

Neue Verfahren zur Berechnung von scheinbaren spezifischen Widerständen und Schwerpunkstiefen in der Hubschrauberelektromagnetik

Bernhard Siemon, BGR, Hannover

1 Einleitung – ein historischer Überblick

Seit Anfang der 50-er Jahre sind in der Magnetotellurik (MT) Algorithmen für die Berechnung des scheinbaren spezifischen Widerstandes ρ_a bekannt (Tikhonov 1950, Cagniard 1953). Er wird aus der magnetotellurischen Impedanz für jede (Kreis-)frequenz berechnet. Der so definierte scheinbare spezifische Widerstand liefert für einen homogenen Halbraum korrekte spezifische Widerstände (er wird daher auch als Halbraumwiderstand bezeichnet). Für einen geschichteten Halbraum kann die wahre (vertikale) Widerstandsfolge durch eine Sondierungskurve grob approximiert werden. Hierbei handelt es sich um eine parametrische Sondierungskurve, d.h. der scheinbare spezifische Widerstand ρ_a (und eine zugehörige Tiefe z) werden für verschiedene Frequenzen berechnet und gegeneinander aufgetragen.

Auf Niblett & Sayn-Wittgenstein (1960) und Bostick (1977) geht die Berechnung eines spezifischen Widerstandes zurück, der nicht nur die Amplitude der Impedanz, sondern auch deren Phase berücksichtigt. Der vertikale Verlauf dieses spezifischen Widerstandes ρ_{NB} , der gegenüber der Amplitude der komplexen Eindringtiefe aufgetragen wird, ist gegenüber ρ_a wesentlich dynamischer, da die Phase auch Informationen über die Verhältnisse der benachbarten Schichtwiderstände enthält. Dies gilt auch für den $\rho^*(z^*)$ -Algorithmus von Schmucker (1970, 1987), der für die genauere Berechnung der Halbraumwiderstände eine nicht- oder eine gutleitende Deckschicht berücksichtigt.

Für die Hubschrauberelektromagnetik (HEM) gibt es zwar Algorithmen zur Berechnung von Sondierungskurven, diese sind aber erst Dekaden später entwickelt worden: In den 70-er Jahren wurden scheinbare spezifische Widerstände für die HEM noch graphisch bestimmt. Von Fraser (1978) stammt die erste Veröffentlichung, die die Ableitung der ρ_a -Werte aus Kurvendiagrammen beschreibt, aber verschweigt, wie die numerische Berechnung erfolgt. Letztere wird von Mundry (1984) geliefert. Die scheinbaren spezifischen Widerstände wurden für die zur Verfügung stehenden (≤ 3) Frequenzen berechnet und als ρ_a -Karten dargestellt. Ab Ende der 80-er Jahre waren mit der Einführung der Schwerpunkstiefe (Sengpiel 1988) Sondierungen möglich. Zusammen mit den Halbraumwiderständen konnten nun auch für die HEM Sondierungskurven $\rho_a(z^*)$ berechnet und beispielsweise als Vertikal-schnitte längs eines Meßprofils farbig dargestellt werden („Sengpiel sections“). Die Veröffentlichung von Huang & Fraser (1996) und dieser Beitrag dokumentieren, daß die Entwicklungen auf diesem Gebiet noch andauern.

2 Grundlagen

Ein mittels einer Spule in der Höhe h erzeugtes, zeitlich variables Magnetfeld (Primärfeld) induziert in der leitfähigen Erde Wirbelströme, deren Magnetfeld (Sekundärfeld) mit einer Empfängerspule im Abstand r vom Sender (ebenfalls in der Höhe h) gemessen werden kann. Doch während in der MT die Beziehung zwischen den Daten und einer nur von der Tiefe abhängigen Leitfähigkeitsverteilung (homogener oder horizontal geschichteter Halbraum) direkt berechnet werden kann (Wait 1953), muß in der HEM aufgrund der Inhomogenität des anregenden Feldes (magnetischer Dipol) ein Integral über den gesamten Wellenzahlbereich gelöst werden:

$$Z [\text{ppm}] = \frac{Z_s}{Z_p} = R + iQ = r^3 \int_0^\infty R_1(f, \lambda, \rho, z) \cdot \lambda^2 \cdot e^{-2\lambda h} \cdot J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1)$$

- mit: Z = komplexes, normiertes Sekundärfeld (Meßwert)
 Z_s = komplexes Sekundärfeld
 Z_p = komplexes Primärfeld (am Ort der Empfängerspule)
 R, Q = Realteil (inphase) und Imaginärteil (out-of-phase) von Z
 r = Spulenabstand zwischen Sender und Empfänger
 h = Flughöhe des Sensors über Grund
 λ = Wellenzahl
 J_0 = Besselfunktion (erster Art, nullter Ordnung), $J_0(x) = 1 - x^2/4 + x^4/64 - \dots$
 R_1 = komplexer Reflexionsfaktor (enthält die Modellparameter)
 f = Frequenz

Da das Sekundärfeld in der HEM dem Primärfeld i.a. entgegengerichtet ist, ist Z_s negativ. Z wird aber – per Konvention – positiv dargestellt. Gleichung (1) gilt für eine horizontal-koplanare Spulenanordnung (über einem geschichteten Halbraum). Für andere Spulengeometrien (z.B. vertikal-koplanar oder vertikal-koaxial) gelten ähnliche Formeln, die sich jeweils um einen konstanten Faktor (1/2 bzw. -1/4) von (1) unterscheiden.

Der Reflexionsfaktor R_1 läßt sich für einen geschichteten Halbraum (ρ_i, h_i = Modellparameter spezifischer Widerstand und Mächtigkeit der i -ten Schicht mit den Luftschichtparametern ($i = 1$) $\rho_1 = \infty$ und $h_1 = h$ = Sensorhöhe) rekursiv berechnen (Mundry 1984):

$$\begin{aligned} R_{i-1} &= \frac{K_{i-1} + R_i \cdot u_i}{1 + K_{i-1} \cdot R_i \cdot u_i} & i &= n-1, n-2, \dots, 2 \\ R_{n-1} &= K_{n-1} & K_{i-1} &= \frac{v_{i-1} - v_i}{v_{i-1} + v_i} \\ u_i &= e^{-2h_i v_i} & v_i &= \sqrt{\lambda^2 + i\omega\mu_0 / \rho_i} \end{aligned} \quad (2)$$

Verwendet man eine auf die Höhe normierte Wellenzahl $\lambda = k/h$, können Terme höherer Ordnung in der Besselfunktion vernachlässigt werden, so daß $J_0 \approx 1$, falls die Flughöhe groß gegenüber dem Spulenabstand ist (Mundry 1984). Dies ist bei Standardflughöhen um $h \approx 30$ m und Spulenabständen $r \leq 8$ m stets gegeben. (1) vereinfacht sich zu:

$$Z = \left(\frac{r}{h}\right)^3 \int_0^\infty \overline{R}_1 \cdot k^2 \cdot e^{-2k} dk \quad (3)$$

Für einen homogenen Halbraum (unterhalb einer nichtleitenden Luftschicht) lautet dann der Reflexionsfaktor:

$$\overline{R}_1 = \frac{k - v}{k + v} \quad \text{mit} \quad v = \sqrt{k^2 + i2\delta^2} \quad (4)$$

Die normierten komplexen Sekundärfelder sind nach (3) und (4) nur von $\delta = h/p$ (Skintiefe $p = (2\rho/\omega\mu_0)^{1/2}$) und dem Faktor $(r/h)^3$ abhängig. In Abb. 1 sind sie als Realteil (inphase) und Imaginärteil (out-of-phase) als Funktion von δ doppeltlogarithmisch aufgetragen.

