

# Vierpunktgeoelektrik mit einem Multielektrodenarray

Fritz Echternacht

## 1. Einleitung

Laterale Inhomogenitäten im Untergrund können geoelektrische Sondierungen stark beeinflussen - oft ohne daß man das den Meßwerten ansieht. Werden derartige Kurven für einen eben geschichteten Untergrund ausgewertet, ergeben sich Modelle der Leitfähigkeitsverteilung, die von den realen Verhältnissen erheblich abweichen. Für die Meßpraxis bedeutet das, daß Sondierungen gerade in der Nähe hydrogeologisch interessanter Strukturen wie Verwerfungen und kleinräumiger Tonlinsen leicht fehlinterpretiert werden können. Bereits seit einigen Jahren finden deshalb in der Grundwassererschließung und in der Archäometrie Multielektrodenarrays Anwendung, mit deren Hilfe ein detaillierteres Bild des Untergrundes gewonnen werden kann (z. B.: van Overmeeren & Ritsema, 1988; Lehmann, 1993). Die hier vorgestellten Untersuchungen wurden am Institut für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Ludwig-Maximilians-Universität in München durchgeführt.

Unter einem Multielektrodenarray versteht man die linienhafte Anordnung von N ( $N > 4$ ) äquidistant positionierten Elektroden. Von diesen N Elektroden sind pro Messung nur vier aktiv, d.h. als stromführende Elektroden oder Potentialsonden eingesetzt. Vorteil der Multielektrodenarray - Technik ist es, daß man mit relativ geringem Meßaufwand ein Maximum an Information über den Untergrund erhalten kann.

## 2.1 Die unabhängigen Elektroden und Sondenpositionen

Um in einem Multielektrodenarray mit N Spießen zwei Elektroden und zwei Sonden zu plazieren, gibt es insgesamt  $N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot (N-3)$  Möglichkeiten. Zum Gewinn der maximalen im Array enthaltenen Information ist es nicht nötig, alle diese Positionen zu messen. Eine Reihe von Kombinationen läßt sich durch Superposition aus einer Minimalzahl von  $N \cdot (N-3)/2$  Positionen berechnen (Noel, 1991). Zur Veranschaulichung sollen diese Vereinfachungen an einem "Miniarray" mit  $N = 6$  erläutert werden. Dabei symbolisiert ein "C" eine stromführende Elektrode, ein "P" eine Potentialsonde und ein Punkt eine nicht aktive Elektrode:

Für die Positionierung des Stromdipols gibt es, da die stromführenden Elektroden untereinander vertauschbar sind,  $N(N-1)/2 = 15$  Möglichkeiten:

CC....	.CC...	..CC..	...CC.	....CC	C.C...
.C.C..	..C.C.	...C.C	C..C..	.C..C.	..C..C
C...C.	.C...C	C....C			

Zu jeder dieser Positionen gibt es  $(N-2)(N-3)/2$  Platzierungsmöglichkeiten für den Potentialdipol:

( 1) ccpp..	( 2) cc.pp.	( 3) cc..pp	( 4) ccp.p.	( 5) cc.p.p	( 6) ccp..p
( 7) pccp..	( 8) .ccpp.	( 9) .cc.pp	(10) .ccp.p	(11) pcc.p.	(12) pcc..p
( 1) ppcc..	(13) .ppcc.	(14) ..ccpp	(15) p.ccp.	(16) .pcc.p	(17) p.cc.p
( 2) pp.cc.	( 8) .ppcc.	(18) ..pccp	(19) p.pcc.	(20) .p.ccp	(21) p..ccp
( 3) pp..cc	( 9) .pp.cc	( 8) ..ppcc	(22) p.p.cc	(23) .p.pcc	(24) p..pcc
(19) c.cpp.	(22) c.c.pp	(25) cpcp..	(26) c.cp.p	(27) cpc.p.	(28) cpc..p
(23) .c.cpp	(25) pcp.c.	(29) .cpcp.	(30) pc.cp.	(31) .cpc.p	(32) pc.c.p
( 4) ppc.c.	(29) .pcpc.	(33) ..cpcp	(34) p.cpc.	(35) .pc.cp	(36) p.c.cpc
( 5) pp.c.c	(10) .ppc.c	(26) p.pc.c	(33) ..pcpc	(37) .p.cpc	(38) p..cpc
( 7) cppc..	(24) c..cpp	(34) c.pcp.	(39) cp.cp.	(40) c.pc.p	(41) cp.c.p
(13) .cppc.	(27) pcp.c.	(36) .c.pcp	(39) pc.pc.	(42) .cp.cp	(43) pc..cp
( 6) ppc..c	(18) ..pppc	(31) .pcp.c	(40) p.cp.c	(42) .pc.pc	(44) p.c.pc
(11) cpp.c.	(15) c.ppc.	(30) cp.pc.	(38) c..pcp	(44) c.p.cp	(45) cp..cp
(16) .cpp.c	(20) .c.ppc	(28) pcp..c	(35) .cp.pc	(39) pc.p.c	(45) pc..pc
(12) cpp..c	(17) c.pp.c	(21) c..ppc	(32) cp.p.c	(36) c.p.pc	(42) cp..pc

