Eine Methode zur Auflösung sehr kleiner Nutzsignale in der Geoelektrik

Alexander Gatzemeier Johannes B. Stoll Institut für Geophysik, Universität Göttingen

1 Einleitung

Um den elektrischen spezifischen Gleichstromwiderstand in der mittleren Kruste bestimmen zu können, sind Abstände zwischen den Orten der Stromeinspeisung und der Messung des elektrischen Feldes bis zu 100 km nötig. Bei diesen großen Sender-Empfänger-Abständen (SEA) sind zum einen Stromeinspeisungen mit Stärken von mehreren Zehner Ampère nötig und zum anderen ist die Auflösung eines Nutzsignals $\Delta \vec{E}$ in der Größenordnung von 1 Nanovolt/m erforderlich.¹

In diesem Artikel wird ein einfaches Verfahren vorgestellt dieses duchzuführen.²

2 Methode zur Bestimmung sehr kleiner Nutzsignale

Um den scheinbaren spezifischen Widerstand für lange SEA zu bestimmen, muß in den Meßreihen ein sehr kleines Nutzsignal nachgewiesen werden (Signal-zu-Rauschen-Verhältnis 1:1000).³ Dieses erfolgt in zwei Schritten.

- Aus der Zeitreihe des elektrischen Feldes wird der induktive Anteil entfernt.
- In den so nur noch aus Rauschen und Nutzsignal bestehenden Daten findet man unter Verwendung statistischer Methoden das Nutzsignal wieder.

2.1 Das Programm REMAIN - Bestimmung und Subtraktion des induktiven Anteils des elektrischen Feldes

Es wird angenommen, daß sich das gemessene elektrische Feld $\vec{E}(t)$ (in Richtung der Einspeisung) aus dem Nutzsignal $\Delta \vec{E}(t)$, dem natürlich induzierten elektrischen Feld $\vec{E}_n(t)$ und dem Rauschen $\delta \vec{E}(t)$ zusammensetzt:

$$\vec{E}(t) = \Delta \vec{E}(t) + \vec{E}_n(t) + \delta \vec{E}(t).$$

Das dazu zeitlich parallel gemessene Magnetfeld (in NS-EW-Richtung) setzt sich im wesentlichen aus dem natürlich induzierten Feld $\vec{B_n}(t)$ und dem Rauschen $\delta \vec{B}(t)$ zusammen:

$$\vec{B}(t) = \vec{B}_n(t) + \delta \vec{B}(t).$$

¹Bei einem Aufzeichnungsbereich von $\pm 5V$ erhält man mit einem 16 bit AD-Wandler eine maximale Auflösung von 152, $6\mu V$; 0,3 nV/m \triangleq Auflösungsgrenze des RAP-Loggers bei maximaler analoger Verstärkung an den Tellurikverstärkern und Elektrodenauslagen von 200m.

²Die benutzten Daten entstammen dem in Kapitel 3 beschriebenen Experiment.

³Modellrechnung unter Annahme des einfachen Falles eines homogenen Halbraumes mit 100 Ωm , maximale Verstärkung 2000 an den Tellurikverstärkern und Empfangsdipolauslage von 200 m um das erwartete Nutzsignal an der Empfangsstation zu berechnen.

Aus den Messungen der Magnetotellurik-Station vor oder nach der eigentlichen Einspeisung wird die Übertragungsfunktion zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld bestimmt

$$\vec{E} = \underline{Z} \cdot \vec{B}$$

 $(\underline{Z} := \text{komplexe Übertragungsfunktion}).$

Die Elemente von \underline{Z} werden durch Ausgleichsrechnung im Frequenzbereich aus den Daten bestimmt. Durch Multiplikation des während der Einspeisung aufgezeichneten magnetischen Feldes im Frequenzbereich \vec{B} mit der Impedanz \underline{Z} wird das natürlich induzierte elektrische Feld $\overline{\vec{E}}_n$ berechnet. Man erhält die neue, vom natürlich induzierten Signal befreite Zeitreihe durch Subtraktion des so berechneten elektrischen Feldes $\overline{\vec{E}}_n$ von der gemessenen Reihe $\vec{E}(t)$ im Zeitbereich:

$$\vec{E}(t)_{remain} = \vec{E}(t) - \vec{E}_n(t).$$
(1)

