

Abstrahlcharakteristiken von Bodenradar-Antennen

Andreas Jung, Carsten Aulbert

Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig

1 Einleitung

Seit etwa einem Jahrhundert beschäftigen sich Wissenschaftler und Techniker mit der Anwendung von elektromagnetischen Wellen zur Raumerkundung. Die ersten entwickelten Apparate sollten metallische Gegenstände – wie z.B. Schiffe (siehe Abbildung 1.1) – in größeren Entfernungen sichtbar machen.

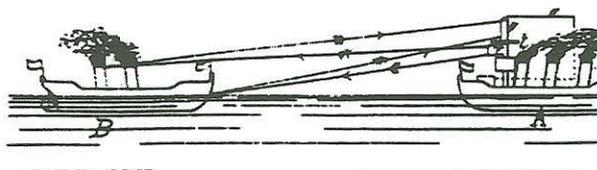


Abbildung 1.1: Fig.1 der Patentschrift 165546 zeigt die Anwendung der Apparatur auf einem Dampfer, welches ein fremdes Schiff drahtlos sichtbar macht (Hülsmeier [1904]).

Doch kurze Zeit später erkannte man auch die Möglichkeiten der unterirdischen Raumerkundung. Schon 1910 wurde von Leimbach und Löwy in einem Patent ein elektromagnetisches Sondierungsverfahren zur Erkundung des Erdinneren vorgeschlagen. Erste Ideen reichten von in Bohrlöchern versenkten Antennen (Abbildung 1.2) bis hin zur Durchstrahlung von ganzen Halbinseln.

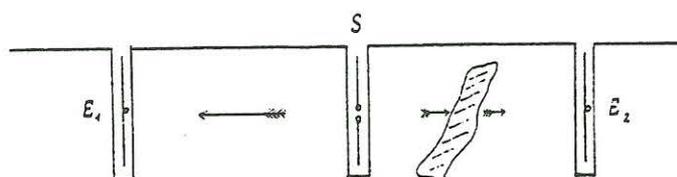


Abbildung 1.2: Patentschrift 237944 von Leimbach und Löwy [1910] – In Bohrlöchern versenkte Sender- und Empfangsantennen zum Detektieren von Strukturen im Untergrund

Im Laufe der Jahre entwickelte sich diese Technik weiter und wurde nicht nur bei bodengestützten Messungen angewandt, sondern auch auf Flugzeugen und bei Satellitenmissionen eingesetzt, um Strukturen in bis zu 3 km Tiefe zu vermessen. Heutzutage ist die Technik unter den Stichwörtern Bodenradar, Georadar, Ground Penetrating Radar (GPR) oder auch als Elektro-Magnetisches-Reflexionsverfahren (EMR) bekannt.

Bis vor einigen Jahren wurden beim Bodenradar ausschließlich die Einsatzzeiten analysiert, jedoch gehen in letzter Zeit die Bestrebungen zu einer detaillierten Wellenformanalyse. Hierfür ist aber eine genaue Kenntnis über die Energieverteilung im Nahfeld und die Veränderung der Wellenform in hochleitfähigen Medien unabdingbar. Die in Annan [1973], Tsang und Kong [1973], Engheta und Papas [1982], Smith [1984] und Arcone [1995] präsentierte asymptotischen Lösungen sind reine Fernfeldlösungen und können somit nur in geringem Umfang zur Analyse heran gezogen werden.

Die Lösung des Problems liegt in der numerischen Integration der Feldgleichungen. In den folgenden Abschnitten sollen zunächst das theoretische Modell präsentiert und die grundlegenden Feldgleichungen angegeben werden. Weiter soll die numerische Integration und die Lösung für pulsformige Anregungen besprochen werden. Abschließend sollen modellhaft die Abstrahlcharakteristiken für verschiedene Gegebenheiten berechnet werden.

Anmerkung: Am Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig sind zwischen März 1999 und April 2000 zwei Diplomarbeiten entstanden, die sich mit den Effekten der elektromagnetischen Wellenausbreitung beschäftigen (Aulbert [2000], Jung [2000]).

2 Modell

Ein typischer Messaufbau ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Sender- und Empfangsantenne liegen meist direkt auf dem Boden auf. Aus den Fernfeldlösungen ist bekannt, daß die meiste Energie in den Untergrund abgestrahlt wird, jedoch können auch Reflektionen an oberirdischen Objekten auftreten und somit die Messungen verfälschen – dies soll im Modell berücksichtigt werden.

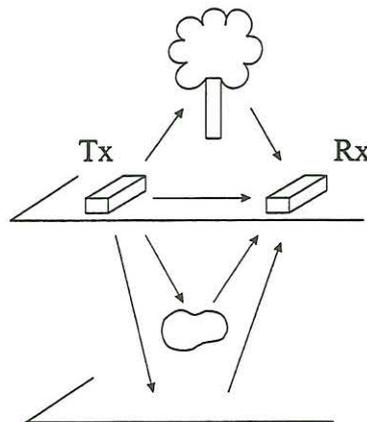


Abbildung 2.1: Typischer Messaufbau mit Strahlenwegen bei einer Bodenradarmessung

Als Ausgangsmodell (Abbildung 2.2) für die Berechnungen wird daher ein homogener Halbraum ($z < 0$) angenommen, in dem ein horizontal in x -Richtung oszillierender elektrischer Dipol bei $\underline{r} = (0, 0, z_0)$ liegt. An der Halbraumebene bei $z = 0$ schließt sich ein geschichteter Halbraum ($z > 0$) an, in dem die homogenen Schichten durch $(x-y)$ -Ebenen, die parallel zur Halbraumebene verlaufen, voneinander getrennt sind. Somit ist die Dielektrizitätskonstante

ε und die Leitfähigkeit σ nur z -abhängig.

