

Diffusion schneller Magnetfeldänderungen durch den Erdmantel

Jens Stadelmann

Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig

Bei Feldumpolungen (Reversals) treten möglicherweise schnelle geomagnetische Impulse auf, bei denen sich die Feldrichtung an einem Ort innerhalb einiger Wochen um 90° ändern kann. Selbst wenn man annimmt, daß im Erdkern außerordentlich schnelle Feldänderungen stattfinden können, bleibt es fraglich, in welchem Maß sie durch den elektrisch leitfähigen Mantel dringen können. Dieser verzögert und glättet Feldänderungen auf ihrem Weg von der Kern-Mantel-Grenze (CMB) zur Erdoberfläche. Hier soll mit einem einfachen Modell der Frage nachgegangen werden, ob die beobachteten Änderungsraten mit den derzeitigen Vorstellungen über die Leitfähigkeit des Mantels vereinbar sind.

Schnelle Feldänderungen

Prévo et al. (1985) untersuchten die Magnetisierungsrichtungen von Lavaproben aus der Nähe von Steens Mountain, Oregon. Die Lava ist rund 16 Millionen Jahre alt und enthält die Aufzeichnung eines Reversals. Diese Aufzeichnung entsteht dadurch, daß jede Lavaschicht beim Abkühlen unter die Blockungstemperatur eine thermoremanente Magnetisierung in Richtung des zu diesem Zeitpunkt herrschenden äußeren Feldes erhält. Die Proben sind entsprechend ihrer Magnetisierungsrichtungen in 55 Richtungsgruppen zusammengefaßt. Abbildung 1 zeigt den kontinuierlichen Verlauf der Richtungsgruppen, die aus aufeinanderfolgenden Lavaschichten stammen. Die

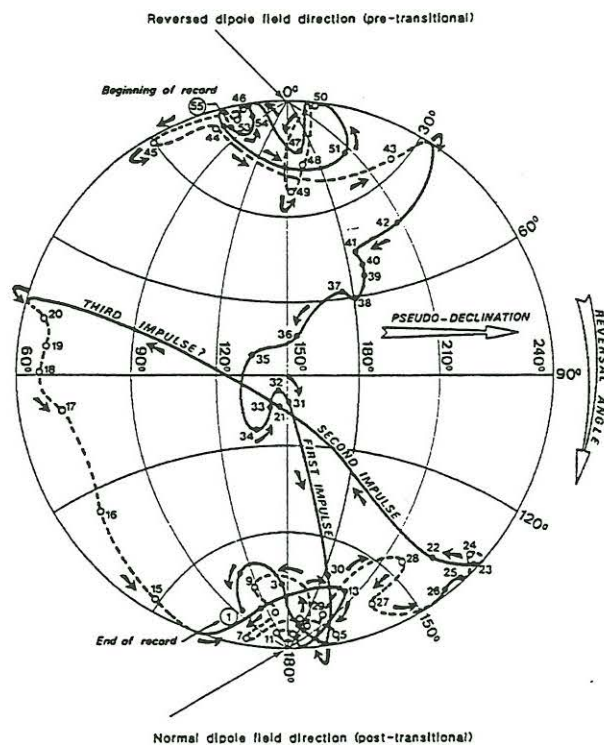


Abbildung 1: Magnetisierungsrichtungen des Reversals. Abbildung aus Prévo et al. (1985).

Richtungsgruppen sind fortlaufend numeriert, allerdings ist die Numerierung dem zeitlichen Ablauf entgegengesetzt. Der Ablauf des Reversals beginnt mit einer Abnahme der Feldintensität in den Richtungsgruppen 55 bis 43. Dann schwenkt die Magnetisierungsrichtung aus der inversen Lage in Übergangsrichtungen, Gruppen 42 bis 30, und erreicht nach etwa 1 500 Jahren vorübergehend normale Richtungen, Gruppen 29 bis 27. Anschließend zeigt die Feldrichtung wieder in Übergangsrichtungen, 26 bis 15, bis sie nach etwa 3 000 Jahren schließlich in die normale Richtung zurückkehrt und dort bleibt, Gruppe 14 bis 1.

