

ISSN 0514-8790

**AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR**  
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften  
**ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE**

---

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde  
Nr. 104

# Oberflächenwellen und laterale Inhomogenitäten

von  
Peter Malischewsky

Herausgeber:  
Der Direktor des Zentralinstituts für Physik der Erde Potsdam

---

Als Manuskript gedruckt Potsdam 1989

III-12-12 Ag 521 436 89

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	6
1.1. Allgemeiner theoretischer Hintergrund	6
1.2. Geophysikalische und geologische Begründung der Aufgabenstellung	10
2. Klassifizierung der Inhomogenitäten	13
3. Kompakte Darstellung der Oberflächenwellen für lateral homogene Medien	15
3.1. Lovewellen	15
3.2. Rayleighwellen	17
3.3. Weiterführende Betrachtungen	20
4. Verschiedene theoretische Verfahren zur Behandlung unterschiedlicher Diskontinuitäten	23
4.1. Allgemeine Bemerkungen	23
4.2. Sprunghafte Änderung der Materialparameter	25
4.3. Allmähliche Änderung der Materialparameter	28
4.3.1. Strahlentheorie für Oberflächenwellen	28
4.3.2. Methode der gekoppelten Moden	30
4.4. Streutheorie nach Snieder	31
5. Genäherte Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für vertikale Diskontinuitäten	33
6. Modifizierung der Übergangsbedingungen	38
7. Erkundung realer Diskontinuitäten mittels Oberflächenwellen	42
7.1. Eliminierung verschiedener Störeinflüsse	42
7.1.1. Allgemeine Bemerkungen	42
7.1.2. Berücksichtigung der Dämpfung	43
7.1.3. Berücksichtigung von Fokussierungs- und Defokussierungseffekten	46
7.1.3.1. Allgemeine Bemerkungen	46
7.1.3.2. Vertikale ungekrümmte Diskontinuitäten	46
7.1.3.3. Vertikale gekrümmte Diskontinuitäten	49
7.1.4. Das Spektrum von Oberflächenwellen	55
7.1.4.1. Allgemeine Bemerkungen	55

	Seite
7.1.4.2. Lateral homogenes Medium	55
7.1.4.3. Lateral inhomogenes Medium ohne scharfe Grenzflächen	57
7.1.4.4. Ausbreitung von Oberflächenwellen durch eine vertikale Diskontinuität	58
7.1.4.5. Kombinierte Modelle	59
7.1.5. Untersuchung der Spektren eines Stationspaares	60
7.1.5.1. Allgemeine Bemerkungen	60
7.1.5.2. Berechnung des Spektrenkoeffizienten und der Größe $K$	61
7.2. Die Periodenabhängigkeit der Transmissionskoeffizienten	63
7.3. Vergleich der Einflüsse von Dämpfung und Diskontinuität	67
7.4. Auswertung der Spektren von Stationspaaren auf dem Territorium der DDR	71
8. Schlußfolgerungen	77
9. Literaturverzeichnis	79

### Zusammenfassung

Grundlage der vorliegenden Arbeit ist eine Monographie des Autors zur allgemeinen Theorie von Oberflächenwellen in lateral inhomogenen Strukturen, insbesondere in Medien mit Diskontinuitäten. Die wesentlichen Züge dieser Theorie werden wiederholt, und zwar sowohl die strahlen- als auch die wellentheoretischen Aspekte. Um bestehende Diskrepanzen zwischen der Theorie und dem Beobachtungsmaterial zu beseitigen, muß man eine räumliche Struktur der Diskontinuitäten zulassen, die im einfachsten Fall durch die Randbedingungen des nichtfesten Kontakts simuliert wird. Hauptziel ist die Lösung der tomographischen Aufgabe beim Durchgang von seismischen Oberflächenwellen durch eine Diskontinuität. Den Ausgangspunkt bilden hierbei die frequenzabhängigen Transmissionskoeffizienten, mit deren Hilfe ein expliziter Ausdruck für den Spektrenquotienten eines Stationspaares angegeben wird. Auf dieser Grundlage können im Prinzip Aussagen über die Tiefenreichweite von Diskontinuitäten gemacht werden. Die Tomographie mit seismischen Oberflächenwellen im Transmissionsregime wird jedoch durch diverse Störfaktoren, wie z. B. die physikalische Dämpfung und die Fokussierung, sehr erschwert. Das vorliegende Datenmaterial für das Territorium der DDR wird unter diesem Gesichtspunkt diskutiert, und es werden gewisse Schlußfolgerungen gezogen.

### Summary

This paper is based on the author's monograph devoted to the general surface wave theory in laterally inhomogeneous structures, especially in media with discontinuities. The main points of this theory, in particular the ray-theoretical as well as wave-theoretical aspects, are demonstrated once more. To avoid existing discrepancies between theory and experimental data it is necessary to assume a spatial structure of the faults which, in the simplest case, can be simulated by the boundary conditions of the type loosely-bonded interface. The main intention is the solution of the tomographic problem in connection with the passage of surface waves through a discontinuity. The frequency-dependent transmission coefficients are used to derive

an explicit expression for the spectral ratio of two stations. In principle, it is possible to make statements about the penetration in depth of the discontinuities. However, the tomography with seismic surface waves in the transmission regime is considerably complicated by several disturbing factors, such as physical attenuation and focusing effects. From this point of view, the existing experimental data concerning the territory of the G.D.R. are discussed, and some conclusions are drawn.

### Резюме

Основой данной работы является монография автора об общей теории поверхностных волн в латерально неоднородных структурах, в особенности в средах с разломами. Здесь частично повторяются основные выводы о лучевых и волновых явлениях при рассеянии волн на неоднородностях среды. Для устранения существующих противоречий между теорией и опытными данными приходится допускать пространственную структуру разломов, которая моделируется в простейшем случае краевыми условиями нежёсткого контакта. Главной целью является постановка и решение задач сейсмической томографии на поверхностных волнах, прошедших через раслом. С использованием зависимых от частоты коэффициентов прохождения приводится явное выражение для спектрального отношения одной пары станций. При помощи этого подхода можно в принципе оценивать глубину разломов. Однако томография на сейсмических поверхностных волнах в режиме прохождения значительно затрудняется мешающими факторами такими как, например, физическим затуханием и фокусировкой. Существующие данные для территории ГДР обсуждаются под этим углом зрения и делаются некоторые выводы и рекомендации.

## 1. Einleitung

### 1.1. Allgemeiner theoretischer Hintergrund

Bekanntlich erzeugt eine mit der Kreisfrequenz  $\omega$  oszillierende Punktkraft  $F_i$  im elastischen, inhomogenen Erdkörper ein räumlich und zeitlich variables Verrückungsfeld  $u_i = u_i(x_j, t)$ , das der inhomogenen partiellen Differentialgleichung

$$(1.1) \quad L_{ij} u_j = F_i$$

mit

$$(1.2) \quad L_{ij} = -\delta_{ij} \rho \omega^2 - \frac{\partial}{\partial x_k} (C_{iklj} \frac{\partial}{\partial x_l})$$

genügt, wobei  $\rho$  die Dichte und  $C_{iklj}$  der Hookesche Tensor ist. In vielen Fällen lassen sich die Herde von natürlichen oder künstlichen Erdbeben durch Kombination solcher Punktkräfte darstellen oder aus dem sogenannten Momententensor ableiten. Das Verrückungsfeld wird an diskreten Punkten der Erdoberfläche mit Seismographen registriert und erzeugt im Zeitbereich die Seismogramme bzw. im Frequenzbereich die Spektren. Das Auftreten von auswertbaren Seismogrammen verdankt man der Tatsache, daß die Erde kein ideal elastischer Körper ist, so daß das Verrückungsfeld gedämpft wird.

Ziel aller geophysikalischen Verfahren und insbesondere der seismologischen und seismischen ist es, die Materialparameter des Erdkörpers als Funktion von Raum und Zeit durch Messungen an der Erdoberfläche bzw. im oberflächennahen Bereich zu ermitteln. Dies führt zu einer komplizierten Inversionsaufgabe, die man z. B. in der Weise angehen kann, daß man für vorgegebene Erdmodelle synthetische Seismogramme erzeugt, diese mit den experimentell gefundenen vergleicht und durch Variation der Materialparameter eine optimale Anpassung zu erreichen versucht. Das Berechnen von kompletten theoretischen Seismogrammen, die sämtliche Einsätze der Raumwellen und die Oberflächenwellen enthalten, ist sehr aufwendig und teuer. Solche kompletten Seismogramme sind dann am nützlichsten, wenn die zeitliche Auflösung der seismischen Phasen klein ist. Haben sich die verschiedenen seismischen Phasen mit entsprechendem zeitlichen Abstand gut herausgebildet, ist es sinnvoll, die verschiedenen Seis-

mogrammabschnitte mit unterschiedlichen Näherungsverfahren getrennt zu modellieren. Dieses Grundkonzept ist in dem weitverbreiteten Vorgehen enthalten, die P-, S- und Oberflächenwellen getrennt zu untersuchen, was durch die visuelle Auswertung des Seismogramms a posteriori nahegelegt wird. Die Möglichkeit dazu ist nicht a priori gegeben, denn wenn die Materialparameter allgemeine Ortsfunktionen sind, lassen sich die Lösungen von (1.1) nicht in der angegebenen Weise aufspalten. Sind jedoch die elastischen Parameter (im Falle von Isotropie  $\lambda$ ,  $\mu$  und  $\rho$ ) lediglich Funktionen einer Koordinate, sagen wir  $x_3$ , die wir später als Tiefe interpretieren, ist eine solche Aufspaltung noch möglich. So wurde man schon frühzeitig auf das Bild der konzentrisch geschichteten, aber lateral homogenen Erde geführt, die für manche Zwecke durch den homogenen geschichteten elastischen Halbraum approximiert wurde. Das Vorhandensein von Schichtgrenzen führt zur Erzeugung von reflektierten und Wechselwellen, so daß das Studium der Ausbreitung von Raumwellen in solchen Strukturen sowohl die Kenntnis der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten an den Schichtgrenzen als auch die Anwendung des Snelliusschen Brechungsgesetzes erfordert. Die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten erhält man im allgemeinen Fall als Funktion des Einfallswinkels aus einem algebraischen Gleichungssystem mit vier Unbekannten (für SH-Wellen mit zwei Unbekannten). Diese Aufgabe wurde im Prinzip bereits im vorigen Jahrhundert gelöst. Die Schichtgrenzen führen bei Oberflächenwellen zur geometrischen Dispersion, die in den letzten Jahrzehnten zum Zwecke der Tiefenerkundung eingehend studiert worden ist. Diesbezügliche Verfahren gehören seit geraumer Zeit zum gesicherten Bestand der seismologischen Forschung. Insbesondere ist die Bestimmung der Dispersionskurven eine wichtige Methode zur Untersuchungen von Unterschieden der elastischen Parameter für verschiedene tektonische Regionen. Die Kenntnis der Größe der Parameter bildet eine Grundlage für die Erforschung der großräumigen und tiefgreifenden Entwicklung der Erde, wie Formung der Gebirgszüge, Verschiebung der Kontinente, Ausbildung der Ozeane u. a.

Es zeigte sich bald, daß geschichtete, lateral homogene Modelle nur ein sehr grobes Abbild der Wirklichkeit liefern und längst nicht alle Phänomene erklären können. Sie haben lediglich eine

lokale Bedeutung. Für ungestörte Sedimente z. B. sind sie angemessen, aber gewiß nicht für Regionen, die durch Intrusion von diapirischen Salzdomen gestört sind usw. Geschichtete Modelle wurden mit beträchtlichem Erfolg für die detaillierte Untersuchung der ozeanischen Kruste verwendet, doch für die Kontinente geben sie nur grob die mittleren Eigenschaften der Kruste wieder. Es ist regelrecht erstaunlich, welche Erfolge in der Vergangenheit von den Seismologen mit dem lateral homogenen Erdmodell erzielt werden konnten. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß die Inhomogenitäten in vertikaler Richtung stärker ausgeprägt sind als in horizontaler. Immerhin sah man sich in der Folgezeit gezwungen, die elastischen Parameter doch von allen drei Koordinaten abhängen zu lassen, d. h. sogenannte 3D-Modelle zu betrachten. Die Ausbreitung seismischer Wellen in so allgemeinen Medien läßt sich exakt nur mit rein numerischen Methoden behandeln, und auch diese sind aus Speicher- und Zeitgründen auf einen Ausschnitt des Mediums beschränkt. Für langsamveränderliche Materialparameter bieten sich bei hohen Frequenzen strahlenoptische Methoden an ("ray tracing"). Diese wurden zunächst für Raumwellen entwickelt. Doch in dem Maße, wie bei globaler und regionaler Betrachtungsweise die Einführung lateraler Inhomogenitäten notwendig wurde, wurden diese Methoden auch auf Oberflächenwellen übertragen. Darauf werden wir noch zu sprechen kommen. Reflexion und Brechung an scharfen Grenzflächen sind in diesem Formalismus zunächst nicht enthalten, lassen sich aber in einfacher Weise einfügen. Dies bereitet im Falle der Raumwellen keine besonderen Schwierigkeiten, da die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten von ebenen, homogenen Wellen bekannt sind. Viel schwieriger ist die Situation bei den inhomogenen Oberflächenwellen, deren Reflexions- und Transmissionskoeffizienten mit Ausnahme eines Spezialfalls [siehe MALISCHEWSKY (1987)] nicht aus einem algebraischen Gleichungssystem bestimmbar sind. Bis jetzt gibt es keine exakten Lösungen für dieses Problem im allgemeinen Fall. Doch gibt es in der Literatur diverse Vorschläge für Näherungslösungen, die theoretisch mehr oder weniger gut begründet sind. Diese stammen aus sehr unterschiedlichen Gebieten der Physik und Technik. Bekanntlich haben Oberflächenwellen in den letzten zwei Jahrzehnten eine zunehmende Anwendung erfahren, womit gleichzeitig das Inter-

esse an einem tieferen Verständnis von Oberflächenwellenphänomenen wuchs. Hier sind außer der Geophysik das große Gebiet der Bauelemente auf der Basis akustischer Oberflächenwellen und die zerstörungsfreie Materialprüfung zu nennen. Andererseits ist die Theorie elektromagnetischer Wellenleiter eng mit der Theorie elastischer Oberflächenwellen verwandt. Wenn man bedenkt, welche stürmische Entwicklung die Lichtleiter in jüngster Zeit erfahren haben und in zunehmendem Maße erfahren, ist es nicht verwunderlich, daß dazu eine unübersehbar große Literatur existiert. Ein Schlüsselproblem auf allen diesen Gebieten ist die Ausbreitung von Oberflächenwellen in gestörten Wellenleitern. Es bietet sich an, die in den unterschiedlichen Disziplinen gewonnenen Erkenntnisse für die seismologische Forschung nutzbar zu machen. In einer umfangreichen Monographie [MALISCHEWSKY (1987)] hat der Autor die Ausbreitung von Oberflächenwellen in gestörten Wellenleitern mit besonderer Berücksichtigung vertikaler Diskontinuitäten interdisziplinär dargestellt. Dabei wurden erstmals neueste Forschungsergebnisse aus allen Teilen der Welt zusammengestellt und weiterentwickelt. Eine Besonderheit der Darstellung ist die Verwendung eines einfachen Analogiemodells (Impedanzoberfläche), mit dessen Hilfe die komplizierten theoretischen Zusammenhänge besser erklärt werden können. Diese Monographie ist Grundlage der vorliegenden Arbeit. Die Ergebnisse der Monographie, mit der ein wichtiger, inzwischen auch international anerkannter Beitrag zur Theorie von Oberflächenwellen geleistet wurde, werden hier nur so weit wiederholt, wie es für die Entwicklung des Gedankengangs erforderlich ist. Weiterhin ist auf das sehr umfangreiche Literaturverzeichnis der Monographie zu verweisen, das hier im wesentlichen nicht wiederholt werden wird. Während in der Monographie das Schwergewicht auf der theoretischen Deutung der Prozesse beim Durchgang von Oberflächenwellen durch vertikale Diskontinuitäten lag, sollen mit dieser Arbeit die Untersuchungen weitergeführt werden, um zu zeigen, wie diese Erkenntnisse für die Tiefenerkundung im allgemeinen und auf dem Territorium der DDR im besonderen angewendet werden können.

## 1.2. Geophysikalische und geologische Begründung der Aufgabenstellung

Ein wichtiges Problem bei der Untersuchung des Spannungszustandes der Lithosphäre ist die bisher nur teilweise gelöste Frage nach dem Antriebsmechanismus der Plattentektonik und damit nach der Ursache für die an der Erdoberfläche beobachteten Bewegungsvorgänge. Geophysikalische Verfahren benutzen meist die Beobachtung lateraler Variationen entlang eines Meßprofils von physikalischen Größen wie Schwere, Wärmefluß, Magnetfeld, Wellengeschwindigkeit, um daraus Modelle für die Verteilung von Dichte, Temperatur, Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeit sowohl mit der Tiefe als auch längs des untersuchten Profils zu erstellen. Solche Änderungen der elastischen Moduln, der Dichte und der Temperatur in horizontaler Richtung sind meist Ursache oder Ergebnis von Bewegungsvorgängen in der Erde.

Keine Übereinstimmung herrscht über die Frage, bis in welche Tiefen des Mantels die beobachteten Unterschiede der elastischen Parameter und der Dichte für Kontinente und Ozeane reichen. Vom mineralogischen Standpunkt aus scheint eine Entscheidung darüber, ob es laterale Unterschiede in der Zusammensetzung des Mantels unterhalb 600 km gibt, derzeit noch nicht möglich zu sein. Auch unter Seismologen sind die Ansichten zu diesem Punkt durchaus kontrovers. Während z. B. keine Unterschiede in größeren Tiefen als 200 km benötigt werden, um die Dispersionsdaten von OKAL (1978) zu erklären, leiten CHOU und DZIEWONSKI (1978) aus Beobachtungen höherer Oberflächenwellenmoden signifikante Unterschiede für die S-Wellengeschwindigkeit ab bis in eine Tiefe von 1000 km in den beiden Gebieten. MASTERS u. a. (1982) benötigen laterale Änderungen der S-Wellengeschwindigkeit in der Übergangszone des Mantels und darüber hinaus in noch größeren Tiefen, um Frequenzverschiebungen der Eigenschwingungsmoden zu erklären.

Genauso wichtig wie im globalen Rahmen ist die Erforschung lateraler Inhomogenitäten im regionalen Rahmen, und dies insbesondere im Hinblick auf die volkswirtschaftlich bedeutsame Ressourcenerkundung. Die zahlreichen Dispersionsmessungen von Rayleighwellen auf dem Gebiet der DDR [siehe NEUNHÖFER (1985a)]

haben gezeigt, daß sich das Untersuchungsgebiet grob in zwei Teile untergliedern läßt: in den variszischen Südtteil und, am Elbe-Li-neament unmittelbar anschließend, den prävariszischen Norden. Die Inversion führte zu den beiden Modellen J027 (Südtteil der DDR) und J028 (Nordteil der DDR), wobei sich die Modelle im wesentlichen bis zu einer Tiefe von 30 km unterscheiden. Wie die geologischen Karten zeigen, befinden sich auf dem Territorium der DDR zahlreiche Störungszonen, die auf eine feinere Untergliederung hinweisen. Der dominierende Verlauf der Diskontinuitäten ist von Nordwesten nach Südosten (Thüringer Wald, Harznordrand, Flechtinger Höhenzug usw., vgl. auch Abb. 24). Diese Störungszonen sind alle rezent mobil. Im Nordteil herrscht eine Nordkipfung und im Südtteil eine Südkipfung vor. Im Norden gibt es auch einige von der dominierenden Richtung abweichende Störungen, wie z. B. den Neuruppiner Tiefenbruch und die Möckrow-Dargibeller Störung; letztere ist ebenfalls rezent mobil. Worüber die geologischen Karten naturgemäß nur wenig Aufschluß geben können, ist die Tiefenreichweite dieser Störungen. Unter diesem Blickwinkel bieten sich seismologische Verfahren zur Untersuchung der Störungen an. Wie schon erwähnt, kann man die Struktur von Raumwellenseismogrammen in kinematischer und dynamischer Hinsicht auswerten bzw. die Dispersion von Oberflächenwellen untersuchen, um Aufschluß über die horizontale Schichtung zu erhalten. Für das Studium von lateralen Störungen bieten sich vor allen Dingen Oberflächenwellen an, deren Phasengeschwindigkeiten und Amplituden gleichermaßen durch laterale Inhomogenitäten beeinflußt werden (Refraktion, Streuung, Modenumwandlung). Obwohl das keine neue Tatsache ist, sind die Konsequenzen bei Amplitudenstudien von Oberflächenwellen bisher nur selten berücksichtigt worden. Sehr oft werden die Amplitudenveränderungen einfach dem anelastischen Materialverhalten bzw. stochastischer Streuung an diversen Streuzentren zugeschrieben. Ein solches Vorgehen ist aber außerordentlich problematisch. Zum Beispiel hat McGARR (1972) in einem Kommentar zu einer Arbeit von TSAI und AKI (1969) ausgeführt, daß, wenn man den Dämpfungseffekt als Signal interpretiert, dieser in den beobachteten Amplitudenfluktuationen bei einem Signal-Rausch-Verhältnis von kleiner als 0,1 verborgen ist. Die Eigenschaften eines Signals in einem Seismogramm werden durch eine Reihe von Faktoren, zum Teil in recht unterschiedlicher Weise, bestimmt, worauf wir noch zu sprechen

kommen. Die Bestimmung und physikalische Interpretation eines einzelnen Parameters setzt immer voraus, daß wir den Einfluß der übrigen Größen erkennen und beseitigen können. Die Oberflächenwellenseismogramme haben ähnlich wie die Raumwellenseismogramme eine Struktur, die durch Reflexion und Mehrfachreflexion der Oberflächenwellen, durch Modenumwandlung und Streuung erzeugt wird. Um diese Struktur für die Tiefenerkundung nutzbar machen zu können, müssen die einzelnen Einflußfaktoren sehr sorgfältig untersucht werden. Was die Dynamik betrifft, ist dies bisher bei weitem nicht im wünschenswerten Umfang geschehen, so daß mit der vorliegenden Arbeit eine existierende Lücke geschlossen werden soll. Aus noch zu erläuternden Gründen werden wir uns dabei hauptsächlich auf die Transmissionskoeffizienten von Oberflächenwellen konzentrieren. Das Studium des Einflusses von Diskontinuitäten auf die Ausbreitung von Oberflächenwellen hat offensichtlich zwei Aspekte: die Untersuchung der Diskontinuitäten selbst und die Berücksichtigung ihres Einflusses bei der Bestimmung der Dämpfung, der Herdparameter und der Dispersion.

