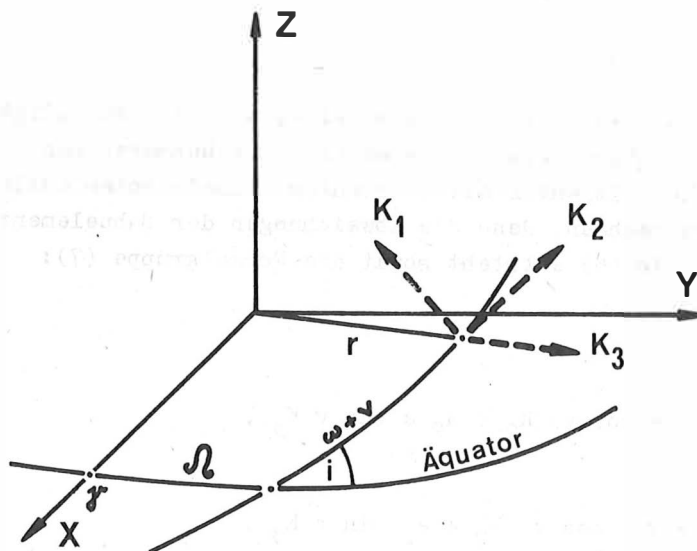


Abb. 1. Komponenten der Störbeschleunigung

Die Komponenten K_1 und K_2 werden berechnet über die Ableitungen des Störpotentials in Richtung wachsender Längen und Breiten, λ und φ .

Die Position des Satelliten läßt sich außer durch die Formeln (4) und (5) auch durch sphärische Polarkoordinaten beschreiben. Es sind dann

$$(9) \quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \varphi_S \cos \lambda_S \\ \cos \varphi_S \sin \lambda_S \\ \sin \varphi_S \end{pmatrix},$$

wobei φ_S und λ_S die Breite und Länge des Durchstoßpunktes des Radiusvektors r durch die kugelförmige Erdoberfläche angeben. Bezeichnet man mit ε noch den Winkel zwischen dem Meridian und der Subsatellitenkurve auf der Erdoberfläche, so ergeben sich

$$(10) \quad \sin \varepsilon = \frac{\cos i}{\cos \varphi_S}, \quad \cos \varepsilon = \frac{\cos (\omega + \nu) \sin i}{\cos \varphi_S}.$$

Daraus können jetzt die Komponenten K_1 und K_2 erhalten werden, indem man

$$(11) \quad K_1 = B \sin \varepsilon - L \cos \varepsilon, \quad K_2 = B \cos \varepsilon + L \sin \varepsilon$$

setzt. Für B , L und K_3 ergeben sich nach [1] die folgenden Beziehungen:

$$(12) \quad \begin{cases} B = -\frac{1}{4\pi} \int \int_q \Delta g \Phi_2 dq, \\ L = -\frac{1}{4\pi} \int \int_q \Delta g \Phi_3 dq, \\ K_3 = -\frac{1}{4\pi} \int \int_q \Delta g (2\Phi_1 + \Phi_4) dq. \end{cases}$$

dq ist ein Flächenelement der Erdoberfläche q , über die das Integral erstreckt wird, Δg ist der für dieses Flächenelement repräsentative Mittelwert der Schwereanomalie.

Die Funktionen Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , und Φ_4 lauten nach [1]:

$$(13) \quad \Phi_1 = \tau^2 \left(\frac{2}{D} + 1 - 3D - \tau \cos \psi (5 + 3 \ln \frac{1 + D - \tau \cos \psi}{2}) \right),$$

$$(14) \quad \Phi_2^* = -\tau^3 \left(\frac{2}{D^3} + \frac{6}{D} + 3 \frac{D - 1 + \tau \cos \psi}{D \sin^2 \psi} - 8 - 3 \ln \frac{1 + D - \tau \cos \psi}{2} \right),$$

$$(15) \quad \Phi_2 = \Psi_2 \Phi_2^* ,$$

$$(16) \quad \Phi_3 = \Psi_3 \Phi_2^* ,$$

$$(17) \quad \Phi_4 = \tau^2 \left(\frac{1 - \tau^2}{D^3} - 1 - 3 \tau \cos \psi \right) .$$

Hierbei ist

$$(18) \quad \tau = \frac{R}{r}$$

und

$$(19) \quad D^2 = 1 - 2 \tau \cos \psi + \tau^2 .$$

In τ ist R der Radius der kugelförmigen Erde, r die Länge des Radiusvektors. Dieser setzt sich aus R und der Höhe des Satelliten über der Kugeloberfläche zusammen. In τ ist deswegen die Höhe des Satelliten enthalten. Da $r > R$ sein muß, so ist immer $\tau < 1$, und zwar um so kleiner, je größer die Satellitenhöhe ist. $r D$ ist der räumliche Abstand zwischen dem Satellitenpunkt S und dem Punkt Q , dem Schwerpunkt des Oberflächenelements, in dem die Anomalie Δg wirkt. Der Winkelabstand zwischen S und Q ist hier mit ψ bezeichnet. Von τ , D und ψ sind die Funktionen $\Phi_1 \dots \Phi_4$ demnach abhängig, also von der Höhe des Satelliten wie auch von der gegenseitigen Lage der Punkte S und Q .

Zur Ermittlung von φ_S und λ_S benutzt man die Formeln (9) im Zusammenhang mit den aus (4) bekannten Zahlenwerten für X , Y , Z . Dann ergibt sich

$$(20) \quad \begin{cases} \varphi_S = \arcsin \left(\frac{Z}{r} \right) , \\ \lambda_S = \arcsin (Y/r \cdot \cos \varphi_S) , \\ \lambda_S = \arcsin (X/r \cdot \cos \varphi_S) . \end{cases}$$

Damit hat man neben den Koordinaten φ_Q , λ_Q des Bezugspunktes auf der Erdoberfläche auch die Koordinaten φ_S , λ_S des Satelliten. Daraus lassen sich jetzt die noch fehlenden Funktionen berechnen:

$$(21) \quad \cos \psi = \sin \varphi_S \sin \varphi_Q + \cos \varphi_S \cos \varphi_Q \cos (\lambda_Q - \lambda_S) ,$$

$$(22) \quad \Psi_2 = \sin \varphi_Q \cos \varphi_S - \cos \varphi_Q \sin \varphi_S \cos (\lambda_Q - \lambda_S) ,$$

$$(23) \quad \Psi_3 = \cos \varphi_Q \sin (\lambda_Q - \lambda_S) .$$

Zur besseren Darstellung der Größenordnungen sei hier eine Tabelle gegeben, die D in Abhängigkeit von der Satellitenhöhe H , bzw. von τ , und von dem sphärischen Abstand ψ wiedergibt (Tab. 1). In Tab. 2. und 3, sind die Werte der Funktionen Φ_2^* und $(2\Phi_1 + \Phi_4)$ wiedergegeben.

Tab. 1. D in Abhängigkeit von τ und ψ

$\psi^\circ \backslash \begin{matrix} H \text{ (km)} \\ \tau \end{matrix}$	200	500	1000	2000
	0,9696	0,9273	0,8645	0,7613
0	0,0304	0,0727	0,1355	0,2387
10	0,1743	0,1829	0,2113	0,2831
20	0,3433	0,3422	0,3502	0,3858
30	0,5106	0,5037	0,5000	0,5109
60	0,9851	0,9657	0,9396	0,9046
90	1,3929	1,3638	1,3219	1,2568
120	1,7058	1,6695	1,6161	1,5300
150	1,9025	1,8617	1,8013	1,7024
180	1,9696	1,9273	1,8645	1,7613

Tab. 2. Die Funktion Φ_2^*

$\psi^\circ \backslash \begin{matrix} H \text{ (km)} \\ \tau \end{matrix}$	200	500	1000	2000
	0,9696	0,9273	0,8645	0,7613
0	-66435,13	-4411,52	-585,62	-81,05
10	-441,53	-326,82	-172,55	-51,56
20	-75,20	-63,61	-46,22	-23,12
30	-27,60	-23,93	-18,67	-11,16
60	-2,69	-2,45	-2,09	-1,51
90	+2,41	+2,00	+1,49	+0,87
120	+4,52	+3,85	+2,99	+1,88
150	+5,50	+4,71	+3,68	+2,35
180	+5,80	+4,97	+3,89	+2,49

Aus Tab. 2. läßt sich erkennen, wie groß der Störeinfluß in Abhängigkeit von der Höhe und dem Winkel zwischen dem Radiusvektor zum Satelliten und dem Schwerpunkt der Störfläche ist. Ebenso wie die Tatsache, daß Störflächen, deren Winkelabstand größer als 30° ist, kaum noch eine Wirksamkeit haben, ist besonders der Einfluß der Höhe erkennbar, doch erstreckt sich dieser noch auf ein kleineres Gebiet.

Tab. 3. Die Funktion $(2\Phi_1 + \Phi_4)$

ψ° \ H (km) τ	200 0,9696	500 0,9273	1000 0,8645	2000 0,7613
0	+2134,58	+363,58	+97,39	+25,43
10	+32,39	+37,64	+32,25	+16,33
20	+8,09	+8,91	+9,00	+6,82
30	+0,76	+1,40	+2,01	+2,16
60	-5,88	-4,93	-3,71	-2,18
90	-4,20	-3,61	-2,84	-1,82
120	+0,74	+0,59	+0,41	+0,21
150	+5,42	+4,61	+3,56	+2,23
180	+7,30	+6,22	+4,83	+3,05

Ähnliches läßt sich auch aus Tab. 3. entnehmen. Hier ist zwar der Einfluß der Satellitenhöhe nicht ganz so stark ausgeprägt wie bei Φ_2^* , doch ist demgegenüber der Umkreis der Wirksamkeit noch stärker eingeschränkt und kann auf höchstens 20° Winkelabstand geschätzt werden.

Damit läßt sich nun die Rechnung durchführen. Mit Gleichungsgruppe (7) können die Änderungen der Bahnelemente nach einer gewissen Zeitspanne berechnet werden. Mit Hilfe dieser veränderten Bahnelemente ist wiederum die durch die Schwereanomalie gestörte Satellitenposition aus den Formeln (4) zu berechnen; man erhält dann damit die Koordinaten X' , Y' , Z' . Die Differenzen ΔX , ΔY , ΔZ zwischen diesen und den ungestörten Koordinaten X , Y , Z , also

$$(24) \quad \Delta X = X' - X, \quad \Delta Y = Y' - Y, \quad \Delta Z = Z' - Z,$$

sind das Ergebnis der Untersuchungen dieser Arbeit. Wie bereits erwähnt, soll die Genauigkeit der berechneten Koordinatendifferenzen innerhalb eines Dezimeters liegen. Da die Koordinaten selbst jedoch eine Größenordnung von 10^4 km haben, müßte die Rechnung auf 10^{-8} genau sein. Bei Verwendung der zur Verfügung stehenden Rechenanlage vom Typ R 300 liegt dieser Bereich aber vollständig unterhalb der gesicherten Stellen, im Bereich der Zahlenrundungen. Bei Modellrechnungen wurde erwartungsgemäß festgestellt, daß auf diese Weise keine reellen Werte zu erhalten sind. Deswegen mußte schließlich von den einfachen Differenzenbeziehungen (24) abgegangen und für praktische Modellrechnungen ein anderer Weg besprochen werden.

Zu diesem Zweck wurden Differentialformeln entwickelt, die es gestatten, die Koordinatenänderungen direkt auszurechnen. Ausgegangen wurde dabei von den Formeln (4) und (5). Schreibt man für (4)

$$(25) \quad X = rk_x, \quad Y = rk_y, \quad Z = rk_z,$$

so bekommt man für die Differentiale dX , dY , dZ

$$(26) \quad \begin{cases} dX = rdk_x + k_x dr, \\ dY = rdk_y + k_y dr, \\ dZ = rdk_z + k_z dr. \end{cases}$$

Zur Ableitung von dr benutzt man Formel (5):

$$r = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} = a (1 - e \cos E).$$

Daraus wird dr erhalten zu

$$(27) \quad dr = \frac{\partial r}{\partial a} da + \frac{\partial r}{\partial e} de + \frac{\partial r}{\partial E} dE.$$

Die beiden ersten partiellen Differentiale sind einfach zu ermitteln:

$$\frac{\partial r}{\partial a} = (1 - e \cos E), \quad \frac{\partial r}{\partial e} = -a \cos E.$$

Zur Ableitung des dritten geht man zur Formel (1) zurück und bekommt

$$M = E - e \sin E, \quad dM = (1 - e \cos E) dE - \sin E de$$

oder schließlich

$$(28) \quad dE = \frac{dM}{1 - e \cos E} + \frac{\sin E}{1 - e \cos E} de.$$

Mit

$$\frac{\partial r}{\partial E} = a e \sin E$$

ergibt sich entsprechend (27), nach Zusammenfassung der Glieder mit de ,

$$(29) \quad dr = (1 - e \cos E) da + \frac{a(e - \cos E)}{1 - e \cos E} de + \frac{a e \sin E}{1 - e \cos E} dE.$$

Es hat sich herausgestellt, daß es für die praktische Berechnung vorteilhafter ist, die Entwicklung von dr nicht mit der exzentrischen Anomalie E , sondern mit der wahren Anomalie v durchzuführen. Dazu wird nun ebenfalls von Formel (5) ausgegangen. Entsprechend (27) wird gesetzt:

$$(30) \quad dr = \frac{\partial r}{\partial a} da + \frac{\partial r}{\partial e} de + \frac{\partial r}{\partial v} dv.$$

Setzt man weiterhin zur Abkürzung

$$r = a \frac{p'}{q} \quad \text{mit} \quad p' = (1 - e^2) \quad \text{und} \quad q = (1 + e \cos v),$$

so ergibt sich mit

$$\frac{\partial r}{\partial a} = \frac{p'}{q}, \quad \frac{\partial r}{\partial e} = -\frac{a}{q^2} (e + \cos v + eq), \quad \frac{\partial r}{\partial v} = \frac{a p'}{q^2} e \sin v$$

entsprechend (30)

$$(31) \quad dr = \frac{p'}{q} da - \frac{a}{q^2} (e + \cos v + eq) de + \frac{a p'}{q^2} e \sin v dv.$$

Darin ist allerdings der Wert von dv noch nicht bekannt. Es ergibt sich

$$(32) \quad \frac{p'}{q} = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} = 1 - e \cos E$$

und damit

$$\cos E = \frac{q - p'}{e q} \quad \text{und} \quad \sin E = \frac{\sin v}{q} \sqrt{p'}.$$

Ferner erhält man durch Differenzieren von (32) nach entsprechenden Umformungen

$$dv = \frac{\sin v}{p'} de + \frac{q}{\sqrt{p'}} dE.$$

Setzt man hier dE ein, wie es in (28) abgeleitet worden ist, so wird schließlich nach einiger Rechnung

$$(33) \quad dv = \frac{q^2}{\sqrt{p'}^3} dM + \sin v \left(\frac{1+q}{p'} \right) de$$

erhalten. Endlich ergibt sich nun für dr die folgende Beziehung, indem man entsprechende Glieder zusammenfaßt:

$$(34) \quad dr = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} da + \frac{a e \sin v}{\sqrt{1 - e^2}} dM - a \cos v de.$$

Die Ausdrücke für dk_x , dk_y und dk_z lassen sich aus (4) einfach ableiten. Man erhält die Ausdrücke

$$(35) \quad dk_x = (-\sin(\omega + \nu) \cos \Omega - \cos(\omega + \nu) \sin \Omega \cos i) (d\omega + d\nu) + \\ + (-\cos(\omega + \nu) \sin \Omega - \sin(\omega + \nu) \cos \Omega \cos i) d\Omega + \\ + \sin(\omega + \nu) \sin \Omega \sin i di ,$$

$$(36) \quad dk_y = (-\sin(\omega + \nu) \sin \Omega + \cos(\omega + \nu) \cos \Omega \cos i) (d\omega + d\nu) + \\ + (\cos(\omega + \nu) \cos \Omega - \sin(\omega + \nu) \sin \Omega \cos i) d\Omega - \\ - \sin(\omega + \nu) \cos \Omega \sin i di ,$$

$$(37) \quad dk_z = \cos(\omega + \nu) \sin i (d\omega + d\nu) + \sin(\omega + \nu) \cos i di .$$

Die hier auftauchenden Differentiale $d\omega$, $d\Omega$, di sind ebenso wie die in (33) enthaltenen da , de und dM durch Integration der Formel (7) über die Zeit t zu gewinnen. Dann können auch die Werte für $d\nu$ und dr nach den Gleichungen (33) und (34) bestimmt werden.

Somit geht die Rechnung folgendermaßen vonstatten: Ausgehend von einem als Anfangspunkt des zu untersuchenden Bahnbogens definierten Bahnpunkt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$, werden mit den dort vorhandenen momentanen Bahnelementen a , e , i , ω und Ω und dem jeweiligen M , das entsprechend dem vergangenen Zeitabschnitt dt bestimmt wird, die Änderungen der Bahnelemente nach (7) bestimmt. Mit Hilfe von (26), (33), (34), (35), (36) und (37) können die Koordinatendifferenzen dX , dY und dZ ermittelt werden. Diese sind naturgemäß abhängig von der Lage der Bahn in bezug auf das Koordinatensystem X , Y , Z . Deswegen lassen sich auch die aus Modellrechnungen erhaltenen Werte schlecht miteinander vergleichen. Es erscheint daher zweckmäßig, andere Komponenten der Positionsstörungen zu bestimmen, die sich auf die Satellitenbahn beziehen.

Es sollen deshalb, ausgehend von den dX , dY und dZ , die Positionsstörungen in Richtung des Radiusvektors (radial), senkrecht zur Bahnebene (normal) und in der Bahnebene senkrecht zum Radiusvektor bestimmt werden. Wäre die Satellitenbahn ein Kreis, so würde die zuletzt genannte Komponente mit der Richtung der Tangente an die Bahn zusammenfallen. Da jedoch die Satellitenbahn eine Ellipse ist, trifft das nur im Perigäum und im Apogäum zu. In allen anderen Punkten der Bahn bildet die genannte Störungskomponente mit der Bahntangente einen spitzen Winkel. Bei den berechneten Modellen, die im vierten Kapitel ausführlich besprochen werden, tritt als größte Exzentrizität der Bahnellipse $e = 0,1$ auf. Damit bleibt der genannte spitze Winkel stets unterhalb von etwa 8° . Aus diesem Grunde und in Ermangelung eines besseren Ausdrucks mag es gestattet sein, die Störkomponente in der Bahnebene senkrecht zum Radiusvektor als tangentielle Komponente zu bezeichnen.

Zur Berechnung dieser drei Komponenten, der radialen δr , der tangentialen δt und der normalen δn , muß das Koordinatensystem entsprechend gedreht werden. Zunächst wird eine Drehung des Systems um seine Z -Achse um den Winkel Ω durchgeführt, es schließt sich eine Drehung in der Größe i um die neue X -Achse an, die dann noch um eine Drehung um die so entstandene Z -Achse mit $(\omega + \nu)$ ergänzt wird. Alle Drehungen geschehen in der gleichen Richtung, nämlich entgegen dem Uhrzeigersinn.

Werden die neuen Koordinaten mit U , V , W bezeichnet, so errechnen sie sich aus

den X, Y, Z nach

$$(38) \quad \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \underline{R}_Z (\omega + \nu) \underline{R}_X (i) \underline{R}_Z (\Omega) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} .$$

Dabei sind die \underline{R} die Rotationsmatrizen, die bei der angegebenen Drehrichtung folgende Gestalt haben:

$$\underline{R}_Z (\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ,$$

$$\underline{R}_X (\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} .$$

Nach Ausführung der entsprechenden Rechnungen erhält man aus (38)

$$(39) \quad \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \underline{A} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

mit der Koeffizientenmatrix \underline{A} . Darin bedeuten

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11} = \cos (\omega + \nu) \cos \Omega - \sin (\omega + \nu) \sin \Omega \cos i , \\ a_{12} = \cos (\omega + \nu) \sin \Omega + \sin (\omega + \nu) \cos \Omega \cos i , \\ a_{13} = \sin (\omega + \nu) \sin i , \\ a_{21} = -\sin (\omega + \nu) \cos \Omega - \cos (\omega + \nu) \sin \Omega \cos i , \\ a_{22} = -\sin (\omega + \nu) \sin \Omega + \cos (\omega + \nu) \cos \Omega \cos i , \\ a_{23} = \cos (\omega + \nu) \sin i , \\ a_{31} = \sin \Omega \sin i , \\ a_{32} = -\cos \Omega \sin i , \\ a_{33} = \cos i . \end{array} \right.$$

Die drei gesuchten Komponenten δt , δn und δr lauten demnach

$$(41) \quad \begin{cases} \delta r = a_{11} dX + a_{12} dY + a_{13} dZ, \\ \delta t = a_{21} dX + a_{22} dY + a_{23} dZ, \\ \delta n = a_{31} dX + a_{32} dY + a_{33} dZ. \end{cases}$$

Werden hier die Ausdrücke für dX , dY und dZ entsprechend (26) und den anderen, daraus abgeleiteten Formeln eingesetzt, so ergeben sich schließlich die Ausdrücke

$$(42) \quad \begin{cases} \delta r = dr, \\ \delta t = r (d\omega + d\nu) + r \cos i d\Omega, \\ \delta n = -r \cos (\omega + \nu) \sin i d\Omega + r \sin (\omega + \nu) di. \end{cases}$$

In diesen Ausdrücken ist deutlich die Abhängigkeit der Komponenten von den Änderungen einzelner Bahnelemente zu sehen. So ist die radiale Komponente der Positionsänderung gleich der Änderung des Radiusvektors und damit abhängig von da , de und dM , die tangentielle Komponente hängt von $d\omega$, de , dM und $d\Omega$ ab, die normale Komponente dagegen allein von den Größen $d\Omega$ und di . Hier spielen also die Änderungen von a , e , ω und M überhaupt keine Rolle.

Wie aus den Formeln (33) und (34) ersichtlich ist, hat die Änderung der mittleren Anomalie dM Einfluß auf die Größe von dr und $d\nu$ und damit auch nach (42) auf δr und δt .

Nun besteht aber nach dem dritten KEPLERSchen Gesetz ein Zusammenhang zwischen der großen Halbachse a der Bahnellipse und der mittleren Winkelgeschwindigkeit n . Danach ist

$$n^2 a^3 = k \mu = \text{const.}$$

Durch Differentiation ergibt sich daraus

$$2 n a^3 dn + 3 n^2 a^2 da = 0$$

oder

$$dn = -\frac{3}{2} \frac{n}{a} da.$$

Diese Änderung der Winkelgeschwindigkeit dn ist also bei dM noch mit zu berücksichtigen. Da der Wert von da im allgemeinen klein ist, ist auch dn sehr klein und beträgt nur etwa 10^{-6} bis 10^{-7} von n .

Somit sind die theoretischen Grundlagen gegeben, und man kann Modellrechnungen durchführen. Aus ihrer Analyse lassen sich weitere Überlegungen und Schlußfolgerungen ableiten.

3. Zweitberechnung der radialen Störkomponente

Kurz soll in diesem Zusammenhang noch eine Methode zur Berechnung der Positionsstörungen von Planeten unter dem Einfluß äußerer Kräfte besprochen werden, die von BROUWER und CLEMENCE [5] angegeben worden ist. Nach entsprechender Modifikation läßt sich dieses Verfahren auch auf die Positionsstörungen künstlicher Erdsatelliten durch Schwereanomalien auf der kugelförmigen Erdoberfläche anwenden. Dabei soll hier nur die radiale Komponente berechnet und mit den früheren Berechnungen verglichen werden.

