

FDTD-Simulation zur Erstellung synthetischer Radargramme

Carsten Aulbert, Andreas Jung

Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig

Numerische Simulationen liefern häufig Lösungen bzw. Lösungshilfen zur Interpretation gemessener Daten. Insbesondere für Bodenradarmessungen, die häufig sehr stark verrauscht sind, bietet sich eine solche Simulation an, da hierbei Auswirkungen verschiedener Bodenparameter direkt untersucht werden können.

Ein großes Problem von numerischen Simulationen ist die effektive Umrandung des Simulationsraums. Da nicht beliebig viel Speicherplatz zur Verfügung steht, sollte diese Umrandung möglichst speichersparend sein. Außerdem muß wirkungsvoll verhindert werden, daß in die Ränder einfallende Wellen in den Simulationsraum zurückkehren. Zu diesem Zweck sollen hier kurz einige Möglichkeiten zur Begrenzung dargestellt werden, insbesondere die Vorzüge der "Generalized Perfectly Matched Layers".

1 Einleitung

Eine numerische Vorwärtssimulation kann wertvolle Hinweise für eine Auswertung von Bodenradardaten liefern. Zu diesem Zweck entstand im Laufe einer Diplomarbeit am Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig eine dreidimensionale Simulation von elektromagnetischen Wellen mit Hilfe der Methode der finiten Differenzen im Zeitbereich (FDTD).

Falls man sich nur für einfache Fälle interessiert, so reicht schon eine zweidimensionale Simulation, die wesentlich einfacher zu erstellen ist und auch schneller Ergebnisse liefern kann. Allerdings kann man damit lokale Bodenvariationen (Einschlüsse, schräg laufende Hohlräume) nicht berücksichtigen, denn eine Grundannahme für eine zweidimensionale Simulation ist eine unendliche große Ausdehnung in der senkrecht zur Simulationsfläche stehenden Richtung.

Aufgrund der Begrenzung des zur Verfügung stehenden Computerspeichers, muß eine solche Simulation immer auch spezielle Ränder besitzen, die den Simulationsraum nach außen möglichst "unsichtbar" begrenzen, d.h. eine auftreffende Welle sollte an dieser Fläche nicht zurückreflektiert werden, sondern vollständig absorbiert werden.

In den folgenden Abschnitten soll nun kurz auf die grundsätzlichen Eigenschaften der Simulation (Abschnitt 2), die möglichen und verwendeten Randbedingungen (Abschnitt 3) und die erzielten Ergebnisse (Abschnitt 4) eingegangen werden.

2 Grundzüge der Simulation

Seit vielen Jahrzehnten schon werden physikalisch komplexe Sachverhalte mit Hilfe von numerischen Simulationen gelöst. Dazu linearisiert man die zugrundeliegenden Gleichungen mit Hilfe von zentralen Differenzen, die auftretenden Ableitungen werden hierbei wie folgt ersetzt:

$$\frac{d}{dt}\Phi(t) \approx \frac{\Phi(t + \frac{\Delta t}{2}) - \Phi(t - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t}$$

Es läßt sich zeigen, daß hierbei Fehler von der Ordnung $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ entstehen, während bei einer nicht zentralen Differenz meistens Fehler der Ordnung $\mathcal{O}(\Delta t)$ auftreten.

Yee [1966] zeigte für den speziellen Fall der Diskretisierung der Maxwellgleichungen, daß eine Aufteilung der Komponenten auf verschiedene Positionen der (später) so benannten Yee-Zelle Stabilitätsvorteile bringt. Aus Abbildung 2.1 ist ersichtlich, daß die magnetischen und elektrischen Feldkomponenten nicht mehr im Zentrum sondern auf der Oberfläche des Würfels definiert werden.

Zusammen mit dem sogenannten Leapfrog-Algorithmus, bei dem die voneinander abhängigen Komponenten wechselseitig berechnet werden, kann die Simulationsstabilität und damit die Simulationsgeschwindigkeit bzw. -genauigkeit erhöht werden.

