

ZUSAMMENHÄNGE ZWISCHEN HYDRAULISCHER PERMEABILITÄT UND ELEKTRISCHER LEITFÄHIGKEIT

U. Fauzi (Köln), K. Vozoff (Sydney),
F. M. Neubauer (Köln), A. Hördt (Köln)

I. Einführung

Die hydraulische Permeabilität ist eine der wichtigsten Gesteinseigenschaften, zum Beispiel als ein Eingabeparameter für die Simulation von Öl-, Gas-, oder Wasserreservoirs. Auch in der Umweltgeophysik, in der Beseitigung nuklearer Abfälle, ist die Information über Permeabilität notwendig.

Unglücklicherweise kann dieser Parameter nicht ohne weiteres bestimmt werden. Er kann nur aus Messungen am Kern erhalten werden, nicht aber direkt aus Bohrlochmessungen oder Oberflächenmessungen. Im Gegensatz dazu kann die elektrische Leitfähigkeit aus Kernen, Bohrlöchern und Oberflächenmessungen bestimmt werden. Aufgrund der Ähnlichkeit zwischen der Permeabilität und der elektrischer Leitfähigkeit, verursacht durch die gemeinsame Abhängigkeit von der Porengeometrie des Gesteines, ist es jedoch sinnvoll, die beiden Parameter zu verbinden und zu versuchen, die Permeabilität aus der Leitfähigkeit zu bestimmen. Hierzu gibt es sowohl theoretische, als auch empirische Ansätze.

Wegen der großen Bedeutung der hydraulischen Permeabilität haben verschiedene Autoren auch versucht, die hydraulische Permeabilität mit anderen physikalischen Parametern zu verbinden, um die Permeabilität aus diesen Parametern vorherzusagen. Beispielsweise wird die hydraulische Permeabilität mit der akustischen Impedanz (Klimentos und McCann, 1990; Best, et. al., 1994; Owen, 1993; Akbar, et. al., 1993), der Kapazität des Kationaustausches (Sen, et. al., 1990; Goode und Sen, 1988), und nuklearer magnetischer Resonanz (Sen, et. al., 1990; Schwartz, et. al., 1989; Thompson, et. al., 1989) korreliert.

In dieser Arbeit werden für die Daten aus der Literatur theoretische Modelle mit empirischen Formeln für den Zusammenhang zwischen hydraulischer Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit verglichen. Die Idee ist, einige neuere theoretische Ansätze mit realen Gesteinen zu überprüfen, um eventuell einige Phänomene besser zu verstehen. In allen untersuchten Fällen liefern die theoretischen Formeln bessere Ergebnisse.

II. Empirische und theoretische Formeln

II.1. Empirische Formel

Den Zusammenhang zwischen Permeabilität und Leitfähigkeit bzw Formationsfaktor kann man empirisch aus Archies Gesetz, für den Formationsfaktor F ,

$$F = \sigma_w / \sigma_o = a \phi^{-m} \quad (1)$$

und Kozenys Formel, für die Permeabilität k,

$$k = b \phi^{m'} \quad (2)$$

ableiten. Dabei ist ϕ die Porosität, σ_w die Leitfähigkeit des Poren- bzw. Kluftwassers, σ_o die Leitfähigkeit eines Gesteines, dessen Poren- bzw. Klufttraum vollständig mit wässriger Lösung bzw. Wasser gesättigt ist. Der Exponent m wurde bereits von Archie als eine von der Gesteinsart abhängige Größe erkannt, und als 'Zementationsexponent' bezeichnet (Schön, 1983). Dieser Exponent variiert zwischen 1 und 4, ist aber sehr oft nahe bei 2. Der Exponent m' liegt zwischen 3 und 6 (Hilfer, 1992). Bei realen Gesteinen sind die Formeln oft nicht gut erfüllt, d.h. das Potenzgesetz erklärt nicht immer die Daten zufriedenstellend. In solchen Fällen lassen sich die empirische Konstanten a, b, m, m' nicht ohne weiteres bestimmen. Deshalb ist es sinnvoll, theoretische Modelle zu studieren, um einige Zusammenhänge besser zu verstehen.