Vom künstlichen Signal $\Delta \vec{E}$ geht keine Information verloren. Somit erhält man eine vom natürlich induzierten Signal im wesentlichen befreite Zeitreihe $\vec{E}(t)_{remain}$ (Abb. 1).



Abbildung 1: Zeitreihe vor und nach Abzug des induktiven Anteils im elektrischen Feld, hier Komponente in Profilrichtung

2.2 Mustererkennung

Durch Abzug des induktiven Anteils im elektrischen Feld sind die Zeitreihen auf die folgenden statistischen Verfahren vorbereitet. Ziel ist es, auf einfache und effektive Weise die Amplitude des Nutzsignals zu bestimmen. Durch die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Verschiebung des Auswertebeginns wird durch ein Muster in der Auswertung das Nutzsignal erkannt.

2.2.1 Differenzbildung

Das im Rauschen verborgene Nutzsignal hat schematisch den in Abb. 2a dargestellten Verlauf. Durch Differenzbildung der Werte aus dem Zeitintervall mit positiver (x_i) und denen mit negativer (y_i) Stromrichtung wird die Amplitude des Rechtecksignals bestimmt:

$$\delta_i = x_i - y_i. \tag{2}$$

Wie man aus Abb. 2b leicht ersehen kann, sind auch bei diesem einfachen Auswerteverfahren systematische Fehler möglich.

Dargestellt ist hier die Überlagerung eines Rechtecksignals mit einer Geraden deren Steigung ungleich Null angenommen wird. Dieser entspricht beim gemessenen Signal die Überlagerung durch lineare Zunahme der Spannung zwischen den Elektroden (Elektrodendrift).

Bei der Differenzbildung $x_i - y_i = 2b - a$ erhält man einen um den Wert a zu kleinen Wert δ_{1i} .⁴ Ein um die halbe Periode verschobener Beginn der Differenzbildung liefert mit $y_i - z_i = -2b - a$ einen vom Betrag her zu großen Wert δ_{2i} . Die Abweichung der Differenzwerte von der eigentlichen Amplitude 2b hängt vom Wert der Steigung a ab.

Im einfachen Fall einer überlagerten Geraden führt der Betrag der Differenz beider zum richtigen Ergebnis

$$\Delta_i = \delta_{1i} - \delta_{2i} = 2b. \tag{3}$$



Abbildung 2: Rechtecksignal mit und ohne additiv überlagerter Gerade

Der gesuchte Mittelwert Δ der Amplitude des Nutzsignals ergibt sich durch Mittelwertbildung über die so berechneten Δ_i .

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \Delta_i = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^{N} \delta_{1i} - \sum_{i=1}^{N} \delta_{2i} \right) = \frac{1}{N} \left(\delta_1 - \delta_2 \right)$$
(4)

Damit dieses an realen Daten den richtigen Mittelwert der Amplitude liefert muß vorausgesetzt werden, daß für zwei aufeinanderfolgende Perioden der Faktor a, also der Trend der Zeitreihe, konstant ist. Die endlichen Reihen δ_1 und δ_2 können dann untereinander so umgeordnet werden, daß sich der Faktor a analog zu Gleichung 2 paarweise heraushebt (s. Gl. 4).

2.2.2 Verschiebung des Auswertebeginns

Eine Auswertung gemessener Daten nach obigem Schema ist wenig sinnvoll. Die Kenntnis eines während der Messung mit aufgezeichneten Referenzsignals über den zeitlichen Verlauf der Stromeinspeisung allein reicht zur Amplitudenbestimmung nicht aus. Beginnt man synchron zum eingespeisten Signal (analog zum Verfahren aus Gl. 3), erhält man einen Differenzwert ohne Aussagekraft. Die Begründung hierfür liegt in der Form unseres eingespeisten Signals.