Ohne auf die Ableitung der Formeln näher einzugehen, wird die in [5], S. 385 angegebene Formel (44) als Ausgangsgleichung benutzt. Sie lautet in der von BROUWER gewählten Schreibweise

$$\delta r = \frac{1}{\mu a (1 - e^2)} \int Q_r r_0^3 \sin [(f) - f] df .$$

Dabei ist unter f die wahre Anomalie zu verstehen, wobei f sich auf den laufenden Punkt in der Bahn bezieht und (f) die wahre Anomalie des jeweils betrachteten Endpunktes der Bahn ist. Die große Halbachse und die Exzentrizität der Bahn sind mit a und e bezeichnet, r_0 ist der Radiusvektor, der sich nach (5) durch

$$r_0 = \frac{a (1 - e^2)}{1 + e \cos f}$$

darstellen läßt. μ hat den Wert $3,98603 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ und stellt den Wert der Erdmasse multipliziert mit der Gravitationskonstante dar. Q_r ist die durch die Schwereanomalien hervorgerufene Störfunktion. Bei BROUWER setzt sich Q_r aus zwei Teilen zusammen, und zwar ist

$$Q_r = 2 \int dR + r \frac{\partial R}{\partial r} .$$

Das Störpotential R läßt sich errechnen aus

$$R = \frac{r}{4\pi} \iint \Delta g \Phi_1 dq ,$$

wobei wieder Δg die mittlere Schwereanomalie des Flächenelements dq ist und die Funktion Φ_1 nach Gleichung (13) bestimmt wird. Zur Ermittlung von R ist also über alle Flächenelemente der Erdoberfläche q zu integrieren. $\partial R / \partial r$ ist die radiale Komponente des Störpotentials, sie wurde im vorhergehenden Abschnitt mit K_3 bezeichnet und nach Formel (12) berechnet.

Die praktische Rechnung gestaltet sich demnach folgendermaßen: Der Bahnbogen wird in kurze Abschnitte geteilt, für deren Endpunkte die Werte der wahren Anomalie f bestimmt werden. Aus f_a am Anfang und f_e am Ende eines jeden solchen Abschnitts der Bahn wird df bestimmt nach

$$df = (f_e - f_a) \cdot$$

Ebenso werden für die gleichen Werte von f auch die Größen des Störpotentials R bestimmt.

Für ein mittleres \bar{f} in jedem Abschnitt, wobei

$$\bar{f} = 0,5 (f_a + f_e)$$

ist, werden r und rK_3 berechnet. So läßt sich für den betreffenden Abschnitt auch die Störfunktion Q_r ermitteln. Dann wird $Q_r \cdot r^3$ mit dem Sinus des Winkels zwischen der wahren Anomalie des betrachteten Abschnitts und der des jeweils betrachteten Endpunktes der Bahn multipliziert und über df integriert. Schließlich ist noch die vor dem Integral stehende Konstante zu berücksichtigen.

Für eines der Modelle, die in den nächsten Abschnitten näher besprochen werden, wurde δr nach der eben geschilderten Methode von BROUWER berechnet und mit der nach den Formeln des vorhergehenden Abschnitts errechneten radialen Störkomponente verglichen. Die Übereinstimmung der Werte war gut, die maximale Abweichung zwischen den beiden Ergebnissen betrug weniger als 10 %.

4. Modellrechnungen und ihre Analyse

Um die Einwirkung von Schwereanomalien auf die Satellitenpositionen auch zahlenmäßig zu prüfen, wurden unter Verwendung der in Kap. 2 zusammengestellten Rechenformeln eine Reihe von ausführlichen Modellrechnungen durchgeführt. Es wurde dabei auf die Verwendung einfacher Modelle Wert gelegt, damit sich die Analyse der Ergebnisse einfacher und übersichtlicher gestaltete.

Die Berechnungen wurden auf der Rechenanlage R 300 der Sternwarte Babelsberg der Akademie der Wissenschaften der DDR ausgeführt. Zu diesem Zweck wurden Rechenprogramme in ALGOL 60 aufgestellt.

Der gesamte zu untersuchende Bahnbogen wurde in kleine Abschnitte aufgeteilt, die den Weg des Satelliten für einen Zeitabschnitt von 10 s approximieren sollten. Die Koeffizienten der Störungsgleichungen wurden immer für die Mitte eines solchen Bahnabschnitts berechnet; dadurch war eine optimale Angleichung an die tatsächliche Bahnkurve gewährleistet.

Die Längen der untersuchten Bahnbögen waren bei den einzelnen Modellen unterschiedlich. Extremwerte waren 4038 km und 7934 km, im Mittel waren die Bögen etwa 5800 km lang. Dazu waren Integrationen über 50 bis 100 Abschnitte notwendig. Es sollen nun anhand von Tabellen und Diagrammen die Ergebnisse der Modellrechnungen analysiert werden.

4.1. Die Modelle 1 und 2

Die beiden ersten Modelle sollten den Nachweis erbringen, daß die Positionsabweichungen des Satelliten direkt und linear abhängig sind vom Wert der Schwereanomalie der Störfläche. Während die große Halbachse bei beiden Modellen gleich war, ($a = 7378,0$ km), betrug beim Modell 1 die Bahnexzentrizität $e = 0,1$, und beim Modell 2 war $e = 0,01$. Die Störfläche hatte die Größe von $15^\circ \times 15^\circ$, die Subsatellitenkurve verlief etwa durch den Schwerpunkt der Störfläche. Die Bahnneigung wurde zu $i = 85^\circ$ angesetzt, der Bogen begann in der Nähe des Perigäums ($M_0 = 5^\circ$, M_0 ist die mittlere Anomalie des Bogenanfangspunktes) (Abb. 2).

Bogenlängen

Modell 1: 6002 km

Modell 2: 5597 km

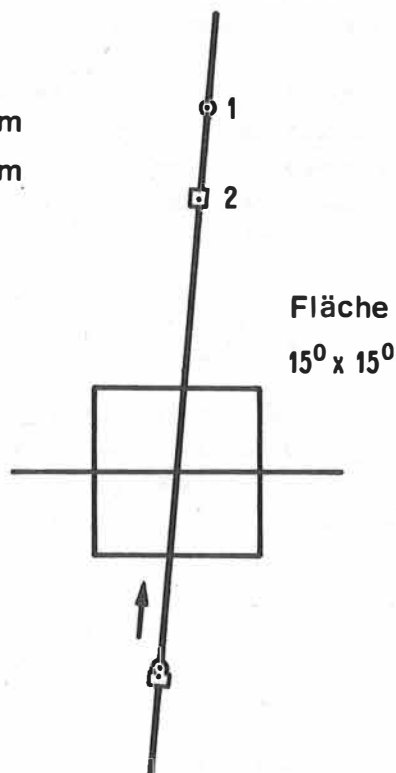


Abb. 2. Lageschema der Modelle 1 und 2

Wegen der verschiedenen Bahnexzentrizitäten waren auch die Satellitenhöhen bei beiden Modellen recht unterschiedlich. Natürlich waren wegen der entsprechenden Gültigkeit des dritten KEPLERSchen Gesetzes die Längen der Bahnbögen ebenfalls unterschiedlich, obgleich bei beiden Modellen 75 Integrationsabschnitte betrachtet wurden.

	Modell 1	Modell 2
Große Halbachse a [km]	7378,0	7378,0
Exzentrizität e	0,1	0,01
Maximale Höhe [km]	546	951
Minimale Höhe [km]	266	927
Bogenlänge [km]	6002	5597

Für die Schwereanomalien der Störfläche wurden beim ersten Bahnmodell $\Delta g = 100$ mGal, 10 mGal und 1 mGal angenommen, wofür die Modellbezeichnungen 1.1, 1.2 und 1.3 gewählt wurden. Beim zweiten Bahnmodell wurden mit 2.1 und 2.2 die Beispiele bezeichnet, für die $\Delta g = 10$ mGal und 1 mGal betragen. In Tab. 4. sind die Zahlenwerte der Abweichungen nach 25, 50 und 75 Integrationsritten bei den drei zu Bahnmodell 1 gehörenden Varianten, in Tab. 5. die für die beiden Varianten des Bahnmodells 2 dargestellt. Die normalen Komponenten der Abweichungen waren, bedingt durch die symmetrische Lage der Satellitenbahn in bezug auf die Störfläche, praktisch Null. In Tab. 4 und 5 zeigt sich die strenge lineare Abhängigkeit der Abweichungen von der Größe der Schwereanomalie deutlich, sie war auf Grund der Gestalt der Rechenformeln für K_1 , K_2 und K_3 von vornherein zu erwarten. Eindrucksvoll kommt aber beim Vergleich der absoluten Größen der Einfluß der Satellitenhöhe zum Ausdruck, welche hier abhängig ist von der Größe der Bahnexzentrizität.

Tab. 4. Bahnabweichungen beim Modell 1

Zahl der Integr.- Abschnitte	Tangentiale Komponente in [m] bei Variante			Radiale Komponente in [m] bei Variante		
	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
25	+6,45	+0,64	+0,06	-5,60	-0,56	-0,06
50	+56,21	+5,62	+0,56	-85,27	-8,53	-0,85
75	+132,05	+13,20	+1,32	-166,54	-16,65	-1,67

Tab. 5. Bahnabweichungen beim Modell 2

Zahl der Integr.- Abschnitte	Tangentiale Komponente in [m] bei Variante		Radiale Komponente in [m] bei Variante	
	2.1	2.2	2.1	2.2
25	+0,33	+0,03	-0,29	-0,03
50	+1,98	+0,20	-2,40	-0,24
75	+4,19	+0,42	-5,59	-0,56

In den Diagrammen der Abb. 3. werden die Ergebnisse für das erste Rechenmodell noch näher untersucht. Die erste Kurve gibt den Verlauf der Höhen in bezug auf das durch einen waagerechten Strich angedeutete Flächenelement an. Wie ersichtlich, steigt die Höhe des Satelliten auf etwa den doppelten Betrag an. Darunter sind die

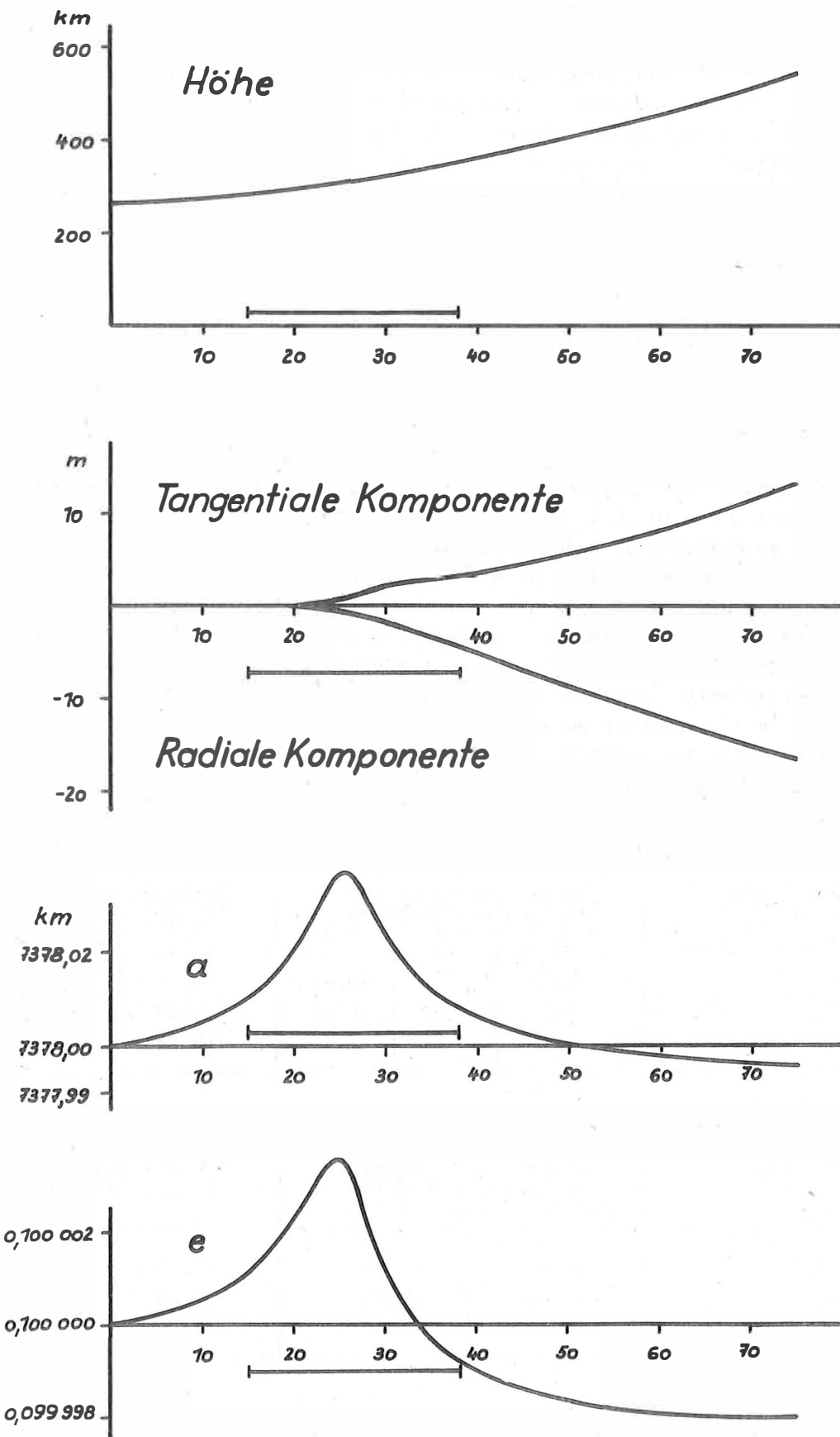


Abb. 3. Auswertung der Modellvariante 1.2

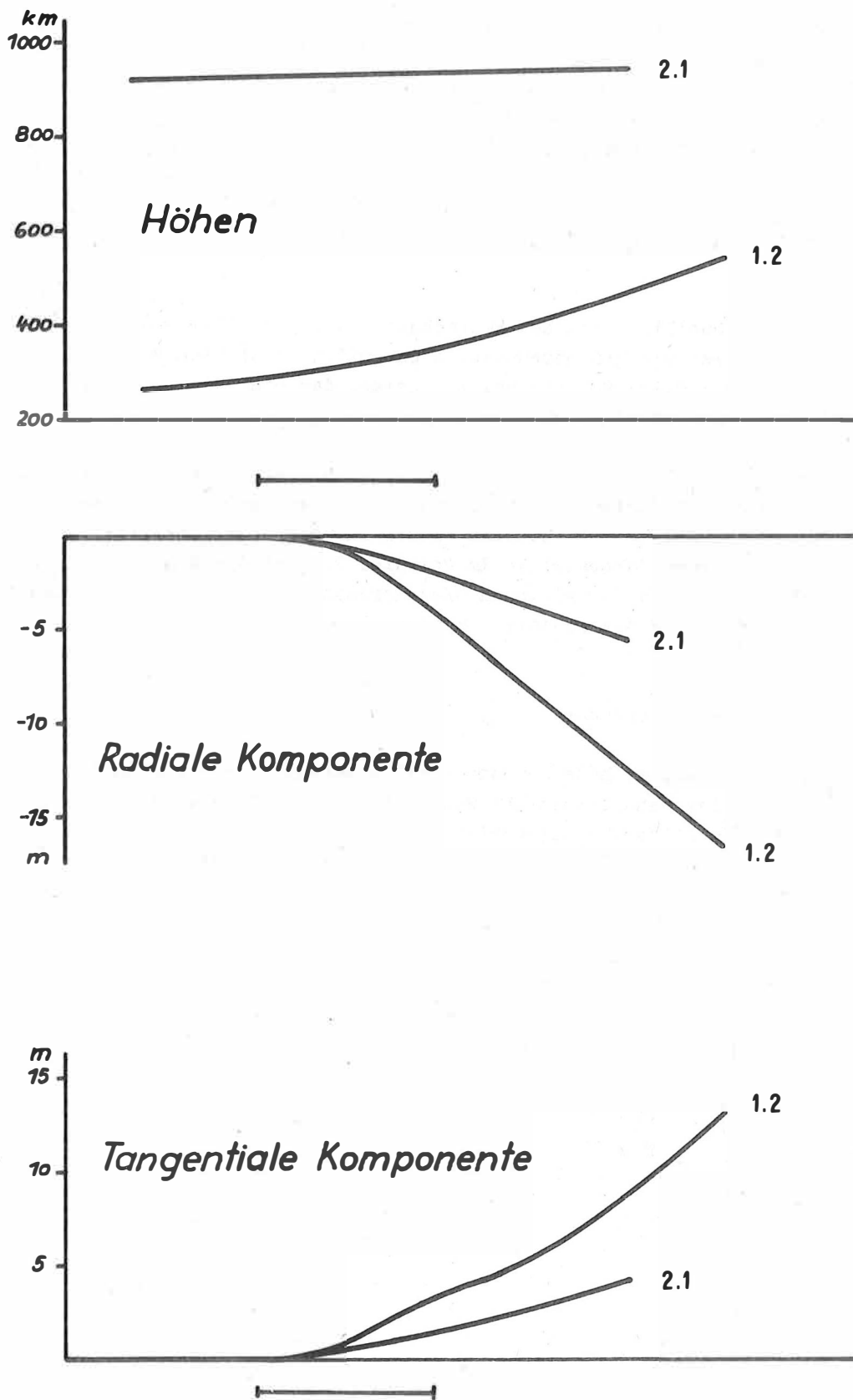


Abb. 4. Vergleich der Modellvarianten 1.2 und 2.1

tangentialen und radialen Komponenten bei einem Δg von 10 mGal dargestellt. Es zeigt sich der zu erwartende Verlauf der Kurven; erst dann, wenn der Abstand des Satellitenpunktes vom Flächenschwerpunkt minimal wird, erreichen die Abweichungen größere Werte. Die beiden unteren Diagramme geben noch die Veränderungen von a und e an. Unter dem Einfluß der Störkräfte wächst a im Bereich der Störfläche bis zu ihrer Mitte um etwa 37 m an, um dann wieder kleiner zu werden, bis es sich, wenn der Satellit sich dem stärksten Einfluß der Störfläche entzogen hat, bei einem kleineren als dem Ausgangswert einpendelt. Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse auch bei der Exzentrizität e .

So wird aus einer Bahnellipse mit der Halbachse $a = 7\,378\,000$ m und $e = 0,1$ allein bei einem Passieren der genannten Störfläche mit 10 mGal eine Bahnellipse mit $a = 7\,377\,995$ m und $e = 0,099998$. Das hat zur Folge, daß sich die Satellitenhöhen im Perigäum und im Apogäum um +10 m bzw. -20 m ändern.

Interessant ist auch noch ein Vergleich der Ergebnisse der beiden Modellrechnungen 1.2 und 2.1, die sich lediglich durch die verschiedenen Bahnexzentrizitäten von 0,1 bzw. 0,01 unterscheiden. In Abb. 4. sind wieder zunächst die Satellitenhöhen der beiden Bahnbögen im Diagramm dargestellt. Im Beispiel 2.1 ist die Höhe etwa 2-3mal größer als beim Modell 1.2. In der gleichen Größenordnung variieren auch die Zahlenwerte für die tangentiale und die radiale Komponente.

4.2. Der Einfluß der Satellitenhöhe

Die Einwirkung der Satellitenhöhe auf die Positionsabweichungen soll bei den nächsten Modellrechnungen eingehend untersucht werden (Abb. 5.). Dazu wurden vier Bogenstücke der gleichen Satellitenbahn betrachtet. Auch hier wurden $a = 7378$ km, $e = 0,1$ und $i = 85^\circ$ gesetzt, während Ω wieder so gewählt wurde, daß die Subsatellitenbahn die Störfläche etwa im Mittelpunkt durchläuft.

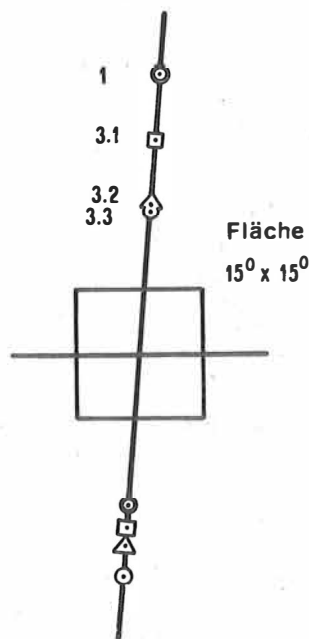


Abb. 5. Der Einfluß der Satellitenhöhe, Lageschema

Veränderlich war nur das Argument des Perigäums und natürlich dementsprechend auch der Anfangswert der mittleren Anomalie. Das erste Bogenstück war durch die Modellvariante 1.2 mit $M_0 = 5^\circ$ gegeben, davon ausgehend wurden die Bögen 3.1 ($\omega = 291^\circ$, $M_0 = 40^\circ$), 3.2 ($\omega = 246^\circ$, $M_0 = 80^\circ$) und 3.3 ($\omega = 196^\circ$, $M_0 = 130^\circ$) betrachtet. Während das Bogenstück 1.2 in der Nachbarschaft des Perigäums liegt und damit dort die kleinsten Satellitenhöhen auftreten, enthält 3.3 das Apogäum, wo die Satellitenhöhe maximal ist. Die Bögen 3.1 und 3.2 liegen dazwischen. Die nach den Ergebnissen zusammengestellten Diagramme zeigt Abb. 6. Nach den Angaben über die Satellitenhöhen geben die Diagramme für die tangentiale und die radiale Komponente Aufschluß über die Ergebnisse der Berechnungen. Ganz eindeutig sind hier die Resultate auf die verschiedenen Satellitenhöhen zurückzuführen; dabei zeigen die Kurven für die Bögen 3.2 und 3.3, die eng nebeneinander verlaufen, daß die Höhe sich nicht etwa direkt oder gar linear auswirkt, sondern nur implizit in der Rechnung enthalten ist.

4.3. Kleine Neigung der Satellitenbahnebene

Wurden bisher immer Satellitenbahnen betrachtet, die einen großen Winkel ($i = 85^\circ$) mit dem Äquator bildeten, so sollte im Modell 4 ein Bogen der Bahn mit $i = 2,5^\circ$ untersucht werden. M_0 war dabei 30° . Die Skizze und die dazugehörigen Diagramme sind in Abb. 7. wiedergegeben. Der Satellit überquert das Störflächenelement dabei in west-östlicher Richtung, aber wiederum symmetrisch zum Flächenschwerpunkt. Obschon die Kurven der tangentialen und radialen Komponenten der Positionsabweichung im Prinzip das gleiche Aussehen haben wie in den bisherigen Abbildungen, so sind doch die absoluten Größen erheblich kleiner, was auf die stark wachsende Satellitenhöhe im Bereich der Störfläche zurückzuführen ist und auch darauf, daß der Satellit die Störfläche erst in der zweiten Hälfte des untersuchten Bahnstücks erreicht. Deutlich ist hier der schon in Kap. 2 diskutierte Größenverlauf der Funktionen Φ erkennbar.

