M. Cramer

Der Einfluß der Topographie auf VLF-Messungen

Für das Zustandekommen der durch die Geländeform bedingten Anomalie bei VLF-Messungen ist nach EBERLE [1] der Winkel zwischen der Richtung des einfallenden, horizontalen Magnetfeldes \underline{H}_c und der Streichrichtung der Topographie maßgebend. EBERLE leitet in seiner Arbeit zwei Formeln zur Berechnung des topographiebedingten Anteils in den Meßgrößen In Phase und Quadratur ab.

$$\tan \theta = -\frac{\sin 2\tau}{\cos 2\tau - 1} \tag{1}$$

und

$$q = \frac{\cos\tau}{\sin^3\tau} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \tag{2}$$

Hierbei ist θ die Neigung und q das Halbachsenverhältnis der Polarisationsellipse. $\tau = 90^{\circ} - Hangneigung$ senkrecht zur Senderrichtung am Meßpunkt (s. Abb. 1).



Dem Verfahren nach EBERLE ist ein gravierender Kritikpunkt vorzuwerfen. Um den Topographieeffekt zu berechnen, benötigt man den Auftreffwinkel des einfallenden Magnetfeldes H_0 auf den Meßpunkt. Dieser läßt sich aus einer Topographischen Karte entnehmen. Bei kleineren Geländekanten ist es durchaus möglich in einem Bereich von wenigen Metern sehr große Hangneigungen zu haben, im Vergleich zur weiteren Umgebung. Ein Beispiel hierfür wäre ein Damm im sonst flachen Gelände. Jedoch zeigt sich bei Messungen hier nicht der erwartete starke Topographieeffekt. Es ist also nötig, sich Gedanken über den Bereich zu machen aus dem die Hangneigung ermittelt wird. Hierbei bieten sich mehrere Möglichkeiten an:

- Hangneigung am Meßpunkt
- Hangneigung über den Bereich der Skintiefe
- Hangneigung über den Bereich der Wellenlänge

Die Kritik am ersten Punkt ist bereits oben beschrieben. Der zweite Punkt erscheint sinnvoll, da die Skintiefe im allgemeinen auch den lateralen Einflußbereich auf den Meßpunkt darstellt (Induktionsradius). Für den dritten Punkt spricht, daß es nicht sinnvoll ist, aus nur einen Teil der Wellenlänge den Topographieeffekt zu berechen. Die Wellenlänge beträgt bei einer Frequenz von $f = 20000 \ Hz$ 15 km. Wird die Hangneigung über einen solchen Bereich ermittelt, so wird sich im allgemeinen ein Wert nahezu null einstellen, da die Wellenlänge der Topographie wesentlich geringer ist. Indirekt geht dann in die Berechnung des Topographieeffekts die Leitfähigkeit des Untergrundes ein, da die Skintiefe ja von dieser abhängt.

Der Einfluß der Topographie auf die Meßdaten nach Karous

Im Gegensatz zu EBERLE, wonach der Topographieeffekt nur durch Reflektion der elektromagnetischen Welle verursacht wird, geht KAROUS (1979) [2] einem anderen Gedanken nach. Er führt den Topographieeffekt auf Stromsysteme im Untergrund zurück und berücksichtigt somit Leitfähigkeitskontraste.

Zur Berechnung des Topographieeffekts geht KAROUS von einem zweidimensionalen Geländerelief aus, welches sich nur in x- und z-Richtung ändert. Die elektromagnetische Welle fällt in y-Richtung ein, das Meßprofil liegt in x-Richtung. Das Geländerelief läßt sich durch eine Funktion

$$f(x,y) = f(x) \tag{3}$$

beschreiben. Hierbei kann die Zweidimensionalität auf einen Bereich der Größe 2a in y-Richtung um den Meßpunkt beschränkt werden (s.u.). Desweiteren wird angenommen, daß das sekundäre elektromagnetische Feld, welches für den Topographieeffekt verantwortlich ist, durch unterschiedlich starke elektrische Felder in den Geländeerhebungen (je nach Leitfähigkeit) verursacht wird. Der Einflußbereich der durch das elektrische Feld verursachten Stromlinien hat eine endliche Länge 2a in y-Richtung. Hieraus resultiert das sekundäre Magnetfeld, welches sich nach dem Gesetz von Biot-Savart berechnen läßt. Der Einfluß eines Stromelements dI = Jdxdz, mit $J = \sigma E$ erhält man (bei Vernachlässigung der Dämpfung des sekundären Feldes) nach dem Biot-Savart Gesetz zu

$$\underline{dH} = \frac{dI\underline{dy} \times \hat{\underline{r}}}{4\pi r^2} \tag{4}$$

Hierbei ist $\underline{\hat{r}}$ der Einheitsvektor von dem Punkt, an dem <u>dH</u> berechnet werden soll zu einem Stromelement dI.