Bemerkenswert an der Abfolge der Magnetisierungsrichtungen sind drei Sprünge, bei denen sich die Magnetisierungsrichtungen um bis zu 90° ändern, während die Richtungsänderungen sonst deutlich kleiner ausfallen. Um den zweiten Sprung näher zu untersuchen, wurden später noch einmal Proben entnommen. Die Ergebnisse der beiden Meßkampagnen sind in Abbildung 2 dargestellt. Die Abbildung zeigt außen einen maßstabstreuen Schnitt durch die Lavaschichten an den zwei Entnahmeorten, die 250 m auseinanderliegen, links die Originalsektion von 1985, rechts die neue Sektion von 1995. Bei den Nummern handelt es sich um die fortlaufende, von oben beginnende Numerierung der Lavaschichten an den jeweiligen Orten.

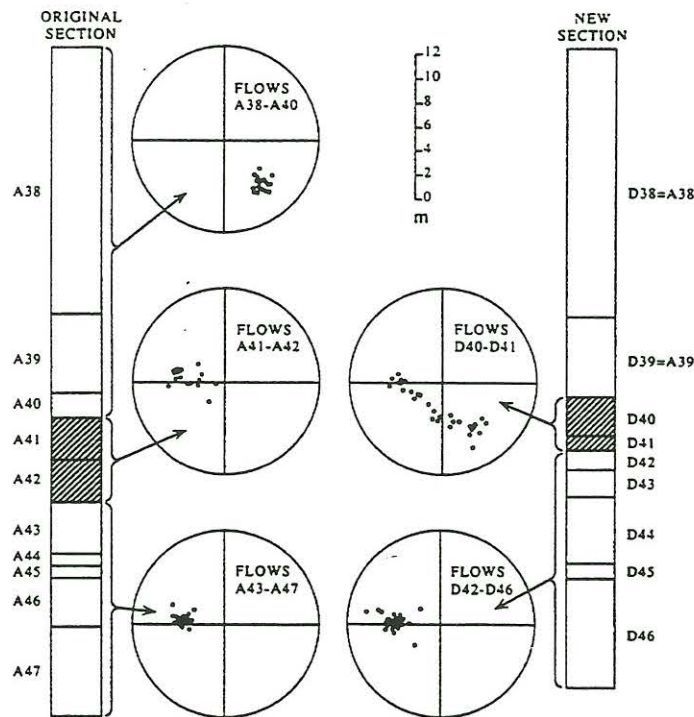


Abbildung 2: Hinweise auf eine sehr schnelle Feldänderung in den Magnetisierungsrichtungen. Abbildung aus Coe et al. (1995).

Die Magnetisierungsrichtungen einzelner Proben aus den verschiedenen Schichten sind in den Kreisen dargestellt. Dabei handelt es sich um eine flächentreue Projektion der Richtungen auf die Kreise. Die Inklination I ist radial, aber nicht linear, aufgetragen, während die Deklination D unmittelbar aus dem Winkel mit der Richtung nach oben folgt.

Die Magnetisierungsrichtungen liegen in den unteren und oberen Schichten jeweils sehr nahe beieinander, während sie in den schraffierten Schichten A41 und A42 bzw. D40 und D41 stark

streuen. Insbesondere bei den Schichten D40 und D41 sieht man, daß ihre Magnetisierungsrichtungen zwischen den Richtungen vor und nach der Lücke verteilt liegen.

Coe et al. (1995) gehen davon aus, daß sich die Feldrichtung während des Abkühlens der Schicht D41 merklich änderte. Zu diesem Schluß kommen sie aufgrund der vertikalen Verteilung der Magnetisierungsrichtungen innerhalb dieser Schicht, die sie damit erklären, daß zuerst die Bereiche am oberen und unteren Schichtrand abkühlten und dabei die Feldrichtung vor dem Sprung einfroren, während das Schichtinnere erst später die Blockungstemperatur erreichte und dabei Feldrichtungen aufzeichnete, die deutlich näher an der Feldrichtung nach dem Sprung liegen. Aus einem Abkühlungsmodell folgt für den Zeitraum, in dem sich das Feld aus der Richtung vor dem Sprung in die Richtung nach dem Sprung dreht, eine Dauer von etwa 30 bis 45 Tagen, und das bei einer Richtungsänderung von fast 90°. Tabelle 1 enthält die Feldrichtungen nach