4.4. Einfluß der Größen der Störflächen

Die nächsten Modellrechnungen sollten den Einfluß der Form der Störfläche auf die Positionsabweichung zeigen. Eine Gesamtfläche von $30^\circ \times 30^\circ$ Größe wurde auf verschiedene Weise in unterschiedlich große Teilflächen zerlegt (Abb. 8). Von neun Teilflächen im Modell 5.1 mit je $10^\circ \times 10^\circ$ Größe ging die Unterteilung bis zu 40 Teilflächen, bei denen die kleinsten nur $3,75^\circ \times 3,75^\circ$ Größe hatten. Die Gesamtfläche blieb dabei immer gleich, ebenso wie auch die Schwereanomalie von $\Delta g = 10$ mGal für jede Fläche gleich war. Selbstverständlich war auch die Satellitenbahn bei allen Modellen dieselbe, mit den Bahnelementen $a = 7378,0$ km, $e = 0,1$, $i = 85^\circ$, $M_0 = 5^\circ$. Die dazugehörigen Diagramme auf Abb. 9. zeigen anschaulich, daß sowohl bei der tangentialen als auch bei der radialen Komponente der Abweichungen die verschiedene Aufteilung der Gesamtfläche keine ausschlaggebende Rolle spielt. Die einzelnen Modelle lassen sich in den Diagrammen gar nicht alle darstellen, weil die Kurven weitgehend übereinstimmen.

Deswegen wurden in Tab. 6. die Komponenten für die einzelnen Modelle zahlenmäßig zusammengestellt, und zwar für die Mitte des Bogens und sein Ende. Bei den ersten zwei Komponenten liegen die Differenzen zwischen dem maximalen und dem minimalen Wert am Bogenende bei etwa 10 % des durchschnittlichen Wertes. Hier ist also der Einfluß der verschiedenartigen Aufteilung klein und fast bedeutungslos. Ganz anders liegen die

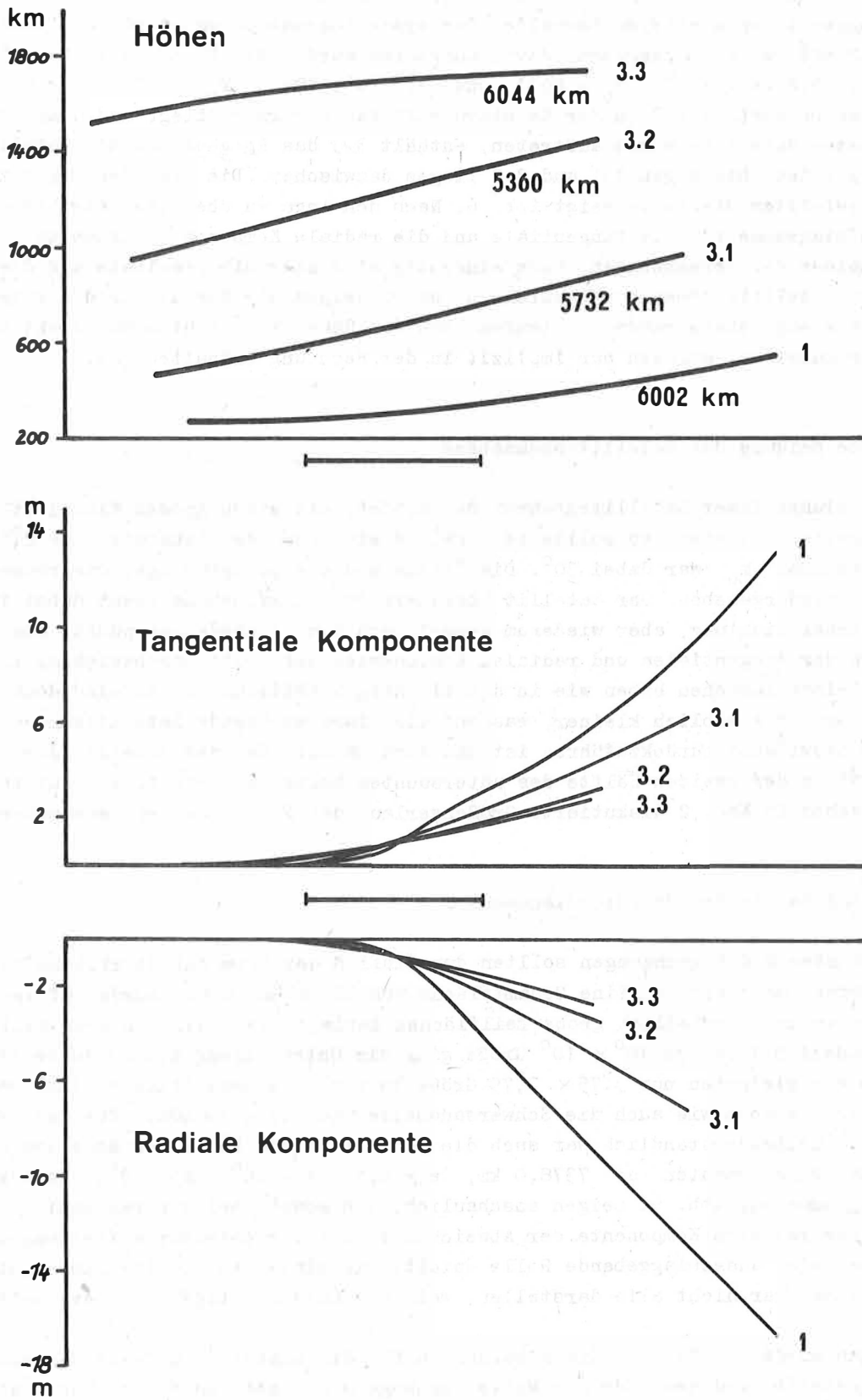


Abb. 6. Der Einfluß der Satellitenhöhe

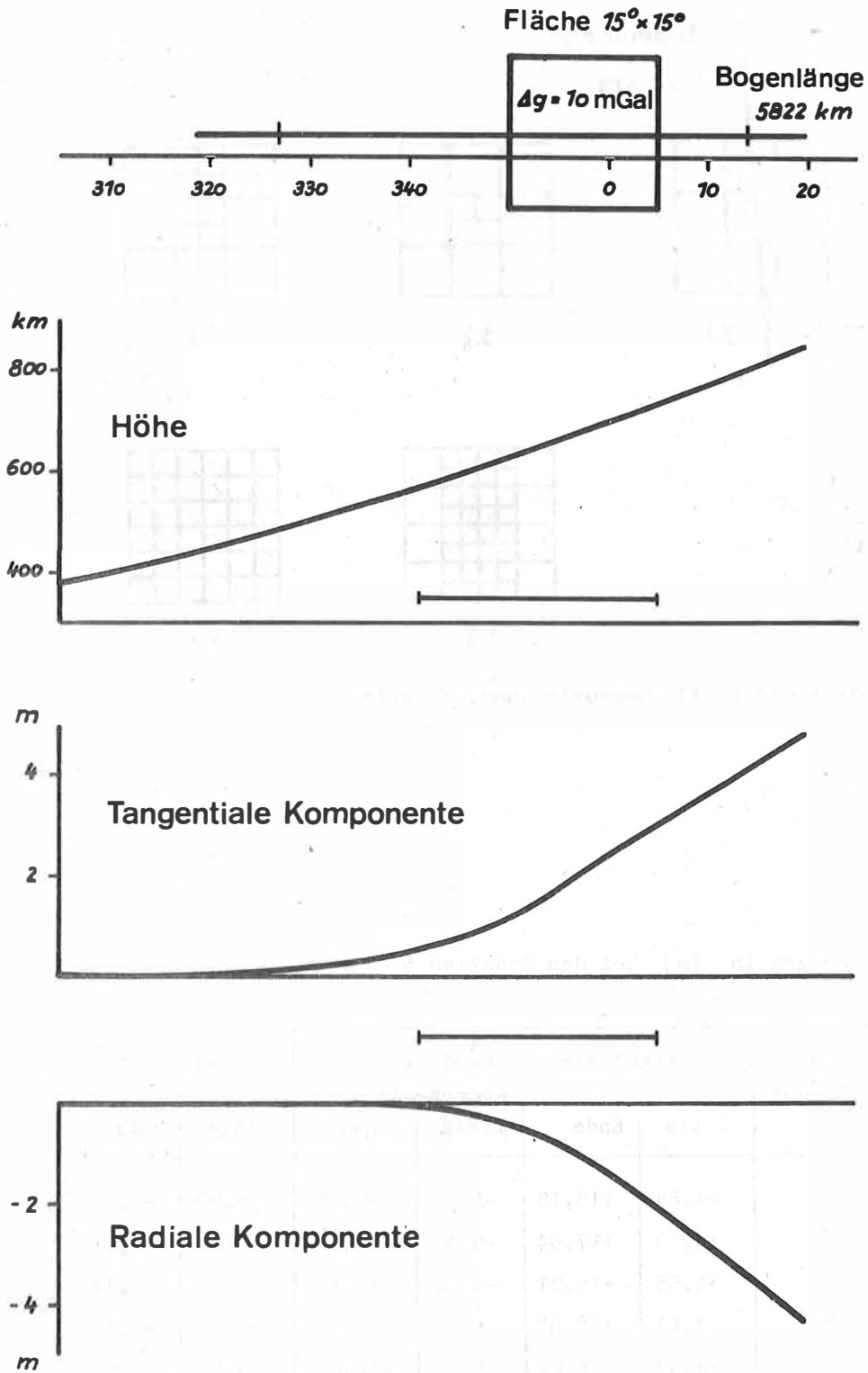


Abb. 7. Modell 4 mit kleiner Bahnneigung

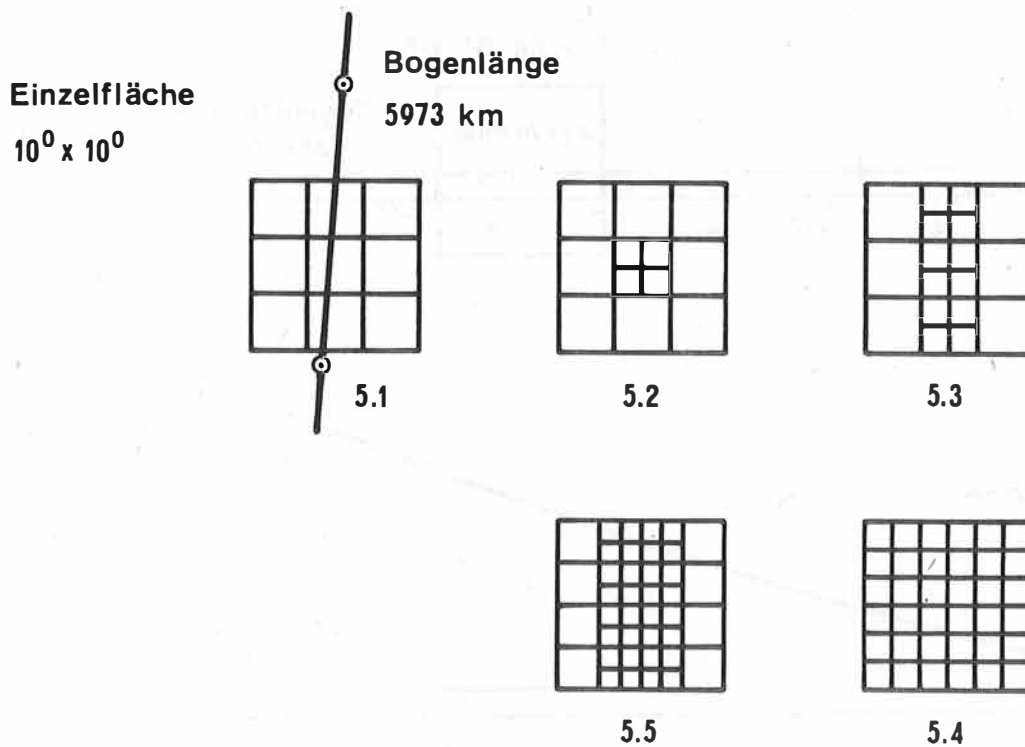


Abb. 8. Verschiedenartige Flächenaurteilung, Modelle 5

Tab. 6. Abweichungen in [m] bei den Modellen 5

Modell Nr.	Anzahl der Teilflächen	Tangentiale		Radiale Komponente		Normale	
		Mitte	Ende	Mitte	Ende	Mitte	Ende
5.1	9	+4,84	+18,15	-6,07	-22,58	-1,99	-5,70
5.2	12	+4,63	+17,04	-5,69	-21,04	-1,52	-3,91
5.3	18	+4,55	+16,21	-5,68	-19,84	-0,01	-0,37
5.4	36	+4,63	+16,65	-5,87	-20,50	+0,03	-0,28
5.5	40	+4,52	+16,27	-5,68	-20,09	-0,20	-0,89

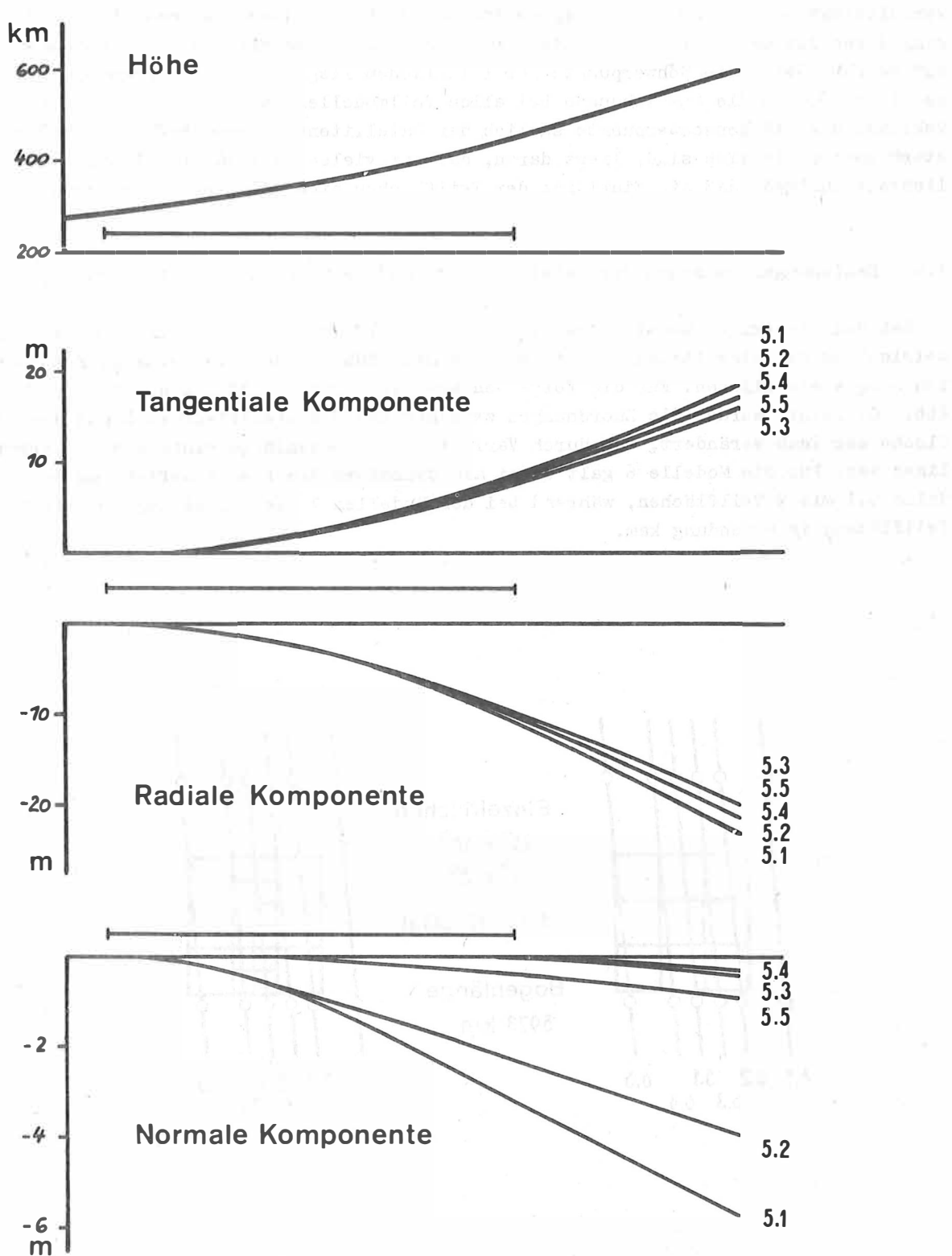


Abb. 9. Auswertung der Berechnungen der Modelle 5

Verhältnisse bei der normalen Komponente. Gerade bei annähernd symmetrischem Durchgang durch die Gesamtfläche ist die normale Abweichung wesentlich davon abhängig, auf welcher Seite die Schwerpunkte der Teilflächen liegen. Im vorliegenden Falle ist es offenbar, daß die Abweichungen bei allen Teilmodellen negativ sind, weil sich die Mehrzahl der Flächenschwerpunkte südlich der Satellitenbahnebene befindet. Daß sie stark unterschiedlich sind, liegt daran, daß bei vielen kleinen Störflächen die Möglichkeit zunimmt, daß die Einflüsse der Teilflächen sich einander teilweise aufheben.

4.5. Beziehungen zwischen der Satellitenbahn und der Lage der Störflächen

Bei den bisherigen Modellen wurde die Subsatellitenkurve immer einigermaßen symmetrisch zu den Störflächen gelegt, was oft dazu führte, daß die normalen Komponenten sehr klein blieben. Für die folgenden Modelle 6 und 7 gilt das nicht mehr. Wie Abb. 10. zeigt, wurden die Zuordnungen zwischen den Subsatellitenkurven und der Störfläche mehrfach verändert, was durch Variation der Knotenlänge einfach zu bewerkstelligen war. Für die Modelle 6 galt dabei als Grundform die Flächenaufteilung des Modells 5.1 mit 9 Teilflächen, während bei den Modellen 7 die Aufteilung 5.3 mit 18 Teilflächen in Anwendung kam.

