

# Zur Berechnung der Schwerpunkstiefe in der Frequenzelektromagnetik

Bernhard Siemon, Geophysik GGD, Hannover

## 1. Einleitung

Elektromagnetische (EM) Verfahren können genutzt werden, um die dreidimensionale Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit im Erduntergrund zu bestimmen. Erkenntnisse über die horizontale Leitfähigkeitsverteilung sind durch die Meßpunktanordnung an der Erdoberfläche zu erzielen. Die Variation der Meßparameter liefert die vertikale Verteilung. In der EM ist vor allem die Meßfrequenz der variable Parameter, da eine Beziehung zur Tiefe über den Skineffekt gegeben ist, d.h. je niedriger die Frequenz, desto größer die zugehörige Tiefe.

Es existieren diverse Tiefenbegriffe in der EM, Skintiefe, Eindringtiefe, Erkundungstiefe, scheinbare Tiefe, Schwerpunkstiefe, die nicht selten uneinheitlich verwendet werden. Während die Skintiefe klar definiert ist, zumindest bei „quasi-homogener“ Anregung, werden (auch in der jüngeren Literatur) Eindringtiefe und Erkundungstiefe verwechselt. Die Eindringtiefe der EM-Felder hängt nur von dem Sendefeld (Primärfeld) - und selbstverständlich von der Leitfähigkeit im Untergrund - ab; die Erkundungstiefe ist zusätzlich abhängig von der Meßanordnung und dem verwendeten Empfänger.

In diesem Artikel möchte ich die Schwerpunkstiefe diskutieren, die in der Magnetotellurik (MT) seit beinahe 30 Jahren verwendet wird. Bei anderen EM-Verfahren erfolgte die Einführung der Schwerpunkstiefe zur Darstellung von Widerstands-Tiefen-Profilen (Sondierungskurven) oder Vertikalschnitten wesentlich später oder steht noch aus.

Die diversen Ansätze werden an synthetische Daten eines geschichteten Halbraums getestet. Das Modell enthält zwei gutleitende Schichten ( $\rho = 1 \Omega\text{m}$ ) in  $z = 10 - 11 \text{ m}$ , bzw.  $100 - 110 \text{ m}$  Tiefe, eingebettet in einer schlechter leitenden Umgebung ( $\rho = 100 \Omega\text{m}$ ). Der betrachtete Frequenzbereich ( $f = 10 - 300\,000 \text{ Hz}$ ) schließt die gängigen Verfahren der Frequenzelektromagnetik (FEM) ein. Eine Übertragung auf die Tiefen- und Frequenzbereiche der herkömmlichen MT ist durch eine einfache Transformation möglich (Verschiebung der log-Achsen).

## 2. Schwerpunkstiefen in der MT

### 2.1 Das Original

Die Schwerpunkstiefe  $z^*$  wurde von Schmucker (1970, 1971) zur Interpretation von MT-Daten eingeführt und als Realteil der komplexen Eindringtiefe (oder induktive Skalenlänge)  $C$  definiert. Sie wurde genutzt, um den scheinbaren spezifischen Widerstand  $\rho^*$  gegenüber der Tiefe  $z^*$  aufzutragen:

$$\rho^* = \rho_a \cdot \begin{cases} 2 \cos^2 \varphi & \text{für } \varphi \geq 45^\circ \\ 1/2 \sin^2 \varphi & \text{für } \varphi \leq 45^\circ \end{cases}$$

$$z^* = \operatorname{Re}\{C\} = \sqrt{\rho_a / \omega \mu_0} \sin \varphi = \frac{P_a}{\sqrt{2}} \sin \varphi \quad (1)$$

mit  $\rho_a = \omega \mu_0 |C|^2$ ,  $p_a = \sqrt{2\rho_a / \omega \mu_0}$  und  $\varphi = -\arctan\left\{\frac{\operatorname{Re}\{C\}}{\operatorname{Im}\{C\}}\right\}$ .