II.2. Theoretische Formel

Im Allgemeinen kann man die verschiedene theoretischen Modelle durch eine vereinfachte Formel:

$$k \propto P_g F^{-n} \quad (3)$$

zusammenfassen. Dabei ist P_g der Porengeometriefaktor. Für einige Modelle liegt der Exponent n zwischen 1 und 2 (Wong, 1988). Einige theoretisch abgeleitete Formeln, die in dieser Arbeit angewandt werden, werden hier kurz beschrieben.

II.2.1. Kapillarmodelle

Kapillarmodelle beruhen auf einem nichtleitenden Gesteinsblock, der von einem System elektrolytgefüllter Kapillaren durchsetzt. Der Porengeometriefaktor dieses Modells ist

$$P_g = \left(\frac{T_e \phi}{T_h S (1-\phi) f^{1/2}} \right)^2 \quad (4)$$

Dabei ist T_e die elektrische Tortuosität und T_h ist die hydraulische Tortuosität. Als Tortuosität bezeichnet man das Verhältnis der Gesamtlänge einer Kapillare zur kürzesten Strecke, also eine Art Umwegfaktor. S ist die spezifische innere Oberfläche, die als Porenoberfläche geteilt durch das Kornvolumen definiert ist. Der Konstante f ist die sogenannte Kozeny Konstante, die zwischen 2 und 3 liegt (Kobranova, 1989). Diese Konstante hängt vom Kapillarquerschnitt ab.

II.2.2. Einige neue entwickelte Theorien

Thompson, et. al. (1987) haben den Zusammenhang zwischen

hydraulischer Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit durch das Quecksilberinjektionsverfahren vorgestellt. Sie formulieren den Zusammenhang zwischen k und F als

$$k = (1/226) l_c^2 F^{-1} \quad (5)$$

Hier ist l_c die sogenannte charakteristische Länge, die mit dem Bruchgrenzdruck im Quecksilberinjektionsverfahren bestimmt wird. Aus den Meßbaren Größen berechnet sie sich nach Washburn (Thompson, et. al., 1987) als

$$l_c = 4 \tau \cos\theta / p_c \quad (6)$$

Dabei ist θ der Kontaktwinkel, τ ist der Oberflächendruck, und p_c ist der Porendruck, den man aus dem Quecksilberinjektionsverfahren erhalten kann.

Johnson, et. al. (1986) stellen eine neue Parameterlänge, Γ , vor, mit der sie den Zusammenhang zwischen Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit als

$$k \propto \Gamma^2 / (8 F) \quad (7)$$

beschreiben. Dabei ist Γ als

$$\Gamma = \frac{\int |E(r)|^2 dV_p}{\int |E(r)|^2 dS} \quad (8)$$

(nach Johnson, et. al. (1986)) formuliert. Physikalisch ist die charakteristische Länge, Γ , als ein Maß für den dynamischen verbundenen Teil des Porenraumes bekannt, d. h. die Totporen oder Totkapillaren haben keinen Beitrag zu Γ . Ohne elektrisches Feld ist Γ null. Hier ist E das elektrische Feld, V_p ist das Porenvolumen, und S ist die innere Oberfläche. Für die Suspension ($0.4 < \Phi < 1.0$) kann $\Gamma = (2\Phi d)/(9(1-\Phi))$ formuliert werden (Johnson, et. al., 1986). Dabei ist d der Korndurchmesser.

III. Vergleich zwischen empirischen und theoretischen Formeln

Um die empirischen und theoretischen Ansätze mit einander zu vergleichen, wurden die Formeln auf Datensätze der Literatur angewandt. Für verschiedene Datensätze wurde unter Benutzung der angegebenen Formeln die Permeabilität aus der Leitfähigkeit berechnet und mit der gemessene Permeabilität verglichen. Zur Bewertung der Formeln wird der Korrelationskoeffizient und das Residuum verwendet.