Bei der Einspeisung eines periodischen Signals tritt in Abhängigkeit der Entfernung von Sender und Empfänger, Einspeiseperiode und Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund eine Phasenverschiebung zwischen eingespeistem und empfangenem Signal auf (Skineffekt) (Mundry, 1967 [2]). Da hier die Periode des eingespeisten Signals und der SEA genau bekannt sind, die Leitfähigkeitsverteilung aber gerade bestimmt werden soll, ist diese Phasenverschiebung nicht zu ermitteln.

Eine Möglichkeit ohne Kenntnis dieser Phasenverschiebung das Nutzsignal zu bestimmen ist die "Verschiebung des Auswertebeginns".

⁴Wobei b die Sprunghöhe des Rechtecksignals und a die Steigung der überlagerten Geraden sei.

Man beginnt die Auswertung bei t_0 analog des in 2.2.1 Gleichung 2 beschriebenen Verfahrens über alle auszuwertenden Perioden und berechnet den ersten Differenzwert.⁵ Diesen trägt man gegen die Verschiebung Δt auf (hier $\Delta t = 0$), siehe Abb. 3. Nun verschiebt man den Beginn der Differenzbildung um einen festen Wert, hier $\delta t = 2$. Somit beginnt jetzt die Auswertung beim Wert $t_0 + 2$. Den so berechneten Differenzwert trägt man wieder gegen die verschobene Zeit Δt (hier entsprechend $\Delta t = 2$) auf, usw. Nach Verschiebung des Auswertebeginns um eine Periode bricht das Verfahren ab.

Theoretischen Überlegungen zufolge durchlaufen die Mittelwerte der Differenzen (wie man sich an einem Rechtecksignal leicht verständlich machen kann), innerhalb dieser Periode ein Maximum und ein Minimum.⁶ Abb. 3 zeigt an zwei Beispielen für einen SEA von mehr als 55 km den so erhaltenen Verlauf in Abhängigkeit vom Auswertebeginn. Aus dem Maximal- und dem Minimalwert erhält man entsprechend Gl.3 die Amplitude des Restsignals.



a) Einspeisung am Punkt KUE, SEA=57,2 km b)

b) Einspeisung am Punkt GRA, SEA=56,6 km

Abbildung 3: Ergebnis durch Verschiebung des Auswertebeginns (hier verschoben um eine Periode)

2.2.3 Signifikanz des Signals

Der in Kapitel 2.2.2 berechnete Signalverlauf muß nun auf seine Signifikanz hin geprüft werden. Da das Nutzsignal in den Zeitreihen nicht sichtbar ist, muß ausgeschlossen werden, daß die erhaltene Periode bei der Auswertung (Abb. 3) verfahrensbedingt ist.

Beim Aufzeichnen des Signals mit dem RAP-Logger kommen 7-polige Bessel-Tiefpaßfilter mit der Abschneideperiode 10 s zum Einsatz. Berücksichtigt man dies, hat auch das theoretische Signal nicht mehr die in Abb. 2a) dargestellte Form. Die Ecken beim Umschaltvorgang werden geglättet. Hinzu kommt, daß das Aufzeichnungssystem verspätet (also um ungefähr 10 Sekunden) auf das eingespeiste Signal reagiert. Die auftretende Phasenverschiebung ist systematisch und wird durch die Benutzung des ebenfalls mit dem RAP-Logger aufgezeichnete auch verschobene Referenzsignal kompensiert. Berücksichtigt werden müssen jedoch die durch den Tiefpaßfilter auftretenden Glättungen des Signals

im Bereich des Umschaltens. Diese bleiben bei der Auswertung unberücksichtigt. In die Mittelwertbildung gehen nur die Zeitbereiche ein, in denen auch theoretisch der Maximalwert erreicht ist.