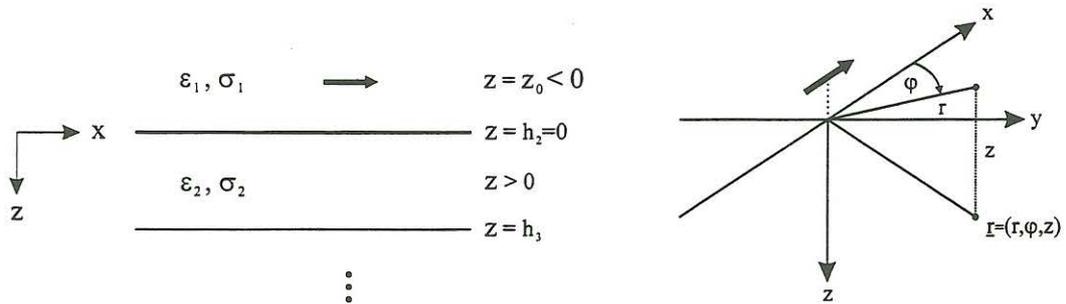


Abbildung 2.2: Einführung von Zylinderkoordinaten für das Modell eines horizontalen elektrischen Dipols über einem geschichteten Halbraum

3 Theorie

Zur Vereinfachung der Rechnungen sollen im folgenden ein harmonischer Zeitansatz mit dem Zeitfaktor $e^{-i\omega t}$ verwendet werden, womit sich die Felder wie folgt darstellen lassen: $\underline{E} = \text{Re}(\underline{E}_0 e^{-i\omega t})$. Außerdem werden nur Materialien betrachtet, die keine magnetischen Eigenschaften besitzen d.h. $\mu_r = 1$ bzw. $\mu(z) = \mu_0$.

Zur Herleitung der Grundgleichungen werden lediglich die Rotationsgleichungen der Maxwell'schen Gleichungen benötigt

$$\begin{aligned} \nabla \times \underline{H} &= \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} + \underline{j}, & \text{mit} & & \underline{D} &= \varepsilon \underline{E}, & \varepsilon &= \varepsilon_0 \varepsilon_r, \\ \nabla \times \underline{E} &= -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} & & & \underline{B} &= \mu \underline{H}, & \mu &= \mu_0. \end{aligned}$$

Der Strom \underline{j} wird aus dem Leitungsstrom und einem Dipol bei $\underline{r} = \underline{r}_0$ zusammengesetzt:

$$\underline{j} = \sigma \underline{E} + Il \delta(\underline{r} - \underline{r}_0) \hat{x}$$

mit I : eingespeister Strom, l : Dipollänge, \hat{x} : Einheitsvektor in x -Richtung. Durch Elimination von \underline{H} erhält man somit die erste Grundgleichung für das elektrische Feld:

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \underline{E} &= k^2 \underline{E} + i\omega \mu_0 Il \delta(\underline{r} - \underline{r}_0) \hat{x} \\ \text{mit } k^2(z) &:= \omega^2 \mu_0 \varepsilon(z) + i\omega \mu_0 \sigma(z). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Für den Fall des homogenen Vollraums lassen sich die elektromagnetischen Felder durch einen einkomponentigen Hertz-Vektor darstellen (Sommerfeld [1909] und Sommerfeld [1947]). Geht man jedoch von einem homogenen Vollraum zu einem in z -Richtung geschichteten Medium über, so erweist es sich als günstig, anstelle von einem *zwei* komponentigen Hertz-Vektor die Debye-Potentiale Φ und Ψ zu verwenden, da diese nur über die Quelle gekoppelt sind. Für das elektrische Feld ergibt sich somit innerhalb homogener Schichten:

$$\underline{E} = \nabla \times \nabla \times (\hat{z} \Phi) + \nabla \times (\hat{z} \Psi). \quad (3.2)$$

Für einen homogenen Halbraum ($z > 0$ bzw. $z < 0$) erhält man dann beispielsweise für die x -Komponente des elektrischen Feldes (Jung [2000]):

