

Anwendung der Gradientenmethode im Zeitbereich zur Eindringtiefenbestimmung erdmagnetischer Variationen

Martin Engels, Göttingen

Die Stundenmittelwerte der Magnetfeldaufzeichnungen von 39 europäischen Observatorien vom Januar 1980 sollen hier der Eindringtiefenbestimmung erdmagnetischer Variationen dienen. Dabei wird die Gradientenmethode im Zeitbereich angewandt, indem das elementare Leitfähigkeitsmodell eines perfekten Leiters in einer bestimmten, an jedem Observatorienort zu berechnenden Tiefe benutzt wird. Allein im Zeitbereich können die Stundenmittelwerte günstiger Quellanregung nach Qualitätskriterien ausgewählt werden. Solche geeigneten Anregungen finden sich aufgrund der S_q^p -Wirbel auch in hohen Breiten (neben S_q in mittleren Breiten) und aufgrund des S_D -Wirbels selbst an gestörten Tagen. Hier wird exemplarisch der Versuch unternommen, qualitative Aussagen zur Leitfähigkeitsstruktur des Erdmantels aus Daten ruhiger und gestörter Tage bis hin in hohe nördliche Breiten zu gewinnen — in Regionen, die der Tiefensondierung durch übliche Analysen im Frequenzbereich aufgrund des Quelleneffektes verborgen sind.

1 Äquivalente Stromsysteme

Durch eine Drehung der magnetischen Horizontalkomponenten um 90° erhält man nach dem äquivalenten Flächenstrommodell Stromdichtevektoren, die bereits einen ersten rein qualitativen Eindruck der äquivalenten Stromsysteme ermöglichen. Zuvor wurde der Feldanteil des äquatorialen Ringstromes durch einen Kreisstromansatz unter Verwendung eines Erdmodells und des $D_{s,t}$ -Index korrigiert und das Nullniveau als der Mittelwert von fünf um 1:30 LT zentrierten Nachtstunden aller Q -Tage festgelegt.

Die *Abbildung 1* zeigt das S_q - und S_a -Stromsystem des Januar 1980, nach statistischer Definition aus den fünf Q - bzw. D -Tage des Monats gewonnen, anhand einer Auftragung der Stromdichtevektoren eines Breitenprofils gegen die Lokalzeit. Zu beachten ist an ruhigen Tagen die ausgeprägte Norderstreckung des S_q -Wirbels mit überlagertem S_q^p -Einfluß der nördlichen Stationen sowie an gestörten Tagen der südlich der polaren Elektrojets ausgeprägte S_D -Wirbel. Beide Wirbel werden im folgenden als Quellaktivität genutzt.

2 Gradientenmethode

Die Gradientenmethode berechnet die komplexe Eindringtiefe C aus den Magnetfeldkomponenten X , Y und Z gemäß (x als Nord- und y als Ostrichtung)

$$C(\omega) = \frac{Z(\omega)}{\frac{\partial X(\omega)}{\partial x} + \frac{\partial Y(\omega)}{\partial y}}$$

Bezeichnet nun G den Nenner, so wird aus dem linearen Zusammenhang $Z(\omega) = C(\omega) \cdot G(\omega)$ im Zeitbereich eine Faltung $Z(t) = C(t) * G(t)$. Das Leitfähigkeitsmodell eines perfekten Leiters in

