

Protokoll
über das Symposium
"Erdmagnetische Tiefensondierung"
in Salzgitter-Lebenstedt
vom 10. bis 12. Okt. 1963

Achtung!

Diese folgenden Vortragszusammenfassungen, Berichte usw. dienen nur der Information eines begrenzten Kreises von Interessenten; sie gelten nicht als Veröffentlichungen. - Zitate daraus können nur mit schriftlicher Zustimmung der Autoren zugelassen werden.

Attention, Please!

The following compositions, and so on shall strictly be understood only as informations for a small group of persons interested in the field; they are not to be considered as publications. - Quotations therefrom cannot be allowed without written permission of the author.

Geschrieben im Institut für Geophysik und Meteorologie
der Technischen Hochschule Braunschweig, Pockelsstr. 11

November 1963

Vom 10. bis 12. Oktober 1963 fand in Salzgitter-Lebenstedt ein Symposium über "Erdmagnetische Tiefensondierung" statt. Es bildete die unmittelbare Fortsetzung der Zusammenkunft in Kassel vom 1. bis 2. Februar 1962, die dem gleichen Thema gewidmet war. Der vorliegende Band enthält die Manuskripte der gehaltenen Vorträge und schließt somit an das Kasseler Protokoll an.

Aufgabe dieser Zusammenfassung soll es ein, allen unmittelbar an dieser Arbeit Beteiligten als Informationsquelle und Arbeitsgrundlage zu dienen. Rasche Vervielfältigung war daher geboten, sollte einmal allen, die nicht teilnehmen konnten, ein Ersatz gegeben werden und zum anderen bei den Teilnehmern der unmittelbare Eindruck nicht schon wieder verwischt sein.

Die unverzügliche Abgabe fertiger Manuskripte, für die den einzelnen Referenten bestens gedankt sei, hat zwar zur Beschleunigung wesentlich beigetragen, doch wirkte sich andererseits die Zunahme des Umfangs, insbesondere der Figuren verzögernd aus. Wir hoffen, zwischen rascher Fertigstellung und brauchbarer Qualität, insbesondere der Figuren, das richtige Mittelmaß getroffen zu haben.

In erster Linie gilt der Dank aber wieder der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die durch Erfüllung aller finanziellen Erfordernisse die Zusammenkunft erst ermöglicht hat.

Hans Georg Scheube

(Hans-Georg Scheube)

I N H A L T

	Seite
Kertz: Zu Ergebnissen der Tiefensondierung in den USA und der Schmuckerschen Interpretation	1
Helbig: Ergänzung zum Vortrag von Prof. Kertz	10
Diskussion zu den Vorträgen Kertz und Helbig	13
Voppel: Magnetische Variationen auf ozeanischen Inseln	15
Diskussion zu dem Vortrag Voppel	21
Musmann: Geomagnetische Messungen in Italien von G. Simeon und A. Sposito	22
X Angenheister: Einiges zur Anwendung der Magneto- tellurik; das Verfahren von Cagniard	30
X Sengpiel: Vorläufige Auswertung der Messung des elek- trischen Feldes längs eines NS-Profiles vom Zentrum der Bayerischen Molasse (Kraiburg) bis in das Kristallin des Bayerischen Waldes	43
X Berktold: Der Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die Messung des \vec{E} -Feldes	58
Diskussion zu den Vorträgen Sengpiel und Berktold	62
Untiedt: Zum Auswertverfahren von Parkinson, Wiese und Jaeschke	64
Diskussion zu dem Vortrag Untiedt	70
X Voelker: Erdmagnetische Tiefensondierung mit Pulsa- tionen nach Jaeschke ⁺⁾	71
X Diskussion zu dem Vortrag Voelker	71
X Siebert: Ein Verfahren zur unmittelbaren Bestimmung der Leitfähigkeitsverteilung mit der Tiefe bei zweidimensionalen induzierenden Magnetfeldern mit veränderlicher Periode	72
Diskussion zu dem Vortrag Siebert	79
Scheube: Komponentenverfahren	80
Diskussion zu dem Vortrag Scheube	96

⁺⁾ Der Vortrag fußt auf der Veröffentlichung von Rudolf Jaeschke:
"Registrierung von Pulsationen im südlichen Niedersachsen als
Beitrag zur erdmagnetischen Tiefensondierung", Mitteilungen aus
dem Max-Planck-Institut für Aeronomie, Nr. 12, 1963.

Von einer Vortragszusammenfassung wurde abgesehen.

Angenheister: Die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit in der Erdkruste und im oberen Mantel	97
Flathe: Übersicht über Werte der Horizontal-Leitfähigkeit, berechnet aus Bohrlochmessungen in Niedersachsen	109
Diskussion zu den Vorträgen Angenheister und Flathe	118
v. Consbruch: Elektromagnetische Induktion im Zylinder räumlich-variabler Leitfähigkeit	120
Diskussion zu dem Vortrag v. Consbruch	123
Untiedt: Induktion in einem homogenen Zylinder (nach Dr. J. Meyer) ^{*)}	
Berkbold: Eine Apparatur zur \vec{E} -Feldmessung im Gelände	124
Diskussion zu dem Vortrag Berkbold	128
Voppel: Die langzeitliche Konstanz der Z-Basis des Askania-Variographen	129
Diskussion zu dem Vortrag Voppel	141
Spitta: Modellversuche zur erdmagnetischen Induktion in Leitfähigkeitsanomalien	142
Diskussion zu dem Vortrag Spitta	154
Schlußbemerkungen	155
Nachträgliche Diskussionsbemerkung von Dr. Hallenbach	158
Ausschußbericht "Auswertung"	159
Ausschußbericht "Literatur"	160
Ausschußbericht "Normung"	161

^{*)} Der Vortrag fußt auf der Veröffentlichung von Joachim Meyer: "Elektromagnetische Induktion in einem leitenden homogenen Zylinder durch äußere magnetische und elektrische Wechselfelder", Mitteilungen aus dem Max-Planck-Institut für Aeronomie, Nr. 13, 1967. Von einer Vortragszusammenfassung wurde abgesehen.

Vortrag Prof. Kertz, Braunschweig

"Zu Ergebnissen der Tiefensondierung in den USA
und der Schmuckerschen Interpretation"

Donnerstag, den 10.10.1963

Einleitung

Dr. Schmucker hat uns vor einigen Monaten Teile des Entwurfes für den Final Report über seine Arbeiten in den USA zugesandt (3 von 8 Kapiteln, aber die Abbildungen zu der ganzen Arbeit). Diese Bruchstücke wurden ergänzt durch seinen Vortrag vom 24.8.63 in Berkeley und durch Gespräche, die wir dort mit ihm führten. Aufgrund dieses Materials will ich versuchen, über die Ergebnisse der Tiefensondierung in den USA zu berichten.

Ganz kurz fassen möchte ich mich bei Fragen der Beobachtungs- und Auswertetechnik: Es wurden 6 Askania Variographen mit Registrierung auf 16 mm-Film (0,5 cm/Std.) benutzt. Dr. Schmucker wandte kein Trennungsverfahren an, sondern leitete das äußere Feld aus den Registrierungen einer oder mehrerer "ungestörter" Stationen ab. Zur Erfassung der Periodenabhängigkeit wurden Einzeleffekte, klassische Harmonische Analysen und Berechnung der Spektren über Auto- und Kreuzkorrelationen herangezogen. Die Übereinstimmung der Ergebnisse dieser verschiedenen Verfahren wurde überprüft. Nicht eingehen möchte ich auch auf sorgfältige Untersuchungen der Sq-Gänge.

A. Lage der Beobachtungsprofile und gefundene Anomalien.

Die Untersuchungen wurden von Tucson (Ariz.) aus begonnen. Von dort wurde ein Profil immer weiter nach Osten bis Sweetwater (Texas) vorgetrieben. Ein zweites W-E Profil reichte von La-Jolla (Cal.) bis Taona (Ariz.). Im Westen wurde es durch Registrierungen auf der Insel San Clemente ergänzt. Schließlich wurden zur Erfassung des Küsteneffektes in Mittelkalifornien 4 Profile senkrecht von der Küste weg ins Land hineingelegt. Während des AGI waren die Variographen in einem weitmaschigen Netz über die USA verteilt. Einige dabei beobachtete Effekte wurden von Matsushita bearbeitet und veröffentlicht. (J. Geophys. Res. 65 1423-1435, 1960). Für s.c.-Störungen fand er in Price (Utah)

anomale Z-Variationen.

Insgesamt wurden folgende Leitfähigkeitsanomalien aus dem Verlauf der magnetischen Variationen entdeckt:

- (1) New Mexico
- (2) California-Küste
- (3) Sierra Nevada
- (4) Yuma (Ariz.)
- (5) Price (Utah)

In der folgenden Tabelle werden die charakteristischen Merkmale dieser Anomalien übersichtlich angegeben. Die Norddeutsche Anomalie ist des Vergleiches halber hinzugefügt.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	Nordd.
Streichrichtung	N-S	Küste	NW-SE	N-S	N-S	W-E
Halbwertsbreite [km]	300	50	100	50	?	100
Effektivste Frequ. [cph]	1	1	4	1	10	1
$\Delta Z / \Delta H_{\perp}$	0.2	0.6	0.3	0.15	0.35	0.5
Phase	w	w	v	v	?	w

Dabei bedeutet : cph = cycles per hour = Schwingungen pro Stunde

w = 0°-Phase

v = 90°-Phase

Die kalifornischen Messungen hat Schmucker in zwei Karten (1 und 4 cph) für den 0°- (Index w) und den 90°-Phase-Anteil (Index v) der normierten Z-Variationen dargestellt. Die Richtung der für die Induktion wirksamsten horizontalen Feldstärke H_{\perp} wurde dabei für jeden Ort nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt und mit eingezeichnet. Für Küstenstationen steht sie stets senkrecht zur Küste.

B. Theoretische Modelle

Schmucker unterscheidet 3 Arten von Anomalien: (Fig. 1 s. Seite 5) = Fig. 37 bei Schmucker).

- a) Störkörper
- b) Kernundulationen
- c) Schalenstörungen

Die Magnetfeldverteilungen zu allen gezeichneten Anomalien haben die gleiche Halbwertsbreite und ein ähnliches Aussehen. Allen Modellen ist gemeinsam ein vollkommen leitfähiger Kern, ein isolierender Mantel und eine 4 km dicke Schale mit der Leitfähigkeit $\sigma = 4 \cdot 10^{-13} \text{ emu} = 0.01 \text{ Ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$. Die Modelle unterscheiden sich aber in der Phasenverschiebung. Störkörper- und Kerninduktionsanomalien besitzen eine effektivste Frequenz: Bei niederen Frequenzen werden nur schwache Ströme induziert, bei sehr hohen schirmt die Schale die "Anomalie" ab, dazwischen liegt die effektivste Frequenz.

Mit einem einfachen Modell veranschaulicht Schmucker die Wechselwirkung zwischen Kern und Schale: Fig. 2 s. Seite 6- Fig. 28 bei Schmucker). Ein homogenes äußeres Feld ($n = 1$) induziert in Kern und Schale Ströme, deren Magnetfelder Dipolfelder sind. Die Fig. 3 s. Seite 7- Fig. 29 bei Schmucker zeigt die Induktionskurven zu diesem Modell mit $\sigma_2 = \infty$. V_1, V_2, w_1, φ_1 geben das Frequenzverhalten der Dipolmomente der induzierten Ströme. Als Kurvenparameter ist a/A angeschrieben. Die Anwesenheit des Kernes dämpft den Einfluß der Schale. V_2 erreicht ein Maximum in der Mitte. $\varphi_1 = -V_1$ bewirkt, daß das 90° -Feld im Innern des Kernes völlig aufgehoben wird. Zahlenbeispiel: zu $a/A = 0.95$ ($h = 330 \text{ km}$) gehört zu Sq-Variationen ein Wert mit der Abszisse 9,5 und zu Baystörungen (Aeph) 230.

Schmucker hat auch Modelle mit endlicher Leitfähigkeit des Kernes berechnet. Man erkennt aus den Ergebnissen folgende wichtige Äquivalenzrelation: Für den 0° -Phase-Anteil entspricht ein Kern von endlicher Leitfähigkeit einem vollkommen leitenden Kern in größerer Tiefe.

Zur Demonstration von Schalenstörungen sind verschiedene zweidimensionale Modelle berechnet worden: Insel im Meer oder Granitrücken in Sedimenten, endliche Lücke in der Schale und Kante (= Rand einer unendlichen Lücke). Für letzteres zeigt Fig. 4 s. S. 8 (= Fig. 33 bei Schmucker) die Feldverteilung für $f = 0.5 \text{ cph}$. Man erkennt eine starke Z_{m} -Störung über der Kante. Die Variationen in Z_{H} und H sind geringer. Die Halbwertsbreite der Störung entspricht der Tiefe h des Kernes. Zur Ergänzung ist der

"Grenzfall" $f = \infty$ mit eingezeichnet. Für diesen Grenzfall lassen sich mit Hilfe einer konformen Abbildung die Feld- und Potentiallinien berechnen (Fig. 5 s. S. 9 (= Fig. 35 bei Schmucker)). Die Potentiallinien stehen stets senkrecht auf den Begrenzungsflächen. Ähnlich dem in Fig. 5 dargestellten Feld ist auch das einer Stufe



Dieses Modell läßt sich für Kern- und Potentialfelder beziehen.

6. Deutung der Anomalien

(1) Die Anomalie in New Mexico kann durch die Unterschiede in den Oberflächenschichten alleine nicht erklärt werden. Nach Westen, nach Arizona zu finden wir Granit, nach Osten ins Gebiet von Texas hinein Sedimente. Die Tatsache, daß der innere Anteil in Z_w nach Osten zu über Hunderte von km konstant bleibt, deutet auf eine Kernundulation. Für $f = 1$ cph rechnet Schmucker mit einer Kernstufe. Im Westen ist $h = 180$ km und im Osten 360 km.

(2) Der Küsteneffekt in Kalifornien erklärt sich aus der Geometrie des Küstenabfalles. Für das Meerwasser wird eine Leitfähigkeit von $4 \cdot 10^{-11} \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1} = 4 \text{ Ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$ angenommen. In die Rechnungen geht dann ein die "Totale Leitfähigkeit" $\tau = \sigma d$, mit $d =$ Meerestiefe. τ ist eine Funktion des Ortes. Mit den aus τ und einem vollkommen leitenden Kern berechneten Modellen lassen sich die Beobachtungen des Küsteneffektes befriedigend erklären. Dabei wird die Tiefe h des Kernes für die verschiedenen Frequenzen unterschiedlich angenommen und zwar für

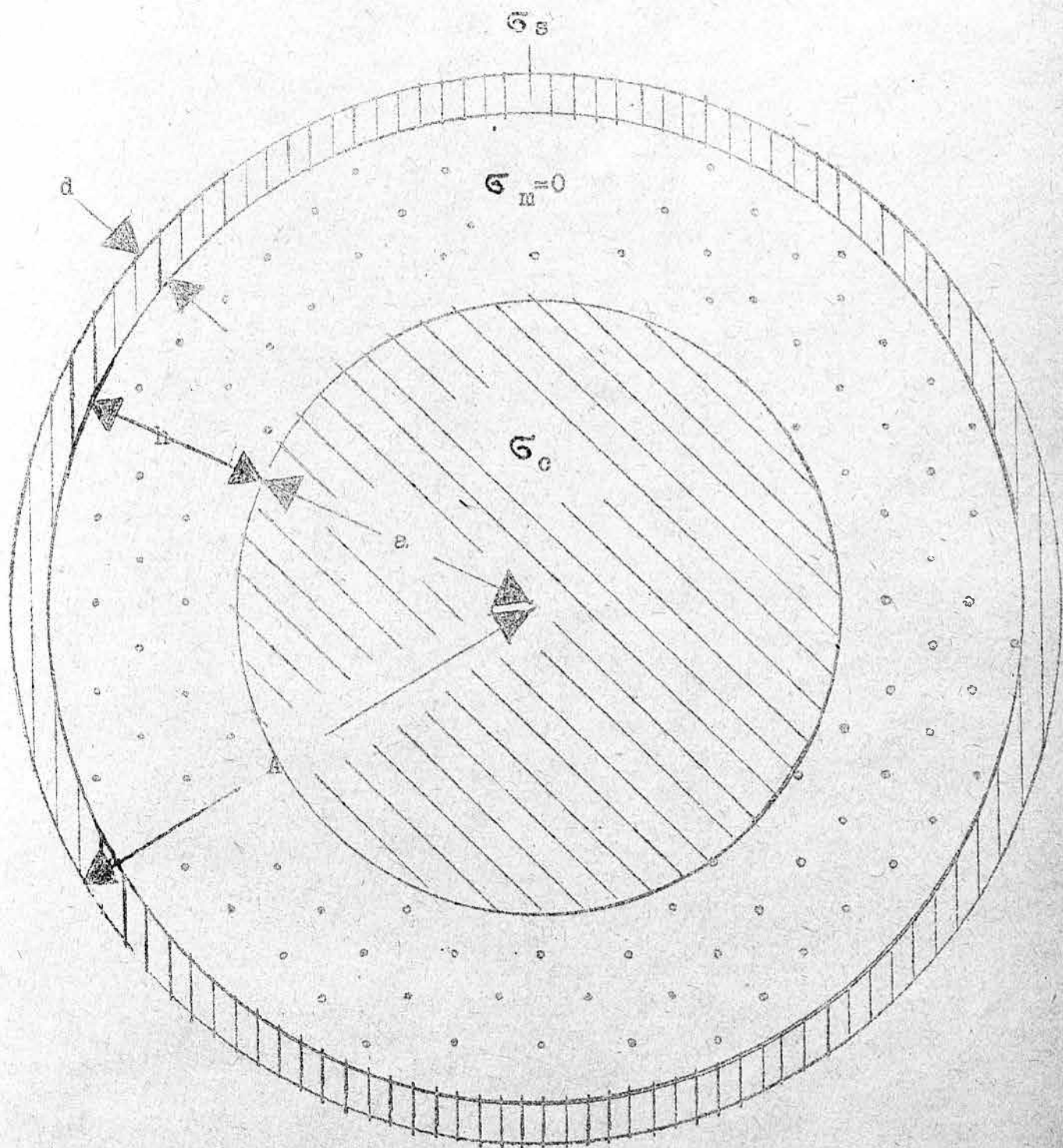
$f = 0,5$ cph	$h = 300$ km
1,0 cph	180 km
2,0 cph	120 km
4,0 cph	80 km

(3) In gleicher Weise wird auch die Sierra Nevada Anomalie erklärt. Die Anomalie beruht auf den Ablagerungen in San Joaquin Valley. τ ist hier viel kleiner als im Ozean. Die Anomalie zeigt sich vor allem bei $f = 4,0$ cph.

(4) Ähnlich verhält es sich mit der Yuma Anomalie, für die die Ablagerungen im Imperial Valley verantwortlich sind.

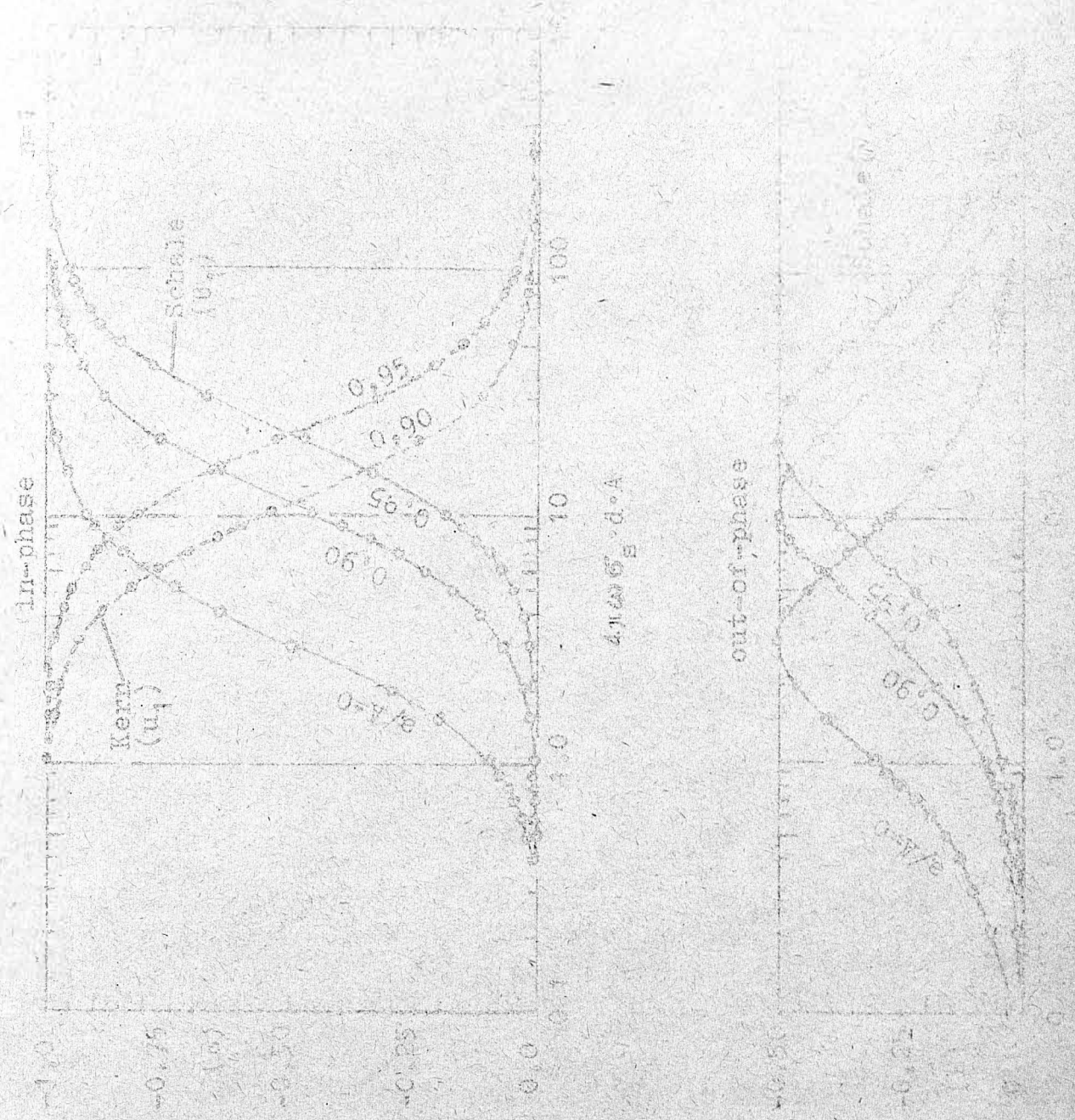
(5) Die Anomalie bei Price ist zu wenig bekannt, um Erklärungsversuche anstellen zu können.

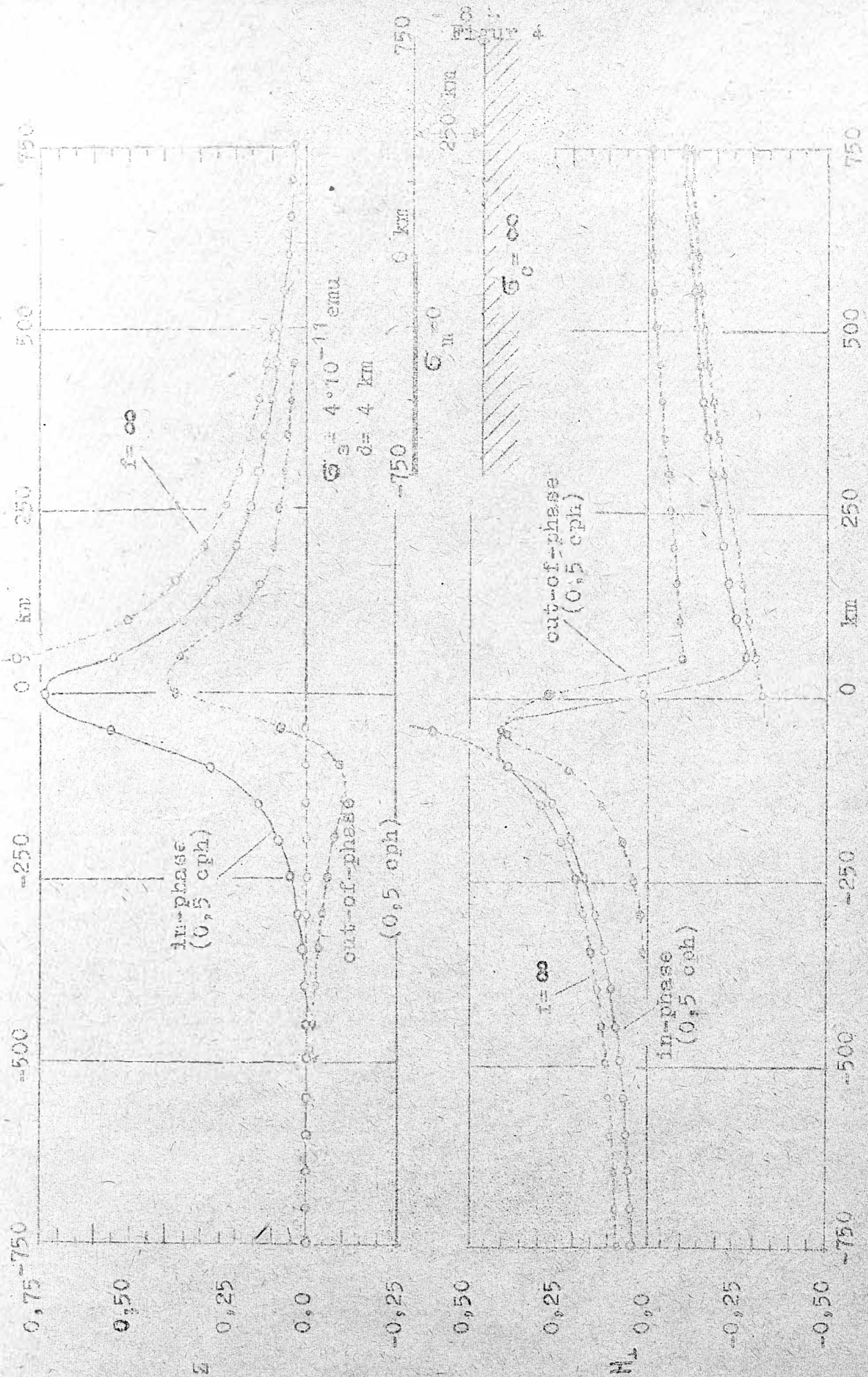
Figur 2



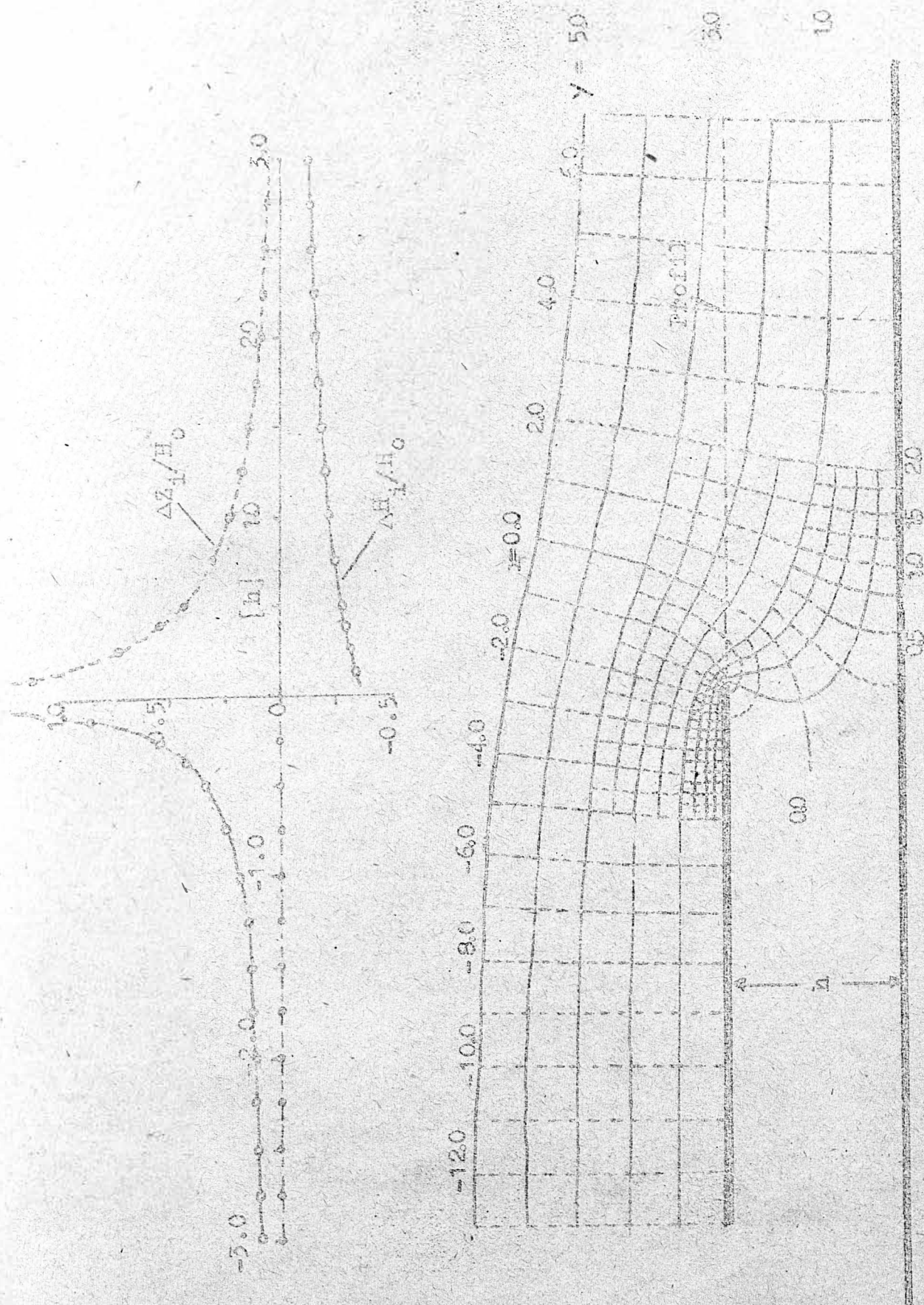
Induziertes magnetisches Potential

Figur 1





Figur 5



Vortrag Dr. Heibig, München

Ergänzung zum Vortrag von Prof. Kertz

Donnerstag, den 10.10.1963

Der Vortragende hatte Gelegenheit, im Anschluß an die XIII. Generalversammlung der IUGG in La Jolla mit U. Schmucker, C. Cox und Jean Filoux über deren Arbeiten auf dem Gebiet der Tiefensondierung zu sprechen. Dabei handelte es sich um folgende Projekte: Fortsetzung der in Kalifornien senkrecht zur pazifischen Küste angelegten magnetischen Profile auf See hinaus durch elektrische Messungen (Cox und Filoux). Numerische Berechnungen der über einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsverteilung induzierten elektrischen und magnetischen Felder (Cox). Schmucker schlug vor, Pulsationen an der Oberfläche und der Unterkante einer leitfähigen Schicht zu registrieren (entweder Registrierungen in Bohrlöchern oder Bergwerken (Molasse, Peissenberg?) oder auf See).

Von besonderem Interesse für die Untersuchungen im Rahmen des Schwerpunktprogramms "Tiefensondierung" dürften die numerischen Berechnungen der Induktionskurven sein. Die in La Jolla für Diskussionen zur Verfügung stehende Zeit war sehr kurz, deshalb ist versucht worden, auf Grund der Bemerkungen von C. Cox und U. Schmucker das Verfahren zu rekonstruieren:

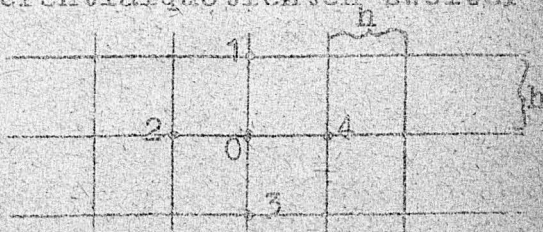
Wenn man die Verschiebungsströme vernachlässigen kann, gehorcht das Vektorpotential \vec{A} der Diffusionsgleichung

$$\Delta \vec{A} = 4 \pi \sigma \vec{A},$$

die für stationäre sinusförmige Erregung nach Abspaltung der Zeitabhängigkeit in eine Helmholtz'sche Differentialgleichung übergeht:

$$\partial_{x,y}^2 A_{x,y} / \partial x^2 + \partial_{x,y}^2 A_{x,y} / \partial z^2 = i \cdot 4 \pi \sigma A_{x,y}$$

Ersetzt man jetzt die partiellen Differentialquotienten zweiter Ordnung durch Differenzenquotienten, so läßt sich für eine Komponente und für einen beliebigen Punkt (z.B. den Punkt 0 in der nebenstehenden Figur) schreiben:



$$\Delta_x^2 A/h^2 + \Delta_z^2 A/h^2 = \frac{A(1)+A(2)+A(3)+A(4)-4A(0)}{h^2} = 4\pi\epsilon\omega i A(0)$$

$$\text{oder } A(0) = (A(1)+A(2)+A(3)+A(4))/4(1+\pi\epsilon\omega h^2 i)$$

Diese Gleichung ist die Grundgleichung des "Relaxationsverfahrens" für die Helmholtzsche Differentialgleichung. Bei seiner Anwendung werden erst die Randwerte eingetragen, dann gibt man zunächst allen Punkten plausible Werte (z.B. aufgrund einer graphischen Lösung). Anschließend werden die Werte schrittweise systematisch verbessert, in dem man an jeder Stelle die Grundgleichung anwendet. Eine ausführliche Literatur existiert über den Grenzfall $\sigma = 0$ (Laplacesche Differentialgleichung), z.B. in P. Moon and D.E. Spencer, Field Theory for Engineers, The Van Nostrand Series in Electronics and Communications, Princeton 1961, Abschnitt 1.03 (29 Titel). Vermutlich lassen sich die Schlüsse von der Laplace-Gleichung auf die Helmholtzgleichung ohne weiteres verallgemeinern.