(i) $z < 0$:

$$\begin{aligned}
 E_x = & \frac{C}{k_1^2} \frac{e^{ik_1 d}}{d^5} \{k_1^2 d^4 + ik_1 d^3 - (1 + k_1^2 x^2) d^2 - 3ik_1 x^2 d + 3x^2\} \\
 & + \frac{C}{2k_1^2} \int_0^\infty [J_0(\lambda r) - J_2(\lambda r) \cos 2\varphi] \alpha_1 \lambda R_\Phi e^{\alpha_1(z+z_0)} d\lambda \\
 & + \frac{C}{2} \int_0^\infty [J_0(\lambda r) + J_2(\lambda r) \cos 2\varphi] \frac{\lambda}{\alpha_1} R_\Psi e^{\alpha_1(z+z_0)} d\lambda
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

mit

$$\begin{aligned}
 d := |r - r_0| &= \sqrt{r^2 + (z - z_0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}, \\
 C := \frac{i\omega\mu_0 Il}{4\pi}, \quad \alpha^2 := \lambda^2 - k^2, \quad R_\Phi &= \frac{\alpha_1 k_2^2 - \alpha_2 k_1^2}{\alpha_1 k_2^2 + \alpha_2 k_1^2} \quad \text{und} \quad R_\Psi = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}
 \end{aligned}$$

(ii) $z > 0$:

$$\begin{aligned}
 E_x = & -\frac{C}{2k_1^2} \int_0^\infty [J_0(\lambda r) - J_2(\lambda r) \cos 2\varphi] \alpha_2 \lambda T_\Phi e^{\alpha_1 z_0 - \alpha_2 z} d\lambda \\
 & + \frac{C}{2} \int_0^\infty [J_0(\lambda r) + J_2(\lambda r) \cos 2\varphi] \frac{\lambda}{\alpha_1} T_\Psi e^{\alpha_1 z_0 - \alpha_2 z} d\lambda
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

mit

$$T_\Phi = \frac{2\alpha_1 k_1^2}{\alpha_1 k_2^2 + \alpha_2 k_1^2} \quad \text{und} \quad T_\Psi = \frac{2\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Betrachten wir zunächst E_x nur für $z < 0$ (Formel (3.3)), so läßt sich der erste Summand als Vollraumfeld des elektrischen Dipols identifizieren. Der zweite und dritte Summand beschreiben jeweils die Reflektionen an der Grenzfläche, die durch die Koeffizienten R_Φ und R_Ψ bestimmt werden. Für $z > 0$ lassen sich in Formel (3.4) entsprechend T_Φ und T_Ψ als Koeffizienten für die Transmission des elektrischen Feldes durch die Grenzfläche identifizieren.

Betrachtet man die Integrale genauer, so wird ersichtlich, daß diese sich nicht für beliebiges z und r geschlossen darstellen lassen, sondern viel mehr nur numerisch gelöst werden können. Verwendet wurde daher zur Lösung ein adaptives Simpsonverfahren, wie es in McKeeman [1962] vorgestellt worden ist.

Um zusätzlich die pulsförmige Anregung, die Ausdehnung der Dipolantenne sowie die Widerstandsbedämpfung zu berücksichtigen, wurde das zeitliche Signal mit Hilfe einer Fourier-Reihe

- wie in Arcone [1995] und Jung [2000] dargestellt - berechnet:

$$E_x^{(n,m)}(t) = \sum_{j=-n}^n \underbrace{c_j \cdot e^{-ij\omega t}}_{\text{Pulsform}} \cdot \sum_{l=1}^m \underbrace{I(l) \cdot e^{ikr}}_{\text{Stromverteilung der Dipole}} \cdot E_x^{(l)}(j\omega), \quad (3.5)$$

wobei n die Anzahl der Frequenzen, m die Anzahl der Dipole, $I(l)$ den Strom am Dipol l , $E_x^{(l)}(j\omega)$ die Feldstärke E_x am Dipol l für die Frequenz $j\omega$ und $k = \omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0$ die Wellenzahl des Materials der Antenne angibt.

4 Abstrahlcharakteristiken

Mit Hilfe von Abstrahlcharakteristiken können Aussagen über die Energieverteilung der elektromagnetischen Felder in der Umgebung einer Antenne gemacht werden. Grundlegend hierfür ist die Darstellung der Ergebnisse in Polardiagrammen. Wie in Abbildung 4.1 dargestellt werden zuerst sphärische Koordinaten eingeführt. Bei der Darstellung wird dann meist der Abstand r von der Antenne und die Orientierung der Messebene mit Hilfe eines Winkels φ fest vorgegeben.

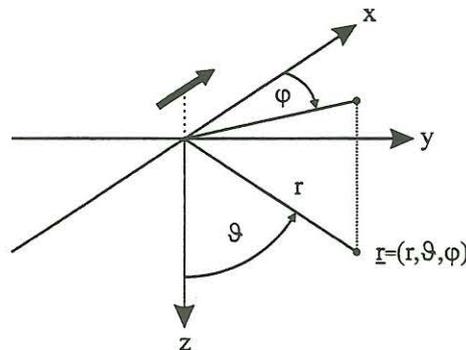


Abbildung 4.1: Einführung von sphärischen Koordinaten für einen horizontalen elektrischen Dipol über einem homogenen Halbraum

In den folgenden Polardiagrammen werden jeweils nur die Messebenen $\varphi = 0^\circ$ (in der Ebene des Dipols) bzw. $\varphi = 90^\circ$ (senkrecht zum Dipol) dargestellt. Ausserdem wurde eine lineare Darstellung des Effektivwertes (RMS - Root Mean Square) normiert auf die Vollraumlösungen der Felder gewählt.

