

## Stabilität von MT - Übertragungsfunktionen aus Daten des Deutsch-Türkischen Erbebenvorhersage Forschungsprojekts

### Einleitung

Diverse Untersuchungen, etwa von Beamish(1982) oder Spitzer (1987), behandeln die Frage, ob tektonische Stressänderungen und damit verbundene Leitfähigkeitsänderungen durch zeitliche Änderung magnetotellurischer Übertragungsfunktionen aufgelöst werden können. Diese Frage ist bis heute ungeklärt. Es fehlen lange magnetotellurische Registrierungen, die nahe dem Epizentrum den Zeitraum vor, während und nach einem signifikanten seismischen Ereignis überdecken. Neben den oft vorherrschenden logistischen Problemen in Gebieten hoher seismischer Aktivität werden Untersuchungen auch durch den hohen Aufwand für Datenspeicherung und Verarbeitung erschwert. So sind z. B. in dem hier behandelten Meßgebiet am westlichen Ende der Nordanatolischen Verwerfungszone (siehe E. Erkul 1994, in diesem Band) mit typischen Herdtiefen von 10 km und scheinbaren Widerständen im Bereich von 10 - 300  $\Omega$ m, Abtastraten über 100 Hz nötig, um Eindringtiefen in und oberhalb der seismogenen Zone zu erreichen und damit eventuelle Leitfähigkeitsänderungen auflösen zu können. Andererseits sind zur Erfassung aller wichtigen Ereignisse Dauerregistrierungen notwendig.

Diese Arbeit befaßt sich mit dem Analyseverfahren einer Quasi-Realtime MT-Auswertung, die das aufkommende Datenvolumen entscheidend verringern könnte. Dabei stehen zwei Fragen im Vordergrund :

- (1) Wie können aus den am Ende bestimmten Kreuz- und Autospektren zuverlässige Übertragungsfunktionen bestimmt werden, ohne die Originaldaten im Zeitbereich zu speichern?
- (2) Wie hoch ist die erzielte Genauigkeit, bzw. wie kann sie erhöht werden?

Als Grundlage wurden Daten einer Station aus dem EG-EPOC-Projekt (siehe E. Erkul 1994, in diesem Band) verwendet. Da die Meßapparatur für Langzeitregistrierungen im Zeitbereich konzipiert wurde und die verwendeten Fluxgate-Magnetometer (Fa. Bartington) deshalb im höherfrequenten Bereich ein ungünstiges Signal/Noise-Verhältnis hatten, wurden ausschließlich Daten mit einer Abtastrate von einer Minute verwendet. Diese Untersuchung kann wegen des begrenzten Frequenzbereichs deshalb nur als Vorstudie verstanden werden.

### Das Auswerteverfahren

Die Bestimmung der Übertragungsfunktionen erfolgte nach dem Verfahren von Sims et. al. (1971), wobei das Kaskadenverfahren nach Wight and Bostick (1980, siehe auch Ritter and Dawes,1992) angewendet wurde. Die Eckdaten :

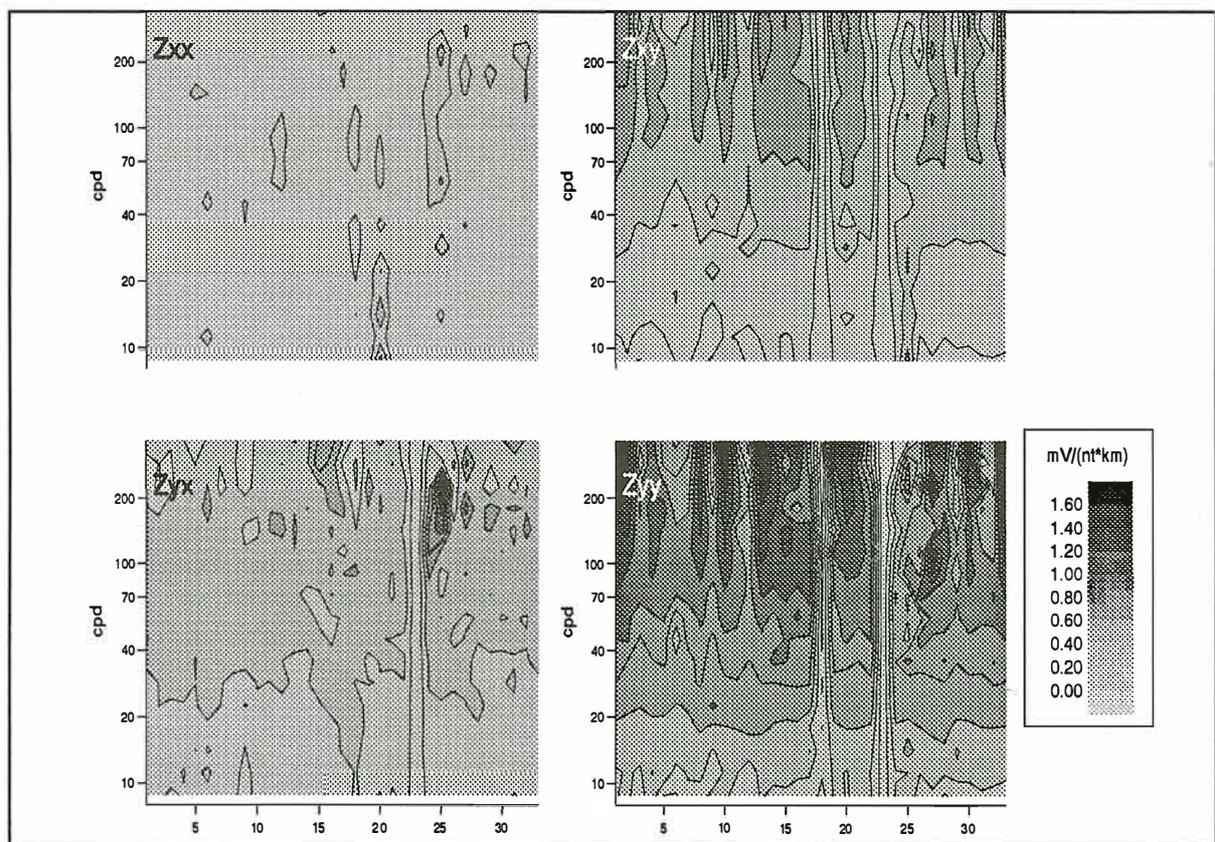
Datenabschnitt :	256 Werte
Dezimierungsstufe :	4
Taper :	5 % auf jeder Seite
Tiefpass :	4 - poliger Butterworth, Eckfrequenz = $f_{Nyquist}$
Hochpass :	4 - poliger Butterworth, Eckfrequenz = $0.2 f_{Nyquist}$
Frequenzbänder :	3 / Oktave bzw. 10 / Dekade
Fehlerrechnung :	nach Dittus (1986)