Die Hälfte dieser Konfigurationen können nach dem Reziprozitätsprinzip eingespart werden, so daß  $N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot (N-3) / 8 = 45$  Kombinationen übrigbleiben.

Vertauscht man Elektroden und Potentialsonden einer beliebigen Vierpunktanordnung nach folgendem Muster:

- A: cppc
- B: ccpp
- C: cpcp

so gilt für die Quotienten  $R = U/I$  die Beziehung:  $R_A = R_B + R_C$  (Carpenter 1955).

Nutzt man diesen Zusammenhang und das Superpositionsprinzip lassen sich einige der Konfigurationen aus obiger Tabelle durch Kombination anderer Sonden - Elektrodenanordnungen ersetzen (Rechts des Pfeils sind jeweils die Nummern der Konfigurationen angegeben, die nötig sind um die links des Pfeils stehende Anordnung zu ersetzen):

4 ← (1, 2)	5 ← (2, 3)	6 ← (1, 2, 3)	7 ← (21, 8, 9)
10 ← (8, 9)	11 ← (12, 9)	12 ← (12, 9)	13 ← (17, 1, 14)
15 ← (17, 14)	16 ← (17, 1)	18 ← (21, 8, 2)	19 ← (2, 8)
20 ← (21, 2)	22 ← (3, 9)	23 ← (9, 14)	24 ← (3, 9, 14)
25 ← (1, 12, 9, 8)	26 ← (2, 3, 8, 9)	27 ← (11, 12, 9)	28 ← (1, 2, 3, 12)
29 ← (8, 7)	30 ← (12, 9, 17, 14)	31 ← (1, 17, 8, 9)	32 ← (12, 17)
33 ← (14, 21, 2, 8)	34 ← (2, 8, 1, 17)	35 ← (1, 2, 17, 21)	36 ← (17, 21)
37 ← (9, 14, 21, 2)	38 ← (3, 9, 14, 21)	39 ← (2, 12, 9, 17, 14)	40 ← (2, 3, 8, 9, 17)
41 ← (1, 2, 12, 9, 17, 4)	42 ← (9, 12, 17, 21)	43 ← (12, 17, 21)	44 ← (3, 9, 17, 21)
45 ← (12, 17, 21, 3)			

Es verbleibt eine Basis von  $N(N-3)/2$  unabhängigen Konfigurationen, die nicht ineinander überführt werden können, und aus denen sich alle anderen Anordnungen ableiten lassen:

(1) ccpp..    (2) cc.pp.    (3) cc..pp    (8) .ccpp.    (9) ..ccpp    (14) ..ccpp  
 (12) cpp..c    (17) c.pp.c    (21) c..ppc

Eine derartige Basis enthält genau die Kombinationen, die für eine Dipol-Dipol Sektion benötigt werden - ergänzt um die Zusatzpositionen 12,17 und 21. Man spricht deshalb auch von einer erweiterten Dipol-Dipol Sektion.