Durch die Diskretisierung der beiden Maxwellschen Rotationsgleichungen erhält man sechs voneinander abhängige Gleichungen, die alle eine der folgenden Gleichung ähnliche Struktur besitzen:

$$\begin{aligned} E_{x;i+\frac{1}{2},j,k}^n &= \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma \Delta t} E_{x;i+\frac{1}{2},j,k}^{n-1} \\ &+ \frac{\Delta t}{(\varepsilon + \sigma \Delta t)\Delta y} \left(H_{z;i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - H_{z;i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{(\varepsilon + \sigma \Delta t)\Delta z} \left(H_{y;i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - H_{y;i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) \end{aligned}$$

Hieraus wird deutlich, daß z. B. die hier beschriebene elektrische Feldkomponente nur von magnetischen Feldkomponenten abhängt (und natürlich vom früheren Wert dieser Feldkomponente), nicht aber von den anderen elektrischen Feldkomponenten.

Sofern man nur kurze Simulationen benötigt, langt dieses Wissen schon, um elektromagnetische Wellen vollständig zu beschreiben. Wird allerdings eine Simulation gefordert, bei der die Wellen auch die Ränder des Simulationsraums erreichen können, so ist die Verwendung guter Randbedingungen zwingend erforderlich.

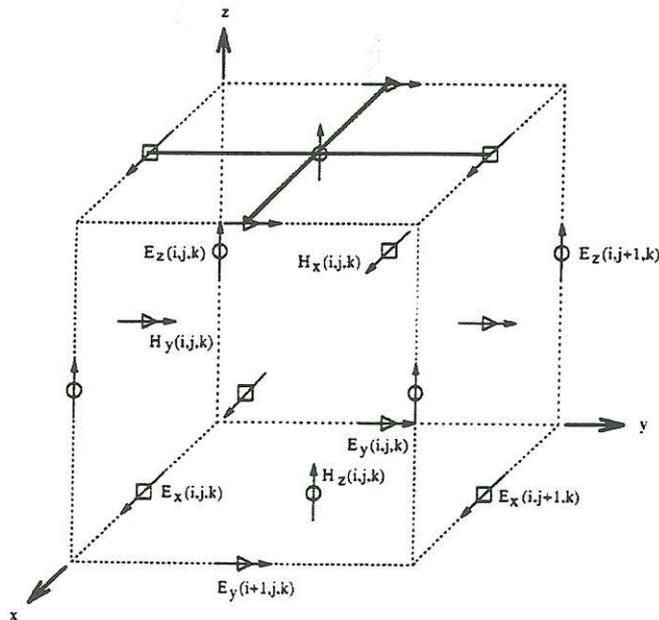


Abbildung 2.1: Yee-Zelle — Die Besonderheit hierbei ist, daß die magnetischen und elektrischen Feldkomponenten auf der Oberfläche und nicht wie sonst üblich im Zentrum definiert sind. Yee konnte zeigen, daß sich dadurch die Stabilität beträchtlich verbessern läßt.

3 Randbedingungen

Meist werden einfach zu behandelnde Randbedingungen verwendet, z.B. die von Mur vorgeschlagenen (Mur [1981]). Dieses Verfahren versucht eine vollständige Absorption der einfallenden Wellen dadurch zu erreichen, daß man mit Hilfe der Informationen der letzten Zeitschritte an den Rändern eine Vorhersage erstellt, wie sich die Wellen weiterhin bewegen würden, wenn es keinen Rand gäbe.

Allerdings ist dieses Verfahren im einfachsten Fall leider nicht sonderlich effektiv; aufgrund einiger Annahmen wie zum Beispiel, senkrechter Einfall von ebenen Wellen, gibt es einige Rückreflexionen an den Rändern, sobald diese Annahmen verletzt werden. Außerdem benutzt man häufig nur finite Differenzen erster oder zweiter Ordnung für die Wellenvorhersage, dadurch wird ebenfalls ein Fehler verursacht.

Über einen Zeitraum von fast zehn Jahren hat man versucht, diese Randbedingungen immer weiter zu verbessern, indem man höhere Differenzenordnungen für die Vorhersage und weitere Verfeinerungen benutzt hat, wie zum Beispiel die Erweiterung auf

beliebige Einfallswinkel.