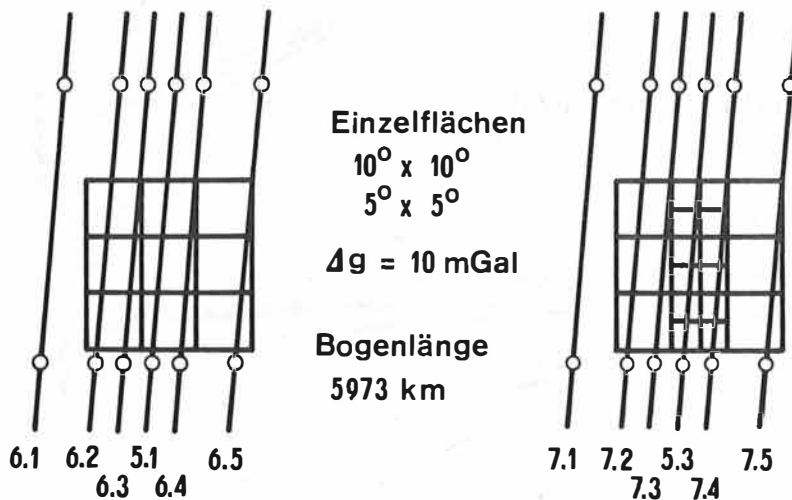


Abb. 10. Lageschema für die Modelle 6 und 7

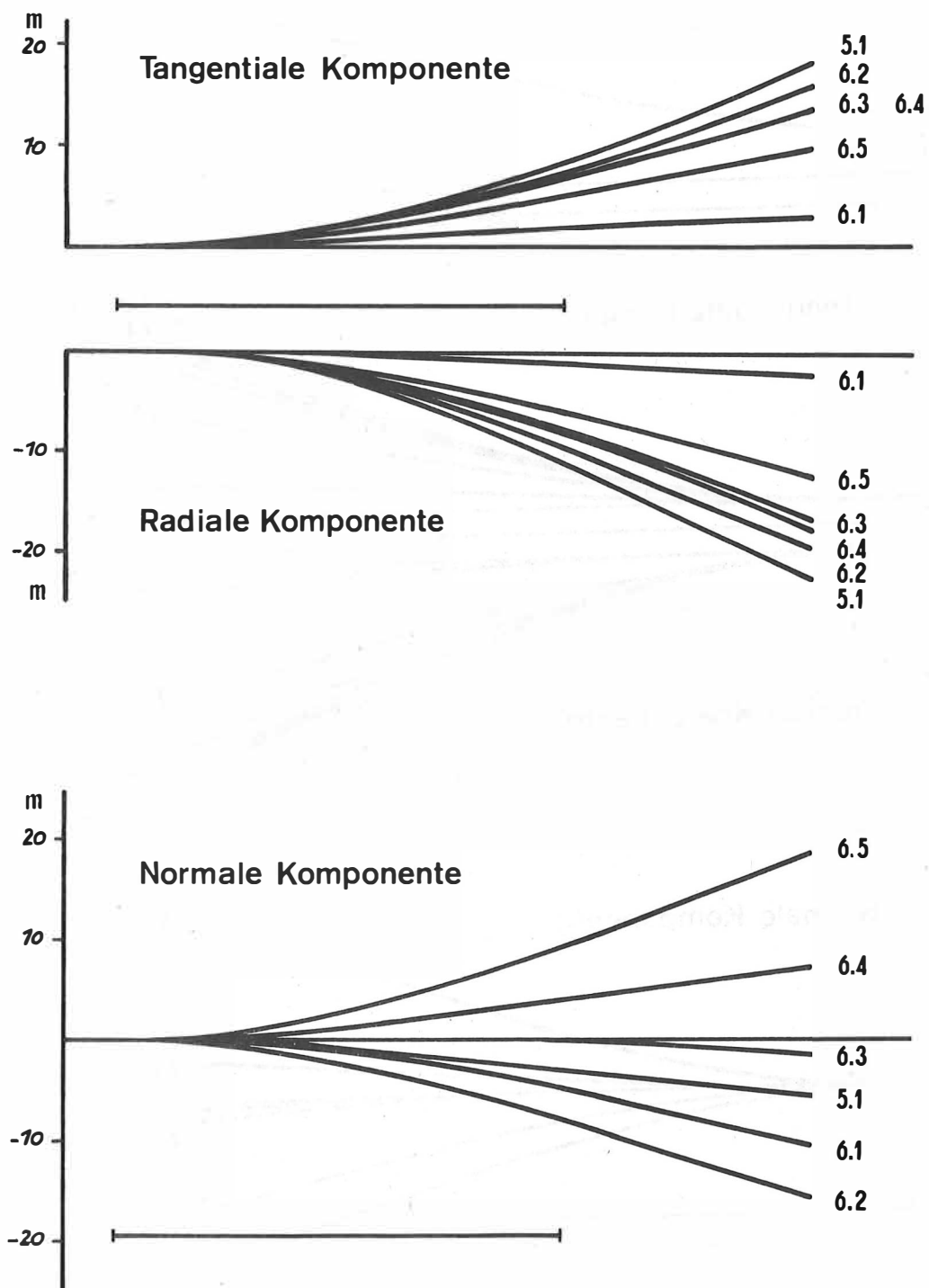


Abb. 11. Auswertung der Berechnungen der Modelle 6

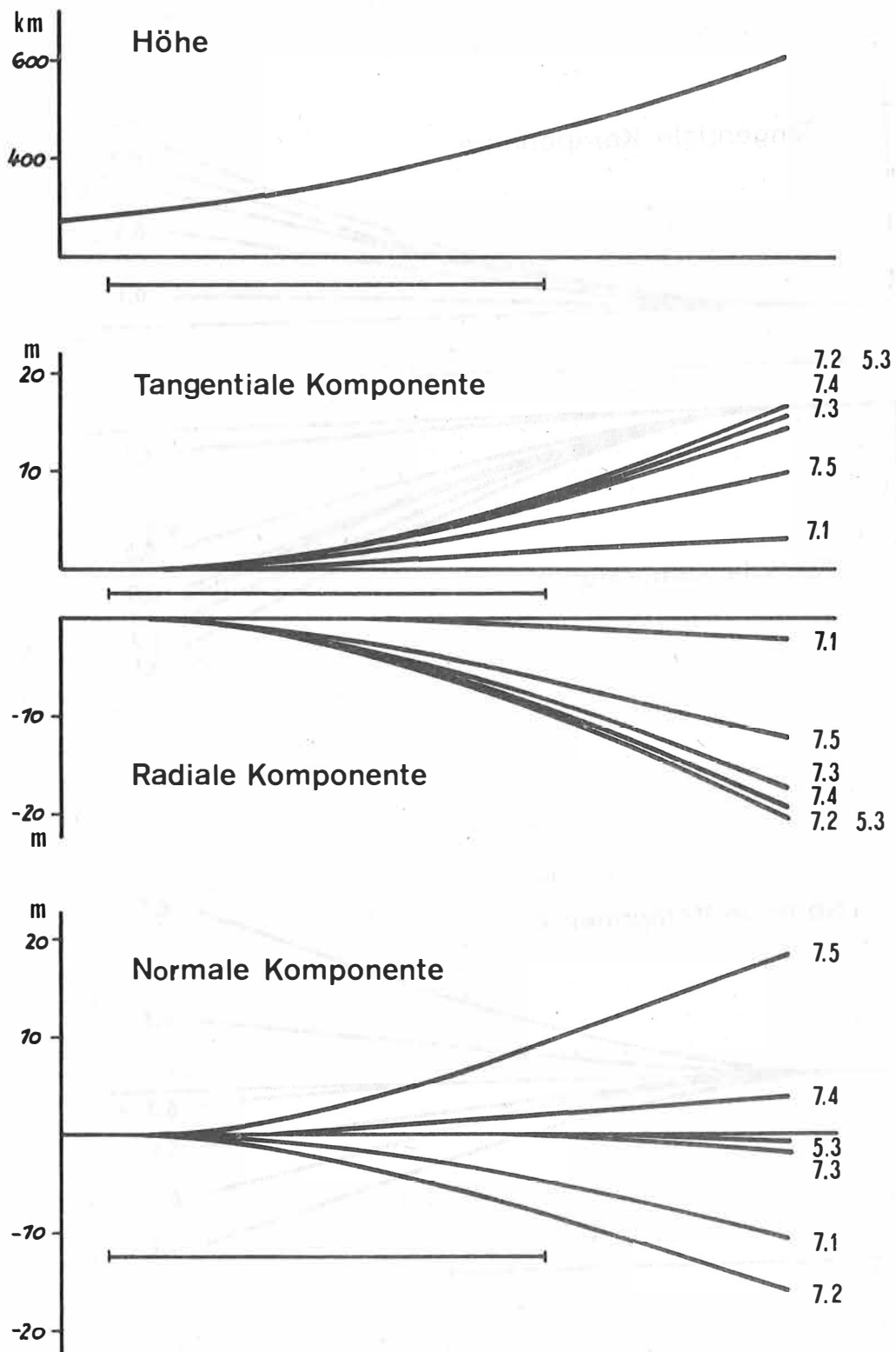


Abb. 12. Auswertung der Berechnungen der Modelle 7

Eine Auswertung der Rechnungen für die Modelle 6 in Verbindung mit 5.1 zeigen die Diagramme der Abb. 11. Unter Berücksichtigung des bisher Gesagten brauchen zu den Ergebnissen keine umfangreichen Erläuterungen gegeben werden. Es war schon von der Anschauung her zu erwarten, daß für die tangentiale und die radiale Komponente bei den am weitesten außen liegenden Beispielen 6.1 und 6.5 auch die kleinsten Werte errechnet werden müssen, während für 5.1, das zentral und damit symmetrisch liegt, die größten Werte zu erwarten waren. Ebenso bilden die Kurven für die normale Komponente keine Überraschungen mehr. Hier ist notwendigerweise das Ergebnis für die weiter außen liegenden Beispiele größer als für die zentral gelegenen.

Ähnlich können auch die in Abb. 12. dargestellten Diagramme gewertet werden. Das Auffällige ist hierbei nur, daß bei einigen im Zentrum liegenden Beispielen die Kurven weitgehend übereinstimmen. Aber auch das ist angesichts der oben geschilderten Überlegungen über die Auswirkungen mehrerer kleiner Flächen keine Überraschung.

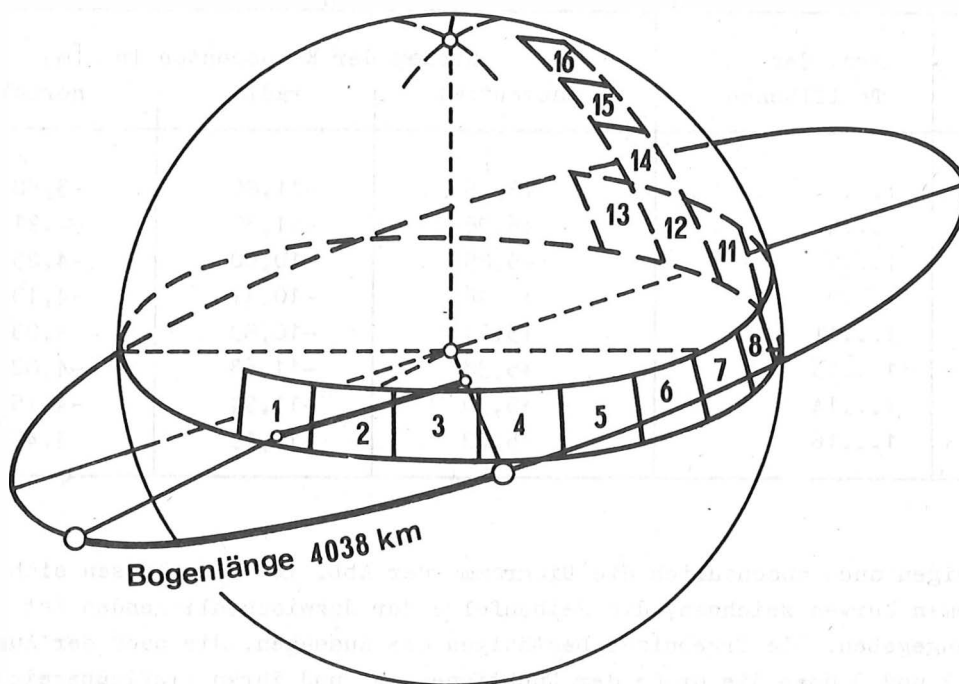


Abb. 13. Lageschema einer Kette von Störflächen, Modelle 8

4.6. Der Einfluß weit entfernter Flächenelemente

Die nächsten Modelle sollten die Frage klären helfen, wie stark der Einfluß von Flächenelementen ist, die von der Subsatellitenkurve weit entfernt liegen. Zu diesem Zweck wurde ein 4038 km langer Satellitenbahnbogen untersucht. Auch hier waren $a = 7378$ km und $e = 0,1$, die Neigung i wurde jedoch zu 30° angenommen, wobei $M_0 = 2^\circ$ gesetzt wurde. Die Position des Satelliten wurde durch eine Kette von aneinandergereihten Störflächen von je $15^\circ \times 15^\circ$ mit Anomalien von wieder 10 mGal beeinflusst (Abb. 13). Die gesamte Kette umfaßte mehr als den halben Äquatorumfang und war am Ende noch durch weitere Flächen verstärkt. Insgesamt werden 16 Störflächen betrachtet.

Wie in Tab. 7. dargestellt, begann die erste Rechnung 8.1 mit drei Störflächen, in den weiteren Rechnungen wurden diese jeweils um zwei erweitert. In der Tabelle sind die Größen der Positionsabweichungen mitgeteilt. Es ist erkennbar, daß bis zur Fläche 7 noch ein signifikanter Einfluß vorliegt, daß aber weiter entfernte Flächen nur noch einen sehr geringen Einfluß auf das Ergebnis haben.

Tab. 7. Übersicht über die Modelle 8

Modell Nr.	Nrn. der Teilflächen	Größen der Komponenten in [m]		
		tangential	radial	normal
8.1	1...3	+5,46	-11,86	-3,58
8.2	1...5	+6,08	-11,30	-4,21
8.3	1...7	+5,85	-10,60	-4,25
8.4	1...9	+5,46	-10,41	-4,13
8.5	1...11	+5,24	-10,83	-4,03
8.6	1...13	+5,34	-11,63	-4,08
8.7	1...14	+5,30	-11,94	-4,15
8.8	1...16	+5,08	-12,19	-4,45

Das zeigen auch anschaulich die Diagramme der Abb. 14. Hier lassen sich nur noch die extremen Kurven zeichnen, die Reihenfolge der dazwischenliegenden ist durch ihre Nummern angegeben. Die Ergebnisse bestätigen die Aussagen, die nach der Auswertung der Tab. 2 und 3 über die Größe der Funktionen Φ und ihren Einflußbereich gemacht wurden.

4.7. Versuch zur Bestimmung der optimalen Flächengröße

Bei allen bisherigen Rechnungen wurden immer nur eines oder wenige der Bahnelemente variiert, woraus die verschiedenartigen Ergebnisse resultierten, die auszuwerten hier der Versuch gemacht wurde.

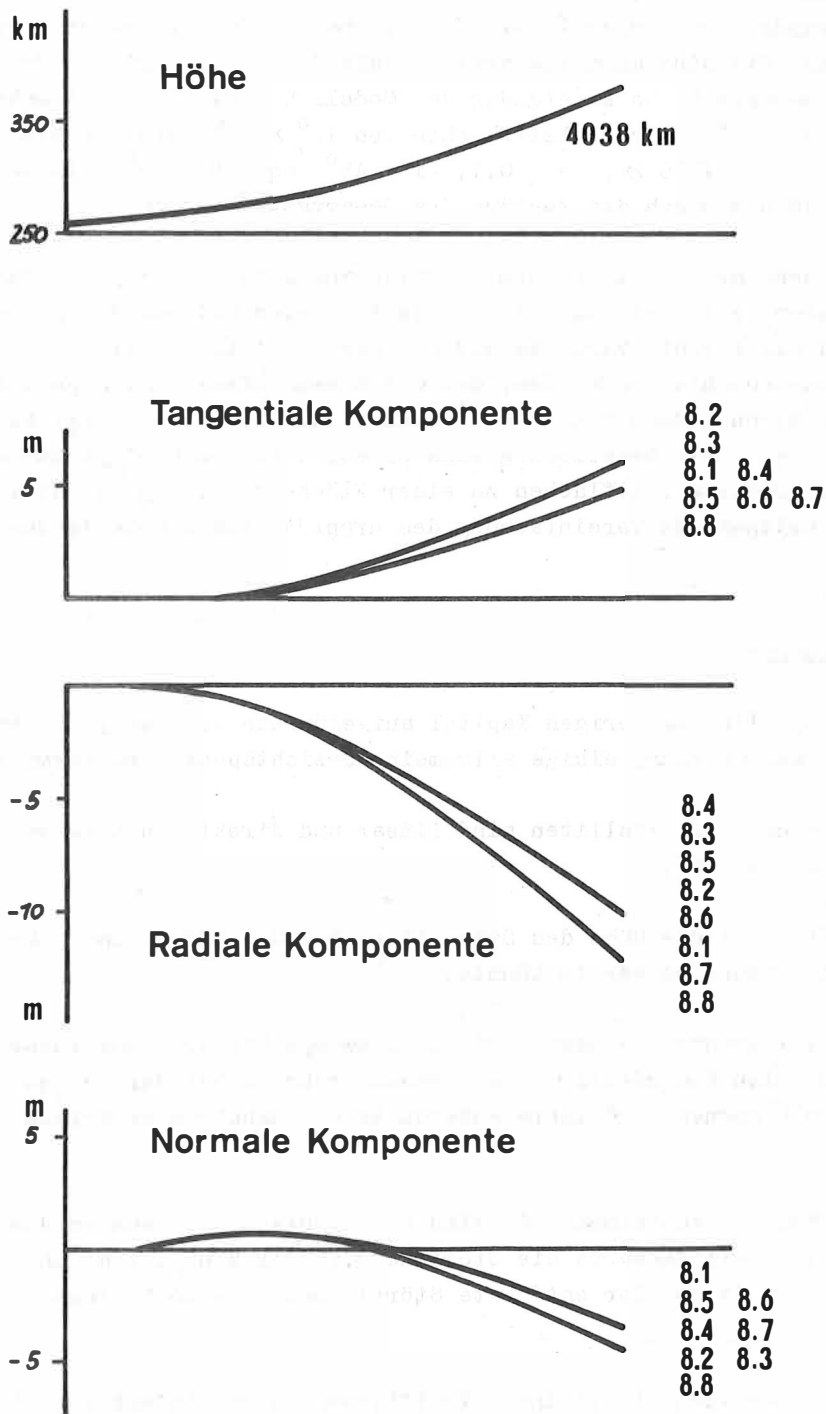


Abb. 14. Auswertung der Berechnungen der Modelle 8

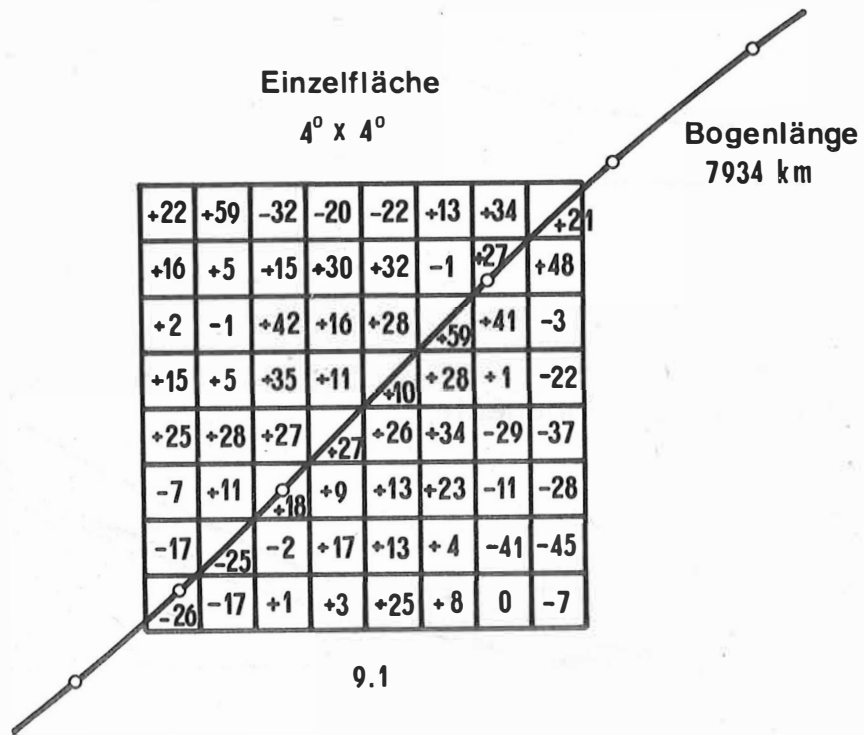
Die letzte Modellrechnung sollte noch einmal eine neue Überlegung demonstrieren. Hierbei wurde ein Stück Erdoberfläche von $32^\circ \times 32^\circ$ Größe betrachtet, dessen einzelne Teilflächen von $4^\circ \times 4^\circ$ Schwereanomalien besaßen, die teilweise recht erhebliche Größenunterschiede aufwiesen (Abb. 15.). Das erste Modell 9.1 hatte demnach 64 solcher Teilflächen. Nun wurden immer vier Teilflächen zusammengefaßt zu einer vierfach größeren Teilfläche, die eine Anomalie erhielt, die dem Mittelwert aus den vier ursprünglichen Flächen entsprach. So entstanden das Modell 9.2 mit 16 Teilflächen von $8^\circ \times 8^\circ$ und das Modell 9.3 mit vier Teilflächen von $16^\circ \times 16^\circ$. Die Bahnelemente betragen in diesem Falle $a = 7378 \text{ km}$, $e = 0,1$, $i = 45^\circ$ und $M_0 = 5^\circ$. Die Bahn war so gelegt worden, daß sie durch das Zentrum des Gesamtgebietes ging.

Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Form von Diagrammen in Abb. 16. ausgewertet. Bei allen drei Komponenten fallen die Kurven für die Varianten 9.1 und 9.2 praktisch zusammen, während die für die Variante 9.3 mit nur noch vier Teilflächen davon abweichen. Es kann daraus geschlossen werden, daß die Zusammenfassung von je vier Teilflächen zu einer größeren Fläche von $8^\circ \times 8^\circ$ noch keine besonderen Auswirkungen gehabt hat, so daß die Ergebnisse praktisch gleich blieben. Die nochmalige Zusammenfassung von je vier der größeren Teilflächen zu einer Fläche von $16^\circ \times 16^\circ$ stellt aber wohl doch eine zu weitgehende Vereinfachung des ursprünglichen Modells dar.

5. Einige Schlußfolgerungen

Unter Berücksichtigung aller im vorigen Kapitel aufgeführten und analysierten Modellrechnungen soll versucht werden, einige allgemeine Gesichtspunkte zu formulieren.

1. Die Positionsabweichungen des Satelliten sind linear und direkt abhängig von der Größe der Schwereanomalien Δg .
2. Von erheblichem Einfluß ist die Höhe des Satelliten über der Störfläche, ohne daß er jedoch formelmäßig angegeben werden könnte.
3. Die Lage der Subsatellitenkurve in bezug auf die Schwerpunkte der Störflächen ist besonders bei der normalen Komponente stark wirksam, während bei der tangentialen und auch der radialen Komponente kleinere Änderungen der Bahnlage praktisch keinen Einfluß haben.
4. Entsprechend den Größen der Funktionen Φ sind die größten Einwirkungen dann zu erwarten, wenn die Subsatellitenkurve die Störfläche in der Nähe ihres Schwerpunktes schneidet, während weit von ihr entfernte Störflächen kaum noch einen Einfluß haben.
5. Die Aufteilung der Gesamtfläche in kleinere Teilflächen ist zumindest für die tangentiale und die radiale Komponente nicht von ausschlaggebender Bedeutung, sie kann aber bei größeren Teilflächen für die normale Komponente bedeutsam werden. Deswegen ist eine Flächengröße von etwa $5^\circ \times 5^\circ$ anzustreben, die in bezug auf den Rechenaufwand, der mit der Verkleinerung der Teilflächen anwächst, und auf die Genauigkeit, die sich bei Vergrößerung der Teilflächen vermindert, optimal zu sein scheint.



Einzelfläche
 $8^{\circ} \times 8^{\circ}$

+26	-2	+6	+33
+5	+26	+31	+4
+14	+20	+24	-26
-21	+5	+13	-23

9.2

Einzelfläche
 $16^{\circ} \times 16^{\circ}$

+14	+18
+4	-3

9.3

Abb. 15. Übersicht über die Modelle 9

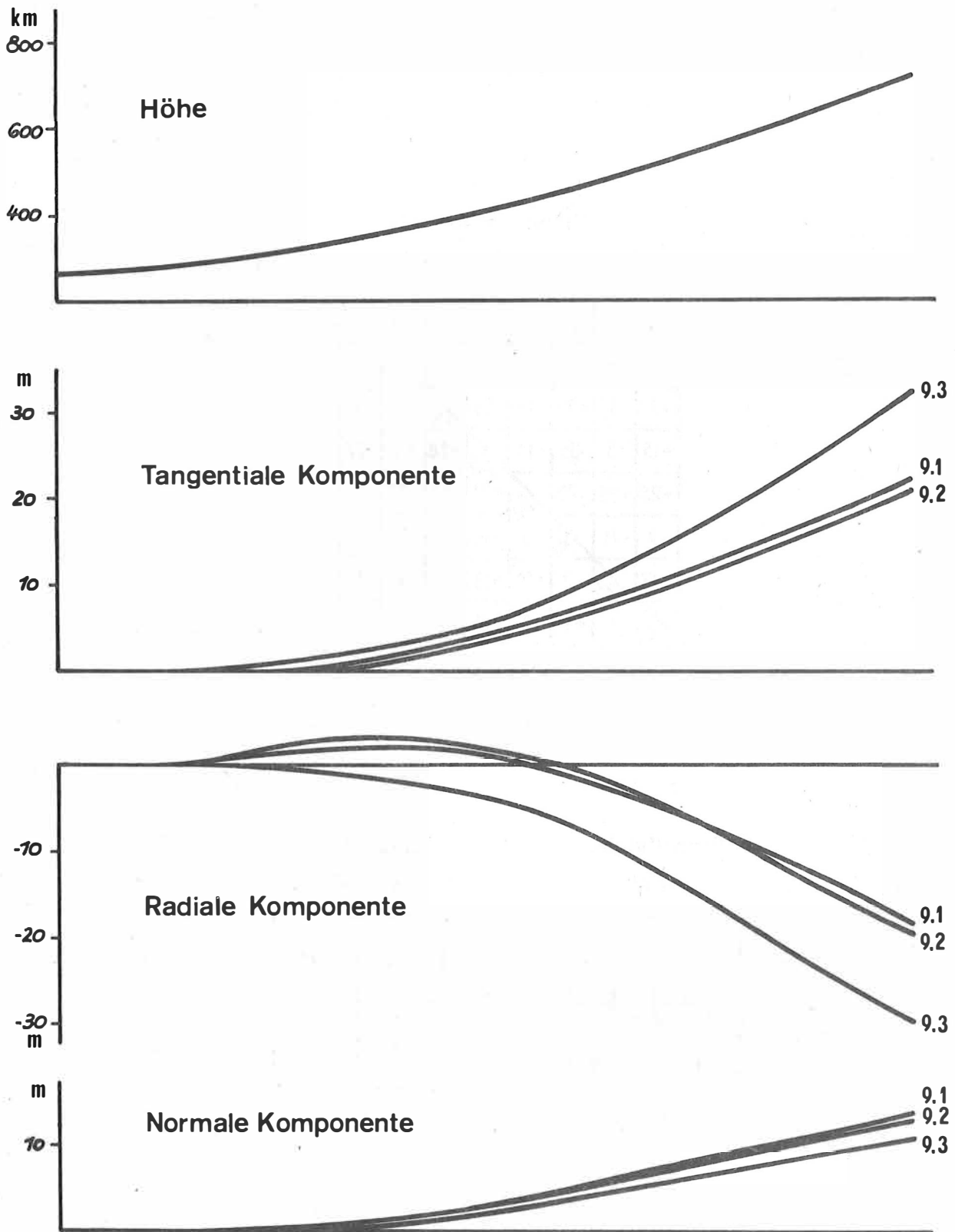


Abb. 16. Auswertung der Modelle 9

6. Als grobe Faustregel läßt sich bei einer Bogenlänge von etwa 5000 km, einer Flächengröße von $5^\circ \times 5^\circ$ und einer Schwereanomalie von 10 mGal die Größe der tangentialen und der radialen Komponente in Metern zu je etwa $5/H^2$ angeben, wenn H in Megametern eingesetzt wird und $300 \text{ km} < H < 1000 \text{ km}$ ist. Dabei muß die Subsatellitenkurve die Störfläche etwa mittig schneiden und den Flächenschwerpunkt in der ersten Hälfte des Bogens erreichen.