## 2.2 Algorithmen zur Berechnung des Quotienten $U/I$ für Wenner- und Schlumberger Konfigurationen

Es lassen sich Algorithmen finden, die es erlauben, aus den Basisanordnungen für z.B. die im Multi-elektrodenarray enthaltenen Wenner  $\alpha$ - Konfigurationen sowie für eine Schlumbergersondierung die Quotienten  $R = U/I$  zu errechnen. Es gelten folgende Abkürzungen:

$N$  = Gesamtzahl der Elektroden im Array

$a$  = Abstand zweier benachbarter Elektroden im Array. Ein Dipol aus zwei Elektroden mit Abstand  $a$  heißt **Elementardipol**

$b$  = Spacing, d.h.: Abstand zweier benachbarter aktiver Elektroden einer Wenneranordnung im Array in Einheiten von  $a$  (Man beachte, daß der Begriff "Spacing" von manchen Autoren abweichend von der hier verwendeten Nomenklatur auch für die Gesamtauslage, also den Abstand der beiden äußersten aktiven Elektroden einer Vierpunktanordnung, verwendet wird)

$x$  = Position der ersten Elektrode der zu berechnenden Konfiguration



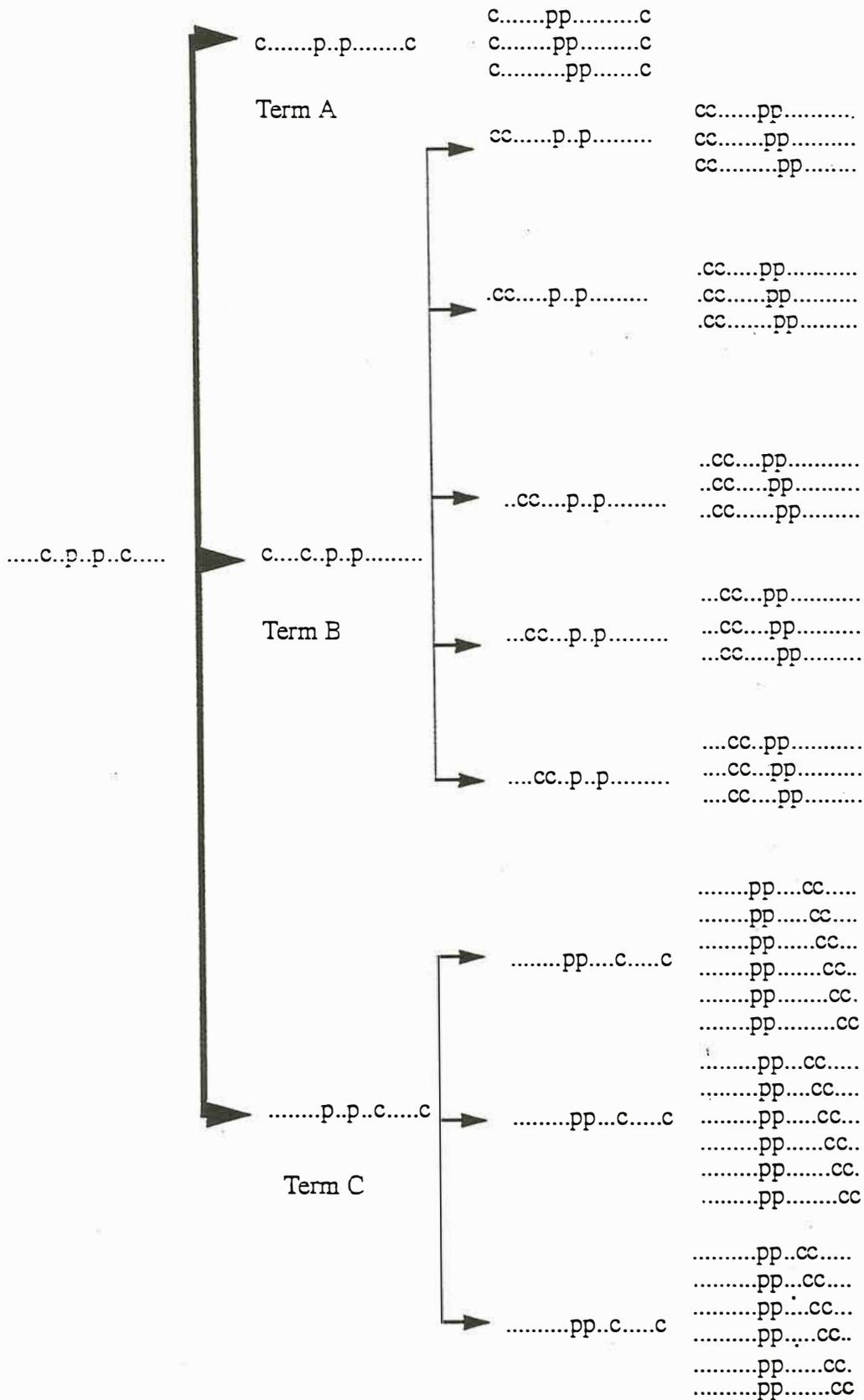


Abb 3. Superposition einer Wenner  $\alpha$  Konfiguration aus den unabhängigen Basisanordnungen

$$R_b^\alpha[x] = \sum_{i=0}^{b-1} R_{N-(x+b)-i, x+b-1+i}^{bas} \quad (\text{Term A})$$

$$+ \sum_{k=1}^{x-1} \sum_{i=0}^{b-1} R_{k, x+b-1+i-k}^{bas} \quad (\text{Term B})$$

$$+ \sum_{k=0}^{b-1} \sum_{i=x+3b}^{N-1} R_{k+x+b, -(x+b+1)-k+i}^{bas} \quad (\text{Term C})$$

$R_b^\alpha [x]$ : U/I für die Wenner  $\alpha$  Konfiguration mit Spacing  $b$  und Platzierung der ersten Elektrode an der Position  $x$

$R_{m,n}^{bas}$ : U/I für eine Konfiguration, die als Element der Basismatrix in der Zeile  $m$  und der Spalte  $n$  steht.

