

Zur Bestimmung der EM Eindringtiefen (C) tagesperiodischer Variationen in Europa nach fünf verschiedenen Varianten einer 1-dimensionalen erdmagnetischen Tiefensondierung

Ulrich Schmucker
Geophysikalisches Institut der Universität Göttingen

1. Einleitung

Dieser Beitrag entstand in Cabo Frio noch ganz unter den Eindrücken des gerade beendeten EM workshops. Im Verlauf der Tagung war nicht zu übersehen, daß für MT Sondierungen Schwierigkeiten und Wirrnisse beginnen, sobald ab einer gewissen Periode Interpretationen durch 1D-Modelle nicht mehr möglich sind, und zwar auch dann nicht, wenn anisotrope Schichtleitfähigkeiten zugelassen werden. Einigkeit bestand darin, daß in solchen Fällen die MT Impedanzen zunächst von nicht interpretierbaren örtlichen Einflüssen befreit werden müssen, bevor mit der eigentlichen Interpretation durch mehrdimensionale Modelle begonnen werden kann. Den zu diesem Zweck durchgeführten Reduktionen haftet jedoch stets eine gewisse Willkür an, oder sie sind an Voraussetzungen gebunden, deren Gewährleistung nicht immer gesichert ist. So sind auch "static shift"-Korrekturen der ρ_a -Kurven bestenfalls ein Notbehelf, um zu absoluten Skalierungen der Tiefen- und Widerstandsmaßstäbe auch dann noch zu kommen, wenn zur Modellierung ausschließlich Phasenkurven verwendet werden, in der Erwartung, daß diese zumindest frei sind von den genannten örtlichen Einflüssen.

Doch auf sicherem Grund ist man erst dann, wenn Anschluß gewonnen wird an Sondierungsdaten, die *ohne* Einbeziehung erdelektrischer Felder allein aus magnetischen Feldbeobachtungen gewonnen worden sind. Dabei ist in diesem Zusammenhang nicht an eine erdmagnetische Tiefensondierung im ursprünglichen Sinne gedacht. Ihr Ziel sind örtliche Anomalien des inneren Anteils erdmagnetischer Variationen, und zur Modellierung ist die Vorgabe von 1D-Normalstrukturen erforderlich. Soll die 1D-Struktur selbst das Ziel sein, so muß die räumliche Variabilität der EM Felder in einem umfassenderen Sinne einbezogen werden. Dies kann ganz lokal durch Messungen des Skineffekts erdmagnetischer Variationen in tiefen Bohrungen geschehen, was gleichbedeutend ist mit einer Messung der tiefenintegrierten Stromdichte der induzierten Erdströme in den durchteuften Schichten (s. Beitrag von K. Spitzer). Ist die tiefenintegrierte Leitfähigkeit der Bohrung bekannt, so lassen sich aus dem magnetischen Skineffekt den MT-Impedanzen äquivalente Übertragungsfunktionen ableiten.

Statt in vertikaler Richtung kann auch die Variabilität in den horizontalen Richtungen zur 1D-Sondierung genutzt werden, vorausgesetzt, daß die an der Erdoberfläche beobachteten EM Felder im Verhältnis zu ihrer lateralen Inhomogenität genügend tief in die Erde eindringen, daß also ihre Eindringtiefe (C) nicht um Größenordnungen kleiner ist als ihre Halbwertsbreite (L). In unseren Breiten erfüllen Pulsationen diese Voraussetzung überhaupt nicht und Baystörungen nur mit Einschränkungen, während sie für längerperiodische Variationen und insbesondere für den Tagesgang mit einem Verhältnis $|C|:L$ von etwa 1:4 zutrifft. Für seine 24-stündige Grundperiode etwa beträgt $|C|$ rund 800 km, während für L der halbe Erdradius anzusetzen ist.

Die in einem solchen Fall nicht vollständig kompensierte magnetische Vertikalkomponente über 1D-Strukturen ist dann in ihrem Verhältnis zu den Horizontalkomponenten oder ihren horizontalen Ableitungen ein direktes Maß für die jeweilige Eindringtiefe, aus welcher sich ein regionaler 1D-Normalwert für die örtlichen MT-Impedanzen ableiten läßt. Es existieren verschiedene Verfahren für magnetische 1D-Sondierungen dieser Art. Sie sollen in den folgenden Abschnitten zunächst vorgestellt und sodann auf einen gleichbleibenden Datensatz angewendet werden. Erweiterungen zu magne-

tischen 3D-Sondierungen sind in beschränktem Umfang möglich, werden hier aber nur andeutungsweise behandelt.

2. Datenvorbereitung

Die nachfolgenden Analysen beziehen sich auf Tagesgänge erdmagnetischer Variationen nach Beobachtungen an weltweit verteilten erdmagnetischen Observatorien in den Jahren 1964 und 1965. Während Zeiten geringer magnetischer Aktivität wird ihre räumlich-zeitliche Struktur derjenigen des Sq-Ganges für den betreffenden Monat weitgehend entsprechen und ähnlich einfach gestaltet sein, so daß zu ihrer approximativen globalen Darstellung eine begrenzte Zahl von Kugelfunktionen ausreicht. Als primäre Ursache kann man sich auf der sonnenbeschienenen Tagseite der Erde zwei große Stromschleifen vorstellen, mit Zentren auf dem Mittagsmeridian in etwa 35 Grad Breite nördlich und südlich des Äquators.

Nach einer harmonischen Analyse der Stundenmittelwerte eines ausgewählten "ruhigen" Tages von Mitternacht bis Mitternacht werden die resultierenden Kosinus- und Sinus-Koeffizienten A und B zu komplexen Fourier-Amplituden $A-iB$ vereinigt, wobei sich ihr Argument (Phase) auf Mitternacht in jeweiliger Ortszeit bezieht. Dieser Phasenbezug entspricht der Erwartung, daß der Tagesgang durch den Stand der Sonne bestimmt wird und so im wesentlichen nach Ortszeit $t' = t + \lambda$ verläuft (t: Weltzeit, λ : geographische Länge). - Hier und im Folgenden werden Tageszeiten im Winkelmaß gemessen. Um sie in Stunden zu erhalten, sind sie mit $24/2\pi$ zu multiplizieren. - Die Fourier-Amplituden der drei Feldkomponenten H (= Nordkomponente), D (= Ostkomponente) und Z (= Vertikalkomponente) sind dreifach indiziert: Mit dem Index p für die Grundperiode $p = 1$ und die höheren Harmonischen $p = 2, 3, \dots$ des Tagesganges; mit dem Index k für das betreffende Observatorium in geographischer Poldistanz θ_k , Breite $\varphi_k = 90^\circ - \theta_k$ und geographischer Länge λ_k ; mit dem Index ℓ für den analysierten Tag. Es werden die ersten vier Harmonischen eines Einzeltages zu den Frequenzen p cpd bestimmt mit $p = 1, 2, 3, 4$. Im Jahre 1964 waren Daten von höchstens 74 Observatorien digital verfügbar, im Jahre 1965 für höchstens 89 Observatorien. Von den 731 Tagen dieser Jahre wurden 123 Tage als "magnetisch ruhig" eingestuft und fortlaufend numeriert. Falls benötigt, werden die genannten Indizes in Klammern hinzugefügt.

Die für magnetische 1D-Sondierungen grundlegende Erfassung der räumlichen Feldstruktur erfolgt im globalen Maßstab durch Entwicklungen nach Kugelfunktionen und im regionalen Maßstab durch Polynome. Die dabei verwendete Vorgabe, daß der magnetische Feldvektor \underline{B} Gradient eines skalaren Potentials U ist, beschränkt diese Darstellungen auf den quasi-stromfreien Bereich zwischen Erdoberfläche $r = R$ und den externen Quellenregionen in $r \geq R + H$ wenn r den geozentrischen Abstand bezeichnet, $R = 6371$ km den Erdradius und $H = 100$ km die Höhe der unteren Begrenzung der Ionosphäre.

3. Kugelfunktionsanalysen

Zur allgemeingültigen Darstellung eines Potentials U in sphärischen Koordinaten (r, θ, λ) werden zwei Kugelflächenfunktionen zum Grade n benötigt:

$$Y_n^e(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n \epsilon_n^m P_n^m(\cos\theta) e^{im\lambda} \quad (1)$$

für den "äusseren" oder "externen" Feldanteil mit Quellen in $r \geq R + H$ und

$$Y_n^i(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n i_n^m P_n^m(\cos\theta) e^{im\lambda} \quad (2)$$

für den "inneren" Feldanteil mit Quellen in $r \leq R$. Sie führen zur Erfüllung von $\nabla^2 U = 0$ in Verbindung mit der Dgl. (20) für Kugelflächenfunktionen und unter Beachtung der Abstrahlbedingungen für den jeweiligen Feldanteil auf den Reihenansatz

$$U(r, \theta, \lambda) = R \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^n Y_n^e(\theta, \lambda) + \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} Y_n^i(\theta, \lambda) \right\} \quad (3)$$

Für das Potential auf der Erdoberfläche erhält man

$$U(r, \theta, \lambda) = R \sum_n Y_n(\theta, \lambda) \text{ mit } Y_n(\theta, \lambda) = \sum_m u_n^m P_n^m(\cos\theta) e^{im\lambda},$$

worin $u_n^m = \epsilon_n^m + i_n^m$ den nicht-separierten Potentialkoeffizienten zu Kugelfunktionen des Grades n und der Ordnung m bezeichnet. Aus Gl. (3) folgt für die magnetische Vertikalkomponente $Z = -B_r = +\partial U / \partial r$ auf der Erdoberfläche

$$Z(\theta, \lambda) = \sum_n n \cdot Y_n^e(\theta, \lambda) - [n+1] \cdot Y_n^i(\theta, \lambda). \quad (5)$$

Im vorliegenden Fall sind U und Z gleichfalls als komplexe Harmonische des Tagesganges zu verstehen mit den Zeitfaktoren $\exp(ipt)$ nach Weltzeit.

Während diese Darstellungen noch ganz allgemein sind, insbesondere ohne Hypothesen bezüglich eines kausalen Zusammenhangs zwischen den Feldanteilen, soll von nun an angenommen werden, daß der äussere Anteil induktiv den inneren Anteil erzeugt. Die einschränkende Zusatzforderung, daß die Induktion für eine vorgegebene Frequenz in einem lateral homogenen Erdmodell erfolgt, in dem die Leitfähigkeit σ nur in radialer Richtung variiert, führt auf ein festes, nur vom Grade n und $\sigma(r)$ abhängiges Verhältnis $Q_n = i_n^m / \epsilon_n^m$ zwischen inneren und äusseren Entwicklungskoeffizienten. Ohne diese Zusatzannahme würde i_n^m zu den externen Koeffizienten aller Grade und Ordnungen in eine lineare Beziehung treten in der allgemeinen Form

$$i_n^m = \sum_{k,\ell} Q_{n,k}^{m,\ell} \epsilon_k^\ell.$$

Einsetzen von $Y_n^i = Q_n \cdot Y_n^e$ und $Y_n^e = Y_n / (1 + Q_n)$ in Gl. (5) ergibt

$$Z(\theta, \lambda) = \sum_n n \cdot \frac{1 - (n+1)/n \cdot Q_n}{1 + Q_n} \cdot Y_n(\theta, \lambda).$$

Durch Hinzufügen des Faktors $(n+1)/R$ erhält die Reihendarstellung für Z ihre im folgenden gebrauchte endgültige Form:

$$Z(\theta, \lambda) = \sum_n n(n+1) \cdot C_n / R \cdot Y_n(\theta, \lambda). \quad (6)$$

Dabei ist mit

$$C_n = \frac{R}{n+1} \frac{1 - (n+1)/n \cdot Q_n}{1 + Q_n} \quad (7)$$

eine sphärische C-Respons eingeführt worden, welche nach Multiplikation mit $i\omega$ (ω : Kreisfrequenz) in der gewohnten Weise auf die MT Oberflächenimpedanz führt, hier für Feldanteile vom Grade n . Gegenüber dem zunächst eingeführten Q-Verhältnis hat C_n den Vorteil, daß es nur schwach von n abhängt, solange $n|C| \ll R$ gilt, daß also unter dieser Voraussetzung auch die sphärische C-Respons näherungsweise eine alleinige Funktion der Frequenz wird und dann mit C_0 für quasi-homogene Felder der Wellenzahl $k = 0$ in ebenen Koordinaten asymptotisch übereinstimmt.

Angesichts der begrenzten Anzahl von Stützstellen (= Observatorien) müssen die Reihendarstellungen auf eine endliche Zahl von Termen beschränkt bleiben, sie können U und Z auf der Erdoberfläche also nur unvollkommen wiedergeben. Einerseits soll die erzielte Anpassung möglichst gut sein, doch soll andererseits die Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten stabil bleiben in dem Sinne, daß fehleranfällige oszillierende Lösungen vermieden werden. Eine Eigenwertanalyse der Koeffizientenmatrix der Normalgleichungen für die durchgeführte Ausgleichsrechnung hat gezeigt, daß bei 70 bis 90 Stützstellen in der vorgegebenen Verteilung der Observatorien für 1964 - 65 Reihen mit höchstens zwölf Terme verwendet werden dürfen, sofern auf eine Regularisierung verzichtet wird. Die ausgewählten Kugelfunktionen sind die folgenden:

Die Reihen für die p -te Harmonische beginnen mit vier Termen zur Ordnung $m = p$ und den aufsteigenden Graden $n = p, n = p + 1, \dots, n = p + 3$. Verbindet man den resultierenden Längenfaktor $\exp(ip\lambda)$ mit dem Weltzeitfaktor $\exp(ipt)$, so erhält man den Ortszeitfaktor $\exp(ipt')$ der berechneten Fourier-Amplituden H, D, Z. Diese vier Terme enthalten also denjenigen Anteil der p -ten Harmonischen, der an den Stand der Sonne gebunden ist und sich so für erdgebundene Beobachter mit 15 Grad pro Stunde von Ost nach West bewegt. Sie enthalten den Hauptteil des Tagesganges, wobei der zweite Term zum Grad $n = p + 1$ dominiert und im folgenden als "Hauptterm" der jeweiligen Reihe bezeichnet wird.

Um gewisse Abweichungen von reiner Ortszeitabhängigkeit des Tagesganges zuzulassen, letztlich bedingt durch die Abweichung des Hauptfeldes von exakter axialer Symmetrie, folgen jeweils vier weitere Terme mit $m = p + 1$ und $m = p - 1$, wiederum mit aufsteigenden Graden $n = p \pm 1 + 0, \dots, p \pm 1 + 3$. Insgesamt wird so für jede Harmonische ein anderer Satz von zwölf Kugelfunktionen gewählt, die sich nur teilweise überlappen. Dabei sind für eine feste Ordnung m die Differenzen $n - m$ und damit die Zahl der Nullstellen der P_n^m zwischen den Polen gleichbleibend, die Anpassung erfolgt also mit ähnlich aussehenden Kugelfunktionen längs der Meridiane.

Die geschilderte Form der Kugelfunktionsanalyse ist sicherlich nicht ohne eine gewisse Willkür, scheint aber unter den gegebenen Möglichkeiten der räumlich-zeitlichen Struktur des Tagesganges mit einem Minimum an Termen am besten angepaßt zu sein. Auszuschließen sind dabei die Tagesgänge in hohen geomagnetischen Breiten ($\Phi \geq 60^\circ$) und in einem schmalen Band längs des Dipäquators ($\varphi_{dip} \leq 6^\circ$), beides Bereiche mit komplizierten Jet-ähnlichen Quellenfeldstrukturen.