Nah- und Fernfeld

Zuerst sollen die Unterschiede zwischen Nah- und Fernfeld verdeutlicht werden. Mit Hilfe der asymptotischen Lösungen waren bereits in den 70er Jahren Abstrahlcharakteristiken von Dipolantennen in Halbräumen bekannt, jedoch waren diese nur für das Fernfeld gültig. Annan et al. [1975] erkannten aber bereits in seinen experimentellen Messungen, daß sich sehr wohl die Abstrahlcharakteristiken verändern, falls man sich dem Dipol nähert und somit in den Bereich zwischen Nah- und Fernfeld eintritt.

Mit Hilfe von numerischen Berechnungen sollen nun die Veränderungen der Abstrahlcharakteristik verdeutlicht werden. Der elektrische Dipol wird dabei in die Grenzfläche zwischen zwei Halbräumen (Vakuum und Ackerboden mit $\epsilon_r=4.9$ und $\sigma=0$) plaziert. Die angegebenen Abstände sind jeweils in Wellenlängen im unteren Halbraum.

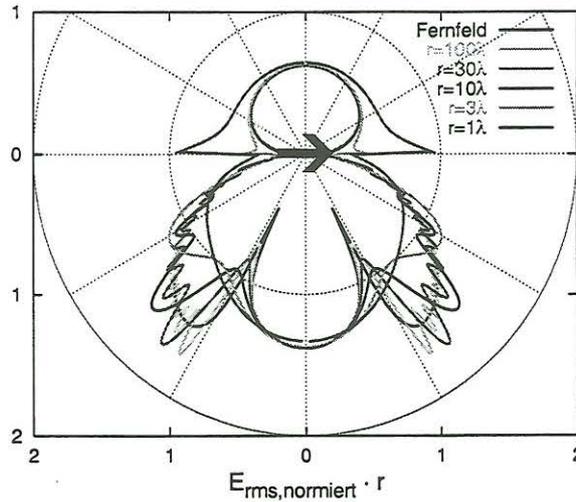


Abbildung 4.2: $\varphi=0^\circ$: Abstrahlcharakteristiken im Halbraum bei unterschiedlichen Entfernungen ($\epsilon_{r,1}=1$, $\epsilon_{r,2}=4.9$, $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0$, λ : Wellenlänge im unteren Halbraum)

Sowohl für $\varphi = 0^\circ$ (Abbildung 4.2) als auch für $\varphi = 90^\circ$ (Abbildung 4.3) sind deutliche Änderungen der Abstrahlcharakteristik im Nahfeldes gegenüber dem Fernfeld erkennbar. Speziell die ausgeprägten Maxima im unteren Halbraum treten im Nahfeld noch nicht so deutlich hervor, dagegen zeigen sich nur geringe Veränderungen der Abstrahlcharakteristiken im oberen Halbraum (Vakuum).

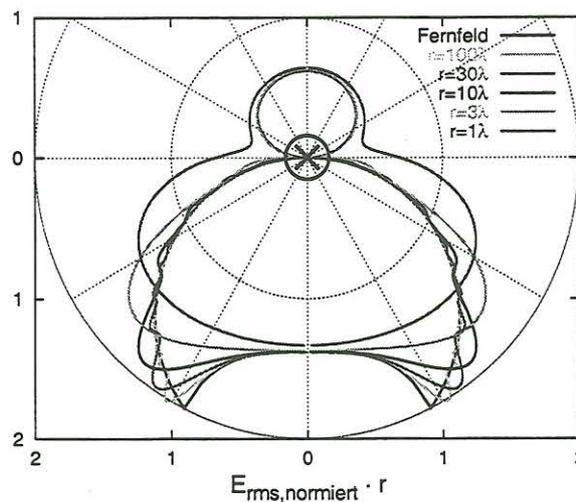


Abbildung 4.3: $\varphi=90^\circ$: Abstrahlcharakteristiken im Halbraum bei unterschiedlichen Entfernungen ($\epsilon_{r,1}=1$, $\epsilon_{r,2}=4.9$, $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0$, λ : Wellenlänge im unteren Halbraum)

Einfluß der Leitfähigkeit

Weiterhin unberücksichtigt blieben bei den Fernfeldlösungen – auf Grund der Näherung $r \rightarrow \infty$ – der Einfluß der Leitfähigkeit des Mediums. Dieser soll in den folgenden Grafiken verdeutlicht werden. Wichtigste Kenngröße dabei stellt das Verhältnis von Leitungsstrom zu Verschiebungsstrom dar ($\sigma/\omega\epsilon$).