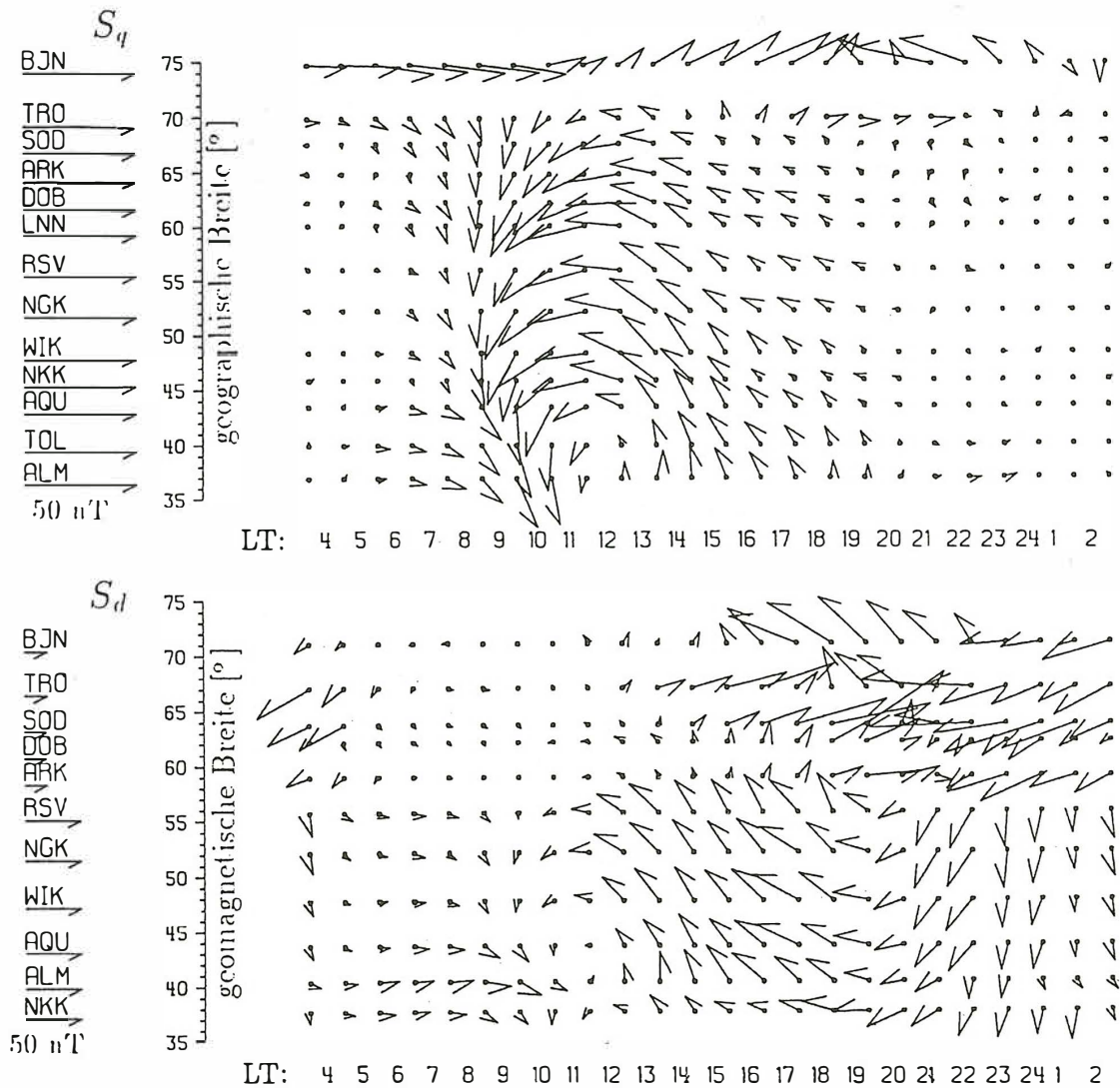


Abb. 1: Das S_q - und S_d -Stromsystem des Januar 1980, gewonnen durch eine Auftragung der Stromdichtevektoren von Observatorien eines Nord-Süd Profils gegen die Stundenmittelwerte in Lokalzeit. Der Skalierungspfeil unterhalb der Observatoriensymbole entspricht einheitlich 50 nT.

der zu berechnenden Tiefe reduziert die Faltung wieder auf ein Produkt und C wird zur reellen Proportionalitätskonstanten.

Die Übertragungsfunktion C wird nun aus N Einzelwerten C_i geschätzt ($i=1, \dots, N$), die nach ihrem reziproken relativen Fehler gewichtet werden (Gewicht w_i). Dazu müssen Annahmen über die Fehlerbehaftung der Einzelwerte Z_i und G_i gemacht werden [Olsen, 1992]:

Nimmt man G_i (bzw. Z_i) als fehlerfrei an, erhält man einen „downward biased“ Schätzwert $\hat{C}_D = \sum \frac{Z_i G_i w_i}{G_i^2 w_i}$ (bzw. einen „upward biased“ Schätzwert $\hat{C}_U = \sum \frac{Z_i^2 w_i}{G_i Z_i w_i}$). Die Annahme gleicher Rauschenergie in Z und G liefert als Schätzwert das geometrische Mittel $\hat{C} = \sqrt{\hat{C}_U \cdot \hat{C}_D}$.

3 Entwicklung der Daten nach 2D-Polynomen

Eine Voraussetzung für die Anwendung der Gradientenmethode ist die Bildung partieller Ableitungen der magnetischen Horizontalkomponenten. Dazu wurden diese mittels stereographischer Azimutalprojektion in eine Tangentialebene abgebildet (Aufpunktobservatorium HLP) und anschließend über eine lineare Ausgleichsrechnung die Entwicklung des magnetischen Potentials nach 2D-Polynomen durchgeführt. Die aus den ersten partiellen Ableitungen automatisch rotationsfrei erhaltenen Magnetfeldkomponenten lassen sich nach Abschnitt 2 in Stromdichtevektoren überführen.