Für die vertikale Komponente des sekundären magnetischen Feldes erhält man [2]

$$H_{z} = \frac{k'\sqrt{2}H_{0}e^{\frac{i\pi}{4}}}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{f(x)} \left(\int_{-a}^{a} \frac{xe^{-k'(f(x)-z)}}{(x^{2}+y^{2}+z^{2})^{\frac{3}{2}}} dy \right) dz \right\} dx$$
(5)

mit

$$k' = \left(\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
(6)

Die Integration über y läßt sich ausführen und man erhält für den Realteil und den Imaginärteil von H_z/H_0

$$Re\{H_z/H_0\} = Im\{H_z/H_0\} = \frac{k'}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, f(x))dx$$
(7)

mit

$$R(x, f(x)) = \frac{ax}{e^{(k'f(x))}} \int_{-\infty}^{f(x)} \frac{e^{(k'z)dz}}{(x^2 + z^2)(x^2 + z^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}$$
(8)

Für den Fall einer ungedämften elektromagnetischen Welle $(e^{k'z} = 1)$ ist das Integral analytisch lösbar.

Den Einfluß der Topographie im Fall der gedämpften elektromagnetischen Welle erhält man aus der Lösung des Falls der ungedämften Welle, indem noch ein Korrekturterm hinzugefügt wird. So ergibt sich schließlich für den Topographieeffekt des gedämpften Modells die Lösung

$$Re\{H_z/H_0\} = \frac{k'}{2\pi} \sum_{i=-n}^n \kappa_4(k'x_i) \arctan\left(\frac{af(x_i)}{x_i(f^2(x_i) + x_i^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \Delta x.$$
(9)

Hierbei ist $\kappa_4(k'x)$ die Korrekturfunktion; diese ist unabhängig von a, hängt aber von f(x) ab. Die Funktion kann hinreichend exakt durch

$$\kappa_4(k'x) = \left[\sum_{m=0}^4 (k'x)^m\right]^{-\frac{1}{2}}.$$
(10)

beschrieben werden. Für den Betrag von $|\{H_z/H_0\}|$ folgt

$$\{H_z/H_0\}| = \frac{k'}{\sqrt{2}\pi} \sum_{i=-n}^n \kappa_4(k'x_i) \arctan\left(\frac{af(x_i)}{x_i(f^2(x_i) + x_i^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \Delta x.$$
(11)

Die topographiebedingten Anteile von In Phase und Quadratur

Um aus dem Verhältnis von $|\{H_z/H_0\}|$ die topographiebedingten Anteile Quadratur Q_{top} [%] und In Phase IP_{top} [%] zu bestimmen hat TREFZER [3] Meßdaten herangezogen. Aus diesen läßt sich die Phasenverschiebung Φ_B (Phasenverschiebung zwischen H_z und H_0) des Magnetfeldes bestimmen

$$\Phi_B = \arctan\left(\frac{Q}{IP}\right). \tag{12}$$

 $|\{H_z/H_0\}|$ nach Gleichung (11) läßt sich somit mit der aus den Meßdaten an jedem Meßpunkt bestimmten Phase Φ_B entsprechend

$$IP_{top} = 100 \cdot |\{H_z/H_0\}| \cos \Phi_B$$
(13)

$$Q_{top} = 100 \cdot |\{H_z/H_0\}| \sin \Phi_B.$$
(14)

aufspalten.