	Schicht	I [°]	D [°]	F [μ T]
nach dem Sprung	A38	36.6	140.0	13.2
	A39	38.6	140.8	8.7
	A40	36.0	137.0	4.4
vor dem Sprung	A41-3	48.3	274.4	–
	A41-4	45.5	277.5	–
	A41-5	44.1	279.4	–
	A42	52.6	270.5	7.0
	A42	37.4	275.8	–
	A43	48.0	278.0	–
	A43	47.8	273.8	–

Tabelle 1: Feldrichtungen vor und nach dem Sprung.

und vor dem Sprung, wie sie in Lavaschichten unter und über der Schicht mit den auffälligen Richtungsverteilungen festgehalten sind. Camps et al. (1995) nehmen an, daß die Totalintensität sich während des Sprunges nicht änderte und ihren Wert von ca. 7 μ T beibehält. Außerdem gehen sie von davon aus, daß es sich um eine Änderung des Hauptfeldes handelt, d. h. die Ursache der Feldänderung im Kern liegt. Mittelung über die Werte vor bzw. nach dem Sprung führt auf die Felder in Tabelle 2. In ihr ist auch die Differenz dieser Felder angegeben, wobei die Werte

Feld vor dem Sprung	
F [nT] = 7000	X [nT] = 486.5
I [°] = 46.1	Y [nT] = -4831.8
D [°] = 275.7	Z [nT] = 5041.6
Feld nach dem Sprung	
F [nT] = 7000	X [nT] = -4231.7
I [°] = 37.1	Y [nT] = 3646.7
D [°] = 139.2	Z [nT] = 4218.4
Differenzfeld ΔB	
F [nT] = 9737.7	X [nT] = -4718.2
I [°] = -4.8	Y [nT] = 8478.4
D [°] = 119.1	Z [nT] = -823.2

Tabelle 2: Feldkomponenten vor und nach dem Sprung in Steens Mountain und ihre Differenzen. für Deklination und Inklination die Richtung des Differenzfeldes angeben. Die Richtungsänderung des Feldes beträgt 88.1° bei einer Totalintensität von 7 μ T. Liegt die Ursache tatsächlich

im Erdkern, dann muß die Feldänderung zunächst durch den elektrisch leitfähigen Erdmantel dringen, wobei sie verzögert und geglättet wird. Es stellt sich damit die Frage, ob sich derart hohe Änderungsraten überhaupt mit den heutigen Leitfähigkeitsmodellen für den Erdmantel in Einklang bringen lassen.

Modelle der elektrischen Leitfähigkeit für den Erdmantel

Abbildung 3 zeigt einige Leitfähigkeitsmodelle. Im Bereich des oberen Mantels ist die elektrische Leitfähigkeit mit Werten um $10^{-3} \dots 10^{-2} \text{ Sm}^{-1}$ verhältnismäßig gering. Sie steigt dann auf etwa 1 Sm^{-1} in einer Tiefe von 700 km. Bis zu Tiefen von etwa 1000 km läßt sich die elektrische Leitfähigkeit mit Hilfe äußerer Anregungen bestimmen. Dazu wird die Antwort des Erdmantels mit dem anregenden Signal verglichen. Man verwendet z. B. die Sq-Variationen des Magnetfeldes mit Perioden von 24, 12, 8 und 6 Stunden und die Dst-Variationen mit Perioden zwischen etwa 20 Stunden und 20 Tagen. Wegen ihrer durch den Skin-Effekt beschränkten Eindringtiefe erhält man mit ihnen keine Informationen über größere Tiefen.