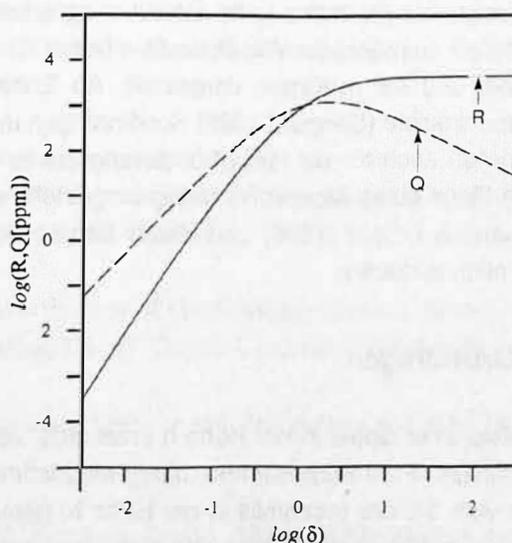


Abb. 1: $\log(R)$ und $\log(Q)$ als Funktion von $\log(\delta)$ für einen beliebigen homogenen Halbraum ($h = 30$ m, $r = 8$ m).

Ein einfacher, linearer Zusammenhang zwischen logarithmierten Halbraumparametern und Meßdaten (wie beispielsweise in der MT) ist in der HEM i.a. nicht gegeben. Für kleine δ (< 0.1) und große δ (> 10) sind $\log(R)$ und $\log(Q)$ jedoch nahezu eine lineare Funktion von $\log(\delta)$ (vgl. Abb. 1).

Für ein vorgegebenes Modell (geschichteter Halbraum) werden die Sekundärfeldwerte nach (1) numerisch berechnet. Für die Lösung des Integrals sind in der Literatur zahlreiche Verfahren genannt. Eine Übersicht gibt beispielsweise Anderson (1989). In der BGR werden zwei Verfahren verwendet, die schnelle Hankel-Transformation (Weidelt 1988) bzw. die numerische Laplace-Transformation (Fluche 1990). Da die Laplace-Transformation nur eingeschränkt verwendet werden kann (Siemon 1996), wird im folgenden nur die Hankel-Transformation zur Berechnung der Sekundärfelder herangezogen.

3 Berechnung der Halbraumparameter aus den Sekundärfeldwerten

Die Darstellung des scheinbaren spezifischen Widerstandes liefert einen ersten Eindruck von der Leitfähigkeitsverteilung im Meßgebiet. In der MT kann ρ_a direkt aus der Impedanz berechnet werden. Aufgrund der Dipolanregung (s.o.) und der Flughöhe sind in der HEM die Algorithmen zur Berechnung von ρ_a wesentlich aufwendiger. Durch eine Vorwärtsrechnung werden zunächst Modellkurven wie in Abb. 2 erstellt, aus denen bei gegebenem Meßwert der Halbraumwiderstand abgeleitet wird.

Für jede Frequenz liegen zwei Meßwerte für das Sekundärfeld (inphase und out-of-phase) und zusätzlich die Sensorhöhe h vor. Der zugehörige scheinbare spezifische Widerstand des Untergrundes ρ_a kann auf verschiedenen Wegen aus den Sekundärfeldwerten berechnet werden (vgl. Fraser 1978): Entweder bei bekannter Höhe h

- a) aus der inphase-Komponente R ,
- b) aus der out-of-phase-Komponente Q ,
- c) aus dem Amplitudenverhältnis $\varepsilon = Q/R$,
- d) aus der Amplitude $A = |Z| = (R^2 + Q^2)^{1/2}$

oder, falls die Höhe h nicht als Eingabeparameter dient,

- e) aus dem komplexen Sekundärfeld.

Im Fall a) tritt das Problem auf, daß man einerseits für kleine δ (große spezifische Widerstände und/oder niedrige Frequenzen) kleine inphase-Werte erhält und daß andererseits für sehr große δ (kleine Widerstände und/oder hohe Frequenzen) kaum noch eine Steigerung der inphase-Werte auftritt (siehe Abb. 1). Folglich ist die Bestimmung von Halbraumwiderständen aus fehlerbehafteten inphase-Meßdaten für diese Bereiche unsicher. Abb. 1 zeigt auch, daß die out-of-phase-Kurve für $\delta \cong 1$ maximal wird und zu niedrigen und hohen δ hin abfällt, d.h. die Inversion ist mehrdeutig für den Fall b). Zur Fallunterscheidung könnte man die inphase-Werte heranziehen, aber in der Nähe des out-of-phase-Maximums bleibt die Mehrdeutigkeit bestehen. Die Berechnung der Halbraumwiderstände aus dem Amplitudenverhältnis (vgl. Abb. 2) ist eindeutig, aber sie kann auf zu extreme Werte führen (vgl. Abb. 5 und 6), falls eine im Vergleich zur Eindringtiefe dünne Deckschicht vorhanden ist, deren spezifischer Widerstand deutlich von dem des Substrats abweicht. Berechnet man den Halbraumwiderstand aus der Amplitude (vgl. Abb. 2), gilt Ähnliches wie im Fall a) für sehr große δ . Des weiteren beeinflusst der Deckschichtwiderstand nachhaltig die Berechnung des Halbraumwiderstandes im Zweischichtfall. Im Gegensatz zu Fall c) zeigen hier die Halbraumwiderstände eine zu geringe Dynamik (Abb. 5 - 7). Für diese vier Verfahren besteht eine gemeinsame Schwierigkeit: die Bestimmung der korrekten Flughöhe des EM-Sensors. Bewegte Topographie und vor allem Bewuchs können zu Fehlschätzungen der Sensorhöhe führen und somit auch zu falschen Halbraumwiderständen. Daher ist es zweckmäßiger, den Halbraumwiderstand aus Amplitude und Phase abzuleiten. In diesem Fall e) werden Halbraumwiderstand und Höhe berechnet.