Bei dem Kaskadenverfahren wird zur Erhöhung der Analysegeschwindigkeit ausgenutzt, daß zur Analyse tieferer Frequenzen aus einem hochfrequenten Signal die Zahl der Daten dezimiert werden kann. Die Daten werden getrennt in verschiedenen Frequenzstufen analysiert, wobei eine große Frequenzdynamik bei kurzen Analyseabschnitten erzielt wird. Das Verfahren wurde in erster Linie in Hinblick auf eine zukünftige Realtime-Auswertung gewählt. Neben der höheren Berechnungsgeschwindigkeit hat der Algorithmus den Vorteil, daß er Ergebnisse über jeweils kurze Datenabschnitt liefert. Dadurch können z. B. einzelne stark fehlerbehaftete Abschnitte verworfen werden, ohne große Lücken zu hinterlassen.

Abbildung 1 zeigt die resultierenden Übertragungsfunktionen für den Zeitabschnitt 25.05.93 - 11.02.94. Analog zur Online-Auswertung wurden zunächst alle zusammenhängenden Datensätze ohne Vorauswahl nach dem gleichen Verfahren behandelt. Ein zuvor registrierter Abschnitt ab dem 11.04.93 konnte nicht verwendet werden, da das Gerät in einer anderen Konfiguration arbeitete. Verwendet wurden 33 Abschnitte mit jeweils 4096 Minutenwerten. Die Abschnitte sind nicht gleichverteilt, da es auf Grund von Auslesefehlern des Betreuungspersonals und Problemen mit dem neu entwickelten Datenlogger zu Datenausfällen kam. Da es bei dieser Betrachtung um einen Überblick über die Streuung eines Parameters geht und nicht von einer zeitlichen Änderung ausgegangen wird, ist die Isoliniendarstellung gerechtfertigt. Das Bild sollte im Idealfall horizontale Isolinien zeigen. In Abbildung 2 sind in der oberen Zeile die verwendeten Abschnitte, in der unteren Zeile die nicht ausgewerteten Abschnitte schwarz aufgetragen.

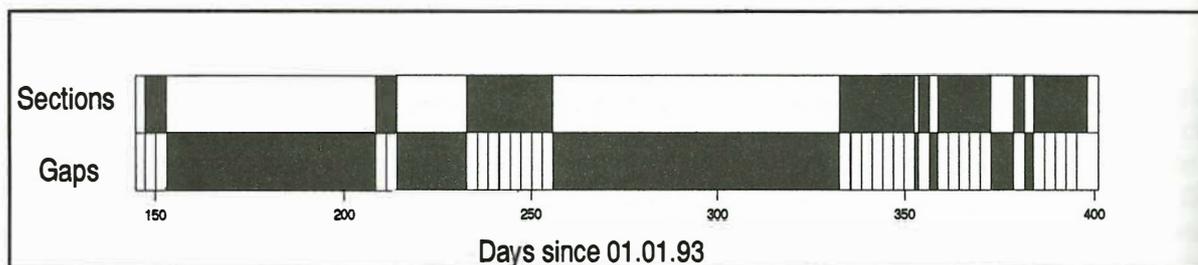
## MT - Transferfunktionen from Gökören

25.05.93 - 11.02.94



**Abbildung 1 : Ergebnis aus den ungewichteten gestapelten Spektren**  
**Die X-Achse gibt die Nummer der Abschnitte in chronologischer Reihenfolge an.**  
**Die Elektrik-Auslage war um 60° gegen Nord gedreht**

