

Bestimmung von Porosität und Permeabilität aus Bohrlochmessungen der induzierten Polarisation (IP) oder der nuklearmagnetischen Resonanz (NMR) auf der Grundlage einer fraktalen Porenraumgeometrie - Teil 1: Porositäts-Permeabilitätsbeziehung und NMR-Anwendungsbeispiel

Hansgeorg Pape¹, Christoph Clauser² & Jörn Bartels²

¹Geodynamik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Nussallee 8, D-53115 Bonn

²Geowissenschaftliche Gemeinschaftsaufgaben (GGA), Stilleweg 2, D-30655 Hannover

Kurzfassung

Eine Gemeinsamkeit von den beiden bohrlochgeophysikalischen Untersuchungsmethoden, der induzierten Polarisation (IP) im Zeitbereich und der nuklearmagnetischen Resonanz (NMR), besteht darin, daß Relaxationskurven mit einer Verteilung von Relaxationszeiten gemessen werden. Mit Hilfe von Porenraummodellen läßt sich aus der Verteilung von Relaxationszeiten eine Verteilung von Porenradienklassen ableiten. Diese gibt dann Aufschluß über die Porosität und zusätzliche Strukturparameter wie die Porenradien der freien Porosität und der Mikroporosität. Diese Zusatzinformationen über die Struktur erlauben es, anschließend aus der Porosität die Permeabilität zu bestimmen.

Als Fallbeispiel für die Auswertung von NMR-Messungen dient die geothermale Erkundungsbohrung Hamburg-Allermöhe 1, die aufgrund der relativ starken Anhydritzementation des Rät-Sandstein-Aquifers besonderes Interesse erfährt.

Abstract

A common feature of both well logging methods, induced polarization (IP) and nuclear magnetic resonance (NMR), is the measuring of relaxation curves with a distribution of relaxation times. On the base of pore space models it is possible to derive the pore radius distribution from the relaxation time distribution. Then, the pore radius distribution yields the porosity and additional structure parameters such as the pore radii of the free porosity and of the microporosity. All these additional informations about structure allow to calculate permeability from porosity.

The geothermal exploration well Hamburg-Allermöhe 1 serves as an example for calculating permeability from a NMR-log. In this case comes a special interest from the fact of a strong cementation of the Rät sandstone aquifer.

Einleitung

Sowohl bei der Methode der induzierten Polarisation (IP) im Zeitbereich als auch bei nuklearmagnetischen (NMR-) Messungen wird das zeitliche Abklingverhalten einer Meßgröße untersucht, um Aufschluß über die Geometrie und stoffliche Eigenschaften eines porösen Mediums zu erhalten. Im Falle der IP wird nach dem Abschalten eines elektrischen Gleichstroms die Abnahme einer Potentialdifferenz gemessen. Diese beruht auf der Entladung von Ionenwolken, die sich vorher an bestimmten Zentren an der Porenwand gebildet hatten. Bei der hier betrachteten NMR werden die Kernspins von Protonen der wässrigen Porenraumfüllung durch einen kurzen Radiofrequenz- (RF-) Puls in einem stationären Magnetfeld ausgerichtet, wodurch eine resultierende Magnetisierung entsteht, deren Größe von der Zahl aller im Porenraum vorhandener Protonen abhängt. Die Protonen können bei Zusammenstößen mit der Porenwand (Kristallgitter-Relaxation) und mit geringerer Wahrscheinlichkeit bei Zusammenstößen untereinander (Spin-Spin-Relaxation) Energie abgeben, so daß ihr Beitrag zur Magnetisierung fortfällt.

Beide Methoden, IP und NMR, sind in der Lage Aufschluß über die Porenraumgeometrie zu geben, weil der Relaxationsprozeß mit einer Wanderung der Energieträger, der Ionen bzw. der Protonen, verbunden ist. In einem Falle, bei der IP, bewegen sich die Ionen sowohl durch Diffusion als auch durch elektrolytische Stromleitung von der Porenwand ins Innere der Poren, bis ein Zustand gleichmäßiger Verteilung erreicht ist. Im anderen Fall, bei der NMR, sind die Träger der antiparallel zum Magnetfeld ausgerichteten magnetische Momente zunächst gleichmäßig im Porenraum verteilt, und sie müssen erst zur Porenwand diffundieren, bevor sie durch Wechselwirkung mit dem Kristallgitter in die Parallelstellung umklappen können.

Da die Porenraum Geometrie in einem Gestein sehr kompliziert ist, resultieren Relaxationskurven mit einer Verteilung von Relaxationszeiten. Um die Interpretation der Relaxationskurven zu vereinfachen, wurde so vorgegangen, daß elektrische Ersatzschaltbilder aufgestellt wurden. Außerdem wurde ein geometrisches Porenraummodell entwickelt, das mit den Ersatzschaltbildern verknüpft werden kann und zugleich in der Lage ist, die Transportprozesse Diffusion, elektrische Leitfähigkeit und Strömung zu erklären.

Wir verwenden hier ein fraktales Porenraummodell, das als nächstes mit seinen petrophysikalischen Zusammenhängen vorgestellt werden soll. In einem besonderen Kapitel wird auf die Porositäts-Permeabilitäts-Beziehung eingegangen. Anschließend wird ein einfaches elektrisches Ersatzschaltbild für die Relaxation bei der NMR vorgestellt. Damit sind alle Voraussetzungen geschaffen, um ein Fallbeispiel für die Gewinnung eines Porositäts-Logs und eines Permeabilitäts-Logs auf der Grundlage einer NMR-Messung im Bohrloch vorzuführen.