Verfahren für die Berechnung der Halbraumwiderstände sind von Fraser (1978) und Mundry (1984) vorgestellt worden. Dabei werden zunächst die Kubikwurzel der reduzierten Amplitude $A'^{1/3} = (h/r) \cdot A^{1/3}$ und das Komponentenverhältnis ϵ als Funktion von δ berechnet und abgespeichert. Mit dem aus den Meßwerten R und Q berechneten ϵ wird der Parameter δ aus der $\epsilon(\delta)$ -Kurve (Abb. 2, unten) bestimmt und daraus die reduzierte Amplitude $A'^{1/3}$ aus der $A'^{1/3}(\delta)$ -Kurve (Abb. 2, oben) entnommen. Durch Vergleich der reduzierten Amplitude A' mit der Amplitude A der Meßwerte ergibt sich die berechnete Höhe aus $h = r \cdot (A'/A)^{1/3}$. Und schließlich folgt der Halbraumwiderstand ρ_a mit $p = h/\delta$:

$$\rho_a = \frac{\omega \mu_o p^2}{2} = \frac{\omega \mu_o}{2} \left(\frac{h}{\delta} \right)^2 \quad (5)$$

Die berechnete Höhe h kann von der gemessenen abweichen. Daher wird sie zur Unterscheidung als scheinbarer Abstand D_a (des leitenden Halbraums vom EM-Sensor) bezeichnet. Der Abstand zwischen der Halbraumoberfläche und der wahren Erdoberfläche wird als scheinbare Tiefe $d_a = D_a - h$ definiert. Sie gibt Aufschluß darüber, ob über dem angenommenen Halbraum eine schlecht- ($d_a > 0$) oder eine gutleitende ($d_a < 0$) Bedeckung zu erwarten ist.

Bei Mundry (1984) werden die Kurven für $A'^{1/3}(\delta)$ und $\epsilon(\delta)$ (in doppeltlogarithmischer Auftragung, siehe Abb. 2) in mehrere Abschnitte unterteilt und durch Geraden approximiert. Folglich ergeben sich keine glatten Kurven, so daß an den Endpunkten wie auch in den mittleren Bereichen der einzelnen Geradenabschnitte die Approximation nicht besonders gut sein kann. Wesentlich bessere Ergebnisse werden erzielt, wenn diese Kurven durch Polynome (Potenzreihen) approximiert werden. Der Polynomgrad muß mit $n = 12$ für $A'^{1/3}(\delta)$ und $\epsilon(\delta)$ recht hoch gewählt werden, um auch für die nahezu linearen Bereiche eine gute Anpassung zu gewährleisten. Außerdem ist im Unterschied zu dem Mundry-Verfahren nicht nur der erste Term, sondern durch Verwendung der Hankel-Transformation die komplette Besselfunktion berücksichtigt worden. Die berechneten Polynome gelten exakt nur für vorgegebene Werte r und h, z.B. $r = 8$ m, $h = 30$ m, da sie nun nicht nur von $\delta = h/p$, sondern aufgrund der Substitution $\lambda = k/h$ auch von r/h abhängen. Da aber die Verhältnisse r/h in der Besselfunktion in höherer Ordnung auftreten, sind die Abweichungen für größere Flughöhen oder kleinere Spulenabstände unkritisch.

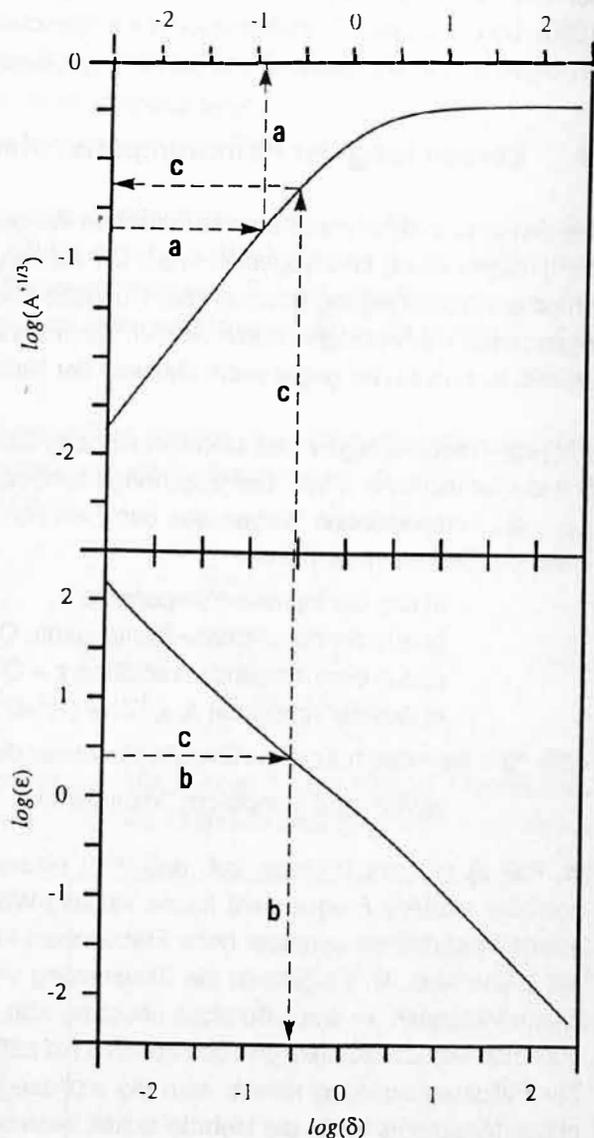


Abb. 2: Zur Berechnung der Halbraumparameter ρ_a (und D_a) werden $\log(A'^{1/3})$ und $\log(\epsilon)$ als Funktion von $\log(\delta)$ (einmalig) berechnet, durch Polynome approximiert und abgespeichert. Bei der Inversion werden unter Zuhilfenahme dieser Kurven die Modellparameter aus dem Meßwerten berechnet: a) nur mit $A'^{1/3}$, b) nur mit ϵ und c) mit $A'^{1/3}$ und ϵ .

4 Schwerpunktstiefe

Von Sengpiel (1988) wurde das von Schmucker (1970) und Weidelt (1972) für die Magnetotellurik entwickelte Prinzip der Schwerpunktstiefe auf die Dipolanregung der HEM übertragen. Wie Schmucker definierte auch Sengpiel die Schwerpunktstiefe als den Realteil der komplexen Eindringtiefe C , die in der HEM allerdings eine Funktion der Wellenzahl und des Parameters $\delta = h/p$ (mit $p = (2\rho_a/\omega\mu_0)^{1/2}$) ist. Zu dieser Tiefe muß noch der scheinbare Abstand des Halbraums vom EM-Sensor, bzw. wenn man die Erdoberfläche als Bezugsniveau nimmt, die scheinbare Tiefe d_a hinzuaddiert werden:

$$z^* = d_a + \operatorname{Re} C \quad (6)$$

Mit diesen Algorithmen von Mundry und Sengpiel ist es ab Mitte der 80-er Jahre möglich, auch für die HEM Sondierungskurven $\rho_a(z^*)$ zu berechnen, indem für jede Meßfrequenz der scheinbare spezifische Widerstand einer Schwerpunktstiefe z^* zugeordnet wird (Abb. 3).