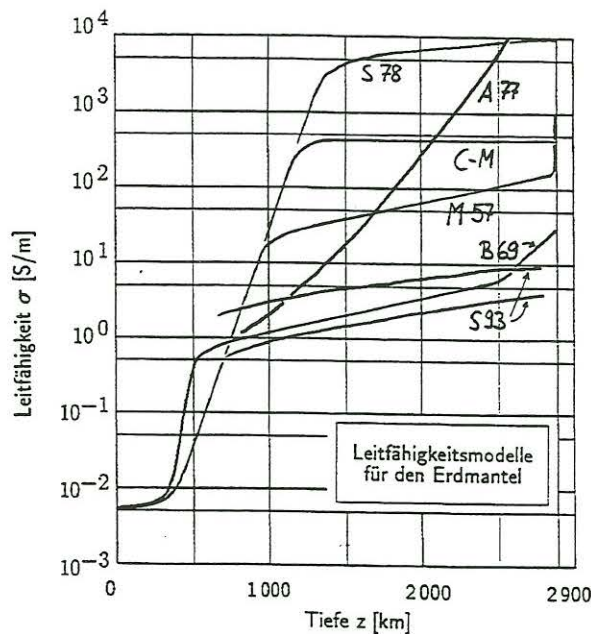


Abbildung 3: Leitfähigkeitsmodelle für den unteren Mantel. Die Zusammenstellung einiger Leitfähigkeitsmodelle soll veranschaulichen, zu welchen unterschiedlichen Ergebnissen die Abschätzungen führen. Die Bezeichnungen an den Kurven bedeuten im einzelnen: M57: McDonald 1957, B69: Banks 1969, C-M: Cantwell-McDonald 1972, A77: Alldredge 1977, S78: Stacey 1978 und S93: Shankland 1993. Die beiden Kurven von Shankland stammen aus festkörperphysikalischen Untersuchungen, alle übrigen Kurven sind Abschätzungen der Obergrenze der Leitfähigkeit, z. B. aus Säkularvariationen.

Für die Bestimmung der Leitfähigkeit im unteren Mantel benötigt man Anregungen mit größeren Perioden, wie sie etwa beim Sonnenfleckenzyklus auftreten. Allerdings lassen sich die entsprechenden Änderungen nur schlecht von den Säkularvariationen unterscheiden. Eine andere Möglichkeit besteht in der Untersuchung der vom Kern stammenden Magnetfeldänderungen, also der Säkularvariationen selbst. Aber in diesem Fall kennt man das anregende Signal nicht. Man muß deswegen

Annahmen über die Anregung (den Input) an der CMB machen, um aus dem Signal an der Erdoberfläche (dem Output) auf den Mantel zu schließen, den man als Filter betrachten kann. Aus schnellen Änderungen läßt sich so immerhin abschätzen, wie groß die Leitfähigkeit im Mantel höchstens sein kann.

Festkörperphysikalische Untersuchungen bieten eine weitere Möglichkeit, die Leitfähigkeit im Mantel zu bestimmen. Shankland et al. (1993) verwenden die Ergebnisse von Hochdruck-, Hochtemperaturrexperimenten an typischen Mantelmineralen. Die Messungen finden bei einem Druck von 1.2 bis 400 GPa und bei Temperaturen zwischen 20°C und 400°C statt. Die Ergebnisse werden dann auf die Bedingungen im unteren Mantel extrapoliert, wo der Druck auf bis zu 136 GPa und die Temperaturen auf etwa 3000°C steigen. Shankland et al. (1993) untersuchten drei verschiedene Zusammensetzungen. Für die Zusammensetzungen mit der größten bzw. kleinsten Leitfähigkeit ist die Tiefenabhängigkeit in Abbildung 3 durch die mit S93 bezeichneten Kurven dargestellt. Die Leitfähigkeit im untersten Bereich des Mantels erreicht bei der unteren Kurve Werte bis 3 Sm^{-1} und bei der oberen Kurve Werte bis 10 Sm^{-1} . Unmittelbar an der CMB, in der D"-Schicht kann die Leitfähigkeit deutlich höher sein. Al Duba (persönl. Mitteilung) merkte allerdings an, daß bei diesen Messungen möglicherweise systematische Fehler auftraten, so daß die Werte um ca. einen Faktor 10 zu klein sein können.