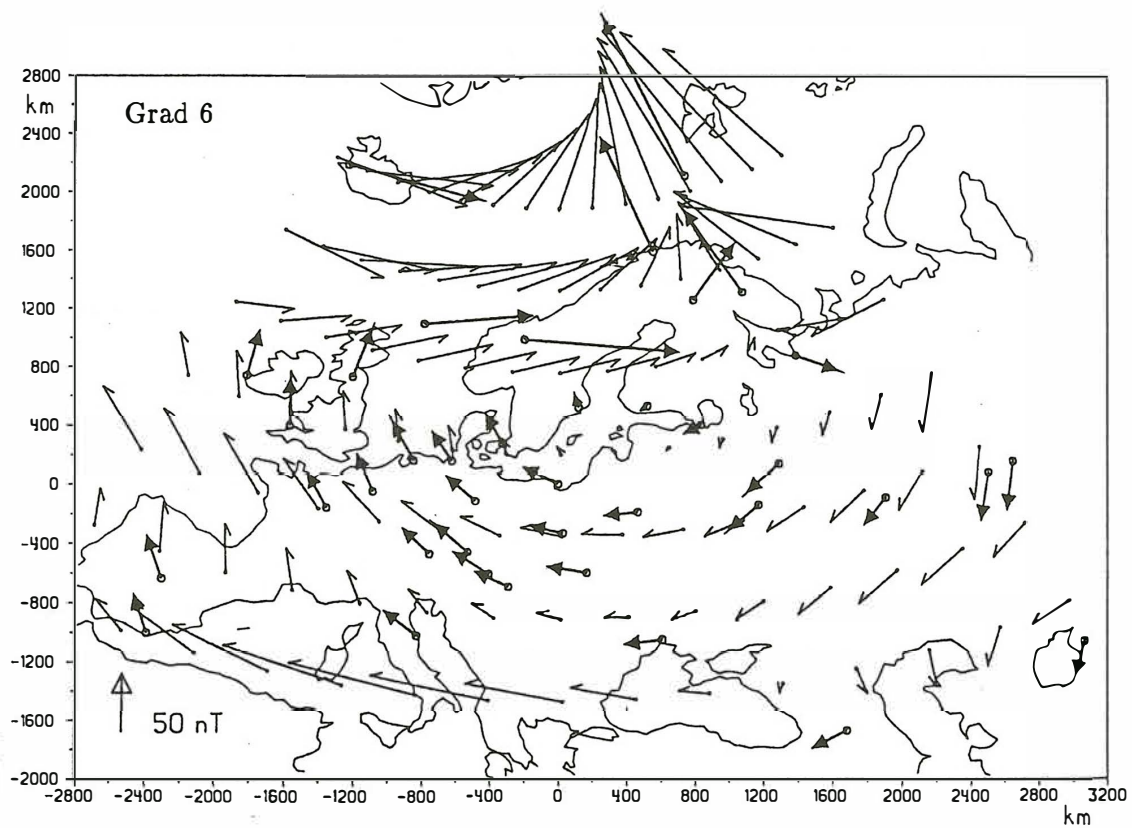


Abb. 2: Stromdichtevektoren von 18.30 UT des S_d -Stromsystems (ausgefüllte Pfeile) in der Tangentialebene, überlagert mit synthetischen Stromdichtevektoren eines geomagnetischen Gitternetzes (Haken) beim Entwicklungsgrad 6

Die erfolgte Datenentwicklung in der Tangentialebene zeigt *Abbildung 2* beim Entwicklungsgrad 6 durch die Darstellung der synthetischen Stromdichtevektoren eines äquidistanten geomagnetischen Gitternetzes (Haken) im Vergleich zu den Ausgangsdaten der Observatorien (Pfeile). Das Verhalten von relativem Anpassungsfehler (Quadrate) und der Modellvektorlänge (Dreiecke) in Abhängigkeit vom Entwicklungsgrad zeigt dazu *Abbildung 3*. Grad 5 und 6 stellen dabei eine sinnvolle Wahl mit zufriedenstellender Anpassung noch jenseits von Überschwingeffekten dar.

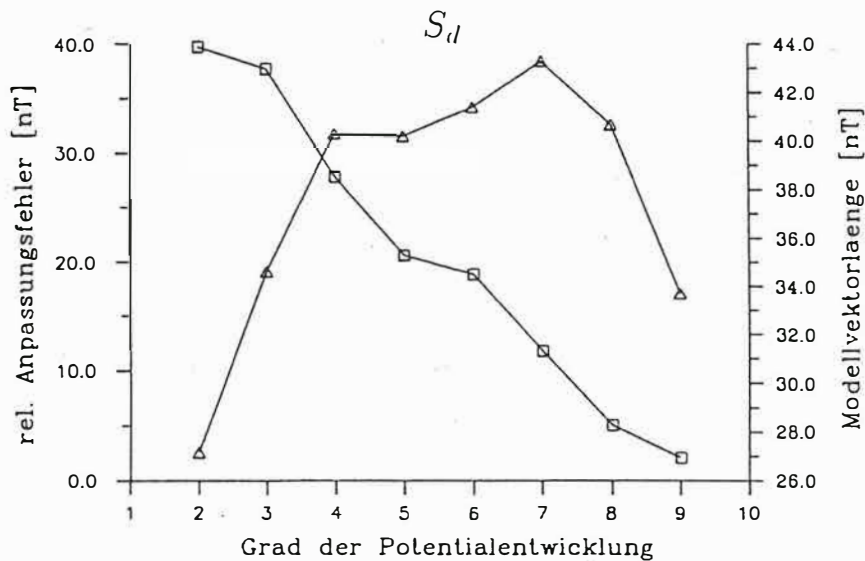


Abb. 3: Relativer Anpassungsfehler (Quadrate) und Modellvektorlänge (Dreiecke) als Funktion des Entwicklungsgrades, bezogen auf das S_d -Stromsystem um 17.30 UT.

4 Eindringtiefen aus Q-Tagen

Hier bieten sich der S_q - und S_q^p -Wirbel als Anregung in mittleren und hohen Breiten an. Am Beispiel vom S_q -Stromsystem des Januar 1980 zeigt die *Abbildung 4* das Verhalten von Z und G sowie des Quotienten C für ein Süd-Nord-Profil aus vier Observatorien:

- Z und G korrelieren gut in Stundenmittelwerten bei deutlicher Anregung durch S_q (AQU, WIK)
- hohe Anregung führt zu einer Konstanz in C , fehlende Anregung durch S_q (RSV) zur deutlichen Über- bzw. Unterschätzung von C ($|G|$ bzw. $|Z| \approx 0$)
- Nordskandinavien (TRO) ist bestimmt durch den Einfluß von S_q^p mit einer sehr stabilen Anregung, die zu einer lang anhaltenden Konstanz in C führt.

Die Eindringtiefen \hat{C} wurden aus folgenden Kriterien an die Einzelwerte C_i gebildet:

- Beschränkung auf die Q-Tage von 8:30 LT bis 14:30 LT
- Gewichtung der C_i mit dem reziproken relativen Fehler
- Forderung nach einer Mindestanregung in Z und G (2 nT bzw. 2 nT/500 km)
- Forderung nach Konstanz benachbarter Werte C_i (Schwankung ≤ 250 km)
- Datenminimum von 10 Einzelwerten C_i (von maximal 35 möglichen Werten)

Die *Abbildung 5* liefert einen qualitativen Eindruck dieser Eindringtiefen \hat{C} (mit in Klammern stehenden absoluten Fehlern $\delta\hat{C}$):