Eine Kontrolle der in Abb. 3 dargestellten Kurven ist durch Auswertung einer Zeitreihe ohne vorhandenes Rechtecksignal möglich. Benutzt wird hierzu die mit aufgezeichnete Komponente des elektrischen Feldes senkrecht zur Richtung des Einspeisedipols. Ohne auswertungs- oder störungsbedingte Fehler bei der Auswertung darf in der Auftragung $\mu V/m$ gegen Δt (Abb. 3) kein periodisches Signal auftreten. Der Vergleich der beiden senkrecht zueienander stehenden Empfangsdipole macht die Signifikanz des Signals deutlich (vgl. Abb. 3a, Abb. 4a).

⁵Es muß sichergestellt sein, daß zum Zeitpunkt to das Nutzsignal an der Empfangsstation angekommen ist.

⁶Dem Maximum entspricht δ_1 , dem Minimum δ_2 aus dem Beispiel aus Kapitel 2.2.1



Abbildung 4: Auswertung von Zeitreihen ohne Nutzsignal, Einspeisung am Punkt KUE

2.2.4 Reduktion der Streuung

Aufgrund natürlicher Induktion unterliegen die Rohdaten einer (verglichen zum erwarteten Nutzsignal) großen Streuung. Bei einem Verhältnis Nutzsignal zu Rauschen (hier Induktion und natürliches Rauschen zusammen) von 1:1000 versagen die statistischen Methoden bei einer Datenbasis von maximal einigen Tausend Werten.

Benutzt man die unbearbeiteten Rohdaten zur Bestimmung der Signalamplitude, erhält man somit ein falsches Ergebnis. Der Vergleich einer senkrecht zum Dipol registrierten Zeitreihe mit und ohne Abzug des induktiven Anteils zeigt deutlich den Einfluß der Streuung auf den berechneten Mittelwert (Abb. 4b). Eine sinnvolle Auswertung bei gleicher Datenbasis ist demnach nur möglich mit einem Signal zu Rauschen-Verhältnis ≪ 1:100.

Deutlich wird dies auch bei Auftragung der Differenzwerte mit und ohne Bearbeitung durch das Verfahren REMAIN in einem Histogramm (Abb. 5). Die Reduktion der Streuung ist bei diesem Verfahren ein wichtiger Bestandteil. Bei der begrenzten Anzahl der Differenzwerte gewinnt der Einfluß der Streuung an Bedeutung.⁷



Abbildung 5: Verteilung der Differenzen vor und nach REMAIN

⁷Einspeisungen von maximal 4 h und 44 min und Störungen im elektrischen und magnetischen Feld lassen letztendlich einige Tausend Differenzwerte zur Auswertung übrig.

3 Meßgebiet und Meßaufbau

Erstmals eingesetzt wurde das Verfahren an Daten, die aus einer Meßkampagne um Bad Königshofen im April 1998 stammen. Das Meßgebiet erstreckte sich zwischen Bad Königshofen auf zwei Profilen Richtung Bamberg und Schweinfurt. Durchgeführt wurde ein gleichstrom-geoelektrisches Experiment mit Dipol-Dipol-Anordnung. Als Konstantstromquelle wurde ein Generator der Firma ZONGE, Arizona USA verwendet, der bei 400 Hz eine Maximalleistung von 30 kVA liefert (Stoll et al., 1996) [4]. Über einen Transmitter kann zwischen den Elektroden des Stromdipols eine Maximalspannung von 1000V angelegt werden. Durch den Transmitter wurde im zeitlichen Verlauf die Ausgangsspannung in Rechteckform mit einer Periode von 60 Sekunden geschaltet.