Die Abb. 3 zeigt aber auch, daß für Leitfähigkeitsverteilungen, bei denen D_a zu klein wird, die ursprüngliche Definition der Schwerpunktstiefe z^* Werte liefern kann, die mit abnehmender Frequenz nur noch geringfügig anwachsen oder sogar unzulässigerweise (vgl. Weidelt 1972) kleiner werden. Daher wurde (5) von Sengpiel (1988) erweitert zu:

$$z^* = d_a + \begin{cases} \operatorname{Re} C & \text{für } D_a \geq 3.3 \cdot r \\ \operatorname{Re} C \cdot 3.3 \cdot r / D_a & \text{für } D_a < 3.3 \cdot r \end{cases} \quad (7)$$

Diese Formel liefert für relative große Frequenzabstände (die bei einer 3-Frequenz-Sonde immer gegeben sind) plausible Werte. Bei geringem Frequenzabstand wird aber deutlich (Abb. 3), daß die Zunahme von z^* mit abnehmender Frequenz immer noch nicht gewährleistet ist. Die Verwendung der gemessenen Sensorhöhe h statt der berechneten D_a zur Bestimmung von C führt in (6) schließlich auf die gewünschte Zunahme von z^* mit abnehmender Frequenz (Siemon 1996).

Für das Modell der Abb. 3 ist die Tiefe der gutleitenden Zwischenschicht durch alle Definitionen der Schwerpunktstiefe, die $\operatorname{Re} C$ verwenden, zufriedenstellend wiedergegeben. Liegt dieser Leiter allerdings in sehr großer Tiefe, stimmt die Tiefenzuordnung nicht mehr. In Abb. 4 wird deutlich, daß die Formeln, die auf $\operatorname{Re} C$ basieren (z.B. (6) mit $\delta = h/p$), die Tiefe der gutleitenden Schicht als zu gering angeben: statt in 200-205 m liegt diese Schicht in ca. 90 m Tiefe. Bessere Ergebnisse werden erzielt, wenn $\operatorname{Re} C$ durch $p/2$ ersetzt wird (Siemon 1996), was nach Sengpiel (1988) auch bei Dipolanregung etwa $-ImC$ entspricht. Man erhält so eine zur MT (h -Modell, vgl. Schmucker 1987) analoge Formel:

$$z_p^* = d_a + \frac{p}{2} \quad (8)$$

In Abschnitt 5 wird die Dynamisierung der ρ_a -Sondierungskurven beschrieben. Diese wirkt sich auch auf die Tiefenlage der (sensibilisierten) scheinbaren spezifischen Widerstände aus. Je nach Art der verwendeten Dynamisierung muß ein geeigneter Tiefenparameter gewählt werden, so daß noch zwei weitere „Schwerpunktstiefen“ definiert werden:

$$z_d^* = d_a + |C| \quad \text{und} \quad z_s^* = \sqrt{2} \cdot z_p^* \quad (9)$$

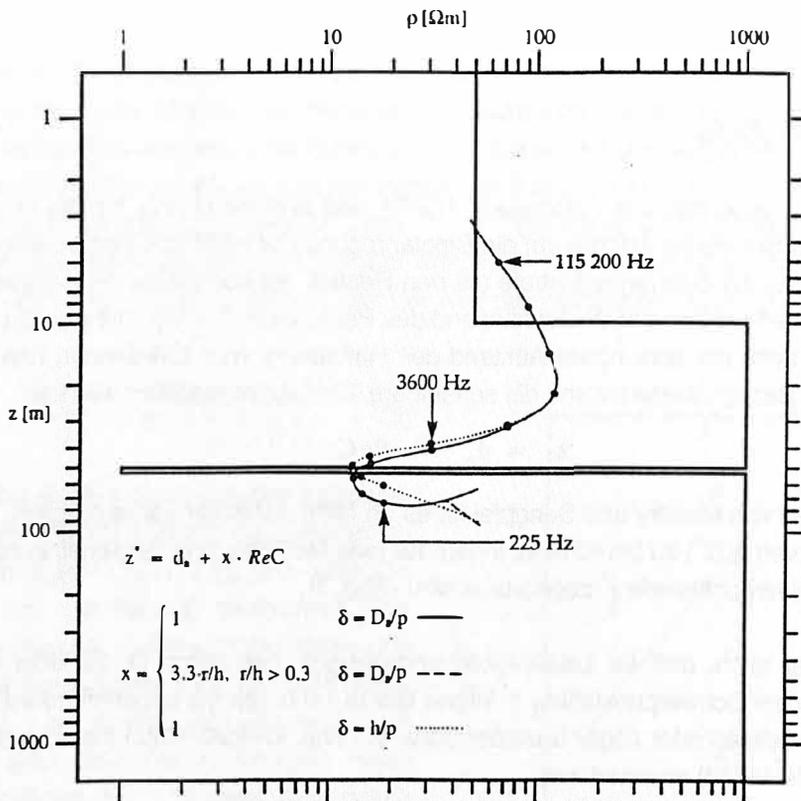


Abb. 3: Vergleich von Sondierungskurven für verschiedene Definitionen der Schwerpunkstiefe z^* , die aus ReC berechnet werden. Nur wenn $\delta = h/p$ ($h =$ Flughöhe über Grund) für die Berechnung von ReC verwendet wird, nimmt die Schwerpunkstiefe (mit abnehmender Frequenz) stets zu.