Trotzdem blieben die Ergebnisse doch noch hinter dem gewünschten Ziel einer vollständigen Absorption teilweise weit zurück. Mit immer größer werdenden Anstrengungen, die Murschen Ränder weiter zu verbessern, stieg auch der Aufwand, der getrieben werden mußte, um diese Verbesserungen zu programmieren.

Jean-Pierre Berenger [1994] beschrieb eine alternative Methode, um Wellen effektiv dämpfen zu können, die sogenannten "Perfectly Matched Layers" (PML). Er ging von einem speziellen Material aus, in dem die Maxwell-Gleichungen immer noch gelten, allerdings fügte er eine künstliche, magnetische Leitfähigkeit σ^* ein, die zunächst einmal unabhängig von der elektrischen Leitfähigkeit σ war.

In dieser Veröffentlichung konnte er zeigen, daß es theoretisch keine Reflexion an einem Übergang zwischen zwei Materialien mit verschiedenen Leitfähigkeitsparametern gibt, solange folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0}$$

Mit Hilfe eines weiteren Kunstgriffs, bei dem er richtungsabhängige Leitfähigkeiten und Feldkomponenten einführte, konnte er seinen Simulationsraum vollständig von einem Material umgeben, daß beim Übergang einer elektromagnetischen Welle vom Vakuum in das Randmedium theoretisch keine Reflexion zeigte (zumindest solange man numerische Reflexionen unberücksichtigt läßt). Aufgrund der im Randmedium vorhandenen Leitfähigkeit wird eine Welle mehr oder weniger vollständig gedämpft und nicht in den Simulationsraum zurückgeworfen.

Leider lassen sich für das Bodenradar typische Situationen mit Hilfe dieser Ränder nicht verwirklichen, da aufgrund von Impedanzunterschieden eine Reflexion zwischen einem Nichtvakuummaterial im Inneren und dem Rand noch immer Reflexionen auftreten können. Unter anderem deswegen wurden die Berenger-PMLs [Fang und Wu, 1996] zu den sogenannten "Generalized Perfectly Matched Layers" (GPML) erweitert.

Dabei wird insbesondere der Impedanzanpassung großer Aufmerksamkeit zuteil und mittels verschiedener Methoden versucht, dieses zu erreichen. Durch Einführung von Hilfsfeldern, Streckung der Koordinaten und dem dadurch veränderten Nablaoperator gelang es, die Ränder so zu verändern, daß auch die Impedanz angepaßt werden kann.

Aufgrund dieses wesentlich komplexeren Aufbaus benötigen diese Ränder deutlich mehr Speicher als der ursprüngliche Simulationsraum. Der Abbildung 3.2 kann man entnehmen wie stark die GPMLs den Speicherverbrauch beeinflussen, insbesondere bei kleinen Simulationsräumen benötigen sie fast den ganzen Speicher für sich.

Trotzdem haben diese Randbedingungen durchaus einen positiven Effekt auf die Gesamtgröße der Simulation. Gerade durch die hohe Absorptionsfähigkeit der Ränder ist