Die beiden Kurven sollen bei den folgenden Betrachtungen des Mantels für zwei Mantelmodelle verwendet werden. Dabei soll der Mantel durch acht sphärische Schichten mit konstanter elektrischer Leitfähigkeit beschrieben werden, vgl. Abbildung 4.

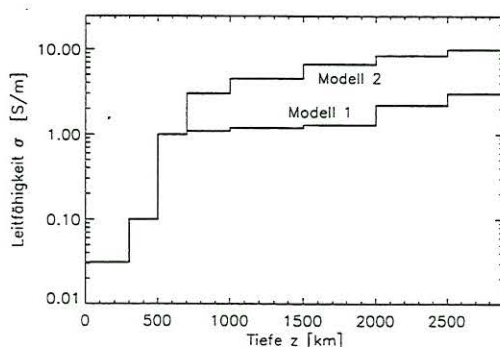


Abbildung 4: Verschiedene Modelle für den Mantel. Die Modelle nähern den Verlauf der Leitfähigkeit nach Shankland et al. (1993) an.

Elektromagnetische Induktion im Erdmantel

Für die Behandlung der Signalausbreitung von der CMB zur Erdoberfläche wird davon ausgegangen, daß im gesamten Mantel und der Kruste der Vakuumwert der Permeabilität verwendet werden darf, d. h. $\mu = \mu_0$. Desweiteren kann die zeitliche Änderung der Verschiebungsstromdichte vernachlässigt werden. Mit diesen Annahmen gelten die Maxwell-Gleichungen in der Form

$$\nabla \times \underline{B} = \mu_0 \underline{J}, \quad \nabla \cdot \underline{B} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \times \underline{E} = -\dot{\underline{B}}. \quad (2)$$

Der Mantel wird durch mehrere sphärische Schichten mit konstanter elektrischer Leitfähigkeit dargestellt. In ihnen gilt das Ohmsche Gesetz

$$\underline{J} = \sigma \underline{E}, \quad \text{mit } \sigma = \text{const.} \quad (3)$$

Es reicht aus, harmonische Anregungen zu betrachten, da durch Fouriersynthese damit auch das Verhalten bei beliebigen Anregungen ermittelt werden kann. Somit kann als zeitliche Abhängigkeit der Faktor $e^{i\omega t}$ eingeführt werden. Damit ist

$$\dot{\underline{B}} = i\omega \underline{B}. \quad (4)$$

Aus diesen Gleichungen folgt für jede Schicht eine Diffusionsgleichung für das Magnetfeld:

$$\nabla^2 \underline{B} = i\omega\mu_0\sigma \underline{B}. \quad (5)$$

Statt diese Differentialgleichung für die vektorielle Größe \underline{B} zu lösen, führt man das Problem auf die Lösung einer Differentialgleichung für eine skalare Funktion P_B zurück. Dazu zerlegt man das Magnetfeld \underline{B} zunächst in einen poloidalen und einen toroidalen Anteil

$$\underline{B} = \underline{B}_P + \underline{B}_T, \quad (6)$$

von denen der toroidale Anteil an der Erdoberfläche nicht beobachtbar ist. Wegen der radial-symmetrischen Leitfähigkeit beeinflussen sich die poloidale und die toroidale Magnetfeldmode nicht. Durch die induktive Kopplung der Quellen im Kern an den Mantel können nur toroidale Ströme und damit verbundene poloidale Magnetfelder angeregt werden, so daß man sich auf das poloidale Feld \underline{B}_P beschränken kann. Anschließend drückt man das poloidale Feld durch

$$\underline{B}_P = \nabla \times \nabla \times (rP_B) \quad (7)$$

aus, wobei P_B eine skalare Funktion ist. Schließlich erhält man mit Gleichung (5) für P_B die Differentialgleichung

$$\nabla^2 P_B = i\omega\mu_0\sigma P_B, \quad (8)$$

die in sphärischen Koordinaten zu lösen ist.

