

Forschungsbohrung BARUTH

Schlumberger-Sondierungen, Vorwärtsrechnung, 2-D-Inversion

Die gravimetrische Anomalie östlich von BARUTH (s. Abb.1) läßt auf die Struktur eines tertiären Maares schließen. Eine Forschungsbohrung soll offene Fragen zur Genese dieser Maare und zur Paläoklimaforschung beantworten. Zur Gewinnung weiterer Informationen über diese Struktur wurden im Gebiet um BARUTH geoelektrische Tiefensondierungen durchgeführt. Abb. 1 zeigt die Lage der vier Schlumberger-Halbmessungen, die direkt über der Anomalie durchgeführt wurden.



Abb. 1: Lage der vier Schlumberger-Halbmessungen über der gravimetrischen Anomalie bei BARUTH.

Die geoelektrischen Untersuchungen geben Auskunft über zu erwartende Schichtmächtigkeiten und deren spezifische Widerstände. Die Abbildungen 2 und 3 zeigen die ρ_s -Kurven für die Schlumberger-Halbmessungen Ost und West. Die übersteilen Anstiege und der Kurvenversatz deuten auf eine mehrdimensionale Struktur hin.

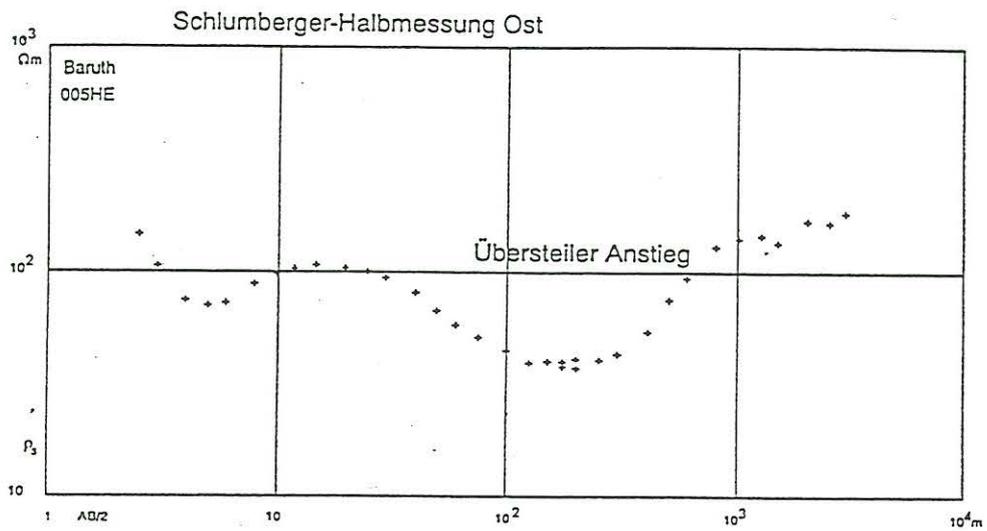


Abb.2: Schlumberger-Halbmessung Ost, ρ_s -Kurve mit übersteilem Anstieg.