In den Abbildungen 1a, 1b, 1c werden die Daten von Guyon, et. al. (1987) benutzt. Die Daten stammen von einem künstlichen Gestein, sogenannte 'binary packings' (nach Guyon, et. al. (1987)). Für die theoretische Formel wurde die Gleichung 7 benutzt. Obwohl die Porositäten kleiner als 40% sind, funktioniert die theoretische (Gl. 7) besser als die empirische Formel (Gl. 1 und 2).

Die Regressionsanalyse für die Abb. 1c ergibt

R-theoretisch	= 0.983
R-empirisch	= 0.852
Res. Fehler-theoretisch	= 0.011
Res. Fehler-empirisch	= 0.087

Es zeigt sich, daß das theoretische Modell einen deutlich höheren Korrelationskoeffizienten und kleineres Residuum hat als die empirische Formel.

In den Abbildungen 2a, 2b, 2c sind die Daten aus Thompson, et. al. (1987) genommen. Die Daten stammen von reinen Sandsteinen. Die theoretische Formel (Gl. 6) wurde benutzt, um die Permeabilität aus dem Formationsfaktor zu bestimmen, da dafür die notwendigen Parameter zur Verfügung standen.

Die Ergebnisse der Regressionsanalyse für die Abb. 2c sind:

R-theoretisch	= 0.978
R-empirisch	= 0.841
Res. Fehler-theoretisch	= 0.101
Res. fehler-empirisch	= 0.683

Wieder sind die theoretischen Ergebnisse deutlich besser als die empirischen.

Die beiden obigen Beispiele zeigen, daß der Porengeometriefaktor des Gesteines P_g eine wichtige Rolle spielt. Das bedeutet, daß wir die Permeabilität aus der elektrischen Leitfähigkeit gut vorhersagen können, wenn wir den Porengeometriefaktor des Gesteines betrachten. Es ist aber oft sehr schwierig, die hydraulische Permeabilität vorherzusagen, wenn nur die Porosität bzw. der Formationsfaktor herangezogen wird.

In der Abbildung 3 sind die Daten aus Sen, et. al. (1990) genommen. Die Konstanten für die empirische Formel sind nicht bestimmbar, denn die Daten streuen sehr stark, d.h. es gibt keine gute lineare Regression für die $F-\phi$ und $k-\phi$ Kurven. Das Kapillarmodell paßt nicht zu allen Datenpunkten, da Tonmineralien einen großen Einfluß ausüben. Tonmineralien beeinflussen sowohl die Permeabilität als auch den Formationsfaktor. Die innere Oberfläche der Tonmineralen ist sehr groß. Diese reduziert die Permeabilität. Außerdem sind Tonminerale gutleitend. In diesem Fall gilt Archies Gesetz nicht mehr. Die Permeabilitätsvorhersage aus der elektrischen Leitfähigkeit für toniger Gesteine ist bis heute noch immer ein interessantes Forschungsgebiet.

IV. Zusammenfassung

Die Permeabilität läßt sich durch theoretische Modelle gut vorhersagen. In allen untersuchten Fällen können wir aus der Regressionsanalyse sagen, daß die theoretischen Formeln deutlich besser als die empirischen sind.

Durch die theoretischen Studien erhalten wir noch einige weitere Vorteile:

- Man kann die physikalischen Parameter des Gesteines besser

verstehen.

- Es ist möglich die Permeabilität vorherzusagen, auch wenn die empirischen Konstanten schwierig zu finden sind.

Weitere Studien sind notwendig, um Formeln für eine größere Gruppe von Gesteinen zu finden und andere physikalische Aspekte z.B Tongehalt, Anisotropie, usw, zu verstehen.

Die Beziehung zwischen hydraulischer Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit wurde in der Magnetotellurik für die Bestimmung der Transporteigenschaften von Granit benutzt (Beamish, 1991). Aus Messungen der induzierten Polarisation hat Weller (pers. komm.) die hydraulische Permeabilität von Sedimenten durch den Zusammenhang zwischen hydraulischer Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit bestimmt. Katsube und Hume (1987) haben den Zusammenhang in der Bohrlochgeophysik ebenfalls angewandt. Ähnliche Anwendungen auf andere geophysikalische Methoden steht noch aus.