Einspeise-	SEA	Einspeise-	Strom-	Auslagen-	SE-	SW-
punkt	[km]	zeit [h:min]	stärke [A]	länge [m]		Profil
JUNK	20.0	2:03	20	850	x	
EBN	30.4	3:13	22	1000 ·	x	
BIR	35.4	3:19	23	1150	x	
KUE	57.2	4:26	21	1100	x	
POP	39.2	4:44	26	1350		x
GRA	56.6	4:10	25	1200		x

Tabelle 1: Übersicht der Einspeisepunkte

Auf der Empfängerseite kam das Göttinger RAP-System (Steveling, 1996) [3] zum Einsatz, aufgezeichnet wurde mit einer Taktrate von einer Sekunde. Die Empfangsdipole waren 200 m lang und entlang des Profils (Abb. 6a) und senkrecht dazu ausgerichtet. Mit dem Fluxgate-Magnetometer wurde das magnetische Feld NS-/EW-Richtung aufgezeichnet. Am Einspeisepunkt registrierte ein weiterer RAP-Logger den zeitlichen Verlauf des eingespeisten Stromes (Referenzsignal).

Mit diesen sechs Meßpunkten wurde das im September 1997 in der Umgebung von Bad Königshofen vermessene Profil um vier Einspeisepunkte erweitert. Zum Vergleich der neuen und alten Auswertemethoden wurde an den Punkten JUNK und EBN die Einspeisung wiederholt (Tab. 1).



Abbildung 6: a) Meßprofil bei Bad Königshofen/Unterfranken, April 1998 und b
) ρ_a -Kurven der beiden Meßprofile

4 ρ_a -Kurve für das Meßbeispiel Bad Königshofen

In Abb.6b) ist zu den sechs Meßpunkten der scheinbare spezifische Widerstand aufgetragen.⁸ Die beiden Wiederholungsmessungen der Punkte JUNK und EBN fügen sich im Rahmen des Meßfehlers an das bestehende SE-Profil an.

In der ρ_a -Kurve ergeben sich Gradienten, die nicht von Widerstandsänderungen mit der Tiefe herrühren können. Dennoch findet sich in der ρ_a -Kurve die durch vorangegangene AMT-Messungen (Jantos, 1998) [1] bestätigte Anisotropie der Leitfähigkeit in größeren Tiefen wieder. Auffällig ist hierbei die Aufspaltung des spezifischen Widerstands mit einer Streichrichtung der höheren Leitfähigkeit in NE-SW.

5 Schlußfolgerungen und Ausblick

Die Auswertung zeigt, daß die Auflösung eines Signals von 1 nV/m und Messungen an der Auflösungsgrenze des RAP-Loggers möglich sind. Somit sind Auslagen in der Größenordnung 100 km möglich und Gleichstrom-Geoelektrik in größeren Tiefen durchführbar.

Zu klären bleibt, inwieweit eine Vergrößerung der Anzahl der Meßpunkte Aufscluß über den Einfluß lateraler Effekte auf die ρ_a -Kurve geben kann. Folgende Modellrechnungen sollen helfen, dieses zu verstehen.

Literatur

- C. Jantos. AMT-Messungen mit der neuen Göttinger "Midband"-Anlage in Bad Königshofen. Diplomarbeit, Institut für Geophysik, Universität Göttingen, [unveröff.].
- [2] E. Mundry. Der Einschalteffekt bei der Gleichstromsondierung. Interner Bericht, NLfB -I-, Ref. "Theorie u. Mathematik", 1967.
- [3] E. Steveling. Erweiterung des aus Magson-Magnetometer und RAP-Datenloggers bestehenden Meßsystems. Prot. 16. Koll. Elektromagnetische Tiefenforschung, 1996.
- [4] J. Stoll et al. Das Dipol-Dipol-Experiment am KTB. Prot. 16. Koll. Elektromagnetische Tiefenforschung, 1996.

⁸Berechnet nach der in der Geoelektrik üblichen Formel für den scheinbaren spezifischen Widerstand $\rho_a = \frac{\Delta U \cdot g_F}{I}$ mit dem nur von der Elektrodenanordnung abhängengen Geometriefaktor $g_F = 2\pi/(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN})$.