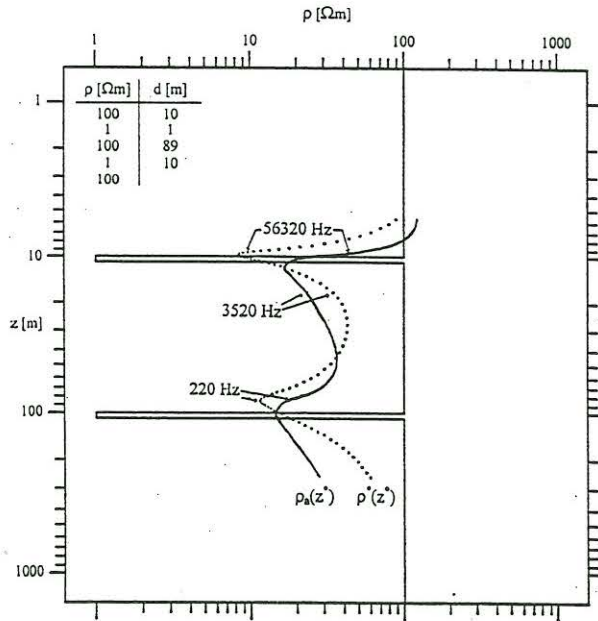


Abb. 1: Scheinbare spezifische Widerstände  $\rho_a$  (durchgezogen) und  $\rho^*$  (gepunktet) aufgetragen gegenüber der Schwerpunkstiefe  $z^* = \operatorname{Re}\{C\}$ .

Wie Abb. 1 zeigt, liegen die Minima der  $\rho^*(z^*)$ -Kurve etwas oberhalb der beiden gutleitenden Schichten des zugehörigen  $\rho(z)$ -Modells mit fünf Schichten, d.h.  $z^* = \operatorname{Re}\{C\}$  liefert zu kleine Werte für die Tiefendarstellung von  $\rho^*$ .

Trägt man den scheinbaren spezifischen Widerstand  $\rho_a$  (Cagniard, 1953) gegenüber  $z^* = \operatorname{Re}\{C\}$  auf (Abb. 1), so liegen die Minima der  $\rho_a(z^*)$ -Kurve (im Vergleich zu denen der  $\rho^*(z^*)$ -Kurve) näher bei den gutleitenden Schichten. Abb. 1 zeigt aber auch, daß die gutleitenden Schichten aufgrund der Ausnutzung der Phaseninformation durch die  $\rho^*(z^*)$ -Kurve schärfer abgebildet werden als durch die  $\rho_a(z^*)$ -Kurve.

## 2.2 Eigene Ansätze

Die Ergebnisse eigener Ansätze zur Darstellung von scheinbaren spezifischen Widerständen gegenüber der Tiefe

$$z_a = \sqrt{\rho_a / 2\omega \mu_0} = \frac{p_a}{2} = \frac{|C|}{\sqrt{2}} \quad \text{für } \rho_a$$

$$z_c^* = \sqrt{\rho_a / \omega \mu_0} = \frac{p_a}{\sqrt{2}} = |C| \quad \text{für } \rho^* \quad (2)$$

sind in Abb. 2 zu sehen. Es ist offensichtlich, daß für diese Widerstandsprofile die Tiefenzuordnungen genauer als bei den Kurven der Abb. 1 sind, wenn man als Gütekriterium das Zusammenfallen der Minima in den Kurven mit den vorgegebenen Modellminima hernimmt. Insbesondere wird dies durch die  $\rho^*(z_c^*)$ -Kurve demonstriert. Jones (1983) und Schmucker (1987) haben darauf hingewiesen, daß  $|C|$  auch bei anderen Verfahren, z.B. beim Niblett-Bostick-Verfahren (Niblett & Sayn-Wittgenstein, 1960; Bostick, 1977) als Tiefenmaßstab verwendet wird.



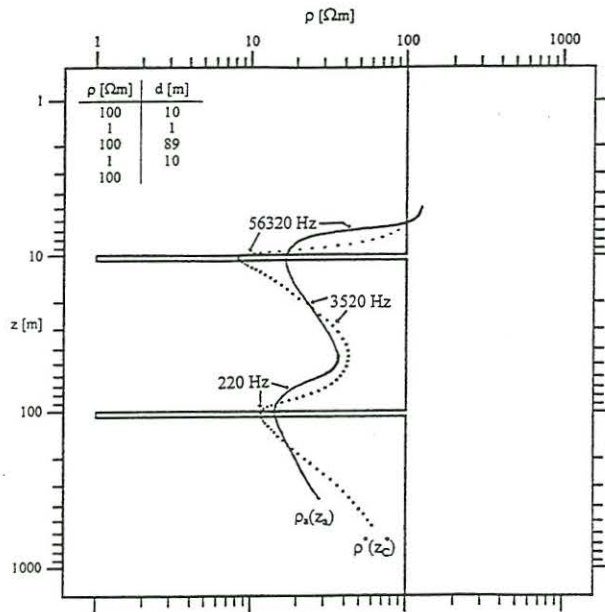


Abb. 2: Scheinbare spezifische Widerstände  $\rho_a$  aufgetragen gegenüber der Schwerpunkttiefe  $z_a = \rho_a/2$  (durchgezogen) und  $\rho^*$  aufgetragen gegenüber der Schwerpunkttiefe  $z_c = |C|$  (gepunktet).