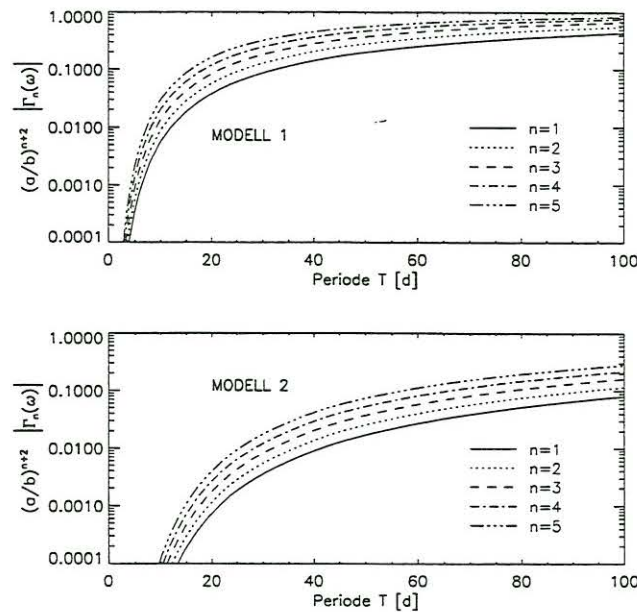


Abbildung 5: Amplitudenverhältnis ohne geometrische Abschwächung bei harmonischer Anregung.

Gibt man an der CMB ein Multipolfeld vom Grad n mit der Frequenz ω als Anregung vor, so läßt sich die Differentialgleichung (8) für jede Schicht lösen, wobei man als Randbedingungen die Stetigkeit der Tangentialkomponenten des elektrischen und magnetischen Felds ausnutzt. Damit läßt sich aus der Anregung an der CMB das Feld an der Erdoberfläche bestimmen.

Über das Verhältnis der Radialkomponenten des Magnetfeldes B_r an der CMB ($r=b$) und an der Erdoberfläche ($r=a$) läßt sich die Übertragungsfunktion

$$\Gamma_n(\omega) := \frac{B_{rn}(a, \omega)}{B_{rn}(b, \omega)} \quad (9)$$

definieren, die von der Frequenz ω und dem Multipolgrad n des Feldes abhängt. $\Gamma_n(\omega)$ ist eine komplexe Größe, die das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung beschreibt. In das Amplitudenverhältnis gehen dabei sowohl die elektromagnetische Dämpfung als auch die geometrische Abschwächung ein. Die geometrische Abschwächung des Feldes ist durch den Faktor $(a/b)^{-(n+2)}$ gegeben. Da vor allem die elektromagnetische Dämpfung von Interesse ist, wird im folgenden die Funktion

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n+2} |\Gamma_n(\omega)|$$

betrachtet, die die geometrische Abschwächung eliminiert. Sie ist in der Abbildung 5 für Perioden zwischen 0 und 100 d und $n=1, \dots, 5$ dargestellt. Die elektromagnetische Dämpfung ist erwartungsgemäß bei der höheren Leitfähigkeit größer als bei der niedrigen. Außerdem wird die Dämpfung bei höheren Multipolgraden n kleiner.

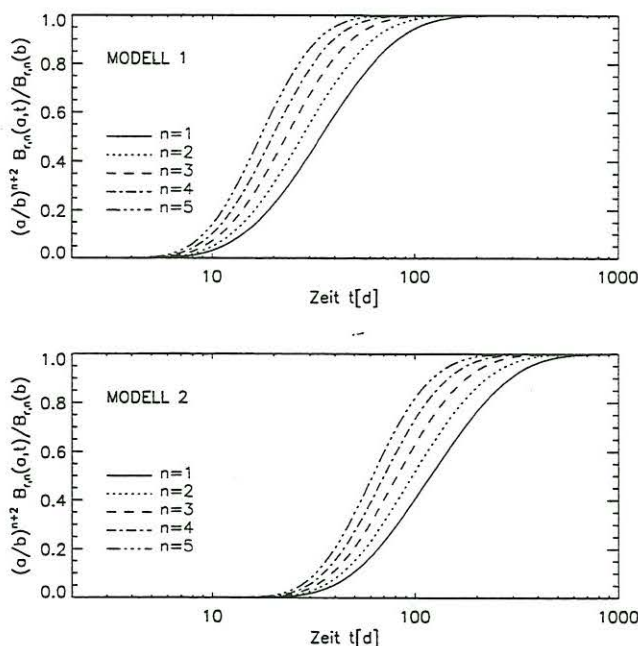


Abbildung 6: Signal an der Erdoberfläche beim Einschalten des Feldes an der CMB zum Zeitpunkt $t=0$ ohne Berücksichtigung der geometrischen Abschwächung.