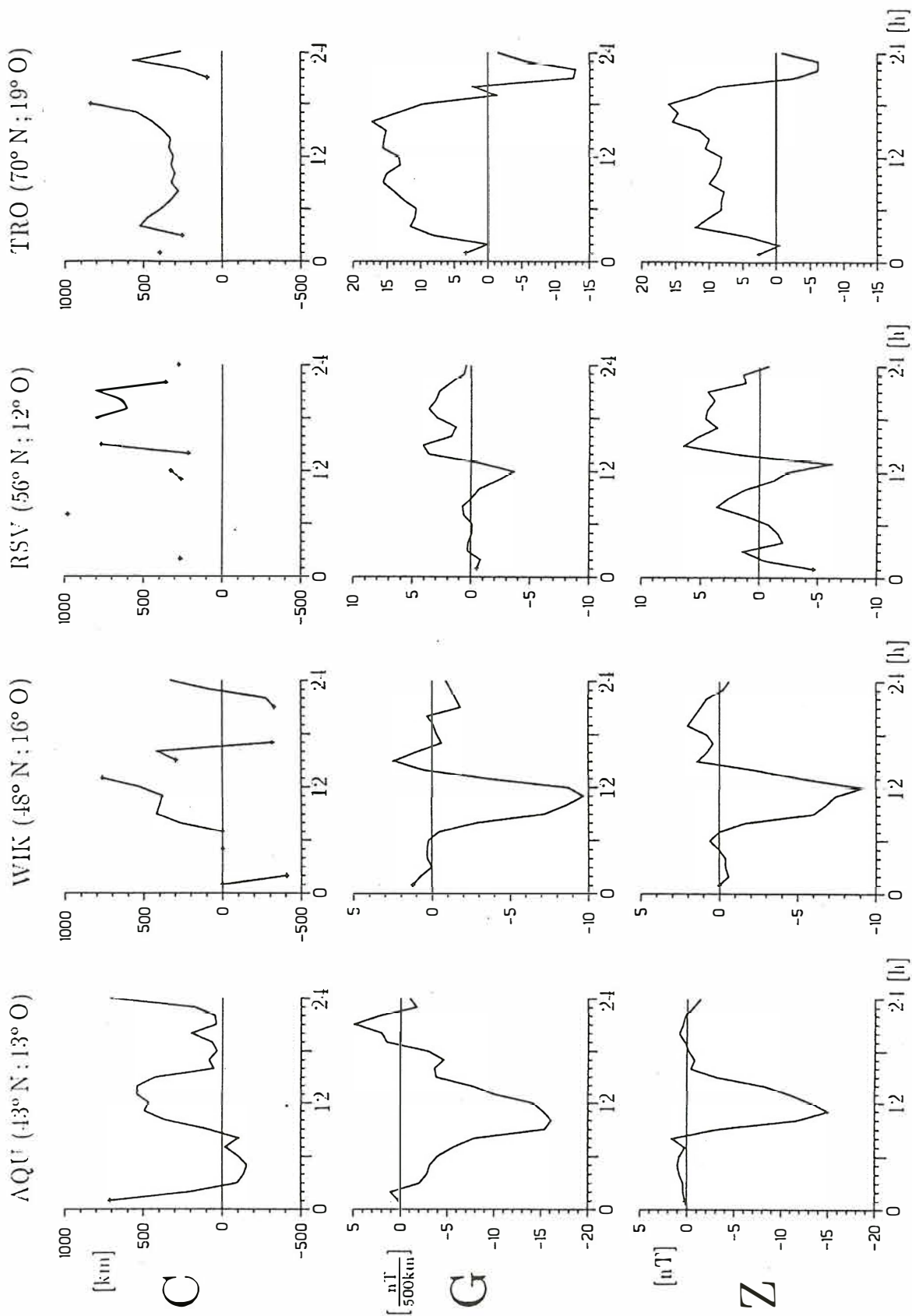


Abb. 4: Auftragung von C, G und Z gegen die Stundenmittelwerte von S_q der auf einem Süd-Nord Profil gelegenen Observatorien AQU, WIK, RSV und TRO.