## 2. Klassifizierung der Inhomogenitäten

Die klassische Näherung bei der Interpretation von Oberflächenwellen in der lateral inhomogenen Erde geht von der Tatsache aus, daß die Oberflächenwellen nur von Heterogenitäten beeinflusst werden, die auf dem Großkreis zwischen Herd und Station liegen (Großkreistheorem). Diese Annahme basiert im Grunde genommen auf dem Fermatschen Prinzip, wonach der Wellenweg stationär ist und in erster Näherung durch laterale Inhomogenitäten nicht gestört wird. Doch für kürzerperiodische Oberflächenwellen werden deutliche Abweichungen hiervon beobachtet [siehe z. B. LEVSHIN und BERTEUSSEN (1979)]. Sowohl Amplituden- als auch Phasengeschwindigkeitsmessungen werden signifikant von lateralen Variationen beeinflusst, die nicht notwendigerweise zwischen den Meßpunkten liegen müssen. So hängt z. B. die gemessene Phasenverzögerung zwischen zwei Stationen nicht nur von der Struktur zwischen ihnen, sondern von der gesamten Umgebung ab. In diesem Zusammenhang müssen wir auf die Skalierung von Inhomogenitäten zu sprechen kommen. Nach AKI und RICHARDS (1980) wird der Charakter der Streuung seismischer Wellen durch zwei Parameter bestimmt: das Verhältnis einer charakteristischen Länge der Inhomogenität zur Wellenlänge und das Verhältnis des Wellenweges, der in dem von der Inhomogenität eingenommenen Gebiet zurückgelegt wird, zur Wellenlänge. Von diesen Parametern hängt es ab, mit welchen Näherungsmethoden man die Streuung behandeln kann. Dies gilt sowohl für Raum- als auch für Oberflächenwellen, nur ist die Situation bei Oberflächenwellen viel komplizierter. Was die Frequenzabhängigkeit betrifft, fanden z. B. STEG und KLEMENS (1974) für die Streuung von Rayleighwellen an Oberflächendefekten unterschiedlicher Form Potenzgesetze von  $\omega^2$  bis  $\omega^5$ . Bei Raumwellen findet man, wenn für die Wellenlänge  $\lambda < 2\pi L$  gilt, wobei  $L$  eine charakteristische Dimension der Inhomogenität ist, keine Frequenzabhängigkeit, d. h. ein Potenzgesetz der Form  $\omega^0$ . Das gilt jedoch im allgemeinen nicht für Oberflächenwellen. Auch für  $\lambda \ll 2\pi L$ , also z. B. bei vertikalen Diskontinuitäten, sind die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten frequenzabhängig, und diese Frequenzabhängigkeit werden wir näher untersuchen. Das betrachtete Modell wird das folgende sein: "Scharfe" Diskontinuitäten wie z. B. Kontinentaltäler, Gebirgsränder, Grabenbrüche u. a., deren seitliche Aus-

dehnung groß gegen die Wellenlänge ist, werden in ein lateral schwach veränderliches Medium eingebettet. Im letzteren kann der Wellenweg der Oberflächenwellen strahlentheoretisch verfolgt werden. Es ist durchaus sinnvoll, von einem verhältnismäßig einfachen Modell auszugehen und die theoretisch zu erwartenden Effekte zu berechnen. Beim Vergleich mit dem Experiment wird man zwangsläufig auf eine Folge immer komplexerer Modelle geführt. Die Modifikationen betreffen einerseits die geometrische Form der Diskontinuitäten, d. h. vertikale oder geneigte Diskontinuitäten bzw. Diskontinuitäten, deren Spur auf der freien Oberfläche keine Gerade bilden, was zu einer Fokussierung bzw. Defokussierung der Oberflächenwellen führt (siehe 7.1.3.). Andererseits betreffen sie die Struktur der Diskontinuitäten selbst. Man wird gezwungen sein (siehe 6.), eine gewisse Strukturierung der "scharfen" Diskontinuitäten zuzulassen, wobei dünne Schichten, ähnlich wie bei Raumwellen, eine erhebliche Rolle spielen werden. So ergibt sich gemäß AKI und FEHLER (1978), daß eine Flüssigkeitsschicht von nur 0,1 mm Dicke SH-Wellen mit einer mehr als  $10^4$ mal größeren Wellenlänge unter praktisch allen Winkeln vollständig reflektiert. Auch reflektierte P- und SV-Wellen (die hier als gestreute Wellen anzusehen sind) zeigen Amplituden der gleichen Größenordnung wie die der einfallenden Welle. Man muß also bei der Streuung seismischer Wellen durchaus sehr dünne Klüfte und Lamellen in Betracht ziehen. Nach ENGELHARD (1979) können durch Feinschichtung mit Wechsellagerung dünner Schichten von unterschiedlicher Dichte und Geschwindigkeit bestimmte Frequenzen im Spektrum verstärkt, andere ausgelöscht bzw. geschwächt werden. So können scheinbare Absorptionseffekte mit beliebiger Frequenzabhängigkeit vorgetäuscht werden, und es kann genauso auch zu scheinbarer negativer Absorption kommen. Ähnliche Effekte haben wir bei Oberflächenwellen zu erwarten.

### 3. Kompakte Darstellung der Oberflächenwellen für lateral homogene Medien

#### 3.1. Lovewellen

Wir verwenden hier im wesentlichen den gleichen Formalismus, wie er bei MALISCHEWSKY (1987) verwendet worden ist. Darum wird bezüglich der Notation auf diese Monographie verwiesen. In gewisser Analogie zur Quantentheorie wird ein tiefenabhängiger Bewegungsvektor in der  $\psi$ -ket-Form,

$$(3.1) \quad |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ i\omega U_2 \\ \alpha \\ S_{12} \end{pmatrix},$$

und der dazugehörige hermitesch konjugierte bra-vektor

$$(3.2) \quad \langle\psi| = |\psi\rangle^+ = (-i\omega U_2^*; S_{12}^*)$$

eingeführt, der die Verrückungen und Spannungen zusammenfaßt, wobei

$$(3.3) \quad S_{12}(x_3) = i\mu(x_3)k U_2(x_3)$$

gilt. Griechische Indizes dienen, wie in allen Veröffentlichungen des Autors, zur Durchnummerierung der Eigenfunktionen (Moden). Für  $x_3 = 0$  sind gewisse Randbedingungen zu erfüllen (z. B. spannungsfreie Oberfläche), und für  $x_3 = \infty$  verschwinden sämtliche Eigenfunktionen der Oberflächenwellen per definitionem. Während der  $\psi$ -Vektor nur eine Funktion der Tiefe  $x_3$  ist, möge der Feldvektor  $\Psi$  in der Weise

$$(3.4) \quad \Psi = |\psi\rangle e^{i k x_1}$$

von  $x_1$  abhängen, wobei der Zeitfaktor  $e^{-i\omega t}$  in üblicher Weise weggelassen wurde. Weiterhin wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß sich die Wellen in  $x_1$ -Richtung ausbreiten. Für schräg einfallende Oberflächenwellen muß der Ansatz (3.4) gemäß

$$(3.5) \quad \tilde{\Psi} = |\tilde{\psi}\rangle e^{i(k_1 x_1 + k_2 x_2)}, \quad k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

modifiziert werden, wobei  $k_1^\alpha$  und  $k_2^\alpha$  die Komponenten des Wellenzahlvektors in  $x_1$ - bzw.  $x_2$ -Richtung sind. Definiert man einen Operator  $\Omega$ ,

$$(3.6) \quad \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \omega/\mu \\ L_{22}/\omega & 0 \end{pmatrix},$$

wobei  $L_{22}$  den Lovewellenoperator darstellt,

$$(3.7) \quad L_{22} = \frac{d}{dx_3} [\mu(x_3) \frac{d}{dx_3}] + \varrho(x_3)\omega^2,$$

dann beinhaltet die Operatorgleichung

$$(3.8) \quad \Omega |\psi\rangle = k |\psi\rangle$$

bzw.

$$(3.9) \quad i \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} = -\Omega \Psi$$

sowohl die Bewegungsgleichung für Lovewellen,

$$(3.10) \quad L_{22}^\alpha \bar{U}_2 = \mu k^2 \bar{U}_2,$$

als auch die Definitionsgleichung der  $S_{12}$ -Komponente des Spannungstensors (3.3). Der  $\psi$ -Vektor gemäß (3.1) enthält eine die Feldstärke charakterisierende Integrationskonstante, die in der Formel nicht explizit auftaucht. Um sie geeignet festzulegen, wird im Raum der  $\psi$ -Vektoren ein Skalarprodukt  $\langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle$  in folgender Weise eingeführt:

$$(3.11) \quad \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = \int_0^\infty \langle \psi^\alpha | \Gamma | \psi^\beta \rangle dx_3, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

woraus

$$(3.12) \quad \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = i\omega \int_0^\infty (U_2^\beta S_{12}^* - U_2^* S_{12}^\beta) dx_3 = \omega(k^* + k) \int_0^\infty \mu U_2^* U_2 dx_3$$

folgt. Es läßt sich zeigen, daß der oben eingeführte Operator  $\Omega$  bezüglich dieses Skalarproduktes hermitesch ist, d. h.

$$(3.13) \quad \langle \Omega \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = \langle \psi^\alpha | \Omega \psi^\beta \rangle,$$

so daß zu verschiedenen Wellenzahlen (Eigenwerten)  $k^\alpha$  gehörige Moden untereinander orthogonal sind. Das Skalarprodukt wurde in der angegebenen Weise definiert, damit die Orthonormalitätsrelation das Aussehen

$$(3.14) \quad \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = 4 S^\alpha \delta_{\alpha\beta}$$

erhält, wobei  $S^\alpha$  den Energiestrom der Mode  $\alpha$  darstellt. Da sich die Moden sowohl in die eine als auch andere Richtung ausbreiten können, sind Besonderheiten zu beachten, die eingehend bei MALISCHEWSKY (1987) diskutiert wurden.

### 3.2. Rayleighwellen

Da die Rayleighwellen zwei Verrückungskomponenten besitzen, nämlich  $U_1$  und  $U_3$ , sind die Verhältnisse wesentlich verwickelter als bei den Lovewellen. Diese Dinge sollen hier nur kurz dargestellt werden. Der Bewegungsvektor hat nunmehr das Aussehen

$$(3.15) \quad |\psi^\alpha\rangle = \begin{pmatrix} i\omega U_1^\alpha \\ i\omega U_3^\alpha \\ S_{11}^\alpha \\ S_{13}^\alpha \end{pmatrix},$$

wobei

$$(3.16) \quad S_{11}^\alpha = ik(2\mu + \lambda)U_1^\alpha + \lambda \frac{dU_3^\alpha}{dx_3} \quad \text{und}$$

$$S_{13}^\alpha = \mu \left( ikU_3^\alpha + \frac{dU_1^\alpha}{dx_3} \right)$$

gilt. In analoger Weise gelten die Gleichungen (3.4) und (3.5). Definieren wir den Matrixoperator  $\mathcal{L}_R$ ,

$$(3.17) \quad \mathfrak{L}_R = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\lambda}{\omega} \frac{d}{dx_3} & i & 0 \\ -\frac{\mu}{\omega} \frac{d}{dx_3} & 0 & 0 & i \\ L_{22} & L_{13} & 0 & 0 \\ L_{13} & L_{33} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

wobei in Übereinstimmung mit Gleichung (11) von MALISCHEWSKY (1973)

$$(3.18) \quad L_{33} = \frac{d}{dx_3} [(2\mu + \lambda) \frac{d}{dx_3}] + \rho\omega^2,$$

$$L_{13} = ik(\mu + \lambda) \frac{d}{dx_3}$$

ist, und den Eigenwertoperator  $\hat{\lambda}_\alpha$ ,

$$(3.19) \quad \hat{\lambda}_\alpha = \frac{\alpha}{k} \cdot \begin{pmatrix} i \cdot \frac{2\mu + \lambda}{\omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i \cdot \frac{\mu}{\omega} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha}{k}(2\mu + \lambda) & -i \frac{d\mu}{dx_3} & 0 & 0 \\ -i \frac{d\lambda}{dx_3} & \frac{\alpha}{k\mu} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

so erhält man anstelle von (3.8) die wesentlich kompliziertere Gleichung

$$(3.20) \quad \mathfrak{L}_R |\psi\rangle = \hat{\lambda}_\alpha |\psi\rangle.$$

Sie beinhaltet sowohl das gekoppelte Differentialgleichungssystem für  $U_1$  und  $U_3$ , das die Rayleighartige Bewegung bestimmt,

$$(3.21) \quad L_{22} U_1 + L_{13} U_3 = \frac{\alpha^2}{k^2} (2\mu + \lambda) U_1 - ik \frac{d\mu}{dx_3} U_3,$$

$$L_{13} U_1 + L_{33} U_3 = -ik \frac{d\lambda}{dx_3} U_1 + \frac{\alpha^2}{k^2} \mu U_3,$$

als auch die Definitionsgleichungen (3.16) für die benötigten Komponenten des Spannungstensors. Natürlich ist die Aufspaltung in einen Bewegungsoperator  $\Omega_R$  und einen Eigenwertoperator  $\hat{\lambda}_\alpha$  bis zu einem gewissen Grade willkürlich und wird auch von verschiedenen Autoren unterschiedlich gehandhabt. Auf jeden Fall handelt es sich um ein verallgemeinertes Eigenwertproblem, da

$$(3.22) \quad \Omega_R = \Omega_R^\alpha(k)$$

gilt und  $\hat{\lambda}_\alpha$  vom Eigenwert  $k$  nicht nur linear, sondern auch quadratisch abhängt. Das führt zu Schwierigkeiten bei der Theorie dieses Eigenwertproblems. Diese lassen sich auch nicht beseitigen, wenn man das Differentialgleichungssystem (3.21) durch Einführung eines Differentialoperators 4. Ordnung entkoppelt. Es handelt sich in jedem Falle um ein verallgemeinertes Eigenwertproblem [siehe z. B. WILLMER und KAZI (1983)]. Immerhin läßt sich auch jetzt für die Eigenfunktionen eine Orthonormalitätsrelation herleiten, die allerdings eine deutlich kompliziertere Struktur als bei den Lovewellen hat. Führen wir zunächst wieder ein Skalarprodukt in der Weise

$$(3.23) \quad \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = \int_0^\infty \langle \psi^\alpha | \Gamma_R | \psi^\beta \rangle dx_3, \quad \Gamma_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ein, so folgt

$$(3.24) \quad \begin{aligned} \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle &= i\omega \int_0^\infty (U_1^\beta S_{11}^\alpha - U_1^* S_{11}^\beta) dx_3 \\ &= \omega(k^* + k) \left\{ \int_0^\infty (2\mu + \lambda) U_1^\beta U_1^* dx_3 + \int_0^\infty \mu U_3^\beta U_3^* dx_3 \right\} \\ &\quad + i\omega \left\{ \int_0^\infty \lambda U_1^\beta U_3^* dx_3 - \int_0^\infty \lambda U_1^* U_3^\beta dx_3 + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty \mu U_3^\beta U_1^* dx_3 - \int_0^\infty \mu U_3^* U_1^\beta dx_3 \right\}. \end{aligned}$$

Über doppelt auftretende Indizes wird von 1 bis 3 summiert, wobei hier für Rayleighwellen  $U_2$  und  $S_{12}$  identisch Null sind. Ob-

wohl an dieser Stelle über die Hermitizitätseigenschaften von  $\Omega_R$  bezüglich des Skalarproduktes (3.23) keine Aussage gemacht wird, sind die Rayleighmoden gemäß MALISCHEWSKY (1970) in der Weise untereinander orthogonal, daß auch hier

$$(3.25) \quad \langle \psi^\alpha | \psi^\beta \rangle = 4 \int S^\alpha \delta_{\alpha\beta}$$

gilt, wobei der Energiestrom  $S^\alpha$  durch

$$(3.26) \quad S^\alpha = \frac{i\omega}{4} \int_0^\infty (U_i^\alpha S_{1i}^* - U_i^* S_{1i}^\alpha) dx_3$$

gegeben ist.

### 3.3. Weiterführende Betrachtungen

Für den hier behandelten Problemkreis ist die Vollständigkeit des Eigenfunktionensystems der entsprechenden Operatoren von großer Bedeutung. Denn nach einem Satz der Funktionalanalysis läßt sich unter gewissen Voraussetzungen eine beliebige Funktion  $f$ , ähnlich der Fourieranalyse, nach dem vollständigen Eigenfunktionensystem eines Differentialoperators entwickeln. Bekanntlich bilden aber die Oberflächenwellen kein vollständiges Eigenfunktionensystem, da für eine vorgegebene Frequenz nur endlich viele Oberflächenwellenmoden existieren. Die Ursache ist, daß die Operatoren auf einem unendlichen Grundgebiet definiert sind und demzufolge ein diskretes und kontinuierliches Spektrum besitzen, wobei das letztere durch die Raumwellen repräsentiert wird. Die Existenz eines gemischten Spektrums ist aber auch die Ursache der theoretischen Schwierigkeiten bei der Behandlung des Durchgangs von Oberflächenwellen durch eine Diskontinuität. Für den Lovewellenoperator  $\Omega$  konnte die Vollständigkeit seines Eigenfunktionensystems, bestehend aus den diskreten Lovewellenmoden  $|\psi^\alpha\rangle$  ( $\alpha = 1, \dots, N$ ) und den kontinuierlichen SH-Wellen  $|\psi(\gamma)\rangle$  ( $0 \leq \gamma < \infty$ ), gezeigt werden, so daß eine Entwicklung der Art

$$(3.27) \quad |f\rangle = \sum_{\alpha=1}^N c_\alpha |\psi^\alpha\rangle + \int_0^\infty c(\gamma) |\psi(\gamma)\rangle d\gamma$$

möglich ist, wobei  $c_\alpha$  die diskreten und  $c(\gamma)$  die kontinuier-

lichen Entwicklungskoeffizienten sind. Die kontinuierlichen Eigenfunktionen werden mit Hilfe der Diracschen Deltafunktion in der Weise

$$(3.28) \quad \langle \psi(\gamma) | \psi(\gamma') \rangle = C(\gamma) \delta(\gamma - \gamma')$$

normiert.

Obwohl auf Grund mathematischer Schwierigkeiten die Vollständigkeit für den Rayleighwellenoperator  $\mathcal{L}_R$  bisher nicht gezeigt werden konnte [vgl. WILLMER und KAZI (1983)], wollen wir diese hier doch ad hoc voraussetzen, so daß ebenfalls eine Entwicklung der Art (3.27) gilt.

Wenn man allgemeinere Wellenvorgänge betrachtet, die nicht auf die entsprechenden Symmetrieebenen der Rayleigh- bzw. Lovewellen beschränkt sind, also z. B. schräge Inzidenz bezüglich von Diskontinuitäten zuläßt, hat man von der allgemeinen Eigenwertgleichung

$$(3.29) \quad \tilde{L}_{jm} \tilde{U}_m = \tilde{\lambda}_{jm} \tilde{U}_m$$

auszugehen, wobei

$$(3.30) \quad \tilde{L}_{jm} = \delta_{jm} \left[ \frac{d}{dx_3} \left( \mu \frac{d}{dx_3} \right) + \rho \omega^2 \right] + \delta_{j3} \delta_{m3} \frac{d}{dx_3} \left[ (\mu + \lambda) \frac{d}{dx_3} \right] \\ + i(\mu + \lambda) \left[ k_1 (\delta_{j1} \delta_{m3} + \delta_{j3} \delta_{m1}) + k_2 (\delta_{j2} \delta_{m3} + \delta_{j3} \delta_{m2}) \right] \frac{d}{dx_3}$$

und

$$(3.31) \quad \tilde{\lambda}_{jm} = \delta_{jm} \mu (k_1^2 + k_2^2) + (\mu + \lambda) \times \\ \times \left[ \delta_{j1} \delta_{m1} k_1^2 + \delta_{j2} \delta_{m2} k_2^2 + (\delta_{j1} \delta_{m2} + \delta_{j2} \delta_{m1}) k_1 k_2 \right] \\ - i \delta_{m3} \frac{d\mu}{dx_3} (k_1 \delta_{j1} + k_2 \delta_{j2}) - i \delta_{j3} \frac{d\lambda}{dx_3} (k_1 \delta_{m1} + k_2 \delta_{m2})$$

gilt und

$$(3.32) \quad \tilde{u}_j(x_1, x_2, x_3) = \tilde{U}_j(x_3) e^{i(k_1 x_1 + k_2 x_2)}, \quad j = 1, 2, 3,$$

der allgemeine Verrückungsvektor ist. Das Gleichungssystem (3.29)

hat sowohl Lösungen mit  $\tilde{U}_3 \equiv 0$  entsprechend den Lovewellen als auch mit  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3 \neq 0$  entsprechend den Rayleighwellen. Man kann nun analog zu den vorangegangenen Abschnitten einen 6dimensionalen  $\psi$ -Vektor definieren, der die Verrückungskomponenten  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3$  und die Spannungskomponenten  $\tilde{S}_{11}, \tilde{S}_{12}, \tilde{S}_{13}$  enthält und einen Matrix- und Eigenwertoperator mit jeweils 36 Komponenten. Die zugehörigen Eigenvektoren  $|\tilde{\psi}^\alpha\rangle$  bilden ein "Supermodensystem", bestehend aus Rayleigh- und Lovemoden. Diese Vereinheitlichung des Eigenfunktionensystems der Oberflächenwellen mit der Bezeichnungsweise

$$(3.33) \quad |\tilde{\psi}^\alpha\rangle ; \quad \alpha = 1, \dots, M : \quad \text{Rayleighmoden.} \\ \alpha = M + 1, \dots, N : \text{Lovemoden}$$

wurde von MALISCHEWSKY (1970) erstmalig in die Literatur eingeführt und in späteren Arbeiten erfolgreich benutzt. Diese Konzeption beinhaltet auch die wechselseitige Umwandlung von Rayleigh- in Lovewellen und umgekehrt in gestörten Medien.