## Zur Berechnung von Übertragungsfunktionen benutzte Abschnitte Zeitintervall : 25.05.93 - 11.02.94



**Abb. 2 : Ausgewertete Zeiträume; Obere Zeile : schwarz = ausgewertet**

Der Frequenzbereich wird durch drei Frequenzstufen überdeckt. Um von jeder Stufe ein Ergebnis über den gleichen Zeitabschnitt zu erhalten, wurden auf der mittleren Stufe jeweils 4, und auf der höchsten Stufe jeweils 16 Ergebnisse der Kreuz- und Autospektren gestapelt. Die Auslage der Elektrik ist um 60 Grad gegenüber Nord gedreht. Diese Drehung wurde nicht rechnerisch korrigiert, um Störungen in einer Komponente der Elektrik nicht auf beide Komponenten zu übertragen. Die Drehung erklärt die anomal hohen  $Z_{yy}$ -Werte. Die sehr niedrigen  $Z_{yx}$ -Werte und  $Z_{xx}$ -Werte weisen auf eine starke Gleichstromverzerrung hin. Da hier zunächst Änderungen in den Übertragungsfunktionen betrachtet werden sollen, wurde von einer weiteren Interpretation der Leitfähigkeiten abgesehen.

Aufgrund der großen Amplituden können Unterschiede in den Übertragungsfunktionen am besten in der  $Z_{yy}$ -Komponente betrachtet werden. Unter der Voraussetzung fehlerfreier Messungen und unveränderter Leitfähigkeiten sollten die Daten aus den verschiedenen Zeitabschnitten das gleiche Ergebnis liefern. Tatsächlich kann man aber in Abbildung 1 große Abweichungen mit Werten nahe Null erkennen, etwa bei den Abschnitten Nummer 18 und 23. Als Ursache hierfür werden nicht Leitfähigkeitsänderungen angenommen, sondern Fehler bei der Bestimmung der Übertragungsfunktionen. Abbildung 3 zeigt Beispiele für Bänder der  $Z_{yy}$ -Komponente mit Fehlerbalken nach der Gleichung :

$$|\Delta Z_{i,j}|^2 = k \frac{F(1,2N-4, \delta = 0.05) (1 - \text{Koh}_m^2(E_i; H_x, H_y)) \overline{E_i E_i^*}}{(2N-4) (1 - \text{Koh}^2(H_x, H_y)) \overline{H_i H_i^*}} \quad (1)$$

mit :

- N** Anzahl Fourierkoeffizienten in einem Frequenzband
- $\text{Koh}^2(H_x, H_y)$**  Kohärenz zwischen magnetischen Komponenten
- $\text{Koh}^2(E_i; H_x, H_y)$**  Multiple quadratische Kohärenz
- $2N-4$**  Anzahl der Freiheitsgrade
- $F(m, n, \delta)$**  Faktor aus der Fisherverteilung
- $i, j$**  aus  $\{x, y\}$
- $E_i E_i^*; H_i H_i^*$**  Kreuz- ( $i < j$ ) und Auto- ( $i = j$ ) Spektren der elektrischen bzw. magnetischen Variationen im Frequenzbereich.