### 2.3 Weitere Ansätze

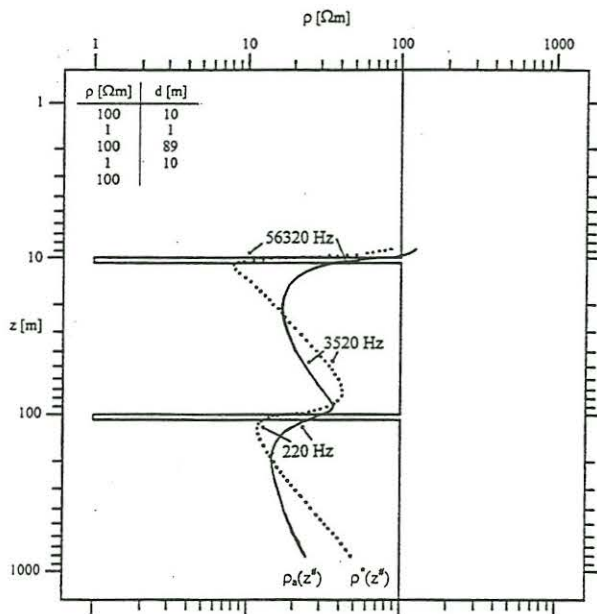


Abb. 3: Scheinbare spezifische Widerstände  $\rho_a$  (durchgezogen) und  $\rho^*$  (gepunktet) aufgetragen gegenüber der Schwerpunkttiefe  $z^\# = 1/\text{Re}\{1/C\}$ .

Aus Gleichung (2) geht hervor, daß im Gegensatz zur ursprünglichen Definition der Schwerpunkttiefe, die nur den Schwerpunkt des Inphase-Anteils (Realteils) des induzierten Stromsystems (Weidelt, 1972) beschreibt, auch der Out-of-phase-Anteil (Imaginärteil) betrachtet werden muß. Die Ergebnisse der Abb. 2 zeigen außerdem, daß der Frequenzverlauf der verschiedenen scheinbaren spezifischen Widerstände unterschiedlich ist. Daher schlage ich als neue Definition der Schwerpunkttiefe diejenige Tiefe vor, die den Schwerpunkt des jeweiligen scheinbaren spezifischen Widerstands angibt.

Von Veese (1997) stammt folgende Definition für eine Schwerpunkttiefe, die er als Interpretationstiefe  $z^\#$  bezeichnet:

$$z^\# = \frac{\sqrt{\rho_a / \omega \mu_0}}{\sin \varphi} \tag{3}$$

$$= \frac{\rho_a}{\sqrt{2} \sin \varphi} = \frac{1}{\text{Re}\{1/C\}}$$

Die Interpretationstiefe  $z^\#$  unterscheidet sich von der ursprünglichen Definition von  $z^*$  um einen Faktor  $1/\sin^2 \varphi$  (vgl. Gleichung (1)). Die Widerstandsprofile  $\rho_a(z^\#)$  und  $\rho^*(z^\#)$  sind in Abb. 3 aufgetragen. Die Ergebnisse zeigen, daß  $z^\#$  zur Darstellung von  $\rho_a$  nicht geeignet ist, da die Tiefenwerte viel zu groß sind und die Widerstandskurve in schlechtleitenden Bereichen komprimiert wird, was im Widerspruch zum Eindringen der EM-

Felder in einen geschichteten Untergrund steht. Die Darstellung von  $\rho^*$  gegenüber  $z^\#$  ist zwar besser, jedoch sind die Tiefenwerte besonders in den schlechtleitenden Bereichen immer noch zu groß, so daß sich eine Art Sägezahn für das hier betrachtete Modell ergibt.

### 3. Schwerpunktstiefen bei anderen FEM-Verfahren

#### 3.1 Hubschrauberelektromagnetik

Von Sengpiel (1988) wurde das von Schmucker (1970) und Weidelt (1972) für die Magnetotellurik entwickelte Prinzip der Schwerpunktstiefe auf die Dipolanregung der Hubschrauberelektromagnetik (HEM) übertragen. Wie Schmucker definierte auch Sengpiel die Schwerpunktstiefe als den Realteil der komplexen Eindringtiefe  $C_{HEM}$ , die in der HEM allerdings eine Funktion der Wellenzahl und des Parameters  $\delta = h/p$  (mit  $h =$  Sensorhöhe und  $p = (2\rho/\omega\mu_0)^{1/2}$ ) ist. Zu dieser Tiefe muß noch der scheinbare Abstand  $D_a$  des Halbraums vom EM-Sensor, bzw. wenn man die Erdoberfläche als Bezugsniveau nimmt, die scheinbare Tiefe  $d_a$  hinzu addiert werden:

$$z^* = D_a - h + \operatorname{Re}\{C_{HEM}\} = d_a + \operatorname{Re}\{C_{HEM}\}. \quad (4)$$