Weitere Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen hydraulischer Permeabilität und elektrischer Leitfähigkeit durch die neue entwickelte Theorie und deren Anwendungen auf andere geophysikalische Methoden werden wir durchführen.

V. Literatur

- Akbar N., Dvorkin J., Nur A., Relating P-Wave Attenuation to Permeability, *Geophysics*, Vol. 58, No. 1, 20-29, 1993.
- Beamish D., Transport Properties Obtained from Magnetotelluric Sounding of Granite, *First Break* 8, 305, 1990.
- Banavar J.R. and Johnson, D. L., Characteristic Pore Size and Transport in Porous Media, *Phys. Rev. Lett.* 57, 2564, 1986.
- Best A.I, McCann C., Sothcott J., *Geophys. Prospecting*, 42, 151-178, 1994.
- Goode P. und Sen P.N., Charge Density and Permeability in Clay Bearing Sandstones, *Geophysics*, Vol. 53, No. 12, 1610-1612, 1988.
- Guyon E., Oger L., und Plona T.J., Transport Properties in Sintered Porous Media Composed of Two Particle Sizes, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 20, 1637, 1987.
- Hilfer, R., Local Porosity Theory for Flow in Porous Media, *Phys. Rev. B* 45, 7115, 1992.
- Johnson D.L., Koplik J, Schwartz L.M., New Pore-Size Parameter Characterizing Transport in Porous Media, *Phys. Rev. Lett.* 57, 2564, 1986.
- Katsube T.J. und Hume J.P, *Geophysics*, vol 52, No. 3, 342-352, 1987.
- Klimentos T. and McCann C., *Geophysics*, vol 55, No. 8, 998-1014, 1990.
- Kobranova V.N., *Petrophysics*, Mir Publisher Moscow, 1989.
- Koplik J, Lin C., Vermette M., Conductivity and Permeability from Microgeometry, *J. Appl. Phys.* 56, 3127, 1984.
- Owen P.F., Porosity, permeability and rock strength parameters in siliclastic reservoirs, *First Break*, vol. 11., no. 9, september 1993.
- Sen P.N., Straley C., Kenyon W.E, Whittingham M.S., Surface-to-volume Ratio, Charge Density, Nuclear Magnetic Relaxation, and Permeability in Clay-bearing Sandstones, *Geophysics*,

- vol. 55, No. 1, pp. 61-69, 1990.
 Schön J., Petrophysik, Enke, 1983.
 Schwartz L. M. and Banavar J.R., Transport Properties of Disordered Continuum Systems, Phys. Rev. B 39, 11965, 1989.
 Thompson A.H., Katz A.J, und Krohn C.E., The Microgeometry and Transport Properties of Sedimentary Rock, Advances in Physics 36, 625, 1987.
 Wong P-z., The Statistical Physics of Sedimentary Rock, Physics Today, December, 1988.