Fraktales Porenraummodell

Die einfachsten Porenraummodelle in der Gesteinsphysik bestehen aus glattwandigen zylindrischen Kapillaren. Im Falle von Rißporosität können die Kapillaren durch parallelwandige Spalte ersetzt werden. Beide Modelle ergeben die gleichen Zusammenhänge, wenn der Kapillarradius mit der Rißweite gleichgesetzt wird. Die wesentliche Eigenschaft ist die glatte Oberfläche des Porenraums, die aber bei natürlichen Gesteinen nur in Ausnahmefällen realisiert ist. Meist läßt sich feststellen, daß der Porenraum über einen weiten Skalenbereich hierarchisch strukturiert ist. Diesem Strukturtyp wird ein spezielles fraktales Porenraum-Modell, das sogenannte „Pigeon hole“-Modell (Pape et al., 1982, 1987) gerecht (Abb. 1). Da die Kapillaren Einschnürungen besitzen, muß zwischen hydraulischen Radien r_{eff} und geometrischen Poren r_{site} unterschieden werden (Abb. 1). Die geometrischen Porenbäuche sind durch Porenhälse verbunden, die den Radius der hydraulischen Kapillaren bestimmen. Die selbstähnliche Struktur besteht darin, daß jeder geometrischen Pore mit dem Radius r_0 eine bestimmte Anzahl N kleinere halbkugelige Ausbuchtungen vom Radius r_0/v , die „pigeon holes“, als Unterstrukturen zugeordnet sind. Diese Ausbuchtungen haben selbst wieder feinere Ausbuchtungen, die in selbstähnlicher Weise konstruiert sind. Dasselbe Konstruktionsprinzip gilt für die Festkörpermatrix, beginnend mit kugelförmigen Körnern vom Radius r_{grain} , auf denen die Unterstrukturen als Vorwölbungen aufgewachsen sind, wobei sich die jeweiligen Unterstrukturen von Porenraum und Festkörpermatrix verzahnen.

Der beschriebene Modellbauplan kann mathematisch bis zu unendlich feinen Strukturen fortgesetzt werden. Für petrophysikalische Zwecke macht es jedoch nur Sinn, Strukturen bis zur Größenordnung von Molekülen zu betrachten. Mit Hilfe des fraktalen Modells läßt sich leicht klarmachen, daß geometrische Größen wie die spezifische Oberfläche vom Auflösungsvermögen der Meßmethode abhängen. Ebenso ist es ersichtlich, daß beim Einpressen von Quecksilber in ein fraktales Modellgestein mit steigendem Einpreßdruck nacheinander immer weitere Generationen von „pigeonholes“ gefüllt werden. Diese entsprechen dann den Porenradienklassen bei der Bestimmung einer Porenradienverteilung mit Hilfe der Quecksilberintrusionsmethode.

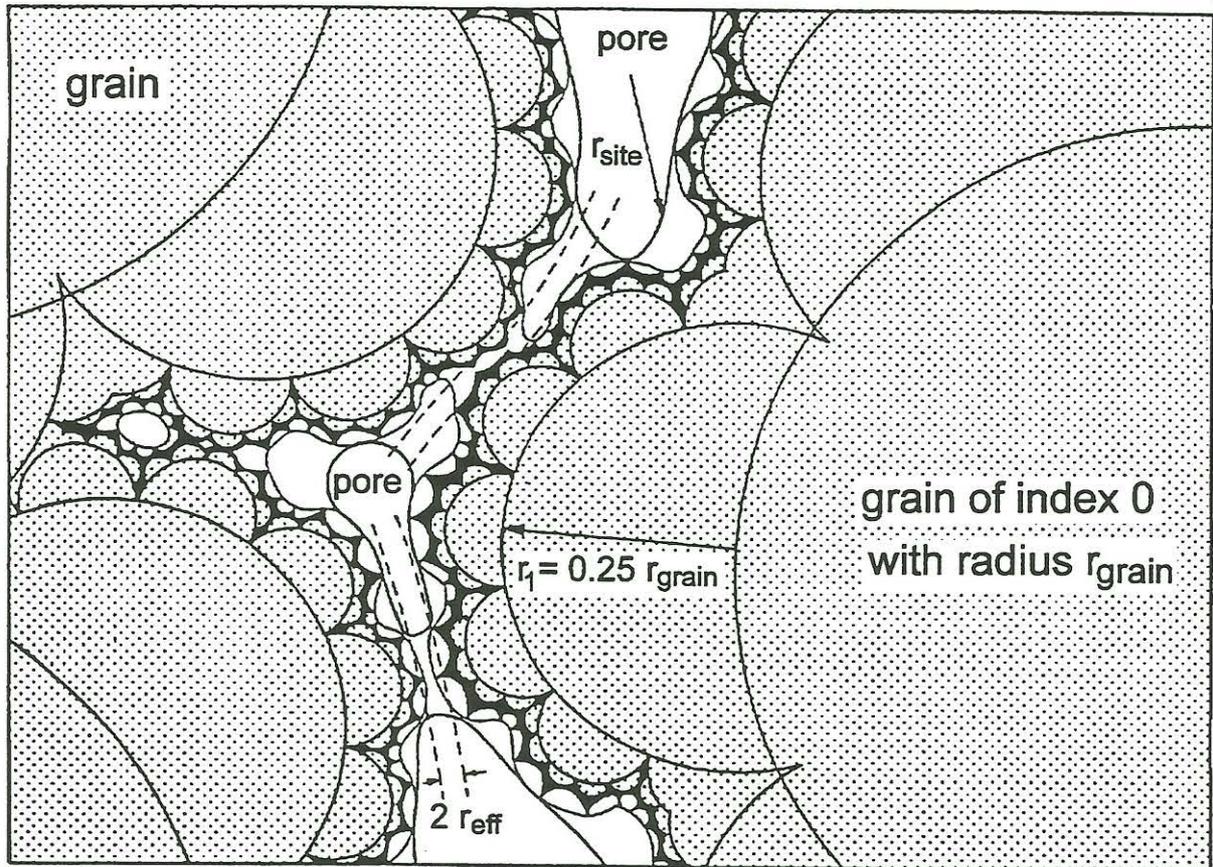


Abb. 1: Schematischer Querschnitt durch einen Sandstein nach dem „Pigeon hole“-Modell. Es werden geometrische Poren mit dem Radius r_{site} von hydraulischen Modellkapillaren mit dem Radius r_{eff} unterschieden.