Die Grundgleichung läßt sich ohne Schwierigkeiten mit Hilfe einer Tischrechenmaschine anwenden, für umfangreichere Rechnungen empfiehlt sich eine elektronische Rechenmaschine. Die Programme von C. Cox sind elektronisch gerechnet worden.

Das Verfahren konvergiert immer, doch ist damit noch nicht sicher gestellt, daß die Lösungen auch entsprechend genau sind. Die Fehler lassen sich in zwei Gruppen einteilen: Fehler, die durch zu frühes Abbrechen entstehen - derartige Fehler dürften bei elektronischer Rechnung ohne weiteres auszuschließen sein - und Fehler, die dadurch entstehen, daß man die Differentialgleichung durch eine Differenzengleichung ersetzt hat. Für diese zweite Klasse von Fehlern sind zwei Verfahren zu nennen: einmal kann man das Problem zunächst mit einem groben Gitter (großes h) lösen, dann wiederholt man mit einem verfeinerten Gitter. In einem charakteristischen Gebiet rechnet man noch mit einer dritten Gittergröße. In diesem Gebiet sind dann für die allen drei Gittern gemeinsamen Punkte jeweils drei verschiedene Lösungen verfügbar, aus denen sich auf unendlich feines Gitter (quadratisch) extrapolieren läßt. Für die übrigen Bereiche verwendet man dann die gleiche Extrapolationsformel. Ein anderes Verfahren geht von der Theorie endlicher Differenzen aus. Für das Korrekturglied ergibt sich eine partielle Differentialgleichung, die selbst wiederum nach der Relaxationsmethode gelöst werden kann.

Die Lösung für den Grenzfall verschwindender Leitfähigkeit (d.h. die Leitfähigkeit ist entweder 0 oder unendlich) ist sehr viel einfacher, insbesondere läßt sie sich sehr leicht graphisch ermitteln (Literatur bei Moon und Spencer, über 30 Titel). Es wäre vielleicht interessant zu untersuchen, in welcher Weise die beiden Lösungen ineinander übergehen. Möglicherweise könnte man mit einiger Erfahrung angeben, wie die mit der graphischen Methode gewonnenen Lösungen bei endlicher Leitfähigkeit zu modifizieren sind.

Diskussion zu den Vorträgen von
Prof. Kertz und Dr. Helbig

Dr. Siebert wandte ein, daß das von Cox herrührende Verfahren, die Potentialflächen und Feldlinien durch eine konforme Abbildung zu bestimmen, nur im Grenzfalle unendlicher Leitfähigkeit anwendbar sei. Damit bestehe aber - da alle Ströme in der Oberfläche fließen - keine Möglichkeit, die Mächtigkeit einer Sedimentschicht zu erfassen. Insbesondere biete dann auch die Erweiterung auf mehrere Perioden keine Vorteile. Es sei vielmehr anzustreben, aus den registrierten Oberflächenwerten direkt Aussagen über die Leitfähigkeit zu gewinnen.

Dr. Helbig wies demgegenüber auf den Vorteil hin, aus den registrierten Störampplituden aufgrund des Vergleichs mit Rechnungen nach Cox den Verlauf beispielsweise an einer Lücke der Sedimentschicht feststellen zu können.

Dr. Helbig teilte ergänzend mit, daß an den nördlichen Profilen in den westlichen USA Effekte fast gleicher Größenordnung wie in Norddeutschland auftreten. Man habe hieraus auf eine relativ hohe, etwa bei einem Viertel der Ozeanleitfähigkeit liegende Leitfähigkeit geschlossen.

Prof. Bartels warf die Frage nach dem Ozeaneffekt allgemein auf, speziell in Fall der japanischen Anomalie. Hierzu berichtete Prof. Kertz, zunächst seien Cox und Schmucker der Meinung gewesen, daß die japanische Anomalie ein reiner Ozeaneffekt sein müsse. Cox aber soll nach Besprechungen mit Rikitake zur Auffassung gekommen sein, daß zumindest teilweise Untergrundeinflüsse vorliegen. Jedenfalls ließen sich die Richtungen der anomal induzierten Felder nicht restlos mit dem Bild des Ozeaneffektes vereinbaren.

Dr. Untiedt verwies in diesem Zusammenhang darauf, daß an der Westküste der USA, wo Schmucker an einem Küstenknick auch eine entsprechende Richtungsänderung des anomalen Störvektors festgestellt hat, die Schelflinie keinen Knick aufweise.

Abschließend teilte Prof. Kertz mit, daß aus den peruanischen Registrierungen kein Ozeaneffekt ermittelt werden könne; es sei denn ein negativer.

Vortrag Dipl. Geophys. Voppel, Wingst

Magnetische Variationen auf ozeanischen Inseln

Donnerstag, den 10.10.1963

Seitdem die Existenz von Leitfähigkeitsanomalien bekannt geworden ist, wird oft das anomale Verhalten der Vertikalkomponenten bei magnetischen Störungen an einer einzelnen Station mit einer Leitfähigkeitsanomalie im Untergrund der Station erklärt. Wenn die Station auf einer Insel im Ozean liegt, sollte man mit solchen Deutungen sehr vorsichtig sein, da der Induktionseinfluß im Ozean für weitergehende Folgerungen sehr genau bekannt sein müßte.

Im folgenden soll eine Arbeit von W.D. P a r k i n s o n "Magnetic Variations over the Oceans", Geomagnetica, Lisboa 1962, kritisch besprochen werden. Einige eigene Ideen zu diesem Thema werden zur Diskussion gestellt.

Durch den sich ändernden Ionosphärenstrom bei magnetischen Störungen werden in der Erde Spannungen induziert, die im leitfähigen Ozean Stromsysteme zur Folge haben können. Es kann damit gerechnet werden, daß diese Ströme in großen Bereichen homogen sind. Über der Mitte eines homogenen Flächenstromes verschwindet die Vertikalkomponente seines Magnetfeldes. Befindet sich das ionosphärische Stromsystem in seiner ganzen Ausdehnung über dem Ozean, wird im Ozean spiegelbildlich ein ähnliches Stromsystem ausgebildet. Die Vertikalkomponenten der Magnetfelder beider Stromsysteme können sich in diesem Falle nahezu gegenseitig aufheben.

P a r k i n s o n (1) hat diese Theorie an den magnetischen Variationen der Normalregistrierung bis zur Dauer von Baystörungen von sieben ozeanischen Inselstationen nachgeprüft (Tab.1).

Tabelle 1

Station	Geographische Länge	Koord. Breite	Geomagnetische Breite
San Miguel	37°46'N	25°59'W	45,6° N
Honolulu	21°18'N	158° 6'W	21,1° N
Guam	13°27'N	144°45'E	3,9° N
Koror	7°16'N	134°32'E	3,3° S
Apia	13°48'S	171°48'W	16,0° S
Heard Island	53° 2'S	73°22'E	
Macquarie Island	54°30'S	158°57'E	61° S

Die Vertikalkomponenten der magnetischen Störungen sind aber nur an drei (San Miguel, Guam und Apia) von diesen sieben Stationen so klein, daß die Theorie dort als erfüllt gelten kann. Als Erklärung für die vorhandenen Vertikalkomponenten in Maquarie-Island und Heard-Island führt er die Nähe des gebündelten Polarlichtzonenstromes an. In Koror könnte die Tatsache durch die Nähe des äquatorialen Elektrojets zu erklären sein. Honolulu liegt aber in etwas höheren Breiten, so daß eine Erklärung durch irreguläre Ionosphärenströme nicht möglich erscheint. Parkinson nimmt daher an, daß eine Leitfähigkeitsanomalie im tiefen Untergrund der Hawaii-Inseln die großen Vertikalkomponenten verursachen kann.

Voraussetzung für die Folgerungen, die Parkinson zieht, ist, daß die Inseln im Ozean als Punkte zu betrachten sind. Diese Voraussetzung ist meiner Ansicht nach nicht ganz richtig. Das soll folgende Betrachtung zeigen.

Aus dem ^{gut} leitfähigen Ozean ragen z.T. isoliert Inseln hervor, deren Untergrund elektrisch schlechter leitet als Seewasser. Eine Insel kann also eine Leitfähigkeitsanomalie darstellen. Man kann sie als "negative" Leitfähigkeitsanomalie bezeichnen, weil ein verhältnismäßig schlecht leitender Körper in einen gut leitfähigen eingebettet ist. Physikalisch sind Inseln in diesem Zusammenhang nicht als Punkte sondern als ausgedehnte Gebilde anzusehen.

Betrachten wir die Verhältnisse in einem Modell. Setzen wir voraus, daß im Wasser ein homogener Flächenstrom fließe. Die

Insel denken wir uns als in das Wasser hineingestellten Zylinder, der nicht leitfähig sein soll. Der Strom wird den Zylinder umströmen. In unmittelbarer Nähe links und rechts vom Zylinder (in Stromrichtung gesehen) wird die Stromdichte etwas größer sein als die homogene Dichte in der weiteren Umgebung. (Fig. 1 S. 20) Die Vertikalkomponenten der Magnetfelder der Teilströme links und rechts vom Zylinder werden sich im Mittelpunkt der Oberfläche aufheben. An den Rändern der Zylinderoberfläche wird man dagegen starke positive (links) bzw. negative (rechts) Vertikalkomponenten zu erwarten haben. Die Größe der Vertikalkomponenten hängt davon ab, wie nahe der Meßpunkt am "Ufer" liegt. Ist der Abstand von Meßpunkt bis Grenze des Stromes klein gegen den Durchmesser des Zylinders, bekommt man eine hohe Z-Komponente.

Dieses Modell ist auf die Natur nur mit Einschränkungen zu übertragen. Es gibt weder senkrechte Steilufer noch glatte Küstenlinien. Insbesondere die Ausbildung der Küstenlinie wird auf die Vertikalkomponente von Bedeutung sein.

Welche Rolle spielt die Richtung des horizontalen Vektors? Aus dieser Richtung ist einerseits die Richtung des ionosphärischen Stromsystems zu entnehmen, andererseits auch bis zu einem gewissen Grade die des induzierten Systems, denn bei Antiparallelität beider Ströme ist das horizontale Magnetfeld gleichgerichtet. Über dem Zentrum der Insel wird das horizontale Feld des Induktionsstromes stark abgeschwächt sein, nach den Küsten zu wird es sich verstärken. In einem so charakterisierten Modell besteht ein enger Zusammenhang zwischen Z und der Richtung des horizontalen Vektors. Dieser Zusammenhang ist allerdings abhängig von der Lage des Meßpunktes auf der Insel. Für jeden Meßpunkt, an dem $Z \neq 0$ ist, gibt es eine horizontale Komponente, zu der der Z-Ausschlag bei magnetischen Störungen maximale Korrelation hat. ΔZ gehorcht dann im Durchschnitt einer Gleichung folgender Form:

$$\Delta Z = B \Delta H_x \cos(\alpha_0 - \alpha)$$

wobei ΔZ die Änderung der Vertikalkomponente,

ΔH_x die Änderung der horizontalen Komponente in der Azimutrichtung α ,

- * die Azimutrichtung des horizontalen Vektors der Störung,
- α , die Azimutrichtung der horizontalen Komponente, zu der Z maximale Korrelation aufweist,
- B ein konstanter ortsabhängiger Faktor ist.

In Fig. 2 (s.S. 20) sind die Korrelationsrichtungen angeschrieben für verschiedene Lagen des Meßpunktes auf der Oberfläche der zylindrischen Insel. Z.B. entsteht am östlichsten Meßpunkt die stärkste Z-Komponente bei Nord-Süd-Strömen, und zwar ist D westlich und Z positiv bei Strömen nach Süden, D östlich und Z negativ bei Strömen nach Norden.

Parkinson hat in seiner Arbeit für die sieben Stationen die Korrelationsrichtungen ermittelt (Unterscheidung von 45° zu 45°). Auf die Problematik der Ermittlung von Korrelationsrichtungen soll hier nicht näher eingegangen werden. Es sei nur der Hinweis gegeben, daß es schwierig, wenn nicht sogar unmöglich ist, diese Richtung zu bestimmen, wenn eine horizontale Komponente wesentlich schwächer gestört ist als die andere (z.B. D gegen H an äquatorialen Stationen).

Nach der oben gegebenen Modellvorstellung läßt die Korrelationsrichtung Schlüsse auf die Lage des Insel-Observatoriums relativ zu den Küsten zu. In der Tabelle 2 sind die Korrelationsrichtungen für positiven Z-Ausschlag nach den Ergebnissen von Parkinson hingeschrieben (Spalte 2). Daraus folgt die Lage des Observatoriums auf der Insel (Spalte 3). Zusätzlich ist in Spalte 4 die tatsächliche Lage notiert worden, wie sie aus Karten entnommen worden ist.

Tabelle 2

Station	Korrel.-Richtg. für pos. Z nach Parkinson	Lage der Stat. gem. Korrel.-Richtung	Tatsächliche Lage d. Stat.	$\Delta Z / \Delta H_{\alpha}$
SM	-	Zentral	S	0,1
Ho	E	W	SW	0,8
Gu	S	N	N(-zentral)	0,25
Kr	N	S	W ?	0,6
Ap	SW	NE	NE	0,35
HI	E ?	W ?	NW	0,9 ?
MI	S ?	N ?	N	?

Zwischen den Spalten 3 und 4 besteht eine recht gute Übereinstimmung, abgesehen von den Stationen SM und Kr. Es sollen hier keine weiteren Betrachtungen angestellt werden, wie diese Abweichungen zu erklären sind. Denn es sind kaum solch ideale Voraussetzungen gegeben, wie sie angenommen worden sind (z.B. innerer Anteil = negativer äußerer Anteil). Außerdem ist die Bildung der Korrelationsrichtungen mit Unzulänglichkeiten behaftet. Eine strenge experimentelle Überprüfung der gegebenen Theorie kann mit Reise-Stationen auf ozeanischen Inseln geschehen. Es müßte dazu mindestens zwei Stationen an gegenüberliegenden Küsten einer Insel gleichzeitig registrieren.

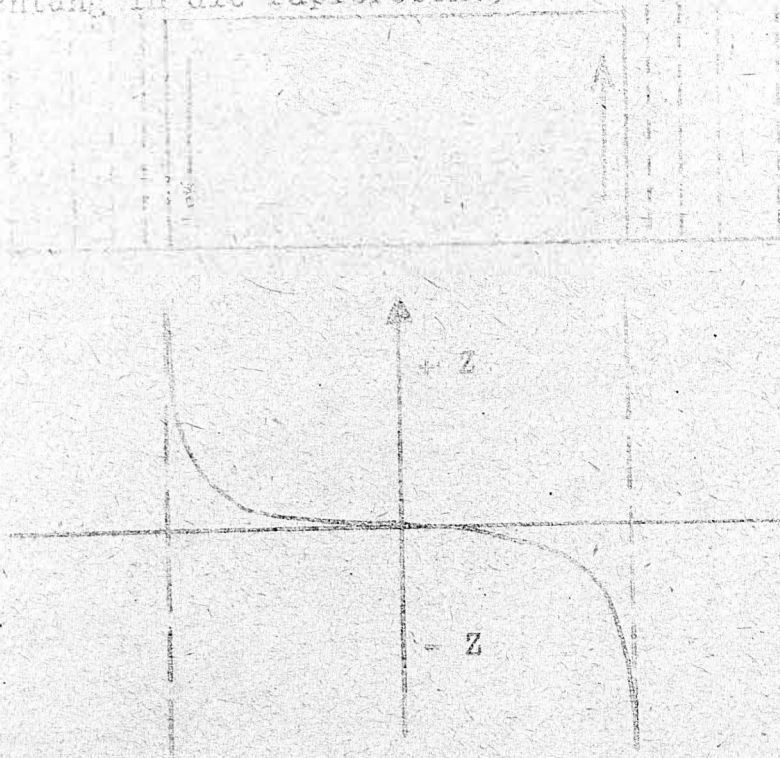
Es dürfte nicht sehr einfach sein, Leitfähigkeitsanomalien im Untergrund von ozeanischen Inseln mit Methoden der erdmagnetischen Tiefensondierung zu finden, da zur Zeit noch nicht hinreichend bekannt ist, bei welchen Störungen nennenswerte Induktionsströme im Ozean fließen. Inseln im leitfähigen Ozean können als Modelle für flachliegende Leitfähigkeitsanomalien auf dem Lande vergleichsweise herangezogen werden.

Literatur (1): Parkinson, W.D.

Magnetic Variations over the Oceans, Geomagnetica, Publicacao comemorativa do 50. aniversario do Observatorio Magnetico de S.Miguel, Acores.
Lisboa 1962

Figur 1

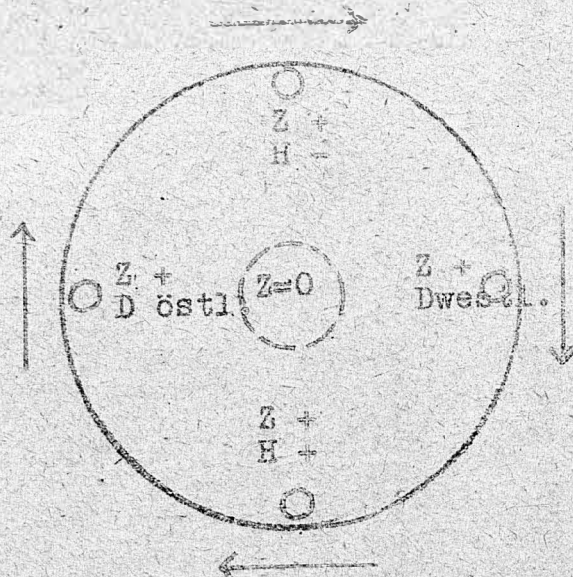
Zylinderförmige Insel im leitfähigen Ozean im Querschnitt
(Stromrichtung in die Papierebene)



Verlauf der Z-Komponente auf einem Durchmesserprofil (schematisch)

Figur 2

Zylindrische Insel von oben gesehen. Durch Pfeile ist die gegenläufige Stromrichtung dargestellt, die an den benachbarten Küsten stationären positiv Z erzeugt. Darunter steht die Richtung der dazugehörigen Horizontalkomponenten.



Diskussion zu dem Vortrag von

Dipl. Geophys. Voppel

Prof. Bartels verwies darauf, daß zur Behandlung derartiger Fragen insbesondere solche Stationen erfolgversprechend seien, an denen ein besonders starkes Störfeld in Z auftrete und erinnerte in diesem Zusammenhang an die Registrierungen von Tortosa (Spanien), wo das Verhältnis $\Delta Z/\Delta H$ Werte von 0,9 erreicht.

Prof. Angenheister berichtete gleichfalls von einem auffallenden Unterschied zwischen der zentralen Molasse und dem Kristallin in ΔZ .

Prof. Kertz warf die Frage auf, ob die Registrierungen von ΔZ in Apia verlässlich seien, da sie mitunter wie "eingefroren" schienen. Prof. Bartels bejahte und Dr. Wienert bestätigte, daß man anderenfalls an der Skalenwertbestimmung Unzuverlässigkeiten hätte bemerken müssen. Den Einwand von Prof. Kertz, daß die Skalenwertbestimmung als plötzliche Auslenkung anders wirken müsse als ein allmählich sich änderndes Störfeld, ließ Dr. Wienert für sorgfältig betreute Observatoriumsinstrumente nicht gelten.

Vortrag cand. phys. Musmann, Braunschweig

Zusammengestellt aus:
Report at the I.A.G.A.
Berkeley, Symposium on
the "Conductivity anomalies
in the mantle as deduced
from geomagnetic observations".

Geomagnetische Messungen in Italien
von G. Simeon und A. Sposito

August 24, 1963

Donnerstag, den 10.10.1963

Auszug:

Das Hauptphänomen, das auf der Insel Ponza beobachtet wurde, ist charakterisiert durch völlig parallel verlaufende Variationen von Z- und H-Komponenten für Störungen, die kürzer als 2 Stunden waren. Wie größtenteils zu beweisen war, ist dieses Erscheinen auf Ponza beschränkt. Es nimmt sehr stark ab, wenn man die gegenüberliegende italienische Küste erreicht. In dem Orte L'Aquila verschwindet dieser Effekt ganz. Hingegen wurde ein antiparalleler Effekt in den Z- und H-Variationen in Frontone beobachtet. Ein weiteres Unternehmen untersuchte Sq-Variationen.

Beobachtungen an verschiedenen Orten Italiens

In 8 Orten wurden überwiegend Askania-Meßgeräte aufgestellt. Die Aufzeichnungen, die erhalten wurden, ließen auf Leitfähigkeitsanomalien im tiefen Untergrund in diesen Gegenden schließen. Beobachtungen von Bays und kurzperiodischen Störungen waren in allen Stationen durch geringe Überlagerung, verursacht durch den Gleichstrom der Eisenbahn, gestört. Aus den Aufzeichnungen wurden dann die $\Delta Z/\Delta H$ -Werte für die einzelnen Orte bestimmt. Das Verhältnis wurde aus maximalen Werten von ΔZ und ΔH berechnet. Wenn ein ΔZ -Wert durch künstliche Effekte gestört war, wurde der Wert interpoliert. Folgende Mittelwerte wurden beobachtet:

Ort	$\Delta Z/\Delta H$ gem.	Meßzeit	Messungen
Corinaldo	-0,3	Feb. 1956- Nov. 1957	10
Frontone	-0,3	Feb. 1961	3
L'Aquila	0 - 0,1	1957-1963	20
Sabaudia	0,5	Feb.-März 1957	9
Ponza	1 meist	Okt. 1961- Jul. 1963	> 300
Capri	0,6	1957-1961	20
Vesuvius	0,2	1957-1959	6
Ravello	0,4	Feb.-März	4

In Fig. 1 s. S. 26 wird die Lage der Meßstationen gezeigt, für die das Verhältnis $\Delta Z/\Delta H$ bestimmt wurde. Beachtenswert ist die Tatsache, daß der Wert sich von 1 auf Ponza bis auf 0,5 in Sabaudia, 50 km von Ponza entfernt, ändert. Von Capri bis Vesuvio (30 km) ändert sich der Wert von 0,6 auf 0,2.

Magnetogramme in Vesuvio wurden mit einem tragbaren Askania-Variographen aufgenommen, ähnlich dem, der in Capri, Ravello, Frontone, Sabaudia und Ponza benutzt wurde. Einige Zeit arbeiteten 2 Geräte gleichzeitig in Vesuvio; sie lieferten jedoch gleiche Ergebnisse. Um Zweifel auszuschalten, daß das Abflachen aller Störungen in der Z-Komponente von L'Aquila durch verschiedene Zeitkonstanten der Apparatur verursacht wurde, verglich man Aufzeichnungen eines Ruska-Gerätes mit denen des Askania-Variographen; man erhielt jedoch gleiche Ergebnisse.

Meßeffect auf Ponza

Die interessantesten Beobachtungen dieses Berichtes zeigen sich auf der Insel Ponza (Mittelmeer). Seit Mai 1957 wurden hier genaue Parallelen zwischen den H- und Z-Komponenten während kurzperiodischer Störungen gemessen, was in anderen Stationen nicht beobachtet werden konnte. (Fig. 2a, 2b s. S. 27, 28). Später wurden dort mit einem 2. Meßgerät Messungen über längere Zeiten hinweg aufgenommen; die Ergebnisse waren die gleichen. Aus den Messungen vom Oktober 1961 bis November 1962 wählte man zur Auswertung Störungen mit verschiedener Dauer aus. Da die Aufzeichnungen eine quasi-sinusförmige Form hatten, entschied man sich nach einigen Versuchen für das Verhältnis von $\Delta Z/\Delta H$ den Wert $\frac{\Delta Z_{\max}}{\Delta H_{\max}}$ an Stelle von $\frac{1}{n} \sum \frac{\Delta Z_i}{\Delta H_i}$ zu nehmen. Auf diese Weise wurden in Ponza 300 Messungen vorgenommen. Um Aufschlüsse über die Eindringtiefe der Ströme in den Untergrund zu bekommen, wurden die Häufigkeiten für verschiedene Perioden und verschiedene Verhältnisse von $\Delta Z/\Delta H$ bestimmt. Fig. 3 s. S. 29 zeigt, daß die größte Häufigkeit für Perioden von 5 bis 15 Minuten beobachtet wurde. Für längere Perioden nahmen die Störungen die parallel in H und Z waren ab, sie verschwanden ganz, wenn die Periode größer als 120 Minuten war. In Fig. 3 ist die Häufigkeit über der Zeit aufgetragen; für $\Delta Z/\Delta H = 1$ und andere Verhältnisse. Für Variationen

mit längeren Perioden ist das Verhältnis $\Delta Z/\Delta H$ selten gleich 1.

Sq-Variationen

Als weiteres Unternehmen wurden Sq-Messungen auf Capri, Ponza und in L'Aquila vorgenommen. Leider standen nur wenige Meßtage zur Verfügung: 4 im Sommer, 9 in den Äquinoktien und 7 im Winter. Sodann wurde versucht, ein Maß G für die Abweichung einerseits der H-Komponente und andererseits der Z-Komponente an den 3 Stationen von dem mittleren Verlauf der H-Komponente anzugeben. Dieses G wurde wie folgt berechnet: Der Autokorrelationskoeffizient $\varphi(K)$ der Mittelwertskurve M aus dem Verlauf der H-Komponente an den 3 Stationen kann geschrieben werden:

$$\varphi_H(K) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-K} f_{H,i} \cdot f_{H,i+K} \quad (K=24, N=72)$$

Der Kreuzkorrelationskoeffizient zwischen der besagten M-Kurve und der Sq-Kurve für die Z-Komponente einer Station ist:

$$\varphi_{12}(K) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-K} f_{H,i} \cdot f_{Z,i+K} \quad (K=24, N=72)$$

wobei f_1 den mittleren stündlichen Wert für SqH und f_2 den für SqZ darstellt. Wenn die Z-Kurve parallel zur M-Kurve verläuft, so ist die Differenz

$$\chi(K) = \varphi_{12}(K) - \varphi_{11}(K)$$

eine Konstante. Wenn G die mittlere Abweichung von $\chi(K)$ ist, so kann G geschrieben werden:

$$G = \frac{1}{T} \int_0^T [\chi(K) - \chi_m]^2 dt$$

Dieser G-Index reagiert stark auf geringe Unterschiede der beiden Kurven. Diese G-Werte sind für H sehr klein, für Z erstaunlich hoch, besonders im Sommer. Jedoch zeigt sich keine besondere Abweichung in den Werten von Ponza im Vergleich mit den anderen zwei Stationen.

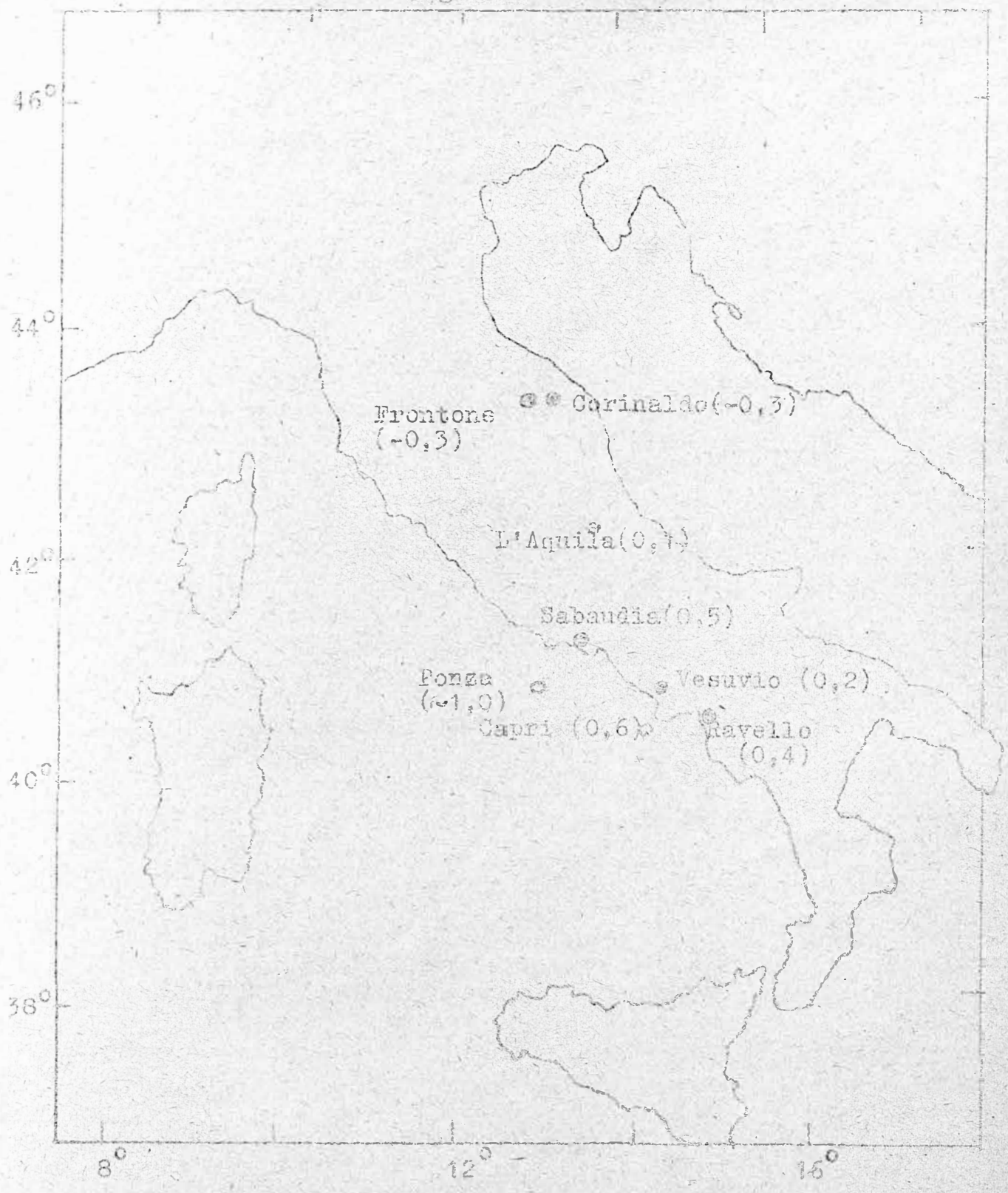
Es scheint also so, als haben die Gründe, die die kurzperiodischen Anomalien hervorrufen, keinen Einfluß auf die längeren Perioden.

Zusammenfassung:

- a) Die Parallelität zwischen H- und Z-Variationen auf Ponza führt zu der Annahme, daß die Anomalie in der Mantelleitfähigkeit nur auf die Insel beschränkt ist. Diese Parallelität ist ähnlich der von Kakloda, Aburadsubo, Esperance und Koror.