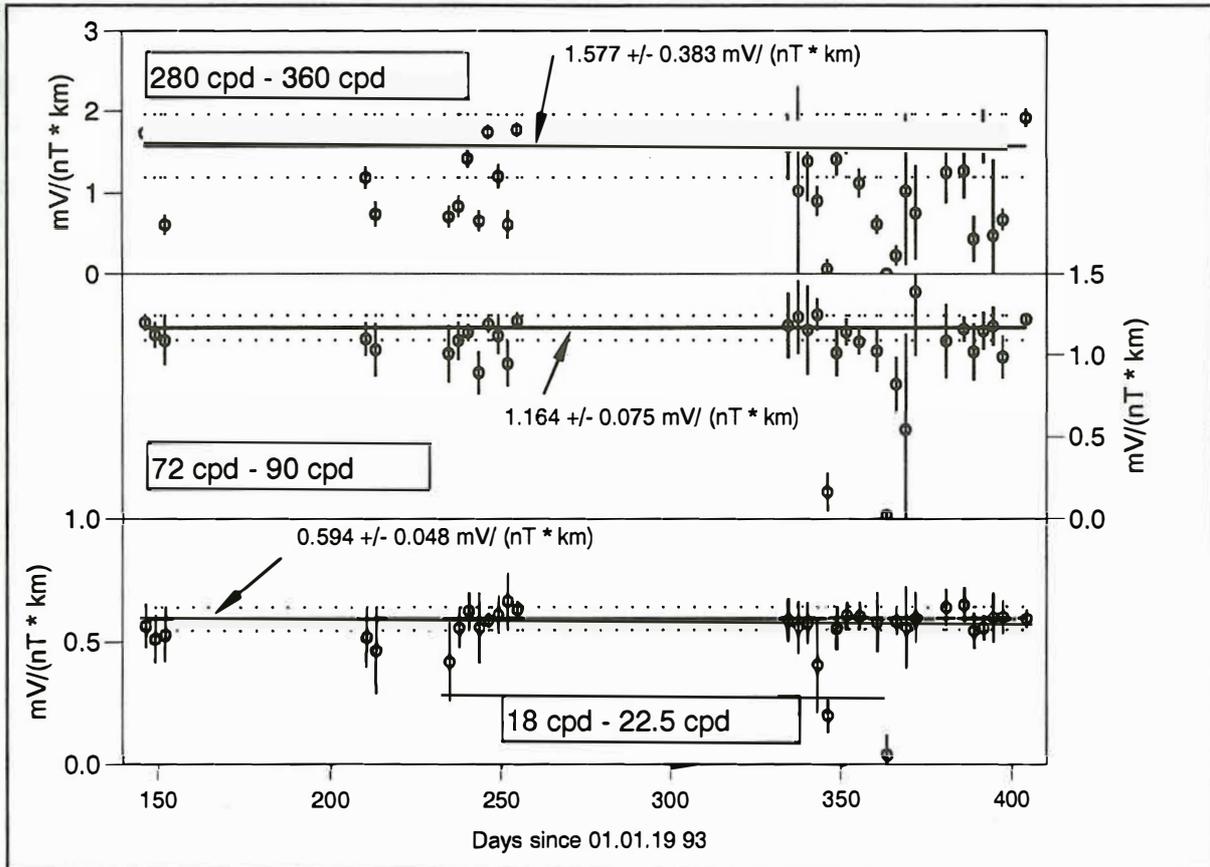
Die Formel findet sich bei verschiedenen Autoren, z. B. Dittus (1986). Widersprüchliche Angaben gibt es über den Faktor **k**. So verwendet Schmucker **k=4** (Schmucker, 1978), Pedersen dagegen **k=1** (nach Dittus, 1986). Laut Dittus (1986) erhält man den maximalen Fehler für eine Komponente aus **k=1**, weshalb dieser Wert hier verwendet wurde.

Die multiple quadratische Kohärenz wurde für eine Verzerrung bei wenigen Freiheitsgraden korrigiert (nach Bahr, 1985) :

$$Koh_{m,corr}^2(E_i) = Koh_m^2(E_i) - \frac{4}{2N} (1 - Koh_m^2(E_i)) \quad (2)$$

Zum Vergleich werden in Abbildung 3 der gewichtete Mittelwert und die Standardabweichung dargestellt.

### Zyy'-Amplitudes from Gökören 25.05.93 - 11.02.94



**Abb. 3 : Zyy'-Amplituden für einige Frequenzen. Die Fehlerbalken wurden nach Formel(2) berechnet. Die durchgezogene Linie entspricht dem gewichteten Mittelwert, die gepunkteten Linien der Standardabweichung.**