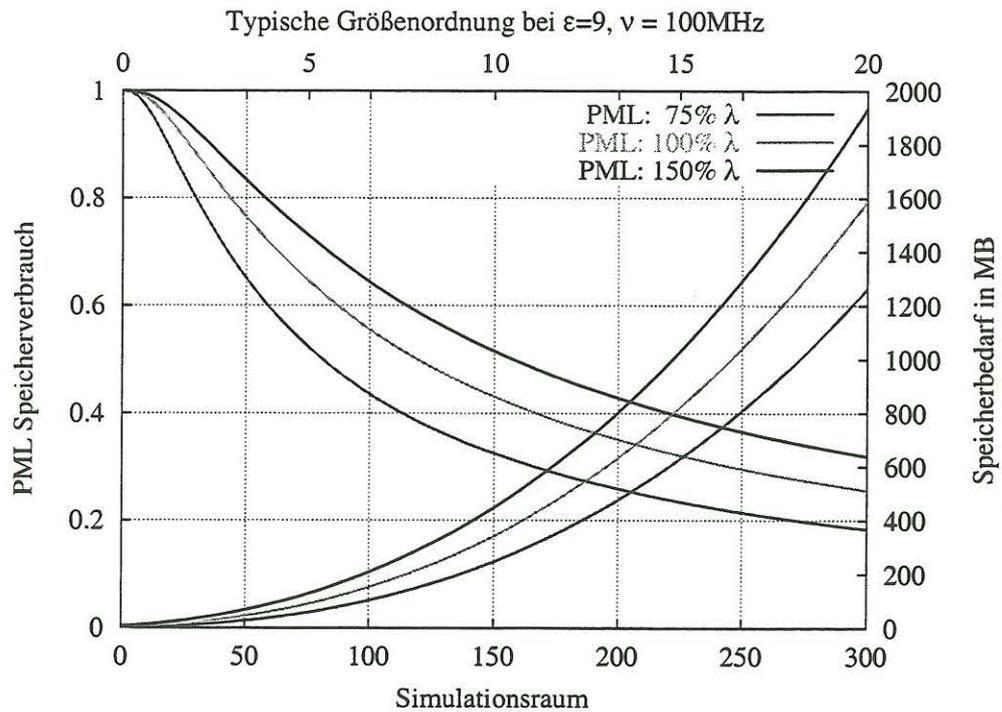


Abbildung 3.2: Speicherverbrauch mit den GPMLs — Auf den beiden horizontalen Achsen ist die Simulationsraumgröße (unten: Kantenlänge in Zellen, oben: Äquivalentkantenlänge bei 100 MHz und $\epsilon_r = 9$ in Metern), auf den vertikalen Achsen der Speicherverbrauch aufgetragen. Auf der linken Seite erkennt man den Anteil, den die GPMLs am Gesamt Speicherverbrauch haben, während auf der rechten Seite der Gesamt Speicherverbrauch dargestellt ist. Die verschiedenen Kurven stellen verschiedene Mächtigkeiten der absorbierenden GPML-Schicht dar, die Absorptionsfähigkeit wächst entsprechend der Dicke dieser Schicht.

es möglich, die Ränder recht nahe an die Quelle zu legen, was sonst (insbesondere mit den Murschen Randbedingungen) häufig zu großen Problemen führen kann.

4 Ergebnisse

Nach anfänglichen Schwierigkeiten mit der Programmierung der GPML-Ränder gelang es, eine dreidimensionale FDTD-Simulation zu erstellen, deren Ränder um mehr als eine Größenordnung besser absorbieren als die Mur-Randbedingungen.

Leider zeigte es sich schon nach wenigen Simulationen, daß eine vollständig dreidimensionale Simulation – insbesondere mit den GPMLs – eine starke Belastung sowohl für den Prozessor als auch für den Speicherverbrauch darstellte. Mit einem relativ normalen PC läßt sich bei einer Hauptfrequenz von etwa 100 MHz nur ein Würfel von wenigen Metern Kantenlänge simulieren.

Aufgrund der Art einer Vorwärtssimulation kann natürlich pro Simulationslauf nur eine Senderposition simuliert werden (dafür allerdings beliebig viele Empfängerpositionen). Da eine "große" Berechnung jeweils mehrere Stunden benötigt, läßt sich damit nur schwerlich die im Bodenradar übliche Methode des "Common Offsets" simulieren¹. Mit Hilfe einer Parallelisierung des Programmes, könnte dieses Problem allerdings umgangen werden, falls ein entsprechendes Rechnersystem zur Verfügung steht.

Es gibt einige Parameter, die über den Verlauf (und den Erfolg) einer Simulation bestimmen. Dazu gehören neben den "physikalischen" Parametern (z.B. Wellenlänge, Pulsform, Objektparameter und -größe) auch die Simulationsparameter, wie z.B. Feinheit der Diskretisierung, Leitfähigkeiten der Ränder.

Als Modellbeispiel soll hier nur die Diskretisierung und damit die Größe der Zellen dienen. Insbesondere diese spielt eine nicht zu vernachlässigende Rolle, da sich bei einer zu kleinen Zahl von Zellen pro Wellenlänge die Wellenform nicht mehr richtig wiedergeben läßt, während sich bei zu feiner Diskretisierung der Rechen- und Speicherverbrauch stark erhöht (siehe Abb. 4.3).