4. Polynome

Sollen Variationsfelder in beschränkten Ausschnitten der Erdoberfläche approximiert werden, ist es zweckmäßig, hierzu Polynome in den Bogenvariablen

$$u(\varphi) = R \cdot (\varphi - \varphi_0), \quad v(\theta, \lambda) = R \sin \theta \cdot (\lambda - \lambda_0) \quad (8)$$

bezüglich eines zentralen Bezugspunktes (φ_0, λ_0) einzuführen. Polynomentwicklungen unterscheiden sich in mehrfacher Hinsicht von Entwicklungen nach Kugelfunktionen. Zwar sind auch diese letztlich Polynome in Poldistanz und Länge, enthalten θ und λ aber in der Form ihrer trigonometrischen Funktionen. Außerdem bilden Kugelfunktionen ein Orthogonalsystem und die r -Abhängigkeiten können so gewählt werden, daß die Laplace Gleichung erfüllt ist.

Polynome in θ und λ oder u und v sind weder orthogonal noch erlauben sie die Angabe von r -Abhängigkeiten, die eine Trennung innerer und äußerer Anteile ermöglichen würden. Es ist ausreichend dafür zu sorgen, daß die Potentialbedingung

$$\frac{\partial(\sin \theta B_\lambda)}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial \lambda} = -\frac{\partial(\sin \theta D)}{\partial \varphi} + \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \quad (9)$$

erfüllt ist, was für $B = -gradU$ lediglich die Identität von $\partial(\partial U / \partial \lambda) / \partial \theta$ und $\partial(\partial U / \partial \theta) / \partial \lambda$ beinhaltet. Der eigentliche Zweck für Polynomentwicklungen besteht darin, für das nachfolgend behandelte Horizontalgradienten-Verfahren Ableitungen von H und D bezüglich θ und λ in einfacher Weise bilden zu können.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, mit "spherical cap harmonics" die genannten Mängel von Polynomen zu beheben (Torta & DeSantis, 1996), doch sind die Vorteile dieser vergleichsweise sehr aufwendigen Darstellung bisher zumindest nicht klar genug erkennbar. Auch der an sich nicht schwierige Übergang zu orthogonalen Polynomen mittels der GRAM-SCHMIDT Orthogonalisierung erbrachte keine entscheidenden Vorteile, so daß es bei den eingangs genannten, nicht-orthogonalen Polynomen in u und v unter Beachtung von (9) bleiben soll. Anhang B behandelt gewisse Schwierigkeiten, die mit der Breitenabhängigkeit von v zusammenhängen.

Die Polynomansätze werden direkt für die darzustellenden Horizontalkomponenten formuliert, nachdem diese aus später ersichtlichen Gründen zunächst mit $\sin \theta = \cos \varphi$ multipliziert worden sind. Sie lauten

$$\begin{aligned} H^*(u, v) &= \sin \theta \cdot H(\varphi, \lambda) = a_0 + a_1 u + a_2 v + a_3 u^2 + a_4 v^2 + a_5 uv + \dots + \delta H_{pol}^*(u, v), \\ D^*(u, v) &= \sin \theta \cdot D(\varphi, \lambda) = b_0 + b_1 v + b_2 u + b_3 v^2 + b_4 u^2 + b_5 uv + \dots + \delta D_{pol}^*(u, v). \end{aligned} \quad (10)$$

Die auf Bogenelemente transferierte Potentialbedingung $\partial D^* / \partial u = \partial H^* / \partial v$ verbindet sodann die Koeffizienten der beiden Reihen gemäß

$$a_2 = b_2, \quad 2a_4 = b_5, \quad a_5 = 2b_4, \quad \dots \quad (11)$$

Man erhält so fünf anzupassende Koeffizienten für lineare Polynome und neun Koeffizienten für quadratische Polynome.

Wie im Fall der Entwicklungen nach Kugelfunktionen zeigte eine Eigenwertanalyse, daß für eine stabile Lösung das Gleichungssystem etwa achtfach überbestimmt sein sollte, daß im ersten Fall also 40 Stützstellen benötigt werden und im zweiten Fall 72 Stützstellen. Da jedes Observatorium jeweils ein Wertepaar für H^* und D^* beisteuert, halbieren sich diese Zahlen zu 20 und 36 benötigten Observatorien. Eine Erhöhung der Stabilität durch Regularisierung wäre im Prinzip möglich, soll zunächst aber noch zurückgestellt werden. Lösungsversuche mit quadratischen Polynomen für Beobachtungen an 30 europäischen Observatorien führten erwartungsgemäß zu nicht ganz stabilen Ergebnissen, doch konnte mit einer Reduzierung der Koeffizienten von neun auf sieben eine ausreichende Stabilisierung erreicht werden. Hierzu wurde eine zusätzliche Polynomdarstellung von Z wie folgt eingefügt.

In kartesischen (x, y, z) -Koordinaten sind die Komponenten eines Potentialfeldes selbst wieder Lösungen der Laplace Gleichungen:

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla^2 D = 0, \quad \nabla^2 Z = 0.$$

Wird die zweifache Ableitung nach z , etwa von $H = -\partial U / \partial x$, mit $Z = -\partial U / \partial z$, umgeformt zu $\partial / \partial x (\partial Z / \partial z)$ und mittels der Definition

$$C_0 = - \left. \frac{Z}{\partial Z / \partial z} \right|_{z=0} \quad (12)$$

für die Eindringtiefe die Ableitung $\partial Z / \partial z$ durch $-Z / C_0$ ersetzt, so erhält man in

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{1}{C_0} \frac{\partial Z}{\partial x} \quad (13a)$$

einen Ausdruck, der die zweiten Ableitungen von H mit der ersten Ableitung von Z verbindet. Dabei ist gemäß der vorausgesetzten 1D-Modellstruktur C als Konstante behandelt worden. Für die Ableitungen von D ergibt sich ganz entsprechend

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} = \frac{1}{C_0} \frac{\partial Z}{\partial y} \quad (13b)$$

Nunmehr wird $Z^* = \sin \theta Z$ durch ein lineares Polynom

$$Z^*(u, v) = c_0 + c_1 \cdot u + c_2 \cdot v + \delta Z^*_{pol}(u, v) \quad (14)$$

approximiert. Einsetzen von $\partial Z^* / \partial x = c_1$ und $\partial Z^* / \partial y = c_2$ führt dann in Verbindung mit den Polynomen für H^* und D^* in Gl. (10), zur Berechnung ihrer zweiten Ableitungen, auf

$$a_3 + a_4 = c_1 / 2C_0 \quad \text{und} \quad b_3 + b_4 = c_2 / 2C_0, \quad (15)$$

wenn näherungsweise die (u, v) -Koordinaten durch (x, y) -Koordinaten ersetzt werden. Mittels dieser Beziehungen läßt sich jeweils ein Entwicklungskoeffizienten für H^* und D^* durch einen Entwicklungskoeffizienten für Z ersetzen.

5. Ergebnisse

5.1 Potential-Verfahren

Dieses klassische Verfahren schließt unmittelbar an die Kugelfunktionsanalysen in Kapitel 3 an und führt zu *globalen* Schätzwerten der 1D-Eindringtiefen $C_n(p)$ bezüglich der ganzen Erde. Man könnte vermuten, daß Abweichungen von dem geforderten 1D-Erdmodell, insbesondere infolge der Ozeane, die Potential-Methode stark beeinträchtigen, liegen doch auf der Südhalbkugel fast alle Observatorien in Küstennähe oder auf Inseln. Es scheint aber so, als ob von den Entwicklungen nach Kugelfunktionen eine glättende Wirkung ausgeht, insbesondere im Falle von Z, was Anomalien des inneren Anteils zumindest abschwächt. Dies schließt nicht aus, daß sich die nachfolgenden Schätzwerte vorzugsweise an den Gegebenheiten auf der Nordhalbkugel in Küstenferne orientieren.

In der praktischen Durchführung sind zwei Ausgleichsrechnungen erforderlich. Die erste dient zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten u_n^m und z_n^m für U und Z, die zweite zur Schätzung von $C_n(p)$ als univariate Übertragungsfunktion zwischen z_n^m und u_n^m (oder ι_n^m und ϵ_n^m). Für die p-te Harmonische und das k-te Observatorium am ℓ -ten Tag lauten die zunächst auszuwertenden Reihenansätze

$$H(p, k, \ell) = +\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} = \sum_{n,m} u_n^m(p, \ell) \cdot dP/d\theta \cdot \exp\{i[m-p]\lambda_k\} + \delta H(p, k, \ell),$$

$$D^*(p, k, \ell) = -\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \lambda} = \sum_{n,m} im \cdot u_n^m(p, \ell) \cdot P_n^m(\cos \theta_k) \cdot \exp\{\dots\} + \delta D^*(p, k, \ell),$$

$$Z(p, k, \ell) = \sum_{n,m} z_n^m(p, \ell) \cdot P_n^m(\cos \theta_k) \cdot \exp\{\dots\} + \delta Z(p, k, \ell)$$

mit $D^* = \sin \theta_k \cdot D$. Da sich die Harmonischen des Tagesganges auf Ortszeit beziehen, mit Zeitfaktor $\exp(ip\lambda)$, wurde von den Längenfaktoren $\exp(im\lambda)$ der Faktor $\exp(ip\lambda)$ abgespalten und mit dem *Weltzeitfaktor* $\exp(ip\lambda)$ zu dem *Ortszeitfaktor* $\exp(ip\lambda')$ der Harmonischen vereint. Zur Bestimmung der Potentialkoeffizienten wird die Summe $[|\delta H|^2] + [|\delta D^*|^2]$ minimiert, zur Bestimmung der Z-Koeffizienten $[|\delta Z|^2]$, wobei [...] Summierung über alle an dem ℓ -ten Tage verfügbaren Observatorien bedeutet. Um ihr Ungleichgewicht bezüglich der beiden Hemisphären etwas auszugleichen, erhalten die Harmonischen der Observatorien auf der Südhalbkugel - dies sind im Höchstfall 18 - volles Gewicht und diejenigen auf der Nordhalbkugel halbes Gewicht, es sei denn sie sind wie etwa Tuscon in Arizona sehr isoliert gelegen.

Im Idealfall wäre für jede Kugelfunktion, Harmonische und für jeden Tag nach Gl. (6) die Beziehung $z_n^m = n(n+1) \cdot C_n(p) / R \cdot u_n^m$ erfüllt. Tatsächlich wird es für ein festes p von Tag zu Tag wechselnde "Residuen" δz_n^m geben, was auf den folgenden univariaten Ansatz für die Potentialmethode führt:

$$z_n^m(p, \ell) = n(n+1) \cdot C_n(p) / R \cdot u_n^m(p, \ell) + \delta z_n^m(p, \ell) \quad (16)$$

An jedem der ausgewählten 123 ruhigen Tage waren Daten von einer genügenden Zahl von Observatorien vorhanden, um eine Kugelfunktionsanalyse durchführen zu können. Die Minimierung von $[|\delta z_n^m|^2]$ in der Summe über alle Tage ergibt dann einen Schätzwert der Übertragungsfunktion $C_n(p)$,

wobei die benötigten Fourier-Produkte $[z_n^m u_n^{m*}]$, ... mit iterativ bestimmten Gewichtungsfaktoren $q(p, \ell)$ zwischen Null und Eins multipliziert worden sind. Dies geschah, um eine möglichst gute Anpassung der Residuen an eine Normalverteilung zu erreichen (s. Schmucker, 1999b; Appendix A).

Tabelle 1 enthält die Ergebnisse, die aus dem Tagesgang an 123 ruhigen Tagen der Jahre 1964 - 65 und mit Daten von maximal 89 Observatorien gewonnen wurden (Schmucker, 1999b, Tab. 8). Sie beziehen sich auf den Hauptterm jeder Harmonischen mit $n = p + 1$, und sie sind in Abb. 1 als $\rho^* - z^*$ Wertepaare dargestellt. Die Tiefen $z^*(p) = \text{Re}\{C_n(p)\}$ beginnen für $p = 4$ ($T = 6$ h) bei 389 ± 18 km und enden für $p = 1$ ($T = 24$ h) bei 673 ± 11 km. In den zugehörigen scheinbaren $\rho^*(p)$ -Widerständen ist der schrittweise Abstieg der scheinbaren Mantelwiderstände von $\rho^*(4) = 49.5 \Omega m$ zu $\rho^*(1) = 3.87 \Omega m$ zu erkennen. Das eingezeichnete 3-Schalenmodell soll zeigen, mit welchen tatsächlichen Widerständen zu rechnen ist, wobei die scharfen Grenzen die Bereiche der jeweiligen Mittlung angeben.

Es wird heute viel darüber gesprochen, daß der Erdmantel in den genannten Tiefen möglicherweise lateral variierende Leitfähigkeiten aufweist, was die Ableitung von globalen C-Werten nach der Potentialmethode sehr infrage stellen würde, solange diese univariat erfolgt, also Anomalien des inneren Anteils ausschließt. In den nachfolgenden Analysen soll nun untersucht werden, in welchem Maß sich diese globalen Ergebnisse durch regionale Sondierungen reproduzieren lassen, wenn auf eine globale Kugelfunktionsanalyse ganz oder teilweise verzichtet wird.

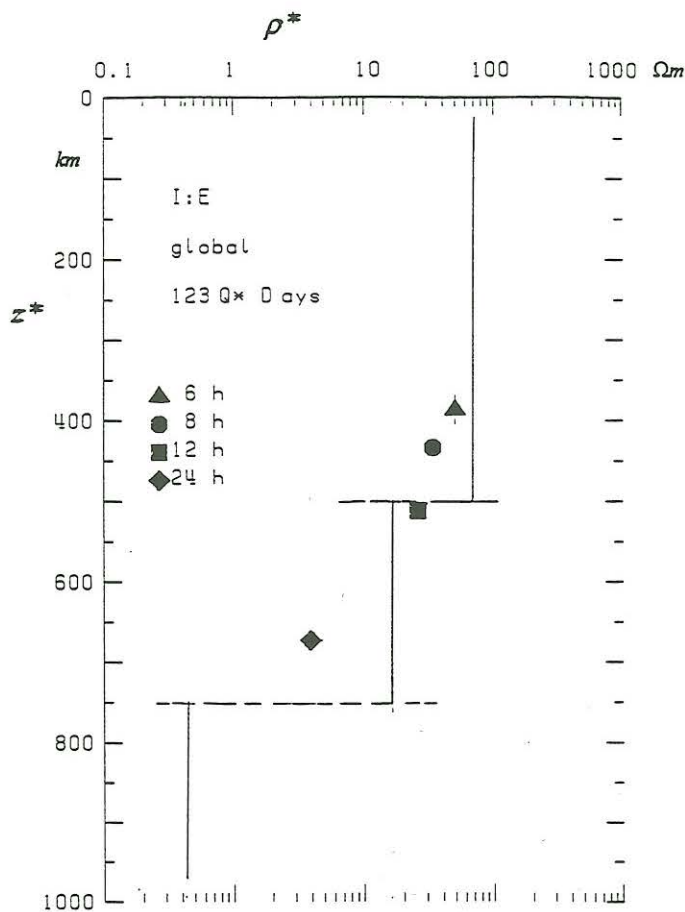


Abb. 1 Globale C-Werte für die vier Harmonischen des Tagesganges nach dem Potentialverfahren.

5.2 Z-Y-Verfahren

Eine beidseitige Kugelfunktions-synthese in Gl. (16) führt zunächst zurück auf Gl. (6). Wird nun die synthetische Vertikalkomponente am k -ten Observatorium links durch die hier beobachtete Z-Harmonische am ℓ -ten Tag ersetzt, erhält man die Ausgangsgleichung des Z:Y Verfahrens:

$$Z(p, k, \ell) = \sum_n n(n+1) C_n(p, k) / R \cdot Y_n(p, k, \ell) + \delta Z(p, k, \ell). \quad (17)$$

Sie verbindet die örtliche Z-Komponente mit den global abgeleiteten Kugelflächenfunktionen des Potentials

$$Y_n(p, k, \ell) = \sum_m u_n^m(p, \ell) P_n^m(\cos \theta_k) \exp(i [m - p] \lambda_k)$$

mit tageweise bestimmten Entwicklungskoeffizienten u_n^m .