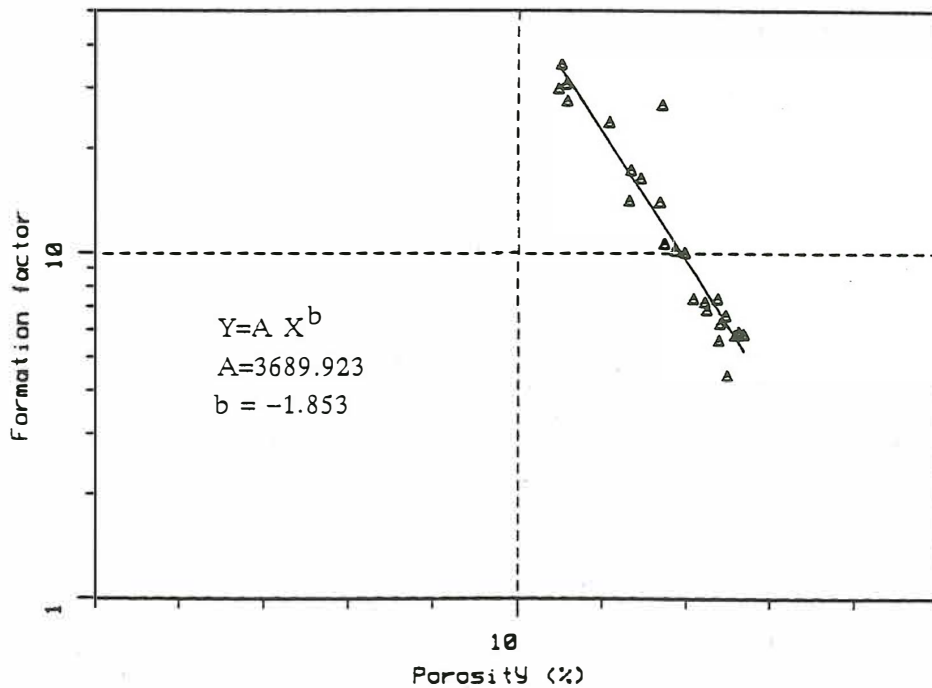


Abb. 1a: Formationsfaktor als Funktion der Porosität.
 Gemessene Daten von Guyon et. al. (1987) und angepaßte Regressionsgerade

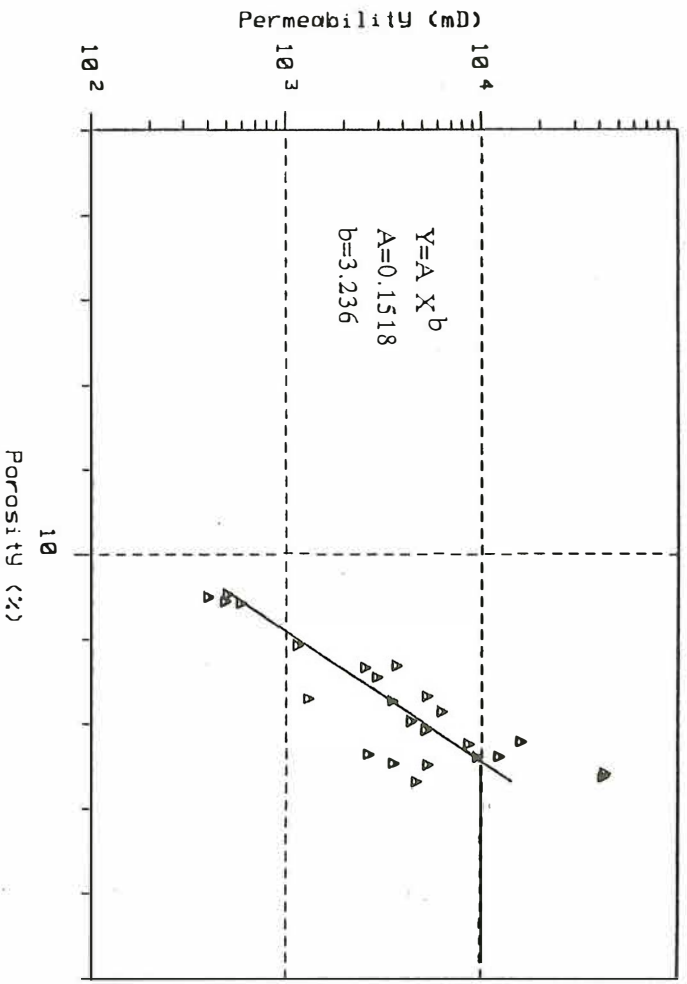


Abb. 1b: Permeabilität als Funktion der Porosität
 Gemessene Daten von Guyon et. al. (1987) und angepasste Regressionsgerade