Folglich gilt es, das Optimum zwischen einer guten Nachbildung der Wellenform und dem effizientem Einsatz der zur Verfügung stehenden Computer zu finden.

Hat man eine mehr oder weniger optimale Wahl der Parameter gefunden, so können schließlich einige Simulationen durchgeführt werden. Zur Veranschaulichung sollen hier nur zwei im Rahmen der Diplomarbeit durchgeführte Simulationen vorgestellt werden: einen homogenen, geschichteten Halbraum und den gleichen Halbraum mit einem Störkörper.

¹Dabei wird ein Profil mit einem konstanten Sender-Empfänger Abstand vermessen.

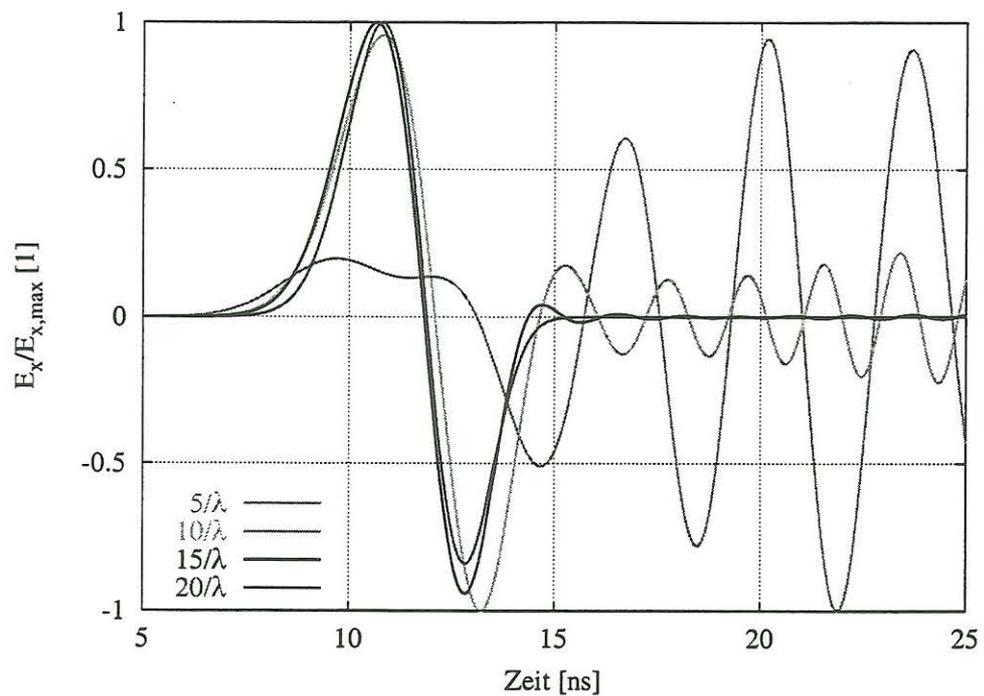


Abbildung 4.3: Einfluß der Diskretisierung auf die Wellenform — Bei einer groben Diskretisierung von weniger als zehn Zellen pro Wellenlänge zeigt sich deutlich, daß die eigentliche Wellenform (hier gut durch $20/\lambda$ approximiert) nicht mehr gut wiedergegeben wird. Je feiner die Diskretisierung ist, desto näher liegt die Wellenform an der analytischen Erwartung.

In Abbildung 4.4 kann man den zeitlichen Verlauf der Welle verfolgen. Insbesondere die verschiedenen aus der Literatur bekannten Wellenformen lassen sich deutlich erkennen (siehe dazu auch die Vergrößerung in Abbildung 4.5 und die nähere Diskussion weiter unten). Die Welle bewegt sich im oberen Medium (Luft) mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit, während sie sich im Boden nur mit einem Drittel dieser Geschwindigkeit bewegen kann ($\varepsilon_r = 9$). In diesem Medium ist keine Leitfähigkeit angenommen worden, da ansonsten die Amplitude der Welle schnell sehr klein geworden und weitere Untersuchungen nicht mehr durchführbar gewesen wären.