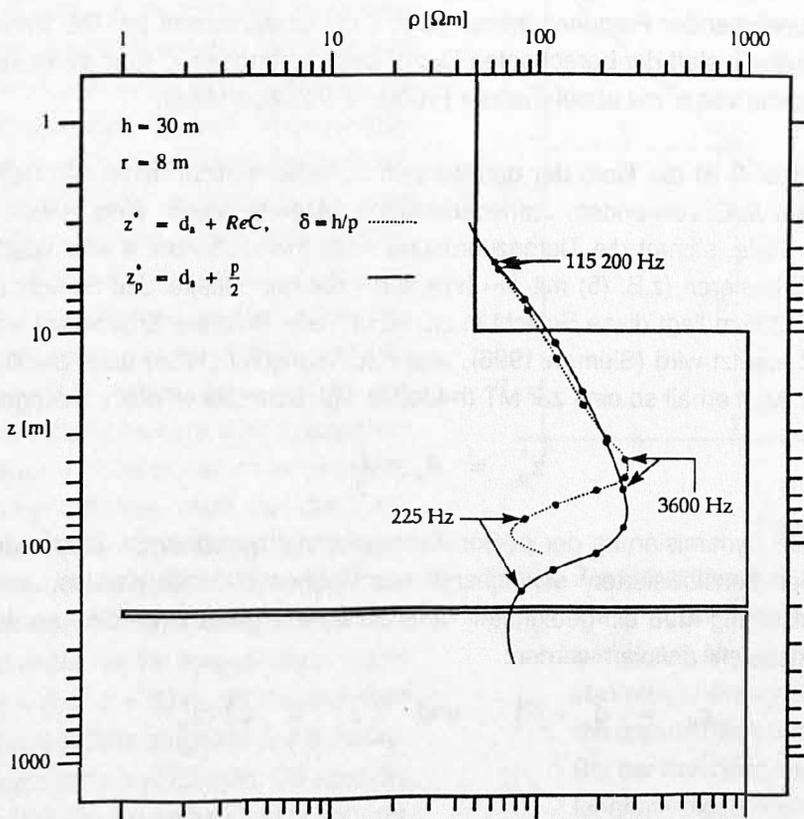


Abb. 4: Sondierungskurven für verschiedene Schwerpunkstiefen, die aus ReC (mit $\delta = h/p$) bzw. der Skintiefe p berechnet werden. Die gutleitenden Zwischenschicht wird von $\rho_a(z^*)$ in viel zu geringer Tiefe reproduziert, während $\rho_a(z_p^*)$ eine passende Tiefenangabe liefert.

5 Dynamisierte Sondierungskurven

Die wahre vertikale Widerstandsverteilung wird durch das $\rho_a(z_p^*)$ -Verfahren i.a. nur angenähert wiedergegeben. In diesem Abschnitt werden neue Verfahren vorgestellt, die die Approximation verbessern. Alle Methoden verwenden die scheinbaren spezifischen Widerstände ρ_a und dynamisieren diese durch Differentiation oder durch Verwendung der scheinbaren Tiefe d_a .

5.1 Differentielle Verfahren

Als *differentielle* Verfahren werden die Algorithmen zur Berechnung von Sondierungskurven bezeichnet, bei denen die Dynamisierung des scheinbaren spezifischen Widerstandes durch Differentiation nach einem Parameter erfolgt, der mit dem Eindringen der EM-Felder in den Erduntergrund im Zusammenhang steht. Die Differentiation erfordert das Einbeziehen mehrerer Frequenzen. Sie ist um so genauer, je geringer der Frequenzabstand ist.

I) Differentiation nach der Tiefe

Huang & Fraser (1996) erhalten eine dynamisierte Sondierungskurve $\rho_\Delta(z_\Delta)$ durch Differentiation der (vertikalen) Leitwertverteilung nach der Tiefe. Die Leitwerte bestimmen sie aus den ρ_a -Werten (Fraser 1978) und den zugehörigen effektiven Tiefen z_{eff} , deren Berechnung auf einer empirischen Formel beruht. Da diese nicht veröffentlicht wurde, werden die dynamisierten Sondierungskurven $\rho_\Delta(z_\Delta)$ (siehe Abb. 5 - 7) aus Huang & Fraser (1996) entnommen.

II) Differentiation nach der Frequenz

In der Magnetotellurik wird die Phase in verschiedenen Algorithmen zur Dynamisierung von ρ_a verwendet. In der HEM hat die dort gemessene Phase ($\varphi = \arctan(\epsilon)$) nicht die Bedeutung der magnetotellurischen Phase, da sie beispielsweise für einen homogenen Halbraum nicht konstant bei $\varphi = 45^\circ$ liegt. Daher wird für die HEM ein neuer Parameter - die *scheinbare* Phase φ_a - definiert, die durch Differentiation nach der Frequenz analog zur MT (vgl. Weidelt 1972, Gl. (2.28)) aus $\rho_a(f)$ bestimmt wird:

$$\varphi_a \approx \frac{\pi}{4} \cdot (1 - m) \quad \text{mit} \quad m = -\frac{f}{\rho_a} \cdot \frac{d\rho_a}{df} \quad (10)$$

Sie wird mit einem Index „a“ gekennzeichnet, um Verwechslungen mit der HEM-Phase zu vermeiden. Als Tiefenmaßstab eignet sich hier der Tiefenparameter z_s^* (9). Die dynamisierten Sondierungskurven $\rho_{\text{NB}}(z_s^*)$ ergeben sich in Anlehnung an das Niblett-Bostick-Verfahren (vgl. Schmucker 1987, Gl. (13)):

$$\rho_{\text{NB}}(z_s^*) = \rho_a \frac{1+m}{1-m} \quad \text{mit} \quad m = 1 - \frac{4}{\pi} \varphi_a \quad (11)$$

Modellstudien haben gezeigt, daß beim Übergang von einem schlechten zu einem guten Leiter die scheinbaren Phasen φ_a unrealistisch groß werden, was zu viel zu kleinen scheinbaren spezifischen Widerständen führt. Im umgekehrten Fall bleiben die scheinbaren Phasen zu klein, so daß die schlechtleitenden Bereiche in den dynamisierten Sondierungskurven nicht wesentlich deutlicher werden als in den herkömmlichen $\rho_a(z_p^*)$ -Kurven. Daher wird folgende Transformation durchgeführt:

$$m' = m \cdot \left(\frac{m+a}{b} \right) \cdot m_0 \quad (12)$$

Dabei sind $a = 4.83$ und $b = 5.83$ empirisch ermittelte Werte, die anhand von Extremalmodellen bestimmt wurden. Mit der Transformation (12) wird erreicht, daß der ursprüngliche Bereich für m ($-2.5 < m < 1$) auf $|m'| \leq \min(m_0, 0.95)$ überführt wird. Der Begrenzungsparameter m_0 ist im Bereich

[0,1] frei wählbar. Die stärkste Dynamisierung erhält man mit $m_0 = 1$, die auch für die Beispiele in Abb. 5 - 7 verwendet wurde.