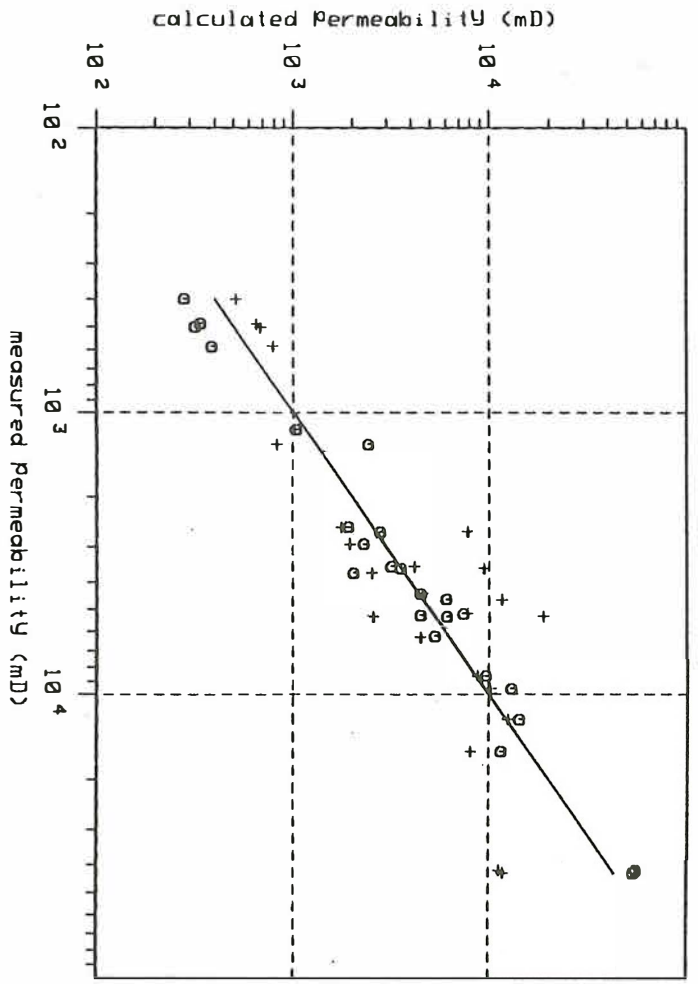


Abb. 1c: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Permeabilität
 Gemessene Daten von Guyon et. al. (1987).

- + : empirische Ergebnisse
- o : theoretische Ergebnisse
- : gemessene Permeabilität = berechnete Permeabilität

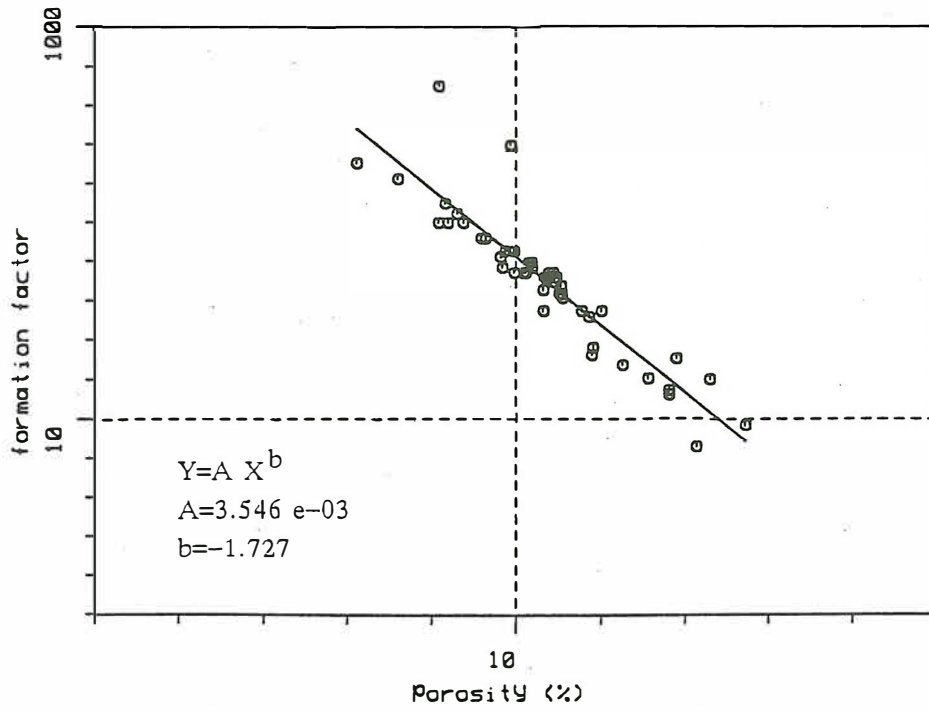


Abb. 2a: Formationsfaktor als Funktion der Porosität
 Gemessene Daten von Thompson et. al (1987) und angepaßte Regressionsgerade