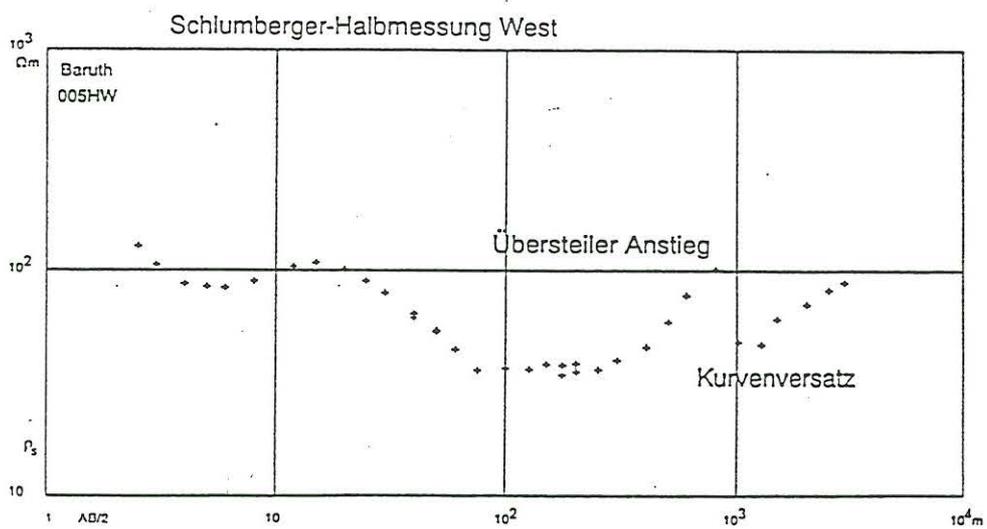


Abb.3: Schlumberger-Halbmessung West, ρ_s -Kurve mit übersteilem Anstieg und mit ausgeprägtem Kurvenversatz bei $AB/2 \approx 1000m$.

Aus den Messungen wurde zunächst nach 1-D-Inversionen und unter Berücksichtigung geologischer und anderer geophysikalischer Informationen ein Trogmodell gewonnen, das in Abb. 4 dargestellt ist.

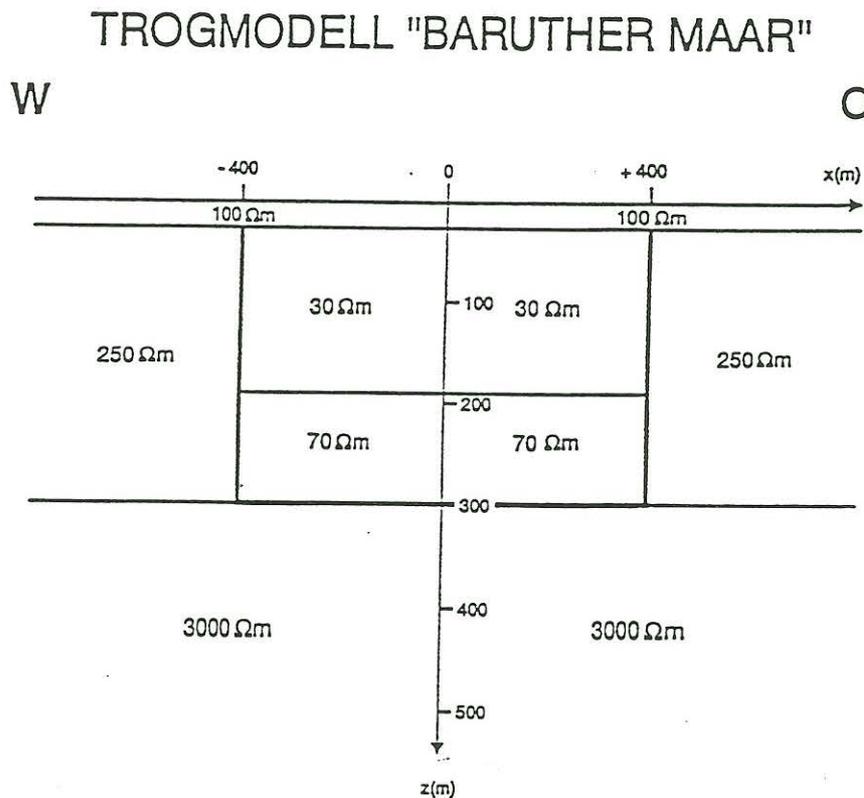


Abb. 4: Trogmodell "BARUTHER Maar" (Zweidimensionales Modell für die Meßdaten auf dem West-Ost-Profil, gewonnen aus 1-D-Inversionen)

Auf der Basis dieses Modells wurden 2-D-Vorwärtsrechnungen und Inversionen, als Näherung für eine 3D-Widerstandsverteilung, für die Daten auf dem Ost-West-Profil durchgeführt. Abb. 5 zeigt die aus einer Inversion resultierenden ρ_s -Kurven im Vergleich zu den Meßkurven, weiterhin die Inversionsparameter. Die zugehörige Theorie ist im Abschnitt "2-D-Vorwärtsrechnung und Inversion" beschrieben. Abb. 6 zeigt die Widerstandsverteilung in gleicher Darstellungsform wie bei Abb.4.