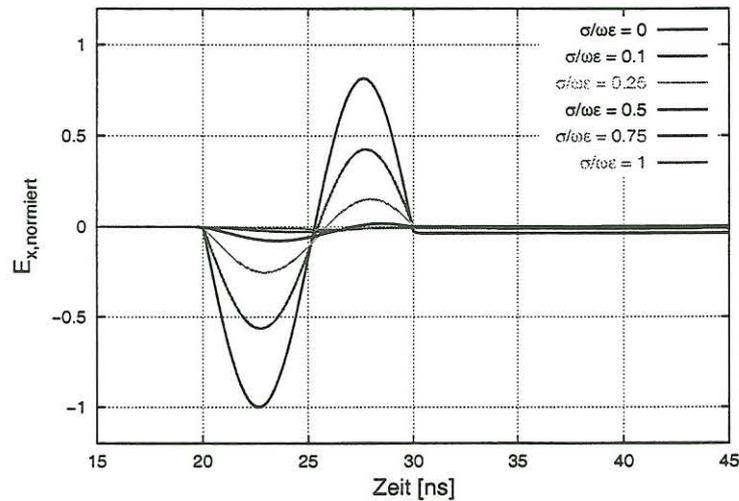


Abbildung 4.4: Einfluß der Leitfähigkeit auf die Wellenform bei Abstrahlung eines $\sin^2 t$ -Pulses von einem infinitesimalen Dipol in 2λ Entfernung ($\varphi=90^\circ$)

In Abbildung 4.4 wurde die Feldstärke E_x auf das erste Maximum der Wellenform bei $\sigma/\omega\epsilon = 0$ normiert. Um die Wellenform jedoch genauer zu analysieren wurde in Abbildung 4.5 jeweils auf das erste Maximum jeder Wellenform normiert.

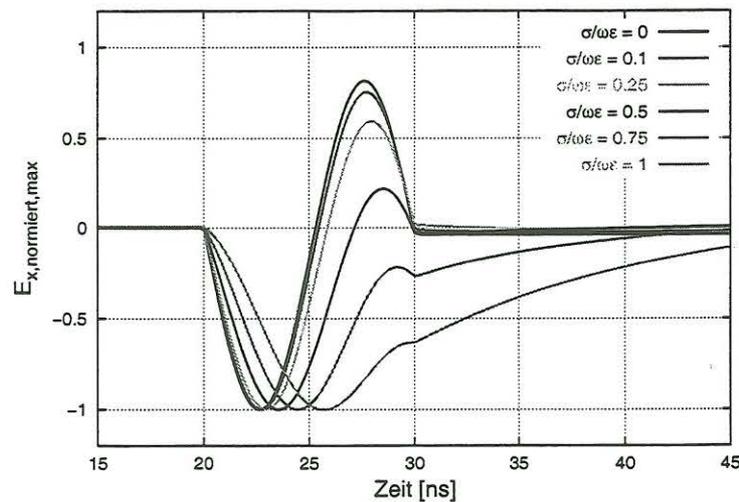


Abbildung 4.5: Einfluß der Leitfähigkeit auf die Wellenform bei Abstrahlung eines $\sin^2 t$ -Pulses von einem infinitesimalen Dipol in 2λ Entfernung (Amplituden auf das jeweilige Maximum normiert, $\varphi=90^\circ$)

Man erkennt erwartungsgemäß die Abschwächung der Feldstärke bei Erhöhung der Leitfähigkeit des Mediums, eine deutliche Veränderung der gesamten Wellenform läßt sich erst bei der Normierung auf das jeweilige Maximum erkennen. Dabei liegen die gewählten Parameter nicht sehr weit entfernt von geophysikalischen Gegebenheiten, Werte für $\sigma/\omega\epsilon$ im Bereich von 0,25 bis 0,5 sind unter Umständen bei Bodenradarmessungen anzutreffen.

Somit sei anzumerken, daß Methoden zum Wiedererkennen von abgestrahlten Wellenformen nur bei Messungen auf Medien mit geringer Leitfähigkeit anzuwenden sind, eine Erhöhung der Leitfähigkeit des Mediums verzerrt im zunehmenden Maße die Wellenform.

Einfluß der Ausdehnung einer Dipolantenne

Zur Bestimmung des Einflusses der Ausdehnung einer Dipolantenne auf die Welleform wurde wie in Arcone [1995] eine widerstandsgedämpfte Dipolantennen simuliert. Typische Längen von Bodenradarantennen bewegen sich dabei im Bereich von $\lambda/2$ bis λ . Der Stromverlauf wurde, wie Wu und King [1965] in einer theoretischen Arbeit für eine reflektionsfreie Dipolantenne gezeigt hat, linear angenommen.

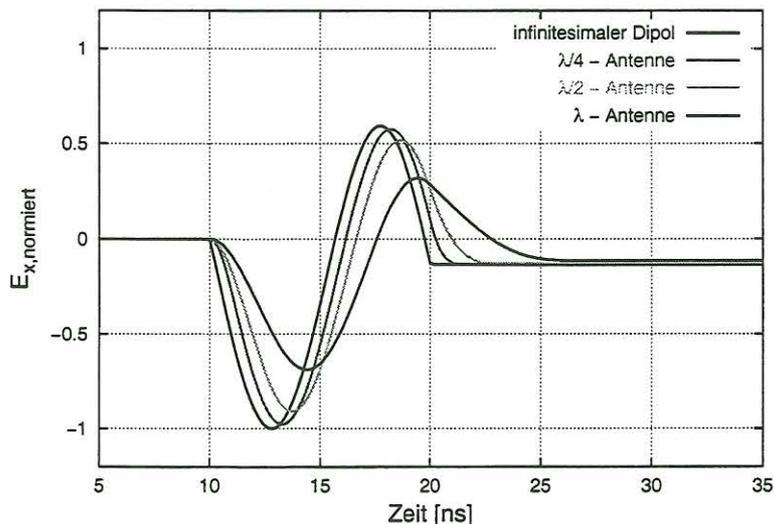


Abbildung 4.6: Einfluß der Ausdehnung einer Antenne auf die Wellenform bei Abstrahlung eines $100 \text{ MHz} \cdot \sin^2 t$ -Pulses im Vollraum ($\epsilon_r=1$, $\sigma=0$, $r=3\text{m}=1\lambda$, $\varphi=90^\circ$)