Der untere Halbraum besitzt einen weiteren Horizont, an dem die Welle wieder reflektiert und transmittiert wird, was dementsprechend weitere Kugelwellen erzeugt, die mit den schon vorhandenen interferieren können.

Leider ist der Simulationsaufwand hierbei schon relativ groß (ungefähr 2 Stunden für eine solche Simulation, so daß typische Bodenradarmessungen (Common Offset) nur mit einem wesentlich erhöhten Zeitaufwand durchgeführt werden können (für etwa 50 Meßpunkte folglich 100 Stunden oder 4 Tage). Solche Simulationen sind natürlich möglich, für die Diplomarbeit aus Zeitgründen jedoch unterlassen worden.

Allerdings lassen sich schon in dieser Simulation die verschiedenen, auftretenden Wellentypen erkennen und klassifizieren. Neben den direkten Wellen, die in den jeweiligen Halbraum ausgestrahlt werden (Luft- und Bodenwelle), lassen sich auch noch die in den Boden einstrahlende Kopfwelle und die vom Boden in die Luft strahlende "Norton Surface Wave" erkennen. Außerdem sieht man natürlich noch die reflektierten Wellen.

Fügt man diesem Modell schließlich einen Störkörper hinzu, so erkennt man anhand von Abbildung 4.6, daß schon dieser eine Störkörper zu sehr vielen weiteren sich überlagernden Kugelwellen führt, die eine genaue Erkennung mit einem Radargramm erschweren. Stellt man sich jetzt noch vor, daß der Boden in Wirklichkeit keineswegs homogen ist und die Meßinstrumente teilweise stark rauschen, so wird die Schwierigkeit in der Interpretation stark verrauschter Radargramme verständlich.

5 Schluß

Es wurde gezeigt, daß es mit Hilfe von leistungsfähigen Randbedingungen möglich ist, eine dreidimensionale Bodenradarsimulation auf einem normalen PC (Stand 2000) durchzuführen. Allerdings ist der zeitliche Aufwand nach wie vor enorm hoch, so daß erst in den kommenden Jahren mit einer schnellen Berechnung von einfachen Simulationen auf PC's gerechnet werden kann. Mit einer parallelisierten Programmversion ist dies auch heute schon ein gangbarer Weg.

Prinzipiell sollten sich (bis auf ein wenig, hier nicht näher erläuterte Ausnahmen) dieses Verfahren auf praktisch alle Frequenzbereiche erweitern lassen, allerdings müßte