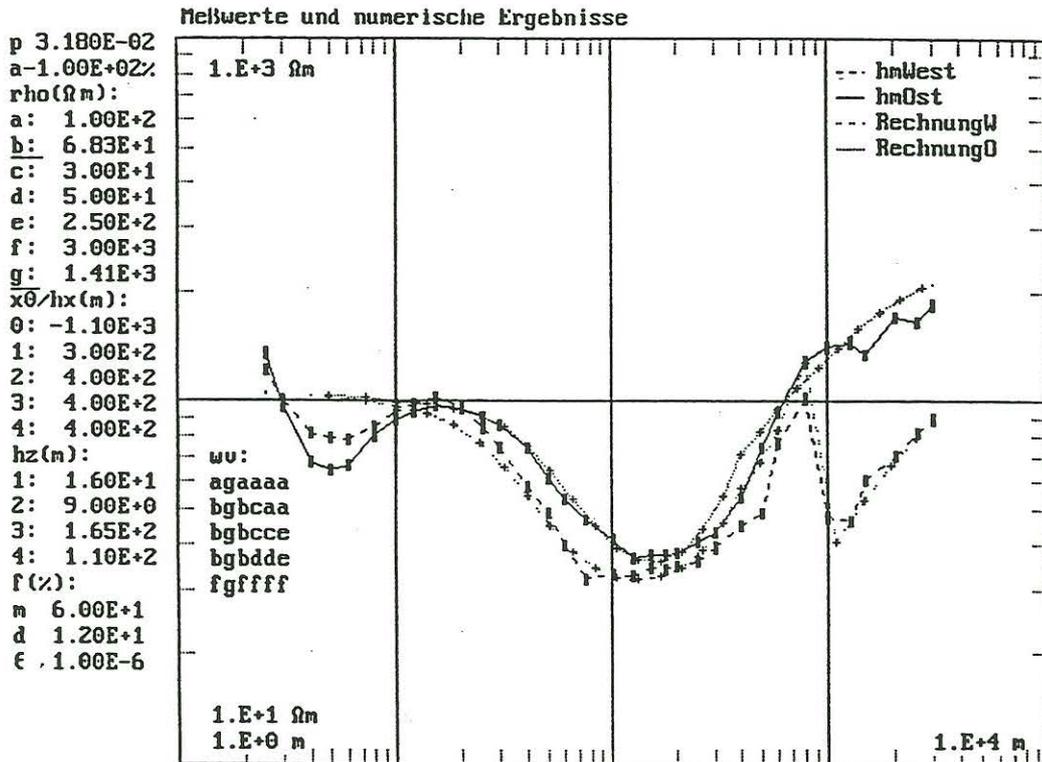


Abb.5: Gemessene und theoretische ρ_s -Kurven nach Inversion. Dabei wurden die meisten Parameter aus dem Modell der Abb. 4 übernommen und 2 Parameter in der Inversion optimiert.