Erwartungsgemäß zeigen Simulationen für ausgedehnte Antennen im Vergleich zu infinitesimalen Dipolen eine zeitliche Dehnung der Wellenform (Abbildung 4.6). Dies läßt sich durch verzögerte Abstrahlung der Pulse von den Enden der Antenne, die durch die Laufzeiten der Stromimpulse auf der Antenne bedingt werden, erklären. Somit wird auch der Frequenzinhalt eines von einer ausgedehnten Antenne abgestrahlten Pulses verändert.

Wellenfronten im Halbraum

Bereits in den 30er Jahren zeigte von Schmidt [1938] bei einer Knallwellenausbreitung an einer Schichtgrenze zweier Flüssigkeiten mit Hilfe von Schlierenaufnahmen die Entstehung von verschiedenen Wellenfronten. Einer der bekanntesten Wellen ist dabei die Schmidtsche Kopf- wellle, die lediglich im Medium mit der geringeren Ausbreitungsgeschwindigkeit anzutreffen

ist (Abbildung 4.7 – Welle B).

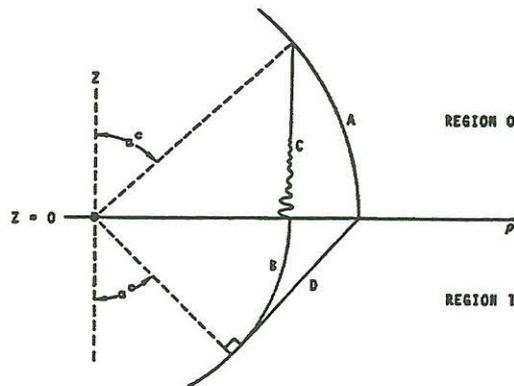


Abbildung 4.7: Wellenfronten bei einem horizontalen elektrischen Dipol auf einem homogenen Halbraum (Annan [1973])

Betrachtet man nun nicht nur die abgestrahlte Energie unter den verschiedenen Beobachtungswinkeln, sondern analysiert ebenfalls die Form der abgestrahlten Pulse, so ergeben sich interessante Resultate. Zur Übersichtlichkeit wurden die Grafiken in *oberen* und *unteren* Halbraum aufgeteilt sowie ein kürzerer, $500 \text{ MHz} \cdot \sin^2 t$ -Puls gewählt.

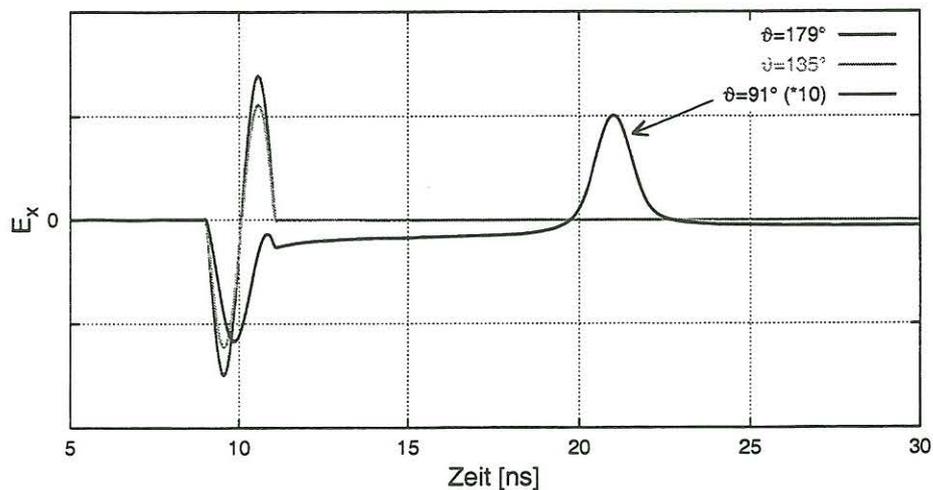


Abbildung 4.8: Winkelabhängigkeit der Wellenform im *oberen* Halbraum bei Abstrahlung eines $500 \text{ MHz} \cdot \sin^2 t$ -Pulses von einem infinitesimalen Dipol ($\epsilon_{r,1}=1$, $\epsilon_{r,2}=4.9$, $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0$, $\varphi=90^\circ$, $r=10\lambda$, λ : Wellenlänge im unteren Halbraum)

Direkt über dem Dipol ($\vartheta = 179^\circ$) sowie bei $\vartheta = 135^\circ$ erhält man im oberen Halbraum (Abbildung 4.8) die erwartete Wellenform, nähert man sich hingegen der Halbraumgrenze ($\vartheta = 91^\circ$), so sind die beiden Wellenfronten (Bodenwelle und Luftwelle) eindeutig voneinander zu trennen. Erstaunlich dabei sind aber die fast unipolare Pulsformen, die so direkt nicht durch ein Bodenradargerät gemessen werden können.