Alle Rechnungen gehen unverändert von einem isotropen 1D-Erdmodell aus, doch wird diese Hypothese abgeschwächt, indem sie sich nur noch auf eine gewisse Umgebung des k-ten Ortes beziehen soll, mit $|\tilde{C}_0(p)|$ als Maßstabslänge. Daher ist es sinnvoll, durch Hinzufügen des Argumentes k den örtlichen Charakter der Schätzwerte für C_n zu kennzeichnen.

In diesem multivariaten Ansatz für die Bestimmung der C_n wären im vorliegenden Fall vier plus zwei Übertragungsfunktionen für jede Harmonische zu bestimmen (für $p = 1$ nur fünf), was ohne Regularisierung kaum möglich sein dürfte. Beim Tagesgang läßt sich jedoch die Besonderheit ausnutzen, daß in seiner Darstellung durch Kugelfunktionen der zweite Ortszeit-Term $n = p + 1$ als Haupt-Term betragsmäßig bis $p = 4$ deutlich größer ist als alle anderen Terme (s. Schmucker 1999a, Fig. 5). Trennt man ihn ab, so reduziert sich Gl. (17) auf einen bivariaten Ansatz

$$Z(p, k, \ell) = (p+1) \cdot (p+2) \cdot C_{p+1}(p, k) / R \cdot u_{p+1}^p \cdot P_{p+1}^p(\cos \theta_k) + C_0(p, k) / R \cdot \sum_{(n)} n(n+1) Y_n(p, k, \ell) + \delta Z(p, k, \ell) \quad (18)$$

Die zweite Übertragungsfunktion C_0 ersetzt C_n bei allen Termen außer dem abgetrennten Haupt-Term. Er sollte sich von dem explizit bestimmten Schätzwert für C_{p+1} nicht wesentlich unterscheiden und ist ohne weiteres Interesse. Durch (n) unter dem Summenzeichen soll angezeigt werden, daß die Summierung über alle Terme außer dem Haupt-Term erfolgt.

Schließlich kann man auf die Sonderstellung des Haupt-Terms ganz verzichten und das Z:Y-Verfahren univariat formulieren:

$$Z(p, k, \ell) = C_0(p, k) / R \cdot \sum_n n(n+1) \cdot Y_n(\theta_k, \lambda_k) + \delta Z(p, k, \ell) \quad (19)$$

mit C_0 als Eindringtiefe für quasi-homogene Felder zur ebenen Wellenzahl $k = 0$. In der Summe können gegebenenfalls Korrekturfaktoren

$$\gamma_n(p) = \tilde{C}_n(p) / \tilde{C}_0(p)$$

die geringfügigen Abweichungen zwischen den sphärischen und den ebenen C-Werten berücksichtigen, wobei \tilde{C} ein vorgegebener 1D-Modellwerte für die weitere Umgebung des jeweiligen Beobachtungsortes ist. Die Schätzung der Übertragungswerte $C_0(p, k)$ erfolgt wie schon angegeben in gewichteter Form.

Es wird aufschlußreich sein zu verfolgen, wie weit diese lokalen Bestimmungen innerhalb einer begrenzten Erdregion variieren, ob sich dabei regionale Strukturen abzeichnen und welche Beziehungen zu den zuvor abgeleiteten globalen C-Werten bestehen. Für einen solchen Vergleich bietet das relativ

dichte Netzwerk europäischer Observatorien die weltweit besten Voraussetzungen. Abb. 2 und 3 zeigen die Ergebnisse nach dem Z:Y-Verfahren für 26 Observatorien, deren Verteilung Abb. 8 zu entnehmen ist. Jedes Observatorium liefert vier Wertepaare $\rho^* - z^*$. Sie sind je nach Periode durch wechselnde Symbole gekennzeichnet und zum Anschluß an die globalen Wertepaare in Abb. 1 sind diese durch die gleichen Symbole in doppelter Größe hervorgehoben.

Trotz einer gewissen Streuung sind die wesentlichen Merkmale der globalen Analyse klar zu erkennen, wobei die bivariate Variante zu etwas konsistenteren Ergebnissen führt. Der optisch ungünstigere Eindruck, den Abb. 3 gegenüber Abb. 2 vermittelt, beruht allein auf den sehr unsicheren bivariaten Schätzungen für die vierte Harmonische. Ob sich in den örtlichen Variabilitäten Tendenzen ausmachen lassen und ob sie als solche nicht überhaupt nur methodenbedingt sind, bildet den Inhalt der Schlußbemerkungen. Zunächst soll nur der Gesamteindruck festgehalten werden, daß die europäischen Z:Y Ergebnisse sich von denjenigen des globalen Potentialverfahrens nicht systematisch unterscheiden.

Eine Ausnahme bildet der Imaginärteil der Grundperiode, für den das Z:Y Verfahren deutlich größere Schätzungen ergibt, was sich in vergrößerten ρ^* -Werten auswirkt. Die ursprüngliche Erwartung, daß Observatorien in der Nähe der europäischen Atlantikküste sich durch stark abweichende C-Werte auszeichnen, hat sich nicht bestätigt. Extrem herausfallende $\rho^* - z^*$ Paare sind vielmehr an einzelne Orte auch in Küstenferne gebunden, wo der Tagesgang in Z entweder stark anomal oder möglicherweise einfach stark gestört ist.

5.3 Das Horizontalgradienten-Verfahren

Dieses auf ein regionales Netz von Stationen anzuwendende Verfahren läßt sich unmittelbar aus dem univariaten Z:Y-Verfahren herleiten. Ist $y = y(\theta, \lambda)$ eine Kugelflächenfunktion des Grades n , so ist sie Lösung der Dgl.

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta \cdot \partial y / \partial \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial \lambda^2} + n(n+1)y = 0 \quad (20)$$

Werden also die Kugelflächenfunktionen $Y_n(\theta, \lambda)$ für das Potential wie in Gl. (19) mit $n \cdot (n+1)$ multipliziert, erhält man einen Ausdruck, der die zweiten Ableitungen des Potentials und damit die ersten Ableitungen der Horizontalkomponenten enthält. Mit $H^* = \sum_n H_n^*$, $D^* = \sum_n D_n^*$ und

$H_n^* = -\sin \theta \partial Y_n / \partial \varphi$, $D_n^* = \partial Y_n / \partial \lambda$ gilt zunächst nach gliedweiser Summierung über die Ableitungen aller Grade

$$\sum_n \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_n^*}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial D_n^*}{\partial \lambda} \right\} = \frac{1}{\sin \theta} \left\{ \frac{\partial H^*}{\partial \varphi} + \frac{\partial D^*}{\sin \theta \partial \lambda} \right\} = \sum_n n(n+1)Y_n$$

Der links stehende Ausdruck wird als "Horizontalgradient" bezeichnet, hier noch als Ergebnis einer Kugelfunktionssynthese. Ersetzt man ihn durch den empirischen Horizontalgradienten nach Beobachtungen von H und D in einem regionalen Stationsnetz, führt dieser Ersatz in Verbindung mit Gl. (19) in

$$Z^*(p, k, \ell) = C_0(p, k) \cdot \left\{ \frac{\partial H^*}{\partial u} + \frac{\partial D^*}{\partial v} \right\} + \delta Z^*(p, k, \ell) \quad (21)$$

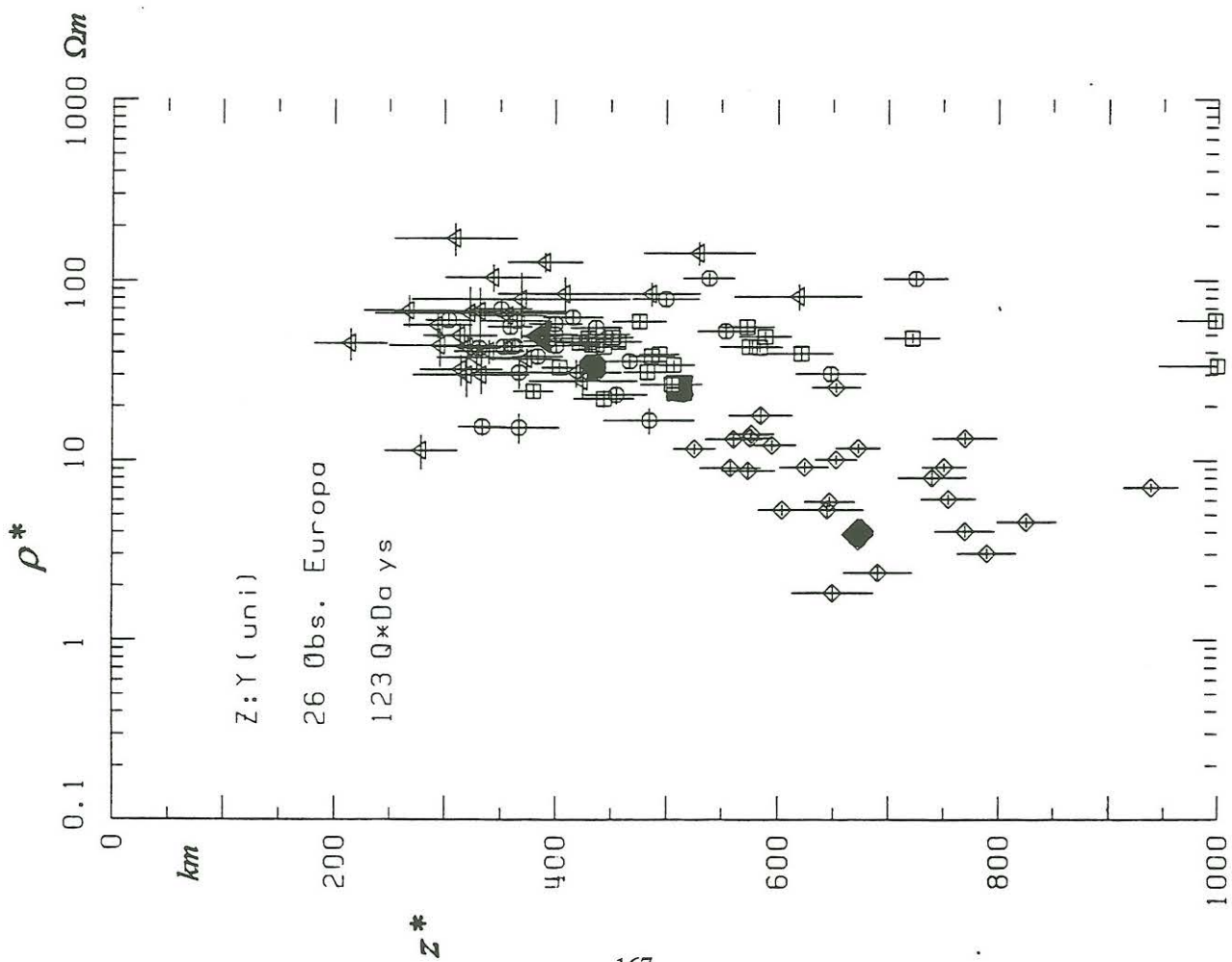


Abb. 2: Europäische C-Werte nach dem univariaten Z:Y Verfahren.

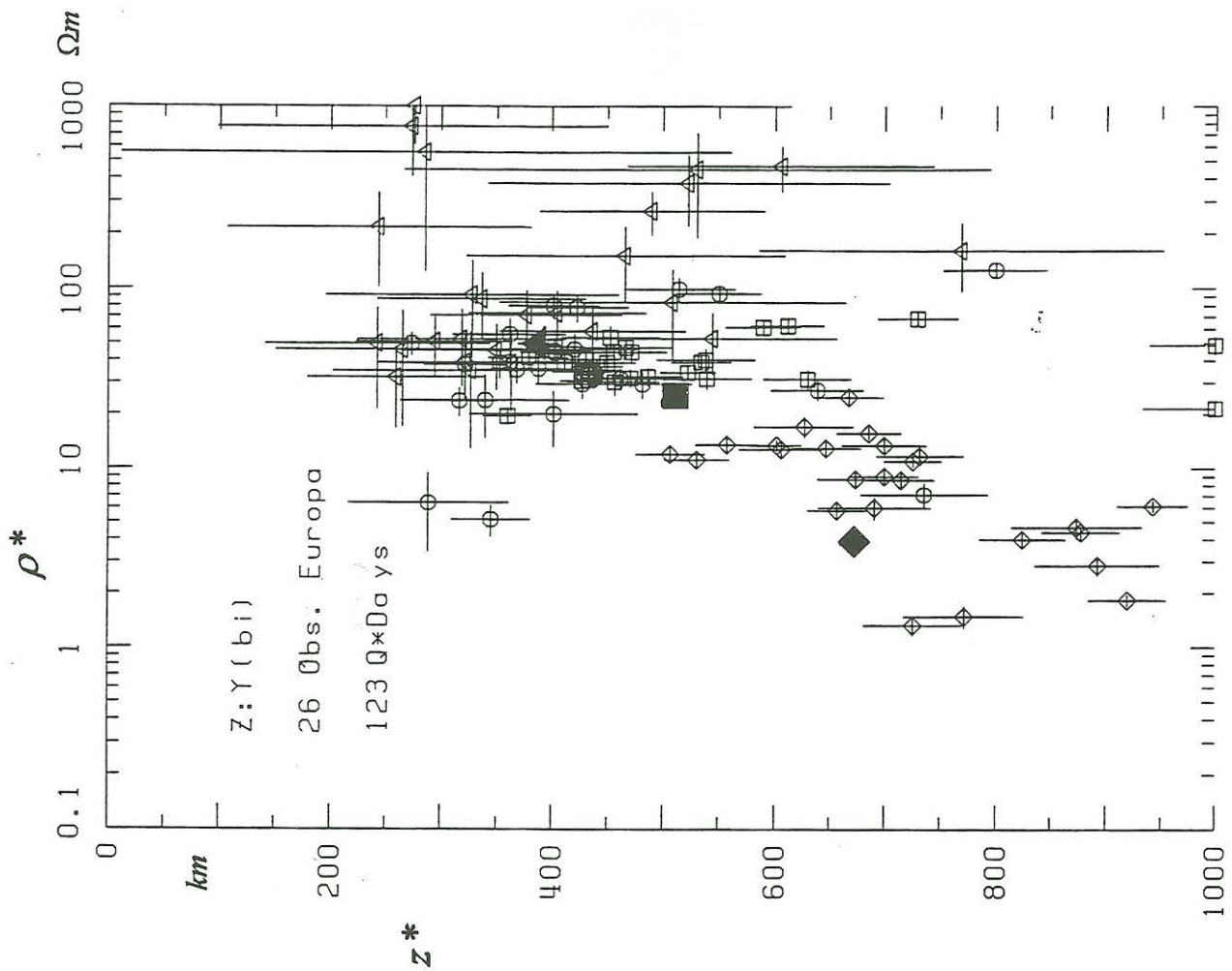


Abb. 3: Europäische C-Werte nach dem bivariaten Z:Y Verfahren.

auf die Grundgleichung des Horizontalgradienten-Verfahrens in sphärischer Geometrie, mit den Ortsvariablen $u = R(\varphi - \varphi_0)$ und $v = R \cdot \sin \theta \cdot (\lambda - \lambda_0)$ von Gl. (8).