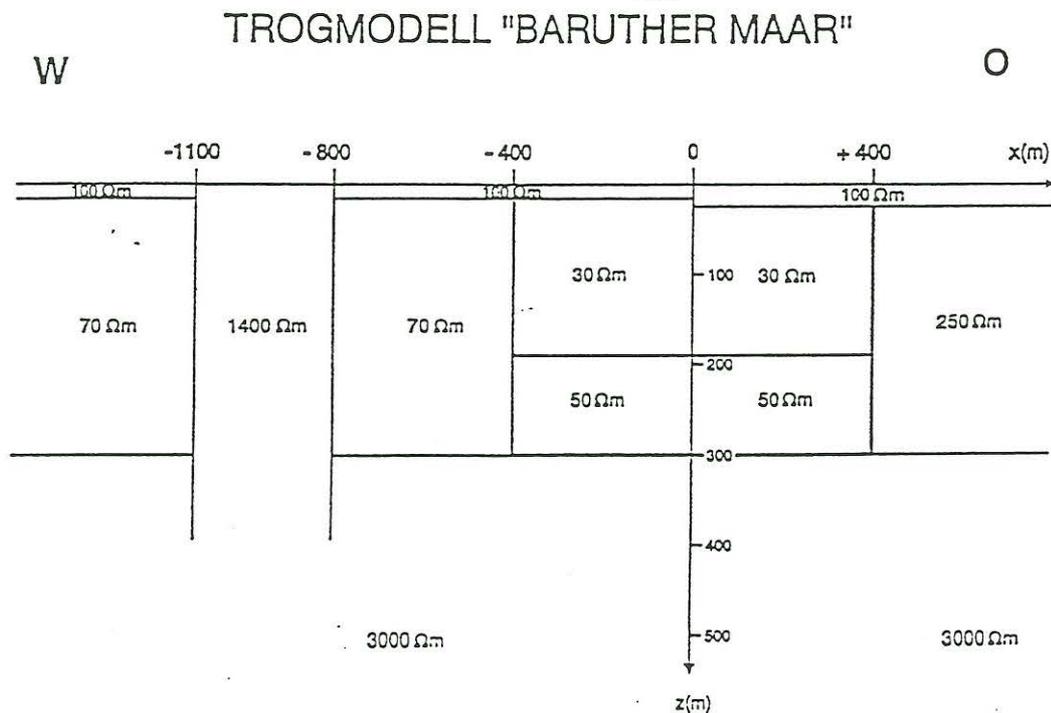


Abb.6: Trogmodell "BARUTHER MAAR", angepaßtes Modell nach 2-D-Inversion.

Dieses Modell unterscheidet sich vom Modell in Abb. 4 hauptsächlich durch die hochohmige "Deich"-Struktur im Bereich -1100 bis -800m, die den erwähnten Kurvenversatz erklärt. Diese Struktur wird durch anstehendes hochohmiges Material bestätigt. Wieweit sich dieses Material entsprechend der Modellvorstellung (Caldera?) nach unten fortsetzt, ist offen. Weiterhin wurde die Geometrie der Deckschicht und der spezifische Widerstand der "Deich"-Umgebung variiert. Eine Ergänzung der Resultate durch 3-D-Modellrechnungen (nahezu kreissymmetrische Struktur) ist geplant. Außerdem sollen weitere Modellrechnungen unter Berücksichtigung der inzwischen vorliegenden Bohrlochmessungen durchgeführt werden.

2D-Vorwärtsrechnung und Inversion

Einleitung

Eine 2D-Geoelektrik-Inversion wird von LIEBIG (1996) beschrieben. KAMKE führt (1997) eine 2D-Inversion durch und benutzt dabei den SIRT-Algorithmus. SEICHTER behandelt (1998) mit dem gleichen Algorithmus die 3D-Inversion für Geoelektrik und IP. Das für die Anpassung der beschriebenen Geoelektrik-Halbmessungen bei Baruth verwendete Programm zur 2D-Vorwärtsrechnung und -Marquardt-Inversion (RODEMANN 1997) unterscheidet sich von der ersten Arbeit dadurch, daß sowohl Werte des sp. Widerstands als auch die Geometrie variiert werden können. Von den beiden anderen Arbeiten unterscheidet es sich durch Verwendung der vollen Jacobi-Matrix. Der Inversions-Algorithmus entspricht im wesentlichen dem der 1D-Marquardt-Inversion für Schlumberger-Auslagen (MUNDRY & DENNERT 1980,1983). Kern der Inversion ist eine möglichst genaue und schnelle Vorwärtsrechnung. Es wurde die von MUNDRY (1981) entwickelte Vorwärtsrechnung in den meisten Einzelheiten übernommen (Transformation des Potentials in den Wellenzahlbereich, finite Differenzenformulierung (FD) einschließlich innerer Randbedingungen analog zu BREWITT-TAYLOR & WEAVER (1976), Dirichlet-Randbedingung seitlich und unten, reziproke Elektroden-Sonden-Anordnung, Gauß-Seidel-Gleichungslösung). Dieser Gleichungslöser ist bei rel. kleinem Speicherplatz vorteilhaft. Zu Testzwecken wurden die analytischen Lösungen für zwei Viertelräume (MUNDRY 1979) und eine Deichstruktur (HANSTEIN, Uni Köln, pers. Mitteilung) in das Programm integriert. Die 2D-Vorwärtsrechnung ist naturgemäß wesentlich langsamer (Minuten statt msec bei 1D auf einem schnellen PC) und deutlich ungenauer (Prozentbruchteile bis wenige Prozent statt 0.1% bei 1D).