Ein Maß für die Stärke der selbstähnlichen Strukturierung der Porenwand ist die fraktale Dimension D , die sich nach Mandelbrot (1977) aus den Parametern N und v des fraktalen Modells ergibt:

$$D = \log N / \log v. \quad (1)$$

Mit Hilfe der fraktalen Dimension läßt sich die Abhängigkeit einer Meßgröße M vom Auflösungsvermögen der Meßmethode darstellen:

$$M(\lambda_1) = M(\lambda_2) (\lambda_1 / \lambda_2)^{(D_t - D)}, \quad (2)$$

Dabei sind λ_1 und λ_2 die kleinsten Längen, die mit zwei Meßmethoden aufgelöst werden können, und D_t ist die topologische Dimension der Meßgröße.

Wenn die spezifische Oberfläche S_{tot} die Meßgröße darstellt, ist $D_t = 2$ und Gl. (2) wird:

$$S_{tot}(\lambda_1) = S_{tot}(\lambda_2) (\lambda_1 / \lambda_2)^{(D_t - D)}, \quad (3)$$

Für das integrierte Volumen $V(r)$, das in den „pigeon holes“ sämtlicher Radienklassen mit Radien $\leq r$ steckt, gilt nach Gl. (2) mit $D_t = 3$:

$$V(r) / V_{por} = (r_{max}^{-1})^{(3-D)} r^{(3-D)}, \quad (4)$$

wobei V_{por} das gesamte Porenvolumen einschließlich der Poren mit dem größten Porenradius r_{max} bedeutet. Gl. (4) beschreibt die mit dem Volumen gewichtete, kumulative Porenradienverteilung bei einer Integration mit zunehmenden Radien. In logarithmischer Form ergibt Gl.(4) eine Geradengleichung mit der Steigung $(3-D)$:

$$\log (V(r) / V_{por}) = (3-D) \log r + \log C_1, \quad (5)$$

mit $C_1 = (r_{max}^{-1})^{(3-D)}$. Differentiation von Gl. (4) nach $d \log r$ ergibt:

$$d (V(r) / V_{por}) / d \log r = C_1 (3-D) \ln 10 r^{(3-D)}. \quad (6)$$

Für eine doppelt-logarithmische Darstellung der Volumenverteilung nach Radienklassen werden zweckmäßigerweise Porenradienklassen mit $r_i < r \leq r_j$ und konstantem $\log (r_j / r_i)$ gewählt. Für das Teilvolumen dieser Klassen $\Delta V(r)$ folgt:

$$\begin{aligned} \Delta V(r) &= (d (V(r) / V_{por}) / d \log r) \log (r_j / r_i) \\ &= C_1 (3-D) \ln 10 \log (r_j / r_i) r^{(3-D)}, \end{aligned} \quad (7)$$

und in logarithmischer Form:

$$\log \Delta V(r) = (3-D) \log r + \log C_2, \quad (8)$$

mit $C_2 = C_1 (3-D) \ln 10$. Ein Vergleich von Gl. (8) mit Gl. (5) zeigt, daß in beiden Darstellungen Geraden mit der gleichen Steigung $(3-D)$ auftreten.

Die vorstehenden Ableitungen zeigen, wie die fraktale Dimension experimentell bestimmt werden kann. Der eine Weg beruht auf Gl. (3), wobei mehrere Messungen der spezifischen Oberfläche mit unterschiedlichem Auflösungsvermögen durchgeführt werden (Pape et al. 1982, 1987). Eine andere Methode besteht in der Auswertung von Porenradienverteilungen entsprechend den Gleichungen (5) oder (8) (Kulenkampff, 1994). Bei diesen Untersuchungen ergab sich ein Mittelwert von $D = 2.36$ für einen großen Probensatz von verschiedenen Reservoirsandsteinen aus Nordwestdeutschland.

An diesen Gesteinen wurden außer Messungen von Porosität, spezifischer Oberfläche und Porenradienverteilung Bestimmungen der Permeabilität und der elektrischen Leitfähigkeit durchgeführt. Aus diesen Untersuchungen wurden die folgenden empirischen Beziehungen für die im „Pigeon hole“-Modell vorkommenden Radien r_{grain} , r_{site} und r_{eff} , die fraktale Dimension D und die Porosität ϕ gewonnen (Pape et al. 1987):

$$r_{grain} / r_{site} = (r_{grain} / r_{eff})^{k_r}, \quad (9)$$

mit $k_r = 0.39$, wenn $r_{grain} / r_{eff} > 30$, sowie

$$\phi = 0.534 (r_{grain} / r_{eff})^{k_r (D-3)}. \quad (10)$$

In den Gleichungen für die spezifische elektrische Leitfähigkeit und für die Permeabilität tritt die Tortuosität T auf, die mit der Porosität zu einem als Formationsfaktor $F = T/\phi$ bezeichneten Ausdruck zusammengezogen werden kann. Für die Tortuosität wurde ein zu Gl. (10) analog aufgebauter Ausdruck gefunden (Pape et al. 1987):

$$T = 1.34 (r_{grain} / r_{eff})^{0.67 (D-2)} \quad (11)$$

Für den Formationsfaktor gilt die als erste Archie-Formel (Archie, 1942) bekannte empirische Beziehung:

$$F = A \phi^{-m}. \quad (12)$$

Dieser Zusammenhang läßt sich auch aus der fraktalen Modelltheorie ableiten (Pape und Schopper, 1988). Dabei ergibt sich für m und A :

$$-m = (0.67(D-2))/(0.39(D-3))-1, \quad (13a)$$

$$A = 1.34/0.534^{-m+1}. \quad (13b)$$

Die von Gl. (9) bis Gl. (13) angeführten Beziehungen gelten für Sandsteine. Wie von Pape und Schopper (1987, 1988) gezeigt wurde, lassen sich kristalline Gesteine mit Rißgeometrie mit einem leicht abgewandelten fraktalen Modell behandeln. Zusätzlich zu den Strukturen des „Pigeon hole“-Modells, die über den ganzen Bereich von relevanten Größenordnungen verteilt sind, wurden zwei Generationen von Lamellenstrukturen in das zusammengesetzte Modell eingebaut, die auf den Klüften gesproßten Sekundärmineral-Bildungen entsprechen. Diese bewirken eine zusätzliche Oberflächenvergrößerung gegenüber der geglätteten Messung, die durch den Lamellenfaktor $q > 1$ beschrieben wird. Auf der Grundlage der entsprechenden petrophysikalischen Laboruntersuchungen ergab sich für den Falkenberg-Granit aus Bayern eine fraktale Dimension von 2.24. Außerdem treten an die Stelle der Gleichungen (3), (10), (11) und (12) die folgenden Beziehungen:

$$S_{Ior}(\lambda_1) = S_{Ior}(\lambda_2) q (\lambda_1 / \lambda_2)^{(D_I - D)}, \quad (14)$$

$$\phi = 31.62 q^{0.76} (r_{grain}/r_{eff})^{-0.76}, \quad (15)$$

$$T = 0.1469 (r_{grain}/r_{eff})^{0.19}, \quad (16)$$

$$F = 1.67 q^{0.19} \phi^{-1.25}, \quad (17)$$

mit $q=5.8$ und $D=2.24$.