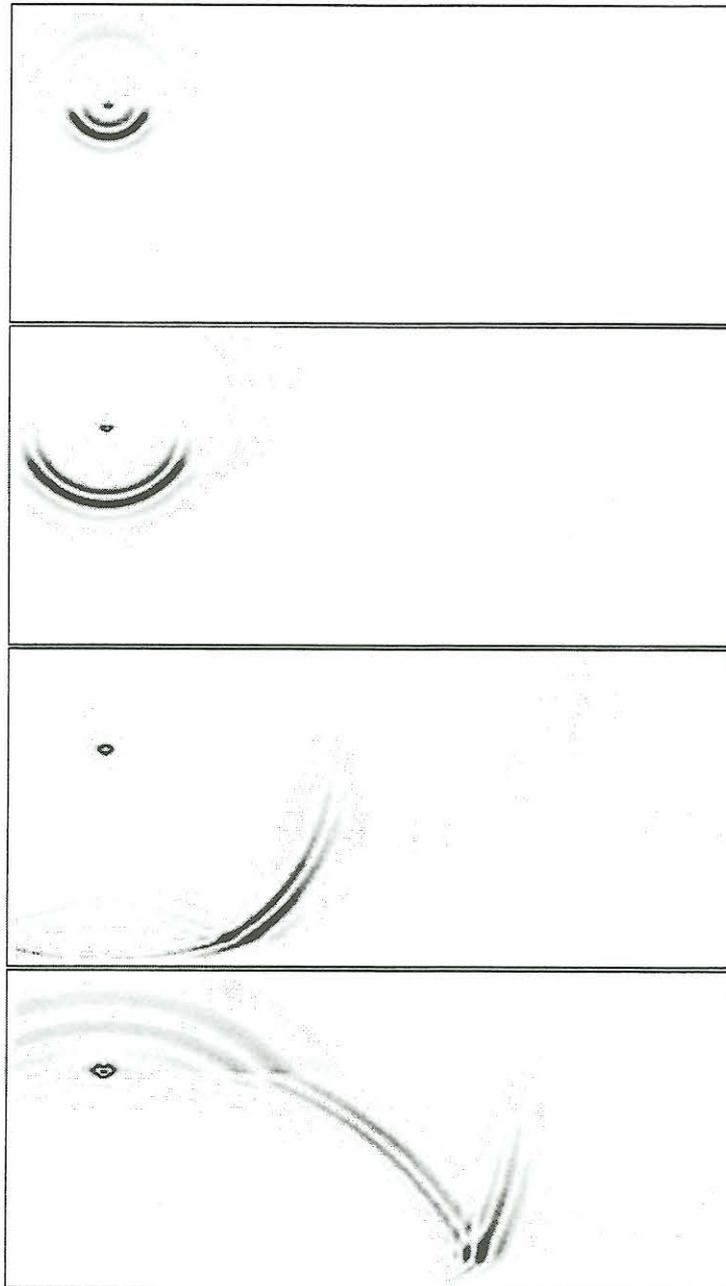


Abbildung 4.4: Sender über einem geschichteten Halbraum — Ausgehend von einem auf der Halbraumgrenze stehenden Sender erkennt man in den verschiedenen Zeitschritten, wie sich die Luft- und die Bodenwelle mit unterschiedlicher Geschwindigkeit bewegen (Boden: $\epsilon_r = 9$). Außerdem kann man an den Übergangsstellen dieser beiden Wellen sowohl die Kopf- als auch die Norton Oberflächenwelle sehen. Vom Übergang zum zweiten Horizont stammen schließlich auch noch die reflektierte und die kritisch refraktierte Welle. Die Abbildung 4.5 zeigt eine genauere Darstellung dieser Wellen.

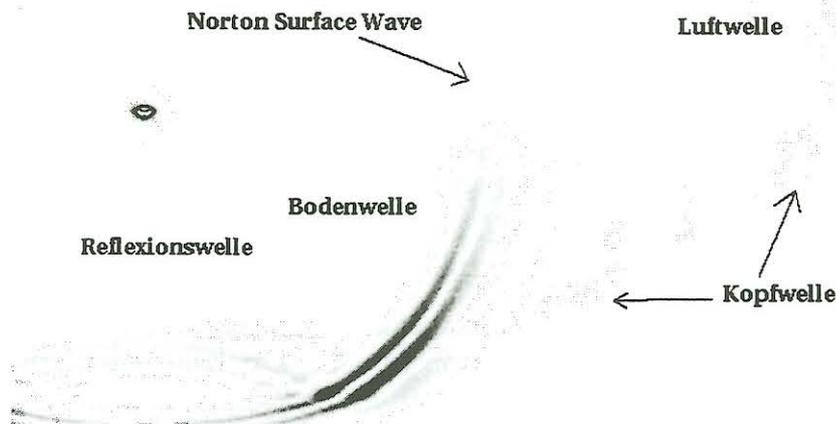


Abbildung 4.5: Genauere Darstellung und Benennung der verschiedenen, auftretenden Wellen (nähere Informationen dazu im Text und in Abbildung 4.4).

dafür eine genauere Prüfung der Randbedingungen erfolgen, ob diese dann auch noch anwendbar sind.

Die dem Vortrag und diesem Artikel zugrundeliegende Diplomarbeit und das angesprochene Programm sind beide über die WWW-Seiten des Instituts für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig erhältlich². Insbesondere das Programm steht zur freien Verfügung, so daß es beliebig verändert und erweitert werden darf (weitere Einzelheiten dazu sind auf der genannten Seite erhältlich).