## 2.2.2 Berechnung der Quotienten R für eine Schlumbergersondierung

Aus den mit dem Multielektrodenarray gemessenen unabhängigen Sonden -Elektroden Positionen lassen sich nicht nur die Quotienten R für die Wenner Konfigurationen bestimmen. Der Datensatz ermöglicht es auch den Verlauf des scheinbaren spezifischen Widerstandes für eine Schlumbergersondierung mit Sondierungspunkt in der Arraymitte zu errechnen. In Abbildung 4 sind die Sonden - Elektroden Positionen für die in einem Array mit 21 Elektroden enthaltene Schlumbergersondierung aufgeführt. Die Reihenfolge der Indizierung Schl<sub>1</sub> - Schl<sub>9</sub> folgt der Reihenfolge der Berechnung. Bei der Berechnung von Schlumbergersondierungen muß man zwischen Arrays mit gerader und ungerader Elektrodenzahl N unterscheiden:

<b>Schl<sub>1</sub></b>	<b>c.....p.p.....c</b>
<b>Schl<sub>2</sub></b>	<b>.c.....p.p.....c.</b>
<b>Schl<sub>3</sub></b>	<b>..c.....p.p.....c..</b>
<b>Schl<sub>4</sub></b>	<b>...c.....p.p.....c...</b>
<b>Schl<sub>5</sub></b>	<b>....c.....p.p.....c....</b>
<b>Schl<sub>6</sub></b>	<b>.....c...p.p...c.....</b>
<b>Schl<sub>7</sub></b>	<b>.....c.p.p.c.....</b>
<b>Schl<sub>8</sub></b>	<b>.....c.p.p.c.....</b>
<b>Schl<sub>9</sub></b>	<b>.....cp.pc.....</b>

Abb. 4 Die im Datensatz einer Messung mit dem Multielektrodenarray enthaltene Schlumbergersondierung. Die Indizierung der Punkte der Sondierung Schl<sub>1</sub> - Schl<sub>9</sub> erfolgt in der Reihenfolge der Berechnung.

Für ein gerades  $N$  entspricht der Schlumbergeranordnung mit der größten Auslage (Schl<sub>1</sub>) das Basiselement  $R_{N/2, N/2-1}^{bas}$ . Dieser Anordnung überlagert man die Elemente der Basismatrix  $R_{1, N/2-1}^{bas}$  und  $R_{N/2, N/2-2}^{bas}$  und erhält U/I für den benachbarten Punkt der Sondierungskurve (Schl<sub>2</sub>). Zur Berechnung der weiteren Punkte addiert man jeweils den Quotienten R zweier weiterer Basisanordnungen. Schritt für Schritt erhält man so von außen nach innen vorgehend die Quotienten R für die komplette Sondierung.