Permeabilitäts-Porositäts-Beziehungen

Die folgenden modelltheoretischen Betrachtungen über die Permeabilität beruhen auf der Kozeny-Carman-Gleichung (Kozeny, 1927; Carman, 1937, 1948, 1956), in der die Permeabilität k von der Porosität ϕ , der Tortuosität T sowie dem effektiven hydraulischen Porenradius r_{eff} des Kapillarsystems abhängt:

$$k = (\phi/T) (r_{eff})^2 / 8. \quad (18)$$

Diese Gleichung basiert auf einem Kapillarbündel-Modell. Es definiert r_{eff} als den Radius der gewundenen und zylindrischen Modellkapillaren. Obwohl der Radius r_{eff} nicht direkt gemessen werden kann, läßt er sich aufgrund von Beziehungen, die für die geometrischen Modelle gelten, durch die spezifische, auf das Porenvolumen bezogene Oberfläche S_{por} oder durch den Kornradius r_{grain} und die Porosität ϕ ersetzen. Dieses Vorgehen gestaltet sich recht einfach für Modelle mit zylindrischen Kapillaren oder Kugelpackungen, während im Falle eines fraktalen Modells verschiedene zusätzliche Überlegungen angestellt werden müssen. Unabhängig von einem zugrundegelegten Modell kann der effektive Porenradius aus gemessenen Porenradienverteilungen abgeschätzt werden. Nach den Untersuchungen an einem großen Datensatz von Rotliegend-Sandsteinen aus Nordostdeutschland läßt sich nach Pape et al. (1989) r_{eff} durch den Medianwert $R50$ der Porenradienverteilung ersetzen, wenn dieser größer als der halbe erste Quartilradius ($R25/2$) ist, im anderen Falle durch letzteren Ausdruck.

In einem Gesteinsmodell mit glatten Kapillaren ergibt sich für die spezifische, auf das Porenvolumen bezogene Oberfläche S_{por} unmittelbar ein Ausdruck, der umgekehrt proportional zum effektiven Porenradius r_{eff} ist:

$$S_{por} = 2\pi r_{eff} / \{\pi (r_{eff}^2)\} = 2 / r_{eff}. \quad (19)$$

Nach Gl. (2) läßt sich r_{eff} in der Kozeny-Carman-Gleichung durch S_{por} ersetzen:

$$k = (1/2) (\phi/T) (S_{por})^{-2}. \quad (20)$$

Ein Gesteinsmodell mit möglichst einfacher Geometrie der Festkörper-Komponente besteht aus einer Kugelpackung. Der folgende Zusammenhang ergibt sich aus der Überlegung, daß dieselbe Grenzfläche zwischen Fluid und Mineralkörnern einerseits als S_{por} auf das Porenvolumen, andererseits als S_{mix} auf das Matrixvolumen normiert werden kann:

$$\begin{aligned} 2 / r_{eff} = S_{por} &= S_{mix} (1-\phi) / \phi \\ &= 4\pi (r_{grain})^2 / \{(4/3)\pi (r_{grain})^3\} \{(1-\phi) / \phi\} \\ &= (3/r_{grain}) \{(1-\phi) / \phi\}. \end{aligned} \quad (21)$$

durch Einsetzen von Gl. (21) in die Kozeny-Carman-Gleichung (18) erhält man:

$$k = (1/18) T^{-1} (r_{grain})^2 \phi^3 / (1-\phi)^2. \quad (22)$$

Die Gleichungen (20) und (22), die für die Permeabilität aus Gesteinsmodellen mit glatten Oberflächen abgeleitet wurden, lassen sich nur in Ausnahmefällen auf natürliche Gesteine anwenden. Die Ableitungen der Formeln für die Permeabilität, die sich aus dem fraktalen Modell ergeben, sind anderen Orts ausführlich dargestellt (Pape et al. 1982, 1987, 1998). Wenn die spezifische Oberfläche bekannt ist, wird Gl. (20) des glatten Kapillarbündelmodells ersetzt durch:

$$k = 475.3 (\phi/T) S_{por}^{(-2/(3-D))} \quad (S_{por} \text{ in } \mu\text{m}^{-1} \text{ und } k \text{ in } \mu\text{m}^2). \quad (23)$$

Wenn der Kornradius als bekannt vorausgesetzt wird, tritt an die Stelle von Gl. (22) des glatten Kugelmodells:

$$k = (1/8) (\phi/T) (r_{grain})^2 (2\phi)^{2/(0.39(3-D))}. \quad (24)$$

Durch Einsetzen der Archie-Beziehung Gl. (12) in Gl. (24) ergibt sich für durchschnittliche Reservoir-Sandsteine mit den Parametern $m = 2$, $A = 0.67$, $D = 2.36$ und für ein mittleres $r_{grain} = 200 \mu\text{m}$:

$$k = 191 (10\phi)^{10} \quad (\text{nm}^2) \quad \text{für } \phi > 0.1 \quad (25)$$

In einer Studie von Pape et al. (1998) wurde die Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung auf der Grundlage von größeren Mengen von k - und ϕ -Daten für verschiedene Sand- und Tongesteine untersucht. Dabei konnte für den Porositätsbereich $\phi > 0.1$ das Verhalten nach einem Potenzgesetz mit dem Exponenten 10 bestätigt werden. Für die Bereiche $0.01 < \phi < 0.1$ und $\phi < 0.01$ mußten jeweils kleinere Exponenten für eine Anpassung der Potenzfunktion an die Daten angenommen werden. Unabhängige Messungen der elektrischen Tortuosität und der Porenradienverteilungen zeigten, daß für kleine Porositäten die Tortuosität und der effektive Porenradius gegen einen Grenzwert laufen. Diesem Verhalten wird eine Darstellung von k als Summe von Potenzfunktionen gerecht, wobei jeder Term in dem entsprechenden Porositätsintervall dominiert:

$$k = a \phi + b \phi^{\text{exp}_1} + c (10 \phi)^{\text{exp}_2}, \quad (26)$$

mit $\text{exp}_1 = m$ und $\text{exp}_2 = m + 2 / (k_r (3-D))$.