Literatur

- [1] ARNOLD, K.: Die Bahnen der künstlichen Erdsatelliten in ihrer Abhängigkeit von den Schwereanomalien
Veröff. geod. Inst. Potsdam, Berlin (1965) 27
- [2] ARNOLD, K.: Der Einfluß der mittleren Schwereanomalien von $10^\circ \times 10^\circ$ -Flächenelementen auf die Satellitenbahnen
Gerlands Beitr. Geophysik, Leipzig 74 (1965) 4, S. 265 - 270
- [3] ARNOLD, K.: On the influence of gravity anomalies on satellite orbits. In: Geophys. Monograph Series No. 9, S. 137 - 142, Gravity anomalies: Unsurveyed areas
Washington: American Geophysical Union 1966
- [4] ARNOLD, K.: Methoden der Satellitengeodäsie
Berlin: Akademie-Verlag 1970
- [5] BROUWER, D.; CLEMENCE, G.M.: Methods of celestial mechanics
New York, London: Academic Press 1961

Arbeiten zur Weiterentwicklung des Laser-Satelliten-
entfernungsmessers in Potsdam

Von

H. Fischer

R. Neubert

Zusammenfassung

Nachdem sich das Potsdamer Satellitenentfernungsmessgerät seit zwei Jahren in experimentellem Einsatz befindet, konnten weitere Verbesserungen erzielt werden. So wurde durch den Austausch des ursprünglichen Flankendiskriminators gegen einen Constant-fraction-Typ eine Verringerung des systematischen Fehleranteils erreicht. Für zukünftige Blindbeobachtungen wurde die SBG-Montierung mit Einrichtungen zur genauen Positionierung ausgerüstet. Zur Steigerung der Reichweite wurde der Einsatz eines GaAs-Photovervielfachers vorbereitet.

Summary

During the two years experimental operation of the Potsdam laser ranging station some improvements have been achieved. The leading edge discriminator was replaced by a Constant-fraction one resulting in a reduction of the systematic error. Additional equipment allows the instrument to be operated in the static pointing mode. Further investigations are being made on the application of a GaAs-Photomultiplier.

Résumé

Après deux années d'installation expérimentel du télémètre laser de Potsdam, plus de améliorations sont faites. L'échange du discriminateur "leading edge" pour un type "Constant fraction" a produit une diminution de la partie de l'erreur systématique. Pour les observations futures des satellites non visibles le SBG-montage est équipé avec des arrangements pour un positionnement exact. Pour élever le portée on a préparé l'application d'un GaAs-photomultiplicateur.

Резюме

В течении двухлетней работы в экспериментальных условиях усовершенствован лазерный дальномер камеры СБГ в Потсдаме. Достигнуто уменьшение систематической ошибки путём замены дискриминатора "leading edge" дискриминатором "Constant-fraction". Дальнейшее улучшение наблюдений достигается тем, что монтаж камеры СБГ оборудован приспособлением для установки её в точно заданное положение. Для увеличения дальности действия подготовлено применение GaAs- фотоумножителя.

1. Einleitung

Anfang 1974 wurde in Potsdam der Probetrieb mit einem Laser-Entfernungsmesser auf der Basis der Satellitenkamera SBG aufgenommen [4]. Für die Wahl der SBG-Montierung als Grundgerät sprachen ökonomische Erwägungen, vor allem die Tatsache, daß dieses Gerät bereits im Institut zur Verfügung stand. Dabei wurde versucht, zunächst mit geringen Veränderungen auszukommen. Außerdem sollte das Gerät weiterhin für photographische Beobachtungen verwendbar sein, was durch einen herauschwenkbaren CASSEGRAIN-Spiegel erreicht wurde. Zur Erzeugung der Sendeimpulse dient ein zwei-stufiger Rubinlaser mit passiver Güteschaltung. Der Empfänger arbeitet mit fest eingestellter Triggerschwelle und von Hand fest voreingestellter Torzeit, die Anzielung geschieht visuell. Insgesamt gehört das Gerät nach seinen technischen Daten (Tab. 1) zur 1. Generation. Eine ausführlichere Gerätebeschreibung befindet sich in [4].

Während des Probetriebes wurden eine Reihe von Beobachtungen der Satelliten Geos A und Geos B erhalten. Die Zahl der Echos lag bei 15 ... 30 pro Durchgang. Bei einem Teil der Beobachtungen wurden zwischen den Entfernungsmessungen photographische Aufnahmen eingeschaltet [3]. Dabei vermindert sich die Zahl der Echos etwa um 3 pro Photoplatte. Es ist also möglich, außer Entfernungsmessungen etwa 2 - 3 Photoplaten in einem Durchgang zu gewinnen. Die Reichweite für Entfernungsmessungen beträgt mindestens 2,8 km bei Satelliten vom Geos-Typ, der Meßfehler liegt bei $\pm 1 - 2$ m.

Im Jahre 1975 wurden Arbeiten begonnen mit dem Ziel, die Beobachtungsmöglichkeiten des Potsdamer Gerätes zu verbessern. Es handelt sich dabei um den Einbau von Constant-fraction-Diskriminatoren zur Herabsetzung des systematischen Fehlers der Entfernungsmessung, die Erhöhung der Reichweite für visuelle Anzielung durch gleichzeitige Benutzung des Hauptrohrs als Leitrohr, Einrichtungen zur genauen statischen Positionierung sowie vorbereitende Arbeiten zum Einsatz eines Photovervielfachers mit GaAs-Katode (RCA C 31034) zur Steigerung der Empfängerempfindlichkeit. Zweck des vorliegenden Aufsatzes ist es, über die bei diesen Arbeiten gesammelten Erfahrungen zu berichten.

2. Verminderung der Amplitudenabhängigkeit der Entfernungsmesswerte

Zur Festlegung der Ankunftszeit des Echoimpulses wurde ursprünglich ein einfacher Flankendiskriminator verwendet. Es ist bekannt, daß in diesem Falle eine ausgeprägte Abhängigkeit der gemessenen Laufzeit von der Signalamplitude auftritt. Entsprechend dem exponentiellen Anwachsen der Vorderflanke des Laserimpulses erwartet man, daß die Verschiebung der Laufzeit dem Logarithmus der Signalamplitude proportional ist. Unsere Messungen mit Hilfe eines terrestrischen Zieles sowie die Angaben anderer Autoren bestätigen diesen einfachen Zusammenhang über einen großen Bereich der Signalamplitude. Die Größe der Verschiebung, die bei einer Erhöhung der Signalamplitude um den Faktor 10 auftritt, ist ein Maß für die Steilheit der Vorderflanke der Signalimpulse (Laserimpulse). Wir erhielten hierfür den Wert von -7 ns.

Durch gleichzeitige Registrierung der Signalstärke ließe sich der Amplitudenfluß korrigieren. Bei unserem Gerät ist dies jedoch z.Z. nur oszillographisch möglich, was für den Routinebetrieb wenig geeignet ist. Es wurde deshalb versucht, mit einem einfachen Constant-fraction-Diskriminator eine Verbesserung zu erzielen, wie dies auch an anderer Stelle geschehen ist (siehe z.B. [5]). Um Änderungen der Impulsbreite des Lasers zu kompensieren, wurden gleichartige Diskriminatoren in den Start- und Stop-Kanal eingebaut.

2.1. Beschreibung des Diskriminators

Der eingesetzte Diskriminator nach Abb. 1 ist ein Constant-fraction-Typ mit Zero crossing, wie er auch vielfach in der Kernphysik benutzt wird [6]. Am Eingang eines

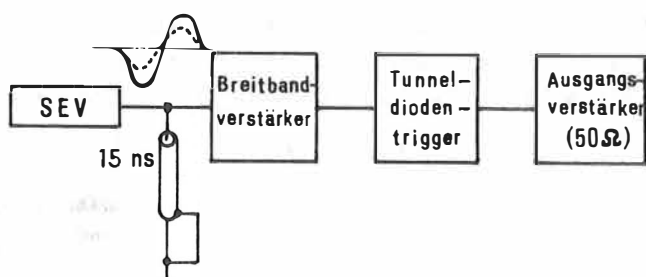


Abb. 1. Prinzipschema des Constant-fraction-Diskriminators

Breitbandverstärkers werden das ursprüngliche und das an einem kurzgeschlossenen Kabel reflektierte Signal überlagert. Der Bruchteil der Echoamplitude, der den zeitsignifikanten Triggerpunkt liefert, ergibt sich aus der Impulsbreite und der eingestellten Verzögerung zwischen SEV-Ausgangs- und reflektiertem Impuls. Die Verzögerung wird über die Kabellänge auf etwa die Hälfte der Halbwertsbreite des Laserimpulses eingestellt. Im zweiten Schritt wird mit Hilfe einer Tunnelodienschaltung der Nulldurchgang des Summensignals erfaßt.

Für große Signalamplituden ist der Triggerzeitpunkt dieser Schaltung nahezu amplitudenunabhängig. Wird jedoch die Signalamplitude vergleichbar mit der Schwelle des Tunneldiodentrigger, dann arbeitet die Schaltung wie ein Flankendiskriminator. Die maximale Verschiebung des Triggerzeitpunktes beträgt etwa die Hälfte der Halbwertsbreite des Signalimpulses. Entsprechende Labormessungen haben das bestätigt.

2.2. Meßergebnisse

Zur Erprobung der Wirksamkeit des Diskriminators wurden Laufzeitmessungen zu einem terrestrischen Ziel durchgeführt. Die Signalamplitude konnte dabei mit Hilfe von geeichten Neutralglasfiltern, die wahlweise vor dem Empfängereingang angebracht wurden, über einen großen Bereich geändert werden. Als Meßziel diente ein kleines Tri-

pelprisma in 2 km Entfernung. Es lieferte genügend starke Echos im Vergleich zur atmosphärischen Rückstreuung, so daß die Messungen bis zu Signalstärken von über 10^5 Photoelektronen ausgedehnt werden konnten.

Abb. 2 zeigt die Abhängigkeit der Laufzeit von der Signalstärke (Photoelektronen).

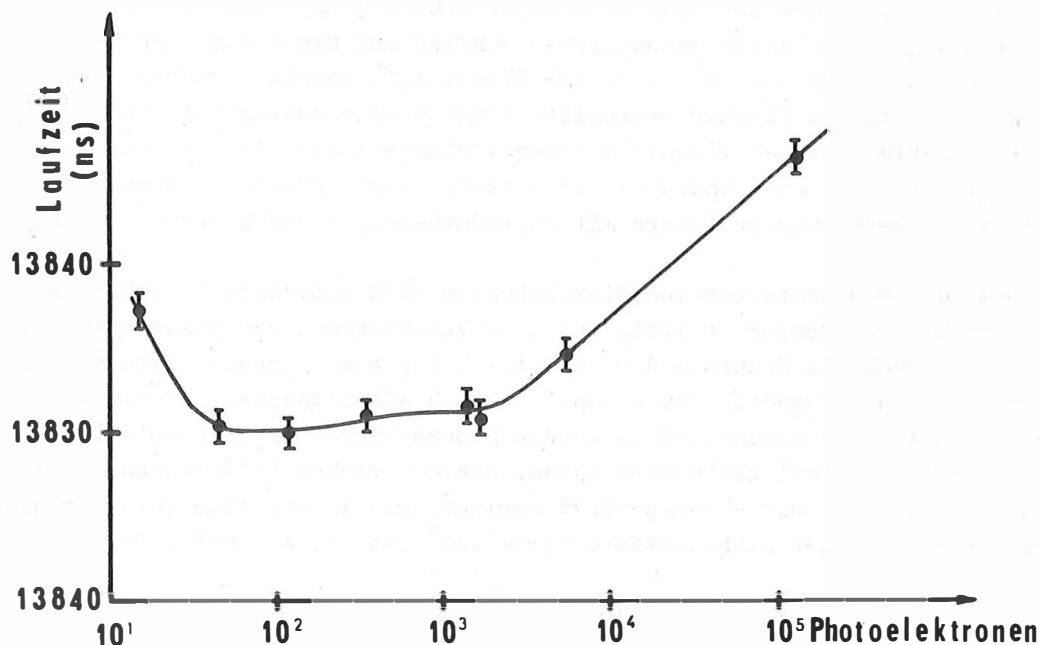


Abb. 2. Abhängigkeit der doppelten Laufzeit von der Signalamplitude (Prismenreflektor)

Jeder Meßpunkt stellt einen Mittelwert über 15 ... 20 Einzelmessungen dar. Damit ist es möglich, bei 10 ns Auflösung des Zeitintervallmessers den Mittelwert auf 1 ... 2 ns (Standardabweichung) festzulegen. Die Schwelle des Diskriminators wurde auf den gleichen Wert (15 Photoelektronen) eingestellt, der auch bei den Satellitenmessungen benutzt wird. Die Kurve der Abb. 2 läßt drei Bereiche erkennen: Oberhalb der Schwelle sinkt die gemessene Laufzeit mit steigender Signalstärke um 7 ... 8 ns, wie es bei der benutzten Diskriminatorschaltung zu erwarten ist. Ein ausgeprägter Anstieg ist oberhalb ca. 10^3 Photoelektronen zu beobachten. Dazwischen liegt der optimale Arbeitsbereich, in dem die Amplitudenabhängigkeit sehr gering ist.

Der Anstieg bei großen Signalstärken kann nur durch Nichtlinearitäten erklärt werden, wobei noch nicht untersucht wurde, ob es sich um Übersteuerungen des Diskriminators oder des SEV selbst handelt. Am Smithsonian Astrophysical Observatory wurde ebenfalls eine Zunahme der Laufzeit oberhalb ca. 500 Photoelektronen beobachtet, wobei eine völlig andere Meßelektronik benutzt wurde [8].

Der Diskriminator ist seit Juli 1975 im Einsatz. Aus der Ausgleichung der Meßwerte von 3 Geos-B-Durchgängen durch einen gemeinsamen Bahnbogen ergab sich eine Standardabweichung der Einzelmessung von $\pm 1,0$ m entsprechend ± 7 ns. Ähnliche Werte wurden auch mit dem ursprünglich benutzten Flankendiskriminator erhalten [7]. Die Auflösung des Zeitintervallmessers von 10 ns hätte bei Abwesenheit anderer Fehlerquellen eine Standardabweichung von $\pm 4,1$ ns erwarten lassen. Obwohl die tatsächlich beobachteten Schwankungen diesem Wert schon recht nahe kommen, ist doch zu sehen, daß außer dem Digitalisierungsfehler des Zeitintervallmessers andere zufällige Fehlereinflüsse vorhanden sind. Auf Grund der Erfahrungen anderer Arbeitsgruppen nehmen wir an, daß Schwankungen der Signalform einen wesentlichen Einfluß auf die zufälligen Fehler haben. Oszillogramme des zeitlichen Verlaufs der Strahlungsintensität unseres Lasers in einem kleinen Bruchteil des Strahlquerschnitts zeigten eine ausgeprägte und nicht reproduzierbare Struktur. Dieses Verhalten eines Vielmodenlasers ist aus der Literatur bekannt [1]. Die wirksamste Maßnahme zur weiteren Genauigkeitssteigerung dürfte also im Einsatz eines verbesserten Lasers mit reproduzierbaren und kürzeren Impulsen bestehen.

Während der Constant-fraction-Diskriminator also z.Z. keinen merklichen Einfluß auf den zufälligen Fehler besitzt, ist eine Verminderung des systematischen Fehlers, der durch ungenügende Kenntnis der mittleren Signalamplitude verursacht wird, sicherlich vorhanden. Dem entspricht auch die Tatsache, daß wir nach Einbau des neuen Diskriminators wesentlich geringere Schwankungen der Eichwerte (Laufzeit zu einem diffusen Reflektor) beobachtet haben. Während früher Differenzen bis zu 10 ns auftraten, sind die Abweichungen jetzt geringer als ± 2 ns. Eine Vorstellung von der Langzeitstabilität der Eichkonstante vermittelt Abb. 3. Im Rahmen der z.Z. vorhande-

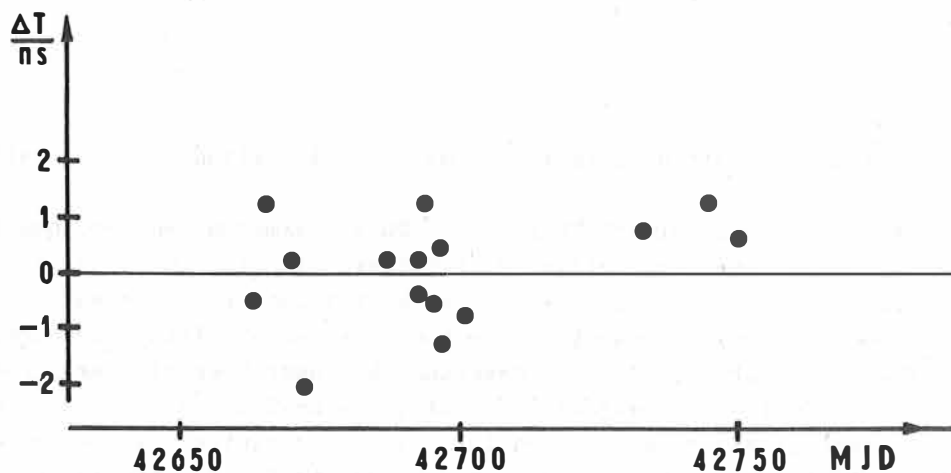


Abb. 3. Langzeitstabilität der Eichkonstante

nen Meßgenauigkeit genügt es daher, die Eichung nur einmal nach jeder Satellitenbeobachtung vorzunehmen.

3. Benutzung des Hauptrohrs zur visuellen Nachführung

Bisher konnte in Potsdam nur unter visueller Kontrolle beobachtet werden. Die visuelle Nachführkontrolle wird auch weiterhin benötigt werden, wenn keine genügend genauen Ephemeriden vorhanden sind.

Die Erfahrung hat nun gezeigt, daß die Lichtstärke des vorhandenen Leitrohrs bei ungünstigen Bedingungen nicht ausreichend ist. Die Objektivöffnung des Leitrohrs von 15 cm Durchmesser sollte es gestatten, Sterne der Größe 11^m ... 12^m noch zu erkennen. Die praktische Erfahrung zeigt jedoch, daß bei mittleren atmosphärischen Bedingungen in Potsdam schon die Einstellung von Sternen der Größe 9^m ... 10^m schwierig ist.

Um eine Helligkeitsreserve bei ungünstigen Bedingungen zu haben, lag es nahe, das Hauptteleskop (effektive Öffnung 32 cm) für die visuelle Kontrolle mit zu benutzen. Dies war in unserem Falle in einfacher Weise durch Ersetzen eines Umlenkspiegels im Empfänger durch einen dichroitischen Spiegel sowie Anbau eines Okulars mit beleuchtetem Fadenkreuz möglich. Das optische Schema ist in Abb. 4 dargestellt. Der benutz-

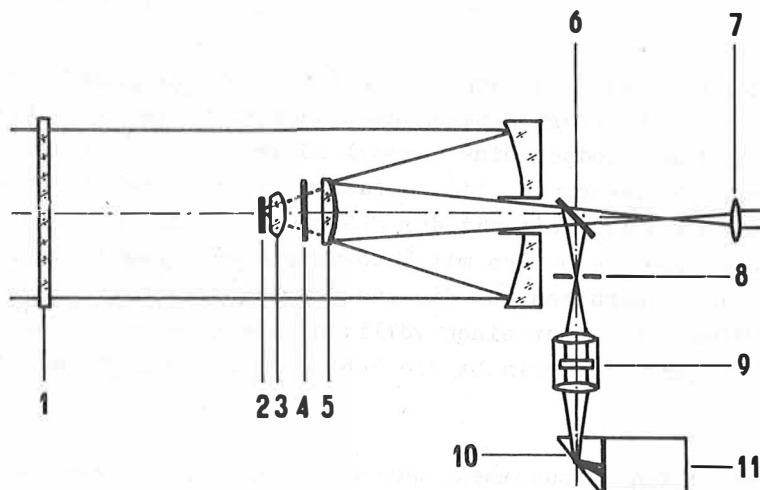


Abb. 4. Optisches Schema des Empfängers

- 1 SCHMIDT-Platte, 2 Photoplatte, 3 Ebnungslinse, 4 Verschlusskappe,
 5 Quasi-CASSEGRAIN-Spiegel, herauschwenkbar, 6 dichroitischer Spiegel,
 7 Okular, 8 Gesichtsblende, 9 Interferenzfilter, 10 Prisma

te dichroitische Spiegel (Hersteller: VEB Carl Zeiss Jena) hat im grünen Spektralbereich eine Durchlässigkeit von ca. 70 % und reflektiert das Rubinlaserlicht zu ca. 98 %. Die Kante des Reflexionsvermögens liegt bei einer Wellenlänge von 575 nm.

Aus der effektiven Öffnung schätzt man einen Helligkeitsgewinn des Hauptrohrs gegenüber dem des Leitrohrs von $1,6^m$ ab. Dies entspricht etwa den Erfahrungen. Damit sollte es möglich sein, unter günstigen Bedingungen den neuen Satelliten Starlette zu beobachten.

4. Positioniereinrichtung

4.1. Beschreibung der Einrichtung

Die Kamera SBG besitzt eine vierachsige Montierung. Die ersten beiden Drehachsen dienen dazu, die 3. Achse (Hauptdrehachse bei der Bahnverfolgung) senkrecht zur Bahnebene des Satelliten zu orientieren. Die 4. Achse gestattet es, das Instrument aus der Bahnebene herauszudrehen. Für die einzelnen Drehwinkel benutzen wir die folgenden Bezeichnungen:

Drehachse Nr.	Winkelbezeichnung	Erläuterungen
1	A_p	Azimit des Bahnpoles
2	Z_p	Zenitdistanz des Bahnpoles
3	σ	"Bahnlänge", Kulmination $\sigma = 0$
4	δ	"Deklination"

Die Genauigkeit der Teilkreisablesung von $\pm 0,1$ ist für photographische Beobachtungen völlig ausreichend. Für Laserentfernungsmessungen ohne visuelle Kontrolle (Erdschatten, Tageslicht) benötigt man jedoch eine zehnmal höhere Pointierungsgenauigkeit. Es wurde deshalb der Versuch unternommen, mit einfachen Mitteln die für Lasermessungen erforderliche Pointierungsgenauigkeit mit dem SBG zu erreichen. Die einfachste Möglichkeit bestünde darin, nur die beiden mit Motorantrieben versehenen Drehachsen in alt-azimutaler Anordnung zu benutzen und die anderen Bewegungsmöglichkeiten entsprechend festzuklemmen. Dies hätte aber einen völligen Umbau des Antriebes der 4. Achse erforderlich gemacht. Gegenwärtig erlaubt die Hebelmechanik nur $\pm 5^\circ$ motorische Bewegung um die 4. Achse.

Um mit geringen Änderungen auszukommen, wurde das Prinzip der vierachsigen Montierung beibehalten. Die Antriebsspindeln für σ und δ wurden mit zusätzlichen Drehgebern versehen, die in Verbindung mit zwei Vor- und Rückwärtszählern die Drehwinkel zu messen gestatten. Als Geber verwenden wir den Typ IGR 1000 des VEB Carl Zeiss Jena und als Zähler die Positionsanzeige NC 410 des VEB Starkstromanlagenbau Karl-Marx-Stadt. Die Auflösung beträgt $4,5''$ für σ bzw. $2,8''$ für δ .