4. Verschiedene theoretische Verfahren zur Behandlung unterschiedlicher Diskontinuitäten

4.1. Allgemeine Bemerkungen

Für die Behandlung der Ausbreitung von geführten Wellen in Wellenleitern mit Störungen sind diverse Verfahren entwickelt worden. Bei einer mathematisch strengen Behandlung des Problems hätte man ein gekoppeltes lineares partielles Differentialgleichungssystem mit ortsabhängigen Koeffizienten zu lösen. Abgesehen von der außerordentlichen mathematischen Schwierigkeit hat ein solches Vorgehen auch den Nachteil, daß die Physik des Wechselwirkungsprozesses der Wellen mit den Störungen nur wenig transparent wird. Ungeachtet dessen sind auf diesem Wege durch Anwendung rein numerischer Verfahren in den letzten Jahren große Fortschritte erzielt worden. Wir wollen uns im folgenden mehr mit den analytischen bzw. halbanalytischen Verfahren befassen. Dabei kann man im wesentlichen drei große Gruppen unterscheiden:

1. Verfahren, die sich auf Mode-Matching-Techniken zurückführen lassen,
2. Verfahren, die auf der optischen Strahlentheorie basieren,
3. Verfahren, die Integraldarstellungen benutzen.

Natürlich gibt es diverse Abarten und kombinierte Verfahren. Bei den zur ersten Gruppe gehörenden Verfahren werden von vornherein einfache physikalische Begriffe eingeführt und in diesem Begriffsschema die zu erwartenden Prozesse beschrieben. Grundlage dieses Begriffsschemas sind die Moden des ungestörten Wellenleiters, mit denen wir uns in den vorangegangenen Abschnitten beschäftigt haben. Die Mode-Matching-Technik läßt sich immer dann vorteilhaft anwenden, wenn die Geometrie der zu untersuchenden Struktur sich als Vereinigung von zwei oder mehreren Regionen interpretieren läßt. Der erste Schritt der Mode-Matching-Prozedur beinhaltet die Entwicklung der unbekanntem Felder in den einzelnen Regionen nach den ihnen entsprechenden normalen Moden [siehe (3.27)]. Da die funktionale Form der Moden bekannt ist, reduziert sich dabei das

Problem auf die Bestimmung der modalen Amplituden, die mit den Feldentwicklungen in den verschiedenen Gebieten verbunden sind. Der Entwicklung nach den Moden folgt die Erfüllung der Kontinuitätsbedingungen für die Felder auf den Diskontinuitätsflächen, verbunden mit der Anwendung der Orthogonalitätsrelation. Diese Prozedur führt im Falle des geschlossenen Wellenleiters zu einem unendlichen, linearen Gleichungssystem für die unbekannt modalen Entwicklungskoeffizienten bzw. zu einer Integralgleichung im Falle des offenen Wellenleiters. Zur Lösung ist es dann erforderlich, Näherungstechniken anzuwenden, worauf wir noch eingehen werden.

Das Modenkonzentrat findet seine Grenzen in zweierlei Richtungen. Einerseits ist es bei komplizierten Randbedingungen nicht mehr ohne weiteres anwendbar, weil dann die Moden als solche nicht gefunden werden können. In diesen Fällen versucht man die Vorteile des Modenkonzentrats durch Anwendung der in der sowjetischen Literatur als Querschnittsmethode und in der anglo-amerikanischen Literatur als Coupled-Mode-Theorie bezeichneten Verfahren zu bewahren. Hierbei werden die im komplizierten System auftretenden Felder nach einem vollständigen Satz bekannter Moden eines einfacheren Untersystems entwickelt. Da diese Moden die Randbedingungen für das komplizierte System einzeln nicht befriedigen, koppeln sie hierbei ineinander.

Andererseits stellen die Moden eine globale Beschreibung des Wellenfeldes dar, d. h., mit einer gegebenen Mode ist eine definierte funktionale Abhängigkeit des Feldes über den gesamten Querschnitt des Wellenleiters verbunden. Wenn ein gesuchtes Feld stark von der Form jeder einzelnen Mode abweicht, sind viele Moden erforderlich, um es mit der Konsequenz des Verlustes an Einblick in das tatsächliche lokale Feldverhalten darzustellen. Hier sind die Grenzen der Modentheorie erreicht, und es empfiehlt sich, die Methoden der geometrischen Optik bzw. WKBJ-Lösungen zu verwenden.

Auf ganz anderen theoretischen Vorstellungen beruhen die zur dritten Gruppe gehörenden Verfahren der Integraldarstellungen. Einerseits gehören hierzu alle Methoden, die das Diskontinuitäten-

problem mit Hilfe der Greenschen Funktion zu lösen versuchen. Andererseits handelt es sich um die große Gruppe von Verfahren, deren Basis die Fouriertransformationstechnik bildet. Letztlich führt diese auf die Anwendung des Wiener-Hopf-Verfahrens. Zu den durch das Wiener-Hopf-Verfahren lösbaren Aufgaben gehört auch der Impedanzsprung an der freien Oberfläche. Da dieses einfache Modell eine Schlüsselrolle für das Verständnis der Wechselwirkung von Oberflächenwellen mit Diskontinuitäten spielt, wurde die Anwendung des Wiener-Hopf-Verfahrens auf diese Konfiguration erstmalig in der seismologischen Literatur in der Monographie von MALISCHENSKY (1987) in großer Ausführlichkeit behandelt.

#### 4.2. Sprunghafte Änderung der Materialparameter

Bei einer sprunghaften Änderung der Materialparameter haben wir es mit Diskontinuitäten im engeren Sinne zu tun. Dabei ist natürlich der Begriff "sprunghaft" frequenzabhängig. Zum Beispiel für eine vertikale Diskontinuität kann man nun vorteilhaft die Mode-Matching-Technik anwenden. Hierfür ist es erforderlich, die unbekanntes Felder links und rechts von der Diskontinuität nach dem vollständigen Eigenfunktionensystem der Medien 1 und 2 gemäß (3.27) zu entwickeln. Die Entwicklungskoeffizienten erscheinen dabei als verallgemeinerte Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der diskreten und kontinuierlichen Moden. Zur Bestimmung dieser Koeffizienten hat man zunächst die Übergangsbedingungen an der Diskontinuität zu formulieren. Im einfachsten Falle erfordern sie die Stetigkeit der entsprechenden Verrückungs- und Spannungskomponenten, d. h.

$$(4.1) \quad \psi_1 = \psi_2 \quad \text{für} \quad x_1 = 0.$$

Wie schon im Abschnitt 2. erwähnt, ist dies nur ein allererster Ansatz, der gegebenenfalls zu modifizieren ist (siehe Abschnitt 6.). Da bei dieser Aufgabe sowohl nach rechts als auch nach links laufende (reflektierte) Wellen auftreten, sind die Eigenfunktionen durch Einführen der symbolischen Indizes  $p, q \in \{+, -\}$  zu präzisieren. Geht man von einer einfallenden Grundmode  $\nu = 0$  aus, so lautet (4.1) explizit:

$$(4.2) \quad |\psi_1^{(+)}\rangle + \sum_{\nu=0}^{N_1} a_\nu |\psi_1^{\nu(-)}\rangle + \int_0^\infty a(\gamma) |\psi_1^{(-)}(\gamma)\rangle d\gamma \\ = \sum_{\nu=0}^{N_2} b_\nu |\psi_2^{\nu(+)}\rangle + \int_0^\infty b(\gamma) |\psi_2^{(+)}(\gamma)\rangle d\gamma .$$

Für die nach rechts und links laufenden Wellen gilt nach MALISCHESKY (1987) die erweiterte Orthogonalitätsrelation

$$(4.3) \quad \langle \psi^{(\alpha)(p)} | \psi^{(\beta)(q)} \rangle = 4 \delta_{\alpha\beta} \delta_{pq} .$$

Es soll nun z. B. die Elimination der Reflexionskoeffizienten  $a_\nu$  demonstriert werden. Durch Multiplikation der Gleichung (4.2) von links mit  $\langle \psi_2^{\alpha(-)} |$  erhält man die  $N_1$  Gleichungen

$$(4.4) \quad \langle \psi_2^{\alpha(-)} | \psi_1^{(+)} \rangle + \sum_{\nu=1}^{N_1} a_\nu \langle \psi_2^{\alpha(-)} | \psi_1^{\nu(-)} \rangle + \int_0^\infty a(\gamma) \langle \psi_2^{\alpha(-)} | \psi_1^{(-)}(\gamma) \rangle d\gamma = 0 , \\ \alpha = 0, \dots, N_1 ,$$

für  $a_\nu$ , wobei stillschweigend  $N_2 \geq N_1$  vorausgesetzt wurde. Andernfalls muß man die  $a_\nu$  zusammen mit den  $b_\nu$  eliminieren, worauf hier aber nicht eingegangen werden kann. Aus dem Gleichungssystem (4.4) folgen die  $a_\nu$  in Abhängigkeit von  $a(\gamma)$ . In ähnlicher Weise wird mit den kontinuierlichen Eigenfunktionen verfahren, wobei die erweiterte Orthogonalitätsrelation gemäß MALISCHESKY (1987) [Gleichung (4.23)] Anwendung findet. Die Größe  $\Lambda$  markiert einen ausgezeichneten Punkt des kontinuierlichen Spektrums [siehe MALISCHESKY (1987)], und es folgt

$$(4.5) \quad \langle \psi_2^{(-)}(\sigma) | \psi_1^{(+)} \rangle + \sum_{\nu=1}^{N_1} a_\nu \langle \psi_2^{(-)}(\sigma) | \psi_1^{\nu(-)} \rangle + \\ + \int_0^\infty a(\gamma) \langle \psi_2^{(-)}(\sigma) | \psi_1^{(-)}(\gamma) \rangle d\gamma = 0 \\ \text{für } \sigma < \Lambda ,$$

$$(4.6) \quad \langle \psi_2^{(+)}(\sigma) | \psi_1^{(+)0} \rangle + \sum_{\nu=1}^{N_1} a_{\nu} \langle \psi_2^{(+)}(\sigma) | \psi_1^{(-)\nu} \rangle + \int_0^{\infty} a(\gamma) \langle \psi_2^{(+)}(\sigma) | \psi_1^{(-)}(\gamma) \rangle d\gamma = 0$$

für  $\sigma > \Lambda$ .

Setzt man die aus dem Gleichungssystem (4.4) gewonnenen  $a_{\nu}$  in (4.5) und (4.6) ein, erhält man schließlich eine singuläre Integralgleichung für  $a(\gamma)$ . Ansätze zur Lösung dieser Integralgleichung wurden von MALISCHEWSKY (1987) eingehend diskutiert. Hat man sich  $a(\gamma)$  auf irgendeine Weise verschafft, kann man durch Eingehen in das Gleichungssystem (4.4) die  $a_{\nu}$  explizit erhalten. Analog ist das Vorgehen für die Transmissionskoeffizienten  $b_{\nu}$  und  $b(\gamma)$ . Jedoch kann die singuläre Integralgleichung im allgemeinen Fall nicht gelöst werden, so daß man auf Näherungsverfahren angewiesen ist. Für relativ kleine Änderungen  $\Delta\mu$ ,  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta\varrho$  bieten sich Taylorentwicklungen der Gestalt

$$(4.7) \quad |\psi_2^{\nu}\rangle = |\psi_1^{\nu}\rangle + \frac{\partial |\psi_1^{\nu}\rangle}{\partial \mu} \Delta\mu + \frac{\partial |\psi_1^{\nu}\rangle}{\partial \lambda} \Delta\lambda + \frac{\partial |\psi_1^{\nu}\rangle}{\partial \varrho} \Delta\varrho + O(\Delta^2),$$

$$\Delta = \text{Max} (|\Delta\mu|, |\Delta\lambda|, |\Delta\varrho|),$$

$$|\psi_2(\gamma)\rangle = |\psi_1(\gamma)\rangle + \dots$$

an. Auf diese Weise läßt sich in erster Näherung ein analytischer Ausdruck für  $a(\gamma)$  finden, mit dem man in das Gleichungssystem (4.4) eingehen und die  $a_{\nu}$  bestimmen kann. Diese genähereten Koeffizienten  $a_{\nu}$  sind dann auf jeden Fall genauer als diejenigen, die man in einfacher Weise unter Vernachlässigung von  $a(\gamma)$  aus (4.4) eliminieren könnte. Für stärkeren Materialkontrast ist dieses Vorgehen natürlich nicht mehr sinnvoll, und man muß andere Näherungsverfahren verwenden, auf die wir noch zu sprechen kommen. Mit Hilfe der Größen  $a(\gamma)$  und  $b(\gamma)$  läßt sich, wie von MALISCHEWSKY (1987) gezeigt wurde, die Ausstrahlungscharakteristik der an der Diskontinuität erzeugten Raumwellen berechnen.

#### 4.3. Allmähliche Änderung der Materialparameter

##### 4.3.1. Strahlentheorie für Oberflächenwellen

Wenn sich die Materialeigenschaften von Ort zu Ort nur langsam verändern, kann man vorteilhaft die Methoden der Strahlenoptik verwenden. Allerdings wäre es irreführend, letztere in diesem Zusammenhang als "hochfrequente Näherung" zu bezeichnen. Bekanntlich wird die Ausbreitung seismischer Oberflächenwellen im wesentlichen durch die physikalischen Parameter einer oberflächennahen Schicht bestimmt, deren Mächtigkeit mit der Wellenlänge vergleichbar ist. Darum sind die lateralen Änderungen der Parameter für lange Wellen kleiner als für kurze, so daß die Situation entsteht, daß die Hamiltonsche Theorie gerade für verhältnismäßig lange Oberflächenwellen eine gültige Näherung darstellt. In der Tat ist es so, daß nach TANIMOTO (1987) die Erdstruktur im langperiodischen Bereich (größer als 200 - 300 s) lateral homogen und demzufolge die Annahme der Wellenausbreitung entlang von Großkreisen vollkommen gerechtfertigt ist. Diese Annahme gründet sich auf das Fermatsche Prinzip für Phasengeschwindigkeitsstudien, nach dem der Strahlenweg stationär ist und durch laterale Heterogenitäten in erster Ordnung nicht gestört wird. Im kürzerperiodischen Bereich können die Laufwegabweichungen ganz erheblich werden, so daß das Ray-tracing unumgänglich ist. Neuerdings werden in Raytracing-Algorithmen auch Amplitudenberechnungen eingeschlossen. Natürlich hängt die Beantwortung der Frage, in welchem Periodenbereich man mit starken bzw. schwachen Abweichungen von Großkreiswellenwegen zu rechnen hat, sehr vom Untersuchungsgebiet ab. So wurde von CAPON (1970) für das LASA-Array gefunden, daß die Abweichungen des Wellenweges für Oberflächenwellen im 40s-Bereich verhältnismäßig gering sind, während im 20s-Bereich sehr komplexe Wellenwege auftreten. Für längere Perioden macht sich die laterale Variation der Phasengeschwindigkeit hauptsächlich als Amplitudenanomalie bemerkbar, da der Laufweg und die Laufzeit durch den lateralen Geschwindigkeitsgradienten bestimmt werden, während die Amplituden von den zweiten räumlichen Ableitungen abhängen.

Den Besonderheiten der Ausbreitung von Oberflächenwellen Rechnung tragend, kann man die horizontalen Koordinaten mit einem kleinen Parameter  $\bar{\epsilon}$  skalieren, so daß die elastischen Parameter folgendermaßen darstellbar sind:

$$(4.8) \quad \mu = \mu(\bar{\epsilon}x_1, \bar{\epsilon}x_2, x_3), \quad \lambda = \lambda(\bar{\epsilon}x_1, \bar{\epsilon}x_2, x_3), \\ e = e(\bar{\epsilon}x_1, \bar{\epsilon}x_2, x_3).$$

Während man bei der üblichen Strahlentheorie die Lösung in Form einer Reihe nach negativen Potenzen von  $\omega$  sucht (kurzperiodische Näherung!), wird jetzt nach Potenzen des kleinen Parameters  $\bar{\epsilon}$  entwickelt. Für die Gültigkeit der Strahlentheorie für Oberflächenwellen müssen nach LEVŠIN u. a. (1986) die horizontalen Variationen der elastischen Parameter den Bedingungen

$$(4.9) \quad |\nabla_{\perp} \mu| \ll \frac{\omega}{c} \mu, \quad |\nabla_{\perp} \lambda| \ll \frac{\omega}{c} \lambda, \quad |\nabla_{\perp} e| \ll \frac{\omega}{c} e$$

unterworfen werden, wobei  $\nabla_{\perp}$  die Horizontalkomponente des Gradienten und  $c = c(\bar{\epsilon}x_1, \bar{\epsilon}x_2)$  die Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwellen bedeuten. Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, kann das Ray-tracing analog zur üblichen Strahlentheorie durchgeführt werden. Während aber die Raytracing-Gleichungen bei Raumwellen von der elastodynamischen Gleichung abgeleitet werden, hat man für Oberflächenwellen von der Dispersionsgleichung auszugehen [siehe JOBERT und JOBERT (1987)]. Es empfiehlt sich, sogenannte Oberflächen-Strahlkoordinaten  $\xi, \tau$  einzuführen, wobei  $\tau$  das Oberflächeneikonal ist und  $\xi$  einen bestimmten Strahl charakterisiert. Durch  $\xi$  wird die Wellenfront parametrisiert. Die Gleichung der Wellenfront für konstantes  $\tau$  ist durch

$$(4.10) \quad x_1 = x_1(\xi), \quad x_2 = x_2(\xi)$$

gegeben. Die auftretende Fokussierung bzw. Defokussierung wird durch den Faktor

$$(4.11) \quad J = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi}\right)^2}$$

beschrieben. Mit diesem Faktor werden wir uns noch eingehender zu beschäftigen haben (siehe 7.1.3.). An dieser Stelle soll ausdrücklich noch einmal darauf hingewiesen werden, daß im Rahmen

der Strahlentheorie für Oberflächenwellen reflektierte und gebeugte Wellen sowie Modenumwandlungen vernachlässigt werden außer an den Diskontinuitätsflächen.

#### 4.3.2. Methode der gekoppelten Moden

Wenn man sich vor allen Dingen für die Amplitudenänderungen bei der Ausbreitung von Oberflächenwellen in gestörten Wellenleitern unter gleichzeitiger Berücksichtigung von reflektierten Wellen und Modenkonversion interessiert, kann man vorteilhaft die Methode der gekoppelten Moden verwenden. Die Verfahren zur Ableitung des Differentialgleichungssystems der gekoppelten Moden lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Zur ersten Kategorie gehört die Entwicklung nach den Moden des idealen Wellenleiters. Hierbei wird das gesuchte Verrückungsfeld mit Hilfe der Moden eines Referenzmediums dargestellt. Diese Verfahrensweise ist ein Analogon zur Diracschen Störungstheorie, bei der der Bewegungsoperator in einen ungestörten Anteil und einen Störoperator aufgespalten wird. Man erhält schließlich ortsabhängige Entwicklungskoeffizienten der Moden des idealen Wellenleiters. Durch die Ortsabhängigkeit werden die Abweichungen des aktuellen Wellenleiters vom Referenzwellenleiter berücksichtigt.

Zur zweiten Kategorie gehört die Entwicklung nach den lokalen Moden. Hierbei wird an jedem Ort nach denjenigen Moden entwickelt, die vorhanden wären, wenn die elastischen und geometrischen Parameter dieses Ortes für den gesamten Wellenleiter gelten würden. Beide Verfahrensweisen haben ihre Vor- und Nachteile, abhängig jeweils von der entsprechenden Situation. Der allgemeine Formalismus der Methode der gekoppelten Moden wurde ausführlich von MALISCHEWSKY (1987) dargestellt. Erstmals in der seismologischen Literatur wurde von KENNETT (1984) die Theorie der gekoppelten Moden auf der Basis der Moden des idealen Wellenleiters zur Erklärung gewisser Anomalien bei der Ausbreitung der I<sub>g</sub>-Phase im Nordseeraum angewendet. Die Möglichkeit der Umwandlung von Rayleigh- in Love-Wellen und umgekehrt ist in diesem Formalismus ebenfalls enthalten. Von MAUPIN (1988) wurde kürzlich eine ähnliche Theorie auf der Basis von lokalen Moden entwickelt.

#### 4.4. Streutheorie nach Snieder

Neuerdings wurde von SNIEDER (1986) eine umfassende Streutheorie für Oberflächenwellen entwickelt, die auf der Bornschen Näherung und der Fernfeldapproximation der Greenschen Funktion beruht. Mit ihrer Hilfe kann die Streuung an 3D-Heterogenitäten behandelt werden, und zwar sowohl für allmähliche, als auch für abrupte Änderungen der elastischen Parameter, vorausgesetzt, daß diese schwach sind. Die Wechselwirkung mit Raumwellen wird dabei vernachlässigt. Es wird angenommen, daß die elastischen Parameter folgende Gestalt haben:

$$\begin{aligned}
 \mu(x_1, x_2, x_3) &= \mu_0(x_3) + \bar{\epsilon} \Delta \mu(x_1, x_2, x_3), \\
 (4.12) \quad \lambda(x_1, x_2, x_3) &= \lambda_0(x_3) + \bar{\epsilon} \Delta \lambda(x_1, x_2, x_3), \\
 \rho(x_1, x_2, x_3) &= \rho_0(x_3) + \bar{\epsilon} \Delta \rho(x_1, x_2, x_3),
 \end{aligned}$$

wobei die Parameter  $\mu_0, \lambda_0, \rho_0$  ein lateral homogenes Referenzmedium definieren, dessen Greensche Funktion in der Fernfeldnäherung sich verhältnismäßig einfach angeben läßt. Wenn man (4.12) in (1.2) einsetzt, kann man den Operator  $\vec{L}$  in der Form  $\vec{L} = \vec{L}^0 + \bar{\epsilon} \vec{L}^1$  schreiben, und das Verrückungsfeld nimmt die Gestalt

$$(4.13) \quad u = u^0 + \bar{\epsilon} u^1 + O(\bar{\epsilon}^2)$$

an. Nach Einsetzen in Gleichung (1.2) führen die Terme 0. Ordnung bzw. 1. Ordnung in  $\bar{\epsilon}$  auf

$$(4.14) \quad \vec{L}^0 u^0 = \vec{f}$$

und

$$(4.15) \quad \vec{L}^0 u^1 = -\vec{L}^1 u^0.$$

Diese beiden Gleichungen werden nun mit der Greenschen Funktion des Referenzmediums gelöst, wodurch sich für die direkte Welle

$$(4.16) \quad u^0 = G \vec{f}$$

und für die gestreute Welle

$$(4.17) \quad u^1 = -G \vec{L}^1 u^0 = -G \vec{L}^1 G \vec{f}$$

ergibt. Hierbei beinhalten die Operatorprodukte sowohl eine

Summation über die Matrixelemente als auch eine Integration über die Raumvariablen der Greenschen Funktion. Diese hier in groben Zügen dargestellte Theorie von Snieder wird der Oberflächenwellenforschung ohne Zweifel neue Perspektiven eröffnen. Ein erheblicher Nachteil der Methode besteht allerdings darin, daß man den Durchgang von Oberflächenwellen durch eine ausgeprägte vertikale Diskontinuität nicht behandeln kann, da in diesem Fall die Fernfeldnäherung nicht anwendbar ist. Aber gerade auf diese Situation wollen wir uns bei den praktischen Anwendungen konzentrieren.