Literatur

- Berenger, J.-P. A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *Journal of Computational Physics*, 114:185–200, 1994.
- Fang, J. und Wu, Z. Generalized Perfectly Matched Layer for the Absorption of Propagating and Evanescent Waves in Lossless and Lossy Media. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 44(12):2216–2222, December 1996.
- Mur, G. Absorbing boundary conditions for finite-difference approximations of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 23:1073–1077, 1981.
- Yee, K.S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 14 (3):302–307, 1966.

²<http://www.tu-bs.de/institute/geophysik/mitarbeiter/aulbert.de.html>

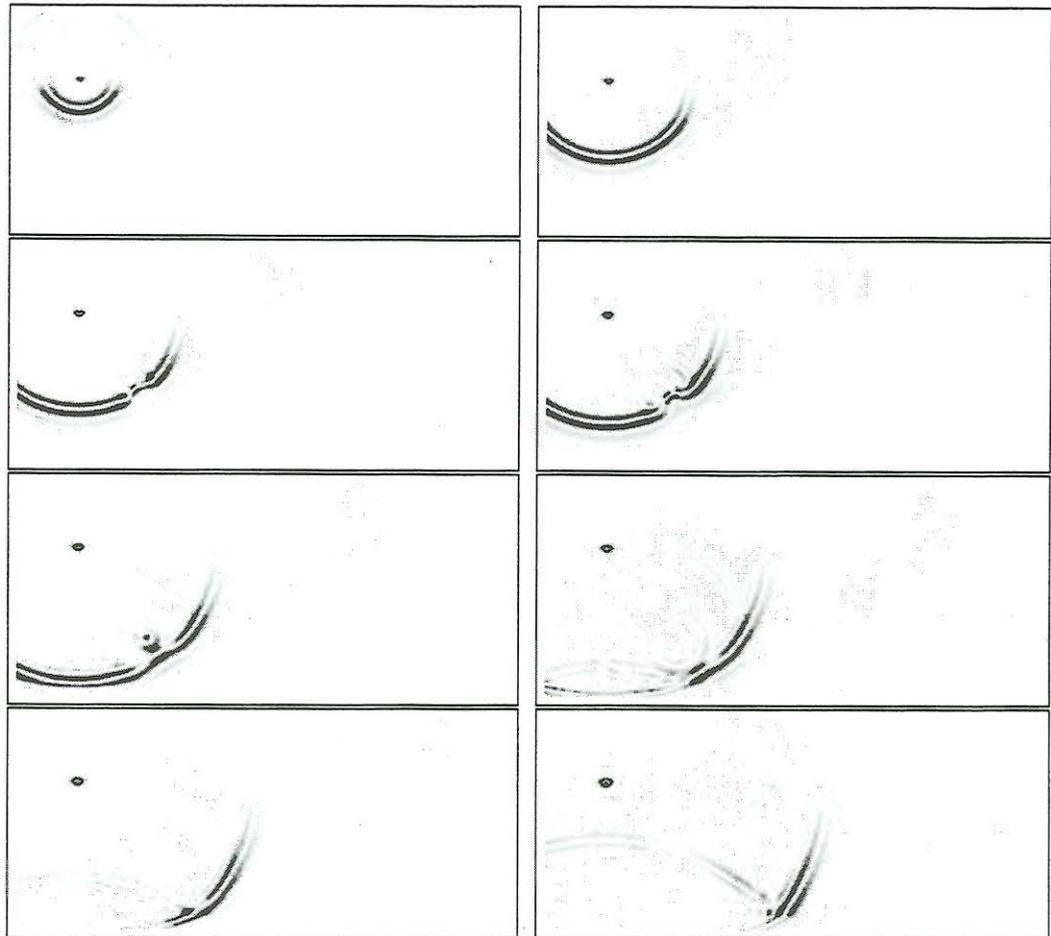


Abbildung 4.6: Gleicher geschichteter Halbraum wie oben, diesmal jedoch mit eingelagertem Störkörper. Deutlich sind hierbei die zusätzlich auftretenden Wellen erkennbar, auf die es bei der Auswertung der Radargramme ankommt.