5.2 Nicht-differentielle Verfahren

Eine verbesserte Wiedergabe der wahren vertikalen Widerstandsverteilung wird auch erreicht, indem als Modell ein Halbraum mit Deckschicht anstatt eines homogenen Halbraums angenommen wird. Der Parameter d_a gibt - ähnlich wie die Phase in der MT - Auskunft darüber, ob diese Deckschicht als a) schlechtleitend ($d_a > 0$) oder b) gutleitend ($d_a < 0$) anzunehmen ist. Im Fall a) nähern sich mit abnehmender Frequenz ρ_a dem wahren Halbraumwiderstand und d_a der Deckschichtmächtigkeit umso genauer an, je höher der wahre Deckschichtwiderstand ist. Im Fall b) strebt ρ_a ebenfalls gegen den wahren Halbraumwiderstand, doch erst bei extrem niedrigen Frequenzen, so daß i.d.R. viel zu geringe Halbraumwiderstände berechnet werden. Eine genauere Approximation gelingt, wenn Aussagen über die gutleitende Deckschicht möglich sind, z.B. mit folgender, empirisch entwickelter Näherungsformel:

$$|d_a| \cdot \frac{h}{D_a} = h_{DS} \cdot \left(\frac{\rho_{HR}}{\rho_{DS}} - 1 \right) = \tau \cdot \Delta\rho \quad (13)$$

mit: DS = Deckschicht $\tau = h_{DS}/\rho_{DS}$ Deckschichtleitwert
 HR = Halbraum $\Delta\rho = \rho_{HR} - \rho_{DS}$ Differenz der spezifischen Widerstände

1) h- τ - Verfahren

Während ein sog. h-Modell, d.h. schlechtleitende Deckschicht mit $\rho_{DS} = \infty$ (Fall a), schon von dem Mundry-Verfahren zur Bestimmung von ρ_a berücksichtigt wird, trifft dies nicht mehr für ein sog. τ -Modell, d.h. dünne, gutleitende Deckschicht mit Leitwert τ (Fall b), zu. Auch wenn der spezifische Widerstand der Luft ($\rho = \infty$) vorgegeben und die Flughöhe h als bekannt vorausgesetzt werden können, müssen drei Modellparameter bestimmt werden, nämlich zwei Schichtwiderstände (ρ_{DS} und ρ_{HR}) und eine Schichtdicke (h_{DS}). Zur Ableitung eines Halbraumwiderstandes muß von den drei freien Parametern einer vorgegeben oder an einen weiteren gekoppelt werden. Nach Mundry (1984) treten in (3) die Parameterkombinationen ρ_{HR}/ρ_{DS} , h_{DS}/h und h/ρ_{DS} auf. Setzt man nun beispielweise das Verhältnis der spezifischen Schichtwiderstände $\alpha = \rho_{HR}/\rho_{DS}$ (willkürlich) auf $\alpha = 10$, können Kurvenscharen ($A^{1/3}(\delta)$ und $\varepsilon(\delta)$) für $1 \leq h/h_{DS} \leq 1000$ als Funktion von $\delta = h/\rho_{HR}$ ($\rho_{HR} = \alpha^{1/2} \rho_{DS}$) berechnet, durch Polynome approximiert und gespeichert werden (vgl. Abschnitt 3). Bei dem neuen h- τ -Verfahren werden in einem ersten Inversionsschritt D_a bzw. d_a berechnet (s.o.), um Deckschichtinformationen zu erhalten. Eine erneute Inversion läuft in folgenden Schritten ab: Mit einem Näherungswert $q = |d_a|/(D_a \cdot (\alpha - 1))$ für h_{DS}/h (folgt aus (13)) wird der Parameter δ aus einer zugehörigen $\varepsilon(\delta)$ -Kurve abgeleitet. Der scheinbare spezifische Widerstand des Halbraumes folgt aus:

$$\rho_{h\tau} = \rho_{HR} = \frac{\omega \mu_0 P_{HR}^2}{2} \quad \text{mit} \quad \rho_{HR} = \frac{h}{\delta} \quad \text{und} \quad h = \tau \cdot \left(\frac{A'}{A} \right)^{1/3} \quad (14)$$

Liegt q zwischen zwei benachbarten Werten h_{DS}/h , für die Kurven ($A^{1/3}(\delta)$ und $\varepsilon(\delta)$) berechnet wurden, dann ergeben sich δ und $A^{1/3}$ durch Mittelung. Die Verbesserungen von $\rho_{h\tau}(z_p^*)$ gegenüber $\rho_a(z_p^*)$ sind allerdings nicht gravierend. Deutlich bessere Ergebnisse erhält man, wenn in (14) die gemessene Flughöhe h eingesetzt wird. Zur Unterscheidung wird dieser Halbraumwiderstand mit $\rho_{h\tau}^\varepsilon$ gekennzeichnet, da der zweite Teil der Inversion nur auf das Komponentenverhältnis ε zurückgreift.

II) $\rho^*(z^*)$ - Verfahren

In Anlehnung an das $\rho^*(z^*)$ -Verfahren der Magnetotellurik (Schmucker 1970, 1987) kann ein formal ähnlicher Algorithmus für die HEM entwickelt werden. Die magnetotellurische Phase läßt sich unter Verwendung der Gleichungen (15) und (18) aus Schmucker (1987) umformen in:

$$\varphi_{MT} = \arctan\left(\frac{\operatorname{Re} C_{MT}}{-\operatorname{Im} C_{MT}}\right) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{z^*}{z^* - h}\right) & \geq 45^\circ \\ \arctan\left(\frac{1}{1 + \omega \mu_o \tau p}\right) & < 45^\circ \end{cases} \quad (15)$$

h steht hier nicht für die Flughöhe, sondern für die scheinbare Deckschichtmächtigkeit. Die direkte Verwendung dieses Verfahrens in der HEM ist nicht möglich, da sich einerseits die Quellengeometrie unterscheidet und andererseits in der MT die Meßwerte an der Erdoberfläche gewonnen werden, während in der HEM dies in der Sensorhöhe h geschieht. Durch Substitution von physikalischen Parametern mit analoger Bedeutung in MT und HEM läßt sich dennoch eine Übertragung von (15) auf die HEM erreichen. Wie schon erwähnt, ist die HEM-Phase für die Dynamisierung von ρ_a ungeeignet. Statt dessen kann der Parameter d_a verwendet werden. Setzt man bei einer schlechtleitenden Deckschicht $h = d_a$ und $z^* = d_a + p/2$ bzw. approximiert bei einer gutleitenden Deckschicht τ durch (13) mit $\Delta\rho \equiv \rho_{HR} = \rho_a$, so folgt aus (15):

$$\varphi^* = \begin{cases} \arctan\left(1 + \frac{d_a}{p/2}\right) & \geq 45^\circ \text{ für } d_a \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{1}{1 - \frac{d_a}{p/2} \cdot \frac{h}{D_a}}\right) & < 45^\circ \text{ für } d_a < 0 \end{cases} \quad (16)$$

Auch diese Phase φ^* , die für jede Frequenz berechnet werden kann, wird wieder als *scheinbare* Phase bezeichnet, um sie von der HEM-Phase unterscheiden zu können. Die dynamisierten scheinbaren-spezifischen Widerstände ergeben sich dann nach:

$$\rho^*(z_d^*) = \rho_a \cdot \begin{cases} 2 \cos^2 \varphi^* & \text{für } d_a \geq 0 \\ 1/2 \sin^2 \varphi^* & \text{für } d_a < 0 \end{cases} \quad (17)$$

in Verbindung mit der Schwerpunkstiefe z_d^* (9). Da die Änderungen insbesondere für den Fall $d_a < 0$ gegenüber $\rho_a(z_p^*)$ nur geringfügig sind, kann eine weitere Dynamisierung von ρ^* erreicht werden, indem man die Parameterterme in (16) mit einem willkürlichen Faktor $\beta \geq 1$ (z.B. $\beta = 1$ für $d_a \geq 0$ und $\beta = 3$ für $d_a < 0$) multipliziert. Der Faktor β ist so gewählt, daß selbst bei Extremalmodellen vernünftige ρ^* -Werte erhalten werden.