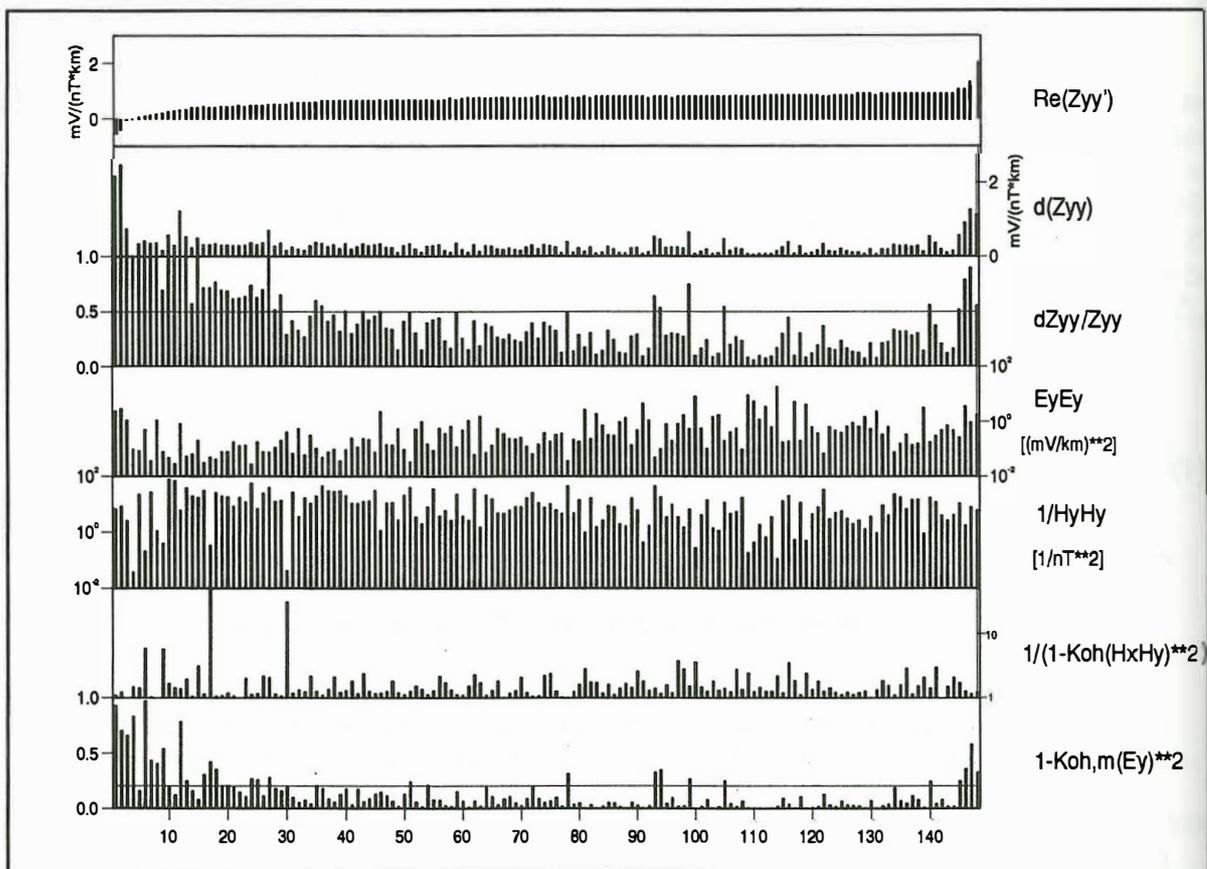
Besonders im höchsten Frequenzband (1. Zeile) gibt es viele "Ausreißer", d. h. Werte, die über die ermittelten Fehler hinaus vom Mittelwert abweichen. Die Fehler werden offensichtlich deutlich unterschätzt. Auffällig ist, daß die meisten deutlichen Abweichungen zu niedrigeren Werten erfolgen.

Der Grund hierfür liegt in der Fehlerformel(1). Die magnetischen Komponenten für die Abschnitte Nummer 18 und 23 haben z. B. einen unrealistisch hohen ersten Wert, der zweifellos durch einen Fehler in der Ausleseroutine des Datenloggers erzeugt wird. Dieses Problem ließe sich leicht auffangen, indem etwa der erste Wert für die Auswertung nicht benutzt wird. Das Ziel dieser Untersuchung ist es jedoch, den Einfluß solcher "Ausreißer" nachträglich in den Kreuz- und Autospektren zu erkennen und zu eliminieren. Durch den

hohen Meßwert werden sowohl die Übertragungskoeffizienten als auch die Fehler mit Werten nahe Null bestimmt, da für beide Berechnungen das Autospektrum der magnetischen Feldkomponente im Nenner steht. Das erhaltene Ergebnis ist richtig im Sinne der statistischen Analyse, führt aber bei Nicht-Kennntnis des Fehlers zur Fehlinterpretation. Es nutzt deshalb auch nichts, den statistisch bestimmten Fehler durch größere Vorfaktoren zu vergrößern.

Es gibt eine Reihe von Vorschlägen, Ausreißer durch robuste Auswertemethoden zu eliminieren (z. B. Egbert, G. and J. Booker, 1986; A. Junge, 1992). Dabei wird oft eine große Anzahl von Ergebnissen statistisch auf Ausreißer untersucht, die dann iterativ entfernt werden. Bei der Untergrundkartierung ist dies ein angemessenes Verfahren, da man an einem Ort nur ein Ergebnis erhalten möchte. Für die Untersuchung von zeitlichen Variationen besteht aber das Ziel, möglichst häufig statistisch unabhängige Ergebnisse für die Übertragungsfunktionen zu erhalten. Es wird deshalb hier versucht, aus relativ wenigen Einzelergebnissen (4 für Stufe 2, und 16 für Stufe 3) eine möglichst genaue Lösung zu finden. Dabei soll als Kriterium für Ausreißer nicht die Abweichung der Einzelergebnisse untereinander, sondern die Zusatzinformation jedes Einzelergebnisses aus der Fehlerformel verwendet werden.