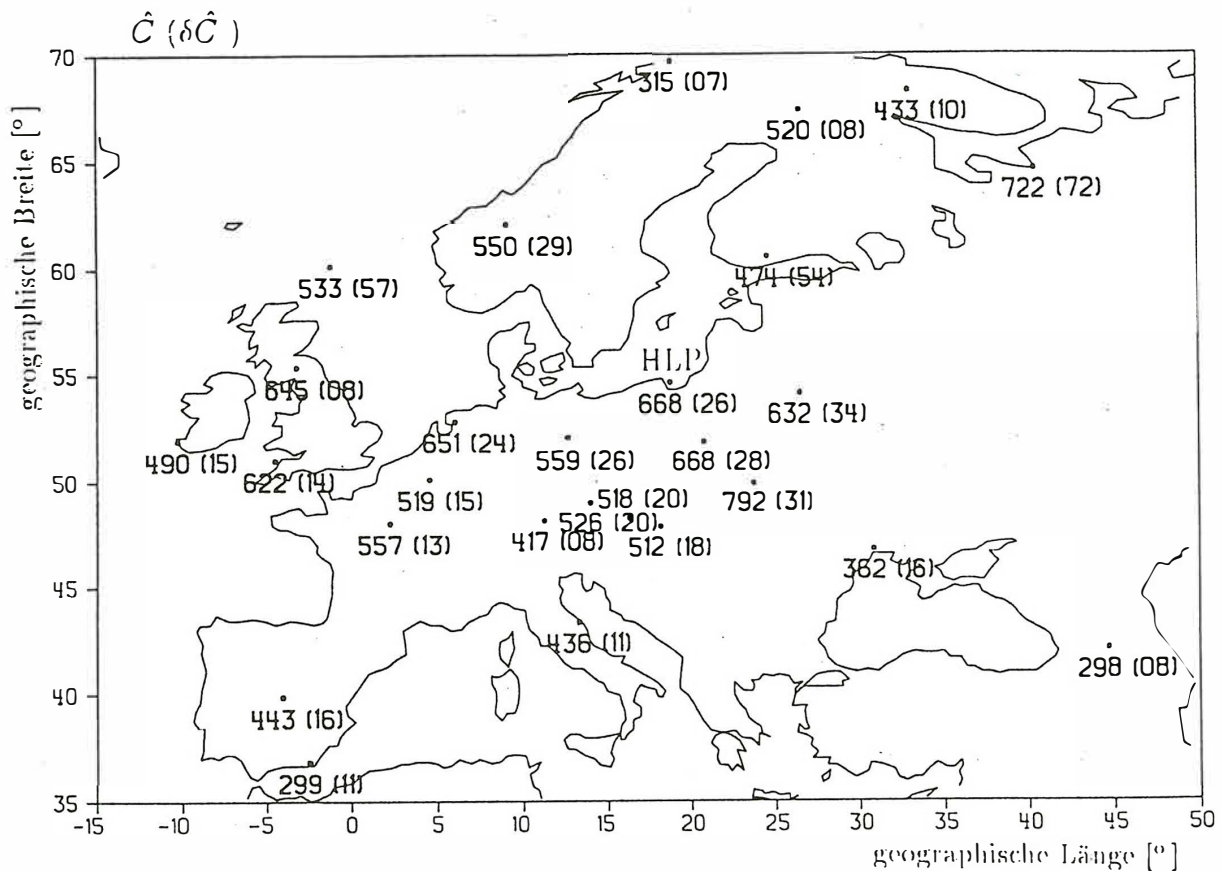


Abb. 5: Eindringtiefen \hat{C} (Fehler $\delta\hat{C}$) europäischer Observatorien, berechnet aus den Q -Tagen des Januar 1980

Mitteleuropa besitzt Eindringtiefen in der Größenordnung von 600 km, dabei ist innerhalb Zentraleuropas eine ansteigende Tendenz nach Nordost festzustellen. Südeuropa zeigt deutlich kleinere Eindringtiefen um 400 km; während Nordeuropa mit Werten um 500 km zwischen dem mittel- und südeuropäischen Niveau liegt.

In *Abbildung 6* werden zwei Längensprofile in Europa mit den Eindringtiefen \hat{C}_U und \hat{C}_D (Kreuze mit Fehlerbalken) gezeigt. Die Eindringtiefen des nördlichen Profils drücken durch ihre Fehler und die größeren Differenz zwischen \hat{C}_U und \hat{C}_D die gegenüber dem südlichen Profil geringere Anregung und damit auch die schlechtere Datenqualität aus. Das allgemein höhere Niveau der Eindringtiefen des nördlichen Schnitts bestätigt die von Süd- nach Mitteleuropa ansteigende Tendenz, die nach Nordskandinavien wieder abfallenden Eindringtiefen werden im Breitenbereich des nördlichen Längsschnitts nicht mehr erfaßt.

Ein Vergleich mit Ergebnissen von Schmucker [1990] und Olsen [1991], die mittels des $Z : \mathcal{Y}$ -Verfahrens aus Stundenmittelwerten umfangreicher Datensätze die Eindringtiefen der Harmonischen von S_q bestimmten, zeigt gleiche Grundtendenzen und Größenordnungen in den zentralen Lagen Europas. Ein jedoch in diesen Analysen abweichendes systematisches Anwachsen der Eindringtiefen nach Nordeuropa legt deren Überschätzung aufgrund der in polaren Breiten ungenügenden Anpassung des inhomogenen Quellenfeldes durch die Kugelfunktionsentwicklung nahe.