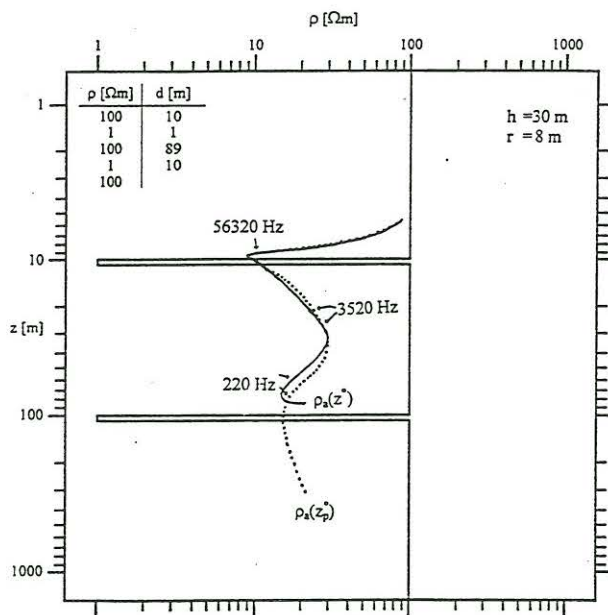


Abb. 4: Scheinbare spezifische Widerstände  $\rho_a$  (HEM) aufgetragen gegenüber den Schwerpunktstiefen  $z^* = d_a + \operatorname{Re}\{C_{HEM}\}$  (durchgezogen) und  $z_p^* = d_a + p_a/2$  (gepunktet).

In Siemon (1996) habe ich gezeigt, daß Gleichung (4) bei großen Eindringtiefen zu geringe Werte liefert, und vorgeschlagen,

$$z_p^* = d_a + \sqrt{\rho_a/2\omega\mu_0} = d_a + \frac{p_a}{2} \quad (5)$$

als Schwerpunktstiefe für die Darstellung des scheinbaren spezifischen Widerstandes  $\rho_a$  in der HEM zu verwenden. In Abb. 4 sind die Ergebnisse beider Definitionen für die Sensorhöhe  $h = 30$  m und den Spulenabstand  $r = 8$  m aufgetragen.

Weitere Ansätze zur Berechnung von scheinbaren spezifischen Widerständen mit den zugehörigen Schwerpunktstiefen sind ebenfalls in Siemon (1996), bzw. in Siemon und Sengpiel (1997) vorgestellt worden.



### 3.2 Horizontalspulen-Verfahren

Die Ansätze zur Berechnung von Schwerpunktstiefen in der HEM wurden von mir für eine horizontal-koplanare Spulenanordnung auch auf niedrige Flughöhen erweitert (Siemon und Sengpiel, 1997). Damit war der entscheidende Schritt gelungen, die prinzipielle Ähnlichkeit

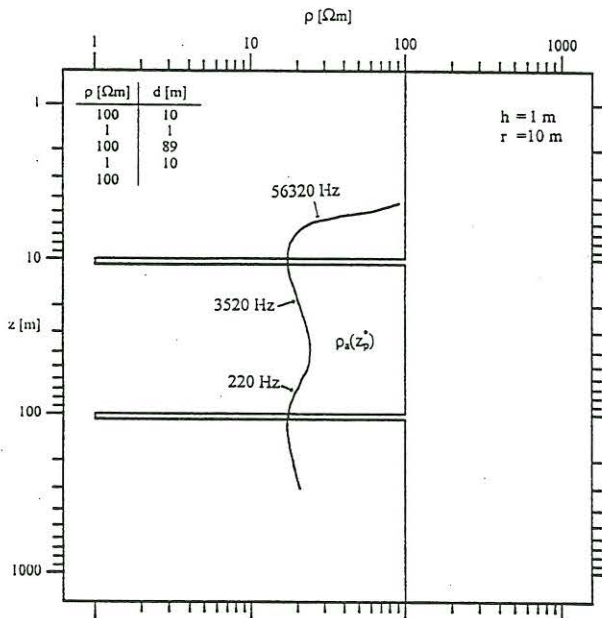


Abb. 5: Scheinbare spezifische Widerstände  $\rho_a$  (HLEM) aufgetragen gegenüber der Schwerpunktstiefe  $z_p^* = d_a + p_a/2$ .

des HEM-Meßsystems mit dem Horizontalspulen-Verfahren (HLEM, horizontal loop EM), das am Erdboden betrieben wird, auszunutzen und das Prinzip der Schwerpunktstiefe auch auf diese Daten anzuwenden. Ein erster Ansatz zur Übertragung dieses Verfahrens auf MaxMin-Daten mit einem großen Spulenabstand von  $r = 100$  m (Sensorhöhe  $h = 1$  m), die von der GGA zur Verfügung gestellt wurden, war vielversprechend (Fluche, Siemon und Grinat, 1998).