### Vergleich von $\text{Re}(Z_{yy}')$ und Fehlerkomponenten $f = 72 - 90 \text{ cpd}$



**Abb. 4 : Komponenten der Fehlerformel (2) für verschiedene Werte  $\text{Re}(Z_{yy}')$   
 Die Werte sind nach der Größe von  $Z_{yy}'$  sortiert**

In Abbildung 4 werden als ein Beispiel die verschiedenen Komponenten aus der Fehlerformel

für den Realteil von  $Z_{yy}'$  im Frequenzbereich 72 - 90 cpd aufgetragen. Die X-Achse gibt die Nummer der nach der Größe von  $\text{Re}(Z_{yy}')$  sortierten und von 1 - 148 durchnummerierten Werte an. Die meisten der extremen Ergebnisse  $\text{Re}(Z_{yy}')$  am Anfang und Ende des Graphen werden als stark fehlerbehaftet erkannt. Aber z. B. der 4. Wert, mit einem Ergebnis nahe Null, bekommt einen sicherlich zu kleinen Fehler zugeordnet. Deutlich als Ausfallergebnis wird er erst durch das Ergebnis der 3. Zeile, dem relativen Fehler, das deutlich mit dem Ergebnis in der untersten Zeile, der multiplen quadratischen Kohärenz korreliert. Spitzer (1987) hatte ein Kohärenz-Kriterium für die Verwendung von Spektren vorgeschlagen. Er benutzte nur die Spektren der Intervalle, deren multiple quadratische Kohärenz über 0.64 liegt. In dieser Untersuchung wird der relative Fehler als Kriterium vorgeschlagen. Verwendet werden die Spektren, die Übertragungsfunktionen ergeben, deren relativer Fehler kleiner 50% ist. Durch die Referenzlinien in Abbildung 4 wird deutlich, daß dieser Ansatz nur geringe Unterschiede zu Spitzers Methode mit einer Grenze von 0.80 für die multiple quadratische Kohärenz aufweist. Nur im Intervall Nummer 1 - 30 erfüllen einige Werte das Kohärenzkriterium, liegen aber oberhalb der Grenze für den relativen Fehler. Durch das Fehlerkriterium werden also mehr anomale Ergebnisse eliminiert.

In den Zeilen 5 und 6 fallen die Werte 17 und 30 durch hohe Energien im magnetischen Feld ( $1/H_y H_y$  klein) und magnetischen Kohärenzen nahe Eins ( $1/(1 - \text{Koh}(H_x H_y))$  groß) auf. Das Ergebnis aus Abschnitt Nummer 17 wird wegen eines relativen Fehlers größer 50 % nicht weiterverwendet. Der Abschnitt 30 liefert ein im Rahmen der Fehlergrenzen konsistentes Ergebnis, weshalb von der Einführung eines Grenzkriteriums für die magnetische Kohärenz abgesehen wurde. Bei der Energie der elektrischen Variationen, aufgetragen in der 4. Zeile, erkennt man einen Anstieg mit höheren Werten  $\text{Re}(Z_{yy}')$ . Man könnte daraus schließen, daß die höheren Werte für  $\text{Re}(Z_{yy}')$  genauer sind, da eine höhere Anregungsenergie zu einer Verbesserung des Signal/Noise-Verhältnisses führt. Daß dies nicht stimmen muß, zeigten Egbert and Booker (1986).

### Das modifizierte Auswerteverfahren

Die Stapelung erfolgt in der Form, daß die gemittelten Kreuz- und Autospektren einzelner Auswertabschnitte addiert werden, und nicht etwa die resultierenden Tensoren gemittelt werden. Die Anregung zu diesem Verfahren stammt von A. Junge (pers. Mittlg, 1994). Der Vorteil liegt darin, daß die Kreuz- und Autospektren einer chi-Quadrat Verteilung folgen, deren Fehlerrechnung für die arithmetische Mittellung leicht zu behandeln ist, im Gegensatz zu erheblichen Problemen bei der Mittelung von Fischer-verteilten Übertragungskoeffizienten.

#### 1. Schritt

Um die erhaltenen Spektralwerte zu gewichten, soll hier zunächst betrachtet werden, mit welchem Gewicht die Spektralwerte einzelner Zeitabschnitte in die Lösung eingehen, wenn keine explizite Gewichtung vorgenommen wird. Für den univariaten Fall mit den Lösungen  $a_i$ ,  $i = 1..L$  aus  $L$  Abschnitten mit  $N$  Werten,  $j = 1..N$

$$a_i = \frac{\overline{x_i y_i}}{\overline{y_i y_i}} =: \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} y_{ij}}{\sum_{j=1}^N y_{ij} y_{ij}} \quad (3)$$

führt eine nicht explizit gewichtete Stapelung zu der Lösung

$$\tilde{\mathbf{a}} = \frac{\sum_{l=1}^L \overline{x_l y_l}}{\sum_{l=1}^L \overline{y_l y_l}} = \frac{\sum_{l=1}^L g_l \mathbf{a}_l}{\sum_{l=1}^L g_l} \quad (4)$$

mit den Gewichten der Einzellösungen :

$$g_l := \overline{y_l y_l} \quad (5)$$

Das Ergebnis der Stapelung entspricht also der durch den Nenner aus Formel (3) gewichteten Lösung der Einzellösungen  $\mathbf{a}_l$ . Die x-Komponente geht nicht in die Bestimmung des Gewichtes ein.