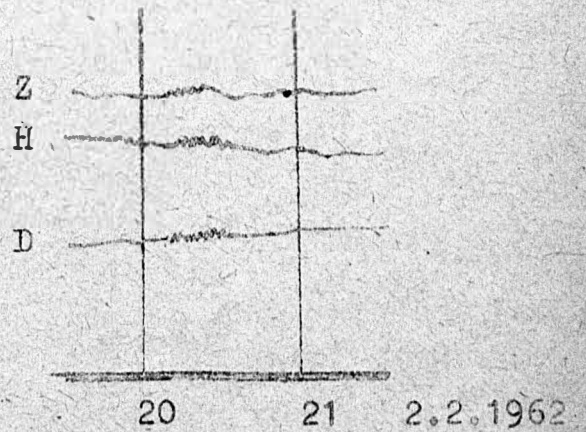
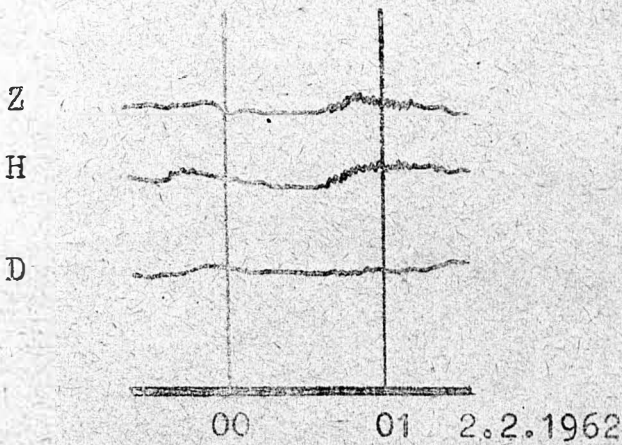
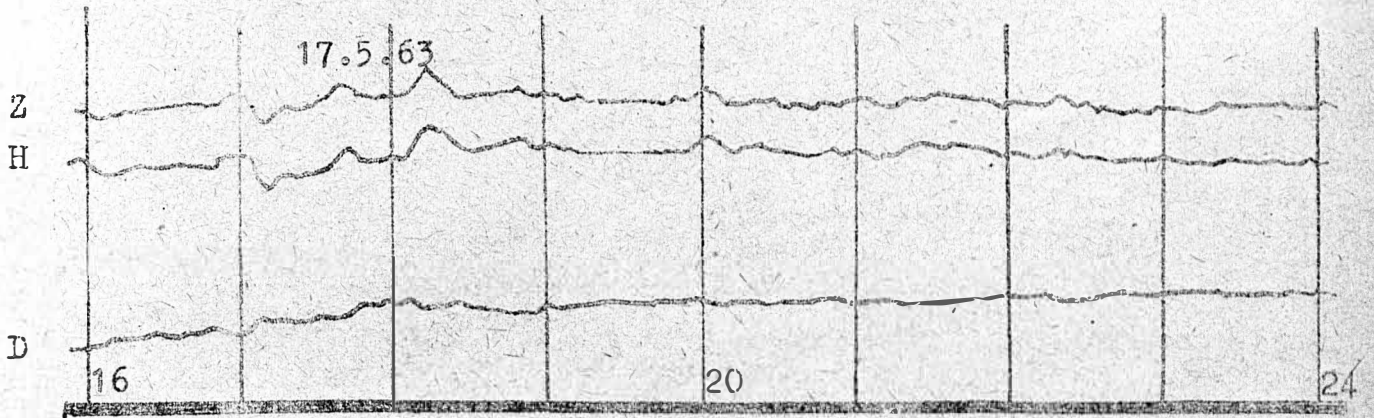
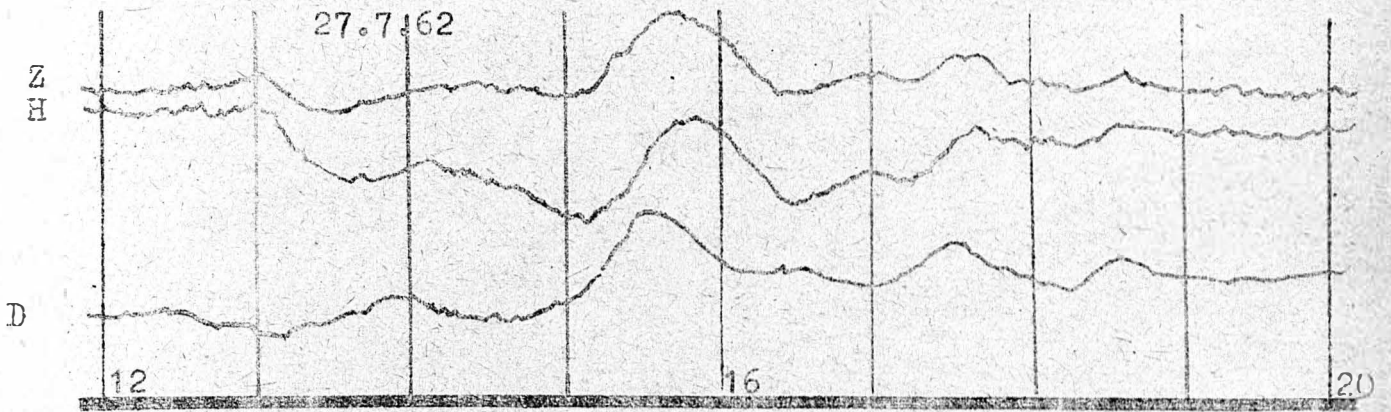
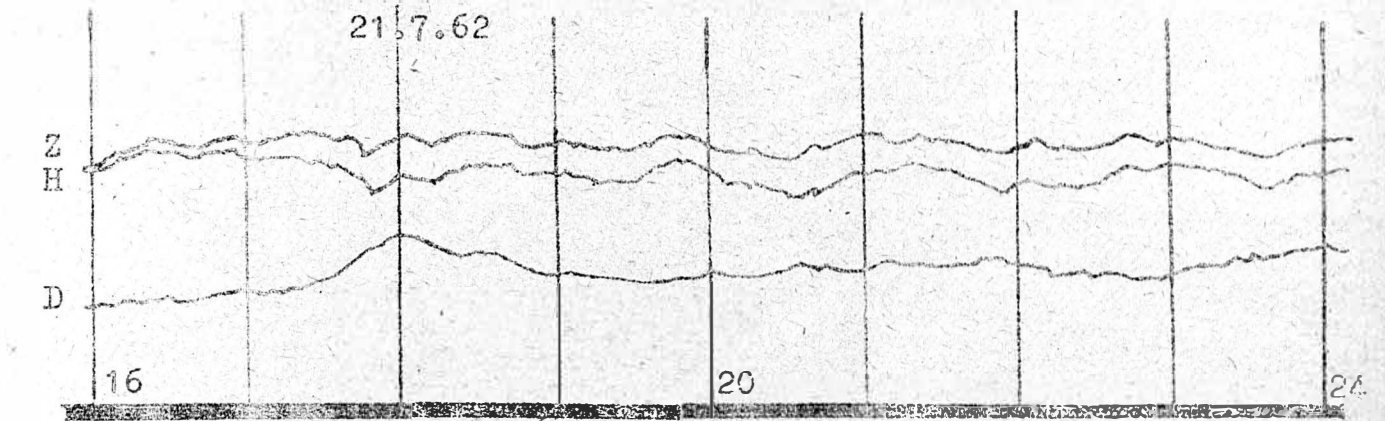
- b) Die Störungen, die diese Parallelität zeigten, beschränken sich auf Perioden von 5 bis 20 Minuten. Wenn man eine konstante Leitfähigkeit von etwa $4 \cdot 10^{-2} \text{ [Ohm m]}^{-1}$ annimmt, so kann die Ursache für obige Erscheinung zwischen 10 - 100 km lokalisiert werden.
- c) Der Feldvektor liegt in einer Vorzugsebene, die um 45° Grad gegen den Horizont geneigt ist.
- d) Der Feldvektor, der vorzugsweise auf dieser Ebene liegt, wurde meistens in magnetisch N-S beobachtet. Daraus wurde geschlossen, daß der wahrscheinlichste Feldvektor für Störungen mit einer Periode von 5-20 Minuten und einem Verhältnis von $\Delta Z/\Delta H = 1$ in der magnetischen Meridianebene liegt und um 45° gegen den Horizont nachwärts gerichtet ist. Danach ist es am wahrscheinlichsten, daß die Anomalie in O-W liegt.
- e) Über Pulsationen und ähnliche Ereignisse konnte man keine sicheren Aussagen machen.
- f) Sq-Untersuchungen lieferten keine bestimmten Einzelheiten über den Untergrund von Ponza.
- g) Es gibt in Italien andere Orte, in denen $\Delta Z/\Delta H$ auch erstaunliche Werte annimmt und sich auf kurze Entfernungen schnell ändert, ja sogar das Vorzeichen wechselt.
- h) Bays ausschließlich in der D-Komponente wurden nur auf Ponza beobachtet.
- i) Über die Geologie von Ponza muß gesagt werden, daß die Insel vulkanischen Ursprungs ist und daß in 30 km Entfernung in S-SW Richtung eine große Tiefe von 3600 m im Mittelmeer liegt.

Figur 7



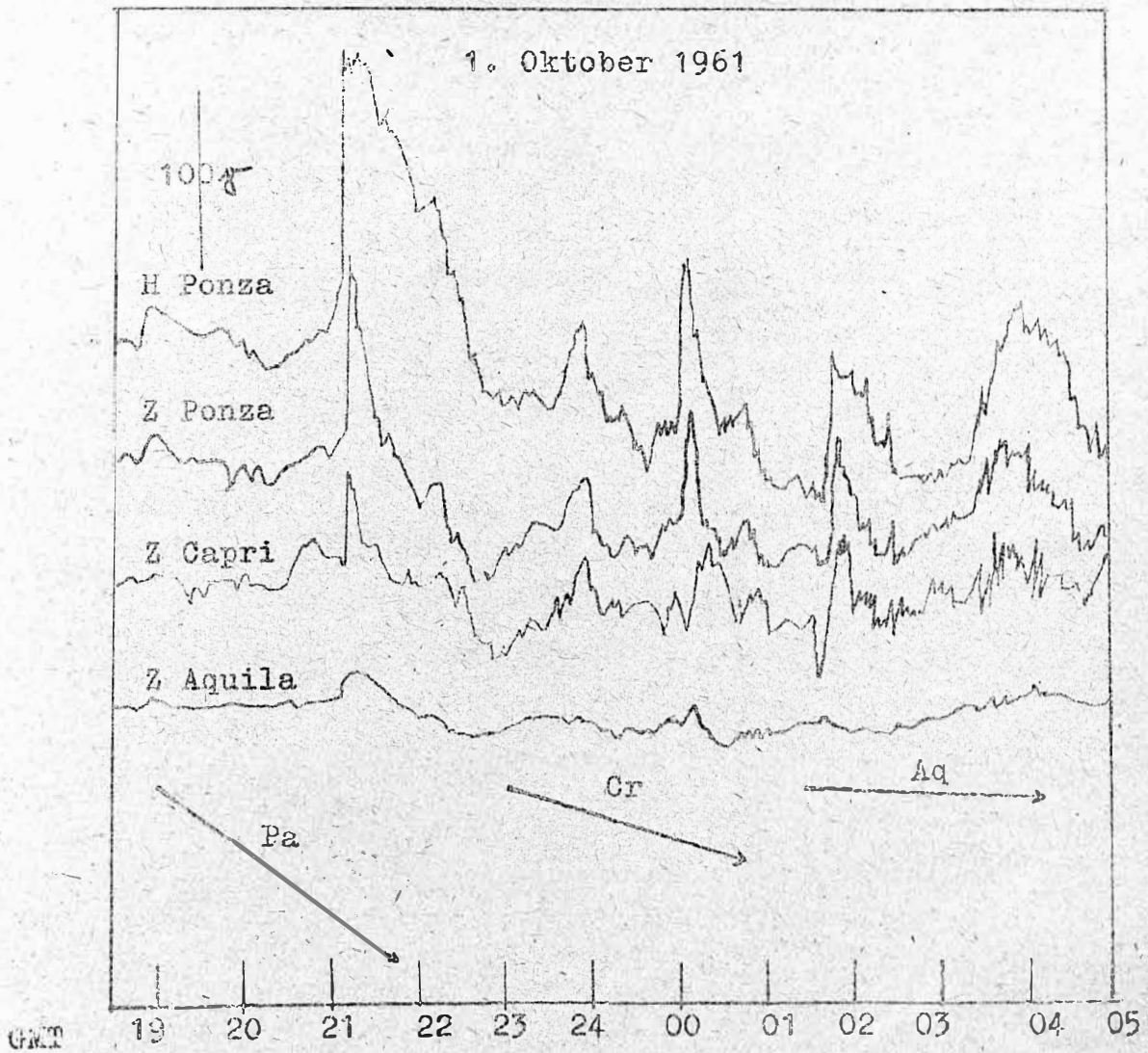
Übersichtskarte (Verhältnis $\Delta Z/\Delta H$)

Figur 2a



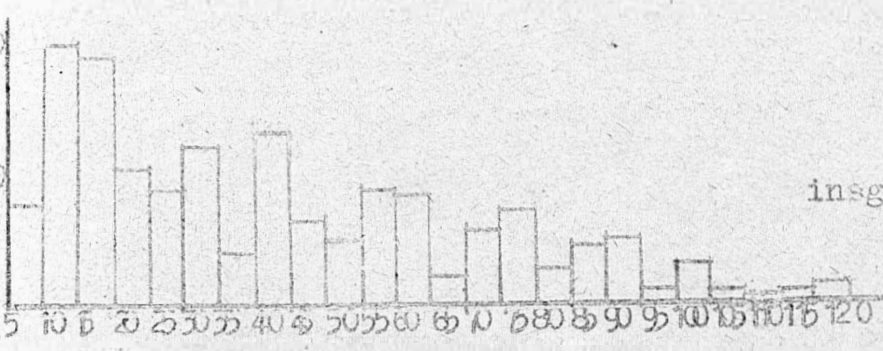
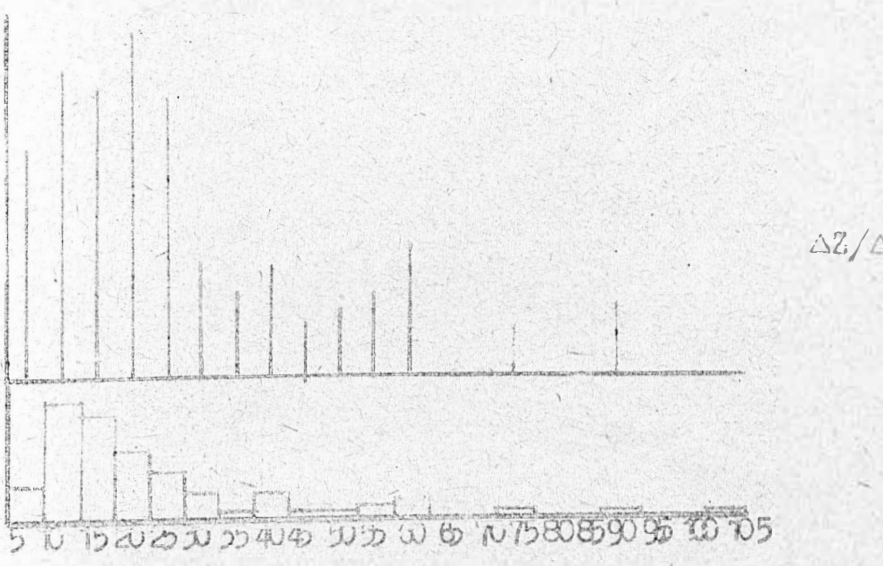
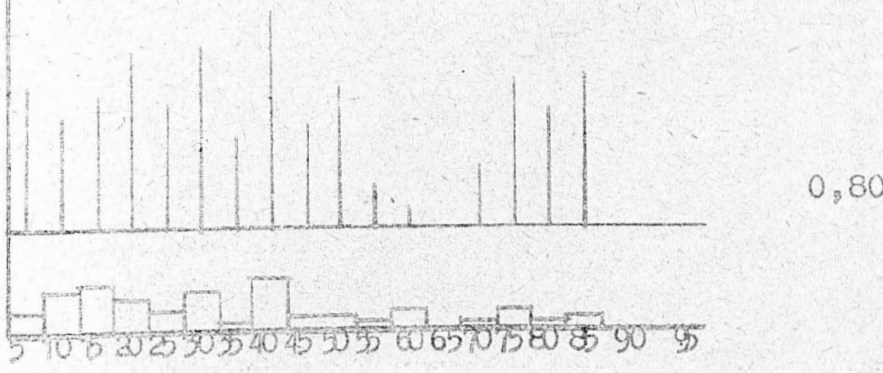
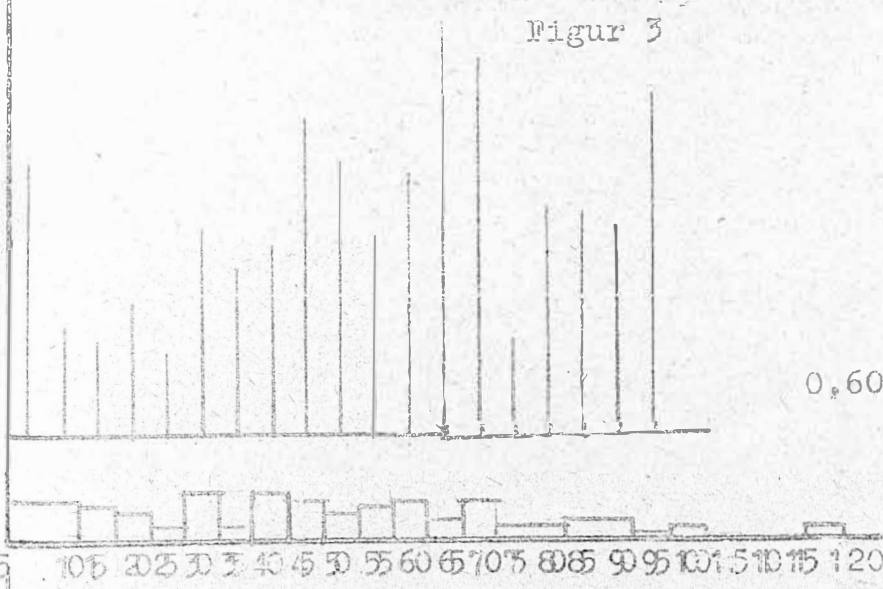
Registrierungen von Ponza

Figur 2b



Beispiel von Simultan-Registrierungen an 3 Stationen; die Horizontalkomponenten weisen an den 3 Stationen kaum Unterschiede auf.

Figur 3



Häufigkeiten und $\%$ -Zahlen für verschiedene Verhältnisse $\Delta Z/\Delta H$ in Abhängigkeit von der Periode

Autoren: Prof. Angenheister und cand.phys. Latka
Einiges zur Anwendung der Magnetotellurik; das Verfahren
von Cagniard

Donnerstag, den 10.10.1963

1. Die Theorie des Verfahrens von Cagniard

a) Voraussetzungen:

- 1) Der Untergrund bestehe aus horizontalen Schichten. (Die Tiefen der horizontalen Grenzflächen seien $z_0, z_1, z_2 \dots z_n$. Die nte Schicht ist unendlich dick.)
- 2) Innerhalb jeder Schicht ist das Material homogen und isotrop.
- 3) Die Schichten sind in horizontaler Richtung unendlich ausge-
dehnt.
- 4) Das elektrische und das magnetische Feld weisen in keiner der horizontalen Richtungen eine räumliche Variation auf.

b) Die Differentialgleichung des Vektorpotentials \vec{A} im Untergrund ($\epsilon \neq 0$), die für den Fall der quasistationären Ströme aus den Maxwell-Gleichungen hergeleitet werden kann ($\Delta \vec{A} = 4\pi\epsilon \vec{A}$) vereinfacht sich unter den genannten Voraussetzungen zu

$$(1) \quad \frac{\partial^2 A_{x,y}}{\partial z^2} = a^2 A_{x,y} \quad ; \quad a^2 = 14\pi\omega\epsilon,$$

sofern die Zeitfunktionen periodisch sind und durch $e^{i\omega t}$ beschrieben werden können.

Folgender Ansatz befriedigt diese Differential-Gleichung:

$$(2) \quad \begin{aligned} A_x &= (B_x e^{za} + C_x e^{-za}) e^{i\omega t} \\ A_y &= (B_y e^{za} + C_y e^{-za}) e^{i(\omega t + \delta)} \end{aligned}$$

Aus $\vec{F} = \text{rot } \vec{A}$ und $\vec{E} = -\dot{\vec{A}}$ ergibt sich hiermit für die Komponenten der Felder in der kten Schicht:

$$(3) \quad \begin{aligned} F_{x,k} &= -a_k (B_{y,k} e^{zak} - C_{y,k} e^{-zak}) e^{i(\omega t + \delta)}; \quad a_k = \sqrt{i4\pi\omega\epsilon_k} \\ F_{y,k} &= a_k (B_{x,k} e^{zak} - C_{x,k} e^{-zak}) e^{i\omega t} \\ E_{x,k} &= -i\omega (B_{x,k} e^{zak} + C_{x,k} e^{-zak}) e^{i\omega t} \\ E_{y,k} &= -i\omega (B_{y,k} e^{zak} + C_{y,k} e^{-zak}) e^{i(\omega t + \delta)} \end{aligned}$$

Im Aussenraum ($\sigma = 0$) ist das Vektorpotential \vec{A} gleich:

$$(4) \quad \begin{aligned} A_{x,0} &= (B_{x,0} + C_{x,0}z) e^{i\omega t} \\ A_{y,0} &= (B_{y,0} + C_{y,0}z) e^{i(\omega t + \delta)} \end{aligned}$$

Die Feldkomponenten im Aussenraum sind dann:

$$(5) \quad \begin{aligned} F_{x,0} &= C_{y,0} e^{i(\omega t + \delta)} ; F_y = C_{x,0} e^{i\omega t} \\ E_{x,0} &= -i\omega(B_{x,0} + C_{x,0}z) e^{i\omega t} ; \\ E_{y,0} &= -i\omega(B_{y,0} + C_{y,0}z) e^{i(\omega t + \delta)} \end{aligned}$$

Die Koeffizienten $B_{x,0}$; $C_{x,0}$; $B_{y,0}$; $C_{y,0}$; $B_{x,1}$ werden durch die Randbedingungen an den n Grenzflächen (einschließlich Erdoberfläche) bestimmt, und zwar muß jede der 4 Komponenten für sich an jeder der n Grenzflächen stetig sein. Da die Felder in der untersten unendlich mächtigen Schicht mit steigendem z gegen null gehen müssen, sind $B_{x,n} = 0$ und $B_{y,n} = 0$. Im ganzen müssen dann $2(2n + 1)$ Koeffizienten aus einem System von $2 \cdot 2n$ unabhängigen, linearen Gleichungen bestimmt werden, d.h. 2 Koeffizienten sind frei wählbar. Dies können z.B. $C_{y,0}$ und $C_{x,0}$ sein (z.B. Vorgabe der beiden Komponenten des Magnetfeldes an der Erdoberfläche). Völlig frei wählbar ist außerdem der Phasenwinkel δ .

c) 3 Schichten ρ_1, ρ_2, ρ_3 ; $z_0 = 0, z_1, z_2$. Für das Folgende sei vorausgesetzt, daß alle Koeffizienten $B_{x,k}, C_{x,k}$ bestimmt worden sind. Das Verhältnis E_x/F_y (oder E_y/F_x) kann dann laut

(3) nach einigen Umformungen in folgender Form geschrieben werden:

$$(6) \quad \frac{E_{x,k}}{F_{y,k}} = \frac{|E_{x,k}| e^{i(\omega t + \varphi_k)}}{|F_{y,k}| e^{i(\omega t + \psi_k)}} = \frac{|E_{x,k}|}{|F_{y,k}|} e^{i(\varphi_k - \psi_k)}$$

$$= -\frac{i\omega}{a_1} \bar{F} = -\frac{i\omega}{a_1} |\bar{F}| e^{i(\varphi_k - \psi_k)};$$

daraus folgt für $z = 0$ (Erdoberfläche):

$$(7) \quad \left| \frac{E_{x,0}}{F_{y,0}} \right| = \sqrt{\frac{\rho_1}{2T}} |\bar{F}| = \sqrt{\frac{\rho_1}{2T}} f\left(\frac{T\rho_1}{z_1^2}; M_2, M_3, v_2\right);$$

hierbei ist z_1 die Dicke der oberen Schicht, $v_2 = z_2/z_1$;

$\mu_2 = \rho_2 / \rho_1$; $\mu_3 = \rho_3 / \rho_1$. Die Funktion f ist reell, dimensionslos und zeitunabhängig. Es folgt dann weiter:

$$(8a) \quad \frac{|E_{x,0}|}{|F_{y,0}|} \sqrt{\frac{2T}{\rho_1}} = f \quad \text{oder}$$

$$(8b) \quad \left(\frac{|E_{x,0}|}{|F_{y,0}|} \right)^2 \cdot \frac{2T}{\rho_1} = \frac{\rho_s}{\rho_1} = f^2$$

Die letzte Gleichung ist die Definitionsgleichung für den scheinbaren spezifischen Widerstand ρ_s . - Für ein vorgegebenes Modell mit den Parametern μ_2 , μ_3 , v_2 kann f^2 als Funktion von $T\rho_1/z_1$ berechnet werden.

Die Behandlung der Phasendifferenz $\varphi_k - \psi_k$ und Modelle mit mehr als 3 Schichten sollen hier nicht erörtert werden.

d) Ist die zeitliche Variation der Felder nicht periodisch, so sind die Registrierungen der 4 Feldkomponenten harmonisch zu analysieren. Auf jedes Glied der Fourier-Reihe kann der oben grob skizzierte Mechanismus angewendet werden. Da 5 Parameter des Modells bei einem 3-Schichtenmodell frei wählbar sind, würden 5 verschiedene Perioden zur Bestimmung des Modells ausreichen. Die Betrachtung der Modellkurven lehrt, daß sehr unterschiedliche Perioden zur Bestimmung der Form und Lage der Kurven notwendig sind (Bandbreite von mehreren Oktaven). Hieraus ergibt sich auch die Berechtigung, die Perioden bei einer ersten vorläufigen Auswertung nach Augenmaß zu bestimmen. - Im allgemeinen wird man bestrebt sein, durch Auswertung möglichst vieler Effekte in den Registrierungen die "Bandbreite" zu erweitern. Theoretisch könnte durch die Auswertung eines einzigen Effektes, bei dem sehr viele unterschiedliche Perioden beobachtet wurden, das dem Untergrund zuzuordnende Modell bestimmt werden.

e) Zur Bestimmung des Modells verfährt man wie folgt:

Man zeichnet die Werte ρ_s / ρ_1 eines 3-Schichtenmodells gegen $T\rho_1/z_1^2$ in ein doppelt logarithmisch geteiltes Papier ein. Die Form der Kurve ist dann durch die Parameter μ_2 , μ_3 , v_2 bestimmt; die absoluten Größen von ρ_1 und z_1 dagegen bestimmen die Lage der Kurve im Koordinatensystem. Mit Hilfe von solchen Modellkurven

kann man aus einer experimentell aufgenommenen Kurve die Widerstände und Dicken der vorliegenden Schichten berechnen:

Aus den Registrierungen entnimmt man das Verhältnis der Amplituden $|E_x|/|E_y|$ oder $|E_y|/|E_x|$ für eine Periode. Bei einem einzelnen Effekt, z.B. bei einer Bay, ist es nicht immer leicht, diejenige Periode anzugeben, der bei einer Entwicklung der Funktionen $E_x(t)$, $E_y(t)$, ... in eine Fourier-Reihe die größte Amplitude zugeordnet würde (Maximum des Spektrums). Die Erfahrung lehrt, daß dies bis auf einen Faktor 1,5 bis 2 möglich ist (Schätzfehler geringer als eine Oktave). Auch das Verhältnis der Amplituden ist im allgemeinen bis auf den Faktor 1,5 bis 2 bestimmbar. - Durch die so gewonnene Punktwolke der Werte $|E_x|/|E_y|$, usw. legt man dann - meist nach Augenmaß - eine Kurve. Es ist ratsam, die Werte dieser geglätteten Kurve nach der Beziehung (8b) umzurechnen, so daß man den spez. Widerstand $\rho_s(T)$ erhält; dagegen ist nicht zu empfehlen, die einzelnen Werte $|E_x|/|E_y|$, usw. auf ρ_s umzurechnen, da sich die Streuung laut (8b) erheblich vergrößert, worauf K. Sengpiel hingewiesen hat.

Man zeichnet die so berechnete Meßkurve ρ_s über T im selben Maßstab wie die Modellkurven auf transparentes Papier (z.B. haben die Punkte der Werte 1 und 10 auf den Achsen beider Koordinatensysteme gleichen Abstand). - Die beiden Blätter werden aufeinander gelegt und achsenparallel so verschoben, daß sich die Meßkurve mit einer Modellkurve möglichst gut deckt. Nun bestimmt man die Koordinaten irgend eines Punktes (der nicht auf der Kurve zu liegen braucht) in beiden Koordinatensystemen. Er habe die Koordinaten (a, b) im (ρ_s, T) -System und (a', b') im $(\rho_s/\rho_1, T\rho_1/z_1^2)$ -System. Es gilt $\rho_s = a$, $\rho_s/\rho_1 = a'$ und $T = b$, $\rho_1 T/z_1^2 = b'$. Durch Eliminieren von ρ_s und T erhält man:

$$\rho_1 = a/a' \quad ; \quad z_1 = \sqrt{ab/a'b'}$$

Zweckmäßigerweise wählt man für (a', b') den Punkt $(1;1)$. (s. Fig. 1, S. 38)

Mißt man das elektrische Feld E in mV/km und das Magnetfeld in \mathcal{H} , so berechnet sich ρ_s laut Gleichung (8b) aus den beobachteten Amplituden der Registrierung $|E_{x,0}|$ und $|E_{y,0}|$ zu

$$\rho_s = (|E_{x,0}| / |E_{y,0}|)^2 \cdot 0,2 \cdot T \text{ } [\Omega \cdot \text{m}].$$

f) Das Verhältnis der beiden anderen Feldkomponenten E_y/F_x liefert die gleiche Funktion f, sofern die oben genannten Voraussetzungen erfüllt sind.- Im Rahmen dieser Modellrechnungen wurden 2 Feldkomponenten (z.B. $F_{x,0}$ und $F_{y,0}$) als unabhängig voneinander eingeführt; die Funktion f hängt nur von der Struktur des Untergrundes ab. Liefert die Auswertung der beiden Komponentenverhältnisse $(E_x/F_y)_{z=0}$ und $(E_y/F_x)_{z=0}$ unterschiedliche Modelle, so ist mindestens eine der Voraussetzungen dieser Theorie nicht erfüllt: z.B. die Schichten liegen nicht horizontal; oder es liegt Anisotropie vor.

II. Auswertung der in der Literatur veröffentlichten Messungen

Es sollte geprüft werden, wie weit die Messungen der Magnetotellurik anhand von 3-Schichtenmodellen ($\rho_1, \rho_2, \rho_3, z_0=0, z_1, z_2$) interpretiert werden können. Dabei wurde bislang die Geologie an der Oberfläche und der Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die Messung des elektrischen Feldes nicht berücksichtigt. Es wurde also zunächst nicht geprüft, ob die Voraussetzungen der Theorie von Cagniard erfüllt waren. (Wenn z.B. die betrachtete Station nahe der Grenze zwischen Sedimentbecken und Kristallin liegt, so ist die dritte der oben genannten Bedingungen nicht erfüllt.) In der beigefügten Tabelle sind die Ergebnisse dieser Auswertung zusammengestellt.

Als Modellkurven wurden die von S.P. Srivastava, J.L. Douglass, S.H. Ward (1963) angegebenen Kurven verwendet. Diese Autoren nehmen Bezug auf die Arbeit von M.V. Kolmakov, N.P. Vladimirov (1961).

- In Fig. 2 (s.S. 39) sind die Modellkurven dieser Autoren wiedergegeben. In Fig. 3 (s.S. 40) sind die bekannten Modellkurven von L.Cagniard beigefügt. - In Fig. 4 (s.S. 41) und 5 (s.S. 42) sind die Werte des scheinbaren spezifischen Widerstandes ρ_s als Funktion von T aufgetragen, so wie sie den einzelnen Veröffentlichungen für die verschiedenen Stationen entnommen werden konnten.-Man erkennt, daß die Auswertung der beiden Komponenten einer Station keineswegs die gleichen Kurven ergeben. Es sind daher die beiden Komponenten für sich ausgewertet worden. Aus der Tabelle ist zu ersehen, welche Unterschiede in den Modellen sich hieraus ergeben.