Zusammenfassend gilt also:

- für den äußersten Punkt der Sondierungskurve:

$$R_{Schl_1} = R_{N/2, N/2 - 1}^{bas}$$

- und für jeden weiteren Punkt der Sondierungskurve ( $n > 1$ ):

$$R_{Schl_n} = R_{Schl_{n-1}} + R_{n-1, N/2 - n}^{bas} + R_{N/2, N/2 - n}^{bas}$$

Für Arrays mit einer ungeraden Anzahl von Elektroden wie das hier verwendete 21-Elektroden Array ist die in der Basis enthaltene Schlumberger-Sondierung in Abbildung 4 skizziert. Der Quotient  $R$  für den äußersten Punkt der Sondierungskurve  $Schl_1$ , setzt sich aus zwei Diagonalelementen der Basismatrix zusammen:

$$R_{Schl_1} = R_{(N+1)/2, (N-3)/2}^{bas} + R_{(N-1)/2, (N-1)/2}^{bas}$$

Die Quotienten für die anderen Punkte der Sondierungskurve findet man gemäß:

$$R_{Schl_n} = R_{Schl_{n-1}} + R_{n-1, (N-1)/2 - n} + R_{n-1, (N+1)/2 - n} + R_{(N+1)/2, (N-1)/2 - n}^{bas} + R_{(N-1)/2, (N+1)/2 - n}^{bas}$$

Man benötigt also  $R$  für den jeweils einen Schritt weiter außen liegenden Punkt der Sondierungskurve und für vier weitere Elemente der Basis. Das Schema einer derartigen Superposition ist in Abbildung 5 zu sehen.

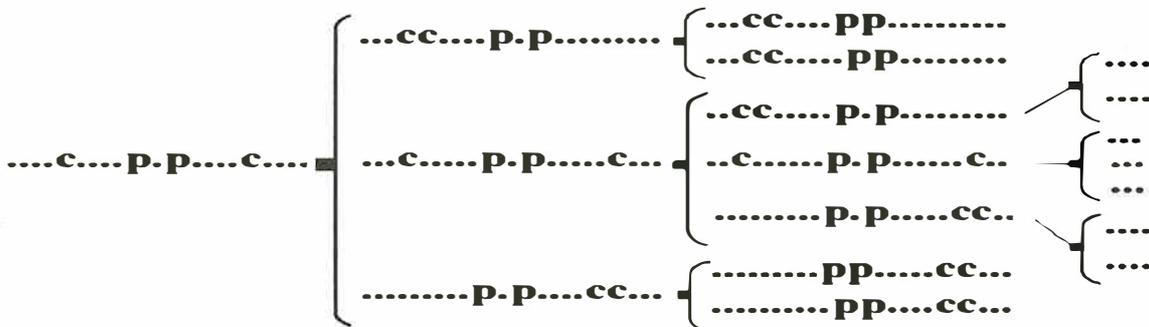


Abb. 5 Schema der Berechnung des Quotienten  $R$  für einen Punkt einer Schlumbergersondierung. Benötigt werden nur Basisanordnungen oder ihre reziproken Konfigurationen.

### 3. Eine Anwendung

Im Rahmen des Forschungsverbundes Agrarökosysteme München (FAM) wurden im Sommer 1992 auf dem Gelände des Versuchsgutes Scheyern eine Reihe von geoelektrischen Untersuchungen durchgeführt. Ziel dieser Untersuchungen war es, die laterale Begrenzung von grundwasserstauenden Tonlinsen zu kartieren, sowie durch Sondierungen die Tiefenlage dieser Tonlinsen zu bestimmen. Einige der Schlumberger - Sondierungen zeigten deutlich den Einfluß lateraler Leitfähigkeitsanomalien und waren deshalb mit konventionellen Auswerteverfahren nicht zu interpretieren.