Die Vorfaktoren und Exponenten wurden für verschiedene Gesteinstypen, nämlich für reine Sandsteine, durchschnittliche Sandsteine, tonige Sandsteine und Tongesteine, kalibriert. Für den Normaltyp eines Sandsteins gilt die Beziehung:

$$k = 31\phi + 7463\phi^2 + 191(10\phi)^{10} \quad (\text{nm}^2). \quad (27)$$

Diese Gleichung gehört zu Gesteinen mit dem Exponenten $m = 2$ aus der Archie-Gleichung und einer fraktalen Dimension $D = 2.36$.

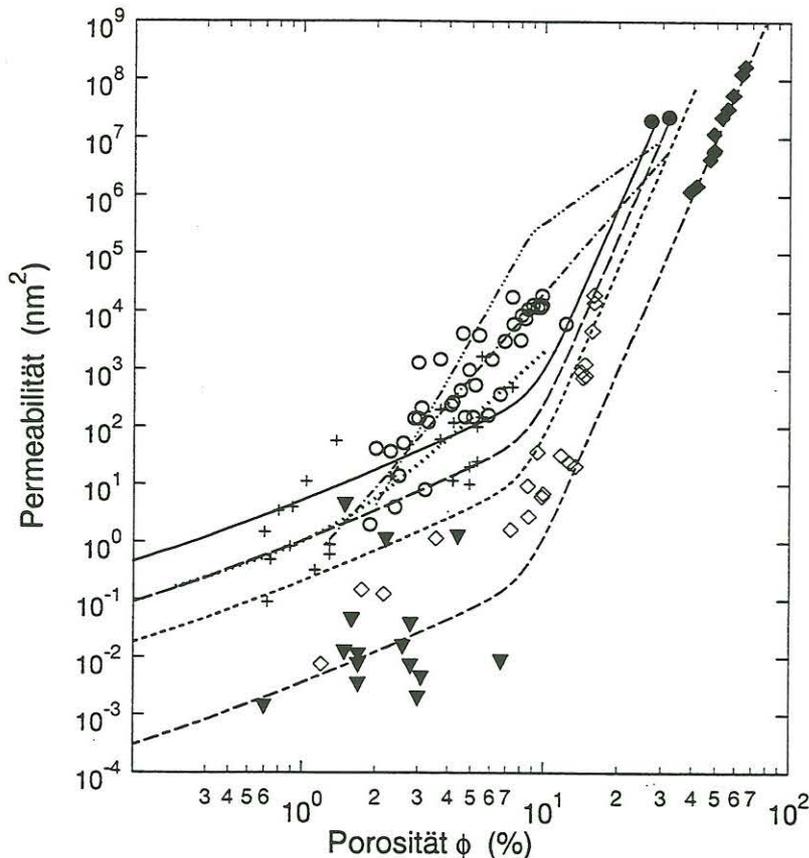


Abb. 2: Doppelt-logarithmische Auftragung der Permeabilität gegen die Porosität für verschiedene konsolidierte und lockere, reine und tonhaltige Sandsteine sowie den Falkenberg-Granit. Die fünf Linien am Kopf der Legende sind mit größeren Datenmengen kalibriert worden, während die Symbole zu Formationen gehören, die durch kleinere Datenmengen repräsentiert sind. Permeabilitäts- und Porositätsdaten, die nicht einzeln zitiert sind, stammen von Debschütz (1995), Iffland und Voigt (1996) und Kulenkampff (1994).

- Gl. (27), durchschnittlicher Sandstein
- $k = 155\phi + 37315\phi^2 + 630(10\phi)^{10}$ (nm^2), Rotliegend-Sandstein von NO-Deutschland
- - - $k = 6.2\phi + 1493\phi^2 + 58(10\phi)^{10}$ (nm^2), toniger Sandstein
- - - $k = 0.1\phi + 26\phi^2 + (10\phi)^{10}$ (nm^2), Tonstein
- · - · - Gl. (28), Fontainebleau-Sandstein (Bourbie and Zinsner, 1985)
- Sand (Schopper, 1967)
- ◆ Kaolin (Michaels and Lin, 1954)
- ◇ Karbon-Sandstein und -Tonschiefer
- ▼ Jura-Tonstein (Schlömer and Krooss, 1997)
- Rät-Sandstein von Allermöhe
- · - · - Gl. (29), k - ϕ -Beziehung für Rät-Sandstein von Allermöhe
- + Falkenberg-Granit
- · · · · Gl. (30), k - ϕ -Beziehung für Falkenberg-Granit

Zu den selteneren Sandsteinen mit glatteren Porenwänden aufgrund von diagenetischer Quarzzementation gehört der Fontainebleau-Sandstein, für den Bourbie und Zinsner (1985) folgende Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung fanden:

$$k = 303 (100\phi)^{3.05} \quad (\text{nm}^2) \quad \text{für } \phi > 0.08, \quad (28a)$$

$$k = 0.0275 (100\phi)^{7.33} \quad (\text{nm}^2) \quad \text{für } \phi \leq 0.08. \quad (28b)$$

Ein Vergleich mit Gl. (22), in der der Term ϕ^3 auftritt, zeigt, daß die stärker porösen Fontainebleau-Sandsteine mit einem glatten Kugelmodell, in dem die Tortuosität konstant ist, erklärt werden kann. In diesem Fall nimmt die fraktale Dimension den Grenzwert $D = 2$ an. Daraus folgt nach Gl. (13 a) für den Exponenten in der Archie Gleichung $m = 1$. Damit und mit $k_r = 1$ ergibt die allgemeine Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung Gl. (26) ebenfalls den Wert 3 für den Exponenten des dritten Terms.