Im Zusammenhang mit schnellen Feldänderungen stellt sich die Frage, wie der zeitliche Verlauf des Magnetfeldes an der Erdoberfläche aussieht, wenn zum Zeitpunkt $t=0$ an der CMB ein Feld eingeschaltet wird. Dazu soll wieder das Amplitudenverhältnis der Radialkomponenten nach Elimination der geometrischen Abschwächung betrachtet werden. In Abbildung 6 ist dies Verhältnis

für beide Modelle dargestellt. Bei höherer Leitfähigkeit dauert es deutlich länger, bis auch das Feld an der Erdoberfläche ansteigt. Auch ist der Anstieg selbst langsamer. Dieser Umstand tritt in Abbildung 6 nur wegen der logarithmischen Teilung der Zeitachse nicht klar hervor. Es stellt sich außerdem heraus, daß das Feld an der Erdoberfläche um so schneller folgt, je höher der Multipolgrad n des Feldes ist. Das bedeutet aber, daß prinzipiell mit ausreichend hohen Multipolgraden beliebig schnelle Änderungen an der Erdoberfläche möglich sind. Allerdings benötigt man wegen der geometrischen Abschwächung dafür extrem hohe Feldstärken an der CMB.

Diffusion schneller Feldänderungen durch den Mantel

Die schnellen Feldänderungen, wie sie von Coe et al. (1995) postuliert werden, sollen durch ein einfaches Modell beschrieben werden. Der Übergang vom Feld vor dem Sprung zum Feld nach dem Sprung soll dargestellt werden durch das instantane Einschalten des Differenzfeldes an der CMB. Da man nur die Felder in Steens Mountain kennt und somit keine Informationen über die globale Feldänderung besitzt, ist man zunächst völlig frei in der Wahl der Multipolgrade. Um physikalisch sinnvolle Lösungen zu erhalten, wird gefordert, daß die Energie des Differenzfeldes im stationären Zustand außerhalb der CMB möglichst klein sein soll. Abbildung 7 zeigt die Isolinien der Totalintensität des Differenzfeldes, das diese Bedingung erfüllt, wobei alle Multipolgrade bis zum maximalen Grad $N=13$ berücksichtigt sind. Die Wahl von $N=13$ ist willkürlich. Dennoch stellt dies keine Einschränkung dar, weil sich das Feld praktisch nicht mehr ändert, wenn man noch höhere Grade zuläßt. Man kann es bereits als Näherung für den Fall $N \rightarrow \infty$ auffassen.

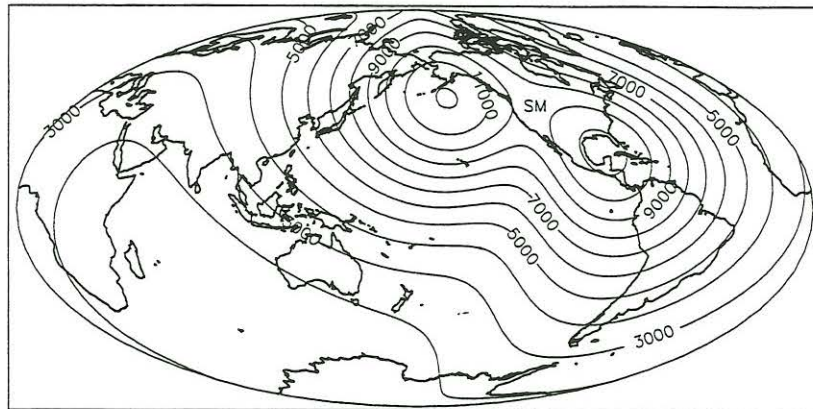


Abbildung 7: Isolinien der Totalintensität des Änderungsfeldes, $|\Delta B|$, an der Erdoberfläche in Abständen von 1000 nT. SM deutet die Lage von Steens Mountain im Nordwesten der USA an.