Die stets problembehaftete Entwicklung eines globalen Variationsfeldes nach Kugelfunktionen entfällt nunmehr vollständig. An ihre Stelle tritt aber die nicht weniger problematische Bestimmung von örtlichen Ableitungen in H und D. Für den weitgehend durch den Stand der Sonne bestimmten Tagesgang in D mit näherungsweise $D(\varphi, \lambda) = D(\varphi, \lambda_0) \cdot \exp(ip[\lambda - \lambda_0])$ für Orte in gleicher Breite beträgt $\partial D^* / \partial v = [\partial D / \partial \lambda] / R$ im Verhältnis zu D selbst betragsmäßig p/R . Die Änderung in D über eine Ostweststrecke von 100 km beläuft sich also auf 1.6 % der D-Amplitude für $p = 1$ und auf 6.3 % für $p = 4$!

Für eine sichere Bestimmung solcher kleinen Differenzen sind Beobachtungen in einem Netzwerk genügender Größe notwendig. Werden H und D wie in Kapitel 3 beschrieben nach Polynomen 1. oder 2. Grades in u und v entwickelt, so folgt aus Gl. (10) für den sphärischen Horizontalgradienten

$$\frac{\partial H^*}{\partial u} + \frac{\partial D^*}{\partial v} = a_1 + b_1 + \{ (a_3 + a_4) \cdot 2u + (b_3 + b_4) \cdot 2v \},$$

wobei die in geschweifte Klammern gesetzten Summanden für lineare Polynome entfallen. Wie Gl. (15) zeigt, entfallen sie ebenso, wenn bei quadratischen Polynomen zusätzlich ein lineares Polynom für Z^* entwickelt wird und der Ausdruck $(c_1 u + c_2 v) / C$ an die Stelle der geschweiften Klammer tritt. Einsetzen der tageweise bestimmten Polynomkoeffizienten ergibt unter dieser Voraussetzung

$$Z^*(p, k, \ell) - [c_1(p, \ell) \cdot u_k + c_2(p, \ell) \cdot v_k] = C_0(p, k) \cdot [a_1(p, \ell) + b_1(p, \ell)] + \delta Z^*(p, k, \ell) \quad (22)$$

als univariate Bestimmungsgleichung für C_0 . Die links stehende Differenz ist identisch mit $c_0 + \delta Z_{pol}^*(u, v)$ im Polynom für Z , Gl. (14). Wäre diese lineare Polynomdarstellung exakt und die Residuen δZ_{pol}^* gleich Null, so würde man mit $c_0(p, \ell)$ links für alle Orte die gleiche Übertragungsfunktion $C_0(p)$ erhalten. Abweichungen von der Linearität zeigen also an, daß mit variierenden Eindringtiefen zu rechnen ist. Bei der Anwendung auf die Harmonischen des Tagesganges ist zu beachten, daß der Ortszeitfaktor $\exp\{ip(t + \lambda)\}$ mit differenziert werden muß. In der eckigen Klammer ist so als Summand ipD_{syn}^* zu ergänzen, mit $D_{syn}^* = b_0 + b_1 v + \dots$ aus einer Polynomsynthese für den betreffenden Ort. Entsprechendes gilt für $\partial H / \partial \lambda$ in Gl. (9). Außerdem läßt sich beim Tagesgang eine Korrektur für höhere Ableitungen angeben (s. Anhang A).

Wie Tabelle 2 zu entnehmen ist, führt die durch Verwendung von quadratischen Polynomen bewirkte genauere Erfassung der räumlichen Feldstruktur i.S. höherer Kohärenzen zu besseren Ergebnissen. Allerdings ist der für Europa verfügbare Datensatz ohne Regularisierung nur marginal für vollständige Polynome 2. Grades ausreichend. Die in Abb. 4 und Abb. 8 dargestellten Ergebnisse beruhen daher auf reduzierten quadratischen Polynomen mit sieben Koeffizienten.

Zur Stationsauswahl: Der verfügbare Datensatz für 1964 - 65 enthält bis 60 Grad geomagnetischer Breite 36 in Europa gelegene Observatorien. Polynomentwicklungen haben gezeigt, daß von diesen Observatorien sechs extrem große Residuen bei der Polynomanpassung aufweisen, und zwar an allen Tagen und für alle Harmonischen: Toledo und Logrono in Spanien, Roburent bei Genua, Chambon-la-Forêt bei Paris, Surlari in Rumänien und Tiflis im Kaukasus. Ihre Tagesgänge in H und D passen offensichtlich nicht zu denjenigen an den übrigen Orten und ihre Daten, auch diejenigen für Z , werden im Folgenden nicht mehr verwendet.

Abb. 8 zeigt das verbleibende europäische Netz von 30 Observatorien für die Polynomentwicklungen der Horizontalkomponenten, während diejenigen für die Vertikalkomponente mit nur 26 Observatorien durchgeführt werden mußten: San Fernando in Südspanien hat keine Z-Registrierung, diejenigen von Almeria (Spanien) und Swider (Polen) erwiesen sich als zu stark gestört und diejenige von Coimbra (Portugal) unterlag offensichtlich einem starken Küsteneffekt. Im Unterschied zu Almeria und Swider unterscheiden sich aber für Coimbra die erzielten Kohärenzen nicht von denjenigen der übrigen Stationen, so daß die nachfolgenden Darstellungen stets auch die Ergebnisse für Coimbra enthalten. In der ρ^*-z^* Darstellung der Abb. 4 sind sie als solche gekennzeichnet. Sie sind gegenüber allen anderen Observatorien einheitlich zu größeren Werten hin verschoben, was durch die Nähe zum tiefen atlantischen Ozean erklärt werden kann. Denn anders als weiter im Norden ist vor Portugal der kontinentale Schelf besonders schmal.

Im übrigen vermittelt Abb. 4 den Gesamteindruck, daß das Horizontalgradienten-Verfahren für Europa das beste Ergebnis liefert sowohl hinsichtlich der Übereinstimmung innerhalb der Observatorien als auch in Bezug auf die globalen Schätzwerte. Eine Ausnahme bilden wiederum die mehrheitlich größeren ρ^* -Widerstände für $p = 1$, was nunmehr sehr deutlich auf eine Unterschätzung von $\arg\{C_n\}$ durch das globale Potentialverfahren hinweist.

5.4 Das Z:D-Verfahren

Genügt für eine globale Wiedergabe von Variationsfeldern in guter Näherung eine einzige elementare Kugelflächenfunktion $Y_n^m(\theta, \lambda) = P_n^m(\cos\theta) \cdot \exp\{im\lambda\}$, so kann auf Entwicklungen nach Kugelfunktionen oder Polynomen ganz verzichtet werden. Im Fall des Tagesgang ist diese Voraussetzung durch die Wahl der Kugelflächenfunktion für den jeweiligen Haupt-Term während der Äquinoxien am besten erfüllt. Mit $m = p$ und $n = p + 1$ für die p-te Harmonische reduziert dies die Grundgleichung (19) für das univariate Z:Y-Verfahren auf

$$Z(\theta, \lambda) = n(n+1) \cdot C_n / R \cdot u_n^m Y_n^m(\theta, \lambda) + \delta Z(\theta, \lambda) .$$

Hierin läßt sich $u_n^m Y_n^m$ durch das am gleichen Ort zu erwartende

$$D_{syn}^*(\theta, \lambda) = -im \cdot u_n^m Y_n^m(\theta, \lambda)$$

ausdrücken. Ersetzen von D_{syn}^* durch die beobachtete Harmonische D^* am k-ten Ort und am l-ten Tag ergibt

$$Z(p, k, \ell) = n(n+1) \cdot C_n(p, k) / R \cdot iD^*(p, k, \ell) / m + \delta Z(p, k, \ell) \quad (23)$$

als univariate Bestimmungsgleichung für C_n nach dem Z:D Verfahren.

Die exklusive Verwendung von D erklärt sich aus der komplizierteren Breitenabhängigkeit von H, da P_n^m für $n-m=1$ in mittleren Breiten ein Extremum durchläuft, während $\partial Y_n / \partial \theta$ hier einen Nulldurchgang besitzt. Bereits Chapman (1919) hatte für seine Analyse des Tagesganges nur eine einzige Kugelfunktion verwendet, nämlich die zum Haupt-Term gehörige, und außerdem den Potentialkoeffizienten dieses Terms allein aus der Breitenabhängigkeit von D unter Fortlassung von H abgeleitet. Längenabhängigkeiten waren wie auch hier zuvor durch den Übergang zu Ortszeit eliminiert worden.

Wie Abb. 5 zeigt, gibt das Z:D-Verfahren zwar die Grundtendenzen der bisherigen ρ^*-z^* Darstellungen wieder, doch sind die Streuungen sehr groß. Für $p = 1$ ist zudem auch kaum ein Anzeichen für

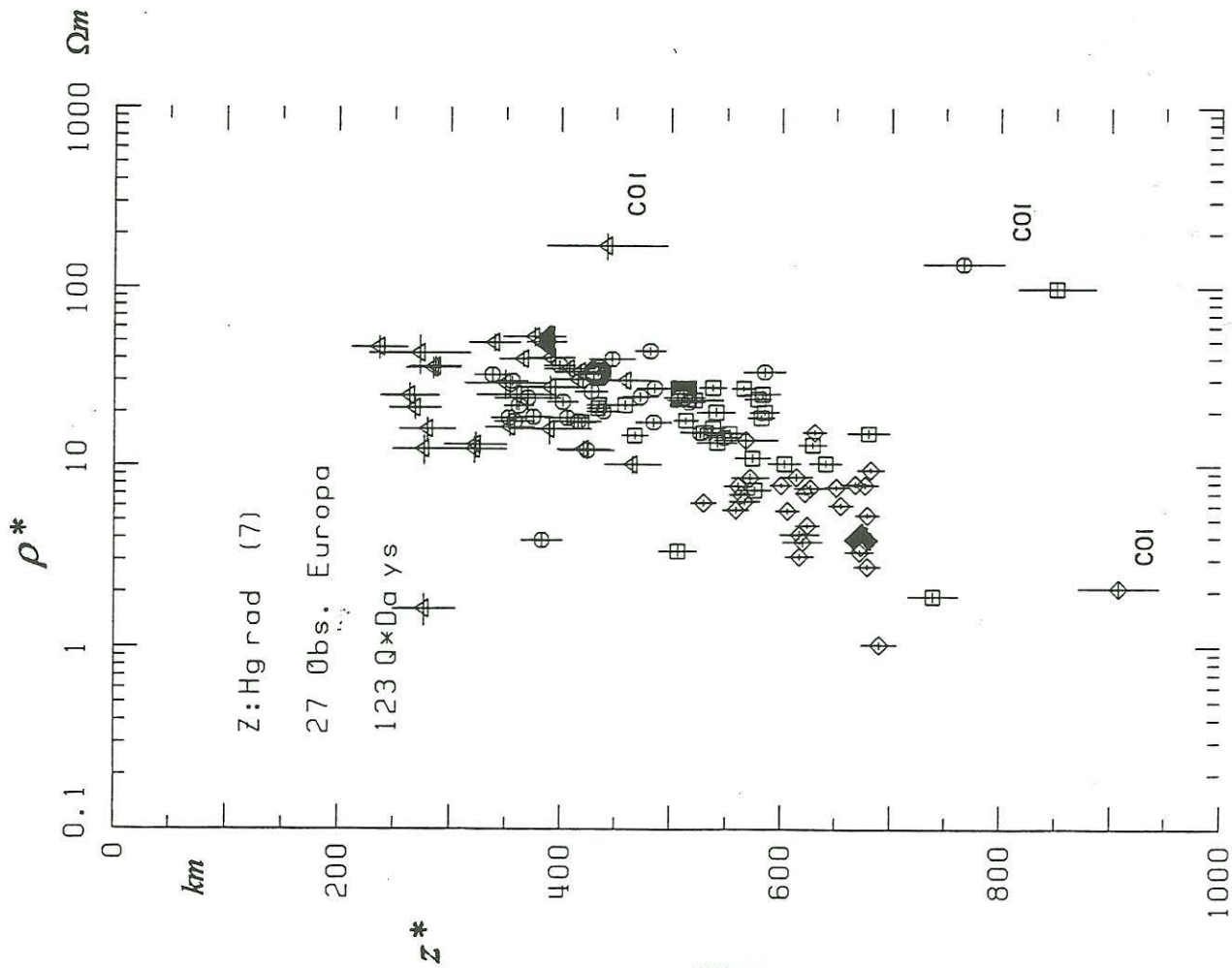


Abb. 4: Europäische C-Werte nach dem Horizontalgradienten-Verfahren

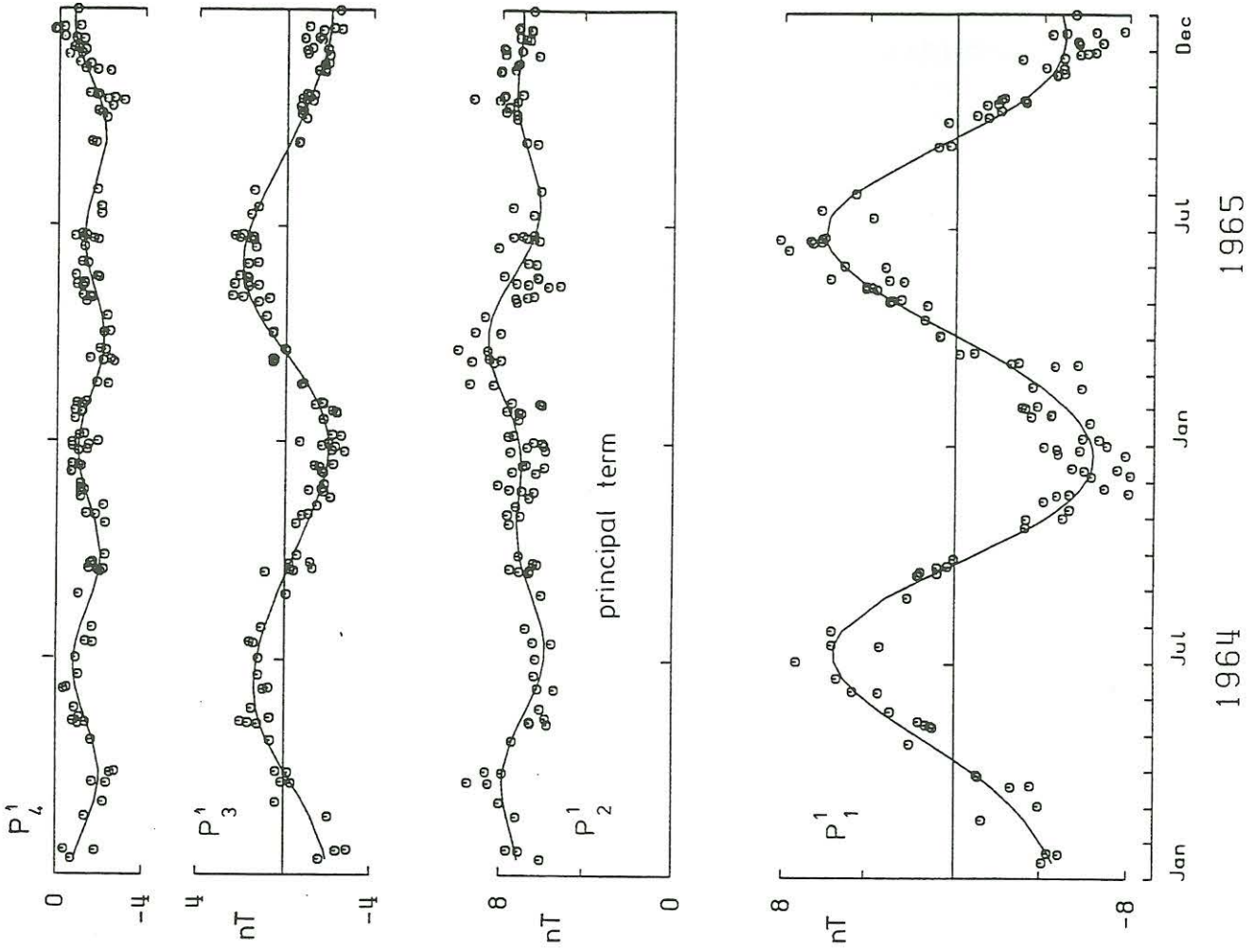


Abb. 6: Tagesweise bestimmte Potentialkoeffizienten $Re\{u_n^m\}$ der vier Ortszeit-Terme des Tagesganges 1964 - 65.