### 5. Genäherte Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für vertikale Diskontinuitäten

Im folgenden wird kurz ein praktikables Näherungsverfahren skizziert, mit dessen Hilfe man sich die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der Oberflächenwellen verschaffen kann, wobei nicht notwendigerweise von vornherein schwacher Materialkontrast vorausgesetzt wird. Auf dieses Näherungsverfahren, das die Raumwellen vernachlässigt, stützen sich alle weiteren Berechnungen. Ausgangspunkt ist die Gleichung (4.2), der hier die Gestalt

$$(5.1) \quad |\psi_1^0(+)\rangle + \sum_{\nu=0}^{N_1} a_\nu |\psi_1^\nu(-)\rangle = \sum_{\nu=0}^{N_2} b_\nu |\psi_2^\nu(+)\rangle + |\chi\rangle$$

gegeben werden soll. Dabei ist  $|\chi\rangle$  ein Residuenvektor mit den Verrückungs- und Spannungsdiskontinuitäten, die als Folge der Unmöglichkeit, die Übergangsbedingungen (4.1) allein auf der Basis der Oberflächenwellen zu erfüllen, auftreten. Es liegt nahe, ein Funktional  $F(|\chi\rangle)$  von  $|\chi\rangle$  zu bilden und dieses zu einem Minimum zu machen, um die Übergangsbedingungen wenigstens in einem Least-Square-Sinn zu erfüllen. Bei der Wahl von  $F$  hat man eine gewisse Freiheit. Als eine physikalisch begründete und günstige Wahl, die zu konsistenten Ergebnissen führt, hat sich gemäß MALISCHEWSKY (1987)

$$(5.2) \quad F_2 \sim \langle \chi | \chi \rangle$$

herausgestellt. Nach (5.1) ist  $F_2$  eine quadratische Funktion aller  $a_\nu$  und  $b_\nu$ , so daß die Stationaritätsbedingung für  $F_2$ ,

$$(5.3) \quad \frac{\partial F_2}{\partial a_\nu} = 0, \quad \nu = 1, \dots, N_1;$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_\mu} = 0, \quad \mu = 1, \dots, N_2,$$

auf ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten führt. Um die Güte der Näherung überprüfen zu können, wurde von MALISCHEWSKY (1987) für eine besonders einfache Diskontinuität, nämlich für den Impedanzsprung an der Oberfläche, eine exakte Lösung mit Hilfe des Wiener-Hopf-Verfahrens berechnet. An dieser Stelle sei angemerkt, daß man

unter gewissen Voraussetzungen durch einen Impedanzsprung eine vertikale Diskontinuität simulieren kann. Aus den umfangreichen Rechnungen kann man folgende Grundtendenz ableiten: Die Reflexionskoeffizienten sind theoretisch schwer begründbar, ihre Näherungen hängen in empfindlicher Weise vom Materialkontrast ab, wobei in bestimmten Fällen selbst bei kleinem Materialkontrast große Abweichungen von den exakten Werten auftreten können. Im allgemeinen besitzen die Reflexionskoeffizienten nicht vernachlässigbare Imaginärteile, die durch das Näherungsverfahren nicht erfaßt werden. Bei den Transmissionskoeffizienten ergab der Vergleich mit den exakten Werten eine sehr gute Übereinstimmung in einem weiten Bereich, und die Imaginärteile sind vernachlässigbar klein.

Von ITS und YANOVSKAYA (1985) wurde ein praktikables Näherungsverfahren auf der Basis der Greenschen Funktion ausgearbeitet, dessen Ergebnisse mit dem hier beschriebenen Näherungsverfahren übereinstimmen. Alle Modellrechnungen wurden mit dem von ITS und Yanovskaya in Leningrad entwickelten Computerprogramm durchgeführt. In der Tabelle 1 sind alle im weiteren benötigten Modellparameter angegeben.

Im folgenden sollen als Beispiel die Ergebnisse für zwei Diskontinuitätsmodelle MOD1/MOD2 und MOD3/MOD4 angeführt werden. Die Ausbreitungsrichtung ist immer von links nach rechts. Weiterhin beziehen sich die Rechnungen in diesem Fall auf die Rayleigh-Grundmode bei senkrechter Inzidenz. In der Abb. 1 ist der Betrag des Reflexionskoeffizienten  $|a|$  in Abhängigkeit von der Periode  $T$  aufgetragen. Weiterhin werden in Abb. 1 zum Vergleich die experimentell gefundenen Werte  $a_R$  für eine von NEUNHÖFER (1985) isolierte reflektierte Wellengruppe bei einem im Stationsdreieck MOX-BRG-POT aufgezeichneten Peru-Beben angegeben. Auffällig am Verlauf von  $a_R$  ist der rasche Abfall für  $T < 25$  s, was auf eine Diskontinuität in größerer Tiefe, nach NEUNHÖFER (1985) tiefer als 60 km, schließen läßt, da kleinere Perioden von der Diskontinuität nicht beeinflußt werden. Es wird angenommen, daß der Asthenosphärenkanal im Stationsgebiet existiert und die Diskontinuität im Wegfall desselben besteht. Die Modelle MOD1/MOD2 bzw. MOD3/MOD4 simulieren in einfachster Weise (ohne

Tabelle 1 Diverse Modellparameter

Modell	Schicht	$\alpha$ [km/s]	$\beta$ [km/s]	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	Dicke [km]
MOD1	1	6.9	4.0	3.6	30
	2	8.0	4.6	3.8	$\infty$
MOD2	1	6.9	4.0	3.6	130
	2	8.0	4.6	3.8	$\infty$
MOD3	1	6.9	4.0	3.6	40
	2	8.0	4.6	3.8	$\infty$
MOD4	1	6.9	4.0	3.6	140
	2	8.0	4.6	3.8	$\infty$
MOD5	1	5.0	3.0	2.6	5
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
MOD6	1	6.0	3.5	2.6	5
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
MOD7	1	5.0	3.0	2.6	10
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
MOD8	1	6.0	3.5	2.6	10
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
MOD9	1	5.0	3.0	2.6	20
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
MOD10	1	6.0	3.5	2.6	20
	2	7.5	4.5	3.3	$\infty$
JO27	1	5.0	3.2	2.6	5
	2	5.65	2.94	2.65	2.5
	3	5.65	3.34	2.65	2.5
	4	5.97	3.723	2.77	10
	5	6.4	4.264	3.2	$\infty$
JO28	1	5.0	3.2	2.6	5
	2	5.65	2.94	2.65	5
	3	5.97	3.523	2.77	10
	4	6.4	3.684	3.2	10
	5	7.95	4.48	3.3	$\infty$
TAZ1	1	1.95	1.09	1.4	15
	2	5.35	3.15	2.7	$\infty$
TAZ2	1	1.95	1.09	1.4	20
	2	5.35	3.15	2.7	$\infty$

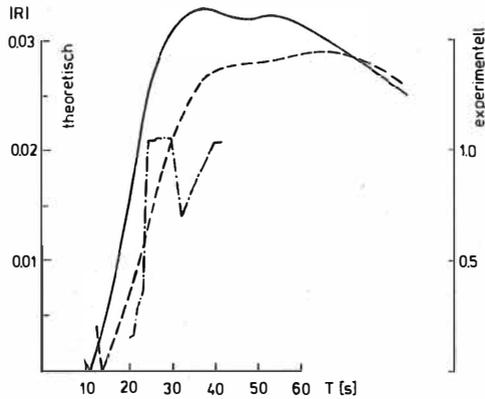


Abb. 1 Periodenabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten  $|a|$  und experimentelle Werte  $a_R$ ; voll: MOD1/MOD2, gestrichelt: MOD3/MOD4, strichpunktiiert:  $a_R$

Asthenosphärenkanal) eine Diskontinuität in größerer Tiefe. Wie man sieht, wird der Periodentrend mit diesen einfachen Modellen recht gut wiedergegeben, aber keinesfalls der Absolutbetrag. Es ist eine generelle Tendenz, daß die mit den Näherungsverfahren berechneten Reflexionskoeffizienten wesentlich kleiner als die gemessenen sind. Selbst für unvernünftig großen Materialkontrast erhält man bestenfalls Werte um 0,3, aber niemals in der Größenordnung 1, jedenfalls nicht im unterkritischen Reflexionsbereich. Auf diese Diskrepanz werden wir näher im nächsten Abschnitt eingehen.

In der Abb. 2 ist der Transmissionskoeffizient  $b$  in Abhängigkeit von  $T$  für die gleichen Modelle wie in Abb. 1 dargestellt. Man sieht, daß sich die Transmissionskoeffizienten nur sehr wenig von 1 unterscheiden, was mit der Kleinheit der Reflexionskoeffizienten korrespondiert.

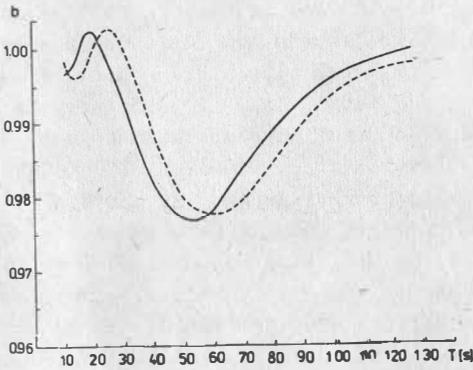


Abb. 2 Periodenabhängigkeit des Transmissionskoeffizienten  $b$

## 6. Modifizierung der Übergangsbedingungen

Offensichtlich ist das Modell einer vertikalen Diskontinuität, bestehend aus zwei aneinandergefügt Viertelräumen mit kontinuierlichem Übergang der Verrückungs- und entsprechenden Spannungskomponenten, zu grob. Diese Annahme wird insbesondere durch die im Vergleich zu zahlreichen Messungen um fast eine Größenordnung zu kleinen theoretischen Reflexionskoeffizienten nahegelegt. Es ist wenig wahrscheinlich, daß die zweifelsohne vorhandene theoretische Unsicherheit bei der Bestimmung der Reflexionskoeffizienten für diese starke Diskrepanz allein verantwortlich ist. Diese Vermutung wird auch durch verschiedene Modellexperimente bestätigt, bei denen man tatsächlich nur sehr schwach ausgeprägte reflektierte Oberflächenwellen beobachten konnte. Gerade durch ein Modellexperiment wurde aber POD-JAPOL'SKIJ (1963) zu einer weiterführenden Betrachtung angeregt. Er hatte zwei Blöcke gleichen Materials aneinandergeklebt und beim Durchgang akustischer Wellen natürlich keine Reflexion beobachtet. Doch nach längerer Zeit, als die Klebestelle gealtert war, konnte er zufällig eine zunächst unerklärliche kräftige Reflexion beobachten. Diese Tatsache führte ihn zu einer neuen theoretischen Überlegung bezüglich der Übergangsbedingungen. Übereinstimmend folgt aus Bohrloch-, akustischen und seismischen Messungen, daß ein Bruch durch eine schmale Zone mit stark gestörtem Gesteinsgefüge und erheblich erniedrigter Geschwindigkeit der elastischen Wellen charakterisiert ist. Die rezente Mobilität spricht ebenfalls für diese Annahme. Nach POD-JAPOL'SKIJ (1963) kann man die Existenz einer solchen Schicht auch im Rahmen der Näherung Bruch ~ vertikale Grenzfläche berücksichtigen, wenn man als Übergangsbedingungen die Bedingungen des nichtfesten Kontakts annimmt. Die letzteren kann man zunächst genauso mathematisch formal einführen, wie dies von MALISCHEWSKY (1987) bei den Randbedingungen der Impedanzoberfläche geschehen ist, die dann nachträglich eine seismologische Interpretation erfahren haben. Die Randbedingungen des nichtfesten Kontakts lauten in der einfachsten Form für Rayleighwellen

$$(6.1) \quad u_{R1} \psi_1 = u_{R2} \psi_2 \quad \text{für} \quad x_1 = 0$$

und für Lovewellen

$$(6.2) \quad u_{L1} \psi_1 = u_{L2} \psi_2 \quad \text{für} \quad x_1 = 0.$$

Für  $\psi$  sind die entsprechenden Bewegungskvektoren (3.15) bzw.

(3.1) einzusetzen und die Matrizen  $u_{R1}$  usw. sind durch

$$(6.3) \quad u_{R1} = \begin{pmatrix} 1/i\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/i\omega & 0 & m \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u_{R2} = \begin{pmatrix} 1/i\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/i\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(6.4) \quad u_{L1} = \begin{pmatrix} 1/i\omega & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u_{L2} = \begin{pmatrix} 1/i\omega & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man erkennt aus (6.1) und (6.3), daß die vertikale Ver-  
rückungskomponente nicht kontinuierlich durch die Grenzfläche  
"hindurchgeht" wie bei den Randbedingungen des festen Kontakts,  
sondern einen Sprung erleidet, der der entsprechenden Tangential-  
spannung proportional ist mit dem Proportionalitätsfaktor  $m$ .

Diese Größe läßt sich nachträglich folgendermaßen deuten: Wenn  
man an der Grenzfläche eine Zone erniedrigter Geschwindigkeit  
mit der Dicke  $h$  annimmt (siehe Abb. 3) und einen Grenzprozeß  
der Art

$$(6.5) \quad m = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ \mu \rightarrow 0}} h/\mu$$

ausführt, ergeben sich genau die Randbedingungen des nichtfesten  
Kontakts (6.1) bzw. (6.2). Die Größe  $m$  kann in den Grenzen von  
 $0$  (fester Kontakt) bis  $\infty$  (ideal gleitender Kontakt) variieren.  
Es ist zu beachten, daß  $m$  eine dimensionsbehaftete Größe ist mit  
der Dimension Länge  $\cdot$  (Spannung) $^{-1}$ . Darüber wollen wir uns aber

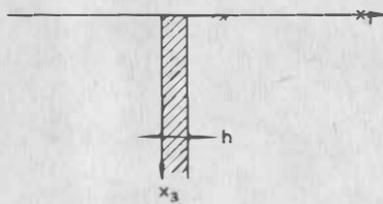


Abb. 3 Zone erniedrigter Geschwindigkeit als Modell einer vertikalen Diskontinuität

hier keine Rechenschaft ablegen. Alle Größen werden in den üblichen Maßeinheiten gemessen. Im Prinzip ist es möglich, ein dimensionsloses  $\tilde{m}$  einzuführen [vgl. ITS und MALISCHEWSKY (1987a)], das die gleiche Funktion wie  $m$  erfüllt. Mit diesen Randbedingungen wird also eine Schicht mit erniedrigter  $S$ -Wellen-Geschwindigkeit simuliert. Durch Modifizierung der Randbedingungen läßt sich auch eine Dämpfung oder elastische Nachwirkung in der vertikalen Schicht einführen. Für seismologische Zwecke bei der Ausbreitung von Oberflächenwellen wurden die Randbedingungen des nichtfesten Kontakts erstmals von ITS und MALISCHEWSKY (1987, 1988) angewendet. Die dabei erzielten Ergebnisse sind vielversprechend. Für das Modell einer einfachen Diskontinuität (siehe Abb. 4) werden hier die Resultate für Lovewellen angegeben.

$\beta_1 = 3.6 \text{ km/s}$	$\beta_2 = 3.8 \text{ km/s}$	H = 30 km
$\rho_1 = 2.8 \text{ g/cm}^3$	$\rho_2 = 3.0 \text{ g/cm}^3$	
$\beta_3 = 4.75 \text{ km/s}$ $\rho_3 = 3.2 \text{ g/cm}^3$		

Abb. 4 Modell einer einfachen vertikalen Diskontinuität

In der Abb. 5 ist der Reflexionskoeffizient und in Abb. 6 der Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit von  $\omega$  dargestellt.

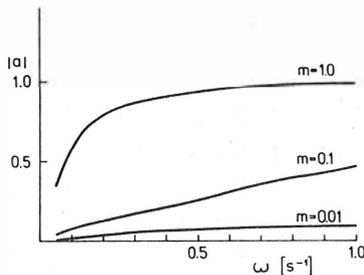


Abb. 5 Betrag des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit von  $\omega$  und  $m$

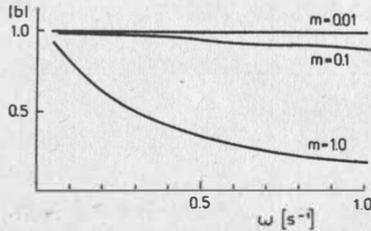


Abb. 6 Betrag des Transmissionskoeffizienten in Abhängigkeit von  $\omega$  und  $m$

Man erkennt deutlich, daß eine starke Abhängigkeit der Koeffizienten von  $m$  vorhanden ist. Zum Beispiel kommt man für  $m = 1$  in den Bereich der experimentell beobachteten Reflexionskoeffizienten, während der Transmissionskoeffizient schon deutlich von 1 verschieden ist. Natürlich liegt die Schwierigkeit darin, den Parameter  $m$  den natürlichen Bedingungen in der Erde anzupassen. Hierzu gehört die Problematik, ein tiefenabhängiges  $m$  einzuführen. Insbesondere hat man offensichtlich davon auszugehen, daß ab einer bestimmten Tiefe  $m = 0$  ist, d. h. die normalen Randbedingungen des festen Kontakts gelten. Bei dem einfachen Modell Abb. 4 ist

$$(6.6) \quad m(x_3) = \begin{cases} m & \text{für } x_3 \leq H \\ 0 & \text{für } x_3 > H \end{cases} .$$

Für diese Konfiguration ergeben sich unter Benutzung der Bezeichnungsweise von MALISCHEWSKY (1987) und mit

$$(6.7) \quad \tilde{R} = \frac{m}{4} \int_0^H S_{12}^{(1)} S_{12}^{(2)} dx_3$$

für die genäherten Reflexions- und Transmissionskoeffizienten die Ausdrücke:

$$(6.8) \quad a = - \frac{(\tilde{P} - i m \tilde{R})(\tilde{Q} - i m \tilde{R})}{1 + \tilde{Q}^2 + m^2 \tilde{R}^2} ,$$

$$(6.9) \quad b = \frac{\tilde{P} - i m \tilde{R}}{1 + \tilde{Q}^2 + m^2 \tilde{R}^2} .$$

## 7. Erkundung realer Diskontinuitäten mittels Oberflächenwellen

### 7.1. Eliminierung verschiedener Störeinflüsse

#### 7.1.1. Allgemeine Bemerkungen

Da die Anwendung reflektierter seismischer Oberflächenwellen zur Erkundung tiefer Störungen von NEUNHÖFER (1985a) ausführlich behandelt worden ist, konzentrieren wir uns hier auf die Oberflächenwellen, die durch die Störungszonen hindurchgehen. Dieses Vorgehen hat sowohl Vor- als auch Nachteile. Der Vorteil ist darin zu sehen, daß die Transmissionskoeffizienten stabile Größen sind, die sich mit Hilfe der üblichen Näherungsverfahren mit ausreichender Genauigkeit bestimmen lassen. Insbesondere ist auch die Periodenabhängigkeit, aus der man auf die Tiefenwirksamkeit der Störungen schließen kann, mit genügender Sicherheit bestimmbar. Dies wurde auch durch eine neue Arbeit von VASIL' EVA und ITS (1987) auf der Basis finiter Elemente dahingehend bestätigt, daß sich das Feld vor einer Diskontinuität von Punkt zu Punkt sehr rasch ändert und nicht durch die Fernfeldnäherung beschrieben werden kann, während es sich hinter der Diskontinuität praktisch augenblicklich stabilisiert. Dem steht der Nachteil gegenüber, daß man es anders als im "Reflexions-Regime" nicht mit der Untersuchung gesonderter Wellengruppen zu tun hat, was erhebliche Anforderungen an die Elimination der Störungen stellt.

Selbst für festen Kontakt an der Grenzfläche, wenn die Transmissionskoeffizienten nur wenig von 1 verschieden sind, läßt sich aus den Spektren, wie wir sehen werden, zumindest theoretisch eine markante, den Tiefgang der Diskontinuität charakterisierende Periodenabhängigkeit isolieren. Als allererste Näherung wird bei den folgenden theoretischen Überlegungen zunächst die Modenumwandlung vernachlässigt, d. h., es wird entweder ein Periodenbereich angenommen, in dem nur die Grundmode existiert, oder die höheren Moden werden einfach ignoriert.

Wenn es sich um komplexere vertikale Diskontinuitäten handelt, kann das Amplitudenverhalten der durchgelassenen Wellen drastisch vom erwarteten Verhalten für einfache Diskontinuitäten (siehe Abb. 2) abweichen. Schon im Falle des nichtfesten Kontakts kommt

es, wie z. B. Abb. 6 zeigt, mit zunehmendem  $m$  zu erheblichen Abweichungen vom "normalen" Verhalten. Extrem unübersichtliche Verhältnisse sind zu erwarten, wenn die vertikale Diskontinuität aus mehreren dünnen Schichten zusammengesetzt ist. Man hat es mit einer analogen Schwierigkeit zu tun, die z. B. bei der Absorptionsbestimmung mit Hilfe reflexionsseismischer Verfahren auftritt und eine Folge störender Interferenzen, hervorgerufen durch Lamellierung des Untergrundes, ist. Um gesicherte Absorptionswerte zu erhalten, muß man die Spektren von diesen Interferenzen befreien, wobei z. B. das homomorphe Filtern angewendet wird. Für Oberflächenwellen sind solche Betrachtungen bisher noch nicht angestellt worden. Als erschwerender Faktor kommt bei den Oberflächenwellen die Dispersion hinzu, und es gibt noch keine Klarheit über das prinzipielle Vorgehen in diesem Fall. Im Rahmen dieser Arbeit können deshalb bei der Interpretation der Spektren bestenfalls qualitative Aussagen gemacht werden.