Damit gehen bei der Berechnung von Q_{top} und IP_{top} nur die an diesem Meßpunkt nach Gleichung (12) bestimmte Phase Φ_B ein. Da der Phasenverlauf von Φ_B jedoch nicht glatt ist, weist auch der Verlauf von den beiden Anteile Q_{top} und IP_{top} unrealistische Sprünge auf. Dies hat TREFZER damit umgangen, indem er für jedes Profil eine gemittelte Phase Φ_B ausgerechnet hat. Jedoch liefert das meiner Meinung nach unzufriedenstellende Ergebnisse, da die Phase Φ_B sich über die gesamte Profillänge stark ändern kann (s. Abb. 2). Somit müßten auch die Anteile Q_{top} und IP_{top} entsprechend der Phase Φ_B an den Meßpunkten unterschiedlich gewichtet werden.



Abbildung 2: Meßdatenbeispiel: Die gemessene In Phase (durchgezogene Linie) und Quadratur (gestrichelte Linie) und die daraus berechnete Phase Φ_B . Ein Phasensprung ist immer am Nulldurchgang einer der beiden Meßgrößen gegeben; er ist umso stärker je kleiner der andere Meßwert ist. Beim ersten Nulldurchgang der Quadratur ist kein Phasensprung zu sehen, da der In Phase Anteil zu groß ist.

Eine korrekte Aufspaltung von $|\{H_z/H_0\}|$ läßt sich dadurch erreichen, daß man die Phase Φ_B bei der Berechnung von den Anteilen IP_{top} und Q_{top} mit in die Integration einbezieht.

$$IP_{top} = 100 \cdot \frac{k'}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=-n}^{n} \cos \Phi_B(x_i) \kappa_4(k'x_i) \arctan\left(\frac{af(x_i)}{x_i(f^2(x_i) + x_i^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \Delta x$$
(15)

$$Q_{top} = 100 \cdot \frac{k'}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=-n}^{n} \sin \Phi_B(x_i) \kappa_4(k'x_i) \arctan\left(\frac{af(x_i)}{x_i(f^2(x_i) + x_i^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \Delta x \quad (16)$$

Es kommt zu einem glatteren Verlauf von IP_{top} und Q_{top} , da an jedem Meßpunkt nicht nur die Phase Φ_B des Meßpunktes eingeht, sondern die des gesamten Integrationsbereiches (s. Abb. 3). Die halbe Integrationslänge a in den Gleichungen (15) und (16) muß entsprechend des Geländereliefs ausgewählt werden. Der Parameter a hat bei der Berechnung des Topographieeffektes ab einer gewissen Größe keine entscheidende Bedeutung mehr. Abb. 4 zeigt den Verlauf von $Re\{H_z/H_0\}$ für verschiedene Längen von a. Ab einer Größe von etwa 100 bis 200 m ändert sich die Amplitude von $Re\{H_z/H_0\}$ nur noch unwesentlich.



Abbildung 3: Die topographiebedingten Anteile von In Phase und Quadratur nach den Gleichungen (12) und (13), sowie (14) und (15) mit den gleichen Meßdaten wie in Abb. 2.

Mit den Gleichungen (15) und (16) läßt sich nun der durch die Topographie verursachte Anteil aus den gemessenen Werten In Phase und Quadratur eliminieren. Dies ist für beliebige Verhältnisse von Profil- und Senderrichtungen möglich. Ist die Senderrichtung allerdings nicht senkrecht zur Profilrichtung, so erfolgt die x-Integration nicht in Profilrichtung, so daß neben den Meßwerten auf dem Profil weitere Informationen über das Verhalten von In Phase, Quadratur und des scheinbaren spezifischen Widerstandes außerhalb des Profils benötigt werden. Dies ist jedoch mit einem erheblichen Mehraufwand an Messungen verbunden.



Abbildung 4: Der topographiebedingte Anteil von $Re\{H_z/H_0\}$ für verschiedene Integrationslängen von a, senkrecht zur Zeichenebene, für das oben abgebildete 2dimensionale Geländerelief.

Literatur

- Eberle, D.: Die Induktion durch künstliche elektromagnetische Längstwellen (15-25 kHz) - Anwendung in der Prospektionsgeophysik unter Berücksichtigung des Einflusses der Erdoberflächenform und technischer Leitungsnetze; Dissertation, Universität München, 1977
- [2] Karous, M.R.: Effect of relief in em methods with very distant source; Geoexploration, <u>17</u>, 1979
- [3] Trefzer, S.: Geoelektrische Prospektion in der südlichen Kreuzeckgruppe/Kärnten und der Einfluß der Topographie auf das Magnetfeld elektromagnetischer Langwellen; Diplomarbeit, Freie Universität Berlin, 1983