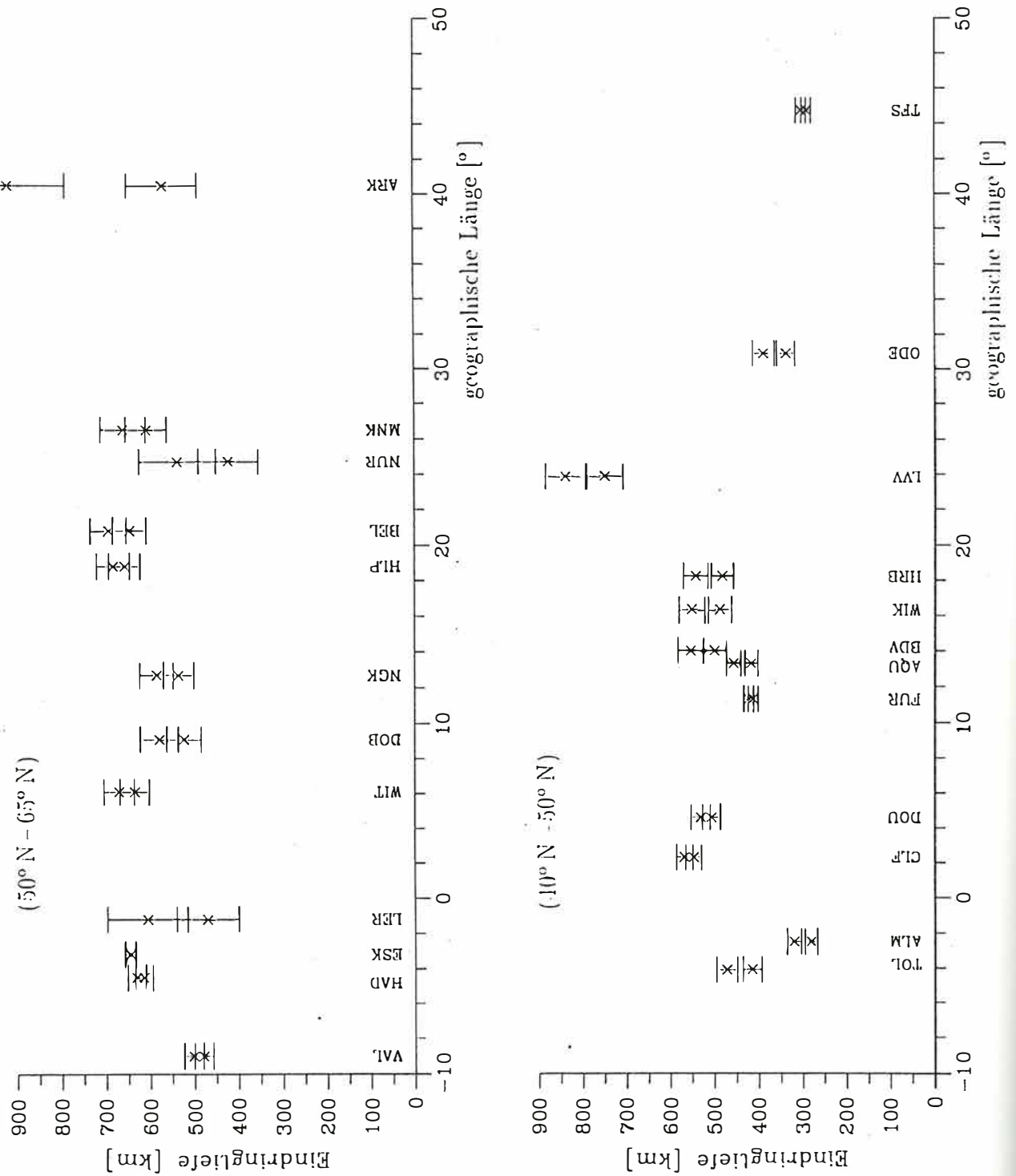


Abb. 6: Längenprofile Nord- und Südeuropas mit \hat{C}_U und \hat{C}_D (und Fehlerbalken) der angegebenen Observatorien, berechnet aus den Q -Tagen des Januar 1980

5 Eindringtiefen aus D -Tagen

Voraussetzung für die Eindringtiefenbestimmung aus ruhigen Tagen war eine über Stunden andauernde Anregung, die der S_q - bzw. S_q^p -Wirbel lieferte. An D -Tagen tritt mit dem S_D -Wirbel im Nachmittagssektor (siehe *Abbildung 1*) ebenfalls eine großräumigere Wirbelstruktur auf. Nördlich von 60°N dominiert der Einfluß der polaren Elektrojets die obere Hälfte des S_D -Wirbels — der Ostjet dreht hier über Nord in einen Westjet um. Die polaren Elektrojets selber sind zeitlich und räumlich für eine ausreichende Korrelation von Z zu G in Stundenmittelwerten zu variabel. Die südliche Hälfte des S_D -Wirbels kommt jedoch als potentielle Anregung in Frage. Die *Abbildung 7* zeigt dazu das Verhalten von Z und G sowie des Quotienten C an drei D -Tagen eines Süd-Nord-Profiles aus drei Observatorien:

- WIK zeigt zwar in Z den S_D -Wirbel, eine Korrelation mit G ist jedoch zu schwach ausgeprägt, um C sinnvoll bestimmen zu können.
- RSV liegt im Breitenbereich günstiger Anregung mit einer Proportionalität von Z zu G , die während des S_D -Wirbels zur relativen Konstanz in C führt.
- LER ist bereits stark durch die polaren Elektrojets beeinflusst und verdeutlicht mit der schlechten Korrelation von Z zu G die Problematik der Bestimmung von C .

Somit läßt nur ein schmaler Breitenbereich um 55°N eine sinnvolle Eindringtiefenbestimmung erwarten. Die genannten Schwierigkeiten erfordern wirksame Qualitätskriterien an die Datenauswahl:

- Beschränkung auf die D -Tage von 15:30 LT bis 22:30 LT
- Gewichtung der C_i mit dem reziproken relativen Fehler
- Forderung nach einer Mindestanregung in Z und G (4 nT bzw. 4 nT/500 km)
- Forderung nach Konstanz benachbarter Werte C_i (Schwankung ≤ 200 km)
- Datenminimum von 15 Einzelwerten C_i (von maximal 40 möglichen Werten)

Die berechneten Eindringtiefen \hat{C} gibt die *Abbildung 8* wieder. Der Breitenbereich zuverlässiger Anregung wird durch die Qualitätskriterien recht genau erfaßt. Die *Abbildung 9* zeigt dazu \hat{C}_U und \hat{C}_D (Kreuze mit Fehlerbalken). Die bereits aus ruhigen Tagen erkannte Tendenz zu nach Osten wachsenden Eindringtiefen innerhalb Zentraleuropas wird hier ebenfalls bestätigt und noch um einen gut sichtbaren, weiter nach Osten hin erfolgenden Abfall ergänzt.

Ein direkter Vergleich mit Eindringtiefen aus der Anregung durch S_q ist problematisch, da verschiedene Anregungen auch verschiedene Zeitkonstanten besitzen und das Modell des perfekten Leiters keine Frequenzen kennt — hier erscheint das allgemeine Niveau der Eindringtiefen gegenüber S_q erniedrigt. Die genannten Analysen im Frequenzbereich neigen in dieser Breitenlage bereits durch die nahen Quellinhomogenitäten zur deutlichen Überschätzung der Eindringtiefen.

Obwohl mit nur fünf D -Tagen des Januar 1980 eine recht geringe Datenbasis vorliegt, ist hier eine sinnvolle Einbeziehung hoher Breiten und gestörter Tage durch die Gradientenmethode im Zeitbereich bei geeigneten Qualitätskriterien möglich.