6 Vergleich und Schlußfolgerungen

Die Ergebnisse der Algorithmen werden an drei einfachen Modellen gegenübergestellt; zwei Halbräume mit vergleichsweise schlecht- (Modell a) bzw. gutleitender (Modell b) Deckschicht und einen Vierschichtfall (Modell c), die auch von Sengpiel (1988) und Huang & Fraser (1996) benutzt wurden. Der Frequenzbereich umfaßt etwa $f = 50 - 300000$ Hz. Spulenabstand und Sensorhöhe wurden als konstant mit $r = 8$ m bzw. $h = 30$ m angenommen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß alle Verfahren den Deckschichtwiderstand bei genügend hohen Frequenzen gut approximieren. In diesem Fall wird die Deckschicht als homogener Halbraum gesehen und der scheinbare Abstand ist nahezu gleich der gemessenen Flughöhe des EM-Sensors. Mit Ausnahme von ρ_a^ϵ zeigen alle Methoden zur Dynamisierung des scheinbaren spezifischen Wider-

standes Sondierungskurven (Abb. 5 - 7), die die wahre vertikale Widerstandsverteilung besser approximieren als das Standardverfahren $\rho_a(z^*)$. Stehen nur wenige Meßfrequenzen zur Verfügung, kann nur ein nicht-differentielles Verfahren, das für Einzelfrequenzen anwendbar ist, sinnvoll zur Dynamisierung eingesetzt werden. Bewährt hat sich der $\rho^*(z_d^*)$ -Algorithmus, da im Unterschied zum h - τ -Verfahren auch die gutleitenden Bereiche dynamisiert werden. Außerdem ist letzterer zu aufwendig, da immer mehrere Kurven für die Auswertung benutzt werden müssen. Für den anderen Fall, in dem viele Frequenzen zur Verfügung stehen und somit ein vergleichsweise geringer Frequenzabstand gewährleistet ist, können auch die differentiellen Verfahren verwendet werden, z.B. $\rho_{NB}(z_s^*)$. Bei fehlerbehafteten Meßdaten sollte jedoch ein Glättungsverfahren vorgeschaltet werden, beispielsweise eine glättende Spline-Funktion, um die Differentiation stabiler zu gestalten.

Die größte Dynamik zeigt ρ_a^e liefert aber bei homogenen Schichtpaketen zu extreme Widerstände (siehe Abb. 5 - 6). Allerdings treten diese Extremaleffekte bei Meßdaten i.a. nicht auf, da dickbankige homogene Schichtpakete eher die Ausnahme denn die Regel sind. Von größerer Bedeutung erscheint dagegen die exakte Bestimmung der HEM-Phase, da ρ_a^e stark von ihr abhängt.

Wird die Amplitude (bei gegebener Höhe) zur Bestimmung des Halbraumwiderstandes ρ_a^A herangezogen, geht die Dynamik verloren, d.h. der Deckschichtwiderstand beeinflusst nachhaltig die Ergebnisse in der Tiefe (siehe Abb. 5 - 7).

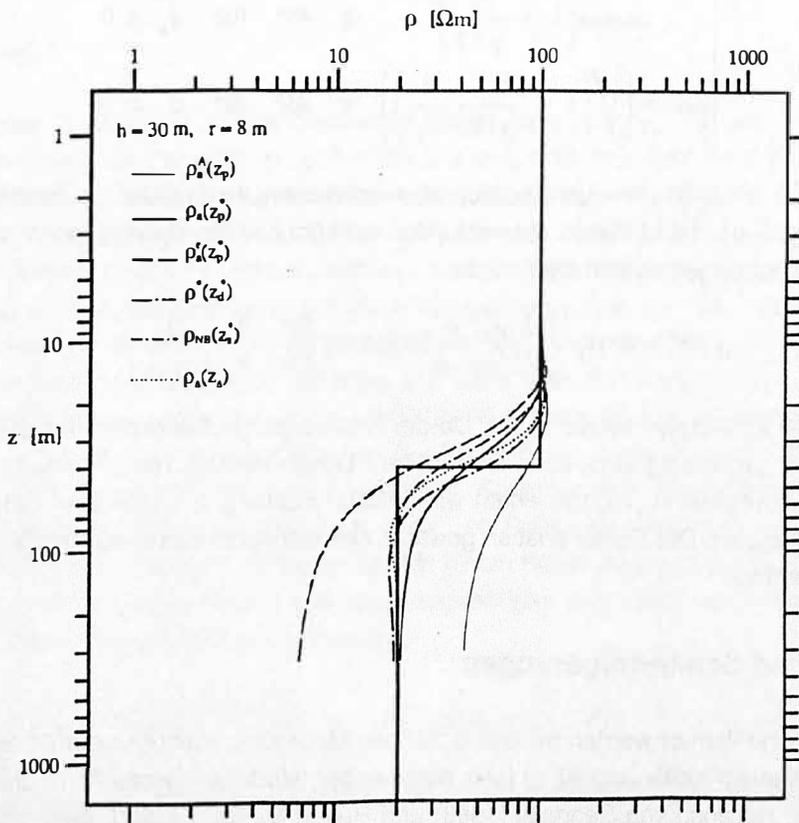


Abb. 5: Sondierungskurven für verschiedene Verfahren im Vergleich am Beispiel eines homogenen Halbraums mit schleitender Deckschicht (Modell a).