Bei dem einen Fallbeispiel für ein Permeabilitäts-Log, der Geothermie-Bohrung Hamburg-Allermöhe 1, wurde an Hand von Kernmaterial die Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung für den Rät-Sandstein-Aquifer untersucht (GTN-Bericht, 1997). Diese läßt sich durch folgende Ausgleichsfunktion beschreiben:

$$k = 0.309 (100\phi)^{4.85} \quad (\text{nm}^2). \quad (29)$$

Die allgemeine Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung Gl. (26) läßt sich auch auf kristalline Gesteine anwenden. Für den Falkenberg-Granit ergibt sich durch Einsetzen der Parameter $k_r = 1$, $m = 1.25$ und $D = 2.25$ unter Fortlassung des ersten Terms nach Kalibrierung der Vorfaktoren mit den Kerndaten aus Pape et al. (1987):

$$k = 234 \phi^{1.25} + 2094 (10 \phi)^{3.88} \quad (\text{nm}^2). \quad (30)$$

Die kalibrierten Kurven von Gl. (27) bis (30) und zusätzliche an größeren Datensätzen gewonnene Kurven sind in einem doppelt-logarithmischen Permeabilitäts-Porositäts-Diagramm (Abb. 2) dargestellt.

Relaxation bei der NMR und Zusammenhang mit der Porenradienverteilung

Bevor wir zu komplizierten Porenraumgeometrien übergehen, betrachten wir den NMR-Prozeß in einem einfachen Kapillarmodell mit einheitlichem Porenradius. In diesem Fall klingt die Kurve der gemessenen Magnetisierung exponentiell ab, d.h. es handelt sich um sogenannte Debye-Relaxation, die immer dann auftritt, wenn sich die in einem elastischen Glied gespeicherte Energie über ein Reibungsglied entlädt. Damit haben wir ein mechanisches Analogon für die Beschreibung der Relaxation gewählt. Genausogut kann das elektrische Analogon für Prozesse aus anderen Bereichen der Physik in Form von elektrischen Ersatzschaltbildern benutzt werden. Im Falle der Debye-Relaxation wird die Ersatzschaltung durch ein einfaches R-C-Glied dargestellt (Abb. 3). Dabei wird das elastische Glied durch den Kondensator vorgestellt, für den ein lineares Gesetz für die Abhängigkeit der Spannung U von der Ladung Q gilt, wobei die reziproke Kapazität C als Proportionalitätskonstante auftritt:

$$U = C^{-1} Q. \quad (31)$$

Nach Schließen des Stromkreises fließt die Ladung des aufgeladenen Kondensators durch einen Ohmschen Widerstand. Bei der Stromleitung handelt es sich um einen Reibungsprozeß,

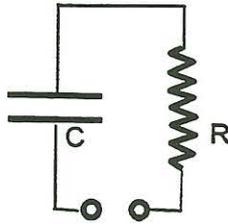


Abb. 3: Elektrischer Schaltkreis für Debye-Relaxation

der durch eine lineare Differentialgleichung mit der Stromstärke I und dem Widerstand R beschrieben wird:

$$dQ/dt = I = R^{-1} U . \quad (32)$$

Einsetzen von Gl. (31) in Gl. (32) und Integration nach Trennung der Variablen ergibt die Relaxationsfunktion:

$$Q / Q_0 = U / U_0 = \exp (-t / (C R)) , \quad (33)$$

wobei der Index 0 für den Zeitpunkt $t = 0$ gilt. Die Zeit $\tau = C R$, für die die Spannung auf den Wert U_0/e sinkt, wird als Relaxationszeit bezeichnet.

Für den Prozeß der Gitter-Relaxation der Magnetisierung M in einer Kapillare vom Radius r gelten Gleichungen, die ähnlich aufgebaut sind. Das lineare elastische Gesetz besteht aus der Gleichung für den osmotischen Druck p :

$$p / (R T) = V^{-1} n , \quad (34)$$

mit der Gaskonstanten R , der absoluten Temperatur T , der Molzahl n der Protonen mit antiparallelem Spinmoment und dem Volumen V .

Die Differentialgleichung (32) wird ersetzt durch eine entsprechende Gleichung für die Abnahme der Protonenzahl, die ein antiparalleles Spinmoment tragen. Die Protonenspins verlieren die energiereichere Antiparallelstellung durch Gitterrelaxation, wozu die Protonen mit der Porenwand zusammentreffen müssen:

$$dn/dt = \rho S p / (R T) . \quad (35)$$

Da bedeutet ρ die Oberflächenrelaxivität und S die Oberfläche der Porenwand.

Entsprechen Gl. (33) ergibt sich für die NMR-Relaxation:

$$M/M_0 = n/n_0 = \exp (-t \rho (S/V)) . \quad (36)$$

Daraus ergibt sich für die Relaxationszeit T_1 der longitudinalen Relaxation bzw. T_2 der transversalen Relaxation:

$$1/T_1 = 1/T_2 = \rho (S/V) = \rho S_{por} \quad (37)$$

In einem porösen Medium mit glatten Kapillaren vom Radius r gelten die Gleichungen (19) und (20), so daß mit Hilfe der Relaxationszeiten T_1 oder T_2 der Porenradius und anschließend die Permeabilität berechnet werden kann. Außerdem ist die Anfangsmagnetisierung ein Maß für die Porosität.

Als nächstes kommen wir zum allgemeineren Fall einer Porenradienverteilung. Bei der konventionellen Auswertung von NMR-Relaxationskurven wird ein Kapillarbündelmodell zugrundegelegt, wobei die Kapillaren zwar verschiedene Radien entsprechend einer Radienverteilung haben. Jedoch werden sie nicht vernetzt, sondern isoliert betrachtet und die einzelnen Beiträge der Radienklassen zur Magnetisierung aufaddiert. Dann stellt sich die Relaxationsfunktion als Summe von Exponential-Termen dar, die den einzelnen Radienklassen mit Index i zugeordnet sind:

$$M/M_0 = \sum_i a_i \exp(-t/T_i), \quad (38)$$

wobei T_i für T_{1i} oder T_{2i} steht.