Für die Stationen Meanook (Alberta, Kanada), Beiseker (Alberta, Kanada), Niemegek (Deutschland), Ückermünde (Deutschland) und

Auswertung von Meßkurven verschiedener Autoren

Beobachtungsort Autor	$\frac{E}{F}$	z_1 km	z_2 km	ρ_1 [Ω m]	ρ_2 [Ω m]	ρ_3 [Ω m]
Meanook, Alberta (9)	$\frac{E}{F}$	3,5 - 4	140-180	6-8	1100-1700	60-80
Meanook, Alberta (10) nach (6)	$\frac{y}{x}$	2,5-3,5	100-160	4-5	700-1100	40-50
Meanook, Alberta (10) nach (6)	$\frac{y}{x}$	2 - 3	80-120	4-5	700-1100	40-50
Beiseker, Alberta (9)	$\frac{y}{x}$	3-3,5	60-70	6-7	550-750	6-7
Beiseker, Alberta (9)	$\frac{y}{x}$?	?	?	?	?
Niemegk (10)	$\frac{y}{x}$	6,5-7,5	190-210	3,5-4,5	700-900	30-40
Niemegk (10)	$\frac{y}{x}$	6-8	180-240	1-3,5	300-400	30-40
Uckermünde (10)	$\frac{y}{x}$	6-8	145-240	1-3	100-600	1-15
Uckermünde (10)	$\frac{y}{x}$	≤ 10	?	≤ 3	?	?
Fürstenfeldbruck (10) nach (1)	$\frac{y}{x}$	≤ 10	?	≤ 25	$\geq 20 \rho_1$?
Göttingen (10) nach (7)	$\frac{y}{x}$	60-70	?	40-50	?	?
Göttingen (10) nach (7)	$\frac{y}{x}$	70-80	?	25-35	?	?
Littleton-Massa- chusetts (10,3)	?	≤ 45	?	≤ 6000	?	?
Bansko, Bulgarien (5)	$\frac{y}{x}$	≤ 30	?	≤ 30	?	?
Bansko, Bulgarien (5)	$\frac{y}{x}$	≤ 30	?	≤ 30	?	?
Burgas, Bulgarien (5)	$\frac{y}{x}$	≤ 25	?	≤ 16	?	?
Burgas, Bulgarien (5)	$\frac{y}{x}$	≤ 95	?	≤ 300	?	?
Borok, USSR (8)	$\frac{y}{x}$	2-3	80-135	1-2	200-400	10-20
Borok, USSR (8)	$\frac{y}{x}$					

Die Meßkurven wurden mit Modellkurven aus den Arbeiten (2), (4) und (9) verglichen. $x \hat{=} NS$, $y \hat{=} EW$

Die Zahlen in Klammern geben die Nummern des Literaturverzeichnis an.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{E}{F} \\ \frac{y}{x} \end{array} \right\} = \frac{E_y}{F_x}$$

Borok (USSR) liefert die Auswertung ein 3-Schichtenmodell, das einer Einteilung von Erdkruste und oberem Mantel in folgende 3 Schichten etwa entspricht: 1) Sediment (2 bis 8 km mächtig, $1 \leq \rho_1 \leq 8$ [Ωm]), 2) Grundgebirge mit Teilen des Palaeozoikums, + Kristallin (Metamorphikum, Gneis, Granit) + tiefere Erdkruste + Teile des oberen Erdmantels (etwa 80 bis 200 km mächtig, $100 \leq \rho_2 \leq 1700$ [Ωm]), 3) oberer Mantel (ab etwa 80 bis 200 km, $5 \leq \rho_3 \leq 80$ [Ωm]).- Für die Station Fürstfeldbruck (Deutschland) lassen sich nur die beiden oberen Schichten grob abschätzen.- Bei der Station Göttingen läßt sich anhand des bisher vorliegenden Materials die Schicht 1 (z_1, ρ_1) nicht nachweisen.- Bei den übrigen Stationen ergab die Auswertung nur Abschätzungen für die obere Schicht. (Sediment).-

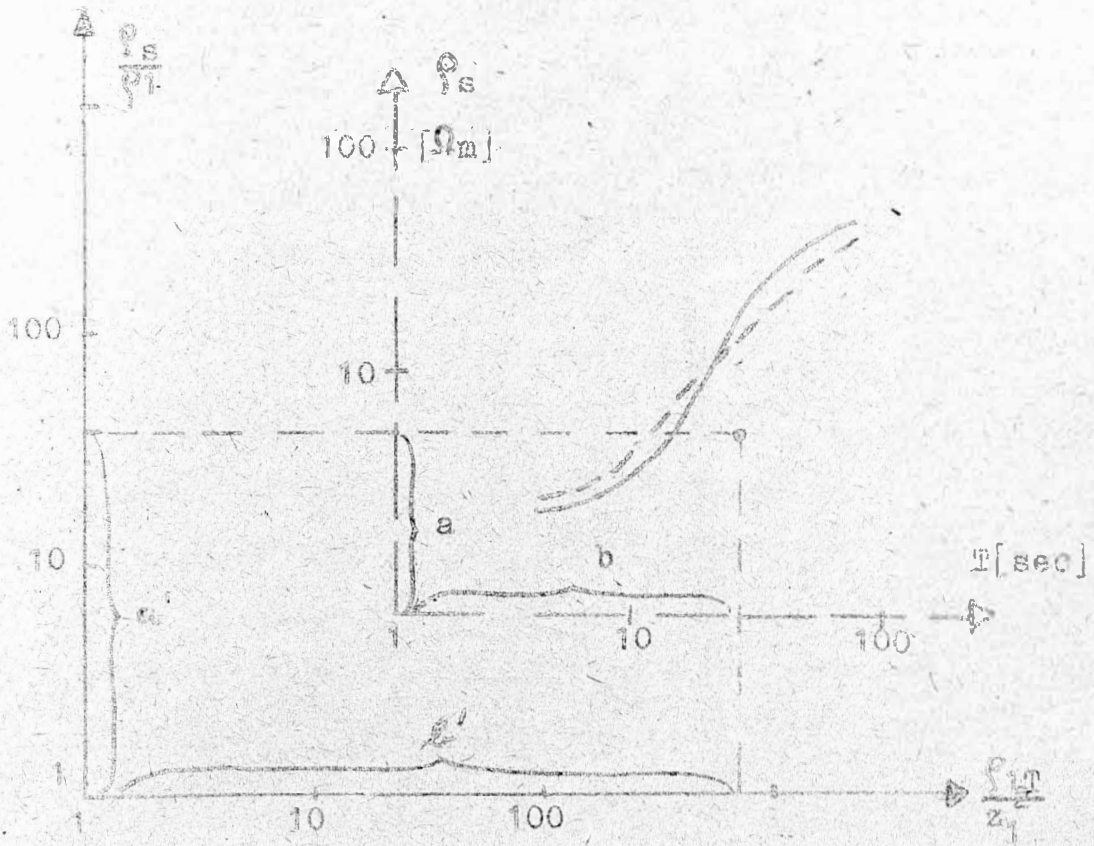
Eine befriedigende Auswertung ist nur möglich, wenn der scheinbare spezifische Widerstand ρ_s über einen Periodenbereich von 5 bis 50 000 sec bekannt ist.

Literatur:

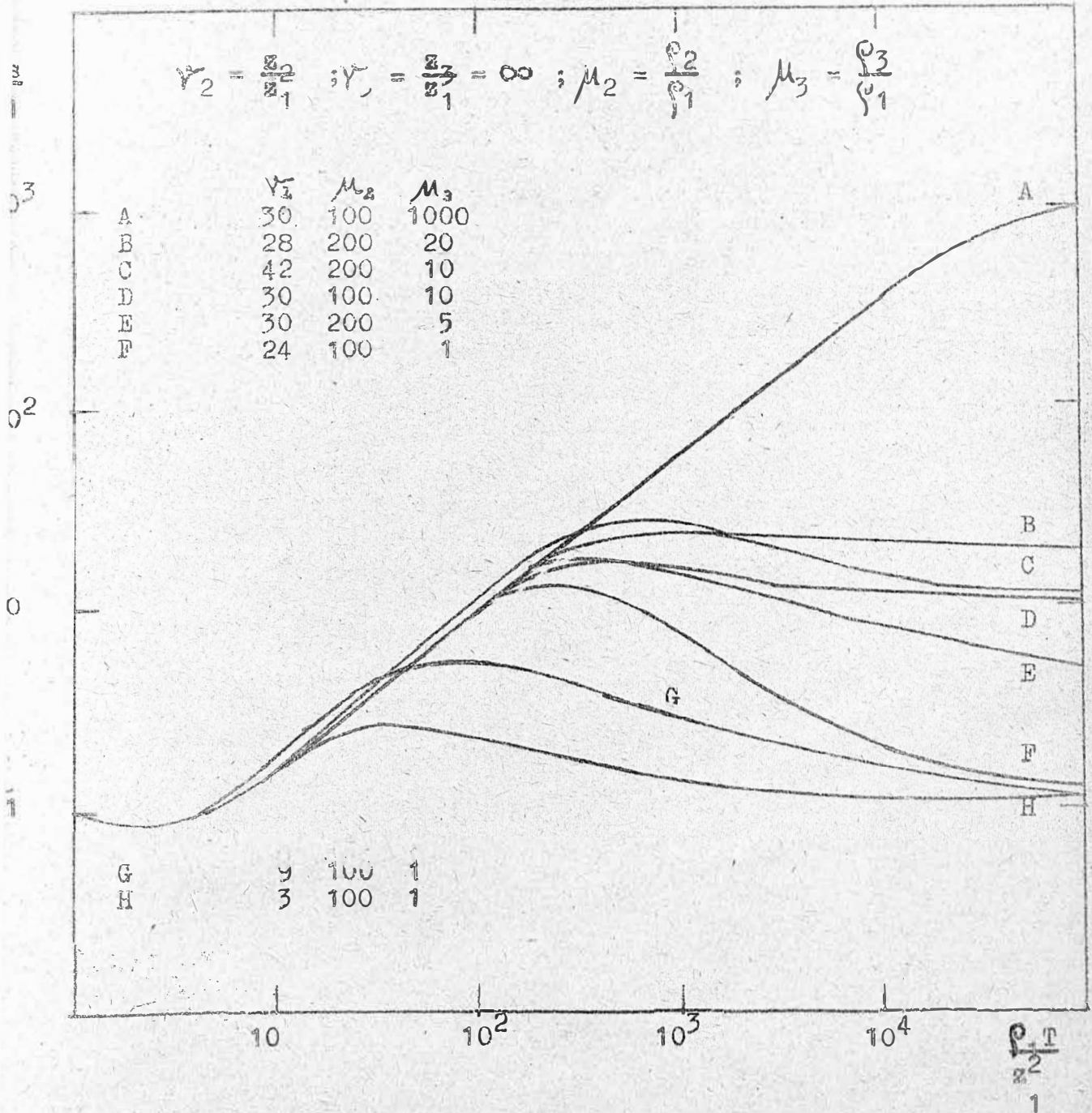
- (1) Burkhart, K., 1955: Mikropulsationen des Erdstroms und der erdmagnetischen Horizontalkomponenten, Z.f. Geophysik, Jg. 21, S. 57-73
- (2) Cagniard, L., 1953: Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting, Geophysics, v. 19, pp. 605-635
- (3) Cantwell, T. and T.R. Madden, 1960: Preliminary report on crustal magnetotelluric measurements, J. Geoph. Res., v. 65, 12, pp. 4202-4205

- (4) Kolmakov, M.V. and Vladimirov, N.P., 1961: On the equivalence of magnetotelluric sounding curves, *Izvestiya Acad. Sci. USSR*, Nr. 4, pp.544-552. (Engl. Ausgabe: *Bulletin (Izvestiya)*, 1961,4, pp.349-354)
- (5) Lengning, K., E. Ritter und H. Wiese, 1963: Auswertung der geomagnetischen und geoelektrischen Registrierungen in Südosteuropa im Januar und Februar 1961, *Gerlands Beitr. z. Geophys.*, Bd. 72, 4, S. 240-252
- (6) Niblett, E.R. and C. Sayn-Wittgenstein, 1960: Variation of electrical conductivity with depth by the magnetotelluric method, *Geoph.*, v. 25, pp. 998-1008
- (7) Repsold, H., 1959: Ergebnisse der Messung natürlicher Erdströme bei Göttingen, *Z.f. Geoph.*, Jg. 25, s. 97-103
- (8) Rokityanski, I.I., 1962: Deep magnetotelluric sounding at the Borok observatory, *Izvestiya Acad. Sci.*, Nr. 5, pp. 679-680 (Engl. Ausgabe: *Bulletin (Izvestiya)* 1962, 5, pp. 439-440)
- (9) Srivastava, S.P., J.L. Douglass and S.H. Ward, 1963: The application of the magnetotelluric and telluric methods in central Alberta, *Geophysics*, v. 28, 3, pp. 426-446
- (10) Wiese, H., 1962: Geomagnetische Tiefentellurik, Teil I: Die elektrische Leitfähigkeit der Erdkruste und des oberen Erdmantels, *Geofis. pura e appl.*, v. 51, pp. 59-78

Figur 1

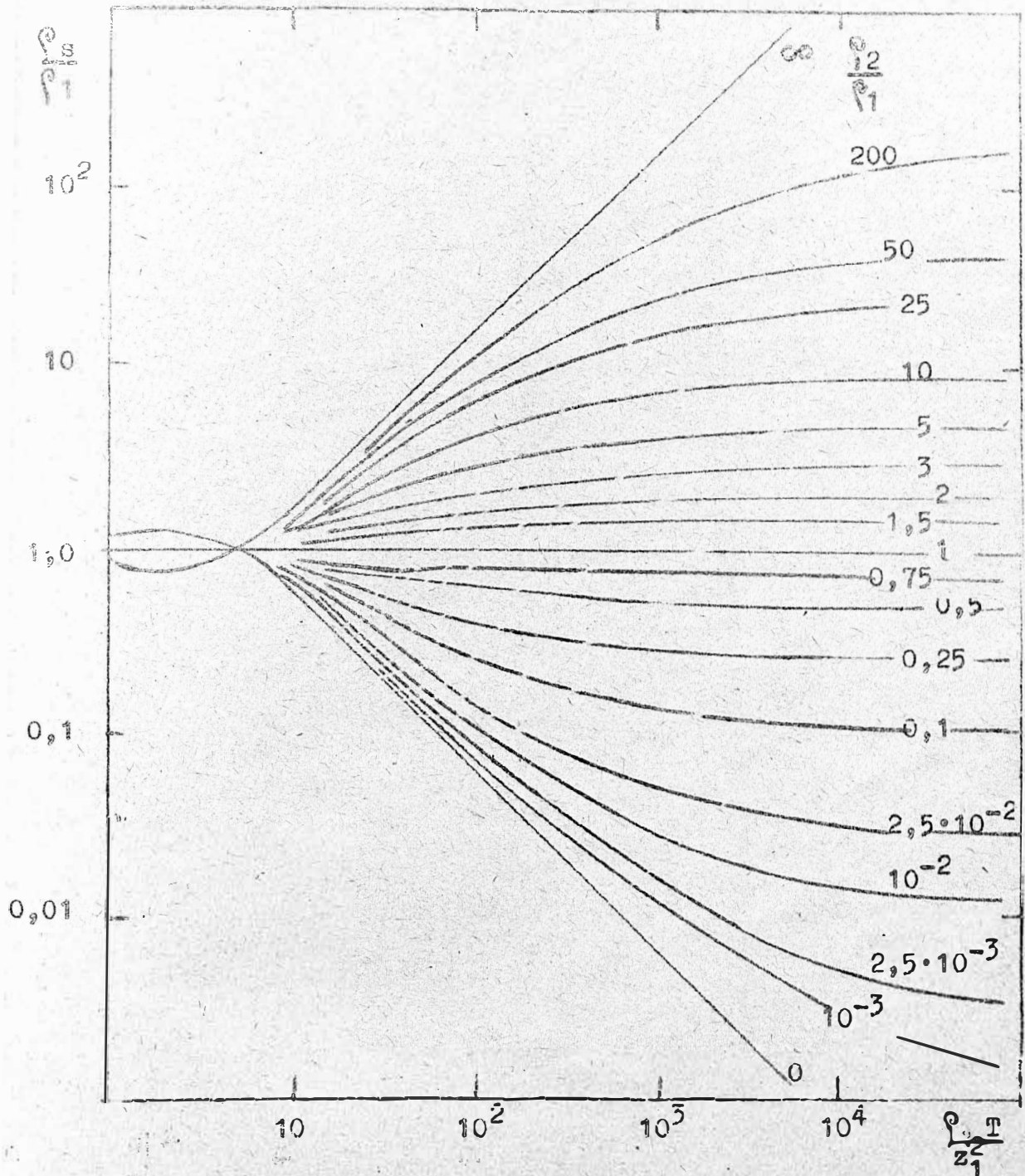


Figur 2



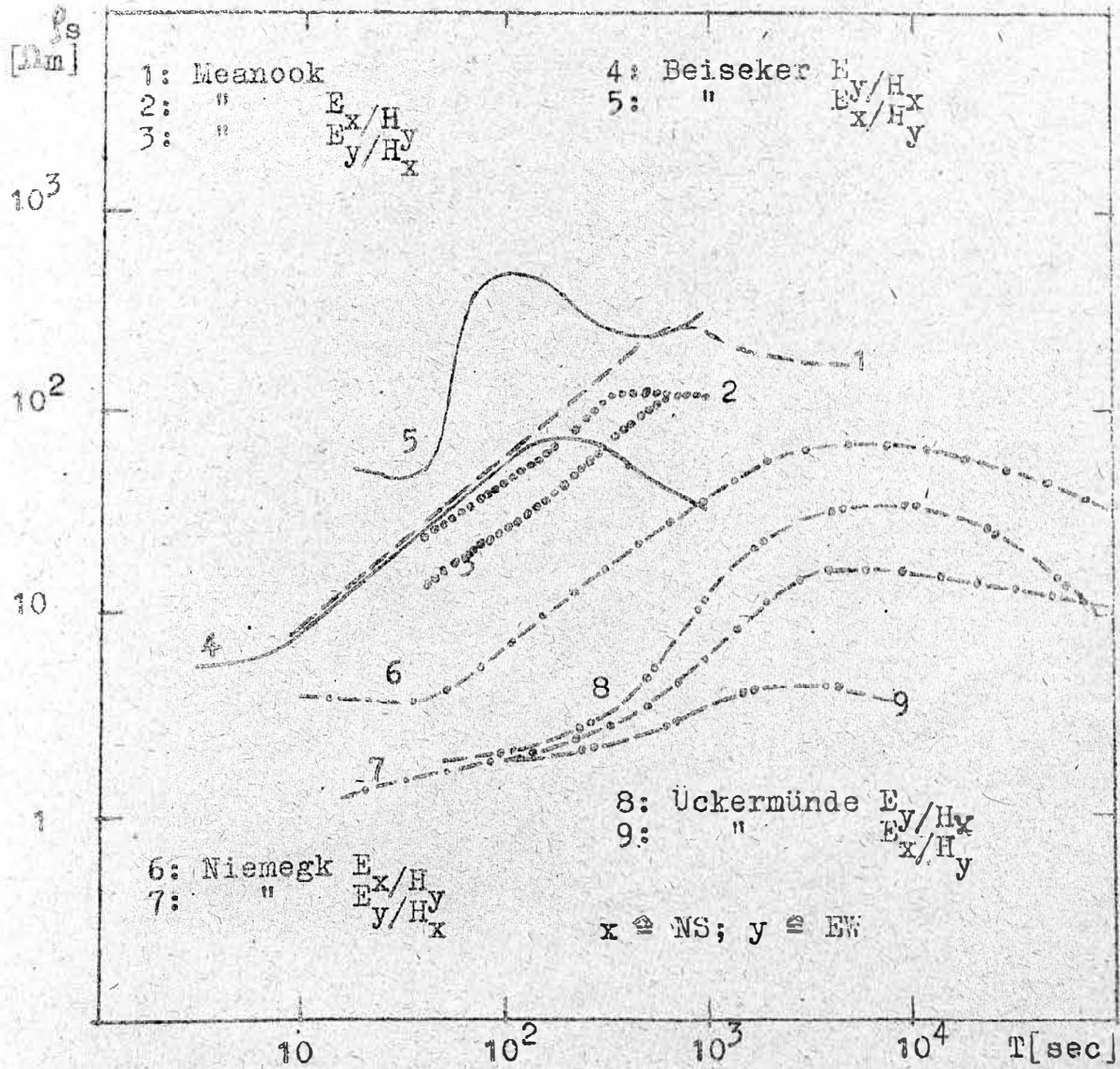
3-Schichten-Modelle nach Srivastava, Douglass und Ward;
 ρ_s scheinbarer spezifischer Widerstand, ρ_1 spezifischer Widerstand der Schicht 1; T Periode; z_1 Dicke der Schicht 1.

Figur 3



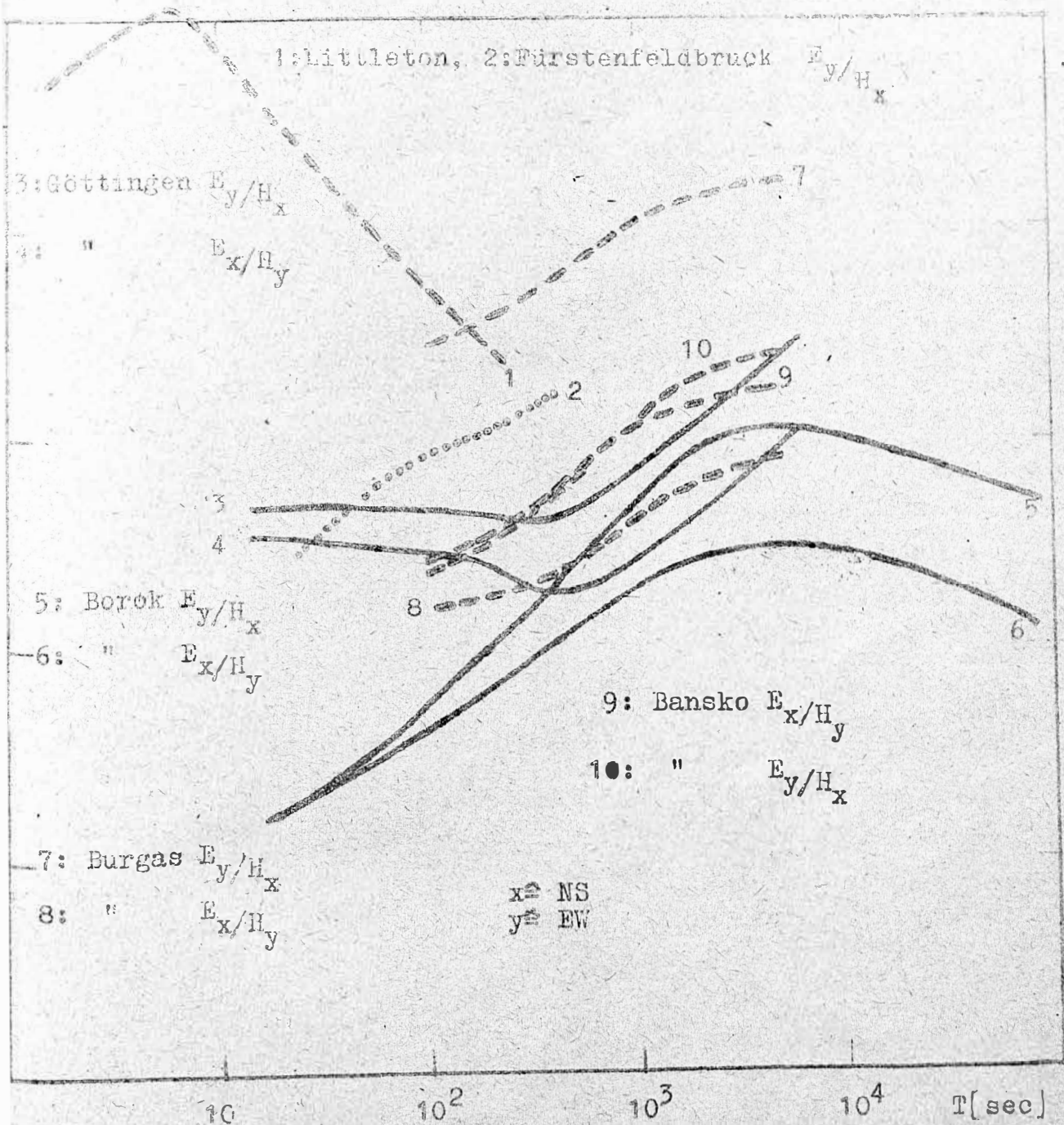
2-Schichtenmodell nach Cagniard, ρ_s scheinbarer spezifischer Widerstand, ρ_1 spezifischer Widerstand der Deckschicht; T Periode ; z_1 Dicke der Deckschicht.

Figur 4



Scheinbarer spezifischer Widerstand ρ_s gemessen an den angegebenen Stationen (laut Angaben in der Literatur 1963)

Figur 5



Scheinbarer spezifischer Widerstand ρ_s gemessen an den angegebenen Stationen (laut Angaben in der Literatur bis 1963)

Autoren: cand. geophys. Berktold und cand. geophys. Sengpiel
Vorläufige Auswertung der Messung des elektrischen Feldes längs
eines NS-Profiles vom Zentrum der Bayerischen Molasse (Kraiburg)
bis in das Kristallin des Bayerischen Waldes

Donnerstag, den 10.10.1963

Frühere Messungen der Variationen des elektrischen Feldes zwischen zwei Punkten der Erdoberfläche zeigten im südlichen Teil der Bayerischen Molasse stets eine auffällige Übereinstimmung: Die Schwankungen in der EW-Komponente waren deutlich größer als in der NS-Richtung und zwar etwa um das dreifache. Dies konnte man an sechs zum Teil benachbarten-Meßorten feststellen. Ob diese Vorzugsrichtung überall in der Molasse anzutreffen wäre, blieb aber zunächst noch offen.

Auf Vorschlag von Herrn Prof. Angenheister wurde daraufhin ein Profil festgelegt, das quer über die Molasse bis in ihre nördlichen und südlichen Randgebiete reichen sollte. Alle 20 km sollte eine Meßstation eingerichtet werden. Die Registrierungen sollten gleichzeitig mit zwei Wander- und einer Feststation durchgeführt werden.

Es wurde ein NS-Profil auf $12^{\circ}25' E$ nach folgenden Gesichtspunkten gewählt: 1. Die Begrenzungen der Molasse durch den Bayerischen Wald und die Alpen sollen möglichst senkrecht überschritten werden. 2. Die Meßpunkte sollen alle in Wäldern abseits von größeren Siedlungen liegen. 3. Der Untergrund unter dem Profil soll durch geophysikalische Methoden und durch Tiefbohrungen bereits möglichst gut aufgeschlossen sein.

Die Stationen entlang des Profils zeigt Fig. 1 (s.S. 47). Die Messungen begannen im Mai 1963 und sind z.Zt. noch nicht abgeschlossen. Bisher wurden acht Stationen des Profils vermessen und zwar von Süden nach Norden die Stationen Kraiburg am Inn, Ampfing, Gerzen, Dingolfing, Geiselhöring, Wörth/Donau, Falkenstein/Opf. und Thanstein/Opf. An jeder Station wurden zwei Auslagen von 200 m

(magnetisch NS- und EW-Richtung) aufgebaut. Der Vorschub des Registrierpapiers betrug zuerst 2 cm/h, wurde aber später auf 8 cm/h abgeändert. (Näheres zur Meßanlage im Referat Berktold: Instrumente der Feldanlage).

Die vorläufige Auswertung wurde durch Ausmessung der einfachen oder Doppelamplitude und der zugehörigen Schwingungsdauer auf dem Filmstreifen vorgenommen. Mit Hilfe einer alle 12 Stunden auf dem Film erscheinenden Eichung wurden die Meßwerte in mV/200 m umgerechnet.

Die Auswertung wurde bisher in zweierlei Hinsicht vorgenommen: Aus dem Vergleich der beiden Komponenten jeder Station wurde der Hauptrichtungswinkel des E-Feldvektors an jeder Station bestimmt. Des weiteren wurden für jede Komponente zeitgleiche Effekte jeder Wanderstation mit der Feststation Falkenstein verglichen; dies ergab jeweils ein Verhältnis der Amplituden q (q_{EW} oder q_{NS}). Ein Beispiel für diese Auswertung geben die Fig. 2 (s.S. 48) und 3 (s.S. 48). Die Werte streuen um einen in weitem Bereich zeitunabhängigen Mittelwert, wobei die EW-Komponente prozentual stärker streut. Ähnliches ergeben alle anderen Stationen.

Es wurden Mittelwerte der Amplituden von Perioden zwischen 50 und 500 sec gebildet. Für kleinere Perioden scheint in der Molasse das Verhältnis q etwas anzusteigen, für größere wird q dagegen kleiner. Sq-Gänge konnten in den Registrierungen an Stationen der Molasse bisher nicht beobachtet werden. - Diese Mittelwerte wurden sodann über das NS-Profil aufgetragen, Fig. 4 (s.S. 49). Die wahrscheinliche Kristallinoberfläche unter der Molasse längs des Profils wurde einem Tiefenlinienplan einer Arbeit von Prodehl entnommen. Sie ist aufgrund der Ergebnisse der Refraktionsmessungen angefertigt worden. - Die strichpunktierte Linie in der Fig. 4 stammt aus den Veröffentlichungen von Wescott und Hessler (University of Alaska), bei denen in einem Modellversuch die Potentialdifferenz pro Längeneinheit über einem gut leitenden Trog rechteckigen Querschnitts in einer schlechter leitenden Umgebung ($\rho_{Trog} : \rho_M = 1 : 5$) gemessen und aufgetragen wurde. Die Kurve zeigt qualitativ den starken Abfall des Betrages des elektrischen Feldvektors innerhalb des Troges nahe der Troggrenze. Das gleiche

ergibt die Auswertung für den Übergang vom Rand des Kristallins nach Süden in die Molasse. Die EW-Komponente - etwa tangential zur Grenzfläche gerichtet - macht diesen Abfall nur in abgeschwächter Form mit. Der Anstieg von q_{NS} bei der Station Gerzen und der Abfall in Richtung Süden zur Station Ampfing kann vielleicht in ähnlicher Weise durch die einsetzende Vertiefung des Troges von 300 m (bei Gerzen) bis auf 5 km erklärt werden.

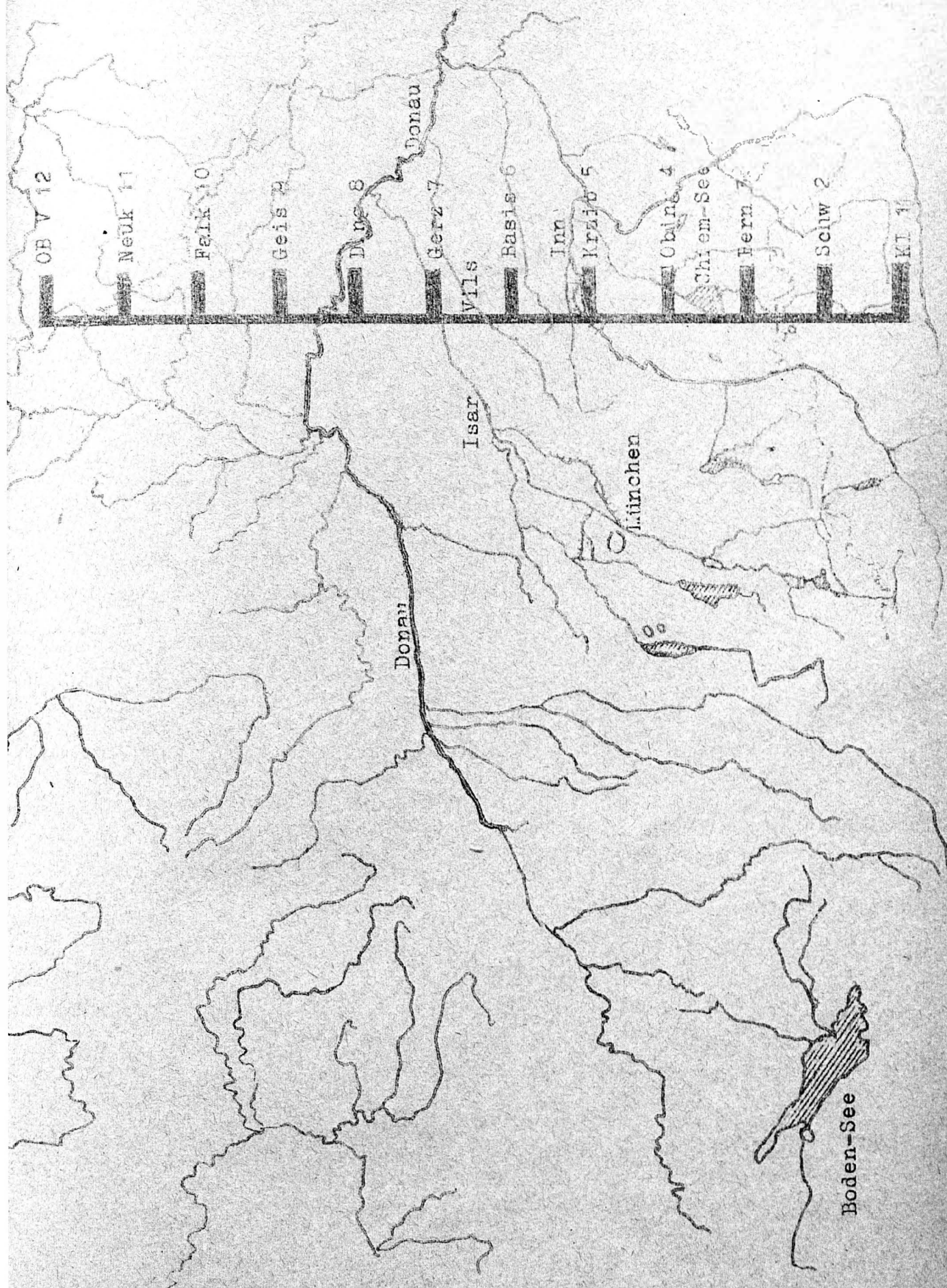
Es soll jetzt noch nicht versucht werden, die Ergebnisse weiter zu interpretieren. Vielmehr soll vorher noch an jeder Station eine Widerstandssondierung nach Wenner vorgenommen und dadurch ein etwaiger Einfluß der verschiedenen Leitfähigkeiten der obersten Schichten nach Möglichkeit eliminiert werden.

Im zweiten Teil der Auswertung wurde der Hauptwinkel gegen magnetisch Nord und die Richtung des E-Feldvektors aus den beiden Komponenten ermittelt. Es wurden dafür nur solche Schwingungen gewählt, die keine erkennbare Phasenverschiebung zwischen EW- und NS-Komponente zeigten. Die Ergebnisse zeigen die Fig. 5 (s.S.50), 6 (s.S.51), 7 (s.S.52). Für Station 6 ergaben sich zwei Richtungen: für kurze Perioden herrscht die Richtung von Station 5 vor, für lange die von Station 7. Die so gewonnene Hauptrichtung des E-Feldes an jeder Station wurde in einen Tiefenlinienplan der Kristallinoberfläche eingezeichnet; s. Fig. 8 (S.53). Diese Hauptrichtungen stimmen recht gut überein mit der Streichrichtung von Mulden und Sätteln im Kristallin des Untergrundes.