Zur genauen Einstellung der Neigung der 3. Achse (Z_p) wurde ein Theodolit Theo 010 fest mit dem Lager- und Getriebegehäuse für die 3. Achse verbunden. Auf dem Fernrohr des Theodoliten befindet sich eine Röhrenlibelle. Der gewünschte Neigungswinkel wird am Vertikalkreis des Theo 010 eingestellt, und dann neigt man das SBG so weit, bis die Röhrenlibelle einspielt.

Die genaue Einstellung von A_p geschieht durch Anzielung eines terrestrischen Ziels mit bekanntem Azimit A_T bei entsprechend voreingestelltem σ und $Z_p = 0$.

Es gilt dann

$$A_p + \sigma = A_T .$$

Die Positioniereinrichtung ist für Versuchsbeobachtungen in den nächsten zwei Jahren bestimmt. Später soll durch den VEB Carl Zeiss Jena eine Schrittmotorsteuerung eingebaut werden, mit der eine genaue kontinuierliche Verfolgung des Satelliten möglich sein wird [10]. Dabei soll weiterhin die 3. Achse jeweils senkrecht zur Bahnebene des Satelliten orientiert werden.

4.2. Bestimmung der Positionierfehler

Zur Bestimmung der Positionierfehler wurden visuelle astronomische Messungen durchgeführt. Es stellte sich heraus, daß insbesondere die variablen Deformationen der Instrumentenbasis und der 3. Achse berücksichtigt werden müssen.

4.3. Deformation der Instrumentenbasis

Die Einstellung des Azimuts A_p geschieht beim SBG durch Anheben des Instrumentes mit einem Hebelmechanismus, wodurch es zum horizontalen Verdrehen frei wird. Danach wird es auf den Basisring wieder abgesetzt. Der Basisring ist durch 6 Fußschrauben gestützt. Durch ungleichmäßige Belastung kommt es nun zu einer von A_p abhängigen Verbiegung des Basisringes und somit Neigung des Instrumentes. In Abb. 5 sind die mit einer parallel zur 2. Achse angebauten Röhrenlibelle gemessenen Neigungsänderungen dargestellt. Benutzt man zunächst nur drei Fußschrauben, dann bestehen die Neigungsänderungen aus zwei überlagerten Anteilen mit den Perioden 120° und 360° . Bei optimaler Einstellung der Fußschrauben ist nur der durch Deformationen verursachte Anteil mit der Periode 120° vorhanden (Kurve 1 in Abb. 5). Die Amplitude dieses Anteils beträgt ca. $1'$.

Durch vorsichtiges Anziehen der anderen drei Fußschrauben kann man nun eine zusätzliche Abstützung erreichen. Dadurch gelingt es, die Neigungsänderungen auf weniger als $\pm 10''$ zu reduzieren (Kurve 2). Die Einstellung ist kritisch und muß von Zeit zu Zeit kontrolliert werden. Man kann aber auch den Neigungswinkel an der Röhrenlibelle ablesen und daraus Korrekturen für die Positionswinkel σ und δ berechnen. Bezeichnet man den Neigungswinkel mit $\Delta\varepsilon$, dann betragen die Korrekturen:

$$\Delta\sigma = \Delta\varepsilon (\sin Z_p + \cos Z_p \tan \delta \cos \sigma) ,$$

$$\Delta\delta = \Delta\varepsilon \cos Z_p \sin \sigma .$$

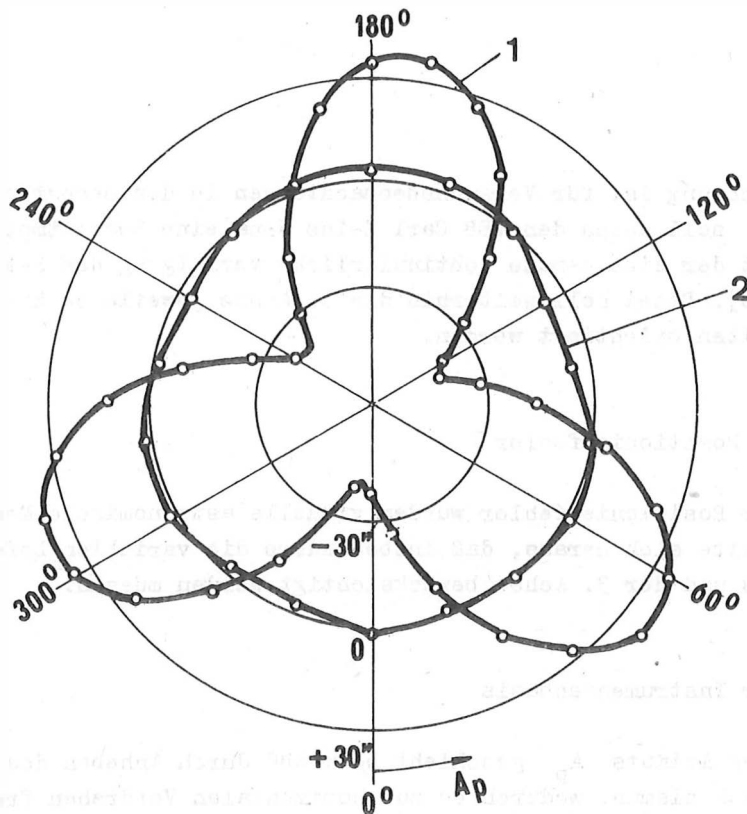


Abb. 5. Neigung der 2. Achse in Abhängigkeit von A_p
 Kurve 1: 3 Fußschrauben, Kurve 2: 6 Fußschrauben

4.4. Biegung der 3. Achse

Das Drehmoment, das durch das Gewicht des Teleskops einschließlich Gabel hervorgerufen wird und die 3. Achse nach unten biegt, ist proportional zu $\sin Z_p$. Es liegt also nahe, diesen Effekt durch ein Korrekturglied

$$\Delta Z_p = \hat{\Delta Z}_p \sin Z_p$$

zu berücksichtigen. Die astronomischen Messungen bestätigen diesen Ansatz und ergaben

$$\hat{\Delta Z}_p = 4,4 .$$

Im untersuchten Bereich $-50^\circ \leq \sigma \leq 50^\circ$ waren keine Anzeichen einer σ -Abhängigkeit der Z_p -Korrektur zu erkennen.

4.5. Restfehler

Bei sorgfältiger Justierung der Fußschrauben genügte bereits die Berücksichtigung der Biegung der 3. Achse zusammen mit den vier Nullpunktkorrekturen, um eine Positionierung bis auf Fehler von weniger als $\pm 30''$ zu erreichen. Abb. 6 zeigt als Beispiel die Restfehler einiger Sterne bei nahezu parallaktischer Aufstellung ($Z_p = 90^\circ - \varphi$, $A_p = 0$). Die zufälligen Fehler betragen im Mittel nur etwa das Doppel-

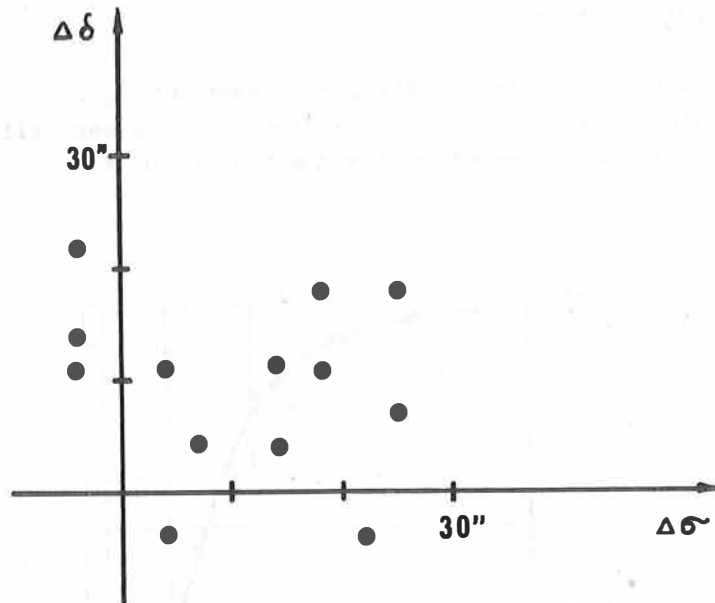


Abb. 6. Restfehler von gemessenen Sternpositionen

te der Auflösung der Drehgeber.

Damit besteht prinzipiell die Möglichkeit der "Blindbeobachtung" von Satelliten. Leider konnten noch keine entsprechenden Versuche durchgeführt werden, da bis zum Abschluß des Manuskripts keine genügend genauen Ephemeriden zur Verfügung standen. An der Ephemeridenverbesserung mit eigenen Beobachtungen wird gearbeitet.

5. Zum Einsatz des GaAs-Photovervielfachers C 31034

GaAs-Katoden besitzen bei der Rubinwellen-Länge eine Quantenausbeute von ca. 20 %. Im Vergleich zu herkömmlichen Multialkali-Typen mit ca. 3 % wäre dadurch bei Nachtmessungen eine Verbesserung der Gesamteffektivität des Empfängers um einen Faktor 6 ... 8 möglich. Der beträchtlich erhöhten Quantenausbeute steht allerdings einsatzerschwerend ein sehr niedriger Mittelwert des maximal zulässigen Anodenstroms gegenüber. Der Hersteller empfiehlt einen Grenzwert von 10^{-7} A über 30 s, so daß insbesondere bei Tagesmessungen ohne besondere Vorkehrungen durch das Hintergrundlicht dieser Wert bereits weit überschritten werden würde. Das ist auch der Grund dafür, daß GaAs-Typen nur zögernd für Satellitenmessungen eingesetzt werden. Tagesmessungen mit derartigen Vervielfachern sind bisher überhaupt noch nicht bekannt geworden. Die folgenden Ausführungen sind Ergebnisse von Laboruntersuchungen, die in Hinblick auf die geplante Benutzung des C 31034 für die Potsdamer Anlage durchgeführt wurden.

5.1. Dunkelimpulsverhalten

Neben der Quantenausbeute ist für die Leistungsfähigkeit der Empfängeranordnung das Dunkelimpulsverhalten des Photovervielfachers von wesentlicher Bedeutung. In Abb. 7 ist das integrale Dunkelimpulsverhalten des C 31034 mit und ohne Kühlung dar-

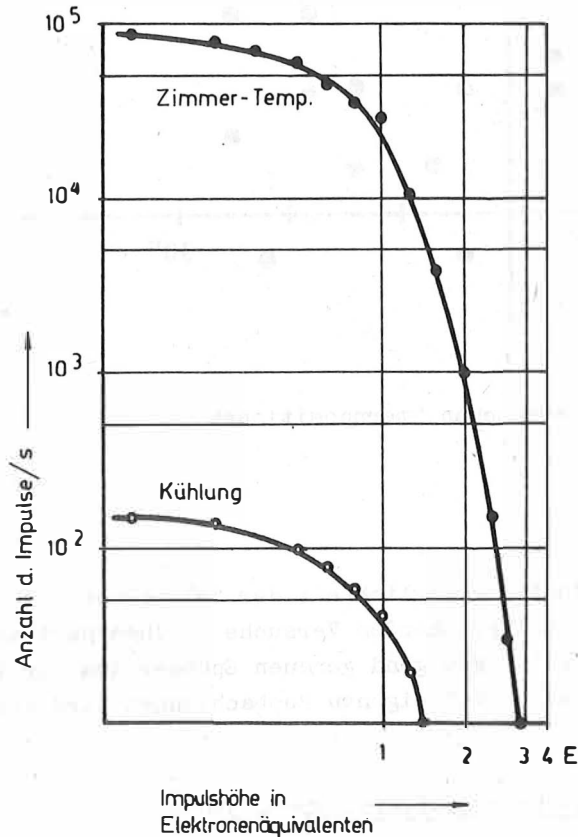


Abb. 7. Dunkelimpulsspektrum eines Photovervielfachers C 31034

gestellt. Nach Variieren der Hochspannung wurde jeweils die Zahl der Impulse gezählt, die eine feste Schwelle überschritten. Die Kühlung (ca. -20°C) erfolgte mit PELTIER-Kühlbatterien. Aus der Gesamtverstärkung von SEV und Zusatzverstärker und dem experimentell ermittelten Schwellenwert konnte die auf die Katode bezogene Äquivalentelektronenzahl der Ausgangsimpulse berechnet werden. Zur Kontrolle wurde zusätzlich die Größe der 1-Elektronen-Impulse aus dem Maximum der Verteilungskurve für schwache Beleuchtung ermittelt und mit den berechneten Werten verglichen. Die Zahl der Dunkelimpulse lag für beide zur Verfügung stehenden Exemplare über der vom Hersteller angegebenen Rate.

Für die weitere statistische Betrachtungsweise wird eine POISSON-Verteilung zugrunde gelegt [2]. Die Wahrscheinlichkeit P_k , daß während der Bereitschaftszeit T des Zeitintervallmessers mindestens 1 Störimpuls der Größe k und mehr (Elektronenäquivalente) vom Photovervielfacher erzeugt wird, beträgt dann

$$(1) P_k (1 \dots \infty, T m_k) = 1 - e^{-T m_k} .$$

m_k ist der aus Abb. 7 abzulesende sekundliche Mittelwert von Impulsen der Größe k . Es muß folglich die Schwelle des Diskriminators mindestens auf k Elektronenäquivalente eingestellt werden, damit die Wahrscheinlichkeit einer Fehlmessung durch die Dunkelimpulse des SEV nicht größer als ein vorgegebenes P_k wird. In Tab. 1 sind für $P_k = 3\%$ und unter Benutzung der Verteilungen von Abb. 7 die zu verschiedenen Werten der Bereitschaftszeit gehörenden minimalen Schwellenhöhen zusammengestellt.

Tab. 1. Schwellenhöhe auf Grund der Dunkelimpulse des Photovervielfachers

Schwellenhöhe in Elektronenäquivalenten		Bereitschaftszeit [s]				
		$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}
RCA C 31034 A	ohne Kühlung	4	3	3	3	2
	mit Kühlung	2	2	1	< 1	< 1
RCA C 31000 A	ohne Kühlung	12	7	5	3	2
	mit Kühlung	6	3	2	1	< 1

Zum Vergleich mit dem für den Einsatz geplanten Typ C 31034 sind in Tab. 1 auch die Werte des zur Zeit benutzten Multialkali-Typs C 31000 mit aufgenommen. Man ersieht daraus, daß bereits durch die günstigere Impulsverteilung des C 31034 eine geringfügige Erhöhung der Empfindlichkeiten zu erwarten ist.

5.2. Einfluß des Hintergrundlichtes

Unabhängig von der Schwellenfestlegung auf Grund des Dunkelimpulsverhaltens des SEV muß der Einfluß des Hintergrundlichtes des Nachthimmels betrachtet werden (bei Tagesmessungen überwiegt immer der Störanteil des Hintergrundlichtes), bevor eine endgültige Aussage über die Höhe der einzustellenden Diskriminatorschwelle erfolgen kann. Das Hintergrundrauschen wird durch die Bandbreite $\Delta\lambda$ des optischen Filters, den Gesichtsfeldwinkel α und die Öffnung A_e des Empfangsteleskopes, die Quantenausbeute ρ des SEV, den optischen Wirkungsgrad η des Empfängers und die Helligkeit M des Nachthimmels bestimmt. Für die mittlere Zahl N_H der pro Zeiteinheit ausgelösten Störeelektronen gilt (vgl. [2])

$$(2) N_H = \frac{\pi}{4} A_e \alpha_T^2 M \rho \eta \frac{\Delta\lambda}{3100} .$$

Für $M = 2 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2}$ (Vollmond), $A = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $\alpha = 5'$, $\rho = 20\%$, $\eta = 0,3$ und $\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$ erhält man einen Wert von $N_H = 480$ Photoelektronen pro Sekunde.

Die Integrationszeit τ der Empfängeranordnung ist verhältnismäßig klein und

damit auch die Wahrscheinlichkeit \bar{P}_k der Überlagerung von k und mehr Photoelektronen entsprechenden Ladungswolken in dieser Zeit. Für \bar{P}_k gilt

$$(3) \quad \bar{P}_k (k \dots \infty, m) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{m^n e^{-m}}{n!}$$

$m = \tau N_H$ stellt die mittlere Störrate während der Integrationszeit dar. Mit $\tau = 2 \cdot 10^{-8}$ s und dem oben berechneten Wert für N_H erhält man die in Tab. 2 zusammengestellten \bar{P}_k - Werte.

Tab. 2. Wahrscheinlichkeit der Emission von k und mehr Photoelektronen während $2 \cdot 10^{-8}$ Sekunden

k	0	1	2
\bar{P}_k	1	10^{-5}	$5 \cdot 10^{-11}$

Die Zahl der in die Bereitschaftszeit T fallenden Integrationsintervalle beträgt T/τ und die mittlere Zahl von Intervallen mit k und mehr Photoelektronen $(T/\tau) \bar{P}_k$. Die Wahrscheinlichkeit P_k , daß mindestens 1 solches Intervall in die Bereitschaftszeit fällt, beträgt somit nach (1)

$$(4) \quad P_k (1 \dots \infty, \frac{T}{\tau} \bar{P}_k) = 1 - e^{-\frac{T}{\tau} \bar{P}_k}$$

Tab. 3. Wahrscheinlichkeit des Auftretens von einem und mehr Integrationsintervallen mit k und mehr Photoelektronen während der Bereitschaftszeit T

	T [s]				
P_k	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-5}$
$k = 1$	0,9	0,4	0,2	$5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
$k = 2$	10^{-5}				

Mit den Werten der Tab. 2 wurden für verschiedene Bereitschaftszeiten die Wahrscheinlichkeiten P_k von Tab. 3 errechnet. Man kann aus Tab. 3 ablesen, daß bereits 2-Elektronen-Impulse, die durch Überlagerung von zwei einzelnen Elektronen innerhalb der Integrationszeit τ entstehen, mit nahezu verschwindender Wahrscheinlichkeit zu erwarten sind.

Bei den Abschätzungen über den Einfluß des Hintergrundlichtes wurde bisher ideale Sekundärelektronenemission vorausgesetzt. In Wirklichkeit wird auch der Verstärkungsfaktor statistischen Schwankungen unterliegen. Es ist leicht einzusehen, daß

sich dabei die Änderungen im Vervielfachungsfaktor zwischen Katode und erster Dynode am stärksten bemerkbar machen. Es ist daher ausreichend, die Abschätzungen darauf zu beschränken. Wir rechnen auch hier mit der POISSON-Verteilung und bestimmen zunächst nach (3) für einen mittleren Vervielfachungsfaktor von 5 ($m = 5$) die Wahrscheinlichkeit, mit der sich der Vervielfachungsfaktor zwischen Katode und Dynode mindestens verdoppeln kann ($k = 10$). Man erhält einen Wert von $2 \cdot 10^{-2}$. Berücksichtigt man nun, daß während der Bereitschaft $N_H \tau$ Elektronen emittiert werden, so erhält man die in Tab. 4 zusammengestellten Wahrscheinlichkeiten des Auftretens von 2-(und mehr) Elektronenimpulsen. Die Wahrscheinlichkeit der Amplitudenverdreifung usw. ist bereits zu vernachlässigen.

Tab. 4. Wahrscheinlichkeit des Auftretens von 2-Elektronen-Impulsen durch die Schwankungen des Vervielfachungsfaktors zwischen Katode und 1. Dynode

$m = 5$ $N_H = 480$	T [s]	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}
P_{10}		$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}

Ein Vergleich mit Tab. 3 und Tab. 1 zeigt, daß für Kühlung und kurze Bereitschaftszeiten die Schwellenhöhe durch das Hintergrundlicht festgelegt wird. Andererseits lassen sich extrem niedrige Schwellen in der Nähe von 1-Elektronen-Impulsen nur durch Kühlung erreichen. Eine solche wird nicht erforderlich, wenn man die Schwelle nicht unter 2 bis 3 Elektronen erniedrigt und eine Bereitschaftszeit zwischen 10^{-3} und 10^{-4} s erreicht werden kann.

5.3. Einfluß des Rückstreupulses der Atmosphäre

Im allgemeinen besitzen Empfängeranordnungen für die Satellitenentfernungsmessung keinen zusätzlichen mechanischen Verschuß, der eine Belichtung der SEV-Katode durch den Rückstreupuls der Atmosphäre verhindert. Bei Multialkali-Katoden wird durch diesen Impuls der maximal zulässige Mittelwert des Anodenstromes längst nicht erreicht, obwohl der SEV kurzzeitig ($5 \dots 10 \mu\text{s}$) bis in die Sättigung angesteuert wird. Anders sieht es für GaAs-Typen aus. Hier würde durch die Rückstreuung im allgemeinen der Grenzwert des zulässigen Anodenstroms überschritten werden. Es ist daher notwendig, entsprechende Gegenmaßnahmen zu treffen.

Will man einen mechanischen Verschuß umgehen, dann besteht noch die Möglichkeit, die Hochspannung für die Dauer der zu erwartenden Rückstreuung entsprechend niedrig zu halten. Günstiger ist allerdings ein Verschuß, weil mit der intensiven Beleuchtung der Katode durch den Rückstreupuls auch bei herabgesetzter Hochspannung eine über mehrere Millisekunden andauernde Vergrößerung der Dunkelimpulsrate zu erwarten ist. Dieser Effekt ist bekannt und tritt auch bei anderen Katodenmaterialien auf. Die Erhöhung des Dunkelstromes ist von der Größe und Dauer der vorhergehenden Belichtung abhängig. In Laboruntersuchungen konnte dieser Effekt nachgewiesen werden. Die atmosphärische Rückstreuung wurde dabei mit Hilfe einer mit Rechteckimpulsen angesteuerten Lumineszenzdiode simuliert.

Das Blockschaltbild des Versuchsaufbaus zeigt Abb. 8. Abschätzungen, die frühere Rückstreuungsmessungen mit anderen Vervielfachertypen berücksichtigen, hatten ergeben, daß für ein Teleskop mit 40 cm Öffnung etwa $5 \cdot 10^8$ Photonen innerhalb 5 ... 10 μ s zu erwarten sind. Dieser hohe Wert konnte allerdings nicht realisiert werden, weil dann

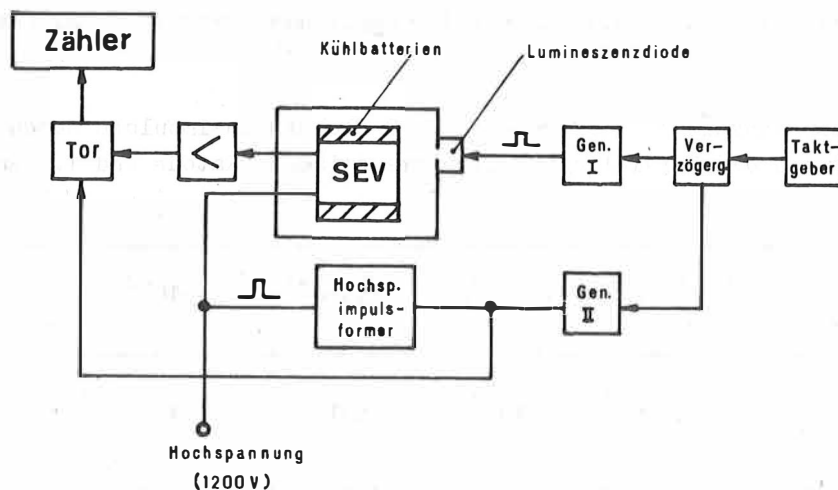


Abb. 8. Versuchsanordnung zur Bestimmung der Nachwirkung von Lichtimpulsen auf den Dunkelstrom von Photovervielfachern

die Lumineszenzdiode bereits gesättigt war. Während der Labormessungen wurde der SEV gekühlt und die Hochspannung geschaltet. Die Grundspannung betrug 1200 V. Sie wurde jeweils für ein Meßintervall von 10 ms entsprechend erhöht.