Vorwärtsrechnung und "automatic gridding"

Zur Durchführung der FD-Rechnung mit möglichst großer Rechengenauigkeit sind kleine Gitterabstände wünschenswert. Damit die Randbedingung $V=0$ (V =Potential) für unteren Rand und seitliche Ränder im betrachteten Bereich zu möglichst kleinen Fehlern führt, ist ein großer Abstand zwischen Quellen (Elektroden) und den Rändern erforderlich. Dies führt zur Progression der Gitterabstände und einer Asymmetrie der Knotenanordnung, die Rechenfehler zur Folge haben kann (Reduktion der Genauigkeit von $O(h^2)$ auf $O(h)$, ca. 1% Fehler beim Progressionsfaktor $h(i+1)/h(i)=1.25$, h =Maschenweite). Außerdem setzt der gewählte FD-Algorithmus voraus, daß Widerstandsgrenzen in x oder z auf Knoten liegen (Punkte, in denen das Potential definiert ist). Dies gilt auch für Quellpunkte und Ränder. Die vertikalen und horizontalen Grenzen bilden also eine Untermenge (bzw. den "Kern") der zur Rechnung benötigten Gitterlinien. Sie definieren Rechtecke, die als Attribut einen sp. Widerstand besitzen. Zur Beschreibung einer Widerstandsverteilung wird man eine Kombination von Linien wählen, die insgesamt zu möglichst wenigen Inversionsparametern führt. U.a. können mehrere Rechtecke mit einem sp. Widerstand belegt werden, der nur einen Inversionsparameter darstellt.

Wie im 1D-Fall können n_z Schichten, also $n_z - 1$ Mächtigkeiten $hz(i)$ und vertikale

Widerstandsdiskontinuitäten definiert werden. In der Horizontalen (Widerstandsvariation in x) können entsprechend $n_x - 1$ "Mächtigkeiten" $h_x(i)$ definiert werden. Außerdem muß die laterale Position dieses "vertikal stehenden Schichtpakets" fixiert werden, etwa durch die Position der Diskontinuität mit dem kleinsten x , im folgenden x_0 genannt. Ihr entspricht im 1D-Fall die Diskontinuität bei $z=0$.

Zusätzlich zu diesen $(n_z - 1) + (n_x - 1) + 1 = n_x + n_z - 1$ geometrischen Parametern muß die Widerstandsverteilung mit n_ρ sp. Widerständen $(\rho_1, \dots, \rho_{n_\rho})$ festgelegt werden. Diese Struktur bleibt während der Inversion erhalten. Dagegen können die $n = n_\rho + n_x + n_z - 1$ Parameter

$\rho(i), i = 1..n_\rho, x_0, h_x(i), i = 1..n_x$ und $h_z(i), i = 1..n_z$ während der Inversion variieren. Bei n_f festgehaltenen Parametern reduziert sich die Zahl der Inversionsparameter auf $n_{par} = n - n_f$.

Die gezeigte Anpassung an die Baruth-Messungen enthält 16 Parameter, davon 7 sp. Widerstände, während 30 Rechtecke unterschieden werden können. Die Ausgangslösung wurde mit Hilfe von 1D-Inversionen, 2D-Vorwärtsrechnungen und Vorinformationen bestimmt. Es werden hier 14 Parameter festgehalten und 2 (sp. Widerstände) in der Inversion angepaßt. Die beschriebene Variation der Geometrie wurde an anderen Beispielen getestet. Weitere Inversionsläufe sind geplant.