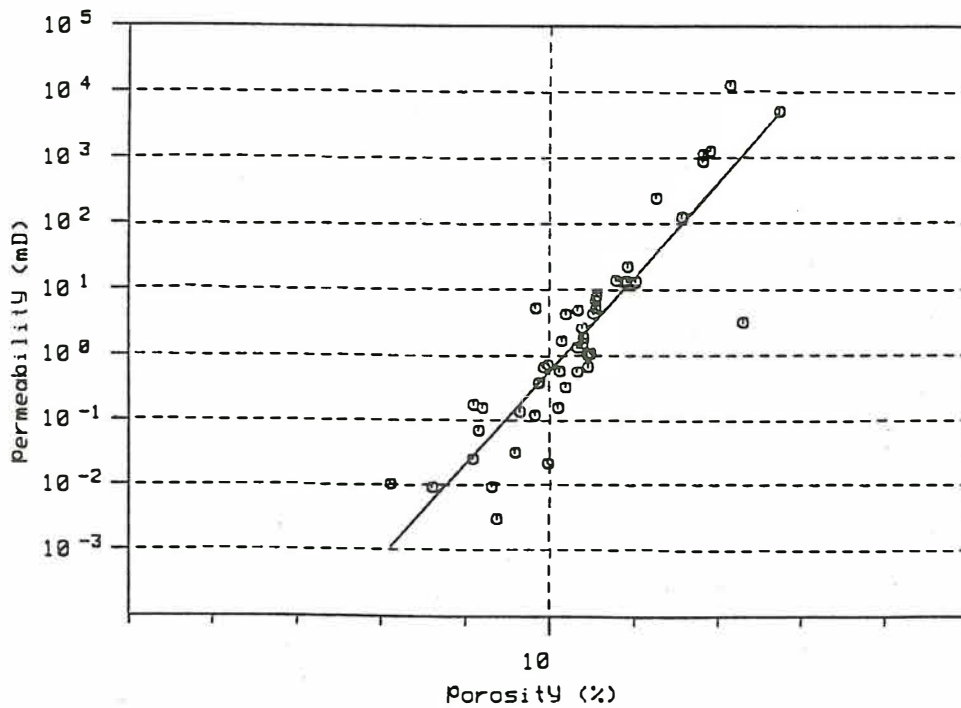


Abb. 2b: Permeabilität als Funktion der Porosität.
 Gemessene Daten von Thompson et. al. (1987) und angepaßte Regressionsgerade