Für dies Differenzfeld wird bestimmt, wie lange es dauert, die Feldänderung an der Erdoberfläche zu vollziehen. Als Maß hierfür wird die Zeit Δt verwendet, die zwischen dem Erreichen von 5% und 95% der Feldänderung verstreicht. Für $N \rightarrow \infty$ folgt mit dem Modell 1 (mit der niedrigeren Leitfähigkeit) ein Wert von $\Delta t=77$ d, vgl. Abbildung 8. Dieser Wert liegt nur etwa bei dem 2- bis 3-fachen der Zeit, die für die Feldänderung in Steens Mountain abgeschätzt wurde. Abbildung 8 zeigt den zeitlichen Verlauf des Betrags der Feldänderung in Steens Mountain für $N=1,2$ und $N \rightarrow \infty$.

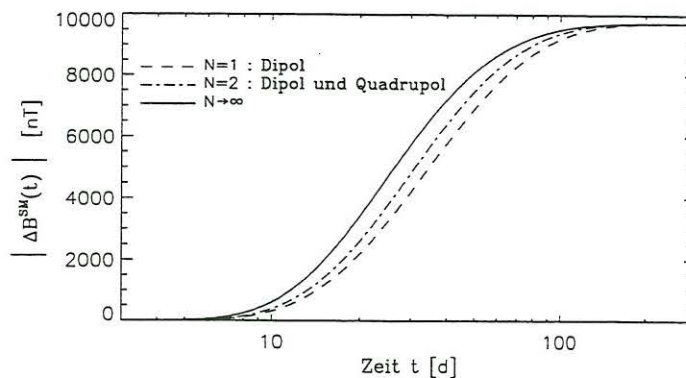


Abbildung 8: Zeitlicher Verlauf des Betrages der Feldänderung in Steens Mountain, $|\Delta B^{SM}(t)|$. Nach etwa 200 Tagen wird in allen Fällen ein stationärer Zustand erreicht. Die Kurven sind mit dem Modell 1 berechnet, das die niedrigste Leitfähigkeit besitzt (maximal 3 Sm^{-1}).

Zusammenfassung

Mit einem einfachen Modell wird verglichen, ob Feldänderungen, die innerhalb von Wochen ablaufen, mit dem vereinbar sind, was über die elektrische Leitfähigkeit des Mantels bekannt ist. Dabei wird der Erdmantel durch mehrere Schichten mit konstanter Leitfähigkeit beschrieben. Als Ursache für die schnelle Feldänderung an der Erdoberfläche wurde das Einschalten eines Differenzfeldes an der CMB angesetzt. Das Differenzfeld selbst wurde so gewählt, daß es einerseits die Feldänderung in Steens Mountain liefert und andererseits außerhalb des Kerns möglichst klein ist. Legt man außerdem ein Leitfähigkeitsmodell mit einer maximalen Leitfähigkeit von 3 Sm^{-1} zugrunde, so erhält man Änderungszeiten, die mit $\Delta t = 77 \text{ d}$ nur um das 2- bis 3-fache über der Zeit liegen, auf die Camps et al. (1995) aus ihren paläomagnetischen Untersuchungen schließen. Die schnellen Feldänderungen liegen also durchaus im Bereich des Möglichen.

Literatur

- Camps, P., Prévot, M. et Coe, R. S. (1995). L'hypothèse des impulsions géomagnétiques pendant un renversement du champ: confrontation des données paléomagnétiques avec un modèle de refroidissement des laves. *C. R. Acad. Sci., Paris*, t. 320, Série II a, 801-807.
- Coe, R. S., Prévot, M., and Camps, P. (1995). New evidence for extraordinarily rapid change of the geomagnetic field during a reversal. *Nature*, 374, 687-692.
- Prévot, M., Mankinen, E. A., Grommé, C. S., and Coe, R. S. (1985). How the geomagnetic field vector reverses polarity. *Nature*, 316, 230-234.
- Shankland, T. J., Peyronneau, J., and Poirier, J.-P. (1993). Electrical conductivity of the Earth's lower mantle. *Nature*, 366, 453-455.