Für den bivariaten Fall konnte das implizite Gewicht nicht aufgelöst werden. Als implizites Gewicht wurde im folgenden analog zum univariaten Fall das Nennerpolynom der Ausgleichsrechnung angenommen. Um dieses Gewicht aufzuheben, werden die Spektralwerte wie folgt gewichtet :

$$g_{l,1} := \frac{1}{(H_{x,l} H_{x,l}^*) (H_{y,l} H_{y,l}^*) - (H_{x,l} H_{y,l}^*) (H_{y,l} H_{x,l}^*)} \quad (6)$$

## 2. Schritt

Gewichtet wurde nach dem relativen Fehler. Es gibt aber 8 relative Fehler in einem Übertragungstensor. Eine Möglichkeit wäre, die 8 Ergebnisse zu mitteln. Für diese Untersuchung wurde der relative Fehler in der größten Komponente,  $\text{Re}(Z_{yy}')$  verwendet.

$$g_{l,2} := \begin{cases} \frac{\text{Re}(Z_{yy}')^2}{d(\text{Re}(Z_{yy}'))^2} & \text{für } \frac{\text{Re}(Z_{yy}')}{d(\text{Re}(Z_{yy}'))} < 0.5 \\ 0 & \text{für } \frac{\text{Re}(Z_{yy}')}{d(\text{Re}(Z_{yy}'))} \geq 0.5 \end{cases} \quad (7)$$

## 3. Schritt

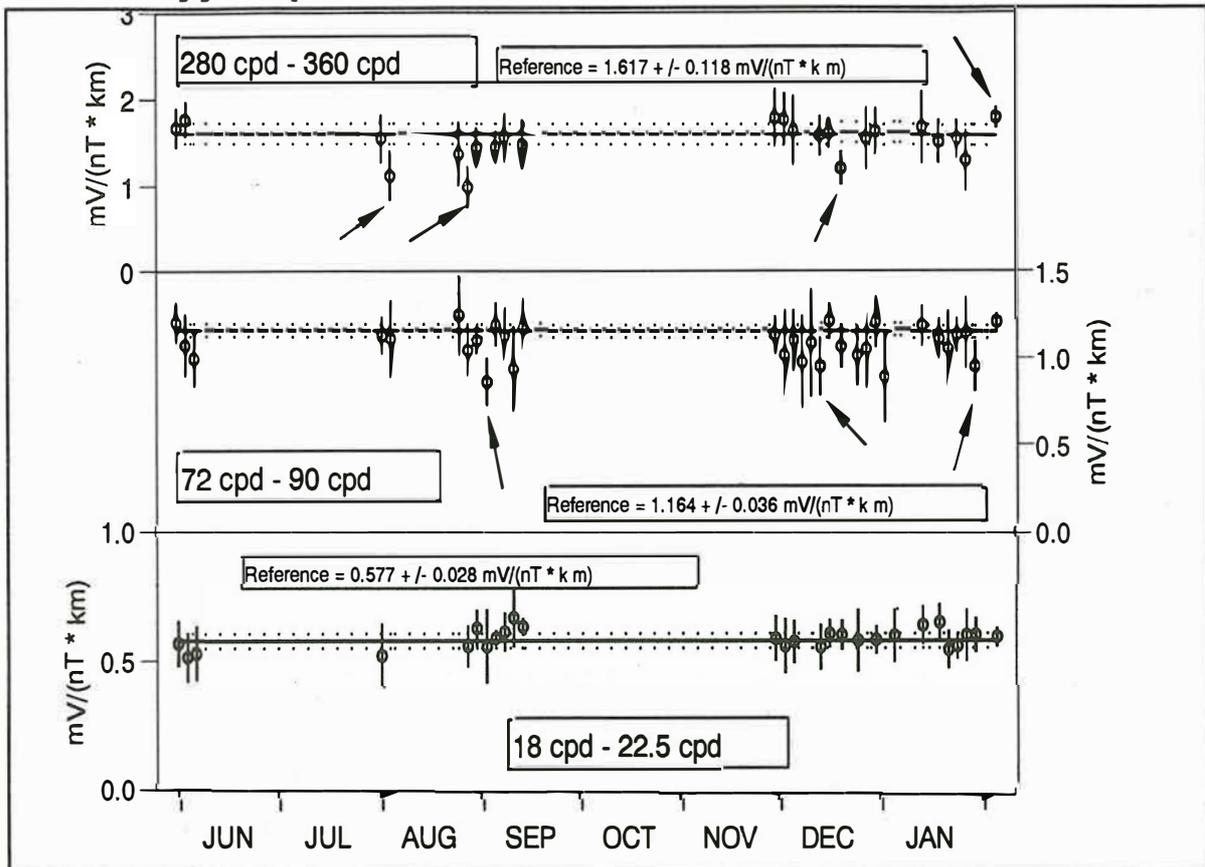
Schließlich werden von den Ergebnissen aus den gestapelten Spektren nur die Tensoren weiterverwendet, deren relative Amplituden-Fehler kleiner 30 % sind, d. h.