Eine dieser "Problemstellen" wurde mit einem Multielektrodenarray untersucht. Abbildung 6 zeigt den Vergleich einer herkömmlichen Schlumbergersondierung mit der aus den Arraydaten berechneten Sondierung. Die Kurven stimmen gut überein, jedoch löst das Array im oberflächennahen Bereich schlechter auf. In Abbildung 7 sind die berechneten  $\rho_s$  Werte für Wenner  $\alpha$ -Konfiguration dargestellt. Der laterale schlechte Leiter ist deutlich zu sehen.

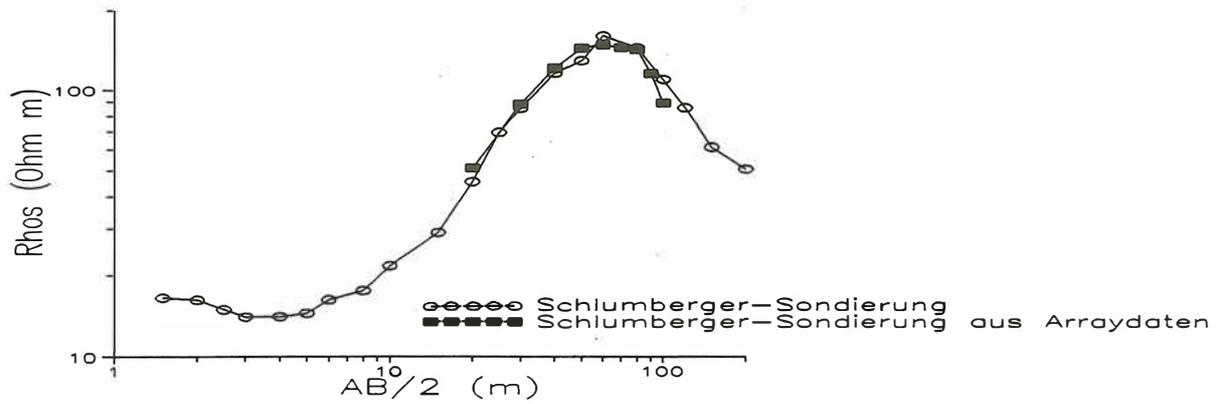


Abb. 6 Ergebnisse der Schlumbergersondierung. Die gemessene und die aus den Arraydaten berechnete Kurve stimmen sehr gut überein. Deutlich sichtbar ist der Einfluß eines lateralen schlechten Leiters.