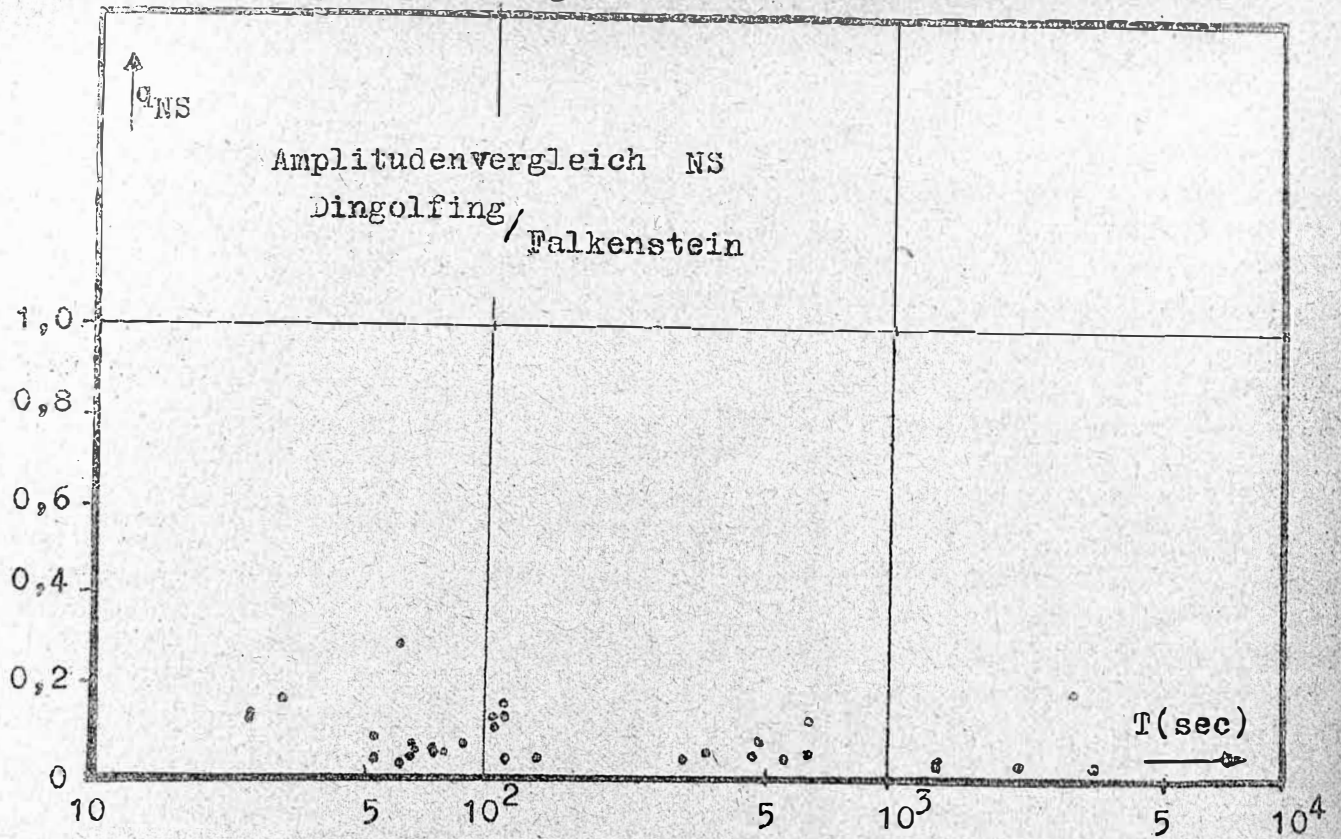
Eine Ergänzung zu den bisher gewonnenen Ergebnissen der Tellurik soll durch die an den Stationen Falkenstein und Ampfing gleichzeitig durchgeführte Registrierung der E- und F-Variationen erreicht werden. Nach der Methode von Cagniard wurde φ_{sx} und φ_{sy} berechnet und über T aufgetragen. Das Ergebnis war zunächst nicht befriedigend. Ein Beispiel dafür liefert die Fig. 9 (s.S. 54). Auf der Suche nach der großen Streuung der berechneten Werte gelangte man zu einer bestimmten Form der Vorglättung: Wenn man zunächst das Verhältnis E_y/H (oder E_x/D) gegen die Periode T aufträgt, läßt sich durch diese Punktmenge leichter eine eindeutige Kurve legen. Aus dieser Kurve bestimmt man dann E_y/H und

das zugehörige T und berechnet φ_s nach der Formel $\varphi_{sy} = 0,2 T(E/\mu)^2$.
Beispiele hierfür zeigen die Fig. 10 (s.S.55) und für die sich
ergebenden φ_s -Kurven die Figuren 11 (s.S.56) und 12(s.S.57).

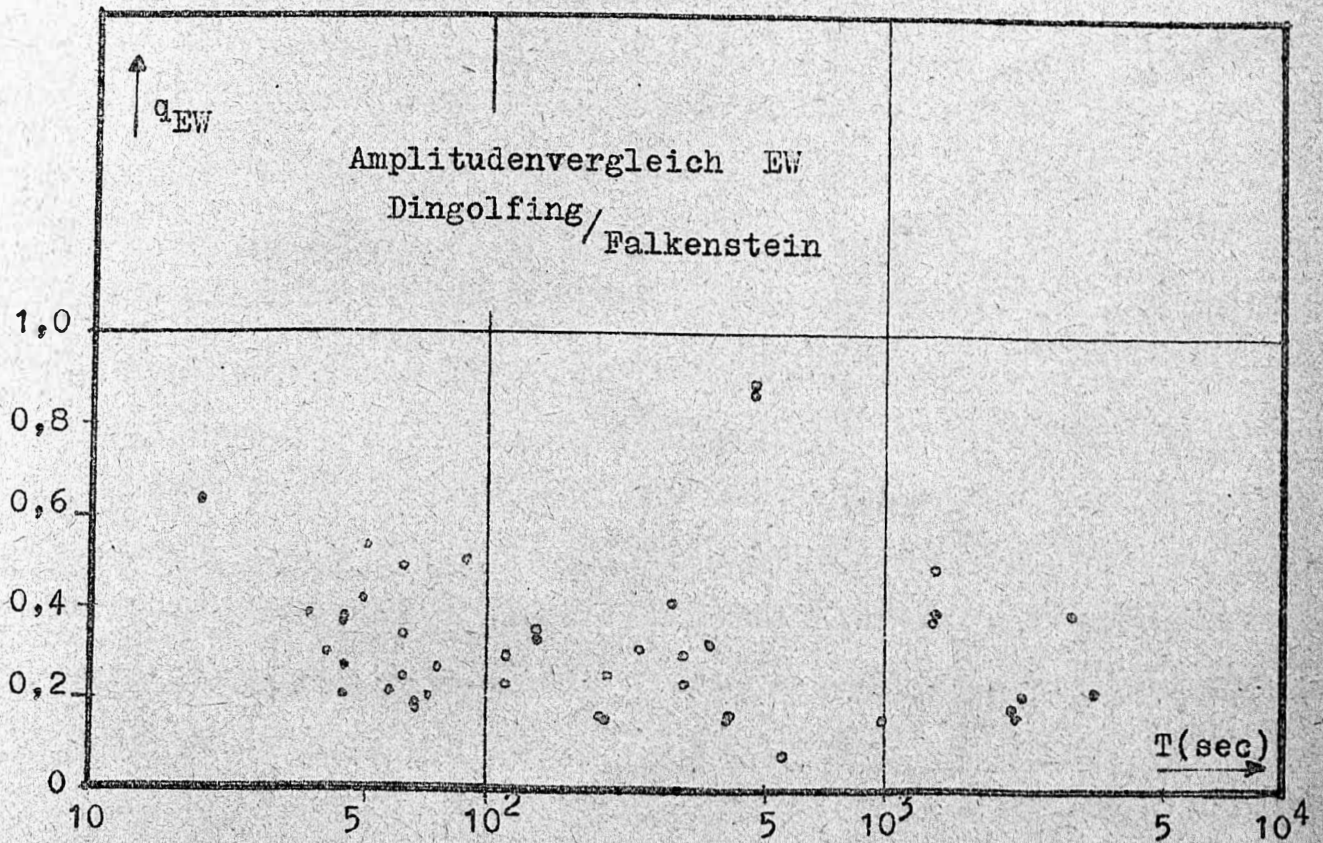
Leider wurden bisher noch keine theoretischen Kurven gefunden,
denen die experimentellen entsprechen. Die Zahl der Schichten,
ihre Mächtigkeit und ihr spezifischer Widerstand kann daher zur
Stunde noch nicht angegeben werden. Nach der Theorie von Cagniard
müßten die Kurven für φ_{sx} und φ_{sy} an einer Station zusammenfallen.
Dies ist hier beidemal nicht der Fall. Der Ursache hierfür soll
noch nachgegangen werden. Als Nahziel wird aber zunächst die voll-
ständige Vermessung des begonnenen Profils vorangetrieben werden.

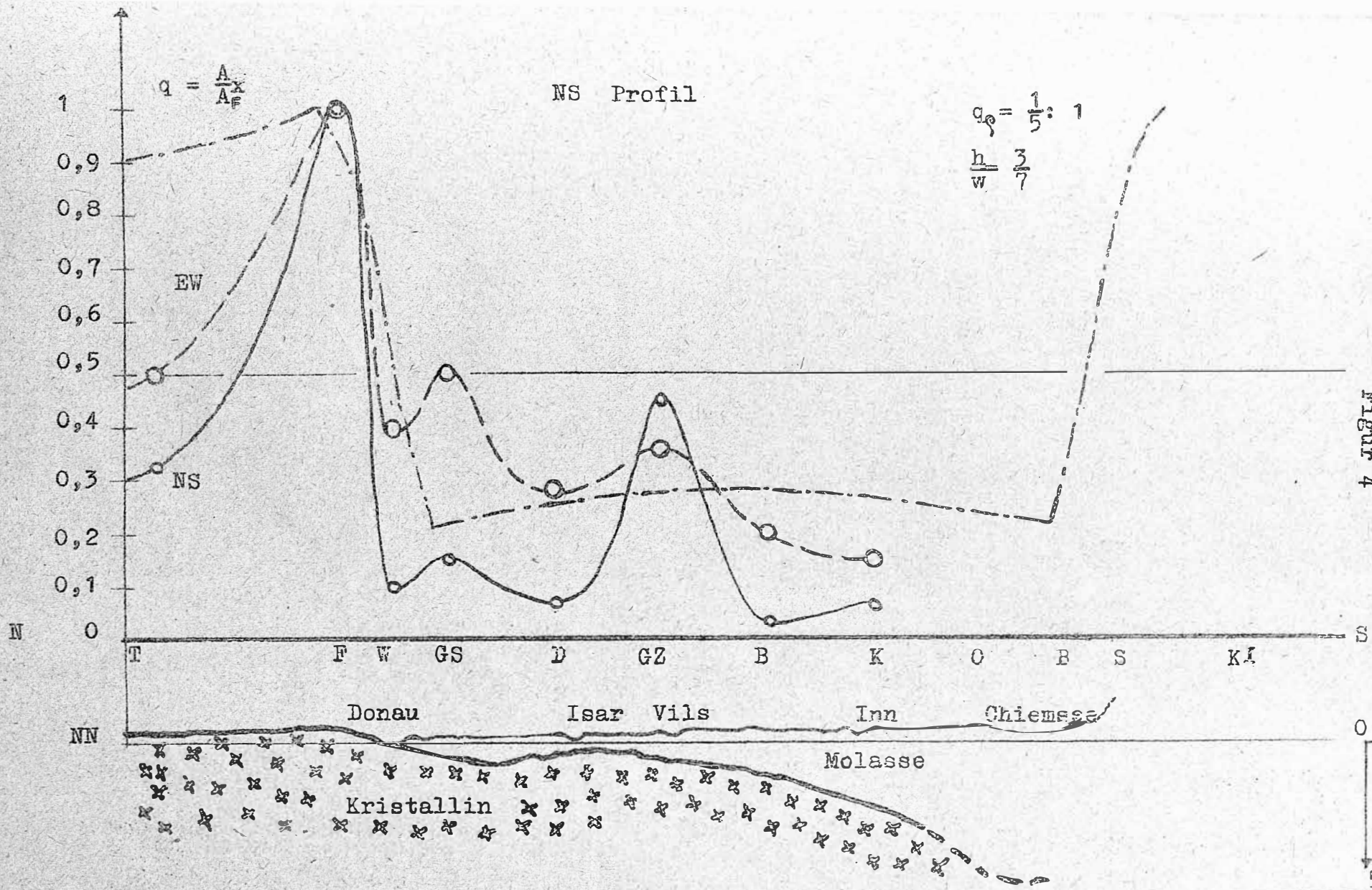


Figur 2



Figur 3





Figur 4

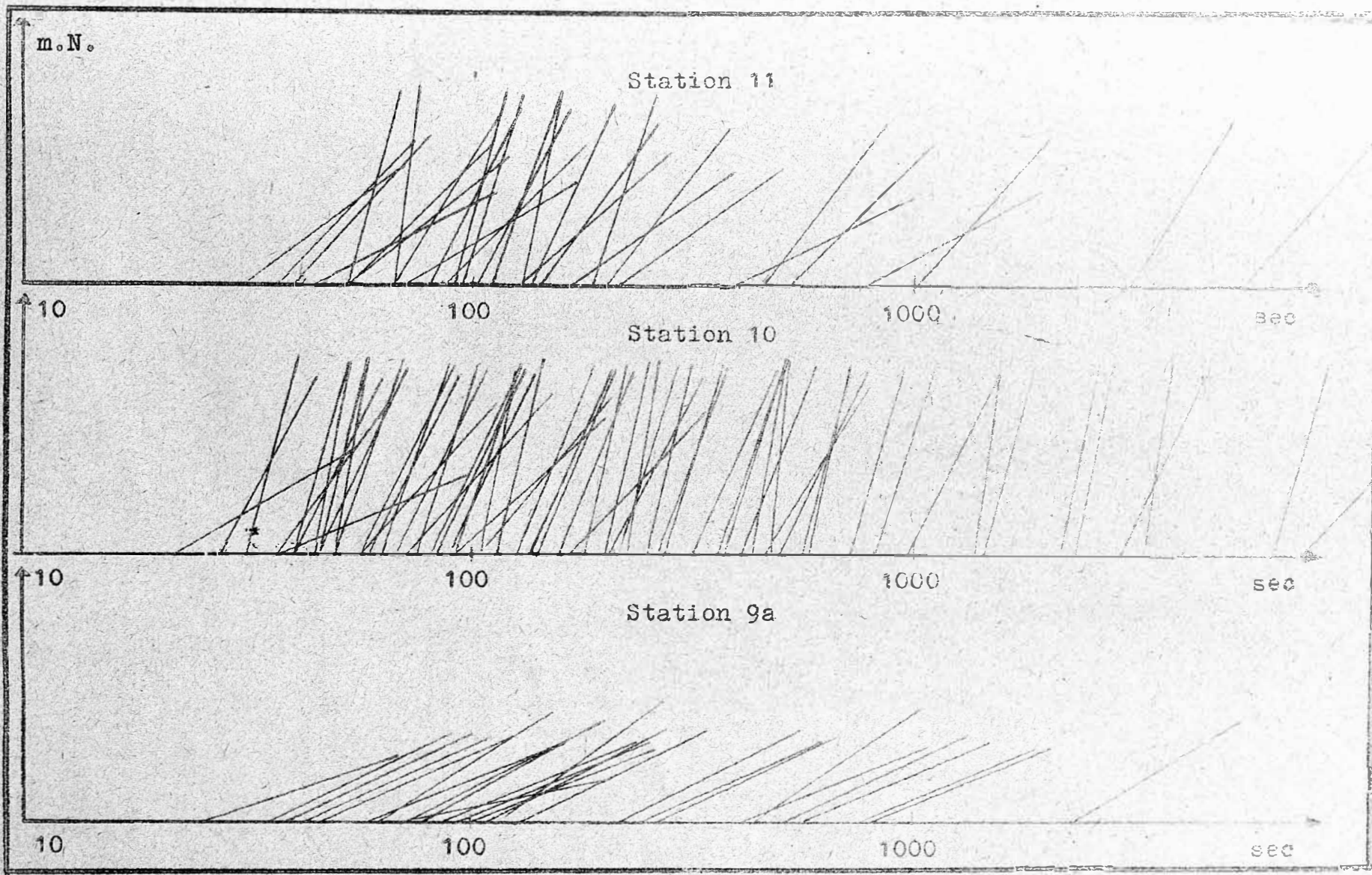
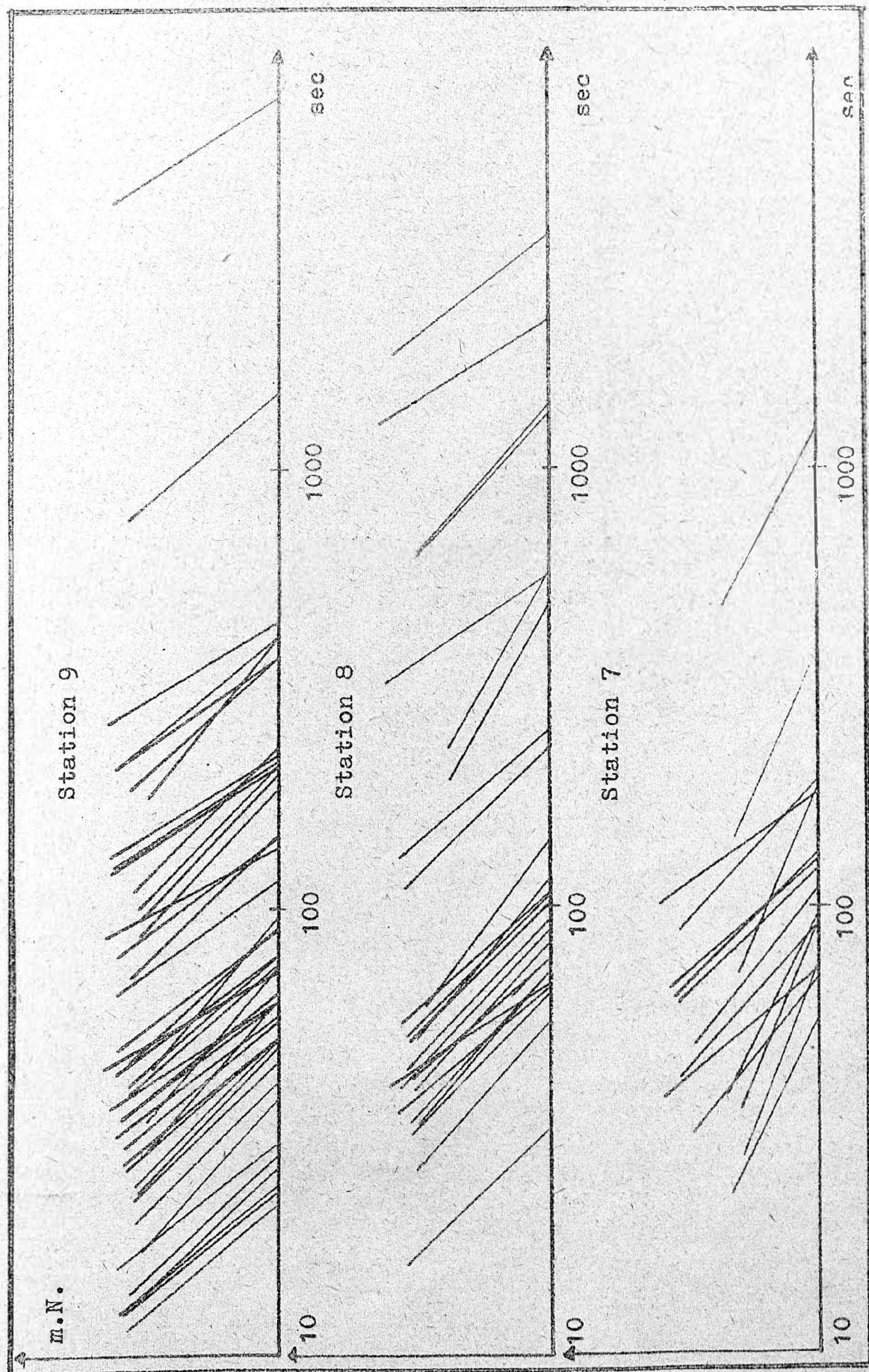
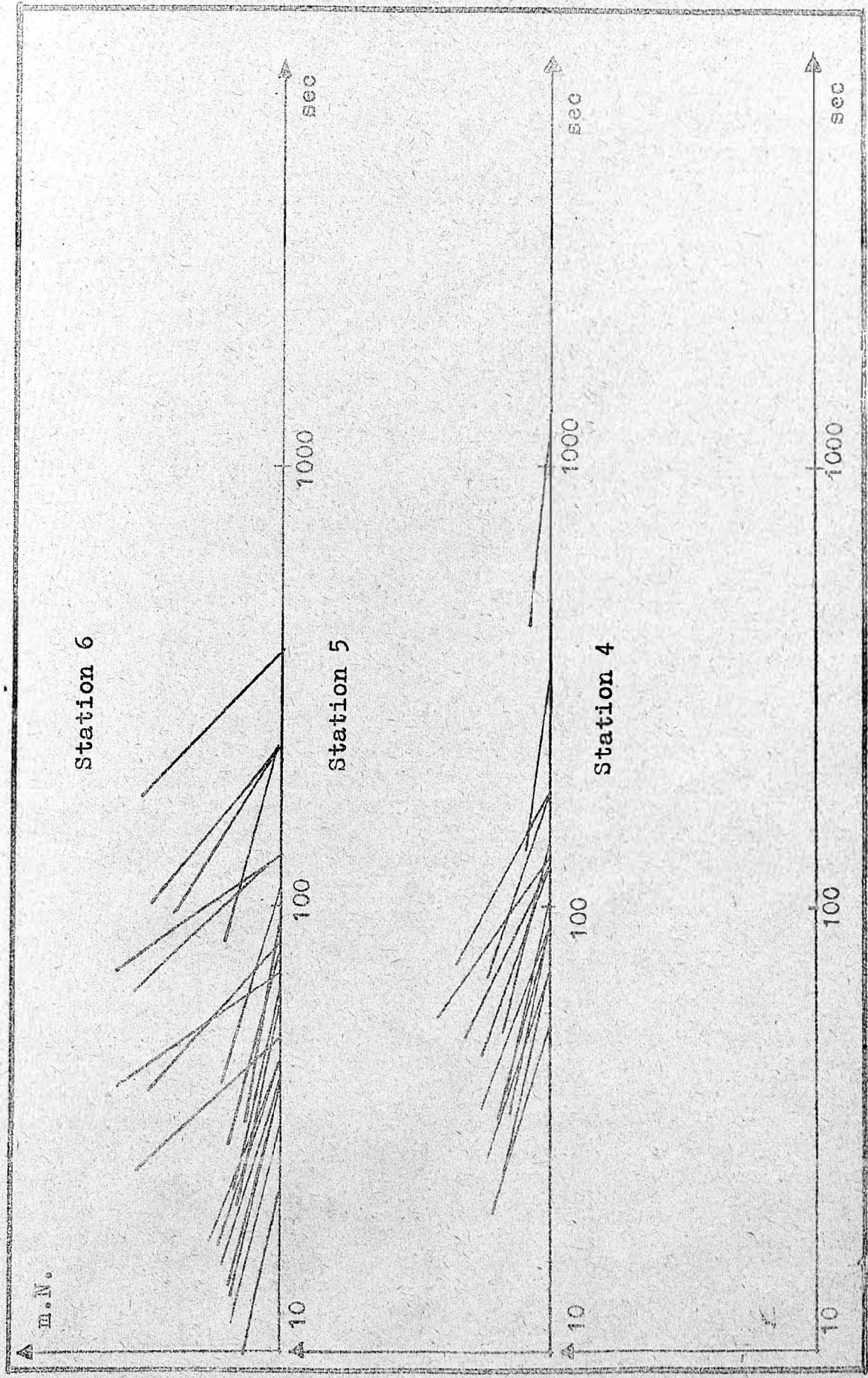