#### 7.1.2. Berücksichtigung der Dämpfung

Die beobachteten Amplitudenanomalien der seismischen Wellen können sehr verschiedene Ursachen haben. Eine Möglichkeit wäre eine starke Anomalie des Dämpfungsfaktors  $Q$  entlang des Wellenweges, doch sind solche Beispiele selten. Vielmehr muß man davon ausgehen, daß für längere Perioden als 30 s die lateralen Variationen der stoffeigenen Dämpfung bei weitem nicht so groß sind, um die Amplitudenschwankungen zu erklären. Nach MEISSNER (1986) liegt das Hauptproblem bei der Bestimmung des Dämpfungsfaktors darin begründet, daß es schwer ist, den eigentlichen (physikalischen) Dämpfungsmechanismus von den anderen, oft viel stärkeren Dämpfungsmechanismen, wie zum Beispiel geometrischen Effekten, Reflexion, Transmission, Streuung, zu trennen. Vorerst wird man sich wahrscheinlich damit begnügen müssen, die Größe  $Q$  als eine grobe Beschreibung von "Haupt-Krusteneinheiten" aufzufassen, wobei außer der physikalischen Dämpfung Reflexion, Transmission und Streuverluste in einem "effektiven  $Q$ " integriert sind. In dieser Weise sind auch die von NEUNHÖFER (1985a, 1985b) mit Hilfe seismischer Oberflächenwellen ermittelten  $Q$ -Werte interpretiert worden. Da hierbei das Hauptziel die Bestimmung der

physikalischen Dämpfung war, wurden die gemessenen Q-Werte als "scheinbares Q" bezeichnet. Unter idealen Bedingungen läßt sich die (physikalische) Dämpfung langperiodischer Oberflächenwellen sehr einfach beschreiben: Nach BEN-MENACHEM und SINGH (1981) betrachtet man zwei auf einem Großkreis gelegene Stationen  $P_1(\Delta_1)$  und  $P_2(\Delta_2 > \Delta_1)$  mit den Epizentralentfernungen  $\Delta_1$  bzw.  $\Delta_2$  und erhält bei Annahme eines exponentiellen physikalischen Dämpfungsgesetzes  $\exp(-\gamma\Delta)$  ( $\Delta$  = Entfernung von der Quelle) für den Dämpfungskoeffizienten den Wert

$$(7.1) \quad \gamma(\omega) = \frac{\ln[A(\omega, \Delta_1)/A(\omega, \Delta_2)]}{\Delta_2 - \Delta_1} .$$

Hierbei sind  $A(\omega, \Delta_1)$  und  $A(\omega, \Delta_2)$  die beobachteten Amplituden, die sich aus den spektralen Verrückungen im Herdgebiet  $u(\omega, \Delta)$  gemäß

$$(7.2) \quad A(\omega, \Delta) = u(\omega, \Delta) \sqrt{\sin(\Delta/\bar{a})}$$

ergeben. Diese Gleichung beinhaltet die geometrische Dämpfung bei der Ausbreitung von Oberflächenwellen auf einer Kugeloberfläche, und  $\bar{a}$  ist der Erdradius.

Während in einem unendlichen Medium der dimensionslose Dämpfungsfaktor Q mit  $\gamma(\omega)$  über die Beziehung

$$(7.3) \quad Q = \omega/(2\gamma c)$$

verbunden ist, wobei c die frequenzunabhängige Wellengeschwindigkeit darstellt, tritt an Stelle letzterer bei Oberflächenwellen die Gruppengeschwindigkeit U, d. h.

$$(7.4) \quad Q = \omega/(2\gamma U) .$$

Wenn man für lateral inhomogene Medien weiterhin die für homogene gültige Formel (7.2) benutzt, hat man mit erheblichen systematischen Fehlern zu rechnen, worauf noch eingegangen wird.

BEN-MENACHEM und SINGH (1981) geben als Beispiel bei rein ozeanischem Wellenweg Dämpfungskoeffizienten  $\gamma_R$  für Rayleighwellen (Abb. 7) und Lovewellen  $\gamma_L$  (Abb. 8) an. Im Unterschied zum Vorgehen von NEUNHÖFER (1985a, 1985 b) werden wir ein solches sehr pauschales Dämpfungsverhalten der Oberflächenwellen bei der Interpretation der gemessenen spektralen Amplituden mit heranziehen.

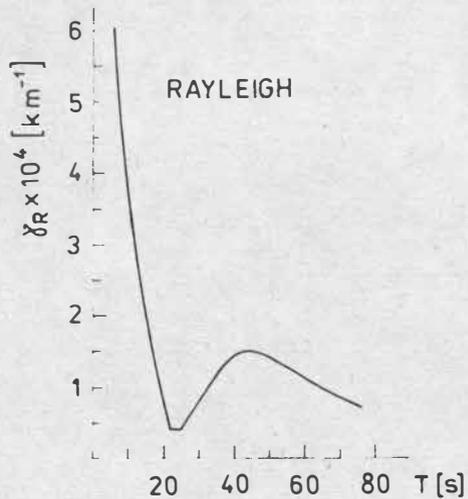


Abb. 7 Dämpfungskoeffizient für Rayleighwellen in Abhängigkeit von der Periode

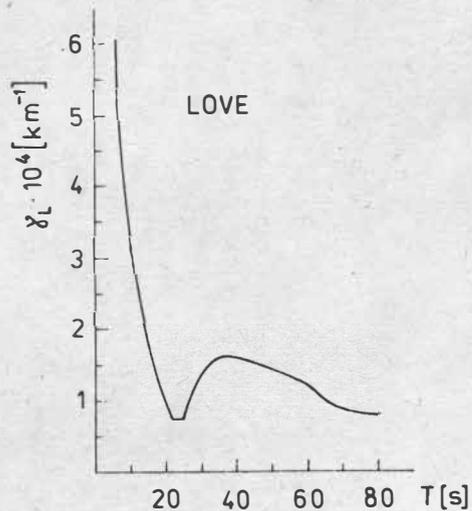


Abb. 8 Dämpfungskoeffizient für Lovewellen in Abhängigkeit von der Periode

### 7.1.3. Berücksichtigung von Fokussierungs- und Defokussierungseffekten

---

#### 7.1.3.1. Allgemeine Bemerkungen

Wenn man dynamisches Ray-tracing durchführt, wird die Fokussierung und Defokussierung automatisch berücksichtigt. Entsprechende Programme sind bereits entwickelt worden [siehe z. B. JOBERT und JOBERT (1987)]. Übrigens ist es so, daß man wegen der Dispersion die Ausbreitung stationärer und nichtstationärer Oberflächenwellen unterscheiden muß. Bei den letzteren ist es nach LEVŠIN u. a. (1986) erforderlich, die Zeit als zusätzliche Dimension hinzuzunehmen, d. h. räumlich-zeitliche Strahlensysteme zu konstruieren. Mit dieser Problematik werden wir uns im folgenden nicht befassen, sondern immer stationäre Wellenzüge annehmen. Insbesondere werden wir den Durchgang von Strahlen durch einige spezielle Diskontinuitäten betrachten.

#### 7.1.3.2. Vertikale ungekrümmte Diskontinuität

Wir bedienen uns der Bezeichnungsweise von LEVŠIN u. a. (1986) und nehmen folgende Geometrie an (Abb. 9). Die Ausbreitung der Oberflächenwelle erfolgt hierbei von der Quelle in  $M_2$  zum Beobachtungspunkt in  $M_1$ . Für die in den Medien 2 bzw. 1 zurückgelegten Weglängen gilt

$$(7.5) \quad l_2 = h_2 / \cos\theta_2 \quad \text{und} \quad l_1 = h_1 / \cos\theta_1,$$

und es gilt das Snelliussche Brechungsgesetz

$$(7.6) \quad \sin\theta_2 / c_2 = \sin\theta_1 / c_1.$$

Bezeichnet man das Eikonal mit  $\tau$ , das mit der Laufzeit auf den Strahlen identifiziert wird, so ergibt sich

$$(7.7) \quad \tau = \frac{h_2}{c_2 \cos\theta_2} + \frac{h_1}{c_1 \cos\theta_1},$$

und für die Flächen konstanter Phase erhält man in der  $x_1, x_2$ -Ebene

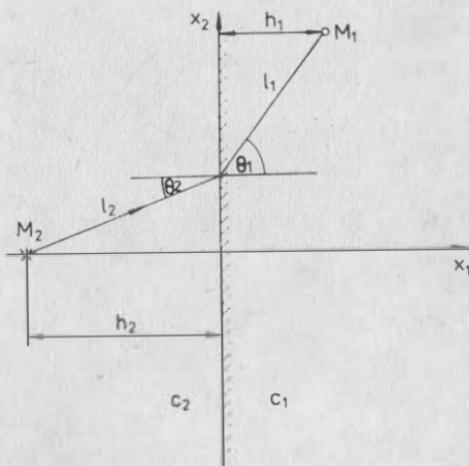


Abb. 9 Schema der Ausbreitung einer Oberflächenwelle durch eine vertikale Diskontinuität

$$(7.8) \quad x_1 = \cos\theta_1(c_1\tau - \frac{c_1}{c_2} \frac{h_2}{\cos\theta_2}) + h_2,$$

$$x_2 = \sin\theta_1(c_1\tau - \frac{c_1}{c_2} \frac{h_2}{\cos\theta_2}) + h_2 \tan\theta_2.$$

Identifizieren wir den Einfallswinkel  $\theta_2$  mit der Oberflächenwellen-Strahlkoordinate  $\xi$ , so ergibt sich gemäß Gleichung (4.11) für  $J$  der Ausdruck

$$(7.9) \quad J = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{c_2} \left( \frac{h_2 c_2}{\cos^3\theta_2} + \frac{h_1 c_1}{\cos^3\theta_1} \right).$$

Für ein spezielles Beispiel des Übergangs von einem Medium mit niedriger Geschwindigkeit in ein Medium mit hoher Geschwindigkeit sind der Strahlenverlauf und die Flächen konstanter Phase in der Abb. 10 dargestellt. Weiterhin ist in der Abb. 11  $J$  für ausgewählte Werte  $h_1$  in Abhängigkeit von  $\theta_2$  für Richtung und Gegenrichtung dargestellt.

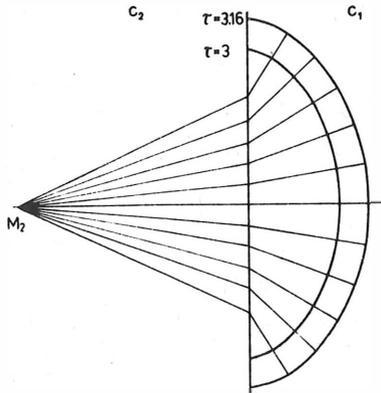


Abb. 10 Strahlenverlauf an einer vertikalen Diskontinuität, Modellparameter:  $c_2 = 2 \text{ km/s}$ ,  
 $c_1 = 4 \text{ km/s}$ ,  $h_2 = 5 \text{ km}$

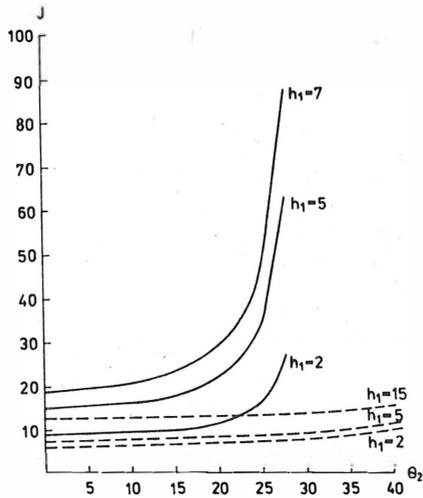


Abb. 11  $J$  in Abhängigkeit von  $\theta_2$  und  $h_1$  für  
 $h_2 = 5 \text{ km}$ , voll:  $c_2 = 2 \text{ km/s}$ ,  $c_1 = 4 \text{ km/s}$ ;  
gestrichelt:  $c_2 = 4 \text{ km/s}$ ,  $c_1 = 2 \text{ km/s}$

Man sieht, daß die vertikale ungekrümmte Diskontinuität sowohl für die Richtung als auch Gegenrichtung zu einer Defokussierung führt ( $J > 1$ ). Jedoch ist dieser Effekt für die Ausbreitung vom Medium mit höherer Geschwindigkeit in ein Medium mit niedrigerer Geschwindigkeit deutlich schwächer ausgeprägt als für die umgekehrte Richtung.

### 7.1.3.3. Vertikale gekrümmte Diskontinuität

Unter gekrümmten Diskontinuitäten wollen wir im folgenden der Einfachheit halber Zylinderflächen mit dem Krümmungsradius  $\bar{\rho}$  verstehen. Die Bezeichnung konkav bzw. konvex bezieht sich auf die der Quelle zugewandte Seite. Gehen wir zunächst wieder von einer punktförmigen Quelle aus, so zeigt sich, daß eine konkave Diskontinuität unabhängig vom Materialkontrast eine Defokussierung bewirkt, falls der maximale Abstand der Quelle von der Diskontinuität genügend klein ist (hinreichend ist kleiner als  $2\bar{\rho}$ ). Dabei ist dieser Effekt wieder für den Übergang von einem Medium mit niedrigerer Geschwindigkeit in ein Medium mit höherer Geschwindigkeit stärker ausgeprägt als für die umgekehrte Richtung. Für den ersten Fall wird in Abb. 12 ein Beispiel gezeigt.

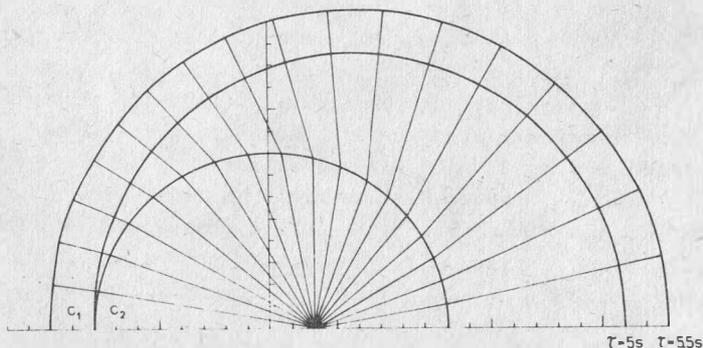


Abb. 12 Strahlenverlauf und Flächen konstanter Phase für eine konkave Diskontinuität;  $c_2 = 2$  km/s,  $c_1 = 4$  km/s,  $\bar{\rho} = 8$  km

Für große Abstände von der konkaven Diskontinuität bzw. bei konvexen Diskontinuitäten ist das Bild komplizierter: es gibt Bereiche mit Fokussierung und Defokussierung, und insbesondere kommt es zur Ausbildung einer sogenannten Kaustik. Aus Gründen der Einfachheit wollen wir diese Erscheinungen für eine unendlich entfernte Quelle studieren, d. h., es wird quellenseitig ein paralleles Strahlenbündel angenommen. Mit  $h_2$  wird nunmehr der Abstand des Scheitelpunktes der Diskontinuität vom Koordinatenursprung bezeichnet, und  $\theta_2$  bzw.  $\theta_1$  sind der Einfallswinkel bzw. Brechungswinkel der Strahlen gegen das Lot bezüglich der Diskontinuität. Dann erhält man an Stelle von (7.8) für die Flächen konstanter Phase

$$\begin{aligned}(7.10) \quad x_1 &= h_2 \mp \bar{\varrho}(1 - \cos\theta_2) + \\ &+ \left\{ c_1 \tau - \frac{c_1}{c_2} [h_2 \mp \bar{\varrho}(1 - \cos\theta_2)] \right\} \cos(\theta_1 - \theta_2), \\ x_2 &= \bar{\varrho} \sin\theta_2 \mp \\ &\mp \left\{ c_1 \tau - \frac{c_1}{c_2} [h_2 \mp \bar{\varrho}(1 - \cos\theta_2)] \right\} \sin(\theta_1 - \theta_2),\end{aligned}$$

wobei das obere Vorzeichen für eine konkave und das untere für eine konvexe Diskontinuität gilt.

Unter Kaustik verstehen wir bei der optischen Abbildung die Verbindungslinie oder -fläche der Schnittpunkte benachbarter Strahlen. Wie es zur Ausbildung der Kaustik bei Oberflächenwellen sowohl für konkave als auch konvexe Diskontinuitäten kommt, wird in den Abbildungen 13 und 14 gezeigt. Man kann deutlich aus der Abb. 13 erkennen, daß es Gebiete gibt, in denen gleichzeitig konvergierende und divergierende Strahlenbündel auftreten. Es zeigt sich, daß das Auftreten einer Kaustik folgenden Regeln gehorcht (hierbei bezieht sich  $c_2$  immer auf die einfallende Welle):

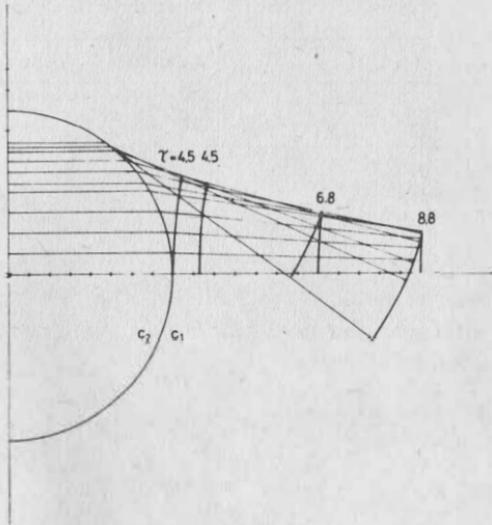


Abb. 13 Paralleles Strahlenbündel und konkave Diskontinuität;  
 $h_2 = \bar{\varrho} = 8$  km,  $c_2 = 2$  km/s,  $c_1 = 2,5$  km/s

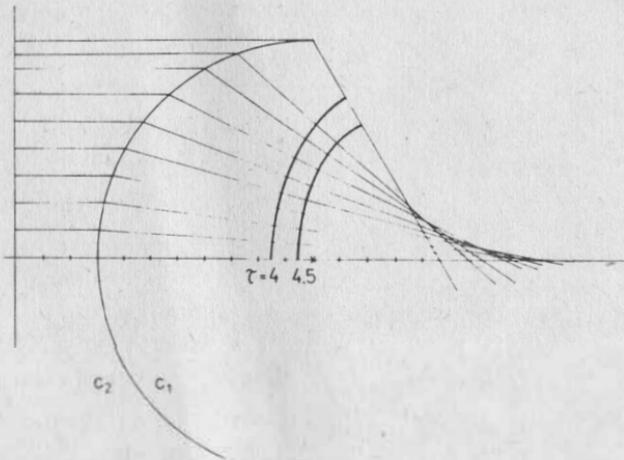


Abb. 14 Paralleles Strahlenbündel und konvexe Diskontinuität;  
 $h_2 = 3$  km,  $c_2 = 4$  km/s,  $c_1 = 2$  km/s,  $\bar{\varrho} = 8$  km

Tab. 2 Regeln für das Auftreten der Kaustik

	konkav	konvex
Kaustik	$c_2 < c_1$	$c_2 > c_1$
keine Kaustik (Defokussierung)	$c_2 > c_1$	$c_2 < c_1$

Wenn  $F(x_1, x_2, p) = 0$  die Gesamtheit der Strahlen bedeutet, dann gewinnt man bekanntlich [siehe BEN-MENAHEM und SINGH (1981)] die Gleichung der Kaustik durch Elimination des Strahlenparameters  $p$  aus den beiden Gleichungen

$$(7.11) \quad F(x_1, x_2, p) = 0,$$

$$\frac{\partial F(x_1, x_2, p)}{\partial p} = 0.$$

Als Strahlenparameter fungiert hier  $\theta_2$ , und die Gleichung der Kaustik läßt sich aus (7.10) in der Form

$$(7.12) \quad x_1^K = h_2 \mp \bar{\varrho}(1 - \cos\theta) \pm$$

$$\pm \bar{\varrho} \sin\theta_2 \cot(\theta_1 - \theta_2) \mp x_2^K \cot(\theta_1 - \theta_2),$$

$$x_2^K = \bar{\varrho} \sin\theta_2 + \frac{\bar{\varrho} \cos\theta_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{1 - \frac{c_1}{c_2} \frac{\cos\theta_2}{\sqrt{1 - \frac{c_1^2}{c_2^2} \sin^2\theta_2}}}$$

herleiten, wobei das obere Vorzeichen für die konkave und das untere für die konvexe Diskontinuität gilt. In der Abb. 15 sind die Kaustiken für eine konkav und eine konvex gekrümmte Diskontinuität dargestellt. Man sieht, daß die Kaustik beim konvexen Fall weiter von der Diskontinuität entfernt ist als beim konkaven Fall.

Schließlich wird noch in den folgenden Abbildungen 16 und 17 die Größe  $J$  in Abhängigkeit von  $x_1$  und  $x_2$  für eine konkave und konvexe Diskontinuität dargestellt.