Vor einer Vorwärtsrechnung muß die Widerstandsverteilung festgelegt werden. Im Rahmen einer Marquardt-Inversion ist dies vor der ersten Vorwärtsrechnung das Ausgangsmodell. Nach jedem Inversionsschritt wird eine neue, verbesserte Widerstandsverteilung berechnet. Dies gilt für die geometrischen Parameter der jeweiligen Linien und für den jeweiligen sp. Widerstand. Anschließend wird im Programm das für die Rechnung erforderliche feinere Gitter neu berechnet (automatic gridding). Dabei wird die Verfeinerung so durchgeführt, daß die einzelnen Progressionsfaktoren nach Möglichkeit nicht zu weit von einem wählbaren mittleren Progressionsfaktor abweichen.

Die Potentialwerte für die bei der Messung benutzten AB/2-Werte werden anschließend linear interpoliert. Eine Spline-Interpolation führt an Stellen, bei denen ein lateraler Widerstandskontrast bis an die Oberfläche reicht, zu Fehlern (Spitzen in V, Sprünge im E-Feld werden vernachlässigt); vgl. auch LIEBIG (1996).

Marquardt-Inversion

Es werden die wesentlichen Schritte der Marquardt-Inversion angegeben, zu weiteren Details vgl. MUNDRY & DENNERT (1983). Die Besonderheiten der 2D-Inversion werden jeweils erwähnt. Die m ρ_s -Meßwerte nach Astausgleich (unterschiedliche Sondenabstände MN) bestehen aus Paaren von Halbmessungen, weil die Sensitivität bzgl. lateraler Widerstandsvariationen wesentlich größer ist als bei Schlumberger-Auslagen (SCHULZ 1983). Zur Dynamikkompensation werden die Meßwerte logarithmiert:

$$Y_j^m = \log(\rho_{sj}), j=1..m \text{ oder als Vektor } \underline{Y}^m.$$

Die n_{par} nicht festgehaltenen Parameter (s.o.) werden, analog zum 1D-Fall, ebenfalls logarithmiert. Die Größe x_0 kann abhängig von der Wahl des Koordinatenursprungs

z.T. negativ werden. Hier bietet sich z.B. als Modifikation des Logarithmus die Funktion $\text{areasin}(x_0)$ an, alternativ keine Kompression. Zusammengefaßt ergibt sich der Parametervektor

$p_{i,l}, i=1..n_{par}$ bzw. p_l für die l-te Näherung.

Nach Durchführung der Vorwärtsrechnung erhält man die theoretischen ρ_s -Werte, logarithmiert:

$Y_{j,l}^{th} = \log(\rho_{s,j,l}), j=1..m$ bzw. den Vektor \underline{Y}_l^{th} .

Der Vergleich mit den Meßwerten führt auf den vektoriellen Anpassungsfehler

$\epsilon_j = Y_j^m - Y_{j,l}^{th}$ für $j=1..m$ oder $\underline{\epsilon} = \underline{Y}^m - \underline{Y}_l^{th}$

Der Vergleich ergibt insgesamt für die l+1-te Näherung:

$\phi_{l+1} = \frac{1}{m-n} * \sum_{j=1}^m (Y_j^m - Y_{j,l+1}^{th})^2$ Dabei ist ϕ die mittlere Summe der Abweichungsquadrate, also ein Abweichungsmaß.

Für $\underline{Y}_{j,l+1}^{th}$ wird eine Taylor-Entwicklung um $\underline{Y}_{j,l}^{th}$ durchgeführt:

In linearer Näherung gilt: $Y_{j,l+1}^{th} = Y_{j,l}^{th} + \sum_{i=1}^{n_{par}} \frac{\partial Y_{j,l}^{th}}{\partial p_i} * \Delta p_i$,
sodaß folgt:

$$\phi_{l+1} = \frac{1}{m-n} * \sum_{j=1}^m (Y_{j,l}^{th} + \sum_{i=1}^{n_{par}} \frac{\partial Y_{j,l}^{th}}{\partial p_i} * \Delta p_i - Y_j^m)^2$$

Pro Parameter ist eine 2D-Vorwärtsrechnung erforderlich, um alle Ableitungen zu approximieren. Hierzu wird jeweils das diskutierte "automatic gridding" durchgeführt. Die Minimierung von ϕ für die Näherung l+1 ergibt $\frac{\partial \phi_{l+1}}{\partial (\Delta p_k)} = 0; k=1..n_{par}$

In Matrix-Schreibweise resultiert:

$$\underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} \Delta \underline{\underline{p}} = \underline{\underline{F}} (\underline{Y}^m - \underline{Y}_l^{th})$$

Dabei ist $\Delta \underline{\underline{p}}$ die Korrektur für den Übergang vom l-ten zum l+1-ten Parametersatz, $\underline{Y}^m - \underline{Y}_l^{th}$ ist der vektorielle Anpassungsfehler der l-ten Näherung.