Tagesganges 1964 - 65

reduzierte ρ^* -Werte erkennbar. Die vergleichsweise großen Fehler erklären sich zunächst daraus, daß das Verfahren nur in der Nähe der Äquinoktien anwendbar ist, wodurch sich die Zahl der verwendeten ruhigen Tage von 123 auf 26 reduziert. Doch wie Tabelle 3 zeigt, sind auch die univariaten Kohärenzen kleiner als bei den anderen Verfahren. Ganz offensichtlich ist das globale Variationsfeld zu ungenau in die Schätzung von C_n eingegangen.

Es ist daher wiederholt versucht worden, durch die Einbeziehung der H-Harmonischen zu besseren Ergebnissen zu kommen. Dies kann einmal durch die Transformation auf "Sq-effektive" Koordinaten geschehen, in denen das H:D Verhältnis exakt die Vorgabe $\partial Y_n^m / \partial \theta : im \cdot Y_n^m$ für den Haupt-Term erfüllt (Schmucker, 1970; Appendix). Oder aber es wird eine zweite Kugelfunktion hinzugefügt, deren Amplitudenverhältnis zum Haupt-Term so festgelegt wird, daß sich das beobachtete H:D Verhältnis ergibt (Schmucker, 1986). Eine zweckmäßige Wahl während der Äquinoktien ist dabei der vierte Ortszeit-Term mit $n = p + 3$, wenn der erste und dritte Term beim Vorzeichenwechsel durch Null gehen (s. Abb.6). Alternativ kann man das Amplitudenverhältnis auch globalen Analysen des Tagesganges entnehmen, in denen wie in Parkinsons Analyse (1977) für das IGY die Potentialkoeffizienten monatsweise tabelliert worden sind (Bahr, 1985).

Diese Modifikationen brachten gewisse Verbesserungen, insbesondere für die ersten beiden Harmonischen. Da für die hier analysierten Jahre 1964 - 65 eigene Kugelfunktionsentwicklungen Tag für Tag durchgeführt worden sind, soll jetzt noch einmal in erweiterter Form versucht werden, das Z:D-Verfahren mit einer genaueren Wiedergabe des globalen Variationsfeldes zu versehen.

Abb. 6 zeigt für die Grundperiode $p = 1$ die jahreszeitliche Variabilität der vier Ortszeit-Terme im jeweiligen Realteil. Man erkennt ihre mehr oder weniger ausgeprägten quasi-harmonischen Oszillationen zur Grundperiode eines Jahres. Eine harmonische Analyse der Koeffizienten und anschließende Synthese bis zur Halbjahreswelle ergibt die ausgezogenen Kurven, denen sich nunmehr für jeden Tag ein Satz von zwölf Potentialkoeffizienten $\tilde{u}_n^m(p, \ell)$ entnehmen läßt. Mittels einer Kugelfunktions-Synthese erhält man so eine Vorhersage für die D-Harmonische

$$\tilde{D}^*(\theta, \lambda) = \sum_{n,m} -im \tilde{u}_n^m Y_n^m(\theta, \lambda)$$

an diesem Tag und in gleicher Weise eine Vorhersage der Kugelflächenfunktion

$$\tilde{Y}_n(\theta, \lambda) = \sum_m \tilde{u}_n^m \cdot Y_n^m(\theta, \lambda)$$

Für jeden Grad läßt sich ein Verhältnis $\tilde{\alpha}_n = \tilde{Y}_n / \tilde{D}^*$ angeben, mit dessen Hilfe die für das univariate Z:Y-Verfahren benötigte Summe über Kugelflächenfunktionen aus \tilde{D}^* hergeleitet werden können:

$$\sum_n n(n+1) \tilde{Y}_n = \tilde{D}^* \cdot \sum_n n(n+1) \tilde{\alpha}_n$$

Durch Gleichsetzen von \tilde{D}^* mit der beobachteten D-Harmonischen am k-ten Ort und am l-ten Tag und Ersatz von \tilde{Y}_n durch Y_n wird in

$$Z^*(p, k, \ell) = C_0(p, k) / R \cdot \sum_n n(n+1) \alpha_n(p, k, \ell) \cdot D^*(p, k, \ell) + \delta Z^*(p, k, \ell) \quad (24)$$

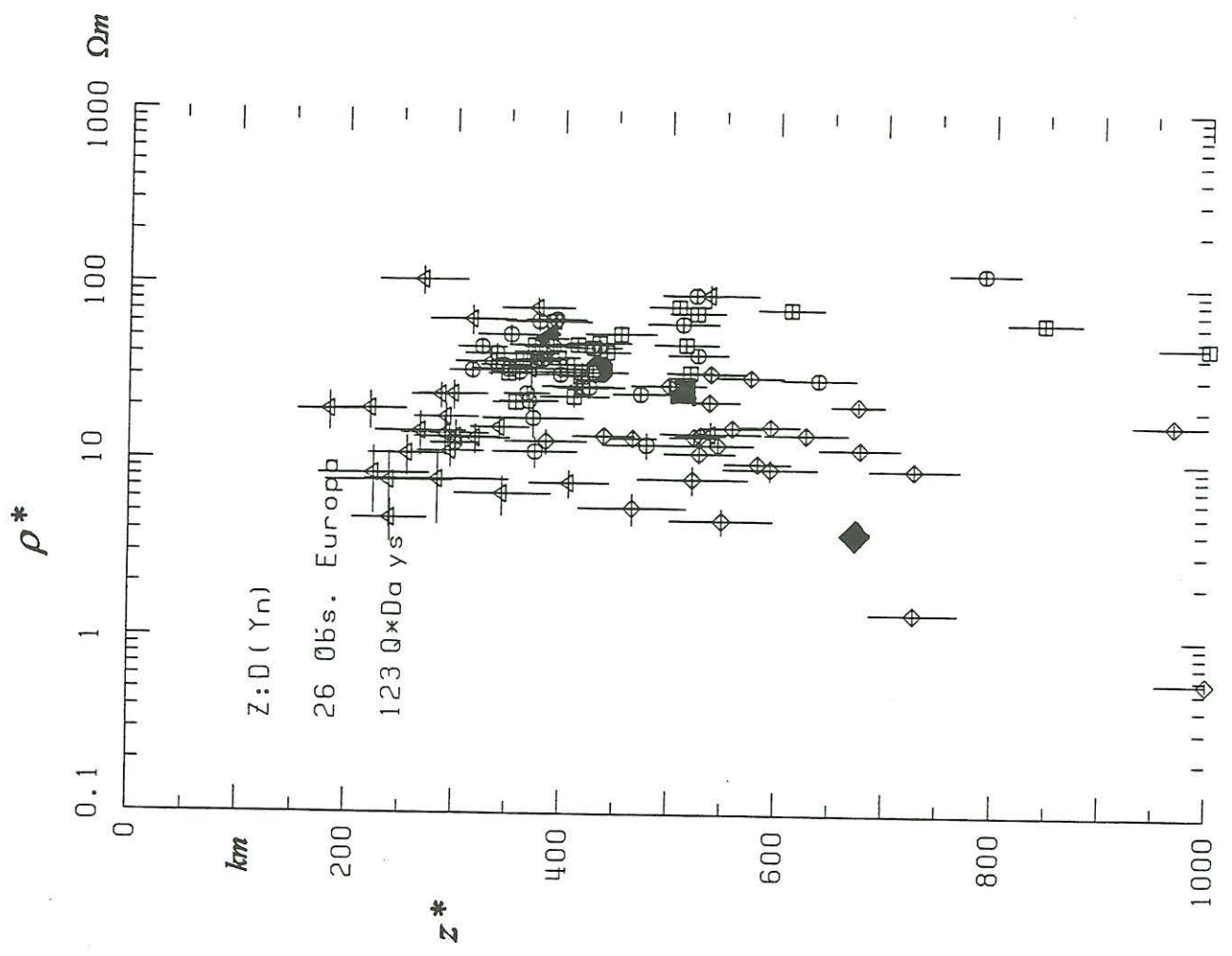


Abb. 7: Europäische C-Werte nach dem Z:D(Y_n)-Verfahren.

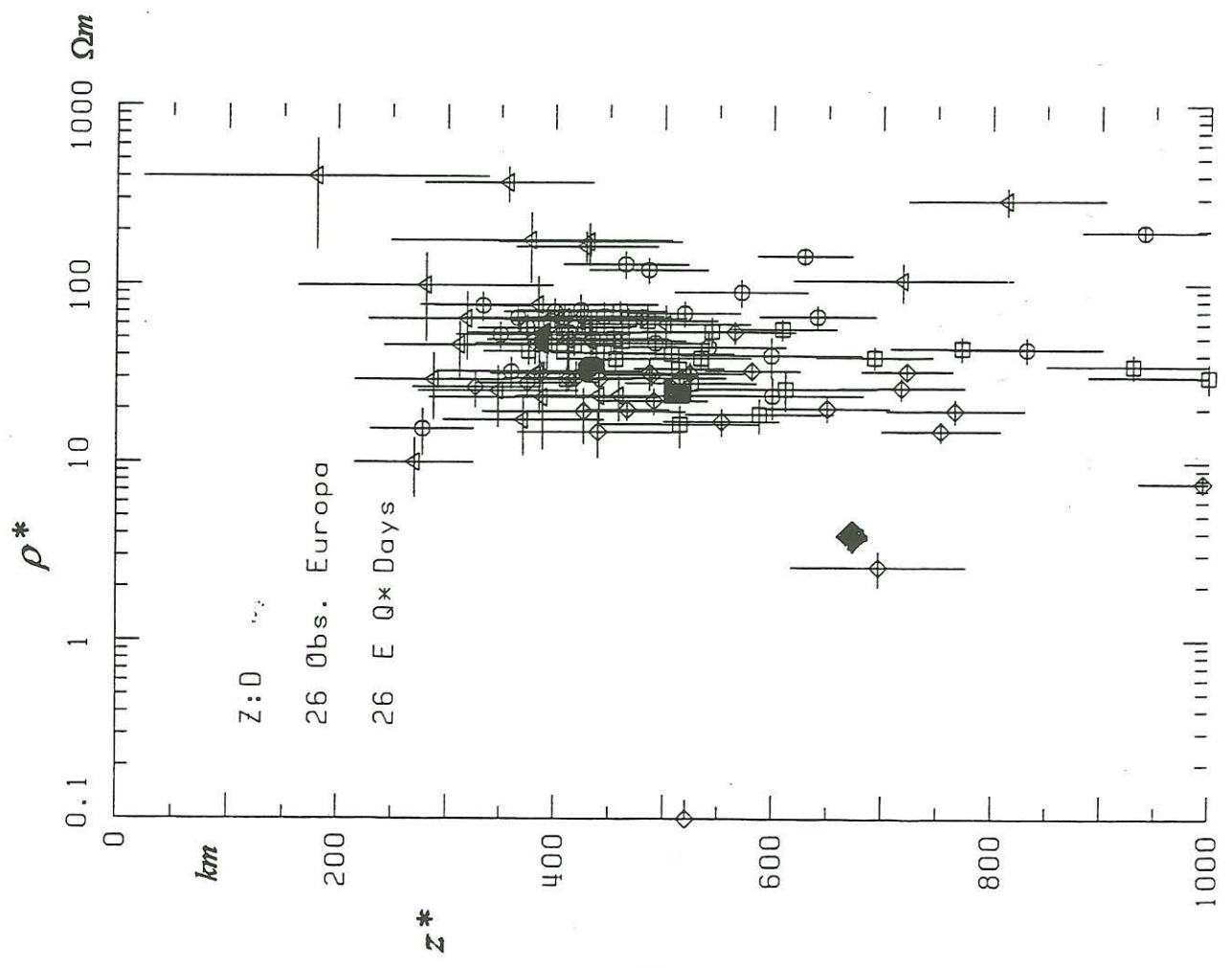


Abb. 5: Europäische C-Werte nach dem Z:D-Verfahren.

ein neuer Ansatz zur univariaten Schätzung von C_0 gewonnen. Er gibt dem Z:D-Verfahren die Form des univariaten Z:Y Ansatzes, verwendet aber nach wie vor nur Z und D an einem einzigen Ort. Man kann zur Sicherheit durch eine Synthese von \tilde{H} nachprüfen, ob die tageweisen Vorhersagen $\tilde{Y}_n(\theta, \lambda)$ die empirischen H-Harmonischen zumindest näherungsweise wiedergeben können.

Wie die $\rho^* - z^*$ Darstellungen in Abb. 7 und die Eintragungen in Tabelle 3 zeigen, bringt das so erweiterte Z:D(Y_n)-Verfahren deutlich bessere Ergebnisse. Zum einen sind sie genauer, da ja jetzt ruhige Tage zu allen Jahreszeiten verwendet werden können. Dann ist die Streubreite der Einzelbestimmungen geringer, die Kohärenzen sind höher und die Anpassung an den globalen Verlauf ist gleichfalls verbessert. Insbesondere ergeben sich jetzt für die Grundperiode die zu erwartenden reduzierten ρ^* -Werte an fast allen Observatorien. Es ist aber noch unklar, wie sich die für die IQSY Jahre der "ruhigen Sonne" berechneten α_n -Verhältnisse auf aktivere Jahre gegebenenfalls übertragen lassen.

6. Eindringtiefen des Tagesganges an europäischen Observatorien

Die aus den Z-Harmonischen ihrer Tagesgänge abgeleiteten C-Werte besitzen eine erhebliche Streubreite, welche sich wie gezeigt wirkungsvoll reduzieren läßt durch eine genauere Erfassung der räumlichen Feldstruktur. Möglicherweise sind aber auch die beim Z:H_{grad}-Verfahren verbleibenden Streuungen nur Ausdruck einer noch immer nicht ganz ausreichenden Feldbeschreibung, so daß im Idealfall alle C-Werte auf einen gemeinsamen europäischen (oder globalen) Wert hin konvergieren würden.

Die Kleinheit der gezeigten Fehler, die solche örtlichen Unterschiede in C als signifikant erscheinen lassen, darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß es sich um *statistische* Fehler (mit dem Erwartungswert Null) handelt und daß schwer einschätzbare systematische und methodenbedingte Fehler hinzu kommen können. Dies betrifft insbesondere mögliche Kalibrierungsfehler der Z-Variometer. Man kann davon ausgehen, daß ihre Skalenwerte nur auf einige Prozent genau bestimmt worden sind.

Eine Entscheidungshilfe sollen die kartenmäßige Darstellungen der Sondierungsergebnisse in Abb. 8 geben. Sie beschränken sich auf die Realteile von C, also die z^* -Tiefen eines äquivalenten idealen Leiters. Die nicht gezeigten Imaginärteile und damit die ρ^* -Widerstände hätten vergleichbare Eindrücke vermittelt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Vertrauensbereiche weggelassen. Sie sind für eine gegebene Harmonische an allen Orten von vergleichbarer Größe. Ihre mittlere Größe ist in der Legende unten rechts angegeben, zusammen mit den europäischen und globalen z^* -Tiefen aus Tabelle 1.