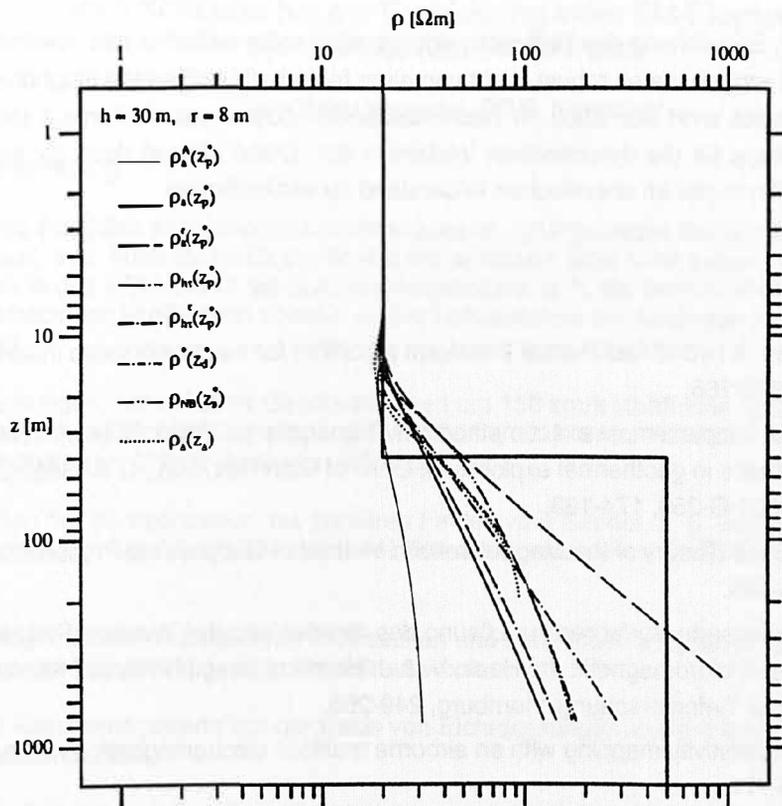


Abb. 6: Sondierungskurven für verschiedene Verfahren im Vergleich am Beispiel eines homogenen Halbraums mit gutleitender Deckschicht (Modell b).

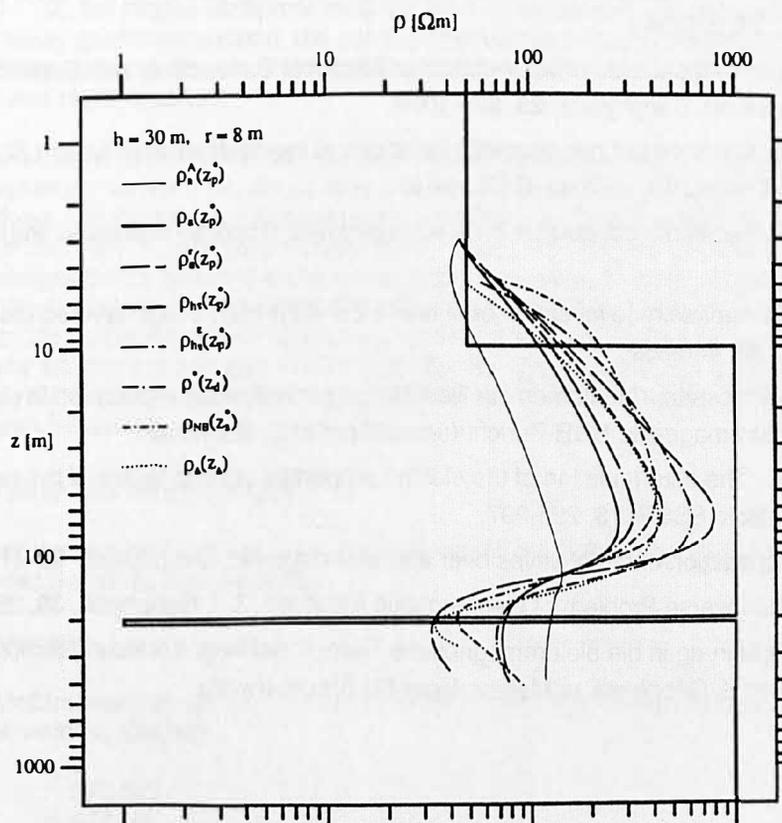


Abb. 7: Sondierungskurven für verschiedene Verfahren im Vergleich am Beispiel eines Vierschichtfalls (Modell c).

Zur standardmäßigen Berechnung des Halbraumwiderstandes sollte weiterhin das bewährte Verfahren nach Mundry benutzt werden, da es robust, nicht von einer fehlerhaft bestimmten Flughöhe h abhängig und einfach ist. Letzteres wirkt sich auch im Rechenzeitbedarf positiv aus. Außerdem stellt dieser Algorithmus die Grundlage für die dynamischen Verfahren dar. Diese können dann zusätzlich benutzt werden, um geringe Kontraste im spezifischen Widerstand zu verdeutlichen.

7 Literatur

- Anderson, W. L., 1989. A hybrid fast Hankel transform algorithm for electromagnetic modeling. *Geophysics*, **54**, 263-266.
- Bostick, F. X., 1977. A simple almost exact method of MT analysis. In: Ward, S. (ed.): Workshop on electrical methods in geothermal exploration, Univ. of Utah Res. Inst., U.S. Geol. Surv., Contract 14-08-0001-G-359, 174-183.
- Cagniard, L., 1953. Basis Theory of the Magnetotelluric Method of Geophysical Prospecting. *Geophysics*, **18**, 605-635.
- Fluche, B., 1990. Verbesserte Verfahren zur Lösung des direkten und des inversen Problems in der Hubschrauber-Elektromagnetik. In: Haak, V. & J. Homilius (hrsg.): Protokoll Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung, Hornburg, 249-266.
- Fraser, D. C., 1978. Resistivity mapping with an airborne multicoil electromagnetic system. *Geophysics*, **43**, 144-172.
- Huang, H. & D. C. Fraser, 1996. The differential parameter method for multifrequency airborne resistivity mapping. *Geophysics*, **61**, 100-109.
- Mundry, E., 1984. On the interpretation of airborne electromagnetic data for the two-layer case. *Geophys. Prosp.*, **32**, 336-346.
- Niblett, E.R. & C. Sayn-Wittgenstein, 1960. Variation of Electrical Conductivity with Depth by the Magnetotelluric Method. *Geophysics*, **25**, 998-1008.
- Schmucker, U., 1970. Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States, *Bull. Scripps Inst. Ocean.*, **13**, La Jolla, Calif., 1-165.
- Schmucker, U., 1987. Substitute conductors for electromagnetic response estimates. *Pageoph.*, **125**, 341-367.
- Sengpiel, K.-P., 1988. Approximate inversion of airborne EM data from a multi-layered ground. *Geophys. Prosp.*, **36**, 446-459.
- Simon, B., 1996. Verbesserte Algorithmen zur Bestimmung von Sondierungskurven in der Hubschrauberelektromagnetik. BGR-Bericht (unveröffentlicht), Hannover.
- Tikhonov, A. N., 1950. The determination of the electric properties of deep layers of the earth's crust. *Dokl. Acad. Nauk. SSSR*, **73**, 295-297.
- Wait, J. R., 1953. Propagation of radio waves over a stratified ground. *Geophysics*, **18**, 416-422.
- Weidelt, P., 1972. The Inverse Problem of Geomagnetic Induction. *Z. f. Geophysik*, **38**, 257-289.
- Weidelt, P., 1988. Einführung in die elektromagnetische Tiefenforschung. Vorlesungsskript (unveröffentlicht), Inst. f. Geophysik u. Meteorologie TU Braunschweig.