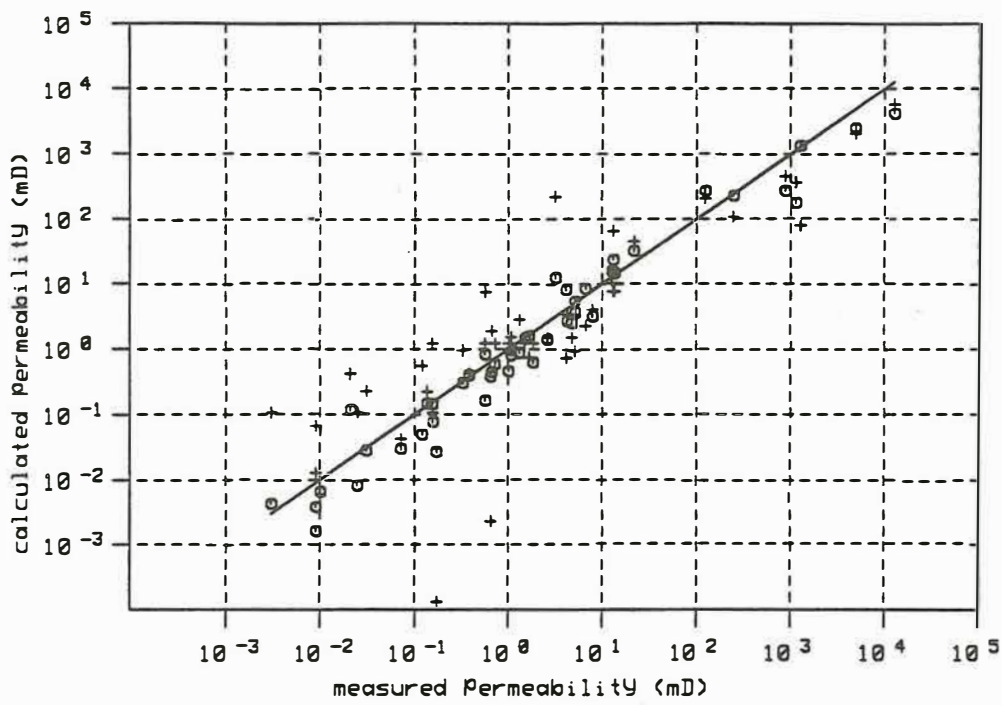


Abb. 2c: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Permeabilität
 Gemessene Daten von Thompson et.al. (1987)

- + : empirische Ergebnisse
- o : theoretische Ergebnisse
- : gemessene Permeabilität = berechnete Permeabilität

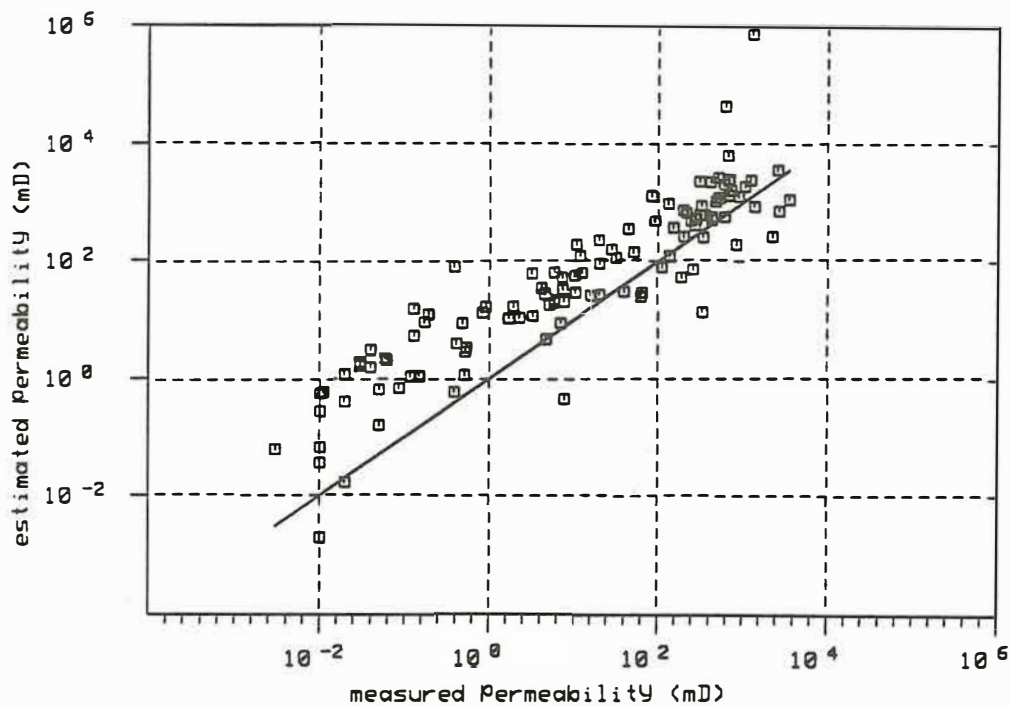


Abb. 3: Vergleich zwischen gemessener und semi-empirischer berechneter Permeabilität

Gemessene Daten von Sen et. al. (1990)

- o : semi-empirische Ergebnisse
- : gemessene = berechnete