Erwartungsgemäß zeigt Coimbra an der portugiesischen Küste überhöhte z^* -Tiefen für alle Perioden, während aus dem genannten Grund an der irischen und englischen Westküste der Küsteneffekt nicht ganz so stark hervortritt. Auffallend sind sodann die systematisch reduzierten z^* -Tiefen am nördlichen und südlichen Rand des Stationsnetzes, von Eskalemuir in Schottland bis St. Petersburg in Rußland und von Ebro an der Mündung des gleichnamigen Flusses bis Odessa am Schwarzen Meer. Es ist nicht auszuschließen, daß diese Abweichungen mit der Randlage der betreffenden Observatorien im Stationsnetz zusammenhängen und auf systematischen Überschätzungen der Horizontalgradienten beruhen.

In jedem Fall ist aber die Existenz einer räumlichen Kontinuität innerhalb der Vertrauensbereiche durchweg eindrucksvoll belegt. Nur Dourbes in Belgien fällt mit erniedrigten z^* -Tiefen gegenüber den benachbarten Observatorien heraus. Dies kann kein bias-Effekt aufgrund reduzierter Kohärenzen sein, denn für Dourbes ergeben sich Kohärenzen der gleichen Größe wie anderswo.

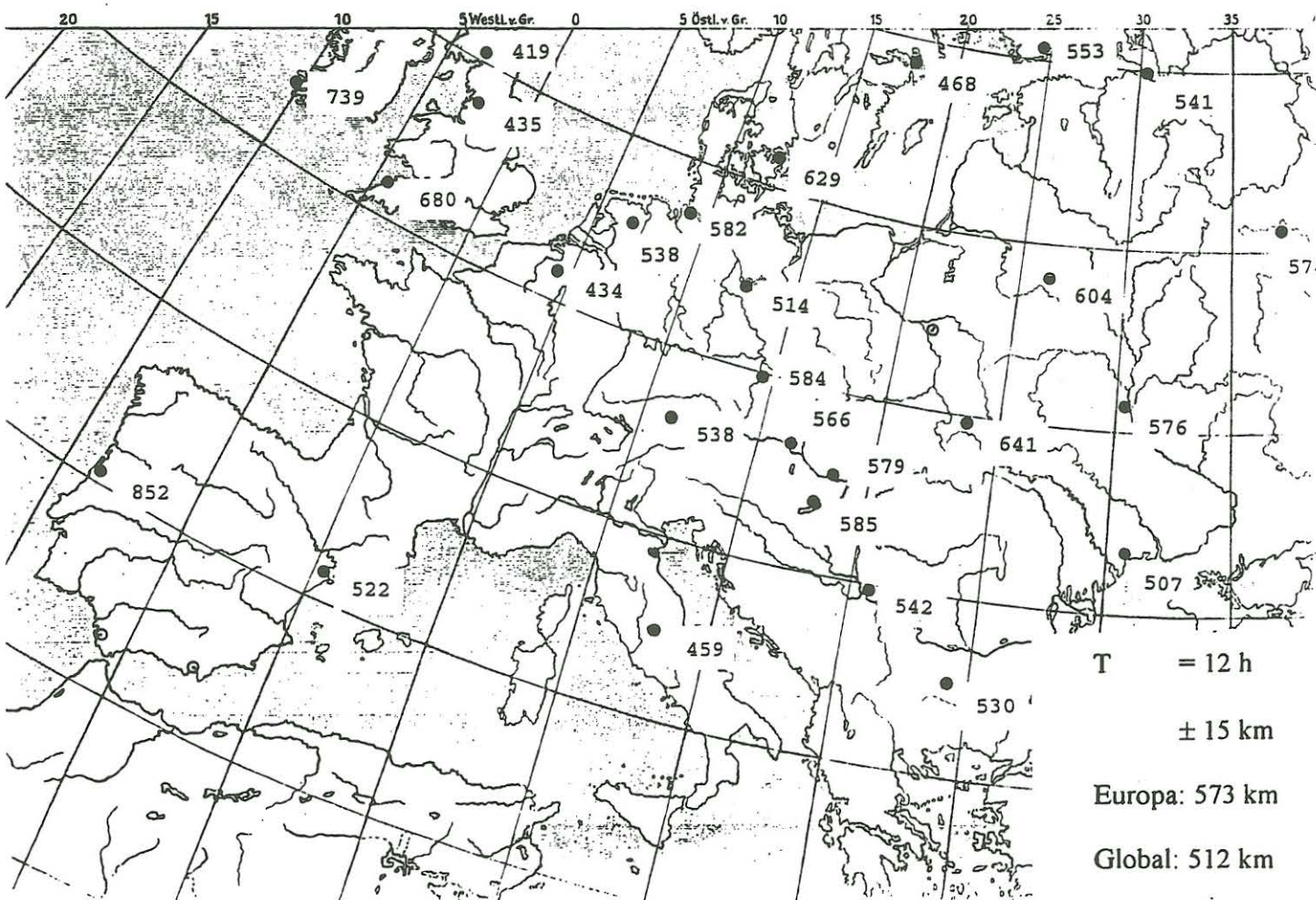
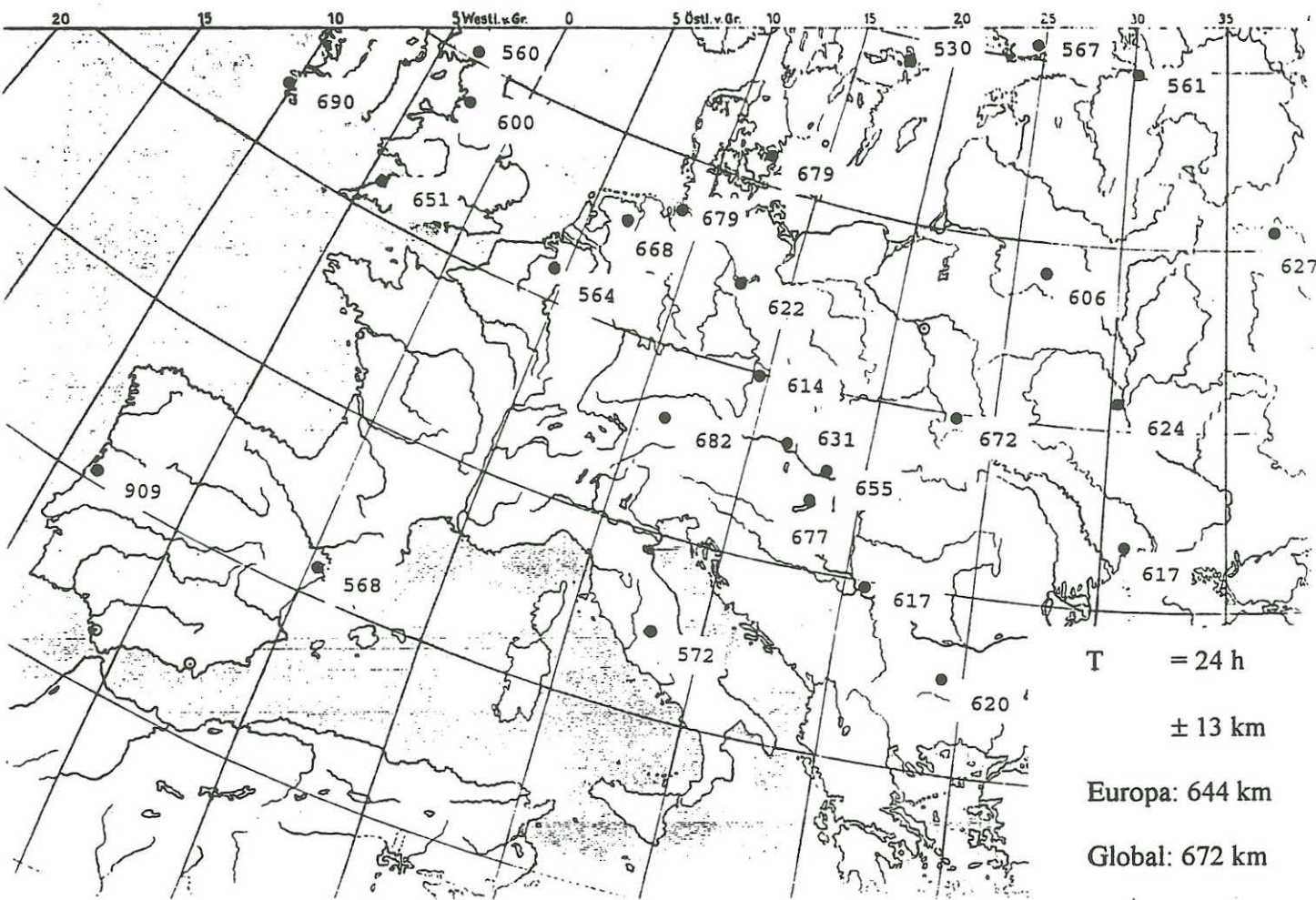


Abb. 8a: z^* -Eindringtieftiefen, in (km), für die 1. und 2. Harmonische des Tagesganges an 27 europäischen Observatorien nach dem Horizontalgradienten-Verfahren.

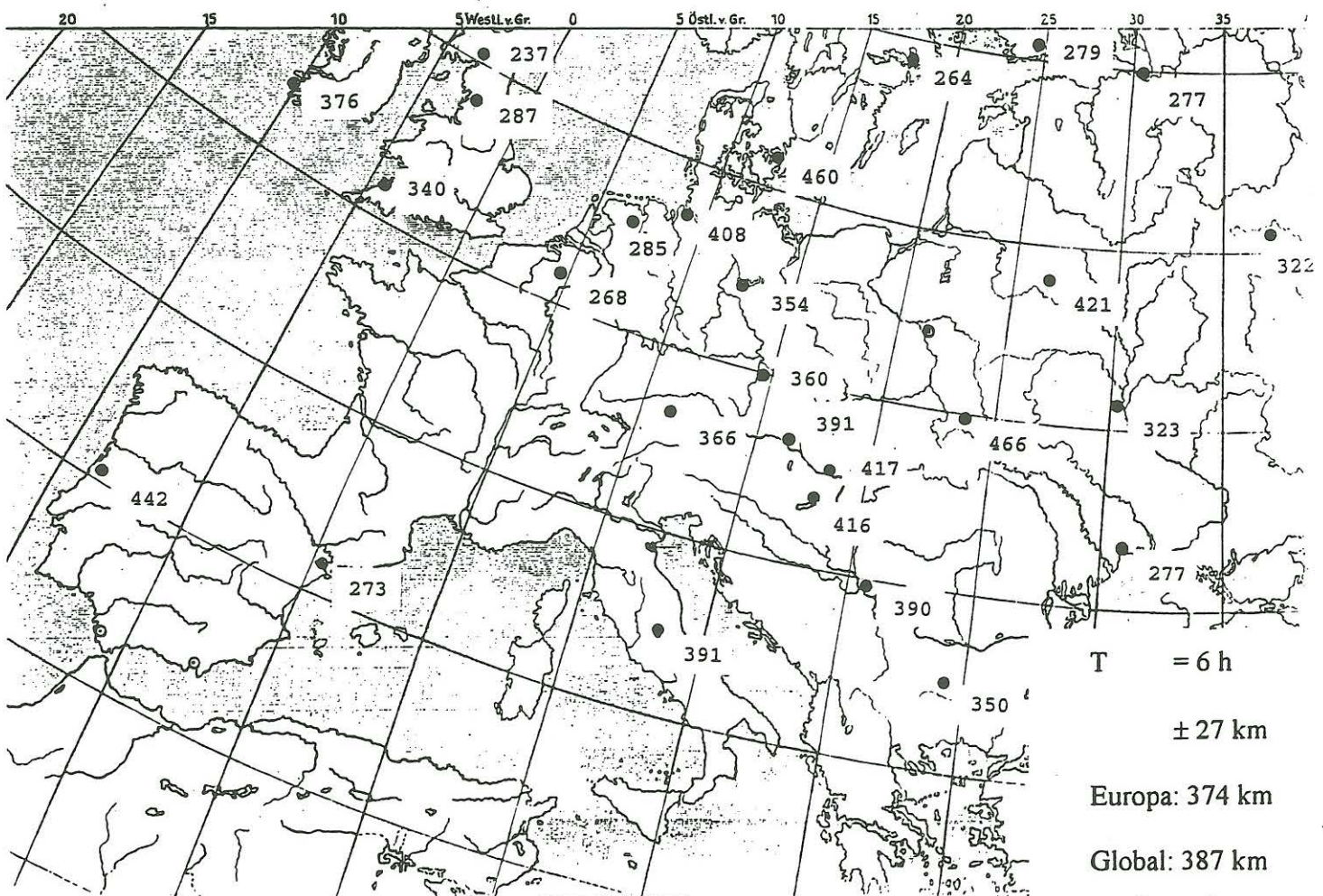
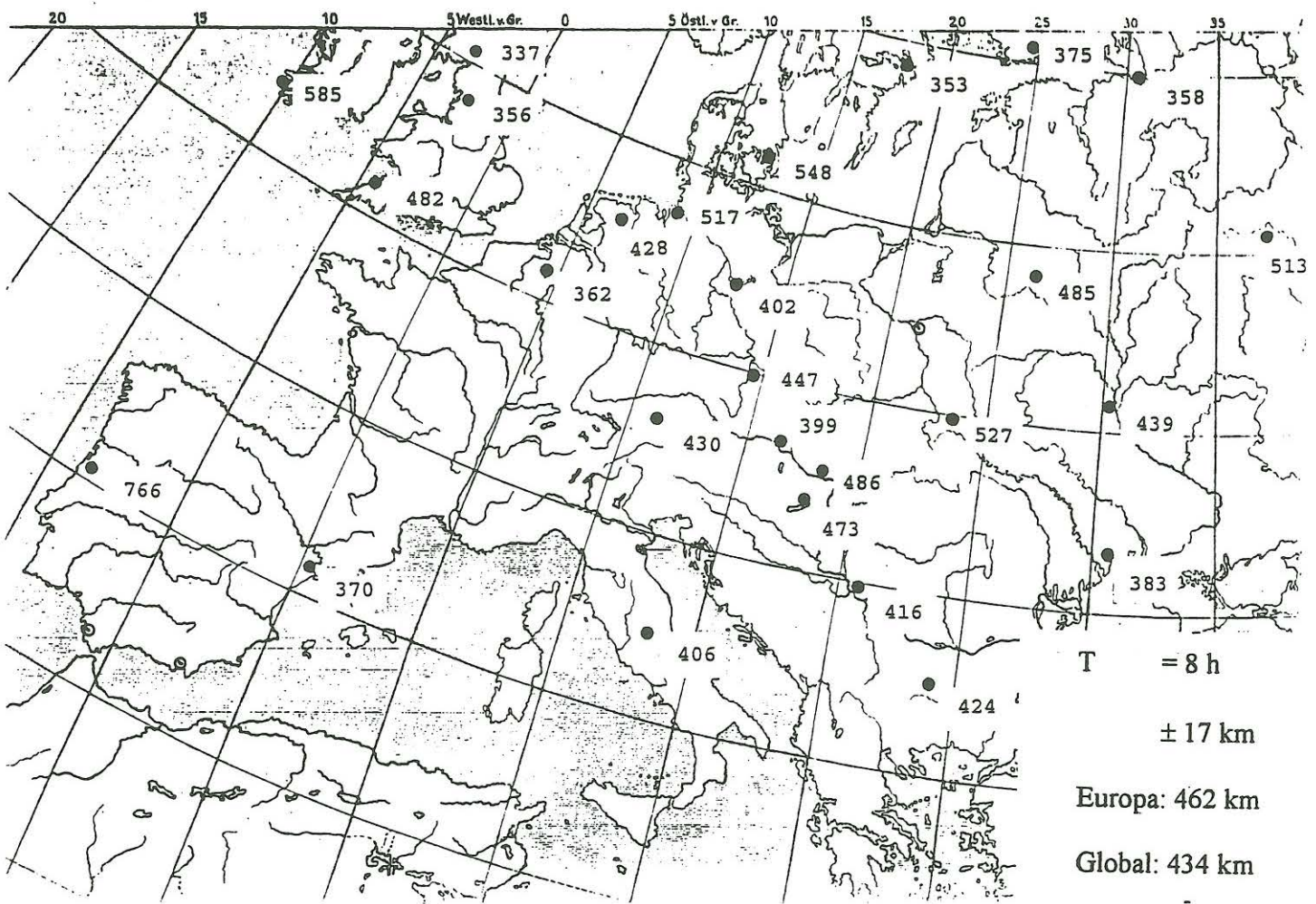


Abb. 8b: z^* -Eindringtieftiefen, in (km), für die 3. und 4. Harmonische des Tagesganges an 27 europäischen Observatorien nach dem Horizontalgradienten-Verfahren.