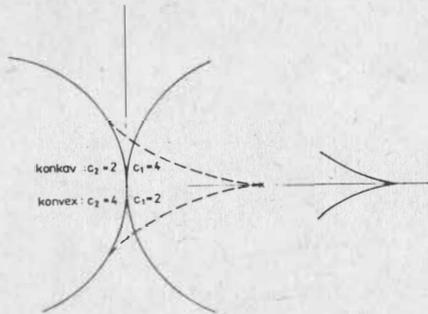


Abb. 15 Kaustik für konkave Diskontinuität (gestrichelt),  
 konvexe (voll)  
 $c_2 = 2 \text{ km/s}$ ,  $c_1 = 4 \text{ km/s}$ ,  $\bar{\varrho} = 8 \text{ km}$

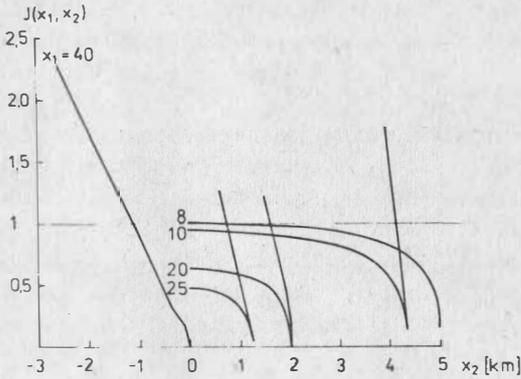


Abb. 16  $J(x_1, x_2)$  für eine konkave Diskontinuität;  
 $c_2 = 2 \text{ km/s}$ ,  $c_1 = 2,5 \text{ km/s}$ ,  $\bar{\varrho} = 8 \text{ km}$

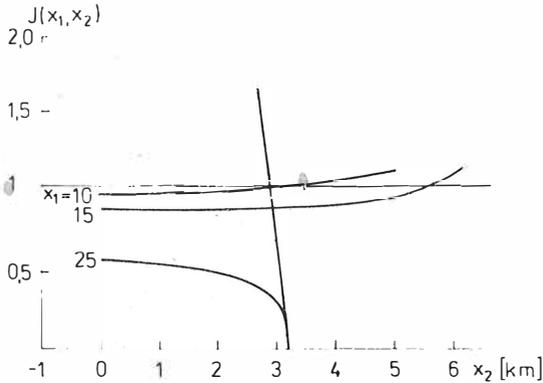


Abb. 17  $J(x_1, x_2)$  für eine konvexe Diskontinuität;  
 $c_2 = 2,5$  km/s,  $c_1 = 2$  km/s,  $\bar{q} = 8$  km

In der Kaustik geht  $J$  gegen 0, was einer unendlich großen Verstärkung der Wellen entspricht. In diesen Punkten sind die Grenzen der Strahlentheorie erreicht. Man unterscheidet zwei Arten von Kaustiken: Kaustiken 1. Ordnung und Kaustiken 2. Ordnung. Bei der Kaustik 1. Ordnung entartet die Strahlenröhre zu einer Linie und bei der Kaustik 2. Ordnung zu einem Punkt. In beiden Fällen wird  $J = 0$ , und die von der Strahlentheorie berechnete Amplitude ist unendlich. Eine genauere Analyse zeigt [siehe URSIN (1986)], daß man das Ray-tracing auch durch die Kaustiken hindurch fortsetzen kann, wenn man den sogenannten KWAH-Index (nach Keller, Maslov, Arnold, Hörmander) berücksichtigt. Er führt bei den Kaustiken 1. bzw. 2. Ordnung zu einem Phasensprung von  $\pi/2$  bzw.  $\pi$ . Diese berechneten Phasensprünge sind natürlich nur korrekt innerhalb des Gültigkeitsbereiches der Strahlentheorie.

#### 7.1.4. Das Spektrum von Oberflächenwellen

##### 7.1.4.1. Allgemeine Bemerkungen

Bekanntlich läßt sich ein seismisches Signal  $f(t)$  in der Form

$$(7.13) \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |f(\omega)| e^{i[\Phi(\omega) - \omega t]} d\omega$$

darstellen, wobei  $|f(\omega)|$  das Amplituden- und  $\Phi(\omega)$  das Phasenspektrum ist. Wir müssen im folgenden theoretische Spektren berechnen. Ganz allgemein gilt für ein Spektrum

$$(7.14) \quad X(\omega) = S(\omega)H_1(\omega)H_2(\omega) \dots H_n(\omega),$$

und diese Gleichung drückt in kurzer Form die Möglichkeit zur Spektroskopie überhaupt aus, nämlich die Abhängigkeit der Beobachtungsgröße von einer Reihe von Einflußfaktoren [z. B. ist  $S(\omega)$  der von der Quelle herrührende Einflußfaktor]. Dies ist zugleich eine starke und eine schwache Seite der Spektralanalyse. Eine schwache Seite ist es, weil man mit Hilfe nur einer Beobachtung  $X(\omega)$  wegen der Nichteindeutigkeit einer solchen Interpretation keine Aussagen über die Quelle bzw. über bestimmte Eigenschaften des Mediums machen kann. Eine starke Seite ist es, weil man durch geeignete Kombination mehrerer Faktoren einen einzelnen aussondern kann. Wir wollen versuchen, den Einfluß lateraler Inhomogenitäten aus dem Spektrum auszusondern.

##### 7.1.4.2. Lateral homogenes Medium

Wir gehen von einem lateral homogenen elastischen Halbraum aus und halten uns im folgenden eng an die Ausführungen von LEVSHIN (1985). Eine punktförmige Dislokationsquelle möge durch den spektralen seismischen Momententensor  $\mathbb{M}(\omega)$  charakterisiert werden, und die von ihr erzeugten Verrückungen werden am Punkt  $(x_1, x_2, 0)$  der freien Oberfläche aufgezeichnet. Das Verrückungsspektrum einer Oberflächenwellenmode hat dann folgende Form:

$$(7.15) \quad u^\alpha(\omega, r, \varphi) = u_q^\alpha e^q,$$

$$u_q^\alpha = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \frac{\exp[-r(i\omega/c + \gamma)]}{\sqrt{r}} \cdot \frac{\varepsilon_q^\alpha(\omega)}{\sqrt{\frac{\alpha\alpha}{UI}}} \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{\alpha\alpha}{UIc}}},$$

wobei  $\alpha$  der Modenindex ist und wie bisher von 1 bis  $M$  die Rayleighmoden und von  $M + 1$  bis  $N$  die Lovemoden darstellt. Der Index  $q$  kennzeichnet die Komponenten bezüglich eines orthogonalen Koordinatensystems, dessen Ursprung im Empfängerpunkt liegt und dessen Basisvektoren wie folgt definiert sind:  $e^3$  ist in das Medium entlang der Achse  $x_3$  gerichtet;  $e^r$  ist entlang dem Radius gerichtet, der das Epizentrum  $(0,0,0)$  mit dem Empfänger in Richtung wachsender  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  verbindet, und  $e^\varphi = e^r \times e^3$  zeigt in Richtung wachsender  $\varphi = \arctan(x_2/x_1)$ .  $I$  ist das Energieintegral, gegeben durch

$$(7.16) \quad I^\alpha = \int_0^\infty \rho(x_3) \{ [U_1^\alpha(x_3)]^2 + [U_3^\alpha(x_3)]^2 \} dx_3 \quad \text{für } \alpha = 1, \dots, M,$$

$$I^\alpha = \int_0^\infty \rho(x_3) [U_2^\alpha(x_3)]^2 dx_3 \quad \text{für } \alpha = M + 1, \dots, N.$$

Dabei sind die Eigenfunktionen  $U_i^\alpha (i=1,2,3)$  so normiert, daß  $U_2^\alpha(0)[\alpha > M] = U_3^\alpha(0)[\alpha \leq M] = 1$ , und  $U_1^\alpha(0)[\alpha < M] = \chi = \chi(\omega)$  ist die Rayleighmoden-Elliptizität. Weiterhin ist

$$(7.17) \quad \varepsilon_3^\alpha = 1, \quad \varepsilon_r^\alpha = -i\chi, \quad \varepsilon_\varphi^\alpha = 0 \quad \text{für } \alpha < M,$$

$$\varepsilon_3^\alpha = \varepsilon_r^\alpha = 0, \quad \varepsilon_\varphi^\alpha = i \quad \text{für } \alpha > M.$$

$U$  und  $c$  bedeuten wie üblich die Gruppen- bzw. Phasengeschwindigkeit, und  $\chi$  hängt von den Komponenten des seismischen Momententensors ab [siehe LEVSHIN (1985)].

Die rechte Seite von (7.15) ist ein Produkt mehrerer Faktoren, die eine bestimmte physikalische Bedeutung haben. Der erste Faktor hängt nur von der Frequenz ab. Der zweite Faktor hängt erheblich von der Entfernung  $r$  ab und beschreibt Wellenausbrei-

tungseffekte, d. h. die Phasenverzögerung, die geometrische Dämpfung  $1/\sqrt{r}$  und die physikalische Dämpfung  $e^{-\gamma r}$ . Der dritte Faktor charakterisiert die Bedingungen am empfängerseitigen Ende des Wellenweges und hängt davon ab, welche Komponente aufgezeichnet wird. Der vierte Faktor schließlich beschreibt die Quelle mit ihrer Ausstrahlungscharakteristik.

7.1.4.3. Lateral inhomogenes Medium ohne scharfe Grenzflächen

Eine Punktquelle im Punkte  $M_0 (0,0,h)$  [ $h =$  Herdtiefe] möge in einem lateral inhomogenen Medium Oberflächenwellen erzeugen, die im Punkt  $M_1 (x_1, x_2, 0)$  registriert werden. Dann folgt für die spektrale Verrückung im Punkte  $M_1$  eine im Vergleich zu (7.15) modifizierte Formel:

$$(7.18) \quad u_q(\omega, x_1, x_2) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \frac{\exp\{-i\omega \int_{M_0}^{M_1} ds/c - \bar{\gamma}L\}}{\sqrt{[J]_{M_1}}} \cdot \left[ \frac{\epsilon_q}{\sqrt{UI}} \right]_{M_1} \cdot \left[ \frac{W}{\sqrt{UIc}} \right]_{M_0}$$

Der Modenindex wurde hierbei der Einfachheit halber fortgelassen.  $L$  ist die Länge des Strahlsegmentes  $\widehat{M_0 M_1}$ , d. h.

$$(7.19) \quad L = \int_{M_0}^{M_1} ds,$$

und  $\bar{\gamma}$  ist der mittlere Dämpfungskoeffizient, definiert durch

$$(7.20) \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{L} \int_{M_0}^{M_1} \gamma(\omega, s) ds.$$

Die Größe  $J$  errechnet sich gemäß Formel (4.11). Die Gleichung (7.18) gilt für den Fall, daß sich in der Umgebung von  $M_1$  keine Kaustiken befinden, ansonsten muß ein zusätzlicher Phasenfaktor berücksichtigt werden (vgl. Abschnitt 7.1.2.3.). Im Falle eines lateral homogenen Mediums wird  $J = r$ .

#### 7.1.4.4. Ausbreitung von Oberflächenwellen durch eine vertikale Diskontinuität

Nehmen wir an, daß sich Quelle und Empfänger in unterschiedlichen lateral homogenen Medien in genügendem Abstand (im Vergleich zur größten auftretenden Wellenlänge) von der Diskontinuität befinden und wenden wir die im letzten Abschnitt entwickelte approximative Strahlentheorie für Oberflächenwellen in lateral inhomogenen Medien an. Geht man von der Konfiguration Abb. 9 mit der veränderten Bezeichnungsweise:  $M_2 \rightarrow A$ ,  $M_1 \rightarrow B$ ,  $\theta_2 \rightarrow \theta$ ,  $\theta_1 \rightarrow \theta'$ ,  $l_2 \rightarrow l_A$ ,  $l_1 \rightarrow l_B$ ,  $h_2 \rightarrow h_A$ ,  $h_1 \rightarrow h_B$ ,  $c_2 \rightarrow c_A$ ,  $c_1 \rightarrow c_B$  aus und wendet das bei ČERVENÝ, MOLOTKOV und PŠENČÍK (1977) für Raumwellen angegebene Verfahren zur Fortsetzung eines Strahls durch eine Diskontinuität hindurch sinngemäß für Oberflächenwellen an, so erhält man an Stelle von (7.18)

$$(7.21) \quad [u_q]_B = \frac{e^{-i\pi/4} \exp\{-i\omega(l_A/c_A + l_B/c_B) - \gamma_A l_A - \gamma_B l_B\}}{\sqrt{8\pi\omega} \sqrt{[J]_B}} \times \\ \times \left[ \frac{\epsilon_q}{\sqrt{UI}} \right]_B \cdot T_{AB}(\theta) \sqrt{\frac{0}{\cos\theta [UI]_0}} \cdot \left[ \frac{W}{\sqrt{UIc}} \right]_A.$$

Hierbei ist  $T_{AB}$  der Transmissionskoeffizient für die Ausbreitungsrichtung  $A \rightarrow B$  und bezieht sich auf das Verrückungsverhältnis an der freien Oberfläche. Im Falle von Rayleighwellen gibt er das Verhältnis der Vertikalkomponenten an. Durch das Verhältnis der Kosinus des Brechungs- und Einfallswinkels wird der unterschiedliche Strahlenbündelquerschnitt links und rechts von der Diskontinuität berücksichtigt. Die Größen  $[UI]_0$  bzw.  $[UI]_0'$  beziehen sich auf die quellen- bzw. empfängerseitigen Materialeigenschaften in unmittelbarer Nähe der Diskontinuität. Da wir es hier mit lateral homogenen Medien zu tun haben, hat man von  $[UI]_0 = [UI]_A$  und  $[UI]_0' = [UI]_B$  auszugehen und demzufolge kann (7.21) auch in der Weise

$$(7.22) \quad [u_q]_B = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \exp \frac{\{-i\omega(l_A/c_A + l_B/c_B) - \gamma_A l_A - \gamma_B l_B\}}{\sqrt{[J]_B}} \times \\ \times \frac{[\varepsilon_q]_B}{\sqrt{[UI]_A}} \cdot T_{AB}(\theta) \cdot \sqrt{\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}} \cdot \left[\frac{W}{\sqrt{UIc}}\right]_A$$

vereinfacht werden. Man erkennt, daß diese Formel mit (7.18) übereinstimmt, wenn man folgenden Austausch vornimmt:

$$(7.23) \quad \frac{1}{\sqrt{[UI]_B}} \longleftrightarrow T_{AB} \sqrt{\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{[UI]_A}}$$

Von LEVSHIN (1985) wurde darauf hingewiesen, daß sich diese beiden Ausdrücke in einem weiten Perioden- und Winkelbereich nur sehr wenig voneinander unterscheiden. Er schlußfolgert daraus, daß die Änderung der Verrückungsamplitude beim Durchgang durch eine Diskontinuität hauptsächlich durch eine Umverteilung der Energie mit der Tiefe und weniger durch Verluste infolge von Reflexion und Modenkonzersion bewirkt wird. Doch gerade die letzteren Vorgänge interessieren uns, da sie empfindlich von der Tiefenreichweite der Diskontinuität abhängen.

#### 7.1.4.5. Kombinierte Modelle

Hat man mehrere Diskontinuitäten ( $\bar{N}$ ) in einem Abstand der Größenordnung von zehn Wellenlängen und dazwischen lateral inhomogene Medien, so empfiehlt es sich, die Formeln (7.18) und (7.21) zu kombinieren, so daß man

$$(7.24) \quad [u_q]_B = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \exp\left\{ \sum_{j=1}^{\bar{N}+1} [-i\omega \int_{l_j} \frac{ds}{c_j} - \bar{\gamma}_j l_j] \right\} \cdot \left[\frac{\varepsilon_q}{\sqrt{UIj}}\right]_B \times \\ \times \prod_{j=1}^{\bar{N}} (T_{j,j+1} \sqrt{\frac{\cos\theta'_j [UI]_{o_j}}{\cos\theta_j [UI]_{o_j}}}) \cdot \left[\frac{W}{\sqrt{UIc}}\right]_A$$

erhält. Hierbei sind  $O_j$  der Punkt, wo der Strahl die  $j$ -te Grenzfläche schneidet,  $\theta_j$  und  $\theta'_j$  die entsprechenden Einfallswinkel

und Brechungswinkel,  $T_{j,j+1}$  der zugehörige Transmissionskoeffizient, und  $l_j$  ist das im  $j$ -ten Block gelegene Teilstück des Strahls. Auf diese Weise können theoretische Spektren für Lithosphärenmodelle berechnet werden, die sowohl "weiche" laterale Inhomogenitäten als auch Diskontinuitäten enthalten.

#### 7.1.5. Untersuchung der Spektren eines Stationspaares

##### 7.1.5.1. Allgemeine Bemerkungen

Wenn wir an einer Station in einem Gebiet mit Diskontinuitäten beobachten, müßte man im Grunde genommen das Spektrum in folgender Weise darstellen:

$$(7.25) \quad X(\omega) = S(\omega)[H_1(\omega)H_2(\omega) \dots H_n(\omega) + R(\omega)G_1(\omega)G_2(\omega) \dots G_n(\omega) + \dots] .$$

Hierbei ist  $R(\omega)$  ein Reflexionskoeffizient. In einer neuen Arbeit von ITS (1988) wurden theoretische Seismogramme für Oberflächenwellen unter Einbeziehung reflektierter Wellen in Medien mit vertikalen Grenzflächen angegeben. Die Überlagerung von direkten und reflektierten Wellenzügen führt zum Auftreten von Interferenzen, was sich im Spektrum durch Maxima und Minima äußert, die auch tatsächlich beobachtet werden [siehe NEUNHÖFER (1985)]. Im folgenden wollen wir jedoch von den Reflexionen absehen, was gewiß nicht immer berechtigt ist, zumal in der Praxis, wie schon erwähnt, auch sehr große  $R(\omega)$  auftreten können. Genauso wird die Modenkonversion nicht berücksichtigt.

Wie aus den Formeln (7.18) oder (7.21) zu erkennen ist, setzt die Berechnung des Oberflächenwellenspektrums eine detaillierte Kenntnis des Phasen- und Gruppengeschwindigkeitsfeldes  $c(x_1, x_2)$  bzw.  $U(x_1, x_2)$  voraus. Auf dieser Basis können dann mit Hilfe der bekannten Verfahren [siehe z.B. LEVŠIN u.a. (1986)] Oberflächenwellenstrahlen berechnet und unter Berücksichtigung von Fokussierungseffekten z. B. die Dämpfung bestimmt werden. Hat man diese detaillierte Kenntnis von der Region, in der sich die Oberflächenwellen ausbreiten, nicht, empfiehlt es sich, zur Elimination unbekannter Einflußfaktoren die Spektrendivisionsmethode anzuwenden, wobei im Regime "Vergleich von Stationen" gearbeitet

werden soll und die Störung sich zwischen den Stationen befindet. Der Spektrquotient wird folgendermaßen bezeichnet:

$$(7.26) \quad \frac{u_B(\omega)}{u_A(\omega)} \stackrel{!}{=} \frac{\epsilon_B(\omega)}{\epsilon_A(\omega)},$$

wobei für Rayleighwellen die Vertikalkomponente zu verstehen ist. Ungeachtet der weiten Verbreitung der Spektrendivisionsmethode gerade im Oberflächenwellenbereich, muß man darauf hinweisen, daß der Spektrquotient beim Vorhandensein von Rauschen zu einer "gefährlichen" Größe werden kann, weil dann außerordentlich große Schwankungen auftreten.

### 7.1.5.2. Berechnung des Spektrkoeffizienten und der Größe K

Wir gehen zunächst von den unter 7.1.4.4. genannten Bedingungen aus, und die geometrische Konfiguration ist aus Abb. 18 zu ersehen. Hierbei sind  $\tilde{l}_A$  und  $\tilde{l}_B$  durch

$$(7.27) \quad \tilde{l}_A = h_A / \cos \tilde{\theta}', \quad \tilde{l}_B = h_B / \cos \tilde{\theta}$$

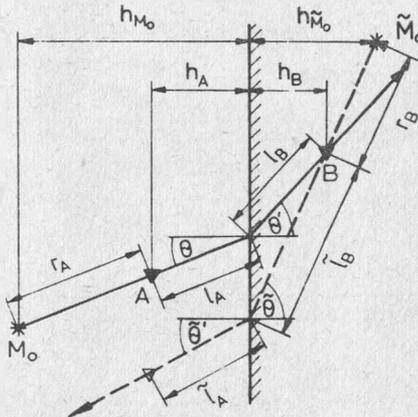


Abb. 18 Lage der Stationen A und B und der Herde  $M_0$  und  $\tilde{M}_0$  bezüglich einer Diskontinuität

gegeben, und  $\tilde{\theta}$  und  $\tilde{\theta}'$  sind der Einfallswinkel bzw. Brechungswinkel für den Herd  $\tilde{M}_0$ . Streng genommen ist diese Konfiguration nur möglich, wenn A und B für die Richtung und Gegenrichtung auf ein und demselben Strahl liegen, d. h., wenn  $\theta' = \tilde{\theta}$  ist. Sonst gilt alles nur näherungsweise. Die Näherung wird jedoch gut sein, wenn  $M_0$  und  $\tilde{M}_0$  genügend weit von der Diskontinuität entfernt sind. Durch Bildung des Spektrquotienten gemäß (7.26) wird zunächst der Einfluß der Quelle eliminiert. Stoßen an der Grenzfläche zwei lateral homogene Medien zusammen, so ist der Spektrquotient von den Eigenschaften des Stationsuntergrundes nicht abhängig, da der Faktor  $1/\sqrt{[U]_B}$  in der Gleichung (7.22) nicht mehr auftaucht. Hat man es mit lateral inhomogenen Medien zu tun, so kann man sich vom Einfluß dieses Faktors durch Betrachtung zweier Erdbeben im Regime "Richtung - Gegenrichtung" befreien. Ansonsten dient diese Verfahrensweise zur Verstärkung des hier zu untersuchenden Effektes. Die beiden Spektrkoeffizienten haben für lateral homogene Medien mit Diskontinuität unter Verwendung von (7.15) und (7.22) das Aussehen:

$$(7.28) \quad \frac{|\tilde{\epsilon}_B(\omega)|}{|\tilde{\epsilon}_A(\omega)|} = \frac{\sqrt{r_A}}{\sqrt{[J]_B}} T_{AB}(\theta) \sqrt{\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}} \cdot \exp(-\gamma_A l_A - \gamma_B l_B),$$

$$(7.29) \quad \frac{|\tilde{\tilde{\epsilon}}_A(\omega)|}{|\tilde{\tilde{\epsilon}}_B(\omega)|} = \frac{\sqrt{r_B}}{\sqrt{[J]_A}} T_{BA}(\tilde{\theta}) \sqrt{\frac{\cos\tilde{\theta}'}{\cos\tilde{\theta}}} \exp(-\gamma_A \tilde{l}_A - \gamma_B \tilde{l}_B).$$

Hierbei ist  $T_{BA}$  der Transmissionskoeffizient für die Richtung  $B \rightarrow A$  und  $[J]_A$  der Verdünnungsfaktor am Stationsort A für die gleiche Richtung. Das Produkt K der Spektrquotienten ist demzufolge durch

$$(7.30) \quad K(\omega) = \frac{|\tilde{\epsilon}_B(\omega)|}{|\tilde{\epsilon}_A(\omega)|} \cdot \frac{|\tilde{\tilde{\epsilon}}_A(\omega)|}{|\tilde{\tilde{\epsilon}}_B(\omega)|} = \sqrt{\tilde{J}} \cdot T_{AB}(\theta) T_{BA}(\tilde{\theta}) \sqrt{\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}} \times \\ \times \sqrt{\frac{\cos\tilde{\theta}'}{\cos\tilde{\theta}}} \exp\{-\gamma_A h_A (\cos^{-1}\theta + \cos^{-1}\theta') - \\ - \gamma_B h_B (\cos^{-1}\theta' + \cos^{-1}\tilde{\theta}')\}$$

mit

$$(7.31) \quad \tilde{J} = \frac{r_A r_B}{[J]_A [J]_B}$$

gegeben. Für die ungekrümmte vertikale Diskontinuität ergibt sich  $\tilde{J}$  gemäß (7.9) zu

$$(7.32) \quad \tilde{J} = \frac{r_A r_B c_A c_B}{\cos \theta \cos \theta' \cos \tilde{\theta} \cos \tilde{\theta}'} \cdot (h_{M_0} c_A \cos^{-3} \theta + h_B c_B \cos^{-3} \theta')^{-1} \times \\ \times (h_A c_A \cos^{-3} \tilde{\theta} + h_{M_0} c_B \cos^{-3} \tilde{\theta}')^{-1}.$$

Wenn  $h_A$  und  $h_B$  genügend klein gegen  $r_A$  und  $r_B$  sind, dann gilt  $\tilde{J} \approx 1$ . Demzufolge ist auch die Vernachlässigung des geometrischen Faktors durch SICHARULIDZE (1978) unter gewissen Voraussetzungen gerechtfertigt. Für lateral inhomogene Medien ist  $\tilde{J}$  in der Weise

$$(7.33) \quad \tilde{J} = \frac{[J]_A^I [J]_B^{II}}{[J]_B^I [J]_A^{II}}$$

zu modifizieren, wobei sich I auf die Richtung  $A \rightarrow B$  und II auf die Gegenrichtung bezieht, und im Exponenten des Dämpfungsterms stehen Wegintegrale.