$\underline{\underline{F}}$ ist die Jacobi-Matrix:

$$\underline{\underline{F}} = (F_{j,i}) = \left(\frac{\partial Y_{j,l}^{th}}{\partial p_i} \right)$$

Nach Normierung dieses Gleichungssystems führt das Marquardt-Verfahren (gedämpfte Methode der kleinsten Quadrate mit dem Dämpfungsfaktor μ) auf

$$(\underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} + \mu^2 \underline{\underline{E}}) * \Delta \underline{\underline{p}} = \underline{\underline{F}} (\underline{Y}^m - \underline{Y}_l^{th})$$

μ wird variiert, bis ϕ_{l+1} minimal ist. Dabei sind typisch 4 Schritte mit je einer 2D-Vorwärtsrechnung erforderlich. Die Iteration wird abgebrochen, wenn z.B. das Abweichungsmaß ϕ einen vorgegebenen Grenzwert unterschreitet.

Mögliche Verbesserungen

Ähnlich wie beim Fall der 1D-Inversion sollte eine nichtlineare Berechnung von Schätzwerten für die Parameterfehler bei gegebenen Meßfehlern einschließlich einer Betrachtung von Dünnschichtfällen durchgeführt werden. Hierfür wäre eine weitere Beschleunigung des Programmablaufs wünschenswert.

Literatur

- BREWITT-TAYLOR, C.R. & WEAVER, J.T. (1976): On the finite difference solution of two-dimensional induction problems.- Geophys. J. R. astr. Soc., 47, 375-396.
- KAMKE, A. (1997): Modellierung und Inversion von Daten dre induzierten Polarisation für zweidimensionale Verteilungen der elektrischen Leitfähigkeit.- Diplomarbeit, Institut für Geophysik und Meteorologie, TU Braunschweig.
- LIEBIG, A. (1996): Zweidimensionale geoelektrische Inversion als Teil einer integrierten geophysikalischen Auswertung zur Erkundung oberflächennaher Schichten.- Diss., Institut für Geophysik, Ruhr-Universität Bochum.
- MUNDRY, E. (1979): Geoelektrische Modellkurven in der Nähe vertikaler Störungen. - NLFB-Archiv, Bericht Nr. 80147, Hannover.
- MUNDRY, E. (1981): Geoelektrische Modellrechnungen für zweidimensionale Strukturen.- NLFB-Archiv, Bericht Nr. 91170, Hannover.
- MUNDRY, E. & DENNERT, U. (1980): Das Umkehrproblem in der Geoelektrik. - Geol. Jb., Reihe E, 19: 19-38, Schweizerbartsche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- MUNDRY, E. & DENNERT, U. (1983): Ein Programm zur Inversion geoelektrischer Sondierungskurven für horizontal geschichteten Untergrund (INGESO 81). - NLFB-Archiv, Bericht Nr. 92 894, Hannover.
- RODEMANN, H. (1997): 2D-Modellrechnung zur DC-Geoelektrik und erste Ergebnisse einer 2D-Inversion mit dem Programm 2H1.- Vortrag, gehalten am 27.5.1997 im Geophysik-Seminar, NLFB-GGA, Hannover.
- SCHULZ, R. (1983): Potentialberechnungen zur Interpretation von gleichstromgeoelektrischen Messungen über dreidimensionalen Störkörpern.- Diss., TU Clausthal.
- SEICHTER, M. (1998): Rekonstruktion der räumlichen Verteilung der komplexen elektrischen Leitfähigkeit.- Diss., TU Braunschweig.