Das dichteste Netz von Observatorien besteht in Südosteuropa, zwischen Fürstentumbrück in Bayern und Lemberg in Galizien. Ihre z^* -Tiefen liegen insgesamt leicht über dem globalen z^* , wobei ab der zweiten Harmonischen Lemberg die deutlich größten z^* -Tiefen aufweist, mit ebenso einheitlichen Abnahmen in Richtung Kiev und Minsk. Im Norden zeigt Wingst an der Elbmündung stets größere z^* -Tiefen als die benachbarten Observatorien Witteveen in Holland und Niemegek in der Mark Brandenburg, was mit der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie zusammenhängen könnte, während von Wingst in Richtung Rude Skov bei Kopenhagen ein nochmaliger Anstieg zu beobachten ist.

Tabelle 1 enthält an erster Stelle aus 16 Observatorien abgeleitete mittlere Eindringtiefen für Europa, an zweiter Stelle global bestimmte C_n -Werte. Ausgeschlossen von der Mittelwertbildung in Europa wurden Coimbra (Portugal) und Valentia (Irland) mit den stärksten Küsteneffekten sowie Dourbes (Belgien), außerdem die jeweils vier Observatorien am nördlichen und südlichen Rand. Zur Gewinnung der Mittelwerte wurden die für jedes Observatorium bereits tageweise aufsummierten gewichteten Fourierprodukte noch einmal über alle einbezogenen Observatorien addiert. Die in Klammern angegebenen Fehler beziehen sich dabei nicht auf die resultierenden Mittelwerte selbst, sondern auf den mittleren Fehler der Einzelbestimmungen innerhalb des Stationsnetzes. Bis zur dritten Harmonischen liegen sie unterhalb von 20 km, bei leicht abnehmenden quadratischen Kohärenzen, die aber größer als 0.9 bleiben. Beim Übergang zur vierten Harmonischen erfolgt dann ein Abbruch auf 0.716 mit einer entsprechenden Erhöhung der Fehler auf im Mittel fast 30 km.

Beachtenswert ist die geringe Selektierung der Daten im $Z:H_{\text{grad}}$ -Verfahren. Bei der ersten Harmonischen werden effektiv 90 Tage von insgesamt 123 Tagen einbezogen, bei der vierten Harmonischen 112 Tage. In der globalen Analyse findet praktisch keine Selektierung statt, da bereits beim ersten Durchlauf die Residuen der Ausgleichsrechnung nahezu normal verteilt sind. Die erzielten Kohärenzen liegen etwas höher als bei den europäischen Bestimmungen, ein Abbruch bei der vierten Harmonischen ist gleichfalls vorhanden, aber weniger stark ausgeprägt.

Grundlegende Unterschiede zwischen den europäischen und den globalen Eindringtiefen sind nicht erkennbar. Für die zweite und dritte Harmonische sind die europäischen z^* -Tiefen größer als die globalen, bei der ersten und vierten ist es aber umgekehrt. Für den Imaginärteil ergeben sich in Europa betragsmäßig systematisch kleinere Werte, wie das in der Tendenz auch schon in Abb. 4 sichtbar war, indem die Mehrzahl der $\rho^* - z^*$ Wertepaare links von den globalen gelegen sind. Eine Ausnahme bildet lediglich die erste Harmonische, doch es wurde schon vermutet, daß der global bestimmte (negative) Imaginärteil unterschätzt worden ist.

Bei den Modellwerten in Tabelle 1 ist beachtet worden, daß das lokale $Z:H_{\text{grad}}$ -Verfahren Schätzungen für die "zero-wave-number response" C_0 liefert, das globale Potentialverfahren jedoch die sphärische C_n -Respons. Das Modell ist auf diese globalen Werte abgestimmt, würde aber auch zu den europäischen Ergebnissen passen, wenn man den spez. Widerstand bis 500 km Tiefe von 70 Ωm auf 50 Ωm verringert.

Tabelle 2 soll anhand der gleichen Observatoriumsauswahl zeigen, in welcher Weise die Wahl des Polynomansatzes das Ergebnis beeinflusst. Polynomen mit $M = 2$ oder 3 Koeffizienten beschränken sich auf eine Wiedergabe der Breitenabhängigkeit von H . Bei der Bildung des Horizontalgradienten wird die Ostwestableitung der D-Harmonischen allein aus der Ortszeitabhängigkeit des Tagesganges abgeleitet. Man erhält Schätzungen mit den niedrigsten Kohärenzen, die bereits ab der zweiten Harmonischen unter 0.9 absinken. Ganz offensichtlich ist die Einbeziehung von D in die Polynomdarstellungen ein Gewinn, wobei der Übergang von linearen zu quadratischen Polynomen in H und D eine nochmalige Steigerung der Kohärenzen bewirkt.

Tabelle 1 Eindringtiefen C für die Harmonischen des Tagesganges

1. Mittlere C_0 -Werte nach dem Z:H_{grad}-Verfahren für 16 europäische Observatorien mit $M = 7$ Polynomkoeffizienten (s. Text).
2. Globale C_n -Werte nach dem I:E-Potentialverfahren (Schmucker, 1999; Table 8)
3. C-Werte für ebenes (C_0) und sphärisches (C_n) 3-schichtiges Erdmodell (s. Abb. 1).

Analyse von $N = 123$ Tagen 1964 - 65; $N^* \leq N$: Mittlere Summe der Gewichte.

1. Harmonische T = 24 h n = 2	1.	644 - 195 i (13) km	coh ² = 0.971 0.988	N* = 90 122
	2.	673 - 146 i (11)		
	3. $C_0 =$	672 - 234 i		
	$C_n =$	660 - 219 i		
2. Harmonische T = 12 h n = 3	1.	573 - 217 i (15) km	coh ² = 0.951 0.984	N* = 93 120
	2.	512 - 264 i (10)		
	3. $C_0 =$	536 - 287 i		
	$C_n =$	528 - 262 i		
3. Harmonische T = 8 h n = 4	1.	462 - 216 i (17) km	coh ² = 0.903 0.963	N* = 107 123
	2.	434 - 246 i (12)		
	3. $C_0 =$	436 - 292 i		
	$C_n =$	434 - 262 i		
4. Harmonische T = 6 h n = 5	1.	374 - 190 i (27) km	coh ² = 0.716 0.888	N* = 112 118
	2.	387 - 260 i (18)		
	3. $C_0 =$	367 - 279 i		
	$C_n =$	371 - 247 i		

Tabelle 2: Eindringtiefen C_0 der Harmonischen des Tagesganges nach dem Horizontalgradienten-Verfahren. Mittlere C-Werte für 16 europäische Observatorien (s. Text).

M: Zahl der Koeffizienten in den Polynomansätzen
M = 2, 3: Lineare und quadratische Polynome für H
M = 5: Lineare Polynome gemeinsam für H und D
M = 7, 9: Reduzierte und vollständige quadratische Polynome gemeinsam für H und D

1. Harmonische T = 24 h	M = 2	$C_0 =$ 585 - 222 i (25) km	coh ² = 0.907
	3	650 - 241 i (25)	0.917
	5	572 - 166 i (21)	0.923
	7	644 - 195 i (13)	0.971
	9	635 - 180 i (17)	0.954
2. Harmonische T = 12 h	M = 2	$C_0 =$ 446 - 225 i (21) km	coh ² = 0.884
	3	493 - 237 i (22)	0.896
	5	492 - 200 i (19)	0.912
	7	573 - 217 i (15)	0.951
	9	534 - 217 i (16)	0.942
3. Harmonische T = 8 h	M = 2	$C_0 =$ 342 - 206 i (20) km	coh ² = 0.820
	3	378 - 210 i (21)	0.821
	5	406 - 193 i (20)	0.847
	7	462 - 216 i (17)	0.903
	9	443 - 197 i (19)	0.876
4. Harmonische T = 6 h	M = 2	$C_0 =$ 262 - 151 i (27) km	coh ² = 0.562
	3	276 - 149 i (28)	0.563
	5	336 - 171 i (30)	0.626
	7	374 - 190 i (27)	0.716
	9	342 - 177 i (28)	0.665

Mit dem vollständigen quadratischen Polynom lassen sich zwar die besten Polynom Anpassungen erzielen, doch wird ohne Regularisierung die Stabilität mit neun zu bestimmenden Koeffizienten kritisch, so daß die reduzierten quadratischen Polynome zu den besten Ergebnissen i.S. maximaler Kohärenzen und minimaler Streuungen von Ort zu Ort führen. Die Schätzwerte selbst sind untereinander im wesentlichen konsistent. Es scheint aber so, als ob quadratische Polynome die Schätzungen im Realteil und (negativen) Imaginärteil systematisch vergrößern.

Um festzustellen, in welchem Maße die spezielle Auswahl ruhiger Q*-Tage das Ergebnis beeinflusst, wurden in eine zweite Analyse auch die mäßig gestörten Tage einbezogen. Läßt man so nur die fünf am stärksten gestörten D-Tage in jedem Monat fort, so verbleiben für 1964 - 65 insgesamt $N = 611$ Tage. Man erhält für das gleiche europäische Stationsnetz dann folgende mittlere Eindringtiefen:

T = 24 h	$C_0 = 651 - 186 i$	(7) km	$\text{coh}^2 = 0.955$	$N^* = 468$
12 h	557 - 221 i	(8)	0.934	508
8 h	450 - 191 i	(10)	0.838	533
6 h	309 - 132 i	(15)	0.520	527

Ein Vergleich mit den Eintragungen in Tabelle 2 für $M = 7$ zeigt, daß der fünffach erweiterte Datensatz innerhalb der Fehlergrenzen zu dem gleichen Ergebnis führt. Der stärker verminderte Schätzwert für $T = 6h$ unterliegt vermutlich einem größeren bias-Fehler als Folge der von 0.716 auf 0.520 abgesunkenen Kohärenz. Insgesamt bewirkt die Einbeziehung komplizierterer Feldstrukturen bei magnetischer Aktivität erwartungsgemäß eine allgemeine Verminderung der Kohärenzen, was aber bei den Fehlerbestimmungen durch die größere Datenmenge mehr als aufgewogen wird. Allerdings wird die Streubreite innerhalb des Stationsnetzes größer, was eine Beschränkung auf ruhige Tage letztlich rechtfertigt. Diese Zusatzanalyse zeigt aber, daß man gegebenenfalls auch mit simultanen Registrierzeiten von fünf Monaten auskäme, um über einen vergleichbaren Datensatz von rund 120 ruhigen und mäßig gestörten Tagen verfügen zu können.

Schließlich ist noch die Rückwirkung des vorgegebenen Erdmodells zu bedenken, die bei der Verwendung reduzierter quadratischer Polynome auftreten könnte. Ersetzt man die bisher verwendeten C_0 -Werte des 3-schichtigen Erdmodells in Abb. 1 (a) durch C_0 für einen homogenen Halbraum von 60 Ωm (b) oder durch $C_0 = 600$ km für einen idealen Leiter in 600 km Tiefe (c), so erhält man im Falle von Fürstfeldbruck folgende Ergebnisse

	a	b	c
T = 24 h	682 - 229 i (12)	687 - 241 i (13)	684 - 220 i (13)
12 h	540 - 274 i (12)	543 - 280 i (12)	534 - 257 i (12)
8 h	432 - 249 i (14)	436 - 258 i (15)	428 - 231 i (14)
6 h	369 - 236 i (23)	371 - 249 i (23)	367 - 212 i (22)

Eine systematische Rückwirkung ist zwar erkennbar, beschränkt sich aber im wesentlichen auf die Imaginärteile. Diese werden im Betrag erwartungsgemäß entweder angehoben (b) oder abgesenkt (c). - Einflüsse, die mit Korrekturen für höhere Ableitungen zusammenhängen oder mit der Wahl des Bezugspunktes, werden in zwei Anhängen gesondert behandelt.

7. Methodenvergleich

Am Beispiel des Observatoriums Fürstenfeldbrucks soll abschließend untersucht werden, ob die spezielle Wahl des Sondierungsverfahrens das Ergebnis systematisch beeinflusst. Alle in Tabelle 3 zusammengestellten C-Werte beruhen auf einem gleichbleibenden Satz von Z-Harmonischen. Bei den Z:D-Verfahren kommen ausschließlich die D-Harmonischen am gleichen Ort hinzu, bei den Z:Y und Z:H_{grad}-Verfahren D- und H-Harmonische in einem globalen oder regionalen Netz.

Insgesamt ergeben sich mit allen Verfahren in der Grundtendenz gleichbleibende Ergebnisse, mit abnehmenden z*-Tiefen beim Übergang zu höheren Harmonischen und mit fast gleichbleibenden Imaginärteilen, die bei den mittleren Harmonischen ein schwach ausgeprägtes Minimum durchlaufen. Doch es gibt Unterschiede, die außerhalb der statistischen Fehlerbereiche liegen. So liefern die Z:D-Verfahren bis zur 3. Harmonischen zu große (negative) Imaginärteile, eine seit den ersten Anwendungen des Verfahrens bekannte Erscheinung (s. Schmucker, 1970; Abb. 10). Ebenso auffallend sind die vergleichsweise großen z*-Tiefen nach dem Z:H_{grad}-Verfahren, hierin aber den global bestimmten z*-Tiefen am nächsten kömmdend (s. Tabelle 1).

Die zum Vergleich angegebenen C-Werte von Olsen (1998) scheinen besser zu denjenigen nach dem Z:H_{grad}-Verfahren zu passen als nach dem verwendeten Z:Y (uni)-Verfahren, wie man erwarten sollte. Nur der Realteil von C für die erste Harmonische dürfte in Olsen's Analyse stark unterschätzt worden sein.

Tabelle 3: Eindringtiefen C der Harmonischen des Tagesganges für das Observatorium "Fürstenfeldbruck"; Analyse von 123 Tagen nach unterschiedlichen Verfahren.
 [NO]: Analyse von 1650 Tagen nach dem univariaten Z:Y-Verfahren (Olsen, 1998; Table 2, nach Entfernung der bias-Korrektur).
 N*: Summe der Gewichte

1. Harmonische T = 24 h	Z:D	580 - 330 i (26) km	coh ² = 0.922	N* = 64
	D(Y _n)	675 - 337 i (25)	0.950	54
	Y(uni)	751 - 225 i (20)	0.961	70
	[NO]	560 - 255 i (7)	0.94]	
	Y(bi)	726 - 245 i (26)	0.989	32
	H _{grad}	682 - 229 i (12)	0.980	82
2. Harmonische T = 12 h	Z:D	461 - 340 i (26)	coh ² = 0.856	64
	D(Y _n)	414 - 354 i (24)	0.890	76
	Y(uni)	457 - 355 i (21)	0.914	85
	[NO]	466 - 219 i (6)	0.92]	
	Y(bi)	433 - 310 i (31)	0.982	23
	H _{grad}	540 - 274 i (12)	0.969	98
3. Harmonische T = 8 h	Z:D	375 - 311 i (27)	coh ² = 0.774	107
	D(Y _n)	345 - 252 i (21)	0.815	105
	Y(uni)	359 - 319 i (20)	0.860	106
	[NO]	412 - 218 i (6)	0.86]	
	Y(bi)	322 - 263 i (37)	0.939	46
	H _{grad}	432 - 249 i (14)	0.928	106
4. Harmonische T = 6 h	Z:D	338 - 225 i (35)	coh ² = 0.572	116
	D(Y _n)	287 - 179 i (27)	0.615	114
	Y(uni)	294 - 279 i (31)	0.641	114
	[NO]	346 - 202 i (6)	0.71]	
	Y(bi)	405 - 316 i (80)	0.813	80
	H _{grad}	369 - 236 i (23)	0.791	115

Bezüglich der univariaten Kohärenzen enthalten alle Harmonischen den gleichen Trend, indem das einfache Z:D-Verfahren die jeweils niedrigste Kohärenz aufweist und das Z:H_{grad}-Verfahren die jeweils höchste Kohärenz. Sie wird nur noch übertroffen von der bivariaten Kohärenz für das Z:Y (bi)-Verfahren, was den bivariaten Ansatz nach Gl. (18) als sinnvoll erweist. Doch ergeben sich für dieses Verfahren die weitaus größten Fehler. Außerdem ist der hohe Grad der Selektierung bedenklich, wenn etwa bei der zweiten Harmonischen von N = 123 verfügbaren Tagen effektiv nur N* = 23 einbezogen werden. Bei allen anderen Verfahren ist die Selektierung vergleichsweise moderat, beginnend mit 60 - 80 effektiv einbezogenen Tagen für T = 24 h und endend bei 110 - 120 Tagen für T = 6 h.