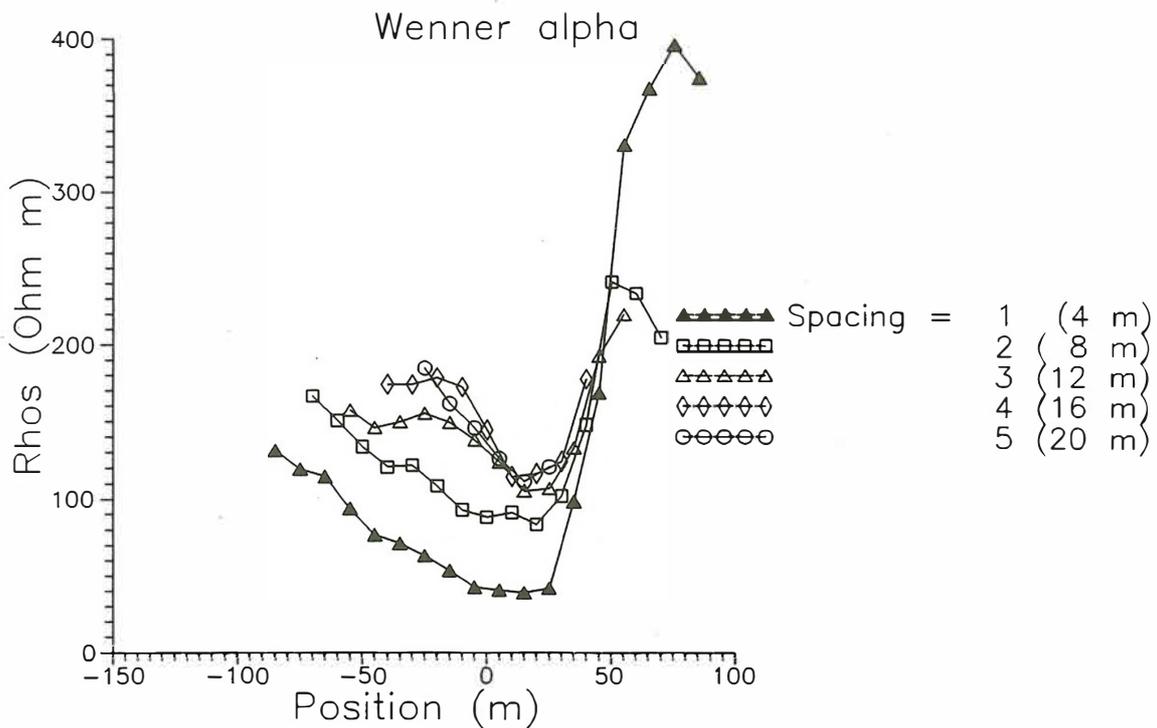


Abb. 7  $\rho_s$  Werte für die Wenner  $\alpha$ -Konfiguration (aus den Arraydaten berechnet). Die schlechtleitfähige Struktur ist rechts deutlich zu sehen.

Diese Berechnungen liefern zwar keine quantitativen Untergrundmodelle, es lassen sich aber qualitative Aussagen machen. So könnte man sich die Struktur des Untergrundes folgendermaßen vorstellen (Abbildung 8): Das Zentrum des Arrays sitzt über einer unsymmetrischen Tonlinse, die in schlechtleitfähiges kiesiges Material eingebettet ist. Der gute Leiter in größerer Tiefe läßt sich durch eine grundwasserstauende Tonschicht erklären.

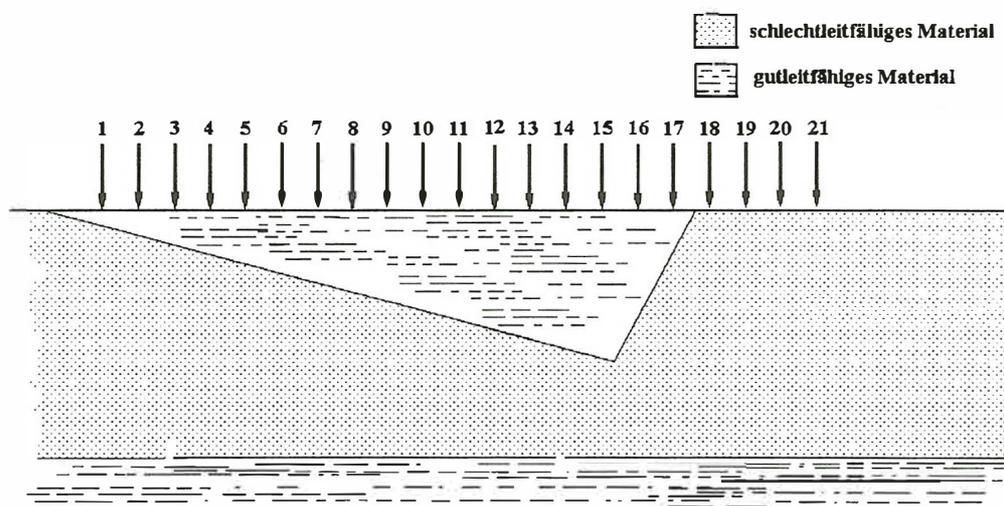


Abb. 8 Qualitatives Modell für die Widerstandsverteilung im Untergrund.

#### Literatur

- Carpenter, E.W. (1955). Some notes concerning the Wenner Configuration. *Geophysical Prospecting* 29, 388-402.
- Lehman, H. (1993). Geoelektrik in der Archäometrie: Entwicklung und erster Einsatz einer prozessorgesteuerten Multielektrodenanpperatur und zugehörige Datenaufbereitung. *Geophysikalische Arbeiten sowie Mitteilungen aus Meteorologie und Astrophysik* 52, hrsg. v. Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig.
- Noel, M., Xu, B. (1991). Archaeological investigation by electrical resistivity tomography: a preliminary study. *Geophysical Journal International* 107, 95-102.
- Van Overmeeren, R.A., Ritsema, I.L., (1988). Continuous vertical electrical sounding. *First Break* 6, No.10, 313-324.