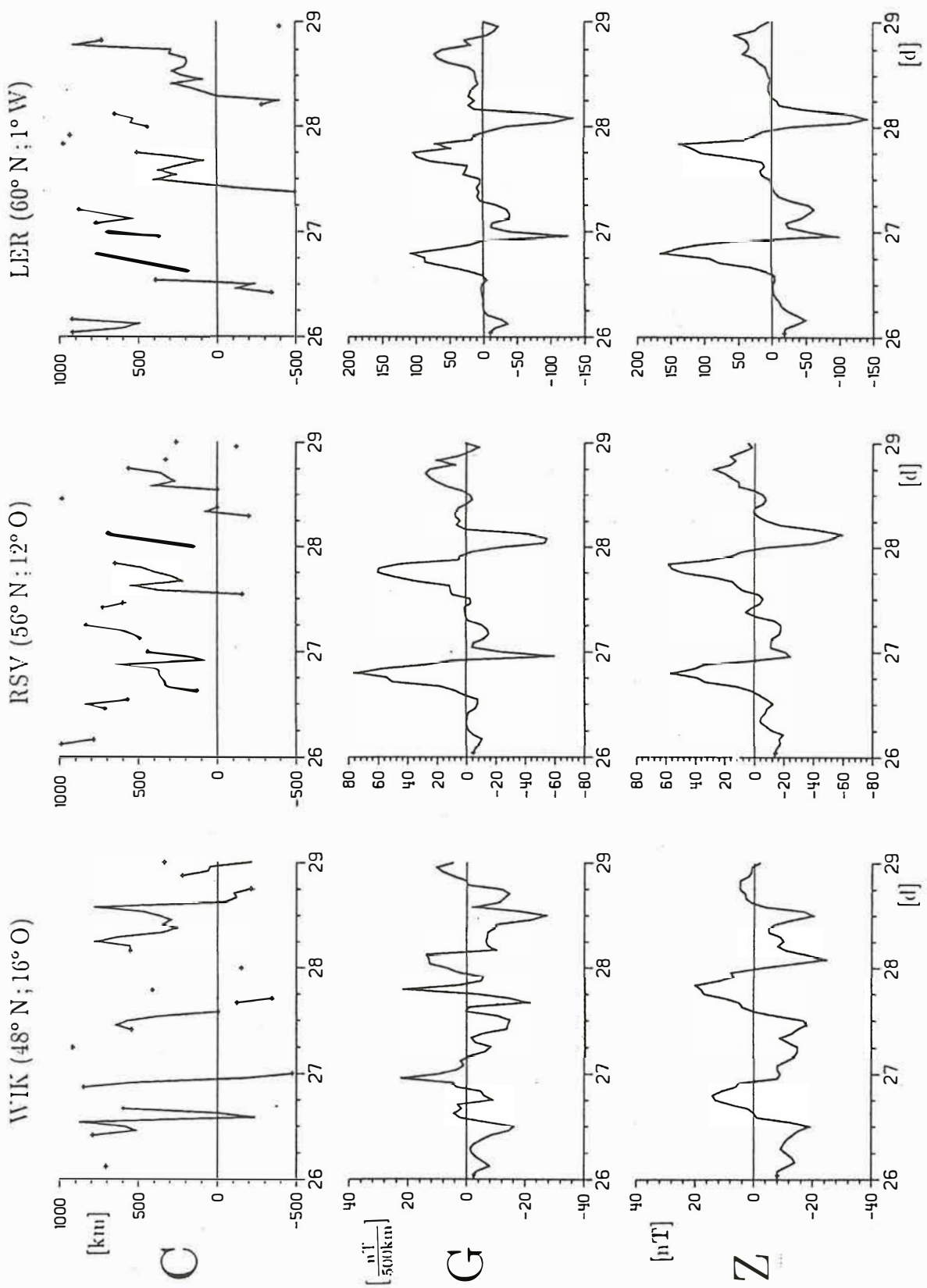


Abb. 7: Auftragung von C, G und Z gegen die Stundenmittelwerte des 27. bis 29. Januar 1980 (D-Tage) der Observatorien WIK, RSV und LER