8. Schlußbemerkungen

Die an 36 europäischen Observatorien beobachteten Tagesgänge der Jahre 1964 - 65 haben eine einzigartige Gelegenheit geboten, örtliche 1D-Sondierungen in fünf verschiedenen Varianten zu erproben und in ihren Vor- und Nachteilen gegeneinander abzuwägen. Dabei ist sehr deutlich geworden, daß Sondierungen nach den Z:D-Verfahren, die allein die D-Variationen am gleichen Ort verwenden, nur zu einer ersten Orientierung über die Eindringtiefen führen können.

Für genauere Bestimmungen sollten die D und H Variationen in einem Stationsnetz einbezogen werden, daß groß genug ist, um den Horizontalgradienten im favoritierten Z:H_{grad}-Verfahren sicher genug abschätzen zu können. Globale Netzwerke zur Anwendung der Z:Y-Verfahren bringen keine entscheidenden Vorteile. In ihrer univariaten Version laufen sie auf örtliche Bestimmungen des genannten Horizontalgradienten hinaus mittels einer Synthese von Kugelflächenfunktionen des Potentials. Ist ein solcher weltweiter Datensatz aber zusammenstellbar, sollte er zu vergleichenden Sondierungen nach dem Z:Y und I:E Verfahren genutzt werden, auch wenn nach den vorliegenden Erkenntnissen für Europa zwischen globalen und lokalen 1D Sondierungen nur geringfügige Unterschiede zu erwarten sind, ein Hinweis auf einheitliche Leitfähigkeitsstrukturen im Bereich der Eindringtiefen des Tagesganges. Ausgeprägte Induktionsanomalien waren nur an exponierten Observatorien nahe der Atlantikküste zu erkennen. Weniger auffallende Inlandanomalien scheint es aber zu geben.

Um möglichst einfache Quellenfeldgeometrien zu gewährleisten, beschränkten sich die Analysen auf ruhige Tage geringer Aktivität. Es wurde jedoch gezeigt, daß die Einbeziehung von Tagen mit moderater Aktivität die Ergebnisse nicht wesentlich beeinträchtigen. Noch ausstehende Untersuchungen betreffen die Analysen von alternativen Datensätzen in Jahren höherer Sonnenaktivität, sowie im Falle des Horizontalgradienten-Verfahrens, Fragen nach den Mindestanforderungen an das Stationsnetz hinsichtlich seiner Ausdehnung und seiner Stationsdichte sowie nach Verbesserungsmöglichkeiten durch Regularisierung bei der Koeffizientenbestimmung.

Literaturhinweise

- Bahr, K., 1985. Magnetotellurische Messung des elektrischen Widerstandes der Erdkruste und des oberen Mantels in Gebieten mit lokalen und regionalen Leitfähigkeitsanomalien. Diss. Univ. Göttingen.
- Chapman, S., 1919. The solar and lunar diurnal variation of the earth' magnetism. Phil. Tans. R. Soc. London A 218, 1 - 188.
- Olsen, N., 1998. The electrical conductivity of the mantle beneath Europe derived from C-responses from 3h to 720h. Geophys. J. Int. 133, 298 - 308.

- Schmucker, U., 1970. An introduction to induction anomalies. *J. Geomagn. Geoelectr.* **22**, 9 - 33, 1970.
- Schmucker, U., 1980. Induktion in geschichteten Halbräumen durch inhomogene Felder. *Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung Berlin-Lichtenrade*, 197 - 210.
- Schmucker, U., 1986. Lokale Sq Analysen mit einem verbesserten Z:H Verfahren. *Kolloquium Elektromagnetisch Tiefenforschung Lerbach (Köln)*, 53 - 61.
- Schmucker, U., 1999. A spherical harmonic analysis of solar daily variations in the years 1964 - 1965: response estimates and source fields for global induction - II. Results. *Geophys. J. Int.* **136**, 455 - 476.
- Torta, J.M. & De Santis, A.D., 1996. On the derivation of the Earth's conductivity structure by means of a spherical cap harmonic analysis. *Geophys. J. Int.* **127**, 441 - 451.

Anhang A: Korrekturen bei der Bildung des Horizontalgradienten

Die vollständige Darstellung von Z durch räumliche Ableitungen von H und D erfordert außer den im Horizontalgradienten enthaltenen ersten Ableitungen auch solche höherer Ordnung. Im Falle eines geschichteten Modells im Halbraum $z > 0$ kartesischer (x, y, z) -Koordinaten läßt sich folgender Reihenansatz angeben (Schmucker, 1980):

$$Z(\omega; x, y, 0) = I_0(\omega) \cdot \Delta_1(x, y) + \frac{1}{2!} I_2(\omega) \cdot \Delta_3(x, y) + \dots$$

mit
$$I_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega, \eta) \eta^n d\eta$$

und
$$N(\omega, \eta) = 2 \int_0^{\infty} C(\omega, k) \cos(k\eta) dk .$$

Das erste Reihenglied enthält in

$$\Delta_1 = \partial H / \partial x + \partial D / \partial y$$

erste Ableitungen, das zweite Glied in

$$\Delta_3 = \partial(\nabla^2 H) / \partial x + \partial(\nabla^2 D) / \partial y$$

mit $\nabla^2 = \partial / \partial x^2 + \partial / \partial y^2$ dritte Ableitungen. Im dritten Glied würden fünfte Ableitungen folgen, die aber vernachlässigt werden sollen. Offensichtlich ist I_0 identisch mit $C_0 = C(\omega, 0)$ und Δ_1 mit dem Horizontalgradienten in ebenen Koordinaten.

In Δ_3 werden nun gemäß Gl. (13) die zweiten Ableitungen in H und D durch erste Ableitungen in Z ersetzt, was

$$\Delta_3 = \nabla^2 Z / C_0$$

ergibt. Da es sich bei Δ_3 um eine geringfügige Korrektur handeln wird, soll $\nabla^2 Z$ mittels eines einfachen räumlich-periodischen Ansatzes $Z(x, y) \sim \exp[i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)]$ abgeschätzt werden. Mit $k = +\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ als Betrag der räumlichen Wellenzahl erhält man $\nabla^2 Z = -k^2 Z$. Das sphärische Analogon zu k^2 ist der Ausdruck $n(n+1)/R^2$ für Ansätze der Form $Z(\theta, \lambda) \sim Y_n(\theta, \lambda)$. Das zweite Reihenglied lautet jetzt

$$\frac{1}{2} I_2 \Delta_3 = -\frac{n(n+1)}{2R^2 C_0} \cdot I_2 \cdot Z ,$$

und die Darstellung von Z insgesamt bis zu diesem Glied

$$Z = C_0 \cdot \Delta_1 / (1 + \epsilon) \quad \text{mit} \quad \epsilon = \frac{n(n+1) I_2}{2R^2 C_0} .$$

Im Falle der p -ten Harmonischen des Tagesganges wird $n = p + 1$ eingesetzt, während I_2 numerisch aus $C(\omega, k)$ für ein vorgegebenes Erdmodell zu berechnen ist. Wählt man vereinfachend einen homogenen Halbraum der Leitfähigkeit σ , so ist I_2 analytisch ableitbar (Schmucker, 1980; Gl. 34). Man erhält $I_2 = C_0^3$ mit $C_0 = C(\omega, 0) = p(\omega)/(1+i)$ und $p(\omega) = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma}$ als Skintiefe. Der Korrekturfaktor ϵ ist dann eine rein imaginäre, durch das quadratische Verhältnis von $p(\omega)$ zu $2R$ bestimmte Größe. Mit $I_2/C_0 = -ip^2/2$ ergibt sich $\epsilon = -2i(p/2R)^2 = -i \cdot 0.048$ für die erste Harmonische und $\epsilon = -i \cdot 0.060$ für die vierte, woraus sich zumindest für den Tagesgang der geringe Einfluß höherer Ableitungen auf Schätzungen von C_0 nach dem Z:H_{grad}-Verfahren ablesen läßt.

Für die erste und vierte Harmonischen erhält man im Falle von Fürstfeldbruck folgende Vergleichswerte:

	Ohne Δ_3 - Korrektur	Mit Δ_3 - Korrektur
T = 24 h	$C_0 = 690 - 202 i$ (12) km	$C_0 = 682 - 229 i$ (12) km
6 h	380 - 217 i (23)	369 - 236 i (23) km

Erwartungsgemäß werden durch die Korrekturen die (negativen) Imaginärteile um etwa 5 % erhöht mit geringeren Auswirkungen auf den Realteil.

Anhang B Zum Einfluß der Wahl des Bezugspunktes auf das Horizontalgradientenverfahren

Die Definition der Ortsvariablen (u, v) nach Gl. (8) führt zu einer prinzipiellen Schwierigkeit durch den Umstand, daß in v auch die Poldistanz θ enthalten ist. Er hat zur Folge, daß die Polynomannäherung abhängig wird von der Wahl des Bezugspunktes (θ_0, λ_0) . Auswirkungen auf das Z:H_{grad}-Verfahren sollen am Beispiel von Fürstfeldbruck für T = 12 h vorgeführt werden, wenn alternativ als Bezugspunkte die extrem randlich gelegenen Observatorien Eskaldemuir (Schottland) und Odessa (Schwarzes Meer) gewählt werden, neben Fürstfeldbruck selbst. Polynomentwicklungen mit reduzierten (M = 7) und vollständigen (M = 9) quadratischen Polynomen ergeben folgende C-Werte:

	M = 7	M = 9
Bezugspunkt ESK	$C_0 = 539 - 305 i$ (13) km	$C_0 = 545 - 270 i$ (12) km
FUR	540 - 274 i (12)	539 - 249 i (12)
ODE	515 - 229 i (12)	540 - 221 i (12)

Wie zu erwarten, sind die Auswirkungen besonders deutlich, wenn für M = 7 nicht H* und D* entwickelt werden, sondern $H^* - u^2 c_1 / 2C_0$ und $D^* - v^2 c_2 / 2C_0$ gemäß G. (15) bei Elimination der Koeffizienten a_3 und b_3 . Insgesamt sind die Imaginärteile deutlich mehr betroffen als die Realteile.

Um den Einfluß der Bezugspunktwahl zumindest abzuschwächen, werden alle Rechnungen mit einer neu definierten Ortsvariablen $v' = R(\lambda - \lambda_0) \cdot \sin \theta_m$ wiederholt, wobei θ_m eine nunmehr feste mittlere Poldistanz für das jeweilige Stationsnetz bezeichnen möge. Für das Folgende wird dies die Poldistanz $\theta_m = 41.83$ Grad von Fürstfeldbruck sein.

In den neuen Koordinaten läßt sich das Polynom in einfacher Weise für das Potential U selbst angeben. Indem für U ein Polynom dritten Grades in der Form

$$U(u, v') = -\{a_0 u + b_0 v' + \frac{1}{2} a_1 u^2 + \frac{1}{2} b_1 v'^2 + a_2 u v' + \frac{1}{3} a_3 u^3 + \frac{1}{3} b_3 v'^3 + a_4 u^2 v' + a_5 u v'^2\}$$

gewählt wird und indem man H^* und D^* in den ursprünglichen Ansätzen durch H und $D' = D \sin \theta / \sin \theta_m$ ersetzt, ergeben sich mit

$$H = -\frac{1}{R} \cdot \partial U / \partial \varphi = -\partial U / \partial u, \quad D' = -\frac{1}{R \sin \theta_m} \cdot \partial U / \partial \lambda = -\partial U / \partial v'$$

die gleichen Polynomansätze wie in Gl. (10). Die Potentialbedingung Gl. (9) ist jetzt automatisch erfüllt, während für den Horizontalgradienten in Gl. (21) ein etwas komplizierterer Ausdruck zu verwenden ist:

$$\frac{\partial(\cos \varphi \cdot H)}{\cos \varphi R \partial \varphi} + \frac{\partial D}{\cos \varphi R \partial \lambda} = \frac{\partial H}{\partial u} - \operatorname{tg} \varphi \cdot H / R + \frac{\partial D'}{\partial v'} \beta^2$$

mit $\beta = \sin \theta_m / \sin \theta$ und $\cos \varphi = \sin \theta$.

Durch einen linearen Polynomansatz für Z (nicht Z^* !) können wieder die Koeffizienten für zwei quadratische Koeffizienten eliminiert werden, wobei an die Stelle von Gl. (15) die Ausdrücke

$$2(a_3 + \beta^2 a_4) = c_1 / C_0, \quad 2(b \beta^2 + a_5) = c_2 / C_0$$

treten. Dabei ist beachtet worden, daß v' / β an die Stelle von y in kartesischen Koordinaten tritt.

Die neuen Polynomentwicklungen in u und v' führen zu den folgenden Schätzwerten für Fürstenfeldbruck und $T = 12$ h:

	M = 7	M = 9
Bezugspunkt ESK	$C_0 = 548 - 278 i (12) \text{ km}$	$C_0 = 545 - 249 i (12) \text{ km}$
FUR	539 - 270 i (13)	545 - 249 i (12)
ODE	530 - 263 i (13)	545 - 249 i (12)

Gegenüber der ersten Rechnung ist für $M = 7$ die Abhängigkeit von der Wahl des Bezugspunktes stark reduziert worden, während sie für $M = 9$ wie zu fordern, ganz verschwunden ist. Damit ist im übrigen auch gezeigt worden, daß bei vollständigen quadratischen Polynomen mit neun zu bestimmenden Koeffizienten noch keine Aufrundungsfehler in Erscheinung treten. Da sich insgesamt aber eine größere Streuung der C_0 -Schätzwerte von Observatorium zu Observatorium ergibt, sind alle Rechnungen mit Polynomen in den ursprünglichen Ortsvariablen (u, v) durchgeführt worden. Bezugspunkt ist stets das Observatorium Fürstenfeldbruck.

Auch mit den modifizierten Ortsvariablen (u, v') bleibt naturgemäß eine leichte Abhängigkeit von der Festlegung der Poldistanz θ_m . Wiederum am Beispiel der zweiten Harmonischen für Fürstenfeldbruck soll auch diese Abhängigkeit noch dargestellt werden, und zwar ausschließlich für Polynomanspassungen mit vollständigen quadratischen Polynomen:

$\vartheta_m = 30^\circ$	$C_0 = 553 - 240 i (13),$
60°	556 - 254 i (12),
90°	542 - 256 i (13).