FIGURE 5

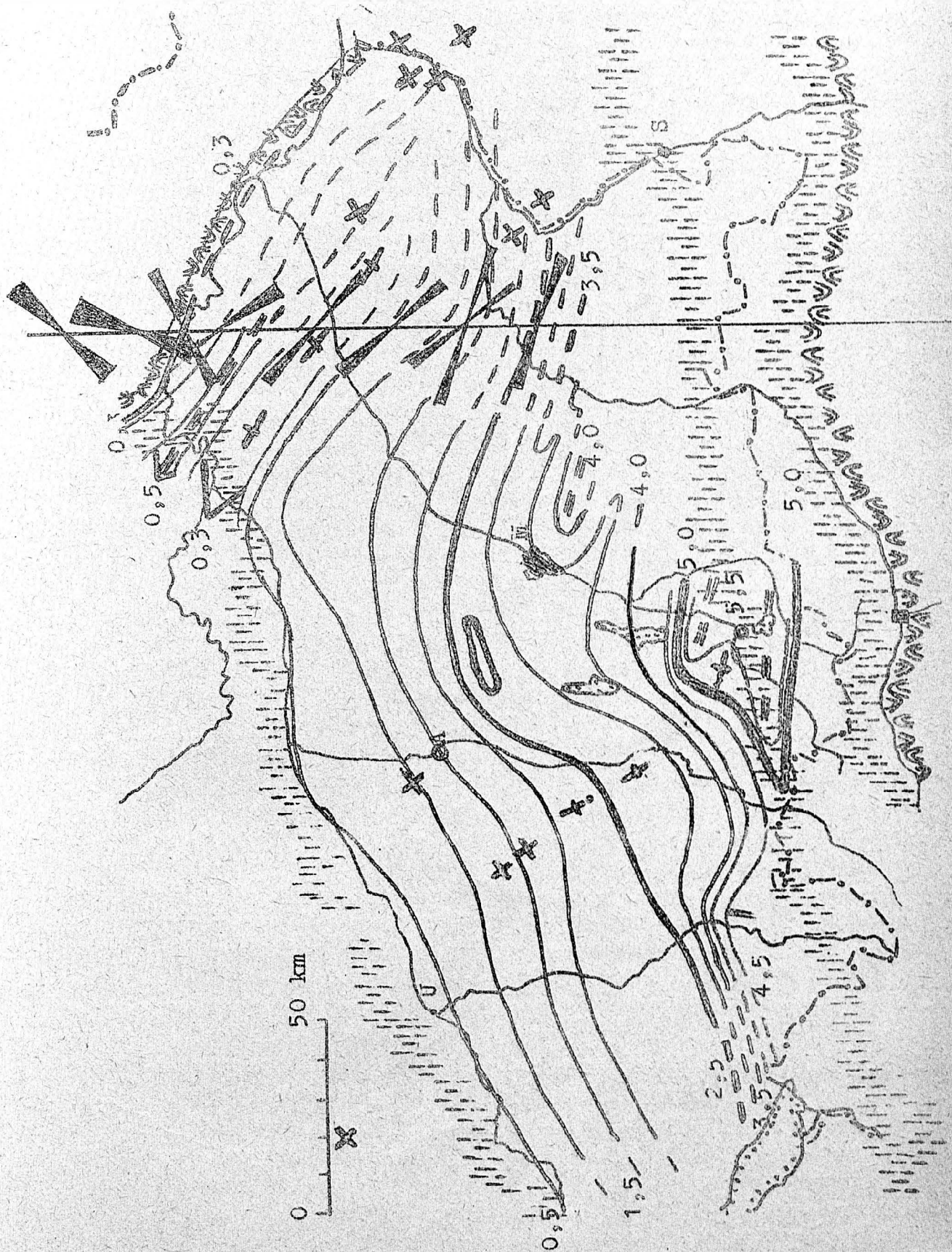
Figur 6

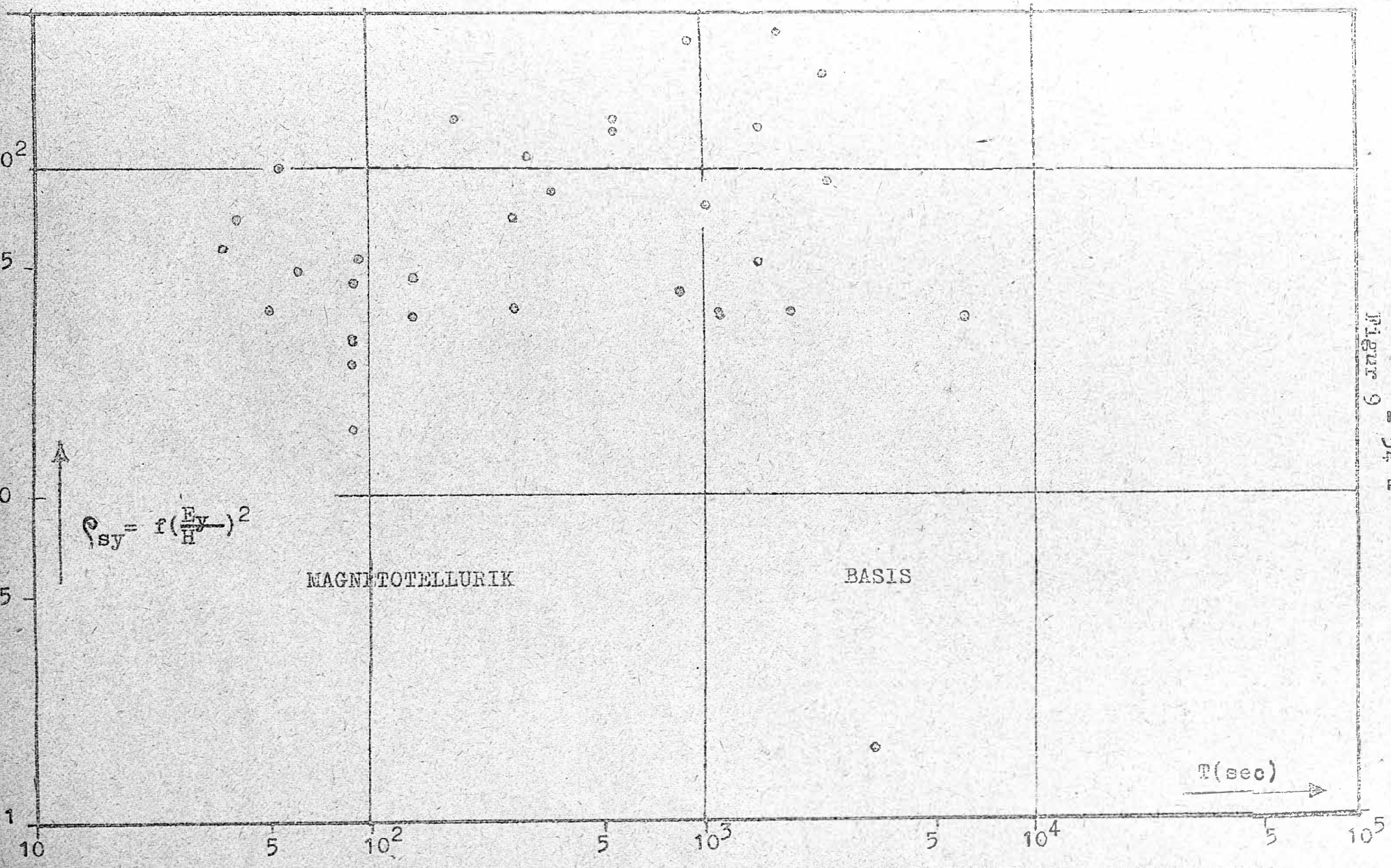


Figur 7



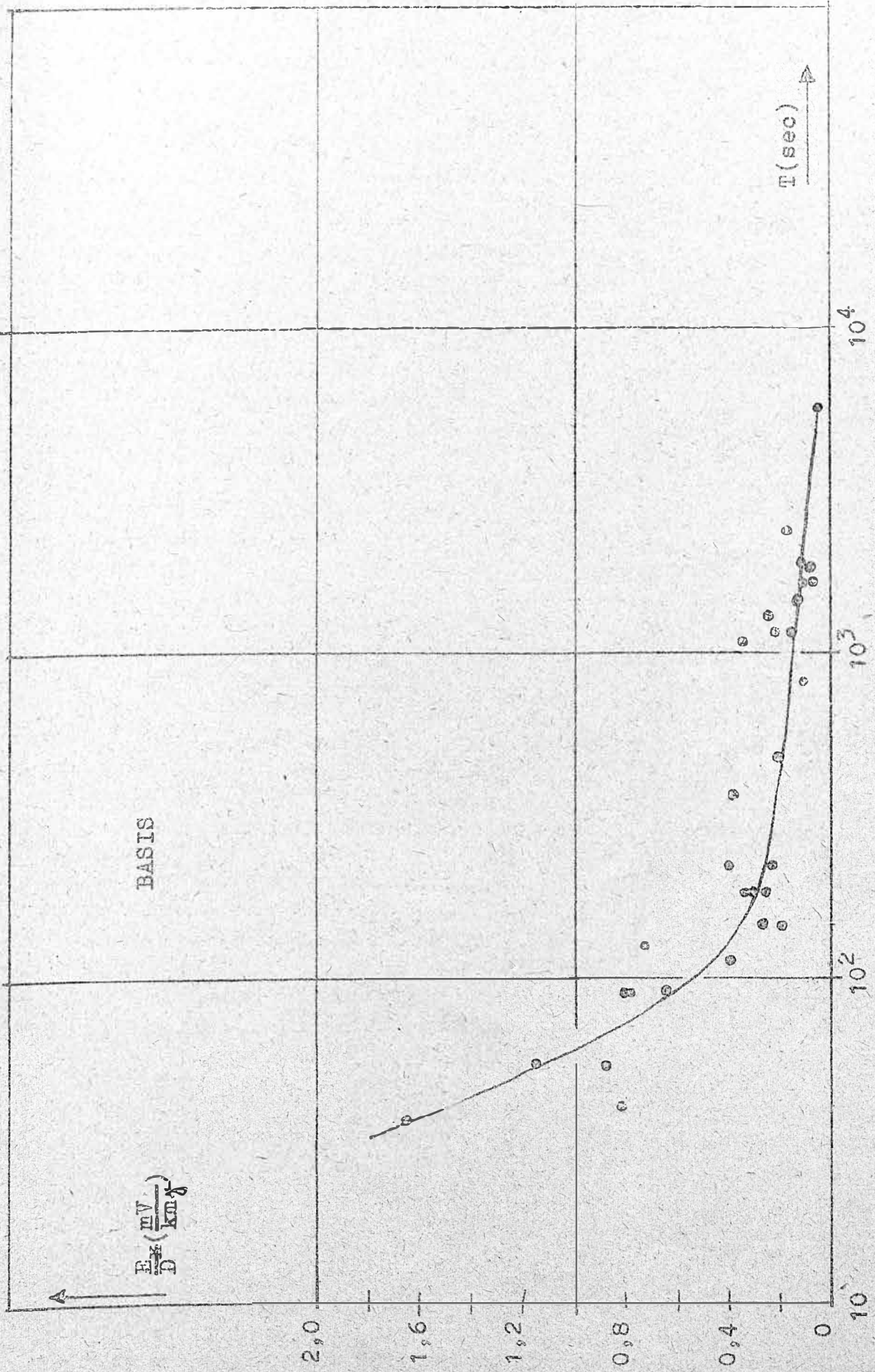
Figur 8



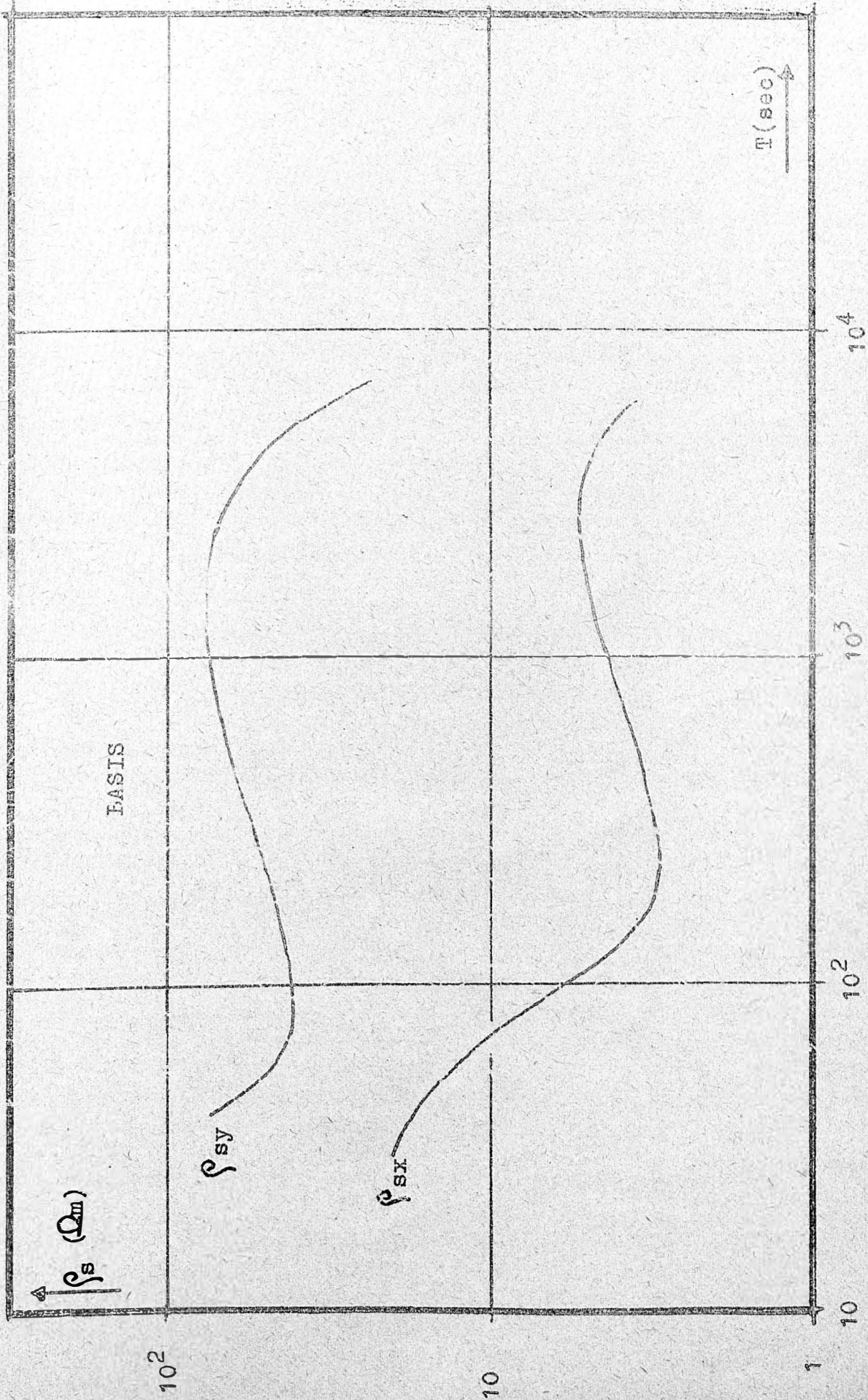


FIGUR 9 - 54 -

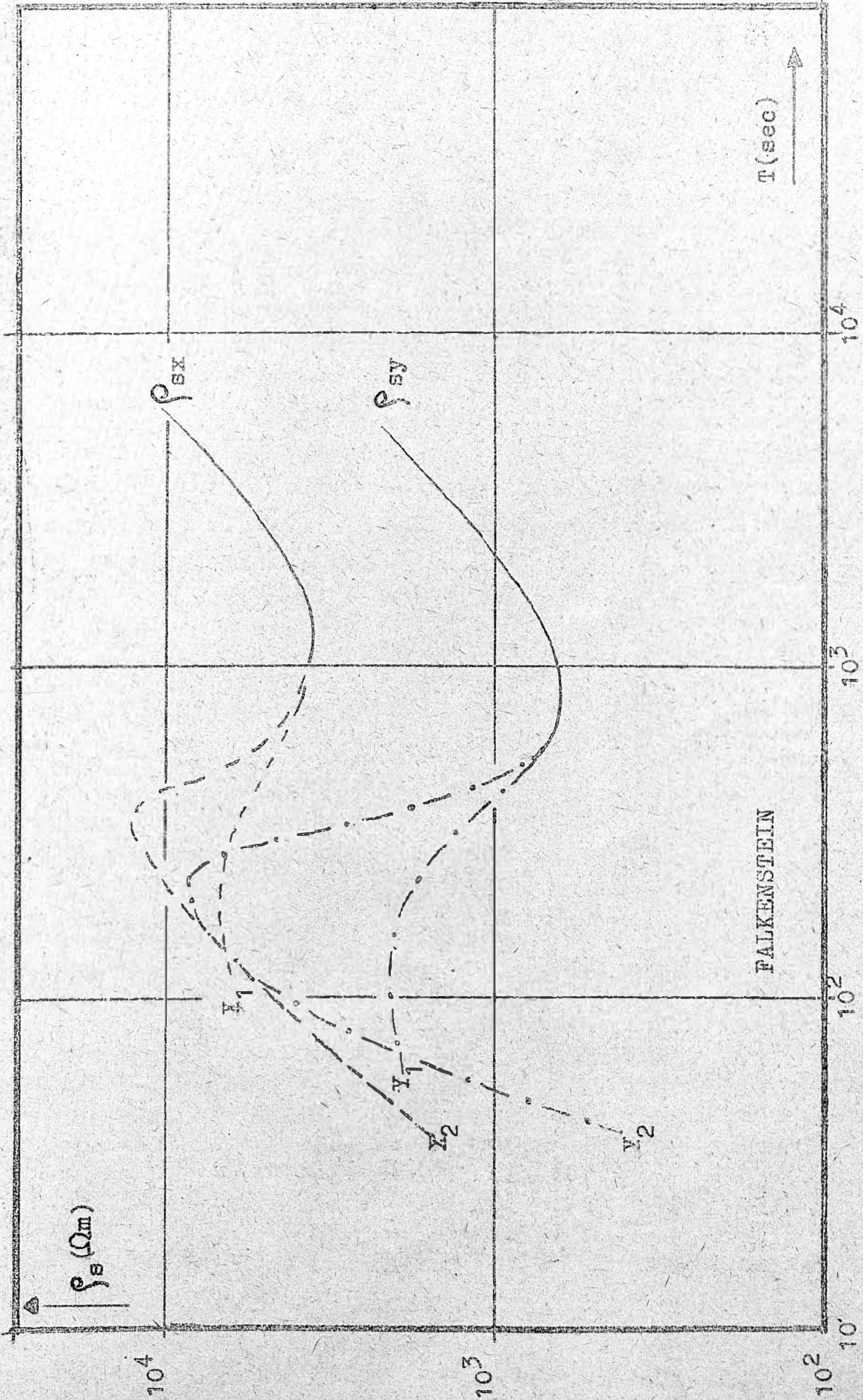
Figur 10



Figur 11



Figur 12



Vortrag cand. geophys. Berktold, München

Der Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die Messung des \vec{E} -Feldes

Donnerstag, den 10.10.1963

Zur Erforschung des tieferen Untergrundes soll auch das elektrische Feld \vec{E} an der Erdoberfläche entlang eines Profiles durch die bayrische Molasse gemessen werden. Um die Ergebnisse dieser Messungen so gut wie möglich interpretieren zu können, beabsichtigen wir, systematische Untersuchungen über den Einfluß der Leitfähigkeitsverteilung mit der Tiefe innerhalb der oberen 1000 m auf die Messungen an der Erdoberfläche vorzunehmen. Es besteht z.B. der Plan, neben solchen Bohrlöchern zu messen, die die Kristallinoberkante erreichten und von denen die Leitfähigkeitsverteilung mit der Tiefe bekannt ist. Gleichzeitig wollen wir den Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die \vec{E} -Feldmessungen bestimmen. Dieser interessiert deshalb, weil sich entlang des Profiles die Leitfähigkeit der obersten Meter stark ändert.

Es können gegenwärtig nur einige Ergebnisse gebracht werden. Eine genaue Deutung der Ergebnisse wurde noch nicht vorgenommen.

Eine Möglichkeit, den Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die Messungen an der Erdoberfläche zu bestimmen, besteht in Parallelmessungen in eng benachbarten Gebieten, die sich in ihrer Leitfähigkeit unterscheiden. Dabei soll die Dimension des zu untersuchenden Gebietes so groß sein, daß keine Randeffekte gemessen werden. Die Leitfähigkeit innerhalb eines Gebietes soll möglichst homogen sein.

Als günstig für solche Messungen erwiesen sich Seen, da deren Dimension und Leitfähigkeit genau ermittelt werden können. Es wurden deshalb an einem See im Bayr. Wald 2 Meßstrecken aufgebaut, die eine im See, die andere auf dem Lande und beide parallel zu einem Ufer. Die Länge der Meßstrecken betrug 200 m. Da die Längserstreckung des Sees wesentlich größer war als seine Tiefe (Länge ungef. 1 km, Tiefe max. 2 m) war anzunehmen, daß Randeffekte an

den beiden ungef. 400 m entfernten Ufern von der Meßstrecke in der Mitte des Sees nicht registriert wurden. Dagegen betrug die Entfernung des parallelen Ufers von beiden Meßstrecken nur 25 m. Ebenso war der Abstand Elektrodenunterkante-Seeboden nur 0,60 m bei einer mittleren Seetiefe längs der Meßstrecke von ungef. 1 m. Hier müssen wir sicher mit Randeinflüssen rechnen.

Um den Unterschied im spezifischen Widerstand zwischen dem festen Boden und dem Seewasser festzustellen, wurde der scheinbare spez. Widerstand nach der Methode von Wenner gemessen bis zu Elektrodenabständen von 5 m. Dabei ergab sich ein Verhältnis der scheinbaren spez. Widerstände in Elektrodenhöhe von Land: See wie 3:1.

Die Amplitude des elektrischen Feldes, die mit der Meßstrecke auf dem Lande gemessen wurde sei mit $E_{o,La.}$, die entsprechende Amplitude der Meßstrecke im See sei mit $E_{o,Se.}$ bezeichnet; das Verhältnis $E_{o,La.} : E_{o,Se.}$ ist ungefähr 1,4 : 1. Eine Periodenabhängigkeit dieses Verhältnisses ist nicht zu erkennen. Da das Wasser des Sees einen kleineren spez. Widerstand hat als der Boden kann der Randeinfluß des Seebodens und des parallelen Ufers auf die Seemessung das Verhältnis nur verkleinern, aber nicht vergrößern, so daß das Verhältnis von 1,4 : 1 sicher nicht zu groß ist. (s. Fig. 1, S. 61.)

Um Meßfehler auszuschalten wurden die Elektroden der Seestrecke 1 m neben den Elektroden der Landstrecke aufgebaut. So erhielten wir 2 parallele Meßstrecken von 200 m Länge. Das Verhältnis der Amplituden $E_{o,La.1} : E_{o,La.2}$ streute nun um 1.

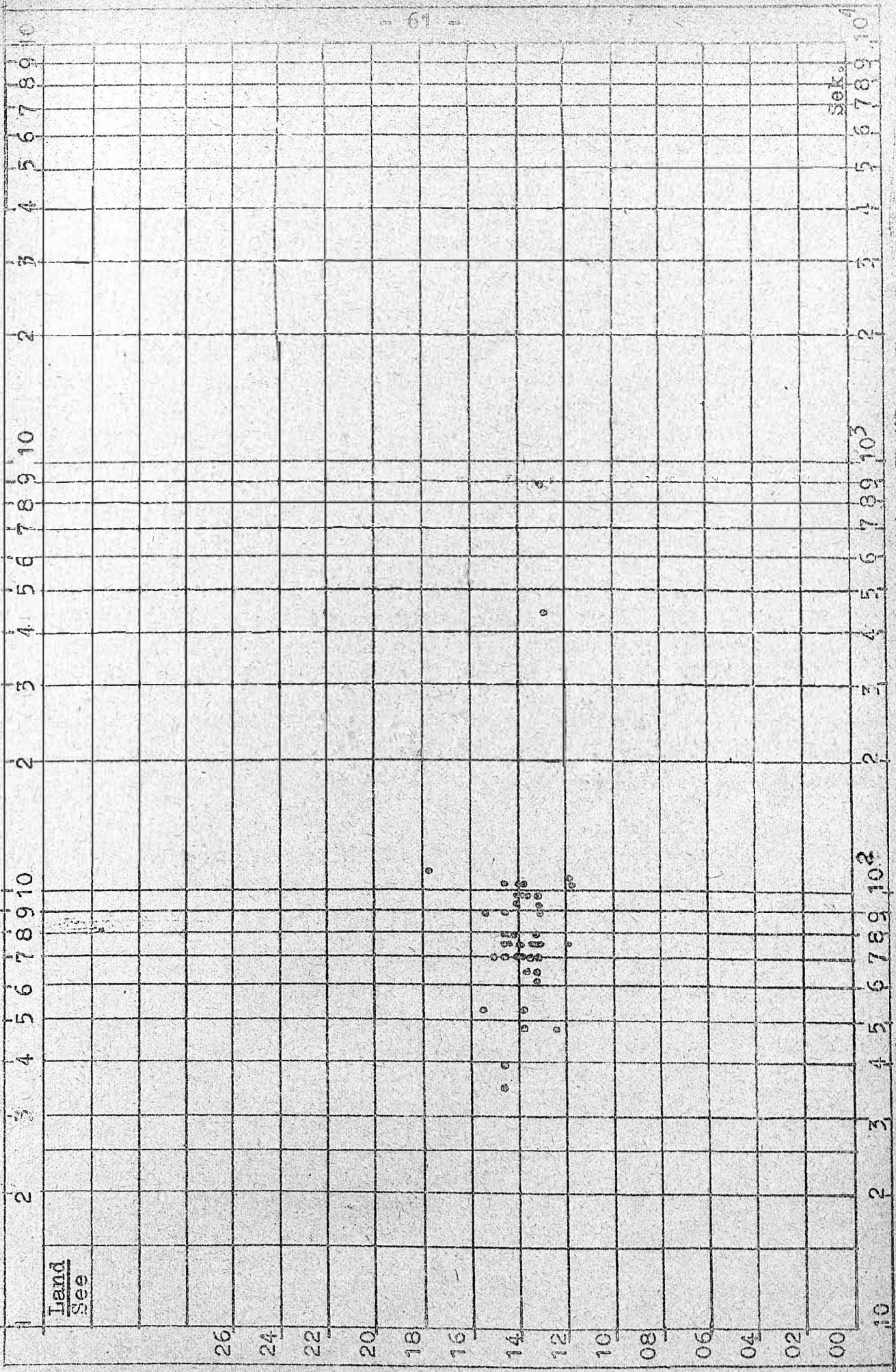
Im allgemeinen ändert sich die Leitfähigkeit in vertikaler Richtung in den obersten Metern. Um einen möglichen Einfluß der Tiefe des Elektrodenaufsatzpunktes unter der Erdoberfläche auf die Amplitude des gemessenen \vec{E} -Feldes festzustellen, wurden am Profilverpunkt Falkenstein im Bayr. Wald 2 NS-Strecken von 200 m Länge aufgebaut. Die Elektroden der einen Meßstrecke standen an der Oberfläche, die Elektroden der anderen Meßstrecke daneben in 2 m Tiefe. Der scheinbare spez. Widerstand wurde wieder nach der Methode von Wenner gemessen. Er betrug bei einem Elektrodenabstand von 20 cm 1200 Ω m und stieg bei einem Elektrodenabstand von 50 cm auf 1800 Ω m. Dieser Wert wurde auch für größere Elektrodenabstände (bis 60 m)

erhalten. Das Verhältnis E_0 (Oberfläche) : E_0 (Tiefe) betrug 1:1,2.

Wenn die Oberflächenleitfähigkeit die \vec{E} -Feldmessungen beeinflusst, muß auch eine Änderung der Oberflächenleitfähigkeit sich auf die Größe des \vec{E} -Feldes auswirken. So deute ich Messungen, die ich heuer im Frühjahr in der Nähe von Fürstfeldbruck machte.

Ich registrierte gleichzeitig an zwei verschiedenen Orten mit verschiedenen geologischen Untergrund: Station Holzhausen stand auf lehmigen Untergrund mit hohem Grundwasserstand. In 2 m Tiefe, wo die Elektroden standen, war der Boden nicht gefroren. Station Jesenwang stand dagegen auf sandigem und gefrorenem Boden. Die Elektroden standen nur 50 cm im Boden. Zur Zeit der Gefrorenis war das Verhältnis der Amplituden von Jesenwang: Holzhausen ungef. 2:1 ($E_{oEW \text{ Jes.}} : E_{oEW \text{ Hol.}}$ ungef. 2:1). Während des Auftauprozesses in Jesenwang wurde das Verhältnis immer kleiner und war am Ende der Messungen ungef. 1,1 : 1. Die Auswertung erfolgte für Perioden von 50 sec bis 3000 sec. Das Verhältnis $E_{oEW \text{ Jes.}} : E_{oEW \text{ Hol.}}$ scheint für kurze Perioden größer zu sein als für lange.

FIGURE 1



Sek.

Diskussion zu den Vorträgen von

cand.geophys. Sengpiel und cand.geophys. Berktold

Prof. Angenheister ergänzte, daß die Streuung der Punktwolken durch Auftragen von E_x zu D in Abhängigkeit von der Periode gegenüber der Darstellung mit den quadrierten Werten wesentliche Fehlerquellen vermeidet. Auf die Frage von Prof. Kertz, ob nicht eventuell bereits eine andere Gruppierung der an sich völlig gleichberechtigten Parameter E_x , H_y und T die Darstellung verbessern würde, entgegnete Prof. Angenheister, daß zunächst rein gefühlsmäßig die Darstellung in Abhängigkeit von der Periode am nächsten liege.

Die Frage von Prof. Angenheister, nach Spektren von Bays, insbesondere solchen mit Pulsationen, die die Auswertung über mehrere Perioden mit Hilfe eines zusammenhängenden Effektes gestatteten, beantwortete Prof. Kertz mit dem Hinweis, daß Spektren von typischen Bays bereits von Lippmann gerechnet worden seien.

Dr. Wienert hob hervor, daß die O-W Bevorzugung bei den Anomalien wegen der überwiegenden Störtätigkeit in der H-Komponente gegenüber der Deklination nicht verwunderlich sei. Andererseits äußerte sich Prof. Angenheister dahingehend, daß ein eine Vorzugsrichtung besitzender Störkörper die Vorzugsrichtung des Störfeldes maßgeblich bestimme. Sei beispielsweise ein linearer Leiter vorhanden, so würden die Felder der Ströme in Richtung der Leiterachse überwiegen. Herr Sengpiel äußerte hierzu, daß bei Voraussetzung einer statistischen Verteilung der Anregungsrichtung das Auftreten einer scharfen Vorzugsrichtung nur durch Untergrundeinflüsse erklärbar sei.

Hinsichtlich der Anwendbarkeit der Cagniard'schen Theorie führte Prof. Angenheister aus, daß die unterschiedliche Höhe und Lage der aus den beiden verschiedenen Komponentenpaaren E_x , H_y ; E_y , H_x erhaltenen Kurven des scheinbaren Widerstandes zweifelsfrei auszusagen, daß die erforderlichen Voraussetzungen - horizontale Schichtung und Homogenität - nicht vorgelegen haben. Als nächstes

sei der Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit zu untersuchen, eine Tiefensondierung bis 2 km anzustreben und hinsichtlich der Theorie eine Erweiterung unter Einbeziehung der Unterschiede der Auswertung der beiden Komponentenpaare durchzuführen.

Prof. Kertz schlug vor, die Ortsbezeichnungen kleinerer Orte (Wanderstationen) grundsätzlich durch 3 Buchstaben abzukürzen.

Vortrag Dr. Untiedt, Göttingen

Zum Auswertverfahren von Parkinson, Wiese und Jaeschke

Donnerstag, den 10.10.1963

Es handelt sich um ein Verfahren, das es in vielen Fällen gestattet, aus (nicht notwendig gleichzeitig) an einem Netz von Stationen durchgeführten Registrierungen die Existenz, Stärke, räumliche Lage und Periodenabhängigkeit von magnetischen Variationsanomalien überschlüssig nachzuweisen, bzw. zu bestimmen.

Das Verfahren ist zuerst wohl von Parkinson (1959, 1962) und von Wiese (1962) angewandt worden, in jeweils etwas anderer Ausführung. Grundbeobachtung ist, daß die magnetischen Störvektoren eines bestimmten Periodenbereiches an einem Ort fast immer annähernd in einer ortsfesten Ebene durch den Ursprung liegen (Parkinson) oder, was dasselbe ist, daß Z linear von den beiden horizontalen Störkomponenten abhängt (Wiese). Parkinson kennzeichnet die Vorzugsebene durch die Horizontalprojektion ihres abwärts zeigenden Normalvektors, den Horizontalvektor α ; Wiese faßt die beiden Koeffizienten seiner linearen Beziehung zu einem "Horizontalvektor" β zusammen. Beide geben graphische Methoden, die einmal die Erfüllung der Grundbeziehung testen und gleichzeitig aus einer Menge gemessener Störvektoren oder Differenzen von Störvektoren diese "Vektoren" zu berechnen gestatten.

Bedeutung der "Vektoren" α und β :

α zeigt in Gegenrichtung des Fallens der Vorzugsebene;

β zeigt in Richtung derjenigen Horizontalkomponente, von der Z positiv linear abhängt; von der dazu senkrechten Horizontalkomponente ist Z unabhängig.

α zeigt entgegengesetzt zu β .

$|\alpha| = \sin \vartheta$, ϑ Fallwinkel der Vorzugsebene.

$|\beta| = \frac{Z}{H_2}$, wo H_2 diejenige Horizontalkomponente bedeutet, von der Z allein abhängt.

Zusammenhang zwischen a und b :

$$a = - \frac{b}{\sqrt{1 + b^2}}$$

a und b hängen vom Ort und von der Periode ab. Wo sie verschwinden, hat man im betreffenden Periodenbereich nahezu keine Z-Variationen (außer etwa während magnetischer Stürme). $|b|$ erreicht Werte, die im allgemeinen etwas unter 1 liegen. Für $|b| = 1$ ist $|a|$ etwa = 0,7.

Jaeschke hat bei seiner Pulsationsuntersuchung Wieses Verfahren angewandt, mit einem Unterschied in der Ausführung: Während Wiese jeder Störung normalerweise nur eine einzige Störvektordifferenz entnahm, nämlich diejenige zwischen benachbarten Z-Extrema, verwandte Jaeschke die Störvektoren einer einzigen Störung in kleinen, etwa äquidistanten Zeitabständen. Während Wiese also viele Störungen zur b -Bestimmung benötigt, kommt Jaeschke wenigstens im Grundsatz schon mit einer einzigen Störung aus, falls nur ihr Horizontalvektor einen genügend großen Azimutbereich überstreicht.

b hat gegenüber a wohl folgende Vorteile:

1. b läßt sich graphisch einfacher bestimmen (beste Gerade in der Ebene statt bester Großkreis auf der Kugel), wenigstens solange man sich an Parkinson hält.
2. $|b|$ gibt direkt das Verhältnis von Z zur Horizontalkomponente, von der Z allein abhängt.
3. b zeigt in die Richtung, die positiv maximale Ausschläge in Z bewirkt.

Die Möglichkeit des Testens der oben angedeuteten Grundbeziehung entfällt zunächst, wenn man rein harmonische Störungen verwendet (z.B. bei sin-förmigen Pulsationen; oder nach Herausfilterung einer Harmonischen); denn der Störvektor einer harmonischen Störung liegt immer in einer Ebene im Raum. Formal kann man also immer ein b bestimmen; etwa durch Darstellung der drei Störkomponenten in einer Periodenuhr (s. Fig. 1, S.69). Hier wird der Vektor Z als Linearkombination der Vektoren X_1 und X_2 dargestellt, was immer möglich ist, falls X_1 und X_2 nicht parallel sind. Hat Z dieselbe Phase ($\pm 180^\circ$) wie X_1 , so ist $b_2=0$ usw..

Analytisch:

$$b_1 = \frac{c_3}{c_1} \cdot \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$b_2 = \frac{c_3}{c_2} \cdot \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Nach diesen Formeln berechnet man b direkt aus den Phasendifferenzen und Amplitudenverhältnissen.

Um auch bei Verwendung harmonischer Störungen zu sehen, ob eine ortsfeste Linearbeziehung zwischen den drei Komponenten allgemein gilt, wird man b für viele solcher harmonischen Störungen mit möglichst unterschiedlichen Polarisationsverhältnissen des Horizontalkvektors bestimmen. Falls sich dann immer etwa dasselbe b ergibt, kann man dieses als eine für den betreffenden Ort charakteristische Größe ansehen.

Es soll nun kurz eine etwas allgemeinere Ableitung der Grundbeziehung

$$Z = b_1 X_1 + b_2 X_2$$

gegeben werden, als sie bisher vorliegt (Wiese 1962).

Wir machen zwei Voraussetzungen:

1. Das induzierende Feld \vec{E} ist horizontal und in jedem Augenblick homogen (es kann sich aber drehen und seine Amplitude verändern).
2. Wir haben es mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion zu tun, d.h. für die el. Leitfähigkeit sind nur die Werte 0 und ∞ zugelassen.

ad 1.: Die "normale" Kompensation der äußeren Z-Variationen ist vorwiegend einer Fernwirkung von induzierten Strömen zuzuschreiben, - anders als bei den Horizontalkomponenten -, so daß wir sie, da wir nur ein begrenztes Gebiet ins Auge fassen wollen, außer acht lassen müssen und dürfen. Inhomogenitäten des äußeren Feldes sind im allgemeinen zu vernachlässigen.

ad 2.: Falls die Leitfähigkeit in der Natur so groß ist, daß die induzierten Ströme ein merkliches Magnetfeld besitzen (mit dem induzierenden vergleichbar), hat man es beinahe schon mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion zu tun; ansonsten darf man näherungsweise $\sigma = 0$ setzen.

Nun kann man das Induktionsproblem so formulieren: In jedem Augenblick wird ein System von Strömen gesucht, die an den Grenzflächen, an denen σ von 0 auf ∞ springt, fließen. Das Magnetfeld \vec{F}_e dieser Ströme muß da, wo $\sigma = \infty$ ist, \vec{F}_e gerade kompensieren.

Spaltet man nun \vec{F}_e in seine beiden Komponenten in x_1 - und x_2 -Richtung auf, so erhält man jeweils ein induziertes Feld \vec{F}_{ik} , das der betreffenden Komponente X_{ke} proportional ist, und zwar in jedem Augenblick mit einem nur noch vom Ort abhängigen, vektoriellen "Proportionalitätsfaktor" \vec{F}_{iko} :

$$\vec{F}_e(t) = \{X_{1e}(t), X_{2e}(t), 0\}$$

$$\vec{F}_i(\mathcal{M}, t) = \vec{F}_{i1}(\mathcal{M}, t) + \vec{F}_{i2}(\mathcal{M}, t)$$

$$\vec{F}_{ik}(\mathcal{M}, t) = \vec{F}_{iko}(\mathcal{M}) \cdot X_{ke}(t) \quad , k=1,2;$$

$$\vec{F}_{iko}(\mathcal{M}) = \{c_{k1}(\mathcal{M}), c_{k2}(\mathcal{M}), c_{k3}(\mathcal{M})\}.$$

Das Gesamtfeld mit den Komponenten X_i setzt sich zusammen

$$\vec{F}(\mathcal{M}, t) = \{X_1, X_2, X_3\} = \vec{F}_e(t) + \vec{F}_i(\mathcal{M}, t);$$

unter Berücksichtigung obiger Beziehungen also in Komponenten

$$X_1(\mathcal{M}, t) = (1 + c_{11}) X_{1e}(t) + c_{21} \cdot X_{2e}(t)$$

$$X_2(\mathcal{M}, t) = c_{12} \cdot X_{1e}(t) + (1 + c_{22}) X_{2e}(t)$$

$$X_3(\mathcal{M}, t) = c_{13} \cdot X_{1e}(t) + c_{23} \cdot X_{2e}(t)$$

mit $c_{jk}(\mathcal{M})$. Mit Hilfe der ersten beiden dieser Gleichungen lassen sich die X_{ke} durch die X_k linear ausdrücken:

$$X_{1e}(t) = d_{11} X_1(\mathcal{M}, t) + d_{12} X_2(\mathcal{M}, t),$$

$$X_{2e}(t) = d_{21} X_1(\mathcal{M}, t) + d_{22} X_2(\mathcal{M}, t),$$

mit $d_{jk}(\mathcal{M})$. Wegen $X_3 \equiv Z$ liefert dann die dritte Gleichung die gesuchte Beziehung

$$Z(\mathcal{M}, t) = b_1(\mathcal{M}) X_1(\mathcal{M}, t) + b_2(\mathcal{M}) X_2(\mathcal{M}, t)$$

Da man die tatsächliche Leitfähigkeitsverteilung je nach Periode des induzierenden Feldes durch verschiedene Grenzflächen der genannten Art annähern muß, werden die ortsabhängigen Koeffizienten b_j (der "Vektor" \vec{b}) auch periodenabhängig.

Im allgemeinen werden die Vektoren \mathcal{b} in ihrer Verteilung über die Erdoberfläche keine Symmetrien zeigen. Das ist allerdings der Fall, wenn man es mit einer längserstreckten Leitfähigkeitsverteilung, etwa in x_2 -Richtung, zu tun hat:

$$\mathcal{G}(x_1, z)$$

Wir rechnen wieder mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion, nähern \mathcal{G} also überall entweder durch den Wert 0 oder ∞ an.

$X_2(\mathcal{H}, t)$ ist dann homogen. Denn X_{2e} bewirkt nur Ströme in x_1 - z -Ebenen, die nicht von x_2 abhängen. Solche Ströme

$$j = \{j_1(x_1, z), 0, j_2(x_1, z)\}$$

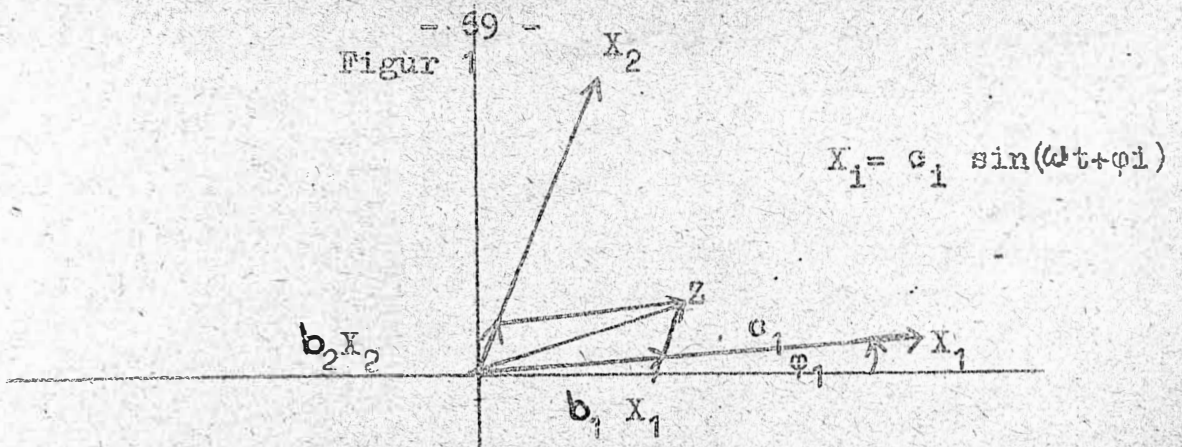
aber, die in Wirklichkeit zum Beispiel wie in der Figur 2 (s.S. 69) aussehen können (links Viertelraum hoher, rechts niedriger Leitfähigkeit), erzeugen auf ihren beiden Seiten (hier oben und unten) jeweils nur ein homogenes Feld in x_2 -Richtung, wie sich leicht zeigen läßt. X_{1e} aber erzeugt nur Ströme in x_2 -Richtung, die natürlich keine X_2 -Komponente besitzen. Man sieht: Bei einer längserstreckten Leitfähigkeitsanomalie erzeugt die induzierende Feldkomponente parallel zum Streichen zwar keine magnetische Anomalie, wohl aber eine Stromdrängung, d.h. eine Stromanomalie.

b_2 ist demgemäß überall 0, d.h. der "Vektor" \mathcal{b} steht überall senkrecht auf der Streichrichtung der Leitfähigkeitsanomalie.