## 7.2. Die Periodenabhängigkeit der Transmissionskoeffizienten

Wir gehen zunächst vom einfachen Fall der senkrechten Inzidenz aus, d. h.  $\theta = \theta' = \tilde{\theta} = \tilde{\theta}' = 0$ . Dabei läßt sich nach MALISCHEWSKY (1987) in Gleichung (4.370) das Produkt der Transmissionskoeffizienten  $T_{AB} T_{BA}$  mit dem Quadrat des "energetischen" Transmissionskoeffizienten  $b$  identifizieren:

$$(7.34) \quad T_{AB} T_{BA} = b^2.$$

Die Größe  $1 - b^2$  drückt den Energieverlust aus, den die Oberflächenwelle beim Durchgang durch eine Diskontinuität durch Reflexion und Modenkonversion erleidet. Es soll nun demonstriert werden, wie diese Größe empfindlich von der Tiefenreichweite der Diskonti-

nuität abhängt. Betrachten wir zu diesem Zweck die Modelle MOD5/  
MOD6 und MOD7/MOD8 (vgl. Tabelle 1) mit einer Tiefe  $H_T$  der  
Diskontinuität von 5 km bzw. 10 km. Die theoretischen Kurven  
 $1 - b^2$  für Rayleighwellen sind in der Abb. 19 angegeben.

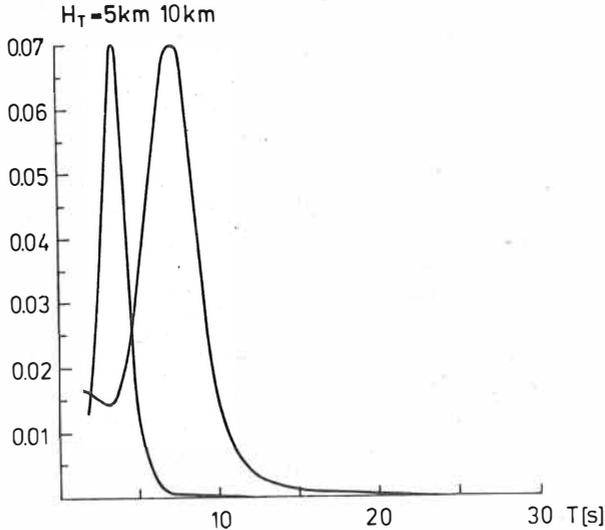


Abb. 19 Periodenabhängigkeit von  $1 - b^2$  für die Diskontinuitäten  
MOD5/MOD6 und MOD7/MOD8

Man erkennt deutlich ausgeprägte Maxima, die offensichtlich als  
Indikator für die Tiefenreichweite  $H_T$  der Diskontinuitäten die-  
nen können. Die kritischen Perioden  $\hat{T}$  liegen bei 3,5 s bzw. 7,5 s.  
Definiert man eine mittlere Wellenlänge durch

$$(7.35) \quad \bar{\lambda} = \frac{1}{2} [c_A(\hat{T}) + c_B(\hat{T})] \cdot \hat{T} ,$$

so erhält man unter Verwendung der entsprechenden Dispersionskur-  
ven  $\bar{\lambda} = 11,7 \text{ km}$  für MOD5/MOD6 und  $\bar{\lambda} = 25,5 \text{ km}$  für MOD7/MOD8.  
Somit erhält man für diese sehr einfache Konfiguration im Sinne  
einer Faustformel folgende Abschätzung für die Tiefenreichweite:

$$(7.36) \quad H_T \approx \bar{\lambda}/2 \quad \text{für} \quad T = \hat{T}.$$

MALISCHEWSKY (1987) hatte für eine ähnliche Konfiguration jedoch für Lovewellen die Abschätzung  $H_T \approx \bar{\lambda}_T/4$  gefunden. Es wurden auch die Kurven für  $\theta \neq 0$  berechnet, jedoch nur für den Spezialfall, daß A und B für die Richtung und Gegenrichtung auf ein und demselben Strahl liegen, d. h.  $\theta' = \tilde{\theta}$  und  $\tilde{\theta}' = \theta$ . Für  $\theta \neq 0$  ist (7.34) in der Weise

$$(7.37) \quad T_{AB}(\theta)T_{BA}(\tilde{\theta}) = b_{AB}(\theta)b_{BA}(\tilde{\theta})$$

zu modifizieren. Weiterhin gilt eine verallgemeinerte Reziprozitätsbeziehung [vgl. Gleichung (4.325) von MALISCHEWSKY (1987)]

$$(7.38) \quad b_{AB}^2(\theta) \frac{\cos\theta'}{\cos\theta} = b_{BA}^2(\tilde{\theta}) \frac{\cos\tilde{\theta}'}{\cos\tilde{\theta}},$$

so daß man

$$(7.39) \quad T_{AB}(\theta)T_{BA}(\tilde{\theta}) = b_{AB}^2(\theta) \sqrt{\frac{\cos\theta' \cos\tilde{\theta}}{\cos\theta \cos\tilde{\theta}'}}$$

erhält. Die Kurven  $1 - T_{AB}(\theta)T_{BA}(\tilde{\theta})$  stimmen praktisch vollkommen mit den Kurven für  $\theta = 0$  überein.

In der folgenden Abb. 20 ist  $1 - b^2$  für die kompliziertere Diskontinuität J027/J028 bei senkrechter Inzidenz in Abhängigkeit von der Periode dargestellt. Man erkennt ein deutlich ausgeprägtes Maximum bei  $\hat{T} = 15$ . Diesem entspricht ein  $\bar{\lambda}/2$  von ca. 25 km. In dieser Tiefe tritt der stärkste  $\beta$ -Kontrast bei dieser Diskontinuität auf (vgl. Tabelle 1).

Im folgenden soll der unterschiedliche Einfluß der Diskontinuitätsreichweite H und des Parameters m untersucht werden, wobei (6.6) vorausgesetzt wird. In der Abb. 21 wird die Abhängigkeit der Größe  $1 - b^2$  sowohl von der Periode als auch von m für die gleichen Diskontinuitätsmodelle wie in Abb. 19, jedoch für Lovewellen, angegeben.

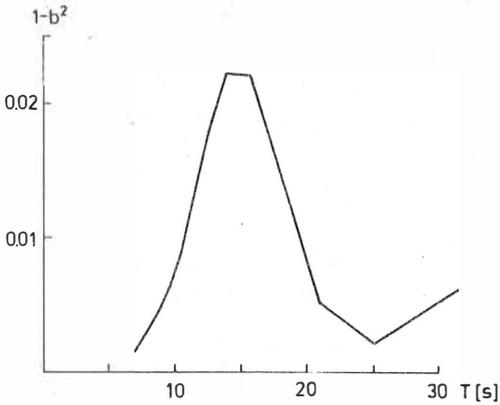


Abb. 20 Periodenabhängigkeit von  $1 - b^2$   
für die Diskontinuität J027/J028

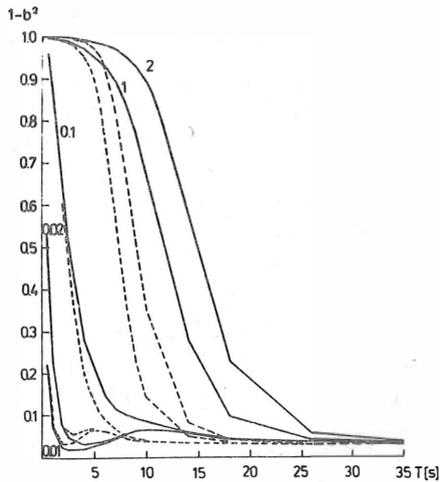


Abb. 21 Periodenabhängigkeit von  $1 - b^2$  für  
 $H = 10$  km (voll) und  $H = 5$  km (gestrichelt)  
für  $m = 0.01, 0.02, 0.1, 1, 2$

Hierfür wurde die Formel (6.9) benutzt. Man erkennt, daß ein die Tiefenreichweite der Diskontinuität charakterisierendes Maximum nur für kleine  $m$ ,  $m < \bar{m}$ , auftritt, wobei für dieses Beispiel auf jeden Fall  $\bar{m} < 0.1$  gilt. Es ist offensichtlich so, daß die "Struktur der Diskontinuität" in Ausbreitungsrichtung der Wellen ein ganz anderes Verhalten von  $1 - b^2$  hervorruft als das in Abb. 19 gezeigte. Für größere  $m$ , d.h., wenn die Randbedingungen des festen Kontakts in zunehmendem Maße nicht mehr gelten, tritt ein charakteristischer Abfall mit der Periode auf, dessen "Mittelperiode" nunmehr in irgendeinem Zusammenhang mit der Tiefe der Diskontinuität steht. Für das zur Diskussion stehende Modell und  $m = 1 - 2$  ist diese Periode bei  $H = 5$  km um 4 - 6 s gegenüber  $H = 10$  km zu kleineren Perioden hin verschoben. Mit wachsendem  $m$  vergrößert sich auch diese Periodenverschiebung. Der charakteristische Abfall mit der Periode und sein Zusammenhang mit der Tiefe der Diskontinuität wurden bereits von SICHARULIDZE (1978) diskutiert. Er erhält hiermit eine nachträgliche theoretische Erklärung. In einer neuen Arbeit von VASIL'EVA und ITS (1987) wurden der Einfluß der Tiefenabhängigkeit von  $m$  auf das Spektrenverhältnis untersucht und insbesondere die Voraussetzungen diskutiert, unter denen eine Abschätzung des Tiefgangs von Diskontinuitäten möglich erscheint. In Übereinstimmung mit dem vorher Gesagten wurde gefunden, daß diese Abschätzung mit Hilfe des charakteristischen Abfalls umso besser möglich ist, je breiter die Diskontinuitätszone und je größer damit  $m$  ist.

### 7.3. Vergleich der Einflüsse von Dämpfung und Diskontinuität

Nehmen wir aus Einfachheitsgründen wiederum senkrechte Inzidenz und weiterhin

$$(7.40) \quad \gamma_A = \gamma_B = \gamma$$

und

$$(7.41) \quad \tilde{J} = 1$$

an, so gilt gemäß (7.30)

$$(7.42) \quad K = b^2 e^{-2l\gamma}, \quad l = l_A + l_B,$$

bzw. wenn man den Logarithmus bildet:

$$(7.43) \log K = \log b^2 - 2ly .$$

In der Größe  $\log K$  überlagert sich also additiv der unter 7.2. diskutierte Einfluß des Transmissionskoeffizienten mit dem mit der Trassenlänge  $l$  gewichteten Einfluß der Dämpfung. Sie wirken in gleichem Sinne, da  $\log b^2 < 0$  ist und man zunächst  $\gamma > 0$  anzunehmen hat. Jedoch im Falle von Fokussierungseffekten, d.h., wenn im Gegensatz zu (7.41)  $\tilde{J} < 1$  gilt, kann  $\gamma$  auch scheinbar negativ werden. Nach YACOUB und MITCHELL (1977) ist eine solche Erscheinung auch dann typisch, falls bei nicht-regionalisierten  $\gamma$ -Werten, d.h., wenn fälschlicherweise eine Beziehung der Art (7.40) angenommen wurde, die mittlere Weglänge durch ein stark absorbierendes Medium wesentlich kleiner ist als diejenige durch ein schwach absorbierendes Medium. Diese Argumentation trifft für den hier betrachteten Fall nicht zu, da sie von einer Quelle im Untersuchungsgebiet an der Grenze von zwei Regionen mit unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften ausgeht. Demzufolge sind die von uns beobachteten negativen  $\gamma$ -Werte (siehe 7.4.) im wesentlichen auf Fokussierung zurückzuführen. Dies soll kurz anhand der unter 7.1.4.3. und 7.1.5.2. hergeleiteten Formeln erläutert werden. Möge sich zwischen den Stationen A und B eine gekrümmte Diskontinuität befinden (siehe Abb. 22), und führen wir zur Eliminierung des Stationseinflusses eine Dämpfungsbestimmung im Regime "Richtung - Gegenrichtung" durch, wobei die im Azimut um  $180^\circ$  sich unterscheidenden Herdgebiete mit I bzw. II bezeichnet werden sollen.

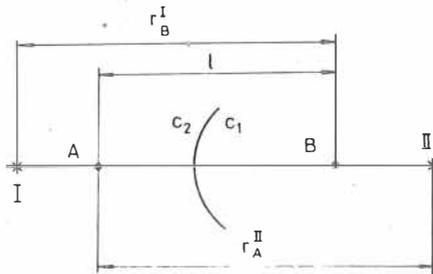


Abb. 22 Gekrümmte Diskontinuität zwischen den Stationen A und B

In Übereinstimmung mit LEVŠIN u. a. (1986) mißt man dann eine scheinbare Dämpfung  $\tilde{\gamma}$ ,

$$(7.44) \quad \tilde{\gamma} = \frac{\bar{\gamma}_L}{l} - \frac{1}{4l} \log \frac{r_{B^I}^I r_{A^{II}}^{II}}{j_{B^I}^I j_{A^{II}}^{II}},$$

wenn man von punktförmigen Quellen ausgeht bzw.

$$(7.45) \quad \tilde{\gamma} = \frac{\bar{\gamma}_L}{l} - \frac{1}{4l} \log (j_{B^I}^I j_{A^{II}}^{II})^{-1},$$

wenn man den Einfall paralleler Strahlen annimmt. Hierbei sind  $\bar{\gamma}$  die mittlere Dämpfung zwischen den Stationen A und B, L der tatsächliche Wellenweg zwischen den Stationen, l der Stationsabstand und  $j_{B^I}^I, j_{A^{II}}^{II}$  modifizierte Fokussierungsfaktoren für den Einfall paralleler Strahlen. Berücksichtigt man Tabelle 2 bzw. den Hinweis bei NEUBHÖFER (1985a), so erhält man für  $c_2 > c_1$  in beiden Richtungen eine Fokussierung, und folglich wird der zweite Term in (7.44) bzw. (7.45) negativ und somit eine negative scheinbare Dämpfung wahrscheinlich.

Im folgenden wollen wir im Sinne eines Ansatzes ad hoc die für ozeanischen Wellenweg (und damit im wesentlichen für lateral homogene Medien) gefundenen Dämpfungswerte gemäß Abb. 7 als "generalisierte Dämpfung" auffassen und mit dem zu erwartenden Einfluß von verschiedenen einfachen Diskontinuitäten größenordnungsmäßig vergleichen. In der Abb. 23 sind in logarithmischem Maßstab  $2\gamma_R l$  für zwei Weglängen  $l = 100 \text{ km}$  und  $l = 200 \text{ km}$  sowie  $|\log b^2|$  für ausgewählte Diskontinuitätsmodelle in Abhängigkeit von der Periode dargestellt. Desweiteren gibt die gestrichelte Kurve den für das Profil HLE-BRG (siehe Abb. 24) gemessenen Dämpfungswert, d. h. die auf eine Trassenlänge von  $l = 100 \text{ km}$  bezogene Größe  $2\gamma_{H-B} l$ , an. Wie aus Abb. 24 ersichtlich, liegt dieses Profil parallel zur Streichrichtung der wichtigsten Diskontinuitäten auf dem Territorium der DDR, wird also praktisch von diesen nicht beeinflusst, und die Dämpfungskurve schmiegt sich im Periodenbereich 12 - 35 s eng an die "generalisierte" Kurve nach Ben-Menahem an.

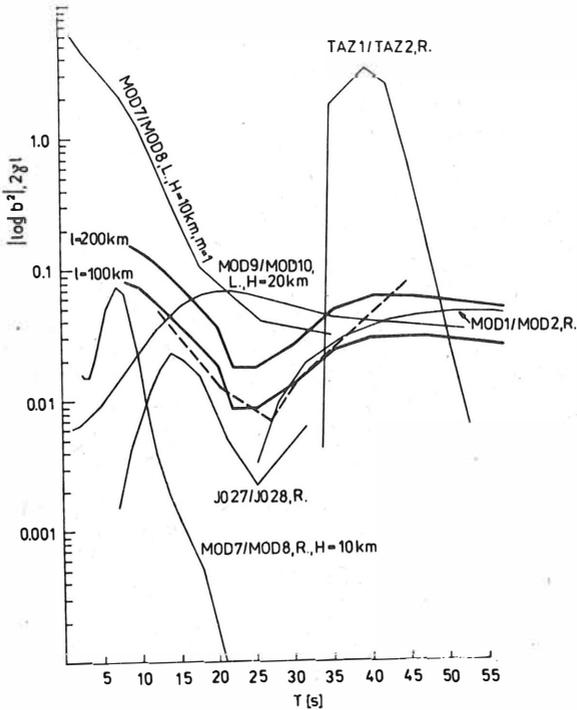


Abb. 23 Die Größen  $2\gamma_R^l$  (fett),  $2\gamma_{H-B}^l$  (gestrichelt) und  $|\log b^2|$  (dünn) für verschiedene Diskontinuitätsmodelle

Die mittlere Trassenlänge der den Mitteldeutschen Hauptabbruch kreuzenden Profile (ohne das lange Profil MOX-ARK) MOX-POT, MOX-ODB, CLL-PRW, MOX-PRW, BRG-POT, CLL-POT (vgl. Abb. 24) beträgt ungefähr 200 km. Daher wurde die Dämpfungskurve für diese Trassenlänge angegeben und, zu Vergleichszwecken, auch für die halbierte Länge. Von diesen Dämpfungskurven heben sich sehr deutlich lediglich die Kurven  $|\log b^2|$  für das "exotische" Diskontinuitätsmodell TAZ1/TAZ2 und für das Modell mit modifizierten Randbedingungen MOD7/MOD8 ( $m = 1$ ) ab. Das japanische Modell TAZ1/TAZ2 [siehe auch MALLISCHEWSKY (1987)] ist durch eine unterschiedlich dicke Sedimentschicht mit sehr niedriger Geschwindigkeit im Vergleich zum Halbraum charakterisiert. Die übrigen Diskontinuitätsmodelle ergeben einen Einfluß, der mit dem der Dämp-

fung vergleichbar ist bzw. leicht darunter liegt. Wegen der großen Fehlerstreuung der Spektrenquotienten dürfte es in diesen Fällen äußerst schwierig sein, diese beiden Einflüsse zu trennen. Auf jeden Fall zeigt die Abb. 23 deutlich, daß eine Vernachlässigung der Diskontinuitäten zu einer Überhöhung der experimentell ermittelten Dämpfungswerte führt, in gewissen Periodenbereichen, die mit der Tiefenwirksamkeit der Diskontinuitäten korrespondieren, möglicherweise zu einer bedeutenden Überhöhung. Anhand der Abb. 23 kann man schlußfolgern, daß die Stationsabstände im Oberflächenwellennetz der DDR im allgemeinen zu groß sind, um den zu erwartenden Einfluß der Diskontinuitäten deutlich zu eliminieren. Um eine Diskontinuität zwischen zwei Stationen charakterisieren zu können, ist offensichtlich ein Stationsabstand unter 100 km wünschenswert.

#### 7.4. Auswertung der Spektren von Stationspaaren auf dem Territorium der DDR

Die Abb. 24 zeigt das Stationsnetz für die Oberflächenwellenstationen auf dem Territorium der DDR sowie einige wesentliche Diskontinuitäten und Störungzonen.

