

Vortrag Dipl. Phys. v. Consbruch, München

---

Elektromagnetische Induktion im Zylinder örtlich-  
variabler Leitfähigkeit

---

Donnerstag, den 1. 2. 1962

Für die Leitfähigkeitsverteilung längs des Zylinderradius  $a$  wurde der Ansatz

$$\sigma = \sigma_0 (\rho/a)^n$$

gewählt. Die Oberflächenleitfähigkeit ist durch  $\sigma_0$  gegeben,  $\rho$  kennzeichnet die variable Mittelpunktsentfernung und  $n$  gibt die Potenz an, mit der die Leitfähigkeit mit zunehmender Eindringtiefe in den Zylinder wächst oder abnimmt, je nachdem ob  $n$  negatives oder positives Vorzeichen aufweist.  $n=0$  beschreibt den von Kertz (Gerl. Beitr. 69, 1, S. 4-28 (1960)) behandelten Fall homogener Leitfähigkeit.

Der Zylinder ist in seiner Längsrichtung unendlich ausgedehnt. Das induzierende homogene magnetische Wechselfeld verläuft transversal, dementsprechend fließen die induzierten Ströme in jedem Querschnitt parallel zur Zylinderachse und zwar in jeder Zylinderhälfte in entgegengesetzter Richtung. Die Stromfäden schließen sich im Unendlichen. Die Periode des induzierenden Magnetfeldes wurde so groß angenommen, daß in dem Modell Phasenverschiebungen der elektromagnetischen Welle unberücksichtigt bleiben können, die physikalischen Vorgänge also quasistationär verlaufen. Die verwendete Leitfähigkeitsverteilung fordert für negative  $n$  und ein magnetisches Wechselfeld, dessen Periode gegen Unendlich strebt, daß die elektrische Stromdichte im Mittelpunkt des Zylinders über jede obere Schranke wächst. Hierzu tritt bei endlicher zeitlicher Variation des äußeren Magnetfeldes die Wirkung der Selbstinduktion und es kommt zu einer Überlagerung von beiden Effekten.

Für hinreichend große Werte des Betrages von  $n$  wird die Eindringtiefe der Ströme beliebig klein. Sowohl für  $n=+\infty$  als auch für  $n=-\infty$  fließen die induzierten Ströme, wenn auch aus gänzlich unterschiedlichen Gründen, nur in der Zylinderoberfläche.  $n=+\infty$  beschreibt ein Modell, in dem die Oberfläche die Leit-

fähigkeit  $\sigma_0$  besitzt und das Innere des Zylinders mit elektrisch nicht-leitender Materie ausgefüllt ist. Bei endlicher Leitfähigkeit des Mantels und endlicher Frequenz des induzierenden Magnetfeldes dringen die induzierten Ströme für  $n = -\infty$  auch quasi nur in die Oberflächenschicht des Zylinders ein. In diesem Falle besteht das Zylinderinnere aus einem vollkommenen Leiter. In der äußeren Haut des vollkommenen Leiters wird ein Strom induziert, so daß der gesamte zeitlich veränderliche magnetische Fluß durch die Oberfläche Null wird und in inneren Schichten die Möglichkeit zur Induktion nicht mehr gegeben ist. Zwischen beiden Grenzfällen erreicht die Eindringtiefe der Ströme für  $-2 < n < -1$  und teilweise auch für  $n = -2$  ihren größten Wert. In diesem Bereich von  $n$  ist die Stromdichte im Zylindermittelpunkt unendlich. Wesentliche Anteile der induzierten Ströme fließen im Inneren und nicht auf der Oberfläche des Zylinders. Ausgehend von der üblichen Definition der Eindringtiefe der Ströme wird dieselbe negativ. Den Übergang von verschwindend kleiner zu unendlicher Stromdichte im Zylindermittelpunkt, oder anders ausgedrückt von negativer zu positiver Eindringtiefe der Ströme bildet der Fall, daß die Stromdichte längs des gesamten Zylinderradius den gleichen Wert besitzt. Die Wirkung von Skin-Effekt und der nach innen zunehmenden Leitfähigkeit heben sich gegenseitig auf.

Durch die Überlagerung von Skin-Effekt und der Zunahme der Leitfähigkeit läßt sich für jedes negative  $n$  und jede beliebige Mittelpunktentfernung eine Frequenz des induzierenden Magnetfeldes finden, so daß die Stromdichte längs des Radius an der gewählten Mittelpunktentfernung ein Maximum besitzt. Für hohe Frequenzen des induzierenden Magnetfeldes liegen bei festem  $n$  die Maxima in der Nähe der Zylinderoberfläche. Nimmt die Periode des äußeren Magnetfeldes zu, so verschieben sich die Maxima zum Mittelpunkt des Zylinders hin. Überwiegt der Einfluß der Zunahme der Leitfähigkeit die Wirkung der Selbstinduktion (d.h. unendliche Stromdichte im Zylindermittelpunkt), so wächst der Betrag der Stromdichte in den Maxima mit abnehmender Frequenz. Ist andererseits die Wirkung der Selbstinduktion das vorherrschende Element und wird diese nur durch die Zunahme der Leitfähigkeit gedämpft (d.h. die Stromdichte im Mittelpunkt verschwindet), so verringert sich der Betrag der Stromdichte in den Maxima mit abnehmender Frequenz.

Unabhängig von der Frequenz des induzierenden Magnetfeldes befindet sich das Maximum der Stromdichte für positive  $n$  immer an der Zylinderoberfläche.

Die Ergebnisse lassen sich qualitativ auch auf andere Leitfähigkeitsverteilungen und Körper wie Kugel und Ellipsoid übertragen, solange sich die Leitfähigkeit von Ort zu Ort nur stetig ändert und entweder monoton zu- oder abnimmt.