$$\frac{|\Delta Z_{yy}'|}{|Z_{yy}'|} < 0.3 \quad (8)$$

Abbildung 5 zeigt das Ergebnis und die ermittelten Fehler für  $\mathbf{k}=1$ . Zum Vergleich wurde ein Referenztensor nach dem gleichen Verfahren über das ganze Zeitintervall berechnet. Im niedrigsten Frequenzband stimmen die Fehlerbalken mit dem Referenzwert gut überein. In den anderen beiden Bändern gibt es jeweils vier Abweichungen bei 23 Werten bzw. drei Abweichungen bei 31 Werten. Dies entspricht 17 % bzw. 10%. Da der statistische Fehler für einen Vertrauensbereich von 95% berechnet wurde, gibt es also zuviele Abweichungen. Bei

drei der sieben markierten Werte kann allerdings auch nicht mit Sicherheit von einer Abweichung gesprochen werden, da der Fehlerbalken noch die Streuung des Referenzensors kreuzt. Auffallend ist wieder, daß die deutlichen Abweichungen nach unten erfolgen. Es wird deshalb vermutet, daß es sich hier wieder um Abweichungen handelt, die nicht durch die statistische Analyse erfasst werden. Die Ursache der Abweichungen konnte noch nicht ermittelt werden.

### Zyy'Amplitudes from Gökören 25.05.93 - 11.02.94



**Abb. 5 :** Zyy'-Amplituden aus dem modifizierten Auswerteverfahren für einige Frequenzen. Die Fehlerbalken wurden nach Formel(2) berechnet. Die durchgezogene Linie entspricht dem Ergebnis aus der Stapellung aller Spektren, die gepunkteten Linien dem resultierenden Fehler nach Formel(2).

#### Zusammenfassung und Ausblick

Für 33 Zeitabschnitte mit jeweils 4096 Werten wurden Übertragungsfunktionen nach zwei verschiedenen Verfahren berechnet. Dabei wurden insbesondere die errechneten Fehler untersucht. Folgende Resultate ergaben sich :

- Die Fehlerberechnung nach Formel (1) ist nicht geeignet, alle Abweichungen zu erklären. Sie erfaßt nur den Fehler aus der statistischen Frequenzanalyse.
- Die Berechnung des statistischen Fehlers mit einem größeren Fehler als  $k=1$  scheint empirisch nicht gerechtfertigt.

- Ausreißer lassen sich in vielen Fällen anhand des relativen Fehlers erkennen und eliminieren.
- Es verbleiben Abweichungen, deren Ursache durch Kriterien wie relativen und absoluten Fehler, sowie der multiplen quadratischen Kohärenz nicht erklärt werden können.

Insgesamt konnte die Genauigkeit der Bestimmung der Übertragungsfunktionen gesteigert werden. Für die Identifizierung von Leitfähigkeitsänderungen ist die Genauigkeit aber noch sehr unbefriedigend. Eine Steigerung sollte bei höheren Frequenzen, mit mehr Freiheitsgraden in kürzeren Zeitabschnitten, und genaueren Magnetometern aber gut möglich sein.

## Literatur

- Bahr, K.** : Magnetotellurische Messung des elektrischen Widerstandes der Erdkruste und des oberen Mantels in Gebieten mit lokalen und regionalen Leitfähigkeitsanomalien, Dissertation Inst. f. Geophys., Univ. Göttingen, **1985**.
- Beamish, D.** : A geomagnetic precursor to the 1979 Carlisle earthquake, Geophys. J. R. astr. Soc., 68, 531-543, **1982**.
- Dittus, H.** : Methoden der Registrierung und Datenverarbeitung für das Prospektionsverfahren "Passive Audio-Magnetotellurik", Diss., Fak.f.Geowiss.. d. Univ.München, **1986**.
- Erkul, E., Müller A. und Zschau J.** : Continuous Magnetotelluric Measurements at the North Anatolian Fault Zone : First Results, in diesem Band, **1994**.
- Junge, A.** : Das erweiterte Auswerteverfahren in Göttingen, Protokoll Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung", Borkheide, **1992**.
- Egbert, G. and Booker J.** : Robust estimation of geomagnetic transfer functions, Geophys. J. R. astr. Soc., 87, 173-194, **1986**.
- Ritter O. and Dawes G.** : A Transputer-based Multi-station Multi-technique Geophysical Data Acquisition System-S.P.A.M. MKIII, Protokoll Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung", Borkheide, **1992**.
- Schmucker, U.** : Auswerteverfahren Göttingen, Protokoll Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung", Neustadt/Weinstrasse, **1978**.
- Sims, W.E., Bostick F.X. and Smith H.W.** : The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data. Geophysics 36, 938-942, **1971**.
- Spitzer, K.** : Zu Zeitabhängigkeit der Impedanz in der Magnetotellurik, Diplomarbeit Inst. f. Geophys., Univ. Göttingen, **1987**.
- Wight, D.E. and Bostick F.X.** : Cascade decimation-A technique for real time estimation of power spectra, Proc. IEEE Intern. Conf. Acoustic, Speech Signal Processing, Denver, Colorado, April 9-11, 626-629, **1980**.