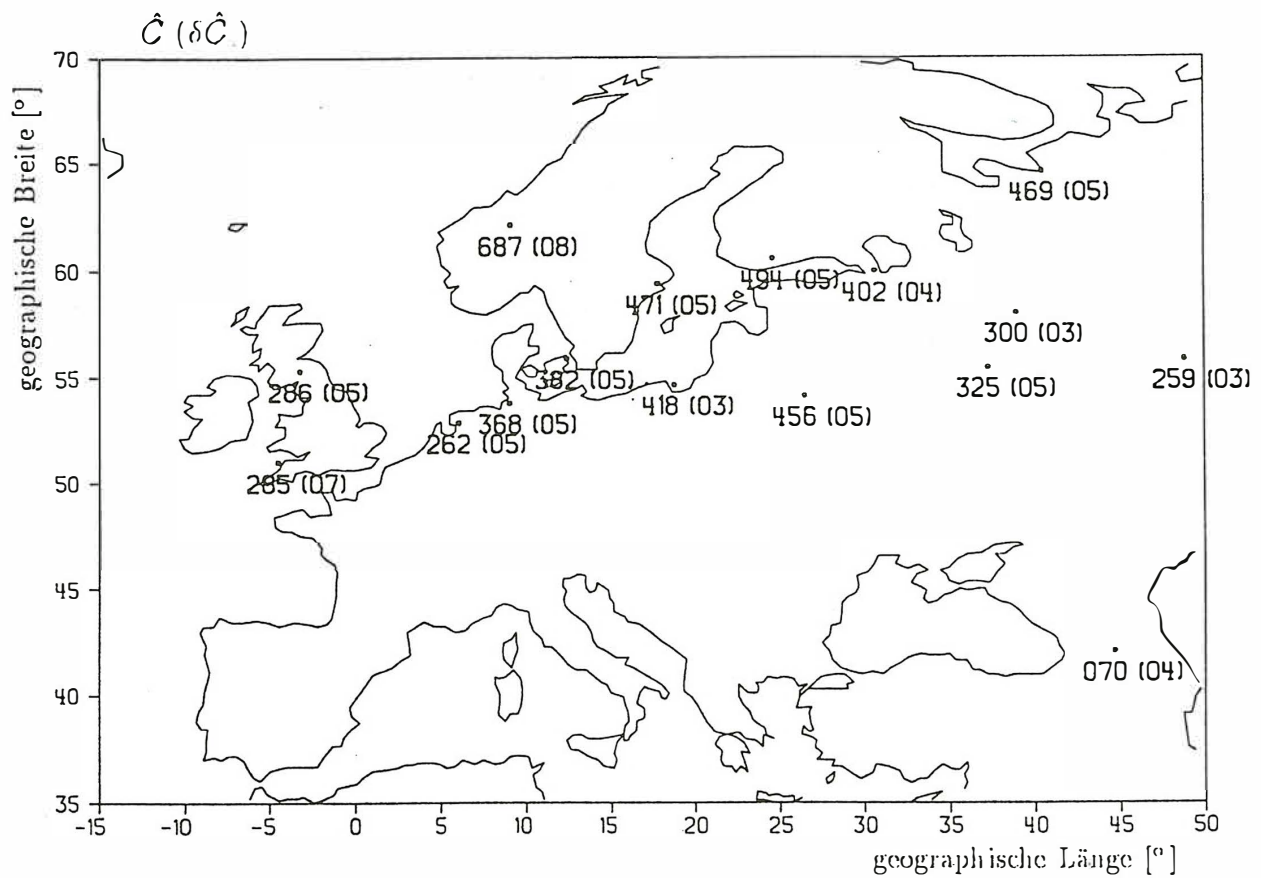


Abb. 8: Eindringtiefen \hat{C} (Fehler $\delta\hat{C}$) europäischer Observatorien, berechnet aus den D-Tagen des Januar 1980

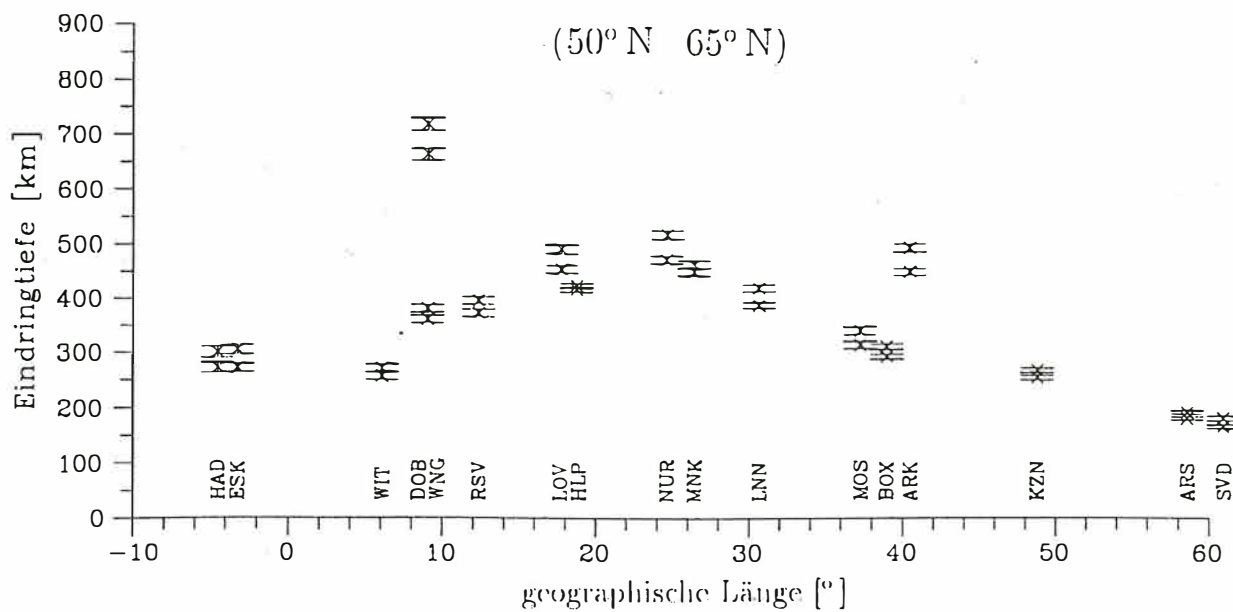


Abb. 9: Längenprofil Europas mit \hat{C}_U und \hat{C}_D (und Fehlerbalken) der angegebenen Observatorien, berechnet aus den D-Tagen des Januar 1980

Literatur

ENGELS, M. (1993):

Untersuchung von Stromsystemen erdmagnetischer Variationen und deren Eindringtiefen durch Anwendung der Gradientenmethode. Diplomarbeit, Math.-Naturwiss. Fachbereich, Univ. Göttingen.

OLSEN, N. (1991):

Untersuchung von tagesperiodischen Variationen des Erdmagnetfeldes mit neueren statistischen Methoden. Dissertation, Math.-Naturwiss. Fachbereich, Univ. Göttingen.

OLSEN, N. (1992):

Day-to-Day C-Response Estimation for S_q from 1 cpd to 6 cpd Using the Z:Y-Method. *J. Geomag. Geoelectr.* **44**, 433-447.

SCHMUCKER, U. (1990):

Die Eindringtiefen tagesperiodischer Variationen. *Protokoll Koll. Elektromagnetische Tiefenforschung, Hornburg 1990*, 31-66.