Ob Gleichung (5) für die standardmäßige Berechnung von Schwerpunktstiefen in der HLEM für beliebige Spulenabstände verwendet werden kann, muß noch eingehender untersucht werden. In Abb. 5 ist die  $\rho_a(z_p^*)$ -Kurve exemplarische für  $h = 1$  m und  $r = 10$  m berechnet worden.

### 4. Schlußfolgerungen

Es gibt nicht nur die eine Schwerpunktstiefe, sondern verschiedene. Die Schwerpunktstiefe gibt den Tiefenschwerpunkt des jeweiligen scheinbaren spezifischen Widerstandes an. Während in der MT dem Schmuckerschen  $\rho^*$  der Absolutbetrag der komplexen Eindringtiefe  $C$  - und nicht nur der Realteil - zugeordnet werden kann, paßt zum scheinbaren spezifischen Widerstand nach Cagniard ( $\rho_a$ ) am besten die halbe scheinbare Skintiefe ( $p_a/2$ ). Bei den FEM-Verfahren HEM und HLEM erweist sich ebenfalls  $p_a/2$  ergänzt durch einen Term  $d_a$ , der die scheinbare Tiefe der Halbraumoberkannte beschreibt, als sinnvolle Definition der Schwerpunktstiefe.

## 5. Literatur

- Bostick, F. X., 1977. A simple almost exact method of MT analysis. In: Ward, S. (ed.): Workshop on electrical methods in geothermal exploration, Univ. of Utah Res. Inst., U.S. Geol. Surv., Contract 14-08-0001-G-359, 174-183.
- Cagniard, L., 1953. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*, **18**, 605-635.
- Fluche, B., Siemon, B. and Grinat, M., 1998. Transfer of airborne electromagnetic interpretation methods to ground horizontal loop electromagnetic (HLEM) measurements. Poster, 60<sup>th</sup> EAEG Conference Technical Exhibition, Leipzig.
- Jones, A. G., 1983. On the equivalence of the "Niblett" and "Bostick" transformations in the magnetotelluric method. *J. Geophys.*, **53**, 72-73.
- Niblett, E. R. and Sayn-Wittgenstein, C., 1960. Variation of electrical conductivity with depth by the magnetotelluric method. *Geophysics*, **25**, 998-1008.
- Schmucker, U., 1970. Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States, *Bull. Scripps Inst. Ocean.*, **13**, La Jolla, Calif., 1-165.
- Schmucker, U., 1971. Neue Rechenmethoden zur Tiefensondierung. In: Weidelt, P. (Hrsg.): Protokoll Kolloquium Erdmagnetische Tiefensondierung, Rothenberge, 1-39.
- Schmucker, U., 1987. Substitute conductors for electromagnetic response estimates. *Pageoph.*, **125**, 341-367.
- Sengpiel, K.-P., 1988. Approximate inversion of airborne EM data from a multi-layered ground. *Geophys. Prosp.*, **36**, 446-459.
- Siemon, B., 1996. Neue Verfahren zur Berechnung von scheinbaren spezifischen Widerständen und Schwerpunktstiefen in der Hubschrauberelektromagnetik. In: Bahr, K. und Junge, A. (Hrsg.), Protokoll Kolloquium Erdmagnetische Tiefenforschung, Burg Ludwigstein, 89-100.
- Siemon, B. und Sengpiel, K.-P., 1997. Optimierung der Meß- und Auswertetechniken der Hubschrauber-geophysik zur Erkundung von Altlasten. In: Kirsch, R. (Hrsg.), Sonderband II/1997, 4. DGG-Seminar Umweltgeophysik, Neustadt/Weinstraße, 143 - 159.
- Veeser, N., 1997. Untersuchung des Auflösungsvermögens bei Radiomagnetotellurischen Messungen. Diplomarbeit, Inst. f. Geophysik und Meteorologie, Univ. Köln.
- Weidelt, P., 1972. The inverse problem of geomagnetic induction. *Z. f. Geophysik*, **38**, 257-289.