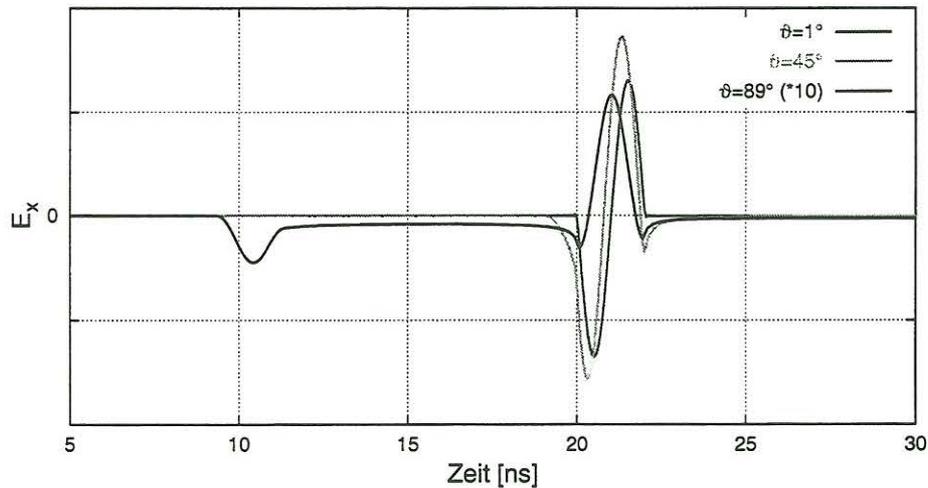


Abbildung 4.9: Winkelabhängigkeit der Wellenform im *unteren* Halbraum bei Abstrahlung eines 500 MHz- \sin^2 -Pulses von einem infinitesimalen Dipol ($\epsilon_{r,1}=1$, $\epsilon_{r,2}=4.9$, $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0$, $\varphi=90^\circ$, $r=10\lambda$, λ : Wellenlänge im unteren Halbraum)

Ähnliche Pulsformen werden auch unter der Halbraumgrenze ($\vartheta = 89^\circ$) beobachtet (Abbildung 4.9). Dabei dominiert aber die Bodenwelle in ihrer Stärke deutlich über der Schmidtschen Kopfwelle. Bei einem Winkel von $\vartheta = 45^\circ$ ist sehr deutlich die „Ablösung“ der Schmidtschen Kopfwelle von der Bodenwelle erkennbar. Direkt unter dem Dipol ($\vartheta = 1^\circ$) erhält man erwartungsgemäß die Pulsform für eine Vollraumlösung.

Bemerkenswert sind diese Ergebnisse sehr wohl, da vergleichbare Resultate bei Messungen mit Bodenradarsystemen nicht zu erkennen sind, obwohl bei den meisten Anwendungen die Antennen direkt an der Halbraumgrenze positioniert werden. Eine mögliche Antwort könnte die „Verzerrung“ des Signals durch die Empfängerantenne sein. Forschungsbedarf besteht in diesem Bereich auf jeden Fall.

Realitätsnahe Rechnung

In diesem Abschnitt sollen nun alle Einzeleffekte der vorherigen Abschnitte zusammen gefügt werden. Um eine realitätsnahe Abstrahlcharakteristik zu erhalten, soll eine widerstandsgedämpfte Dipolantenne auf einem Ackerboden bei Abstrahlung eines 100 MHz- $\sin^2 t$ -Puls simuliert und in 2λ Entfernung vermessen werden. Folgende Parameter wurden verwendet: *oberer* Halbraum $\epsilon_r=1$ und $\sigma=10^{-14}$ S/m, *unterer* Halbraum (Ackerboden) $\epsilon_r=4.9$ und $\sigma=5$ mS/m.

Zum Vergleich wurden in Abbildung 4.10 zusätzlich die Abstrahlcharakteristiken des Fernfeldes, eines 100 MHz-Dipoles und eines infinitesimalen Dipoles bei Abstrahlung eines 100 MHz- $\sin^2 t$ -Pulses eingetragen.

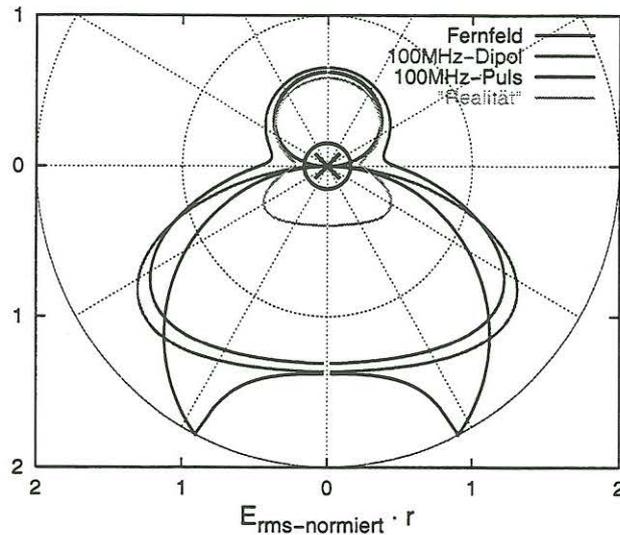


Abbildung 4.10: Vergleich der Abstrahlcharakteristiken für einen Abstand von 2λ ($\epsilon_{r,1}=1$, $\epsilon_{r,2}=4.9$, $\varphi=90^\circ$, λ : Wellenlänge im unteren Halbraum)