Mit der Verzögerungseinheit konnte die gewünschte Verzögerung zwischen Toröffnung (sowie Schalten der Hochspannung) und Belichtung eingestellt werden. In Abb. 9 ist die Abhängigkeit zwischen der Erhöhung der Dunkelimpulsrate und der Verzögerung zwischen Belichtung und Messung graphisch dargestellt. Gezählt wurden alle Impulse über ca. 0,5 Elektronenäquivalente. In Abb. 10 ist die integrale Amplitudenverteilung der Dunkelimpulse nach einer Belichtung mit ca. 10^6 Photonen pro 5 μ s für eine Meßzeit von 10 ms aufgezeichnet. Die Dunkelimpulszählung erfolgte 5 ms nach der Belichtung.

Wie aus Abb. 10 zu erkennen ist, nimmt die Zahl der Impulse mit größeren Amplituden rasch ab. Der Effekt wird sich folglich nur dort bemerkbar machen, wo mit Diskriminatorschwellen zwischen 1 und 2 Elektronen gearbeitet werden soll.

Die gemessenen Abhängigkeiten dienen als einfache Labormessungen zunächst nur Orientierungszwecken. Quantitativ aussagekräftigere Versuche müssen noch zu einem späteren Zeitpunkt mit der im Routinebetrieb arbeitenden Laseranlage nachgeholt werden. Mit dem z.Z. im Einsatz befindlichen Multialkali-Typ RCA 31000 A wurden bereits derartige Messungen ausgeführt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Abb. 8 und 9 dargestellt.

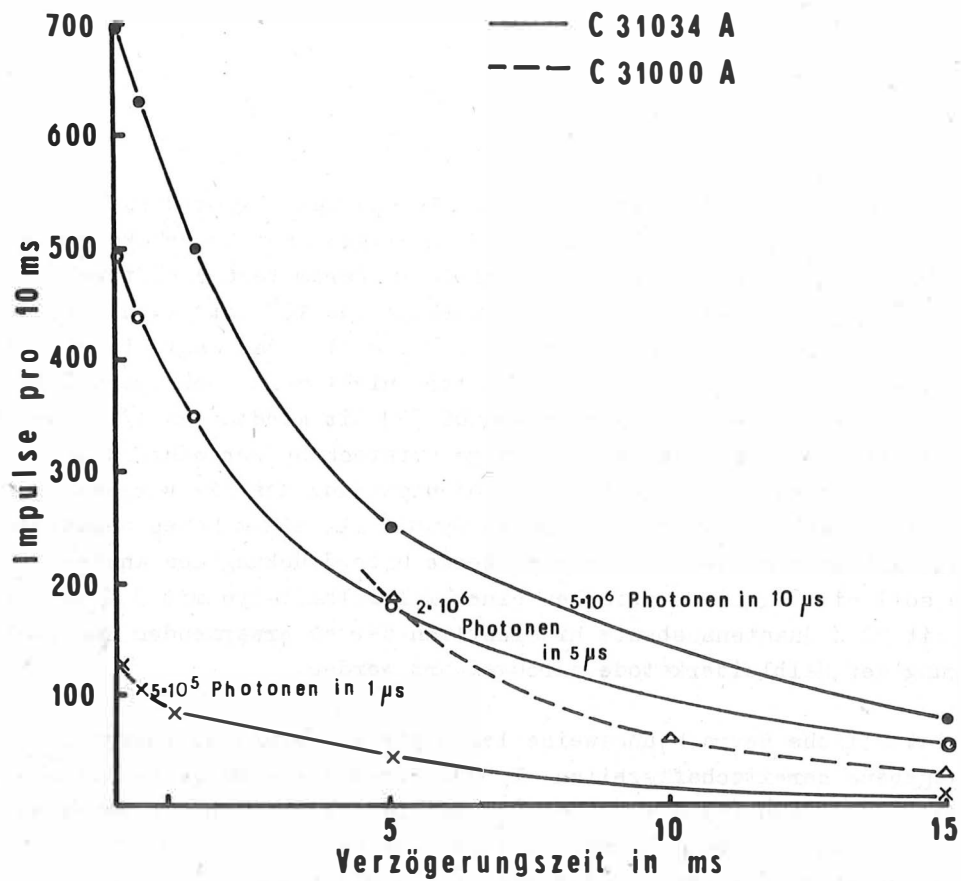


Abb. 9. Abklingkurven des Dunkelstroms nach Belichtung mit Impulsen verschiedener Photonenzahl

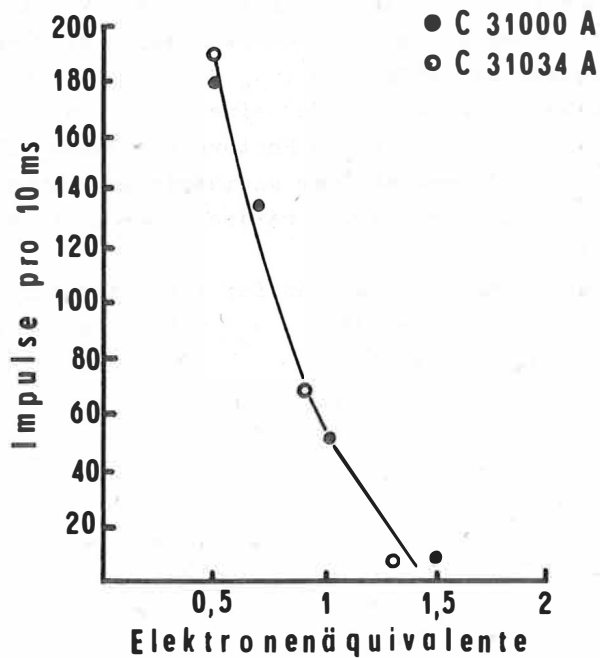


Abb. 10. Impulshöhenverteilung im "Nachleuchten"

5.4. Tagesmessungen

Da das Tageslicht ca. $2 \cdot 10^6$ mal stärker ist als das Nachthimmelsleuchten (Vollmond), kann das Dunkelimpulsverhalten des SEV im allgemeinen unberücksichtigt bleiben. Nach (2) wird sich folglich bei sonst gleichen Parametern die Störeelektronenrate auf ca. 10^9 s^{-1} erhöhen. Für eine Verstärkung von 10^6 entspricht dieser Grundhelligkeit ein mittlerer Strom von $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ A}$. Falls sich das Gesichtsfeld des Teleskops oder die Bandbreite des optischen Filters nicht mehr verringern lassen, müßte daher entweder ein mechanischer Verschluß [9] mit mindestens 1/100-s-Verschluß- und -Synchronisierzeit oder eine impulsförmige Aufstockung der während der Bereitschaftszeit ansonsten niedrig gehaltenen Dynodenspannung des SEV vorgesehen werden. Eine versuchsweise Beaufschlagung der ersten Dynode mit einem hohen negativen Potential gegen die Katode brachte keine ausreichende Unterdrückung des Anodenstromes. - Im folgenden soll ein Vergleich zwischen einem Multialkali-Typ mit 3 % und einer GaAs-Katode mit 20 % Quantenausbeute hinsichtlich der zu erwartenden Empfindlichkeitssteigerung der Halbleiterkatode durchgeführt werden.

Für die statistische Betrachtungsweise legen wir wiederum (3) zugrunde. Man kann nun für vorgegebene Bereitschaftszeiten T und vorgegebene Wahrscheinlichkeit einer Fehlmessung P_k nach (4) die Größe \bar{P}_k bestimmen. \bar{P}_k gab die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß im Integrationsintervall τ für ein Mittel von τN_g k und mehr Elektronen freigesetzt werden. Hat man \bar{P}_k bestimmt, so kann nunmehr mit Hilfe von (3) der dazugehörige Schwellenwert k ermittelt werden. In Tab. 5 wurden in dieser Weise erhaltene Schwellen für verschiedene mittlere Störraten τN_g und unterschiedliche Bereitschaftszeiten T zusammengestellt. Dabei wurde berücksichtigt, daß als Folge der Integration im Intervall τ eine Gleichstromkomponente des Hintergrundrauschens resultiert, die bereits durch die Ankopplung des SEV eliminiert wird. Die Diskriminatorschwelle kann daher um den sich einstellenden mittleren Störeelektronenwert τN_g erniedrigt werden. Die Störrate $\tau N_g = 5$ entspricht dem bereits oben angegebenen sekundlichen Wert von 10^9 s^{-1} für einen GaAs-Typ. Würde man bei sonst gleichen Parametern den GaAs-Typ gegen einen Photovervielfacher mit Multialkali-Katode austauschen, so könnte entsprechend der kleineren Quantenausbeute die Schwelle auf die Werte für $\tau N_g = 0,8$ erniedrigt werden. Umgekehrt folgt also,

Tab. 5. Diskriminatorschwelle in Elektronenäquivalenten für Tagesmessungen und 5 % Wahrscheinlichkeit für eine Fehlmessung; τN_g ist die mittlere Zahl von Störeelektronen im Integrationsintervall

τN_g	T [s]			
	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
5	15	14	12	9
2	11	10	9	7
0,8	8	7	6	5
0,2	6	5	5	4

daß durch den Austausch eines Photovervielfachers mit ca. 3 % Quantenausbeute gegen einen GaAs-Typ mit ca. 20 % Quantenausbeute bei Tagesmessungen nur mit einer Empfindlichkeitssteigerung um einen Faktor 3 bis 4 zu rechnen ist. Bei der Ermittlung der einzustellenden Diskriminatorschwelle nach Tab. 5 konnten die statistischen Schwankungen der Sekundärelektronenemission vernachlässigt werden. Andererseits zeigen experimentelle Untersuchungen bei schwacher Beleuchtung, daß die theoretisch ermittelten Schwellenwerte zu optimistisch sind.

Offensichtlich treten zumindest für Vielelektronenimpulse Abweichungen von der POISSON-Statistik auf. Es ist daher auch hier sinnvoll, zur endgültigen Festlegung der einzustellenden Diskriminatorschwelle experimentell entsprechende Impulsverteilungen bei Tageslicht aufzunehmen.

Literatur

- [1] ABBI, S.C.; MAHR, H.: Correlation of filaments in Nitrobenzene with Laser spikes.
Phys. Rev. Lett. 26 (1971), S. 604-606
- [2] FISCHER, H.: Die Nachweisgrenze von Laserechos bei Satellitenentfernungsmessungen.
Vermessungstechnik 22 (1974), S. 244-246
- [3] FISCHER, H.; NEUBERT, R.: Kombinierte Richtungs- und Entfernungsmessungen mit der weiterentwickelten Satellitenkamera SBG.
Jenaer Rdsch. (1976)
- [4] FISCHER, H.; NEUBERT, R.; SELKE, CH.; STECHER, R.: Satellitenentfernungsmessungen in Potsdam.
Vermessungstechnik 23 (1975) 2, S. 53-56
- [5] KIELEK, W.: Fixed and adaptive stop threshold influence on range measurement accuracy.
Symposium on Results of Satellite Observations, Budapest, Oct.21 - 24 (1974)
- [6] MEILING, W.; STARY, F.: Nanosecond pulse techniques.
Berlin: Akademie-Verlag 1969
- [7] MONTAG, H.: Testung und Interpolation von Laserbeobachtungen einer Station mit Hilfe der Bahnmethode.
Vermessungstechnik 23 (1975) 2, S. 62-63
- [8] PEARLMAN, M.R.; LEHR, C.G.; LANHAM, N.W.; WOHN, J.: Upgrading of the SAO Laser systems to improve ranging performance.
Proc. Workshop on Laser Tracking Instrumentation, Prag 1975
- [9] SHARMA, A.B.: An integrating centroid timing receiver for satellite ranging.
Reports of the Finnish Geodetic Institute, 75 : 10
- [10] STEINBACH, M.: Vortrag, Internat. Seminar, Beobachtung von Satelliten mit der Kamera SBG, Potsdam, April 1974

Eine Einrichtung zur Steuerung der Bahnverfolgung von
Satelliten bei Laserentfernungsmessungen mit dem SBG

Von

Horst Domogalski

Zusammenfassung

Es wird eine Phasenanschnittsteuerung zum Zwecke der Motordrehzahlregelung für eine Teleskopnachführung vorgestellt, die sich inzwischen bei Laserentfernungsmessungen mit dem SBG sowohl bei kontinuierlicher Nachführung als auch für Positionierungszwecke gut bewährt hat.

Summary

A phase-shifting control for the motor speed of a telescope tracking system is described. This control was used successfully for laser range measurements by means of both continuously tracking and successive positioning of the satellite camera "SBG".

Résumé

Il est présenté un retard de phase au fin de la régulation du nombre de tours pour un guidage du télescope qui fait ses preuves dans la télémétrie laser avec le "SBG" non seulement à la guidage continue mais aussi pour l'effet du pointage.

Резюме

Описывается электронное устройство управления скорости привода слежения для телескопа. Данное устройство хорошо себя зарекомендовало при проведении лазерных наблюдений ИСЗ с камерой СБГ как в случае постоянного слежения по всей видимой орбите, так и для установления на отдельные точные эфемеридные положения.

1. Besonderheiten der Bahnverfolgung bei Lasermessungen mit dem SBG

Um bei Entfernungsmessungen nach künstlichen Satelliten während eines bestimmten Zeitintervalls möglichst viele Einzelmessungen zu erhalten, ist es zweckmäßig, dem Satelliten einen Lasersender und -empfänger nachzuführen.

Die z.Z. für geodätische Zwecke benutzten Satelliten bewegen sich in einem Flughöhenbereich zwischen etwa 1000 und 4000 km. Daraus ergeben sich bei Zenitbahnen mittlere Winkelgeschwindigkeiten für die Nachführung von etwa $0,4$ bis $0,1^{\circ}/s$. Die Parallelität der optischen Achsen zwischen Leitrohr, Lasersender und -empfänger sowie eine präzise Zielung bilden die notwendigen Voraussetzungen für das Auftreffen der Laserstrahlung am Satelliten, aus deren Laufzeit für diskrete Zeitmomente die Entfernung errechnet werden kann. Während bei der fotografischen Satellitenbeobachtung mit dem SBG am Leitrohr mit einem Gesichtsfeld von 3° (21,3fache Vergrößerung) bzw. von 6° (10,7fache Vergrößerung) gearbeitet wird [1], ist für die Laserentfernungsmessung aus beobachtungstechnischen Gründen eine mehr als 30fache Vergrößerung notwendig. Diese wird durch die Verwendung eines orthoskopischen Okulars mit 25 mm Brennweite erreicht. Damit erscheinen z.B. die GEOS-Satelliten im Leitrohr bei günstigem Phasenwinkel ausreichend hell, und der Abbildungsmaßstab ermöglicht eine befriedigend genaue Zielung. Allerdings verringert sich dabei das Gesichtsfeld auf etwa $1,2^{\circ}$. Aus diesem Grunde durchläuft ein Satellit mit einer Flughöhe von 1000 km (topozentrische Winkelgeschwindigkeit $\leq 0,4^{\circ}/s$) das Gesichtsfeld bei ruhendem, auf die Ephemeridenposition eingestelltem Teleskoprohr in etwa 3 Sekunden (Abb. 1, Meßpunkt 1). Bei einem größeren Abstand des Satelliten von der Gesichtsfeldmitte ist dieses Zeitintervall noch kürzer (Abb. 1, Meßpunkt 2).

Während der Verweilzeit des Satelliten im Gesichtsfeld wird die Lochstreifensteuerung in Betrieb genommen. Sie bestimmt neben der Genauigkeit der Aufstellungskonstanten der Kamera die Präzision der Nachführgeschwindigkeit und bewährte sich bekanntlich in der Praxis bei der fotografischen Beobachtung [1], ist aber für eine exakte Verfolgung über den gesamten sichtbaren Bahnbogen, wie es bei der Laserbeobachtung der Fall ist, nicht immer geeignet. Die gegenwärtig in Potsdam praktizierte Technologie bei der Laserbeobachtung verlangt jedoch, daß der Satellit während der gesamten Sichtbarkeitsdauer (etwa 300 s) möglichst oft und mit hoher Genauigkeit mit einem Strichkreuz pointiert werden kann. Zwangsläufig müssen deshalb kleinere Korrekturbewegungen der Kameraachse in der Bahnrichtung und senkrecht dazu ausgeführt werden.

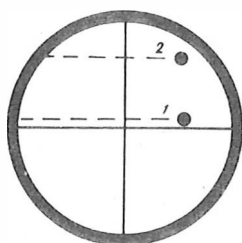


Abb. 1. Satellit im Leitrohr:

Gesichtsfelddurchmesser $1,2^{\circ}$,
 Flughöhe des Satelliten 1000 km,
 Sichtbarkeitsdauer bei ruhendem
 Rohr ≤ 3 s

Die im VEB Carl Zeiss Jena [3] entwickelte Handsteuerung (Abb. 3a) bietet im Prinzip eine Korrekturmöglichkeit in der Bahnrichtung (proportionale und proportional-integrale Korrektur), ihre Bedienung verlangt jedoch ein erhebliches Maß an Erfahrung. Schon kleine Fehlgriffe bei der Bedienung der Schaltmechanik verursachen ein Verschwinden des Satelliten aus dem Gesichtsfeld, so daß dieser dann meist unauffindbar bleibt. Aus diesem Grunde und wegen der bei Laserentfernungsmessungen erhöhten Anforderungen an die Qualität der Nachführung wurde am Zentralinstitut für Physik der Erde der Akademie der Wissenschaften der DDR eine einfach zu bedienende Einrichtung geschaffen, die der geforderten Korrektur der Nachführbewegung besser gerecht wird und die eine mit dem unregelmäßigen Motor der Grobbewegung für die dritte Achse in Reihe geschaltete Phasenanschnittsteuerung (Abb. 2) darstellt. Diese Steuerung kann durch Betätigung des Schalters S am Einschub 1 (Abb. 3) in Betrieb genommen werden.

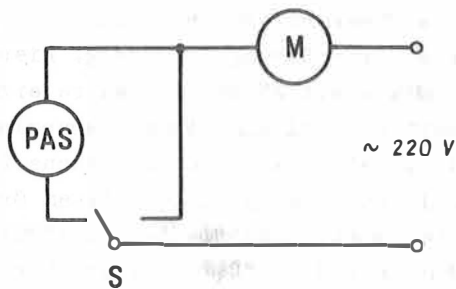


Abb. 2. Phasenanschnittsteuerung (PAS) im Motorlastkreis

M: Motor
S: Schalter

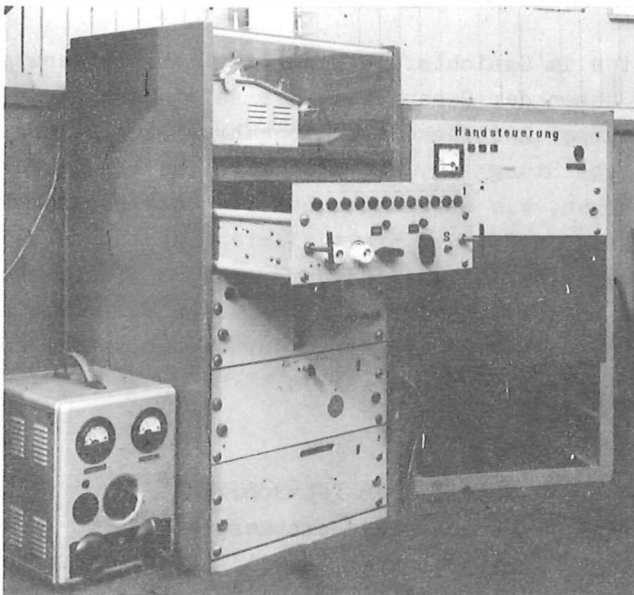


Abb. 3a. Links: SBG-Schaltschrank mit dem Einschub 1, der die PAS enthält
Rechts: Elektronik-Einschub der Handsteuerung

Die Bahnverfolgung bei der Laserentfernungsmessung stellt dann im Prinzip einen geschlossenen Regelkreis dar (Abb. 4). Der Lochbandleser gibt die Führungsgröße (Lochbandcode = Istwert) über die Mischstelle an die geregelten Antriebe. Konizidiert das

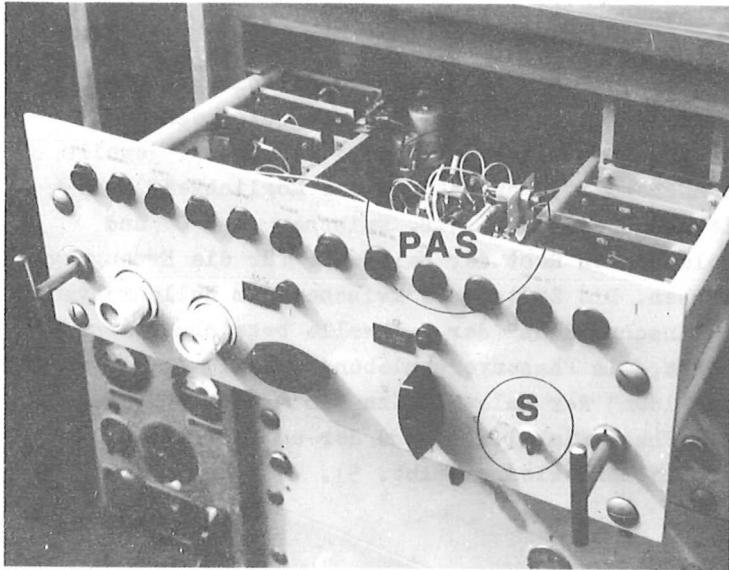
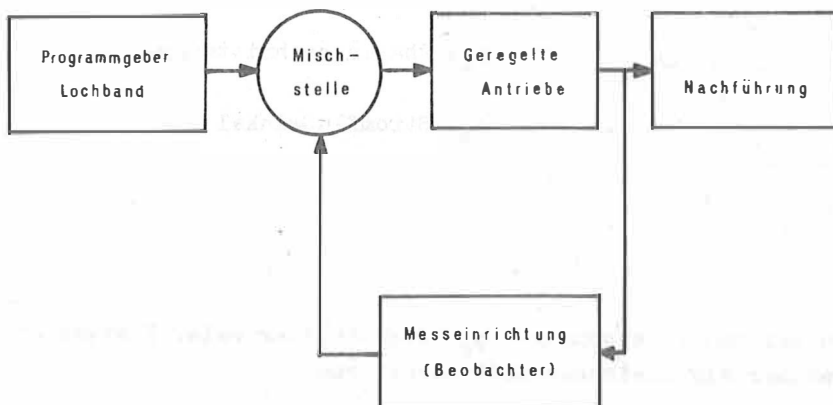


Abb. 3b. Einschub 1 mit PAS

Abb. 4.
Regelkreis der
Bahnverfolgung

Satellitenbild mit dem Fadenkreuz, dann trifft der Laserstrahl den Satelliten, und der Beobachter als subjektive Meßeinrichtung gibt die Regelgröße "Null" an die Mischstelle. Im anderen Falle stellt der Beobachter die Abweichungen des Satellitenbildes vom Fadenkreuz augenscheinlich in zwei Komponenten fest und gibt so lange zwei Regelgrößen (mit der Phasenanschnittsteuerung für σ in Bahnrichtung und mit dem üblichen SBG-Handscharter für δ senkrecht dazu) an die Mischstelle, bis beide Regelgrößen wiederum zu "Null" geworden sind. Die Korrekturnotwendigkeit in Bahnrichtung (σ) überwiegt dabei wesentlich. Im folgenden soll die PAS näher besprochen werden.