Bei dem Ansatz nach dem Kapillarbündelmodell handelt es sich um ein vereinfachtes Verfahren. Im Teil 2 dieser Arbeit wird ein elektrisches Ersatzschaltbild vorgeschlagen, das der fraktalen Struktur des Porenraumes besser Rechnung trägt.

Nachdem zu einer Relaxationskurve eine geeignete Verteilung von Relaxationszeiten gefunden wurde, ergibt sich aus den Relaxationszeiten T_i und den Gewichten a_i unmittelbar die zugehörige Porenradienverteilung.

Bestimmung der Permeabilität aus NMR-Bohrlochmessungen

Am Beispiel der Bohrung Hamburg-Allermöhe 1 soll die Gewinnung eines Porositäts-Logs aus einer NMR-Messung gezeigt werden. Als Ausgangsbasis wurde ein NMR-Log der Fa. Schlumberger verwendet. Als Ergebnis der Messung lag für jede Teufe eine Verteilung von transversalen Relaxationszeiten (T_2) der transversalen Magnetisierung vor. Diese war bereits nach dem Kapillarbündelmodell in eine Verteilung von Porositätsklassen umgerechnet. Für die Berechnung der Permeabilität wurden drei Klassen unterschieden: 1.) freies Porenvolumen mit weiten Kapillarradien, 2.) Porenvolumen in engen Kapillaren und 3.) an Tonminerale gebundenes Porenvolumen, die zusammen das Gesamtporenvolumen ausmachen. Die entsprechenden Porositäten werden folgendermaßen bezeichnet: ϕ_{ff} (ff = free fluid), ϕ_{sc} (sc = small capillary bound), ϕ_{clay} (clay = clay bound) und ϕ (Gesamtporosität). Die Grenze zwischen freier Porosität und der an kleine Kapillaren gebundenen Porosität wurde durch die Relaxationszeit $T_2 = 3$ ms festgelegt.

Bei der Berechnung der Permeabilitäten aus den NMR-Porositäten wurde zwischen den Gesteinen mit mehr als 75% freier Porosität von der Gesamtporosität und den übrigen Gesteinen unterschieden. Für die erste Gruppe konnte die aus Kernuntersuchungen abgeleitete Permeabilitäts-Porositäts-Beziehung (Gl. 29) angewandt werden. Für den anderen Fall ($\phi_{ff} < 0.75 \phi$) wurde die Permeabilität für die beiden Porositätsklassen der freien Porosität und der an kleine Kapillaren gebundenen Porosität getrennt mit Hilfe der Kozeny-Carman-Gleichung (18) berechnet und addiert:

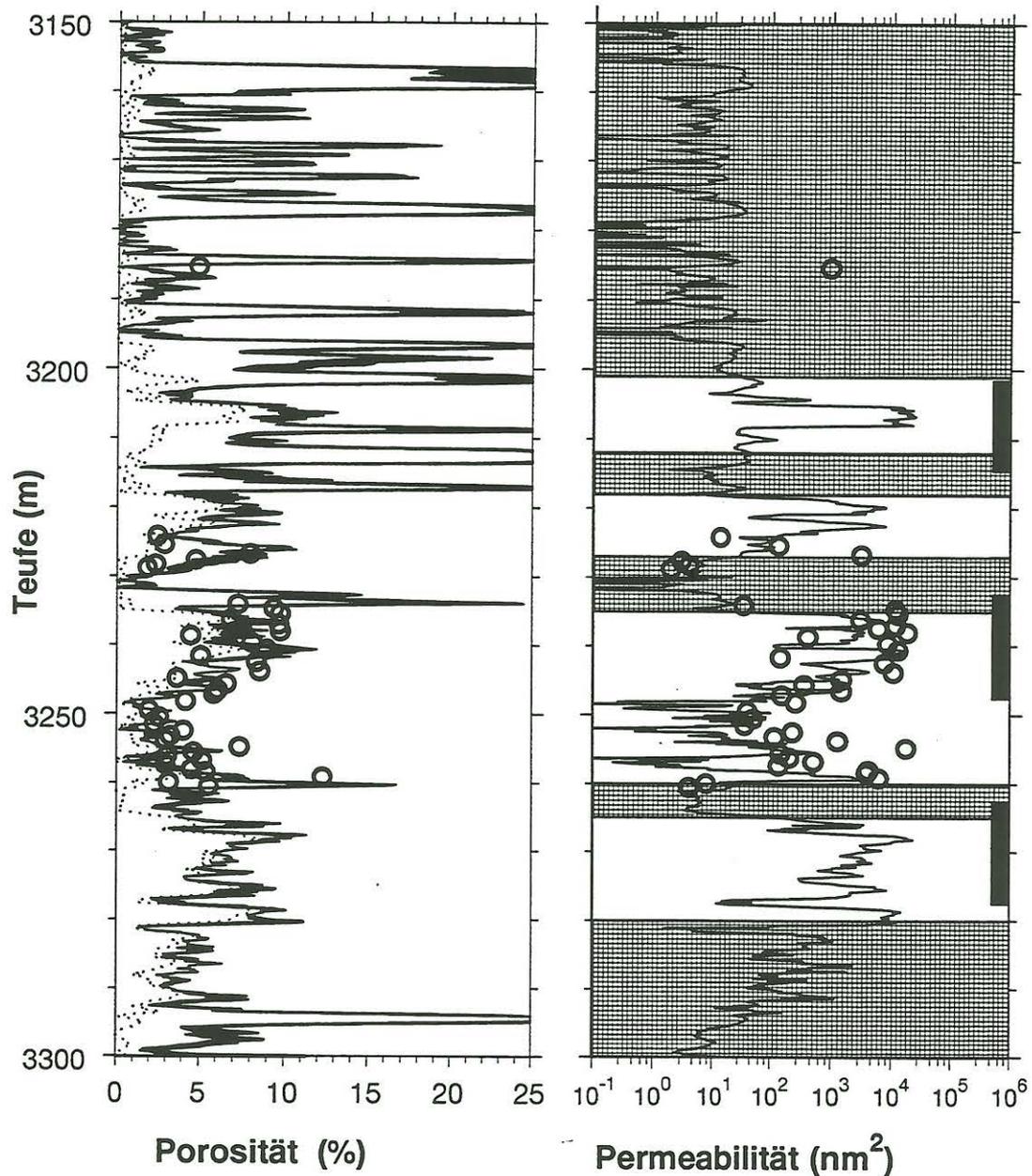
$$\begin{aligned} k &= k_1 + k_2, \\ k_1 &= (1/8) (\phi_{ff} / T) (r_{eff,1})^2, \\ k_2 &= (1/8) (\phi_{sc} / T) (r_{eff,2})^2, \end{aligned} \quad (39)$$

wobei $T = 3$, $r_{eff,1} = 1000$ nm und $r_{eff,2} = 100$ nm angenommen wurde.