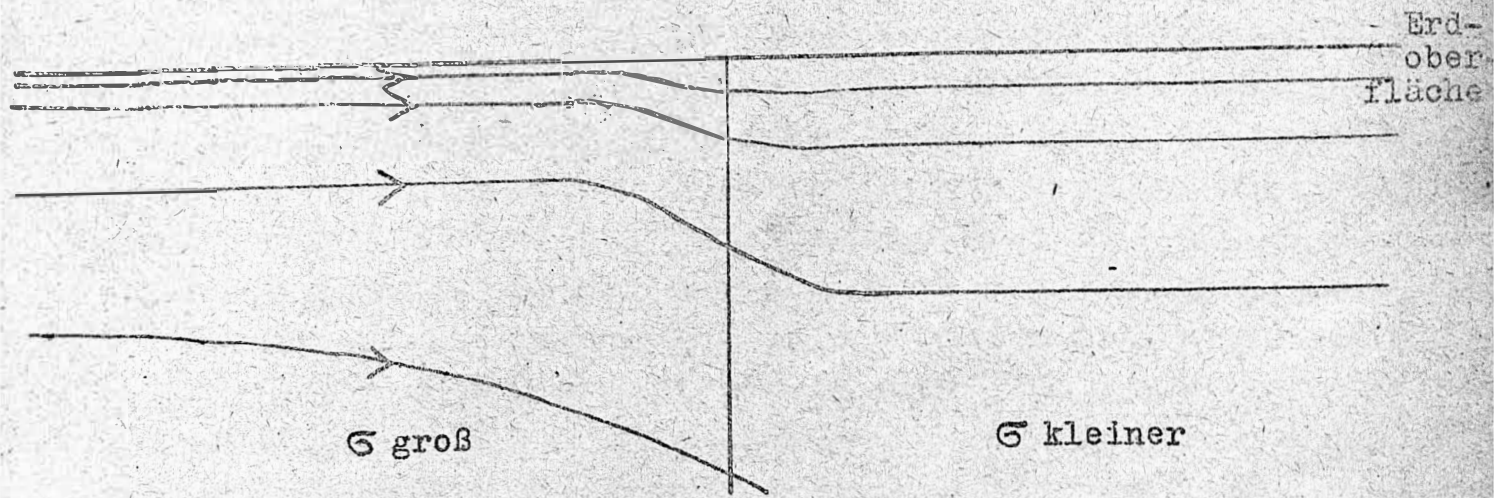
Falls man nicht mit vollkommener Selbstinduktion rechnen darf, gilt das im Allgmeinfall nicht mehr. Denn dann wird Z nicht mehr mit X_1 (Streichrichtung weiterhin in x_2 -Richtung angenommen) in Phase sein. Je nach Phase von X_2 wird man Z also mehr oder weniger X_2 zuschreiben. Wie man für harmonische Störungen in der Periodenuhr sieht, kann b_2 wesentlich kleiner werden als b_1 , wenn nämlich die Phase zwischen X_2 und Z wesentlich kleiner ist als diejenige zwischen X_1 und Z , oder wenn die Amplitude von X_2 wesentlich kleiner ist als die von X_1 . \mathcal{b} kann also unter Umständen parallel zum Streichen der Leitfähigkeitsanomalie gerichtet sein. Fig. 3 (s.S. 69)

Daß Vorsicht am Platze ist, sieht man hier an der starken Streuung der aus verschiedenen Störungen erhaltenen \mathcal{b} -Vektoren". Weiter ist, wie schon erwähnt, immer dann, wenn Z nicht mit X_1 in Phase ist, Z auch klein gegen X_1 und im allgemeinen auch klein gegen X_2 . Man wird auch aus diesem Grunde bei der Verwendung kleiner \mathcal{b} -vorsichtig sein.

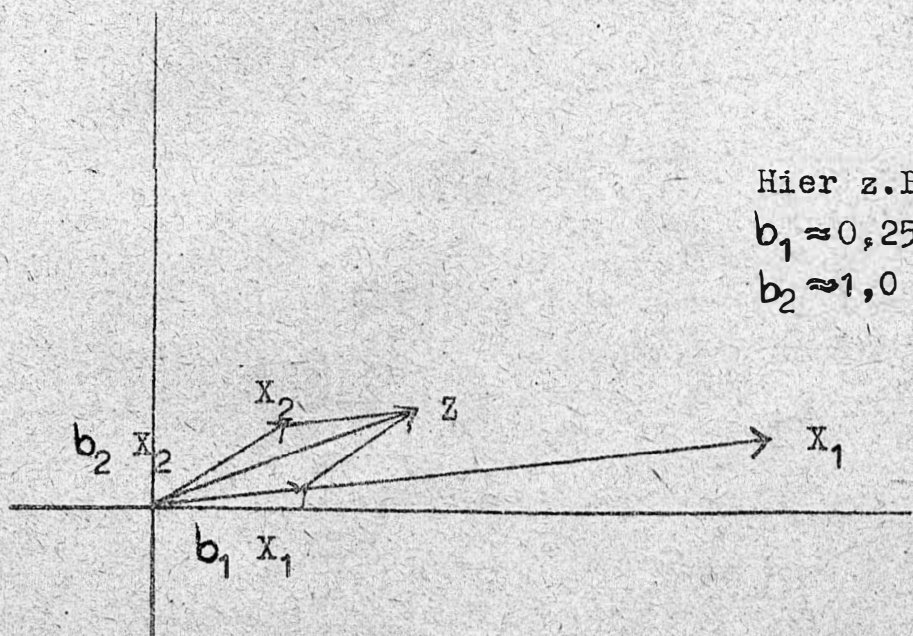
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Hier z.B.
 $b_1 \approx 0,25$
 $b_2 \approx 1,0$

Diskussion zu dem Vortrag von

Dr. Untiedt

Prof. Kertz wies darauf hin, daß bereits Fleischer im Rahmen seiner Untersuchungen einen linearen Zusammenhang zwischen der Vertikal-Komponente und den Horizontal-Komponenten in der Form $Z = d_1 H + d_2 D$ angesetzt habe. Im Zusammenhang mit der Frage der Entfernungen der Anomalien voneinander hob er die Bedeutung von Flächenvermessungen hervor, die bisher nur in Deutschland und Kalifornien vorlägen.

Dr. Siebert unterstrich noch einmal, daß eine wichtige Voraussetzung für die Anwendung der Pfeilauswertung das Überwiegen der Selbstinduktion über die Ohmsche Induktion sei. Bei einer eigenen Rechnung, der ein inhomogenes induzierendes Magnetfeld und ein homogener Halbraum konstanter Leitfähigkeit zugrunde lag, habe sich ergeben, daß die Z-Komponente der H-Komponente um 45° vorausläuft. Dieser Fall hätte bereits mit dem hier behandelten Verfahren nicht mehr ausgewertet werden dürfen.

Dr. Untiedt bemerkte, daß bei der Auswertung die Phasenverschiebung 0 zugrunde gelegt werde.

Diskussion zu dem Vortrag von
Dr. Voelker

Herr Voppel bemerkte, daß in Wingst die Induktionspfeile nach Wiese für Bays im wesentlichen nach Norden und für Pulsationen im wesentlichen nach Süden zeigen und bestätigte, daß hieraus auf grundsätzlich unterschiedliche Ursachen für die Anomalien im Periodenbereich der Bays und demjenigen der Pulsationen zu schließen sei.

Dr. Helbig schlug vor, künftig grundsätzlich nur noch Richtungsangaben in Winkelgeraden von Nord über Ost zu verwenden.

Der Vortrag fußt auf der Veröffentlichung von
Rudolf Jaeschke:

"Registrierung von Pulsationen
im südlichen Niedersachsen als Beitrag
zur erdmagnetischen Tiefensondierung"
Mitteilungen aus dem Max-Planck-Institut für
Aeronomie
Nr. 12, 1963

Von einer Vortragszusammenfassung wurde abgesehen.

Vortrag Dr. Siebert, Göttingen

Ein Verfahren zur unmittelbaren Bestimmung der Leitfähigkeits-
verteilung mit der Tiefe bei zweidimensionalen induzierenden
Magnetfeldern mit veränderlicher Periode

Donnerstag, den 10.10.1963

Die Aufgabe, die sich die erdmagnetische Tiefensondierung gestellt hat, nämlich die Ermittlung der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund aus den Beobachtungen erdmagnetischer Variationen an der Erdoberfläche, ist von der Theorie bisher stets so behandelt worden, daß Leitfähigkeitsmodelle vorgegeben wurden und durch Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den Beobachtungen zwischen mehr und weniger brauchbaren Modellen unterschieden wurde und allenfalls noch bei den brauchbaren Modellen gewisse freie Parameter den Beobachtungen bestmöglich angepaßt wurden. Bereits auf dem vorjährigen Symposium in Kassel wurde darauf hingewiesen, daß versucht werden sollte, aus den Beobachtungen an der Erdoberfläche die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund unmittelbar, d.h. ohne die Annahme eines Modells, zu bestimmen. Es wurde auch schon festgestellt, daß ein solches Verfahren auf der Verwendung von Störungen unterschiedlicher Periode beruhen muß, da sich das Problem nur dadurch von dem Problem der Potentialtheorie unterscheidet, aus der Feldverteilung außerhalb der Quellen oder Wirbel auf diese zu schließen, was bekanntlich nicht eindeutig möglich ist. Dagegen ist bei Verwendung der Periode als eines zusätzlichen Parameters eine eindeutige Bestimmung der Leitfähigkeitsverteilung denkbar; denn man kann vermuten, daß bei einer Variation der Periode von sehr kleinen bis zu sehr großen Werten nach und nach die Leitfähigkeit jeder Tiefe, von der Oberfläche angefangen bis zu entsprechend großen Tiefen, für den jeweiligen Induktionsvorgang vorherrschend ist, sich in den Beobachtungswerten widerspiegelt und dadurch bestimmt werden kann.

Im folgenden soll ein Verfahren entwickelt werden, nach dem auf die eben beschriebene Weise quantitativ aus beobachtbaren Größen an der Erdoberfläche die Leitfähigkeit als Funktion der Tiefe berechnet werden kann. Das Verfahren ist beschränkt auf den Fall inhomogener zweidimensionaler induzierender Magnetfelder in einem

Halbraum, dessen Leitfähigkeit nur von der Tiefe abhängt und somit in jeder Horizontalebene konstant ist. Es soll also keine Leitfähigkeitsanomalie vorliegen. Als Ausgangsgleichungen dienen wieder die Maxwell-Gleichungen für quasistationäre Vorgänge im Halbraum mit $\mu = 1$, (elektromagnetisches Maßsystem):

(1) $\text{rot } \mathfrak{f} = 4\pi\sigma \mathfrak{E}$ (2) $\text{rot } \mathfrak{E} = -\dot{\mathfrak{f}}$

Wegen $\text{div } \mathfrak{f} = 0$ und $\text{div } \mathfrak{E} = 0$ folgt nach Einführung des Vektorpotentials \mathcal{A} durch

(3) $\mathfrak{f} = \text{rot } \mathcal{A}$ mit $\text{div } \mathcal{A} = 0$

aus (1) und (2) auf bekannte Weise für \mathcal{A} die Gleichung

(4) $\Delta \mathcal{A} = 4\pi\sigma \mathcal{A}$

In (4) darf die Leitfähigkeit σ noch räumlich variabel sein. Zur Spezialisierung auf den zweidimensionalen Fall wird gesetzt:

(5) $\mathfrak{f} = (X, 0, Z)$ mit $X = X(x, z)$ und $Z = Z(x, z)$.

Dann ist

(6) $\mathcal{A} = (0, A, 0)$ mit $A = A(x, z)$

Die Ebene $z = 0$ sei die Beobachtungsebene.

Mit (5) und (6) folgt aus (3)

(7a) $X = -\frac{\partial A}{\partial z}$ und (7b) $Z = \frac{\partial A}{\partial x}$



Schließlich reduziert sich (4) für \mathcal{A} nach (6) auf

(8) $\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 4\pi\sigma(z) A$

Zur Lösung von (8) dient der Separationsansatz

(9) $A = f(x) \cdot g(z) \cdot e^{i\omega t}$

Mit β^2 als Separationskonstante ergibt sich für $f(x)$ eine einfache Schwingungsgleichung mit der (speziellen) Lösung:

(10) $f(x) \sim e^{i\beta x}$

Führt man die Abkürzung

(11) $\alpha^2 = 4\pi\omega = \frac{8\pi^2}{\tau}$

ein, so lautet die Differentialgleichung für $g(z)$ nach der Separation

(12) $\frac{d^2 g}{dz^2} - (i\alpha^2 \sigma(z) + \beta^2) g = 0$

Der bisherige Weg zur Lösung von (8) ist derselbe, wie man ihn die Modellrechnungen benutzt. Jedoch wird dann so fortgefahren, daß in (12) für \mathcal{G} eine spezielle Verteilung angenommen und dafür $g(z)$ bestimmt wird. Bei der vorliegenden Methode werden dagegen über \mathcal{G} keine weiteren Annahmen gemacht. Dies ist möglich, weil nach den vorher angestellten Überlegungen die Lösung von (12) allem in ihrer Abhängigkeit von der Periode τ interessiert, und nach (11); in Abhängigkeit vom Parameter α , beginnend mit großem α . Man wird somit dazu geführt, die gesuchte Lösung von (12) als Reihenentwicklung nach fallenden Potenzen von α anzusetzen. Die Lösungsverfahren entspricht der in der physikalischen Literatur sog. WBK-Methode (vgl. E. Kamke: Differentialgleichungen I (Gewöhnliche Differentialgleichungen), p. 138, 6. Aufl. 1959, Leipzig). Als erster Schritt wird die folgende Transformation vorgenommen:

$$(13) \quad g(z) = e^{-\alpha \int y(\xi) d\xi} \quad \text{mit } \alpha > 0.$$

Durch die Festsetzung $\alpha > 0$ erhält man die Randbedingung

$$(14) \quad \int_0^z y(\xi) d\xi \rightarrow +\infty \quad \text{für } z \rightarrow +\infty$$

damit A für $z \rightarrow +\infty$ verschwindet.

Einsetzen von (13) in (12) führt auf eine Riccatische Differentialgleichung für y :

$$(15) \quad \alpha \frac{dy}{dz} - \alpha^2 y^2 + i\alpha \mathcal{G} + \beta^2 = 0$$

Für y wird nun der zuvor begründete Potenzreihenansatz nach fallenden Potenzen von α gemacht

$$(16) \quad y = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(z) \alpha^{-n}$$

Einsetzen von (16) in (15) und Vergleich der Koeffizienten vor α^{-n} führt auf folgende Ausdrücke für die Koeffizienten y_n :

$$(17) \quad \begin{aligned} \alpha^2: y_0 &= \sqrt{i\mathcal{G}} & ; \alpha^1: y_1 &= \frac{1}{2y_0} \frac{dy_0}{dz} \\ \alpha^0: y_2 &= \frac{1}{2y_0} \left(\frac{dy_1}{dz} - y_1^2 + \beta^2 \right) & ; \alpha^{-1}: y_3 &= \frac{1}{2y_0} \left(\frac{dy_2}{dz} - 2y_1 y_2 \right) \\ \alpha^{1-n}: y_{n+1} &= \frac{1}{2y_0} \left(\frac{dy_n}{dz} - \sum_{\nu=1}^n y_\nu y_{n+1-\nu} \right) & \text{für } n \geq 2 \end{aligned}$$

Das Vorzeichen der Wurzel $\sqrt{i\mathcal{G}}$ muß positiv genommen werden; das ist auch der Realteil der Wurzel positiv und y_0 genügt der Randbedingung (14). Durch die Verknüpfung von y_0 mit \mathcal{G} lassen sich

auch die übrigen y_n durch σ und seine Ableitungen nach z ausdrücken. Für die ersten vier Näherungen (17) erhält man dabei die Ausdrücke

$$y_0 = \sqrt{1\sigma} \quad ; \quad y_1 = \frac{1}{4\sigma} \frac{d\sigma}{dz}$$

$$y_2 = \frac{1}{8\sqrt{1\sigma}} \left[\frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{dz^2} - \frac{5}{4\sigma^2} \left(\frac{d\sigma}{dz} \right)^2 + 4 B^2 \right]$$

(18)

$$y_3 = \frac{1}{16i\sigma^2} \left[\frac{d^3\sigma}{dz^3} - \frac{9}{2\sigma} \frac{d\sigma}{dz} \frac{d^2\sigma}{dz^2} + \frac{15}{4\sigma^2} \left(\frac{d\sigma}{dz} \right)^3 - 4 B \frac{2d\sigma}{dz} \right]$$

Jedes folgende y_n enthält also u.a. die nächst höhere Ableitung von σ nach z . Auf diese Weise läßt sich y in (16) aus den drei Grundgrößen σ , α und B aufbauen.

Einsetzen von (10) und (13) in (9) ergibt eine spezielle Lösung für A und durch Multiplikation der rechten Seite mit $a(B)$ und Integration über alle Werte der Separationskonstanten B die für den vorliegenden Fall allgemeine Lösung. Sie lautet

$$(19) \quad A = \int_{-\infty}^{+\infty} a(B) \exp \left\{ i(Bx + \omega t) - \alpha \int y(\xi, \alpha, B) d\xi \right\} dB$$

Nach (7a) und (7b) lassen sich aus (19) sofort die beiden Feldkomponenten X und Z berechnen. Sie lauten an der Oberfläche ($z=0$) des Halbraumes

$$(20) \quad X(x, 0, \alpha) = \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} y(0, \alpha, B) a(B) e^{i(Bx + \omega t)} dB$$

$$(21) \quad Z(x, 0, \alpha) = i \int_{-\infty}^{+\infty} B a(B) e^{i(Bx + \omega t)} dB$$

Durch Anwendung der Fourier-Transformation auf (21) erhält man

$$(22) \quad a(B) = \frac{1}{2\pi i B} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\xi, 0, \alpha) e^{-i(B\xi + \omega t)} d\xi$$

Einsetzen von $a(B)$ nach (22) in (20) ergibt

$$(23) \quad X(x, 0, \alpha) = \frac{\alpha}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} y(0, \alpha, B) \frac{dB}{B} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\xi, 0, \alpha) e^{iB(x-\xi)} d\xi$$

Aus Stetigkeitsgründen können X und Z hier auch als die Feldkomponenten unmittelbar über dem Halbraum angesehen werden. Sie sind also durch das in Abhängigkeit von α beobachtete Störungsfeld f auf einem x -Profil gegeben. Damit ist in (23) nur noch y unbekannt und kann ebenfalls in Abhängigkeit von α berechnet werden, woraus nach (16) und (18) σ und seine Ableitungen für $z=0$ folgen. Dieser Vorgang wird noch klarer durch die folgenden Umformungen. Differenziert man X nach x , so geht (23) über in

$$(24) \frac{dX(x, 0, \alpha)}{dx} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y(0, \alpha, \beta) d\beta \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\xi, 0, \alpha) e^{i\beta(x-\xi)} d\xi$$

Nun enthält y nach (18) Glieder, die unabhängig von β sind. In diesen Fällen läßt sich das verbleibende Doppelintegral in (24) sofort angeben, denn es gilt die Fourier-Integraldarstellung

$$(25) Z(x, 0, \alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\xi, 0, \alpha) e^{i\beta(x-\xi)} d\xi$$

Weiter enthält y nach (18) Glieder mit β^2 . In diesen Fällen ist das Doppelintegral in (24) wegen (25) proportional der zweiten Ableitung von Z nach x :

$$(26) \frac{d^2 Z(x, 0, \alpha)}{dx^2} = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta^2 d\beta \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\xi, 0, \alpha) e^{i\beta(x-\xi)} d\xi$$

Entsprechend läßt sich verfahren, wenn in den höheren Näherungen für y höhere Potenzen in β vorkommen.

Einsetzen von $y(0, \alpha, \beta)$ nach (16) mit (18) in (24) ergibt mit (25) und (26) für die ersten vier Näherungen nach Division durch Z die Beziehung

$$(27) \frac{1}{Z(x, 0, \alpha)} \frac{dX(x, 0, \alpha)}{dx} = (1+i) \sqrt{\frac{\sigma(0)}{2}} \alpha^1 + \frac{1}{4\sigma(0)} \left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 \alpha^0 +$$

$$+ \frac{1-i}{8\sqrt{2}\sigma(0)} \left[\frac{1}{\sigma(0)} \left. \frac{d^2\sigma}{dz^2} \right|_0 - \frac{5}{4\sigma(0)} \left(\left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 \right)^2 - \frac{4}{Z(x, 0, \alpha)} \frac{d^2 Z(x, 0, \alpha)}{dx^2} \right] \alpha^{-1}$$

$$- \frac{i}{16\sigma^2(0)} \left[\left. \frac{d^3\sigma}{dz^3} \right|_0 - \frac{9}{2\sigma(0)} \left(\left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 \left. \frac{d^2\sigma}{dz^2} \right|_0 \right) + \frac{15}{4\sigma^2(0)} \left(\left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 \right)^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{Z(x, 0, \alpha)} \frac{d^2 Z(x, 0, \alpha)}{dx^2} \cdot \left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 \right] \alpha^{-2} \pm \dots$$

Für die Anwendung von (27) genügt es, die Größen dX/dx , Z , $d^2 Z/dx^2$ usw. an irgendeiner Stelle x des Profils in Abhängigkeit von α bzw. σ zu kennen. Man bildet daraus die in (27) vorkommenden Quotienten dieser Größen, die bei Berücksichtigung der i. a. vorhandenen Phasenunterschiede komplexe Zahlen sind. Es ist ratsam, dann Real- und Imaginärteil dieser Quotienten getrennt unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate durch Potenzreihen nach fallenden Potenzen von α darzustellen, beginnend mit dem Glied mit α^1 . Zusammenfassen der jeweils beiden Reihen für Real- und Imaginärteil, Einsetzen in (27) und Koeffizientenvergleich nach Potenzen von α führt zur sukzessiven Bestimmung $\sigma(0)$, $d\sigma/dz|_0$, $d^2\sigma/dz^2|_0$, $d^3\sigma/dz^3|_0$ usw. Setzt man nun die Leitfähigkeitsverteilung mit der Tiefe in Form einer Mac Laurinschen Reihe an:

$$(28) \sigma(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n \sigma}{dz^n} \right|_0 z^n = \sigma(0) + \left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_0 z + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 \sigma}{dz^2} \right|_0 z^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 \sigma}{dz^3} \right|_0 z^3 + \dots$$

so sind die darin auftretenden Ableitungen von σ nach z bei $z = 0$ gerade die Größen, die aus (27) bestimmt werden können. Damit ist nach (28) die Leitfähigkeit als Funktion der Tiefe bekannt.

Wie aus (27) ersichtlich ist, müssen zur Anwendung des Verfahrens so hohe Frequenzen vorliegen, daß der Koeffizient von α^1 mit aller Genauigkeit bestimmt werden kann. Ob Frequenzen auftreten, die hoch genug sind, erkennt man daran, daß der Quotient dX/Zdx in diesem Bereich hoher Frequenzen linear mit α ansteigt und einen Phasenwinkel von 45° besitzt. Diese Bedingungen sind allerdings mit wachsender Frequenz wiederum nur solange richtig, wie der Verschiebungsstrom vernachlässigt werden kann. Nach den zu Beginn gemachten Voraussetzungen ist der Frequenzbereich, bei dem der Verschiebungsstrom eine Rolle spielt, für dieses Verfahren nicht brauchbar.

Die Tiefe, bis zu der die Leitfähigkeit nach (27) und (28) ermittelt werden kann, hängt neben der zu untersuchenden Leitfähigkeitsverteilung selbst vor allem von der unteren Grenze des verwendeten Frequenzbereiches und dem Grad der in (27) benutzten Entwicklung ab. Der Umstand, daß man in der Praxis mit einer nicht zu hohen Anzahl von Näherungen auskommen möchte, wodurch auch für σ nach (28) nur die ersten Glieder bestimmt werden, hat zur Folge, daß das Verfahren schlecht zum Nachweis von Leitfähigkeitssprüngen in irgendeiner Tiefe geeignet ist. In Fällen, in denen etwa aus geologischen Überlegungen mit merklichen Leitfähigkeitssprüngen zu rechnen ist, empfiehlt es sich nach wie vor, die Methode der Leitfähigkeitsmodelle zu benutzen.

Zu einer ersten Überprüfung des vorliegenden Verfahrens wurde ein exakt behandelbares Leitfähigkeitsmodell gewählt und die Lösung dieses Falles mit den Ergebnissen aus (27) verglichen. Die vorgegebene Leitfähigkeitsverteilung lautet

$$(29) \quad \sigma(z) = \sigma_0 e^{2\gamma z}$$

Ferner wurde angenommen, daß das induzierende Feld eine x -Abhängigkeit wie $\exp(i\gamma x)$ besitzt. Dann lautet die einzige auf-

tretende Komponente des Vektorpotentials als Lösung von (8) für diesen Fall

$$(30) \quad A = A_0 H_1^{(1)} \left(\frac{\alpha}{k} \sqrt{\sigma} i^{3/2} e^{\delta z} \right) e^{i(\gamma x + \omega t)}$$

wobei $H_1^{(1)}$ die erste Hankel-Funktion erster Ordnung bezeichnet. Aus (30) lassen sich die Feldkomponenten und ihre Ableitungen berechnen. Die in (27) benötigten Quotienten können dann für großes Argument, entsprechend großem α , entwickelt werden und führen so zu einer Potenzreihe nach fallenden Potenzen von α , die unmittelbar mit (27) verglichen werden kann. Bis zu der in (27) angeführten Näherung ergab sich identische Übereinstimmung, wobei noch (29) in der Form der Potenzreihe (28) verwendet wurde. Dies Ergebnis besagt jedoch nicht mehr als die Richtigkeit des mathematischen Formalismus.

Für die praktische Anwendung des Verfahrens fehlen bisher noch jegliche Erfahrungen. Die erste Bedingung für eine Anwendung ist, Fälle zu finden, in denen die gemachten Voraussetzungen erfüllt sind. Die Forderung nach zweidimensionalen induzierenden Magnetfeldern wird näherungsweise in begrenzten Gebieten von den Feldern der Polarlichtzonenströme und des äquatorialen Elektrojets erfüllt, bei denen auch mehr oder weniger periodische Schwankungen mit unterschiedlichen Perioden beobachtet werden. Wie schwierig es ist, in diesen Fällen selbst bei Approximation der Ströme durch Linienströme mit der Methode der verschiedenen Leitfähigkeitsmodelle zu arbeiten, zeigt bereits die Kompliziertheit der Behandlung des oszillierenden Linienstroms über einem homogenen leitenden Halbraum (vgl. F. Pollaczek: Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung, Elektr. Nachrichten-Technik 3, 339-359, (1926)). Der Versuch sollte daher gemacht werden, das vorliegende Verfahren bei der zur Zeit durchgeführten erdmagnetischen Tiefensondierung in Peru anzuwenden.

Im übrigen bleibt zu untersuchen, ob das Verfahren auf den Fall beliebiger induzierender Felder und auch auf die Ermittlung von Leitfähigkeitsanomalien (d.h. bei zusätzlicher Änderung der Leitfähigkeit auch in horizontaler Richtung) erweitert werden kann.

Diskussion zu dem Vortrag von

Dr. Siebert

Dr. Siebert bestätigte die Bemerkung von Prof. Angenheister, daß das entwickelte Verfahren sich in seiner bisher vorliegenden Form hinsichtlich der Ergebnisse von der Cagniardschen Theorie lediglich dadurch unterscheidet, daß es mit inhomogenen induzierenden Feldern arbeitet. Prof. Kertz stellte fest, daß inhomogene induzierende Felder infolge ihres seltenen Auftretens in hinreichend ausgeprägter Form als Voraussetzung für ein Auswertverfahren offensichtlich einen Rückschritt darstellen. Hierzu bemerkte jedoch Prof. Angenheister, daß die bekannte Frequenzabnahme von Nord nach Süd innerhalb des Pulsationsbereiches eindeutig auf das Vorhandensein eines inhomogenen Feldes schließen lasse.

Prof. Kertz hob noch hervor, daß das hier entwickelte Verfahren offensichtlich eine praktische Anwendung der von Price her gewonnenen Erkenntnis sei, daß ein inhomogenes Feld mehr Informationen liefere als ein homogenes.

Komponentenverfahren

Donnerstag, den 10.10.1963

Die Grundaufgabe der Erdmagnetischen Tiefensondierung besteht in der Bestimmung der Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund. Zur Lösung dieser Aufgabe kommt den Variationen des erdmagnetischen Feldes wegen ihrer Großräumigkeit und ihres Periodenumfanges eine zentrale Bedeutung zu. Die vorliegende Arbeit befaßt sich speziell damit, ein Verfahren für die Auswertung der Variationen mit dem Ziel der Leitfähigkeitsbestimmung zu entwickeln, das einerseits keinerlei Bedingungen hinsichtlich der Quellen sowie der Zusammensetzung der Variationen stellt und zum anderen deren zeitlichen Ablauf, d.h. ihr gesamtes "Periodenangebot", mit als Informationsquelle einbezieht. Die Untersuchungen beschränken sich auf zweidimensionale Verteilungen - es geht demnach im einzelnen das Bestreben dahin, eine Aussage über die zweidimensionale Leitfähigkeitsverteilung in einem Vertikalschnitt durch die ebene Erde aus den längs der Erdoberfläche registrierten Variationen zu gewinnen. Den beiden Parametern des Ergebnisses, der Horizontal- und der Vertikal-Koordinate, entsprechen die beiden Parameter, Horizontal-Koordinate und Periode, bei den eingegebenen Daten.

Teil I Theorie des Verfahrens

Die Herleitung der Grundlagen des Verfahrens geht von zwei Punkten aus: Einmal stehen Registrierungen an der Erdoberfläche, mit anderen Worten zeitlich-variable Randwerte, zur Verfügung, während Informationen über die Verhältnisse im Untergrund gesucht sind. Diese Fragestellung weist in die Richtung der Randwertaufgaben, speziell auf den Greenschen Satz, der sich als wirksames Mittel zur Lösung von Randwertaufgaben erwiesen hat. Allerdings kann es sich hier nicht um eine Randwertaufgabe im üblichen Sinne handeln, da bei diesen die Randwerte und die gesuchten Werte außerhalb bzw. innerhalb des Randes von gleicher Dimension sind; hier aber handelt es sich bei den Randwerten um Magnetfeldkomponenten, während die gesuchte Größe die elektrische Leitfähigkeit ist.

Der zweite Ansatzpunkt ergibt sich aus den Maxwell'schen Gleichungen, die bei Berücksichtigung der in vorliegenden Fällen erlaubten Vereinfachungen auf eine parabolische Differentialgleichung führen:

Es sind dies die folgenden Vereinfachungen:

1. Verschiebungsströme werden vernachlässigt.
2. Die Permeabilität wird identisch = 1 gesetzt.
3. Raumladungen werden ausgeschlossen.

Von den Maxwell'schen Gleichungen - geschrieben in elektromagnetischen c-g-s-Einheiten - bleiben dann mit $\vec{j} = \sigma \vec{\xi}$ die beiden folgenden Beziehungen übrig:

$$\text{rot } \vec{H} = 4\pi \sigma \vec{\xi} ; \text{rot } \vec{\xi} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Anwendung der Operationen rot auf die 1. Beziehung liefert

$$\text{rot rot } \vec{H} = 4\pi \text{rot } \sigma \vec{\xi}$$

An dieser Stelle wird wichtig, ob die elektrische Leitfähigkeit σ ortsunabhängig oder ortsabhängig ist. Im 1. Falle erhält man

$$\text{rot rot } \vec{H} = 4\pi \sigma \text{rot } \vec{\xi} = -4\pi \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

und über

$$\text{rot rot } \vec{H} = \text{grad div } \vec{H} - \Delta \vec{H} ; \Delta \vec{H} = 4\pi \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

Dies ist eine parabolische Differentialgleichung für das magnetische Feld.

Im Falle der ortsabhängigen Leitfähigkeit ist die Einführung eines Vektorpotentials \vec{A} mit $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$ und $\text{div } \vec{A} = 0$ für das Magnetfeld förderlich. Die 2. Maxwell'sche Beziehung wird dann integrierbar und auf genau entsprechendem Wege gewinnt man die Gleichung

$$\Delta \vec{A} = 4\pi \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

die nunmehr auch für ortsabhängige Leitfähigkeit gültig ist.

Übrigens zeigt eine kurze Überlegung, daß die Parallelität zwischen der parabolischen Differentialgleichung für das Magnetfeld und der Wärmeleitungsgleichung bei ortsunabhängiger Leitfähigkeit beim Übergang auf den Fall der ortsabhängigen Leitfähigkeit verloren geht: Ist \vec{g} der Vektor der Wärmeströmung, dann gilt für ein Volumenelement $d\tau$

$$\text{div } \vec{g} \, d\tau = -\frac{\partial Q}{\partial t} \quad \text{oder mit } dQ = c\rho \, dm \, dT \quad \text{u. } dm = \rho \, d\tau$$

$$\text{div } \vec{g} = -c\rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

wobei c die spezifische Wärme und ρ die Massendichte ist. Mit dem Fourierschen Ansatz $q = -k \text{ grad } T$ gilt

$$\textcircled{2} \quad \text{div } k \text{ grad } T = c\rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

wo k und T die Wärmeleitfähigkeit bzw. die Temperatur bedeuten.