2. Prinzipielle Wirkungsweise einer Phasenanschnittsteuerung

Eine an einem ohmschen Verbraucher anliegende sinusförmige Wechselspannung bewirkt bekanntlich für jede positive und für jede negative Halbwelle einen entsprechenden Stromfluß. Beim Betrieb einer in Reihe dazu geschalteten PAS wird jedoch nur jeweils eine Halbwelle (z.B. nur die positive) ausgenutzt. Man hat nun die Möglichkeit, die jeweilige Sinushalbwelle zu einem beliebigen Zeitpunkt, z.B. zwischen $t = 0$ und $t = \pi$, "anzuschneiden" und nur den verbleibenden Rest der Halbwelle für die Erzeugung eines Stromflusses wirksam werden zu lassen. Die Zeitspanne zwischen dem Nulldurchgang der Netzspannung und dem Zeitpunkt des "Anschneidens" der Halbwelle bezeichnet man, auf die Netzspannungsperiode 2π bezogen, als Phasenverschiebungswinkel φ_z (Zündwinkel des Thyristors). Wird das "Anschneiden" der Halbwelle zu einem noch späteren Zeitpunkt vorgenommen, d.h. bei größerem Phasenwinkel, so wird der am Verbraucher zur Wirkung kommende Teil der Halbwelle entsprechend kleiner (Abb. 5).

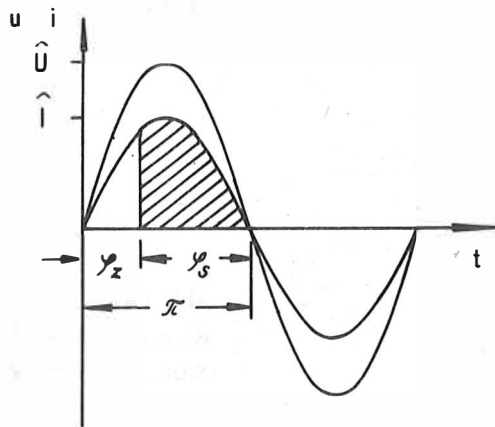


Abb. 5. Stromverlauf bei ohmscher Last

φ_z : Phasenanschnittwinkel

φ_B : Stromflußwinkel

Die Stromwirksamkeit wird nur im Zeitabschnitt φ_B feststellbar sein. Hieraus ergibt sich für ohmsche Verbraucher ein Gleichstrommittelwert von

$$(1) \quad I_- = \int_{\varphi_z}^{\pi} \hat{I} \sin t \, dt$$

und somit entsprechend der Größe des Zündwinkels φ_z der gewünschte Regelleffekt.

Liegt im Lastkreis anstelle eines rein ohmschen Verbrauchers eine Induktivität [2], wie sie z.B. die Läuferwicklung eines Elektromotors darstellt, so folgen Strom und Spannung einander phasenverschoben um den Winkel

$$(2) \quad \varphi_{Ph} = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

mit $\omega = 2\pi f$, f : Frequenz der Wechselspannung, L : Induktivität, R : Wirkwiderstand im Lastkreis. Wird nun eine PAS mit dem Motor in Reihe geschaltet und der Zündzeitpunkt z.B. im Spannungsmaximum ($\varphi_z = \frac{\pi}{2}$) gewählt, so springt der Strom in diesem Moment durchaus nicht ebenfalls auf sein Maximum, sondern überwindet zunächst die in

den Wicklungen induzierte Gegenspannung. Während die Spannungshalbwellen zum Zeitpunkt π den Amplitudenwert 0 erreicht hat, fließt der Strom abklingend noch eine gewisse Zeit in der alten Richtung weiter. Die Zeitdauer des Stromflusses bezeichnet man als Stromflußwinkel φ_s . Seine Größe ergibt sich als Differenz der Zeitwerte t_1 und t_2 , die man erhält, wenn die Stromfunktion

$$(3) \quad i = f(\omega t; \varphi_z)$$

gleich Null gesetzt wird. Der aus der Stromfunktion i berechnete Gleichstrommittelwert

$$(4) \quad I_{\text{m}} = \int_{t_1}^{t_2} i_{\varphi_s} dt$$

bestimmt dann schließlich das Drehmoment des Motors zu

$$(5) \quad M_d = c \Phi \int_{t_1}^{t_2} i_{\varphi_s} dt.$$

Dabei gilt: $t_2 > \pi$, $t_1 = \varphi_z$, M_d : Drehmoment des Motors, c : Motorkonstante, Φ : Magnetfluß. Auf Grund des Vorhandenseins der induzierten Gegenspannung kann φ_z nie gleich Null werden (Abb. 6).

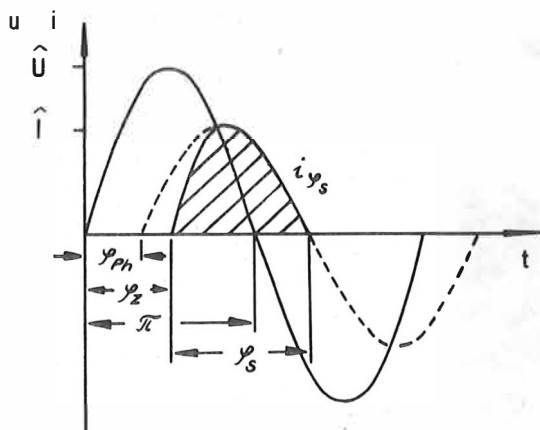


Abb. 6. Stromverlauf bei induktiver Last

u : Momentanwert der Spannung
 i : Momentanwert des Stromes

Zwischen dem Drehmoment M_d eines Motors und seiner Drehzahl n besteht eine funktionale Abhängigkeit der Form

$$(6) \quad M_d = f(n).$$

Wir erhalten durch Zusammenfassen von Gleichung (5) und (6):

$$(7) \quad f(n) = c \Phi \int_{t_1}^{t_2} i_{\varphi_s} dt$$

bzw.

$$(8) \quad n = F(c \Phi \int_{t_1=\varphi_Z}^{t_2} i_{\varphi_B} dt)$$

oder

$$(9) \quad n = \gamma(\varphi_Z; \varphi_B) \cdot$$

Aus dieser prinzipiellen Darstellung folgt, daß die Drehzahl des Motors und damit die Nachführung des Teleskops durch die Veränderung des Zündwinkels bzw. des Stromflußwinkels modifiziert werden kann. Abb. 7 zeigt eine elektronische Schaltung, die eine solche kontinuierliche Motordrehzahlregelung zuläßt.

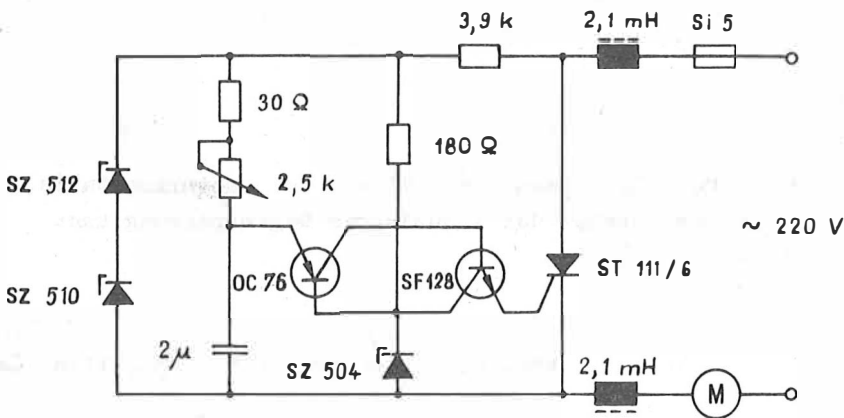


Abb. 7.

Phasenanschnittsteuerung für die Motordrehzahlregelung der 3. Achse ("grob") am SBG

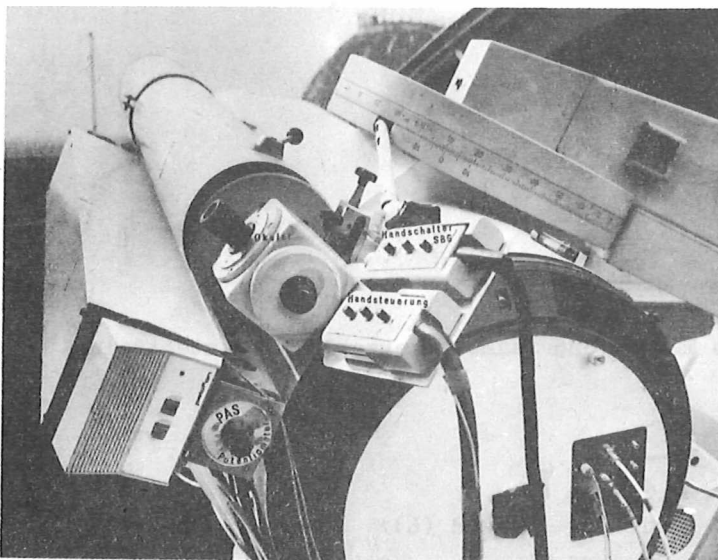


Abb. 8.

Bedienelemente bei der Nachführregelung: Potentiometer der PAS mit Skala. Okular des Sucherfernrohres, Handschalter für die Handsteuerung, Handschalter des SBG

Beim Potsdamer SBG ist die gesamte PAS als Regelschaltung einpolig in den Verbraucherstromkreis eingeschleift. Sie enthält u.a. eine RC-Kombination, bei der die Zeitkonstante $\tau = RC$ mit einem Potentiometer (Abb. 8) variiert werden kann. Bei Betätigung des Potentiometers erfolgt über eine Veränderung des Zündwinkels φ_z eine Drehzahländerung des Antriebsmotors, so daß das Teleskop je nach Wunsch des Beobachters mit geringerer oder größerer Geschwindigkeit nachgeführt werden kann.

3. Erste Erfahrungen bei der Anwendung der PAS am Potsdamer SBG

Am Potsdamer SBG wurde durch die Anwendung der PAS eine Regelung der Nachführgeschwindigkeit in einem Bereich zwischen $0,1$ und $0,8^\circ/s$ erreicht. Die Nachführgeschwindigkeit η ergab sich für den Bereich $0,1^\circ/s < \eta < 0,6^\circ/s$ in erster Näherung als Funktion der Potentiometereinstellung S , die durch eine 15stufige Skala repräsentiert wird, zu

$$(10) \quad \eta = (0,0522 S + 0,0056)^\circ/s .$$

Der praktische Einsatz der PAS zeigte in Verbindung mit der Lochbandsteuerung nach [1] gute Ergebnisse bei der Beobachtung der Satelliten GEOS A und GEOS B bei Flughöhen $H \geq 1000$ km. Der Lochbandstart erfolgte stets zum Ephemeridenzeitpunkt, um die Synchronität zwischen Lochbandlauf und Satellitenbewegung zu gewährleisten. Konnte der Satellit in der ersten berechneten Position wegen mangelnder Helligkeit oder aus anderen Gründen nicht gesehen werden, so wurde dem Teleskop mittels der PAS eine zusätzliche Geschwindigkeit erteilt. Dadurch erhielt das Leitrohr einen Vorschub gegenüber dem Satelliten. Anschließend wurde diese Korrektur durch eine gegenläufige Bewegung zum Teil wieder rückgängig gemacht. Auf diese Art und Weise gelang es, die Synchronität des Lochbandlaufes zu erhalten und die Lochbandbewegung auszugleichen, so daß die Bewegung der Hintergrundsterne im Gesichtsfeld kompensiert wurde und der Satellit erneut erwartet werden konnte. Bei Flughöhen von 1500 km und mehr gelang es sogar, die Satelliten während ihrer gesamten Sichtbarkeitsdauer ohne Lochbandsteuerung, d.h. nur mit Hilfe der PAS, im Gesichtsfeld zu halten und durch geringfügige Änderungen der Potentiometereinstellung ins Strichkreuz zu bringen. Dabei mußte der Drehknopf des Potentiometers unabhängig von der Nachführrichtung lediglich nach rechts gedreht werden, wenn das Teleskop zu langsam lief, bzw. nach links, wenn es sich zu schnell bewegte.

Literatur

- [1] NAREK, K.-H.: Photographische Positionsbestimmung künstlicher Erdsatelliten mit einer Tracking-Kamera.
Veröff. Zentralinst. Physik d. Erde, Potsdam (1972) 15
- [2] REUSCH; HOSCHKE; SCHOLZ: Lehrbuch elektrischer Systeme, Band 3.
Berlin: Verlag Technik 1971
- [3] STEINBACH, M.: Handsteuerung zur Automatischen Kamera für Astrogeodäsie des VEB Carl Zeiss Jena.
Jenaer Rdsch. 16 (1971) 6, S. 359-361

Zur Bestimmung der Satellitenaberration bei der Auswertung von Beobachtungen

Von

H. Montag

Zusammenfassung

Die Praxis der Reduktion der photographischen Richtungsbeobachtungen wegen der Satellitenaberration bzw. Lichtzeitkorrektur wird kritisch untersucht. Es zeigt sich, daß man bei Verwendung der Aussendezeit des Lichtes am Satelliten nur zu richtigen Ergebnissen kommt, wenn gleichzeitig die tägliche Aberration nicht berücksichtigt wird.

Summary

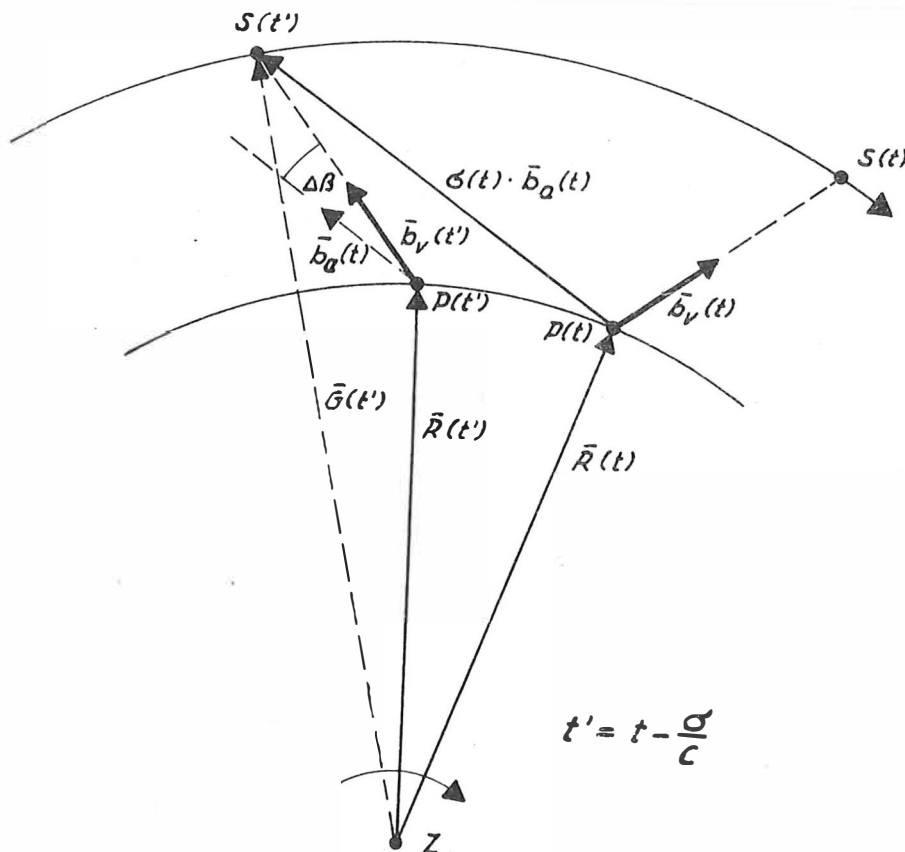
The practice of reduction of optical satellite observations because of the light travel time is examined critically. Using the reflection time of the light at the satellite it is shown that one get correct results only, if simultaneously the diurnal aberration is not taken into consideration.

Résumé

La pratique de la réduction des observations de directivité à cause de l'aberration des satellites et de la corrélation de lumière est analysée critiquement. L'application du temps d'émission du lumière au satellite ne mène au résultat exact qu'on n'a pas considéré en même temps l'aberration diurne.

Резюме

Критически рассматривается вопрос практического учёта спутниковой aberrации при обработке фотографических наблюдений ИСЗ. Оказывается, что при использовании момента излучения света на спутнике не требуется вводить поправку за суточную aberrацию.



Die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit verursacht bei der Richtungsbeobachtung zwischen allen relativ zueinander bewegten Systemen Aberrationseffekte. Gegenüber allgemeinen astronomischen Richtungsmessungen tritt bei der Beobachtung künstlicher Erdsatelliten infolge der Bewegung des Satelliten ein zusätzlicher Aberrationseffekt, die Satellitenaberration oder Lichtzeitkorrektion, auf.

Nehmen wir ein Inertialsystem mit dem Geozentrum Z (Abb. 1) an. In diesem System möge die Bewegung des Satelliten S beschrieben sein. Von einem Beobachtungspunkt P , dessen Bewegung bezüglich des Inertialsystems durch den zeitabhängigen Vektor $\bar{R}(t)$ bestimmt sei, erfolge die Beobachtung des Satelliten S . Das Ergebnis einer Richtungsbeobachtung im Punkt P zur Zeit $t(P(t))$ ist dann die scheinbare Richtung $\bar{v}_a(t)$. Zu dieser Zeit befindet sich der Satellit in $S(t)$, und bei unendlicher Lichtgeschwindigkeit würde man die wahre Richtung $\bar{v}_v(t)$ messen.

Nach Abb. 1 läßt sich der Satellitenort $S(t')$ mit $t' = t - \frac{\sigma}{c}$ (σ - Entfernung von der Station zum Satelliten; c - Lichtgeschwindigkeit) darstellen zu

$$\bar{v}(t') = \bar{R}(t) + \sigma(t) \bar{v}_a(t) = \bar{R}(t') + \sigma(t') \bar{v}_v(t'),$$

d.h., der scheinbare Ort zum Beobachtungszeitpunkt t (Empfangszeit an Station) ist gleich dem wahren Ort zur retardierten Zeit t' . Dabei sind relativistische Effekte vernachlässigt worden [5]. Für die Praxis der Reduktion der Beobachtungen bedeutet das: Bei Benutzung der aus den photographischen Aufnahmen erhaltenen scheinbaren Richtungen $\bar{v}_a(t)$ muß die Zeit für die Bahnposition des Satelliten um die Laufzeit des Lichtes retardiert werden, d.h., es muß t' benutzt werden.

Wie aus Abb. 1 ersichtlich ist, gilt das aber nicht für die Berechnung der Stellung des Radiusvektors \bar{R} der Station bzw. der Sternzeit [3]. Letzteres wird von vielen Autoren vernachlässigt. Der dadurch entstehende Fehler entspricht der täglichen Aberration, wie noch gezeigt werden wird.

Bei exakter Berücksichtigung der Lichtzeitkorrektion bzw. Satellitenaberration hat man somit für die Bahnposition des Satelliten und die Stellung des Erdrotationsvektors unterschiedliche Zeiten zu verwenden, ein Umstand, der unbequem sein kann.

Will man die Empfangszeit t für beide benutzen, so erhält man exakte Ergebnisse, wenn man die wahre Richtung $\bar{v}_v(t)$ ausgehend von der gemessenen scheinbaren Richtung $\bar{v}_a(t)$ berechnet. Bezogen auf das astronomische Äquatorialsystem lauten die Reduktionsformeln

$$\alpha_v = \alpha_a + \dot{\alpha} \frac{\sigma}{c}; \quad \delta_v = \delta_a + \dot{\delta} \frac{\sigma}{c}$$

mit $\dot{\alpha}$, $\dot{\delta}$ -zeitliche Änderungen von α und δ , entnommen als Differenzenquotienten aus den photographischen Aufnahmen.

Die Reduktion der Richtungsbeobachtungen nach dieser Methode ist gegenüber der Retardation der Beobachtungszeit t wesentlich aufwendiger.

Eine weitere Methode, die sowohl exakt als auch einfach und bequem ist, läßt sich angeben. Man benutzt die um die Laufzeit des Lichtes retardierte Zeit t' sowohl für die Berechnung der Bahnposition des Satelliten als auch der Sternzeit und die

scheinbare Richtung $\bar{v}_a(t)$. Trägt man diese Richtung im Punkt $P(t')$ an (Abb. 1), so zeigt sich gegenüber der wahren Richtung $\bar{v}_v(t')$ ein Fehler $\Delta\beta$, der durch die Rotation der Erde verursacht wird. Die Größe dieses Fehlers ist proportional dem Verhältnis der Rotationsgeschwindigkeit der Erde an der Station zur Lichtgeschwindigkeit, d.h., der absolute Wert von $\Delta\beta$ ist gleich dem Einfluß der täglichen Aberration. Die tägliche Aberration beträgt bezüglich des Äquatorialsystems bekanntlich [4]

$$\Delta\alpha = 0,021 \cos \varphi \sec \delta \cos (\theta - \alpha) ,$$

$$\Delta\delta = 0,32 \cos \varphi \sin \delta \sin (\theta - \alpha)$$

mit α, δ -Rektaszension, Deklination,
 φ, θ -geographische Breite, Ortssternzeit.

Entscheidend ist nun, daß das Vorzeichen von $\Delta\beta$ dem der täglichen Aberration entgegengesetzt ist:

$$\Delta\beta_\alpha = -\Delta\alpha ; \quad \Delta\beta_\delta = -\Delta\delta .$$

Die zweckmäßigste Methode zur Reduktion wegen der Satellitenaberration bzw. Lichtzeitkorrektur besteht somit darin, daß man die retardierte Zeit t' (Ausendezeit am Satelliten) benutzt, gleichzeitig aber die tägliche Aberration nicht berücksichtigt. Die Anwendung dieser Methode liefert exakte Ergebnisse und erfordert gleichzeitig gegenüber den bisherigen Verfahren einen wesentlich geringeren Aufwand beim Reduktionsprozeß.

Literatur

- [1] ARNOLD, K.: Methoden der Satellitengeodäsie.
Berlin: Akademie-Verlag 1970
- [2] ERPYLEV, N.P.: K voprosu o nekotorych terminach i oboznačenijach v sputnikovoj astronomii.
Naučnye Informacii, Astronomičeskij Sovet Akademii Nauk SSSR, Moskva 1972, S. 48-52
- [3] LUNDQUIST, C.A.; VEIS, G.: Geodetic Parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth, Volume 1.
Smithsonian Astrophysical Observatory, Special Report 200. 232 S.
- [4] MÜHLIG, F.: Astronomisch-geodätische Ortsbestimmung.
Berlin (W): Herbert Wichmann Verlag 1960
- [5] SCHNEIDER, M.: Aberration und optischer Dopplereffekt - relativistisch begründet.
Mitt. Inst. Astron. u. phys. Geod. TU München Nr. 106, München 1974, 60 S.