Für die folgenden Betrachtungen wurde die Arbeit von NEUNHÖFER (1985b) über die Bestimmung der periodenabhängigen Dämpfung im Stationsnetz der DDR herangezogen. Auf die dort beschriebenen Mittelungsverfahren zur Glättung der sehr stark streuenden Spektrenquotienten soll hier nicht eingegangen werden. Auf Grund der starken Streuung haben die Dämpfungskurven eine große Schwankungsbreite. Eine Hauptursache ist offensichtlich die komplizierte geologische Struktur des Territoriums. Für ausgewählte Profile werden die Größen  $1 - K$  als Beobachtungsgrößen aus den von NEUNHÖFER (1985b) angegebenen periodenabhängigen Dämpfungskoeffizienten  $\gamma = \gamma(T)$  bestimmt. Die Bezeichnungsweise der einzelnen Profile entspricht der in dieser Arbeit verwendeten. Zunächst werden in der Abb. 25 die Funktionen  $1 - K(T)$  für einige Profile, die den Mitteldeutschen Hauptabbruch nicht überqueren (mit Ausnahme des Profils ODBR, das zumindest den Ausläufer kreuzt), gezeigt. Diese Kurven haben alle ein ähnliches Aussehen mit einem Minimum zwischen 20 s und 30 s. Lediglich beim

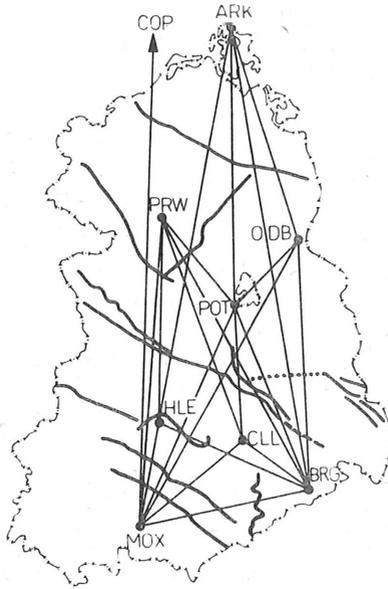


Abb. 24 Das Netz der Oberflächenwellenstationen und ausgewählte Störungszonen auf dem Territorium der DDR

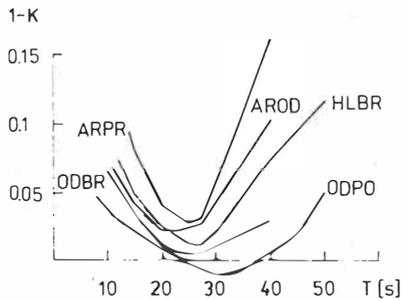


Abb. 25 Die Funktionen  $1 - K(T)$  für die Profile ARPR, AROD, ODBR, ODPO, HLBR

Profil ODPO treten als Besonderheit auch negative Werte auf. Das Ergebnis der Abb. 25 steht im Einklang mit der generalisierten Dämpfungskurve, die besonders gut mit dem Profil HLBR übereinstimmt. An dieser Stelle soll erwähnt werden, daß von MALISCHESKY und NEUNHÖFER (1983) eine ausgeprägte Dämpfungsanomalie im Stationsdreieck MOX - CLL - BRG beobachtet wurde. Die größte Dämpfung ist zwischen MOX und CLL bzw. MOX und BRG und die niedrigste zwischen CLL und BRG. Eine der möglichen Ursachen könnte sein, daß die Diskontinuitäten der Finne- bzw. Weimarer Störung die ersten beiden Profile beeinflussen, jedoch nicht das letztere.

Im folgenden beschäftigen wir uns mit den Profilen, die den mitteleuropäischen Hauptabbruch bzw. das Elbe-Lineament überqueren. Wie die Abb. 26 zeigt, herrscht hier ein wesentlich unübersichtlicheres Bild als in Abb. 25 vor, das offensichtlich durch die genannte und weitere Diskontinuitäten hervorgerufen wird.

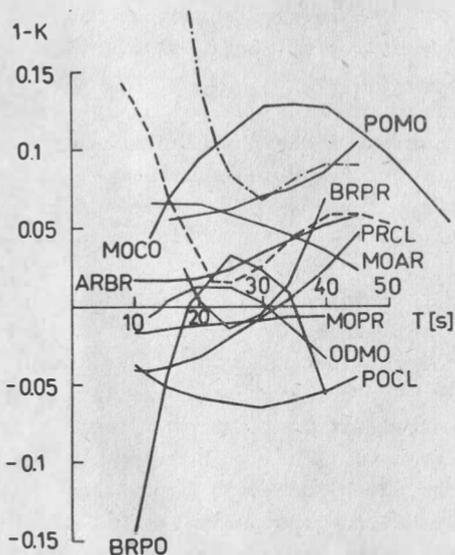


Abb. 26 Die Funktionen  $1 - K(T)$  für die Profile ARBR, BRPO, BRPR, MOAR, MOCO, MOPR, ODMO, POCL, POMO, PRCL  
gestrichelt: generalisierte Dämpfung  $(1 - e^{-2\gamma R^1})$  für  $l = 200 \text{ km}$ , strichpunktiiert: generalisierte Dämpfung + 25 km tiefe Diskontinuität

Die "rein" negativen Kurven für die Profile MOPR und POCL finden höchstwahrscheinlich ihre Erklärung im Auftreten von gekrümmten Diskontinuitäten. Betrachten wir z. B. das Profil POCL, so wird anhand von Abb. 24 eine zur Station CIL hin konvex gekrümmte Diskontinuität nahegelegt. Der Stationsabstand  $l$  beträgt rund 120 km, und wir setzen vereinfachend  $l \approx L$ . Ausgehend von den mittleren Dispersionskurven für den Süden und Norden der DDR [siehe Abb. 28 NEUNHÖFER (1985a)] wird für eine Periode von  $T \approx 15$  s ein Geschwindigkeitskontrast  $c_2 = 3,6$  km/s,  $c_1 = 3,2$  km/s angenommen. Nimmt man weiterhin einen durchaus realistischen Krümmungsradius von z. B.  $\bar{\rho} = 75$  km an und berechnet die Fokussierungsfaktoren  $\bar{J}_B^I$  und  $\bar{J}_A^{II}$  gemäß Abschnitt 7.1.3.3. für eine in der Mitte zwischen den Stationen liegende Diskontinuität, so erhält man mit Hilfe von (7.45)

$$\tilde{\gamma} \approx \bar{\gamma} - \frac{1}{480 \text{ km}} \log(0,9 \cdot 0,911)^{-1} = \bar{\gamma} - 0,000414 \text{ km}^{-1}.$$

Setzt man schließlich für  $\bar{\gamma}$  den von NEUNHÖFER (1985b) angegebenen Median für  $T = 15$  s ein, so erhält man ein scheinbares  $\tilde{\gamma} \approx -0,00022 \text{ km}^{-1}$ , das gut mit den Messungen übereinstimmt.

In die Abb. 26 wurde auch eine generalisierte Dämpfungskurve für  $l = 200$  km aufgenommen. Diese, für sich allein betrachtet, führt im Periodenbereich  $T = 8 - 22$  s zu einem Abfall der Funktion  $1 - K(T)$ , jedoch für  $T = 25 - 40$  s zu einem Anstieg. Charakteristische Abfälle von  $1 - K(T)$  wurden von SICHARULIDZE (1978) für die kaukasischen Profile Tbilissi-Dušet'i ( $l \approx 35$  km) bei  $T = 25 - 33$  s und Kirovabad-Goris ( $l \approx 150$  km) bei  $T = 25 - 33$  s bzw. von KAPITANOVA (1980) für das Profil Simferopol-Alušta ( $l \approx 60$  km) bei  $T = 11 - 23$  s beobachtet. Siharulidze schätzte daraus die Tiefenreichweite der Brüche für das Profil Tbilissi-Dušet'i mit 80 km und für das Profil Kirovabad-Goris mit 90 km ab. Natürlich wurden diese Abschätzungen nur als sehr grob angesehen, doch zumindest gestattete das Datenmaterial den Schluß, daß die Störungszonen im zweiten Fall tiefer reichen als im ersten. Kapitanova ihrerseits gab für den Tiefenbruch auf der Krim eine Tiefenreichweite von ungefähr 55 km an. Von SICHARULIDZE (1978) werden für die Kaukasusregion im Periodenbereich  $T = 3 - 26$  s fallende Dämpfungswerte angegeben, während der

kritische Periodenbereich der Kurven  $1 - K(T)$  von 25 s bis ca. 32 s reicht. Falls man die generalisierte Dämpfungskurve im Prinzip auch für die Kaukasusregion als gültig ansieht, so können die von Sicharulidze gemessenen charakteristischen Abfälle von  $1 - K(T)$  gemäß Formel (7.43) nur durch einen entsprechend starken Anstieg von  $b(T)$  erklärt werden. Ein solcher legt nach Abb. 21 eine "strukturierte" Diskontinuität nahe. In dem von Kapitanova untersuchten Periodenbereich stimmt der Trend von  $1 - K(T)$  mit demjenigen der generalisierten Dämpfungskurve vollkommen überein, aber nicht die Größenordnung. Wenn der von Kapitanova angegebene starke Abfall von 0,7 auf nahezu 0 wirklich real ist, kann die Ursache nur eine stark strukturierte Diskontinuität sein.

Dieser Exkurs in die Literatur war notwendig, um die Beobachtungen auf dem Territorium der DDR besser interpretieren zu können. Falls man die Gültigkeit der generalisierten Dämpfungskurve auch für das Territorium der DDR voraussetzt, ist es grundsätzlich so, daß alle Kurven  $1 - K$ , die unterhalb der generalisierten Dämpfungskurve liegen (natürlich ist hier eine ganze Schar von Dämpfungskurven in Abhängigkeit von  $l$  gemeint), zunächst nicht verständlich sind, da stets  $b \leq 1$  gilt. Ähnlich wie bei den negativen Dämpfungswerten könnten hier Fokussierungs- und Defokussierungseffekte eine Rolle spielen. Es fällt weiterhin auf, daß die Größenordnung der Kurven  $1 - K$  deutlich unter der von Sicharulidze und Kapitanova gemessenen liegt. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, daß die Diskontinuitäten auf unserem Territorium weniger stark ausgeprägt bzw. anders strukturiert sind. Ein Abfall von  $1 - K(T)$  tritt bei den Profilen MOAR im Periodenbereich  $T = 20 - 45$  s, BBPO bei  $T = 25 - 35$  s, ODMO bei  $T = 25 - 30$  s und MOCO bei  $T = 35 - 60$  s auf. Eine ansteigende Tendenz dagegen beobachten wir insbesondere bei den Profilen POMO und ARBR und teilweise bei PRGL und BRPR. Diese entgegengesetzten Tendenzen können ihre Erklärung einerseits in einer von Ort zu Ort unterschiedlichen Struktur des Mitteldeutschen Hauptabbruches in Abhängigkeit von den Eigenschaften an den Kreuzungspunkten der entsprechenden Profile finden und andererseits eine Folge von vorhandenem bzw. nicht vorhandenem Einfluß zusätzlicher Diskontinuitäten auf den einzelnen Profilen sein. Grundsätzlich muß man davon ausgehen, daß die Ursachen nicht ohne weiteres ein-

deutig zu bestimmen sind. So kann z. B., wie die strichpunktier- te Kurve in Abb. 26 zeigt, der Verlauf von  $1 - K$  für das Profil POMO, allerdings nur im Periodenbereich 30 - 42 s, gut durch An- nahme einer strukturierten Diskontinuität mit  $m = 0,1$  und einem Tiefgang von  $H = 25$  km simuliert werden. Andererseits erhält man einen ähnlichen Verlauf in dem betrachteten Periodenbereich, wenn man etwa das Modell MOD1/MOD2 annimmt, d. h. einen elasti- schen Kontrast erst in größerer Tiefe zuläßt. Also kann ohne zu- sätzliche Informationen zunächst eine oberflächennahe Störung nicht ohne weiteres von einer z. B. erst ab 30 km Tiefe zu beob- achtenden Störung unterschieden werden. Da die Kurve für das Pro- fil ARBR für  $T = 22 - 45$  s gut mit der generalisierten Dämp- fungskurve übereinstimmt, könnte dies den Schluß zulassen, daß die Störung des Mitteldeutschen Hauptabbruchs in der südöstli- chen Fortsetzung weniger ausgeprägt ist als im zentralen Teil.

Den meisten Kurven der Abb. 26 ist gemeinsam, daß im Perioden- bereich  $T = 30 - 35$  s etwas "passiert", sei es, daß es sich um Mittelperioden eines Abfalls bzw. eines Anstiegs handelt, sei es, daß ein Maximum oder ein Nulldurchgang auftritt. Bei aller gebo- tenen Vorsicht könnte man unter Verwendung der Faustformel (7.36) und der bei NEUNHÖFER (1985) angegebenen Dispersionskurven dar- aus schlußfolgern, daß dieses Verhalten einer Tiefenreichweite der Hauptstörung von 50 - 60 km zumindest nicht widerspricht. Allerdings bleiben noch viele Fragen offen. Insbesondere sind detaillierte Untersuchungen von einzelnen Störungen anhand des vorliegenden Datenmaterials nicht möglich.

## 8. Schlußfolgerungen

Das angestrebte Ziel ist eine Tomographie mit seismischen Oberflächenwellen in Medien mit "scharfen" lateralen Störungen. Während die Tomographie in Medien mit "weichen" lateralen Störungen durchaus schon praktiziert wird [siehe z. B. NOLET (1987)], reicht das vorhandene Instrumentarium für den zuerst genannten Fall bisher nur sehr begrenzt aus. Analog zur Medizin gibt es die Reflexions- und die Transmissionstomographie, deren Anwendungsgebiete von Fall zu Fall verschieden sind. Wenn es lediglich um die Detektion von bisher unbekanntem Störungen geht, ist auf jeden Fall das Reflexionsregime zu bevorzugen. Will man jedoch die Struktur der Störung und deren Tiefgang genauer erkunden, so sind die Aussagen im Transmissionsregime theoretisch besser begründbar, so daß sich die Verfahren ergänzen. Um aber bei einem in geologischer Hinsicht verhältnismäßig komplizierten Territorium wie dem der DDR quantitative Aussagen machen zu können, d.h., um das Auflösungsvermögen zu vergrößern, muß der Stationsabstand deutlich vermindert werden: im allgemeinen sollte er unter 100 km liegen, unter gewissen Bedingungen sogar unter 50 km. Um diese Methodik erfolgreich anwenden zu können, ist einerseits eine bessere Kenntnis der physikalischen Dämpfung in der Erde erforderlich. Andererseits sind die für das untersuchte Gebiet aktuellen langsamen lateralen Änderungen mit der daraus folgenden Fokussierung und Defokussierung in den Formalismus einzuarbeiten. Und schließlich ist, um die Eindeutigkeit der Aussagen zu erhöhen, eine Aufzeichnung und Spektrenberechnung in dem erweiterten Periodenbereich von ca. 5 - 80 s erforderlich. Für das Erkunden von verhältnismäßig flachen Störungen sind Nahbeben erforderlich, die aber in dem benötigten Azimutbereich sehr rar sind. Es sollte daran gedacht werden, tiefenseismische Aufzeichnungen für diese Zwecke ebenfalls heranzuziehen.

Danksagungen

Für die Möglichkeit der Beschäftigung mit dieser Thematik über einen langen Zeitraum möchte ich dem Leiter des Forschungsbereiches Geo- und Kosmoswissenschaften und Direktor des Zentralinstituts für Physik der Erde, Herrn Prof. Dr. habil. H. Kautzleben, herzlich danken. Mein aufrichtiger Dank für das stets förderliche und engagierte Interesse am Fortgang der Arbeit gilt Herrn Prof. Dr. sc. P. Bormann vom Bereich I des ZIPE. Es ist mir ein angenehmes Bedürfnis, Herrn Dr. sc. H. Neunhöfer vom Institutsteil Jena des ZIPE für wertvolle fachliche Hinweise und allseitige Unterstützung sowie für das Überlassen von umfangreichem Datenmaterial herzlich zu danken. Weiterhin gilt mein besonderer Dank den Kollegen aus dem Institutsteil Jena des ZIPE, Herrn Dr. J. Ellenberg für Beratung in geologischen Fragen und Herrn Dr. sc. W. Ullmann für diverse sachdienliche Hinweise. Nicht zuletzt danke ich herzlich Frau Prof. T.B. Janovskaja von der Universität Leningrad für zahlreiche grundlegende Diskussionen und der Arbeit dienliche Kritiken sowie für das von ihr großzügig zur Verfügung gestellte, unter ihrer Leitung entwickelte Computerprogramm. Das Typoskript der Arbeit schrieb Frau Ch.-M. Dietl, und die Zeichnungen fertigte Frau G. Schamberger an, denen ich ebenfalls herzlich danke.

9. Literaturverzeichnis

- AKI, K. und M. FEHLER: Interaction of seismic waves with a water-filled fracture. In: Los Alamos Progress Report LA-7109-PR "Hot Dry Rock Geothermal Energy Development Project", 110, 1978
- AKI, K. und P.G. RICHARDS: Quantitative Seismology, Part 1 and 2. San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1980. 880 S.
- BEN-MENACHEM, A. und S.J. SINGH: Seismic waves and sources. New York: Springer-Verlag, 1981. 1108 S.
- ČERVENÝ, V.; I.A. MOLOTKOV und I. PŠENČÍK: Ray method in seismology. Praha: Univerzita Karlova, 1977. 214 S.
- CHOU, T.A. und A.M. DZIEWONSKI: Differences between continental and oceanic mantle structures from 220 to 1000 km depth. EOS. Trans. Am. geophys. Un. 58 (1978), 1141
- ENGELHARD, L.: Die Dämpfung seismischer Wellen und ihre Bestimmung aus Reflexionsseismogrammen. Habilitationsschrift, Carolina-Wilhelmina-Universität, Braunschweig 1979, 257 S.
- ITS, E.N.: Teoretičeskie sejsmogrammy poverchnostnykh voln v sredach s vertikal'nymi kontaktami. Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli (1988) 6, 60-66
- ITS, E.N. und P. MALISCHEWSKY: Rasprostranenie voln Rëleja čerez vertikal'nyj nežestkij kontakt uprugich sred. Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli (1987) 6, 66-72
- ITS, E.N. und P. MALISCHEWSKY: Oтраženie i prelomlenie voln Ljava na vertikal'noj granice gorizonta'l'no-odnorodnykh sred pri uslovii nežestkogo kontakta. Gerl. Beitr. Geophysik 97 (1988) 2, 144-151
- ITS, E.N. und T.B. YANOVSKAYA: Propagation of surface waves in a half-space with vertical, inclined or curved interfaces. Wave motion 2 (1985), 79-94
- JOBERT, N. und G. JOBERT: Ray tracing for surface waves. In: Seismic tomography (Ed.: G. Nolet), Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1987. S. 275-300
- KAPITANOVA, S.A.: Issledovanie amplitudnykh spektrov poverchnostnykh sejsmičeskich voln releja v rajone gornogo Kryma. Geofiz. Zh. 2 (1980), 67-73
- LEVSHIN, A.L.: Effects of lateral inhomogeneities on surface wave amplitude measurements. Annls. Geophys., B. 3 (1985), 511-518
- LEVSHIN, A.L. und K.A. BERTEUSSEN: Anomalous propagation of surface waves in the Barents Sea as inferred from NORSAR recordings. Geophys. J. R. astr. Soc. 56 (1979), 97-118

- LEVŠIN, A.L.; T.B. JANOVSKAJA; A.V. LANDER; B.G. BUKČIN; M.P. BARMIN; L.I. RATNIKOVA und E.N. ITS: Poverchnostnye sejsmičeskie volny v gorizonttal'no - neodnorodnoj Zemle. Moskva: Nauka, 1986. 278 S.
- MALISCHEWSKY, P.: Die Orthonormierung von ebenen Oberflächen- und Raumwellen. Gerl. Beitr. Geophysik 79 (1970), 468-474
- MALISCHEWSKY, P.: Ausbreitung von seismischen Oberflächenwellen in Medien mit vertikalen Diskontinuitäten. Veröff. d. Zentralinst. f. Physik der Erde Nr. 24, Potsdam 1973, 81 S.
- MALISCHEWSKY, P.: Surface waves and discontinuities. Berlin: Akademie-Verlag, 1987. 229 S.
- MALISCHEWSKY, P. und H. NEUNHÖFER: Beobachtungen von Oberflächenwellen im Süden der DDR und Möglichkeiten einer theoretischen Interpretation. Freiburger Forsch. Hft. C 387 (1983), 51-60
- MASTERS, G.; T.H. JORDAN; P.G. SILVER und F. GILBERT: Aspherical Earth structure from fundamental spheroidal-mode data. Nature 298 (1982), 609-613
- MAUPIN, V.: Surface waves across 2-D structures: a method based on coupled local modes. Geophys. J. 93 (1988), 173-185
- Mc GARR, A.: Comments on some papers concerning the amplitudes of seismic surface waves. J. geophys. Res. 77 (1972), 3823-3826
- MEISSNER, R.: The continental crust, International Geophysics Series, Vol. 34. Orlando: Academic Press, Inc., 1986. 426 S.
- NEUNHÖFER, H.: Primär- und Sekundäreffekte bei der Ausbreitung seismischer Oberflächenwellen und ihre geologischen Ursachen. Veröff. d. Zentralinst. f. Physik der Erde Nr. 85, Potsdam 1985a, 111 S.
- NEUNHÖFER, H.: Zusammenfassende Verallgemeinerung der Dämpfung von Oberflächenwellen für Mittel- und Osteuropa. Forschungsbericht 05.07/2604, Potsdam 1985b
- NOLET, G. (Ed.): Seismic tomography. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1987. 386 S.
- OKAL, E.A.: Observed very long period Rayleigh wave phase velocities across the Canadian Shield. Geophys. J. R. astr. Soc. 53 (1978), 666-668
- POD-JAPOL'SKIJ, G.S.: Otrazenie i prelomlenie na granice dvuch sred v slučae nežestkogo kontakta. Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. geofiz. (1963) 4, 525-531
- SICHARULIDZE, D.I.: Stroenie Zemli po poverchnostnym volnam. Tbilisi: Mecniereba, 1978. 247 S.
- SNIEDER, R.: 3D-linearized scattering of surface waves and a formalism for surface wave holography. Geophys. J. R. astr. Soc. 84 (1986), 581-606

- STEG, R.G. und P.G. KLEMENS: Scattering of Rayleigh waves by surface defects. *J. appl. Phys.* 45 (1974), 23-29
- TANIMOTO, T.: Surface-wave ray tracing equations and Fermat's principle in an anisotropic earth. *Geophys. J. R. astr. Soc.* 88 (1987), 231-240
- TSAI, Y.B. und K. AKI: Simultaneous determination of the seismic moment and attenuation of seismic surface waves. *Bull. seism. Soc. Am.* 59 (1969), 275-287
- URSIN, B.: Zero-offset reflections from a curved interface. *Geophysics* 51 (1986), 50-53
- VASIL'EVA, A.O. und E.N. ITS: Matematičeskoe modelirovanie polja volny Ljava v srede, soderžaščej vertikal'nuju nizkoskorostnuju zonu. *Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Zemli* (zum Druck eingereicht 1987)
- WILLMER, D.G. und M.H. KAZI: On the generalized eigenvalue problem of free harmonic motion in infinite elastic layers. *Dep. of Math. Sci., University of Petroleum and Minerals, Dhahran, Saudi-Arabia, Technical Report No. 61, 1983*
- YACOB, N.K. und B.J. MITCHELL: Attenuation of Rayleigh-wave amplitudes across Eurasia. *Bull. seism. Soc. Am.* 67 (1977), 751-769

**NOTIZEN**

**NOTIZEN**

**NOTIZEN**

**NOTIZEN**

**NOTIZEN**