Das so gewonnene Permeabilitäts-Log (Abb. 4) stimmt gut mit den vorhandenen Kernmessungen ein.

Danksagung

Die Untersuchungen wurden gefördert durch das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie über KFA-Jülich BEO im Rahmen des Verbundvorhabens "Hydraulisches, thermisches und mechanisches Verhalten geothermisch genutzter Aquifere"; Förderkennzeichen 032 6995 A.



a)

an Tonminerale gebundene Porosität
 freie Porosität

b)

Teilaquifer
 geringpermeable Schichten
 Perforationsstrecke

Abb. 4: Permeabilitäts-Vorhersage für den Rät-Aquifer der Bohrung Hamburg-Allermöhe 1 auf der Grundlage eines NMR-Logs.

(a): Das NMR-Log liefert die freie Porosität (gepunktete Linie), die an feine Kapillaren (Radius < 100 nm) gebundene Porosität (rechts von der gestrichelten Linie bis zum schwarzen Bereich) und die an Tonminerale gebundene Porosität (schwarz ausgefüllter Bereich). Die Kreise geben die an Kernproben gemessenen Porositäten an.

(b): Permeabilität, berechnet aus NMR-Porositäten (Linie) und Kern-Porositäten (Kreise).

Literatur

- Archie, G.E. (1942): Electrical resistivity as an aid in core analysis interpretation, *Trans. AIME* 146, 54-61.
- Bourbie, T., and Zinszner, B. (1985): Hydraulic and acoustic properties as a function of porosity in Fontainebleau sandstone, *J. geophys. Res.*, 90 (B13), 11524-11532.
- Carman, P.C. (1937): Fluid flow thru granular beds, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 15, 150.
- Carman, P.C. (1948): Some physical aspects of water flow in porous media, *Discuss. Faraday Soc.*, 3, 78.
- Carman, P.C. (1956): *Flow of gases through porous media* (Butterworth Scientific Publications, London 1956).
- Debschütz, W. (1995): *Hydraulische Untersuchungen an Sediment- und Kristallingesteinen unter variablen hydro- und lithostatischen Druckbedingungen: Trennung strömungs- charakterisierender Kenngrößen und Korrelation mit anderen petrophysikalischen Größen* (PhD. Dissertation Techn. Univ. Clausthal, Clausthal-Zellerfeld 1995).
- GTN (Horn, H, Lenz, G und Kellner, T.) (1997): *Geologisch-bohrtechnischer Abschlußbericht - Verteufung Bohrung Hamburg-Allermöhe 1*, Geothermie Neubrandenburg GmbH, Neubrandenburg 1997.
- Iffland, J., and Voigt, H.-D. (1996): Porositäts- und Permeabilitätsverhalten von Rotliegendesandsteinen unter Überlagerungsdruck, *DGMK-Berichte, Tagungsbericht 9602, Vorträge der Frühjahrstagung des DGMK-Fachbereiches Aufsuchung und Gewinnung*, 25. - 26. April, Celle, Deutsche wissenschaftliche Gesellschaft für Erdöl, Erdgas und Kohle e. V.
- Kozeny, J. (1927): Über die kapillare Leitung des Wassers im Boden (Aufstieg, Versickerung und Anwendung auf die Bewässerung), *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Math. Nat. (Abt. IIa)*, 136a, 271-306.
- Kulenkampff, J. (1994): *Die komplexe elektrische Leitfähigkeit poröser Gesteine im Frequenzbereich von 10 Hz bis 1 Mhz — Einflüsse von Porenstruktur und Porenfüllung —* (PhD. Dissertation Techn. Univ. Clausthal, Clausthal-Zellerfeld 1994).
- Michaels, A.S., and Lin, C.S. (1954): Permeability of kaolinite, *Ind. Eng. Chem.*, 45, 1239-1246.
- Pape, H., and Schopper, J.R. (1987): Fractal description of the Falkenberg granite microfissure system as derived from petrophysical and microscopical investigations, *Geol. Jb.*, E 39, 149-166.
- Pape, H., and Schopper, J.R. (1988): Relations between physically relevant geometrical properties of a multifractal porous system, In *Characterization of porous solids*, (ed. Unger, K.K. et al.) (Elsevier, Amsterdam 1988) pp. 473-482.
- Pape, H., Clauser, C., and Iffland, J. (1998): Permeability prediction for reservoir sandstones based on fractal pore space geometry, submitted to *Geophysics*.
- Pape, H., Riepe, L., and Schopper, J.R. (1982): A pigeon-hole model for relating permeability to specific surface, *Log Analyst*, 23, No. 1, 5-13; Errata, *Log Analyst*, 23, No.2, 50.
- Pape, H., Riepe, L., and Schopper, J.R. (1987): Theory of self-similar network structures in sedimentary and igneous rocks and their investigation with microscopical methods, *J. Microsc.*, 148, 121-147.
- Schlömer, S., and Krooss, B. M. (1997): Experimental characterization of the hydrocarbon sealing efficiency of cap rocks, *Marine and Petroleum Geology*, 14, No. 5, 565-580.
- Schopper, J. (1967): Experimentelle Methoden und eine Apparatur zur Untersuchung der Beziehungen zwischen hydraulischen und elektrischen Eigenschaften loser und künstlich verfestigter poröser Medien, *Geophysical Prospecting*, 15 (4), 651-701.