Bei der Betrachtung dieser Ergebnisse wird eindeutig klar, daß die Fernfeldlösungen nur für einen speziell ausgewählten Fall gültig sind, im unteren Halbraum weicht die Lösung für den realen Fall in ihrer Form und Intensität deutlich von ihr ab. Hingegen ist anzumerken, daß im oberen Halbraum (Luft) die Unterschiede nur marginal sind.

5 Zusammenfassung

Trotz der schon seit 100 Jahren bekannten Verfahren, die die elektromagnetischen Wellen zur Raumerkundung nutzen, sind die Effekte speziell im Nahfeld noch nicht vollkommen verstanden. Einen Beitrag zum besseren Verständnis sollten die Arbeiten Jung [2000] und Aulbert [2000] liefern.

Es wurden ausgehend von einem theoretischen Modell die Einzeleffekte wie Nah- und Fernfeld, Einfluß der Leitfähigkeit, Ausdehnung einer Dipolantenne und die Pulsformen in Halbräumen sowie an deren Grenzflächen analysiert. Die Resultate zeigten deutlich abweichende Abstrahlcharakteristiken von den bis dahin bekannten Fernfeldlösungen.

Jedoch besteht noch weiterhin Forschungsbedarf speziell bei der Analyse der Pulsformen in der Nähe von Grenzflächen oder bei der Berechnung für mehrfach geschichtete Halbräume. Ausserdem könnten auch Sensitivitäten für Störkörper im Untergrund berechnet werden. Die hier vorgestellte Theorie wäre mächtig genug, dies zu leisten.

Literatur

Annan, A.P. Radio Interferometry Depth Sounding: Part I – Theoretical Discussion. *Geophysics*, 38(3):557–580, June 1973.

- Annan, A.P., Waller, W.M., Strangway, D.W., Possiter, J.R., Redman, J.D. und Watts, R.D. The Electromagnetic Response of a Low-Loss, 2-Layer, Dielectric Earth for Horizontal Electric Dipol Excitation. *Geophysics*, 40(2):285–298, April 1975.
- Arcone, S.A. Numerical Studies of the Radiation Patterns of Resistively Loaded Dipoles. *Journal of Geophysics*, 33:39–52, 1995.
- Aulbert, C. Effiziente absorbierende Randbedingungen in numerischen Bodenradarsimulationen mittels „Generalized Perfectly Matched Layers“. Diplomarbeit, Institut für Geophysik und Meteorologie, TU Braunschweig, <http://www.tu-bs.de/institute/geophysik/>, April 2000.
- Engheta, N. und Papas, C.H. Radiation Patterns of Interfacial Dipole Antennas. *Radio Science*, 17(6):1557–1566, November–December 1982.
- Hülsmeier, Chr. Verfahren, um entfernte metallische Gegenstände mittels elektrischer Wellen einem Beobachter zu melden. Deutsches Patent, Nr. 165546, 30. April 1904.
- Jung, A. Untersuchung operativer Eigenschaften von Bodenradarsystemen: Zuverlässigkeit der Meßdaten und Abstrahlcharakteristiken der Antennen. Diplomarbeit, Institut für Geophysik und Meteorologie, TU Braunschweig, <http://www.tu-bs.de/institute/geophysik/>, April 2000.
- Leimbach, G. und Löwy, H. Verfahren zur systematischen Erforschung des Erdinneren größerer Gebiete mittels elektrischer Wellen. Deutsches Patent, Nr. 237944, 15. Juni 1910.
- McKeeman, W.M. Adaptive Numerical Integration by Simpson's Rule. *Comm. ACM*, 6:604, Dec. 1962. <http://www.netlib.org/tomspdf/145.pdf>.
- Smith, G.S. Directive Properties of Antennas for Transmission into a Material Half-Space. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-32(3):232–246, March 1984.
- Sommerfeld, A. Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. *Annalen der Physik*, 28:665, 1909.
- Sommerfeld, A. *Vorlesungen über Theoretische Physik – Band VI – Partielle Differentialgleichungen*, Kapitel 31, Seiten 238–244. Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1947.
- Tsang, L. und Kong, J.A. Interference Patterns of a Horizontal Electric Dipole over Layered Dielectric Media. *Journal of Geophysical Research*, 78(17):3287–3300, June 1973.
- von Schmidt, O. Über Knallwellenausbreitung in Flüssigkeiten und festen Körpern. *Physikalische Zeitschrift*, 39:868–875, 1938.
- Wu, T.T. und King, R.W.P. The Cylindrical Antenna with Nonreflecting Resistive Loading. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-13:369–373, May 1965.