Man sieht, daß nur im Falle räumlich-konstanter Wärmeleitfähigkeit k die Beziehung $\textcircled{2}$ in die bekannte Wärmeleitungsgleichung übergeht.

Die Beschränkung auf zweidimensionale Betrachtung erlaubt es, das Vektorpotential auf eine skalare Flächenfunktion zu reduzieren. Das Magnetfeld soll dementsprechend nur in der betrachteten Ebene Komponenten besitzen und das Vektorpotential stets senkrecht auf dieser Fläche stehen. Bezeichnet man diese Skalarfunktion mit $A(x, z)$, so gilt:

$$(3) \quad H_x = H = -\frac{\partial A}{\partial z}, \quad H_z = Z = \frac{\partial A}{\partial x}$$

Die zu Beginn erwähnten beiden Ausgangspunkte, der Zusammenhang mit einer Randwertaufgabe und die Gültigkeit einer parabolischen Differentialgleichung, führen darauf, als mathematischen Ansatz den Greenschen Satz für die parabolische Differentialgleichung zu benutzen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit (Figuren!) wird die Formulierung mit zunächst nur einer Raumkoordinate (z) gewählt und der Übergang auf zwei Raumkoordinaten später vollzogen. Nach Sommerfeld, Vorlesungen über Theoretische Physik, Band VI, schreibt sich der Greensche Satz für ein Gebiet F mit dem Rand S in allgemeiner Form:

$$\int_F [vL(u) - uM(v)] dz dt = \int_F \left(\frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\partial K}{\partial t} \right) dz dt = \int_S I \cos(n, z) dt + \int_S K \cos(n, t) dz$$

Hierin sind $L(u)$ und $M(v)$ die jeweils zugrundeliegenden bzw. die dazu adjungierten Differentialausdrücke, im vorliegenden Falle also die parabolischen. Die Größen I und K sind Funktionen von u und v und bestimmen sich aus der Gleichsetzung der unter den linken Integralzeichen stehenden Klammern. Speziell für die parabolische Differentialgleichung werden L , M , I und K :

$$(4) \quad L_p = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 4\pi\sigma \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$(5) \quad M_p = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 4\pi\sigma \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

$$(6) \quad I_p = v \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$(7) \quad K_p = -4\pi\sigma u v$$

Diese Spezialisierung liefert die folgende, zunächst für beliebige in der Fläche F einschließlich ihres Randes S zweimal differenzierbare Funktionen u und v gültige Beziehung:

$$(8) \int_{\Sigma} \left\{ v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 4\pi\sigma \frac{\partial u}{\partial t} \right) - u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 4\pi\sigma \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right\} dz dt = \int_{B,D} I_p \cos(\alpha, z) dt + \int_{A,C} K_p \cos(\alpha, t) dz$$

$$= \int_{B,D} I_p dt - \int_{A,C} K_p dz = \int_{B,D} \left(v \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial v}{\partial z} \right) dt + 4\pi\sigma \int_{A,C} uv dz \quad (\text{S. 92})$$

Erfüllen u und v die parabolische Differentialgleichung bzw. ihre adjungierte, so fällt die gesamte linke Seite der Gleichung (8) weg. Auf der rechten Seite wird für v die Hauptlösung V der adjungierten Differentialgleichung eingesetzt, während u als die jeweils interessierende, die parabolische Differentialgleichung erfüllende Größe interpretiert wird. Unter der Hauptlösung von (5) wird diejenige Lösung verstanden, die, ausgehend von $t = -\infty$ bis zum Zeitpunkt $t = \tau$ zu einem "Einheitspol" "zusammenläuft", d.h. sie ist bis auf die Zeitumkehr identisch mit der Hauptlösung U von (4), die ihrerseits das zeitliche "Auseinanderlaufen" eines Einheitspoles vom Zeitpunkt $t = \tau$ beginnend bis $t = \infty$ beschreibt.

Es gilt: $U = \sqrt{\frac{\pi}{t-\tau}} e^{-\frac{\pi\sigma(t-\tau)^2}{t-\tau}}$ und $V = \sqrt{\frac{\pi}{\tau-t}} e^{-\frac{\pi\sigma(\tau-t)^2}{\tau-t}}$
 V ist nur für Werte von $t < \tau$ erklärt. Anschaulich gesprochen beschreibt U den zeitlichen Verlauf im "Aufpunkt" z eines zur $t = \tau$ in den "Quellpunkt" z gelegten δ -Funktions-Charakter besitzenden Einheitspoles. Die Form von U entspricht einer allmählich auseinanderlaufenden Gaußschen Glocken-Kurve. Damit ergibt die Beziehung (8):

$$(9) 0 = \int_{A,C} \left(V(y-z,t) \frac{\partial u}{\partial z}(z,t) - u(z,t) \frac{\partial V}{\partial z}(y-z,t) \right) dt + 4\pi\sigma \int_{A,C} u(z,t) V(y-z,t) dz$$

Wählt man einen Halbstreifen von $t = -\infty$ bis $t = \tau$ als Integrationsgebiet (s. Fig. 2, S. 92), so fällt unter normalen Voraussetzungen ein Integrationsweg heraus und es bleibt

$$0 = 4\pi\sigma \left\{ \int_{-\infty}^{\tau} u(z,0) V(y-z,0) dz + \int_0^{\tau} u(z,\tau) V(y-z,\tau) dz + \int_0^{\tau} \left[u(z,t) \frac{\partial V}{\partial z}(y-z,t) - V(y-z,t) \frac{\partial u}{\partial z}(z,t) \right] dz \right\}$$

woraus für $u = 0$ zu Beginn des Vorganges sowie auf Grund des δ -Funktions-Charakters von V folgt:

$$(10) u(y,\tau) = \frac{1}{4\pi\sigma} \int_0^{\tau} \left(u(z,0) \frac{\partial V}{\partial z}(y-z,t) \Big|_{z=0} - V(y,t) \left(\frac{\partial u}{\partial z}(z,t) \Big|_{z=0} \right) \right) dt$$

Damit ist eine Darstellung des Wertes u an der Stelle ξ zum Zeitpunkt τ aus den Werten von u und $\frac{\partial u}{\partial z}$ im Punkte $z = 0$ zu allen Zeiten zwischen $t = 0$ und $t = \tau$ gegeben.

Nach der Theorie der Randwertaufgaben läßt sich von dieser Darstellung übergehen auf zwei andere, die nur noch entweder die Größen $u(0, t)$ oder $\frac{\partial u}{\partial z}(0, t)$ allein enthalten. Hierfür ist V durch die sogenannte Greensche Funktion G zu ersetzen, die folgenden 3 Bedingungen zu genügen hat:

1. Entweder a) $G_1 = 0$ oder b) $\frac{\partial G_1}{\partial n} = 0$ Auf dem Rande, d.h. für $z = 0$
2. $M(G) = 0$, d.h. $G_{1,2}$ muß Lösung der adjungierten Differentialgleichung sein, und
3. Sie muß das raumzeitliche Verhalten eines Einheitspoles beschreiben.

Die Bedingungen in 2. und 3. werden bereits durch V erfüllt. Die Anpassung an Bedingung 1. wird durch das Spiegelungsprinzip erreicht, d.h. $G_{1,2}$ wird "aufgebaut" aus V nach

$$(10a) \quad G_{1,2} = \sqrt{\frac{c}{v-b}} \left(e^{-\frac{v(z+\xi)^2}{v-b(\tau-t)}} \mp e^{-\frac{v(z-\xi)^2}{v-b(\tau-t)}} \right)$$

wobei das Minuszeichen für den Fall 1a) und das Pluszeichen für 1b) steht. Man erhält dann durch Einsetzen der Ausdrücke

$$\left(\frac{\partial G_1}{\partial n}\right)_{z=0} = -4\pi \sqrt{\frac{c}{v-b}} \xi e^{-\frac{v\xi^2}{v-b\tau}} \quad \text{bzw.} \quad (G_2)_{z=0} = 2\sqrt{\frac{c}{v-b}} e^{-\frac{v\xi^2}{v-b\tau}} \quad \text{in (10)}$$

$$(11) \quad u(\xi, \tau) = \sqrt{c} \int_0^\tau \int_0^\infty \frac{u(0, t)}{\sqrt{v-b(\tau-t)}} e^{-\frac{v\xi^2}{v-b(\tau-t)}} dt \quad \text{und}$$

$$(12) \quad u(\xi, \tau) = -\frac{1}{2\pi\sqrt{c}} \int_0^\tau \int_0^\infty \frac{\frac{\partial u}{\partial z}(0, t)}{\sqrt{v-b(\tau-t)}} e^{-\frac{v\xi^2}{v-b(\tau-t)}} dt$$

Für Gleichung (11) läßt sich zeigen, daß die rechte Seite - wie es nach der Bedeutung der Randwerte auch sein muß - für $\xi \rightarrow 0$ gegen $u(0, \tau)$ strebt. Die Darstellung der Werte $u(\xi, \tau)$ geht also stetig in die Randwerte über.

Der Übergang zu 2 Raumkoordinaten ist ohne Schwierigkeiten durchführbar. An die Stelle der eindimensionalen Gleichungen (11) und (12) treten dann die folgenden:

$$(13) \quad u(\xi, \eta, \tau) = -c \int_0^\tau \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{u(x, t) e^{-\frac{v[(\xi-x)^2 + \eta^2 + \tau^2]}{v-b(\tau-t)}}}{(v-b(\tau-t))^2} dx dt$$

$$(14) \quad u(\xi, \eta, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\tau \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\frac{\partial u}{\partial z}(x, t) e^{-\frac{v[(\xi-x)^2 + \eta^2 + \tau^2]}{v-b(\tau-t)}}}{v-b(\tau-t)} dx dt$$

Neu ist jetzt aber, daß in diesen Beziehungen u als Vektorpotential gedeutet werden und der Übergang zu den Komponenten des Magnetfeldes durch Differenzieren vollzogen werden kann.

An sich ist (14) im Fall konstanter Leitfähigkeit für jede der drei Feld-Komponenten für sich gültig. In dem später interessierenden Falle $\gamma \rightarrow 0$ würde diese Darstellung aber in eine identische Gleichung, $u = u$ bzw. $\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial \xi}$ übergehen. Der Kernpunkt des Verfahrens liegt nun in der Deutung von u als Vektorpotential und im Übergang von u auf verschiedene Komponenten des Magnetfeldes (Komponentenverfahren!). Mit Hilfe der Gleichungen (3) erhält man aus (14) durch Differenzieren nach ξ

$$Z(\xi, \eta, \tau) = \int_0^{\tau+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(x, t) \frac{\xi-x}{(\tau-t)^2} e^{-\frac{\pi\sigma[(\xi-x)^2 + \eta^2]}{\tau-t}} dx dt$$

Diese Beziehung stellt eine Umrechnungsformel dar, die die Berechnung der Z-Komponente aus der H-Komponente gestattet, ähnlich wie das aus der Potentialtheorie für stationäre Felder bekannt ist. Sie liefert die Z-Komponente im Punkte ξ, η zur Zeit τ aus den Werten der H-Komponente auf der gesamten Randgeraden $\eta = 0$ und zu allen Zeiten von $t = 0$ bis $t = \tau$. Offenbar läßt sich diese Darstellung ohne weiteres durch Übergang auf $\eta = 0$ auf die Randgerade ausdehnen, d.h. es gilt

$$(15) \quad Z(\xi, 0, \tau) = \int_0^{\tau+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(x, t) \frac{\xi-x}{(\tau-t)^2} e^{-\frac{\pi\sigma(\xi-x)^2}{\tau-t}} dx dt$$

Diese Umrechnungsbeziehung gilt für zeitlich-variable Magnetfelder, die im Gegensatz zu den stationären Feldern der Potentialtheorie nicht mehr nur außerhalb oder nur innerhalb des Randes Quellen besitzen, sondern sowohl außerhalb wie innerhalb, wobei aber die inneren Quellen durch die zeitliche Änderung der äußeren induziert sind. Darüber hinaus bedeutet die Herleitung dieser Beziehung aus den Darstellungen der Werte des Vektorpotentials im Inneren aus seinen Randwerten, wobei diese Darstellungen ^{bei} Annäherung an den Rand gegen die Randwerte streben müssen, daß unter den in den Gleichungen vorkommenden Komponenten Z und H stets die Gesamtkomponenten, d.h. die Summen aus den äußeren und inneren Anteile zu verstehen sind. Es handelt sich also um eine Umrechnungsformel, die den Vorgang der Induktion mit einbezieht.

Übrigens läßt sich durch einfache Überlegungen auch ein unmittelbarer Übergang von den Formeln (13) und (14) zu solchen für stationäre Felder vollziehen. Man kommt dabei auf die bekannten Gleichungen:

$$Z(\xi, \eta) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x) \frac{\xi-x}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \eta^2}} dx, \text{ d. h. } Z(\xi, 0) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H(x)}{\xi-x} dx \text{ und}$$

$$H(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x) \frac{\eta}{(x-\xi)^2 + \eta^2} dx$$

Anhand der Gleichung (15) sei kurz der Fortgang der Herleitung erläutert. Die Komponente H soll später als unabhängig von x betrachtet, d.h. es soll ein über die gesamte Erdoberfläche homogenes Horizontalfeld vorausgesetzt werden. Das tatsächliche Horizontalfeld ist danach längs der Erdoberfläche in einen homogenen und einen inhomogenen Anteil aufzuteilen.

Geht man aber in Gleichung (15) - sie gilt wohlgerne für konstante Leitfähigkeit - mit einem von x unabhängigen H ein, d.h. nimmt man H aus der Integration über x heraus und führt die Integration des verbleibenden Integranden über x durch, so wird der gesamte Ausdruck Null. (Integrand entspricht der Ableitung der Gaußschen Normalverteilung). Das muß aber auch sein, denn bei homogenem Horizontalfeld und konstanter Leitfähigkeit kann eine Vertikalkomponente nicht entstehen. Umgekehrt muß aber bei beliebiger von der x-Koordinate abhängiger Leitfähigkeitsverteilung auch von einem Horizontalfeld, das seinerseits nicht von x abhängt, infolge der nunmehr inhomogenen Stromdichteverteilung im Untergrund eine Vertikalkomponente erzeugt werden.

Es besteht jetzt die Aufgabe, die bisher gefundenen Beziehungen auf den Fall der örtlich-variablen Leitfähigkeit zu übertragen. Hierzu ist von der Gleichung

$$(16) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 4\pi\sigma(x, z) \frac{\partial u}{\partial t}$$

auszugehen. Ganzanalog zu dem bisherigen Vorgehen erhält man schließlich die der Gleichung (10) entsprechende Beziehung

$$(17) u(\xi, \eta, \tau) = \frac{1}{4\pi\sigma(\xi, \eta)} \int_0^{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} (u \frac{\partial V}{\partial u} - V \frac{\partial u}{\partial u}) dx dt$$

Hierin ist u das Vektorpotential des Magnetfeldes, während V wieder den von ξ, x, η, z und $t-\tau$ abhängigen zeitlich-gespiegelten Verlauf (Vektorpotential)-Einheitspoles beschreibt, der zur Zeit $t=0$ im Punkte $x = \xi$ und $z = \eta$ (Quell-punkt) vorliegt und im Punkte x, z beobachtet wird (Aufpunkt). Dabei ist aber wichtig, daß V im Gegensatz zu den Verhältnissen bei konstanter

Leitfähigkeit nicht mehr lediglich vom Abstand zwischen Quellpunkt (ξ, η) und Aufpunkt (x, z) abhängt, sondern daß der zeitliche Ablauf des Einheitspoles z.B. an zwei verschiedenen Aufpunkten, die gleich weit vom Quellpunkt entfernt liegen, je nach der vorgegebenen Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit völlig unterschiedlich aussehen kann. Die Ortsabhängigkeit der Leitfähigkeit taucht also in Gleichung (17) nicht nur explizit bei σ sondern auch implizit bei V auf.

Auch im Falle der ortsabhängigen Leitfähigkeit ist jetzt auf eine Funktion G überzugehen, die den Bedingungen der Greenschen Funktion genügt. Bei entsprechender Anwendung des Spiegelungsprinzips ist hierzu jedoch die vorgegebene Leitfähigkeitsverteilung an der Randebene mitzuspiegeln. Es sind somit 2 Funktionen $G_{1,2}$ denkbar, die die erwähnten Bedingungen erfüllen. Allerdings ist eine der Gleichung (10a) entsprechende geschlossene Darstellung nicht mehr möglich, woran die bereits für V festgestellte Abhängigkeit von x, z über σ schuld ist. Es läßt sich jedoch zeigen, daß die Vertauschbarkeit von Quell- und Aufpunkt erhalten bleibt.

Ohne Rücksicht auf die Ermittlung von $G_{1,2}$ folgen aufgrund ihrer Eigenschaften die nachstehenden beiden Gleichungen

$$(18) \quad u(\xi, \eta, \tau) = \frac{1}{4\pi\sigma(\xi, \eta)} \int_0^{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, 0, t) \frac{\partial G_1}{\partial n}(\xi, x, \eta, 0, \tau-t) dx dt \quad \text{und}$$

$$(19) \quad u(\xi, \eta, \tau) = -\frac{1}{4\pi\sigma(\xi, \eta)} \int_0^{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial u}{\partial n}(x, 0, t) G_2(\xi, x, \eta, 0, \tau-t) dx dt$$

Mit Hilfe der Beziehungen (3) und Differenzieren nach ξ folgt aus

$$(19) \quad Z(\xi, \eta, \tau) = \frac{\partial u(\xi, \eta)}{4\pi\sigma(\xi, \eta)} \int_0^{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x, 0, t) G_2(\xi, x, \eta, 0, \tau-t) dx dt$$

und unter der Voraussetzung von $\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = 0$ für $\xi = 0$:

$$(20) \quad Z(\xi, 0, \tau) = -\frac{1}{4\pi\sigma} \int_0^{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x, 0, t) \frac{\partial G_2}{\partial \xi}(\xi, x, 0, 0, \tau-t) dx dt$$

wobei σ jetzt eine Konstante ist, da es für $\xi = 0$ nicht mehr von ξ abhängen soll. Diese Gleichung entspricht der Beziehung (15).

Setzt man - wie oben bereits angedeutet - H als homogen, d.h. von x unabhängig voraus ($H = H_0$), so läßt sich (20) folgendermaßen schreiben

$$Z(\xi, 0, \tau) = \left\{ H_0(0, t) \right\} - \frac{1}{4\pi\sigma} \int_0^{\tau} \left\{ \frac{\partial G_2}{\partial \xi}(\xi, x, \tau-t) dx \right\} dt$$

und mit Zusammenfassung des Ausdruckes in den geschweiften Klammern zu $g(\xi, \tau-t)$

$$(21) \quad z(\xi, 0, \tau) = \int_0^{\tau} H_1(0, t) g(\xi, \tau - t) dt$$

Das jetzt rechts stehende Integral entpuppt sich offenbar als ein Faltungsgesetz.

Die Anwendung des Faltungsgesetzes gestattet dann folgende Formulierung:

$$g^*(\xi, \omega) = \frac{z^*(\xi, \omega)}{H_1^*(\omega)},$$

wobei die gestrichelten Größen die Transformaten sein sollen. Die rechts stehenden Größen sind durch Analyse der Registrierung unmittelbar zu erhalten, so daß $g^*(\xi, \omega)$ und damit auch die zugehörige transformierte $g(\xi, t)$ ermittelt werden kann.

Unter $g(\xi, t)$ ist der nach ξ differenzierte und von ξ abhängige zeitliche Verlauf von zu Beginn des Vorganges in allen Punkten der Erdoberfläche gleichzeitig vorliegenden Vektorpotentialerdscheinungspolen zu verstehen. Es entspricht dem zeitlichen Verlauf der Vertikalkomponente, die von der zu den Einheitspolen gehörenden homogenen Horizontalkomponente unter Einwirkung der in horizontaler Richtung inhomogenen Leitfähigkeitsverteilung hervorgerufen ist.

Sie enthält damit in komprimierter Form die Information über die anomale Verteilung der Leitfähigkeit im Untergrund.

Es bleibt jetzt die Aufgabe, aus den Registrierungen die Funktion $g(\xi, t)$ zu ermitteln und eine Leitfähigkeitsverteilung anzugeben, die für anfänglich an allen Punkten der Erdoberfläche vorliegende Einheitspole als zeitlichen Ablauf gerade die Funktion g liefert.

Teil II Praktische Durchführung des Verfahrens

1. Analyse der Registrierungen

Für die Analyse der Registrierungen soll ein numerisches Filterverfahren angewandt werden. Auf diese Weise erscheint es relativ einfach möglich einen magnetischen Sturm auszuwerten, so daß aus einem einheitlichen, zusammenhängenden Störungsvorgang ein verhältnismäßig breiter Periodenbereich erfaßt wird:

Zur Herleitung des Filterverfahrens geht man davon aus, eine aus n äquidistanten Werten bestehende und periodisch angenommene Zeitreihe als n -dimensionalen Vektor \underline{y} aufzufassen und nach n linear unabhängigen Basis-Vektoren y_k zu entwickeln. Als Basisvektoren dienen speziell Eigenvektoren eines Verschiebungsoperators V der, angewandt auf einen Vektor \underline{y} lediglich die Verschiebung aller Komponenten des Vektors um eine Stelle nach links (Periodizität beachten) bewirkt. Danach gelten die beiden Gleichungen

$$(22) \underline{y} = \sum_{k=0}^{n-1} k_k y_k \quad \text{und} \quad V y_k = \alpha_k y_k \quad (\text{Eigenvektoren})$$

Gesucht sind nun Operatoren H_k , die, angewandt auf einen Vektor \underline{y} einen bestimmten Basisvektor y_k herausfiltern, d.h. H_k so, daß

$H_k \underline{y} = k_k y_k$. Für den Aufbau dieser Operatoren dient ein Polynomansatz in V , der auf die (reelle) Beziehung führt

$$H_k = H_k + H_{n-k} = \sum_{v=0}^{n-1} v_{kv} V^v$$

Andererseits läßt sich in einem y_k -Diagramm (siehe Figur 3.8.92) ein Spektralfenster festlegen, das seinerseits als Vektor \underline{f}_k gedeutet und ebenfalls nach den Basisvektoren gemäß

$$\underline{f}_k = \sum_{v=0}^{n-1} v_{kv} y_v$$

entwickelt werden kann. Es zeigt sich nun, daß die Anwendung des obigen Operators H_k auf den Vektor \underline{y} tatsächlich wieder die Darstellung (22) mit Hilfe der Basisvektoren liefert, wobei jedoch jetzt die einzelnen Komponenten k_k mit den vorgegebenen Fensterkomponenten h_k multipliziert sind. Die Zusammenfassung je zweier der komplexen Basisvektoren zu einem reellen liefert die reelle Darstellung der phasengerecht herausgefilterten Teilwelle. Figur 3.8.93 (s.S.93) gibt ein Beispiel der hiernach gefilterten Registrierungen von ΔH an der Station Wildeck und ΔZ an der Station Fallersleben für den Sturm vom 26. Nov. 1957. Die Auswertung dieser Kurven führte zu den Figuren 5-7 (s.S.94-95), die die absoluten Beträge von ΔH und ΔZ , das Verhältnis ihrer Amplituden zueinander sowie die Phasenverschiebungen als Funktion der Frequenz wiedergeben. Eine Synthese der beiden letzten Darstellungen führt zu der gesuchten Funktion $g(\xi, t)$ für die Station Fallersleben.

2. Numerische Behandlung der parabolischen Differentialgleichung

Die Beschränkung auf 2 räumliche Koordinaten ermöglichte die

Reduktion des Vektorpotentials auf eine Skalarfunktion. Damit bildet die Gleichung (16)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 4\pi\sigma(x, z) \frac{\partial u}{\partial t}$$

Die Grundlage der folgenden Untersuchungen. Diese Gleichung wird ersetzt durch eine Differenzgleichung, wodurch an die Stellen der kontinuierlichen Funktionswerte $u(x, z, t)$ die abzählbaren Einzelwerte $u_{i,k,l}$ treten in den Gitterpunkten i, k, l . Der Differentialquotient nach der Zeit wird ersetzt durch

$$\frac{1}{l} (u_{i,k,l+1} - u_{i,k,l})$$

und entsprechend wird aus den 2. Differentialquotienten des 0

$$\frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} - 2u_{i,k,l}) \text{ bzw. } \frac{1}{h_z^2} (u_{i,k,l+1} + u_{i,k,l-1} - 2u_{i,k,l})$$

Bei Gleichsetzung von $h_x = h_z = h$ ergibt sich

$$\frac{1}{h^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k,l+1} + u_{i,k,l-1} - 4u_{i,k,l}) = \frac{4\pi\sigma}{l} (u_{i,k,l+1} - u_{i,k,l})$$

$$\text{oder } \frac{1}{4\pi\sigma h^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k,l+1} + u_{i,k,l-1}) + u_{i,k,l} = u_{i,k,l+1}$$

Entscheidend ist die Auswahl von h und l . Eine beachtliche Verminderung der unvermeidlichen Abrundungsfehler wird erreicht, wenn das einzelstehende Glied $u_{i,k,l}$ beseitigt wird. Das erreicht man durch die Festsetzung

$$(23) \frac{1}{4\pi\sigma h^2} = \frac{1}{4}$$

und es bleibt

$$(24) \frac{1}{4} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k,l+1} + u_{i,k,l-1}) = u_{i,k,l+1}$$

d.h. der nach Ablauf des nächsten Zeitintervalls l in einem stimmten Punkt vorherrschende Wert entspricht dem Mittelwert den 4 Nachbarwerten zu Beginn des Zeitintervalls.

Die Forderung (23) bringt einen Zusammenhang zwischen den Intervalllängen und der elektrischen Leitfähigkeit herein, d.h., eine Änderung der Leitfähigkeit muß durch eine entsprechende Änderung der Intervalllängen aufgefangen werden. Es dient offenbar der Übersichtlichkeit, wenn man hierzu die räumlichen Intervalllängen benutzt.

Reduktion des Vektorpotentials auf eine Skalarfunktion. Damit bildet die Gleichung (16)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 4\pi\sigma(x, z) \frac{\partial u}{\partial t}$$

Die Grundlage der folgenden Untersuchungen. Diese Gleichung wird ersetzt durch eine Differenzengleichung, wodurch an die Stelle der kontinuierlichen Funktionswerte $u(x, z, t)$ die abzählbaren Einzelwerte $u_{i,k,l}$ treten in den Gitterpunkten i, k, l . Der Differentialquotient nach der Zeit wird ersetzt durch

$$\frac{1}{l} (u_{i,k,l+1} - u_{i,k,l})$$

und entsprechend wird aus den 2. Differentialquotienten des Ortes

$$\frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} - 2u_{i,k,l}) \text{ bzw. } \frac{1}{h_z^2} (u_{i,k+1,l} + u_{i,k-1,l} - 2u_{i,k,l})$$

Bei Gleichsetzung von $h_x = h_z = h$ ergibt sich

$$\frac{1}{h^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k+1,l} + u_{i,k-1,l} - 4u_{i,k,l}) = \frac{4\pi\sigma}{l} (u_{i,k,l+1} - u_{i,k,l})$$

$$\text{oder } \frac{1}{4\pi\sigma h^2} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k+1,l} + u_{i,k-1,l}) + u_{i,k,l} = u_{i,k,l+1}$$

Entscheidend ist die Auswahl von h und l . Eine beachtliche Verminderung der unvermeidlichen Abrundungsfehler wird erreicht, wenn das einzelstehende Glied $u_{i,k,l}$ beseitigt wird.

Das erreicht man durch die Festsetzung

$$(23) \frac{1}{4\pi\sigma h^2} = \frac{1}{4}$$

und es bleibt

$$(24) \frac{1}{4} (u_{i+1,k,l} + u_{i-1,k,l} + u_{i,k+1,l} + u_{i,k-1,l}) = u_{i,k,l+1}$$

d.h. der nach Ablauf des nächsten Zeitintervalls l in einem bestimmten Punkt vorherrschende Wert entspricht dem Mittelwert aus den 4 Nachbarwerten zu Beginn des Zeitintervalls.

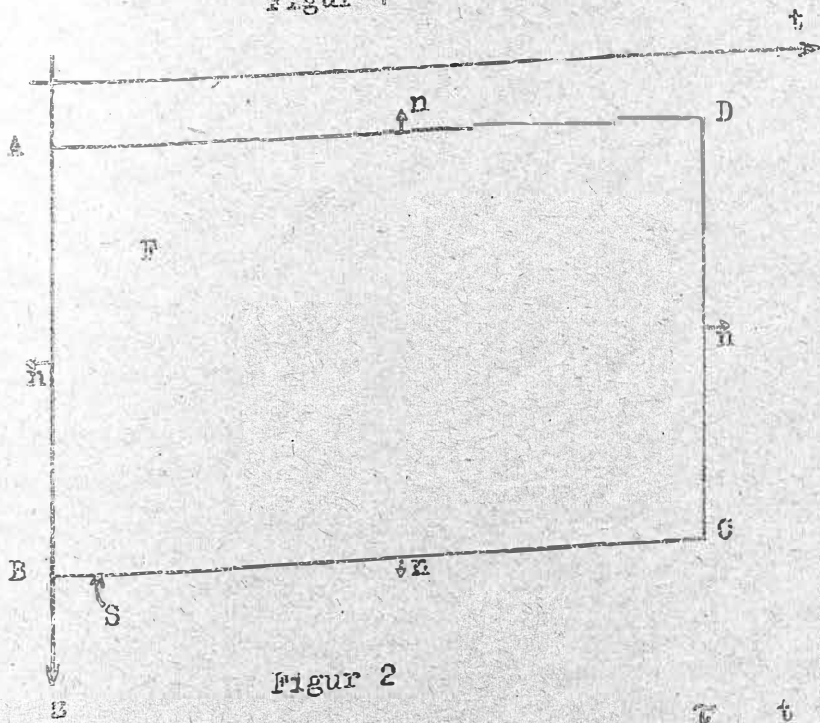
Die Forderung (23) bringt einen Zusammenhang zwischen den Intervalllängen und der elektrischen Leitfähigkeit herein, d.h., eine Änderung der Leitfähigkeit muß durch eine entsprechende Änderung der Intervalllängen aufgefangen werden. Es dient offenbar der Übersichtlichkeit, wenn man hierzu die räumlichen Intervalllängen benutzt.

Bisher liegen lediglich versuchsweise Berechnungen vor. Es lag ihnen folgendes Modell zugrunde: eine vertikale Grenzfläche trennt zwei Viertel Ebenen, wobei in der einen (rechts) die vierfache Leitfähigkeit gegenüber derjenigen in der anderen herrscht, d.h. rechts sind die äquidistanten Punkte des Gitternetzes halb so weit auseinander wie links.

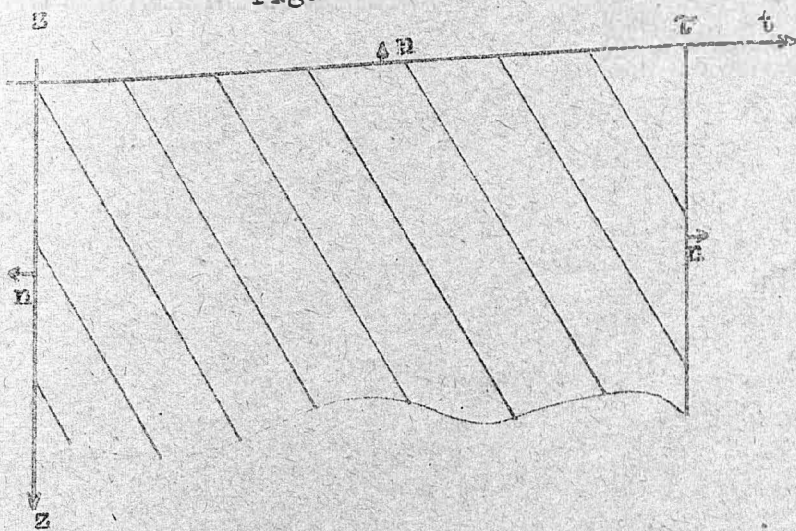
Die Berechnung ging aus von einem zu Beginn in jedem Punkte der horizontalen Trennungsebene der Halbebene, der Erdoberfläche, vorherrschenden Anfangswert 1, während allen übrigen Gitterpunkten der Wert 0 zugeordnet war. Mit Hilfe der Formel (24) wurden die jeweils am Abschluß der nächstfolgenden Zeitintervalle an den einzelnen Gitterpunkten vorherrschenden Werte berechnet, wobei sich die Werte entlang der Erdoberfläche aus der jeweiligen Differenz gegenüber dem Anfangswert bestimmten. Eine Differenziation dieser Werte nach x lieferte den Verlauf der Z -Komponente, die durch die zu den Einheitspolen des Vektorpotentials gehörige H -Komponente hervorgerufen wurde.

Das bisher vorliegende Ergebnis kann nur qualitativ beschrieben werden. Der Auslösungsvorgang entspricht gleichsam dem Abschalten eines homogenen (nach rechts gerichteten) H -Feldes. Damit beginnen Ströme zu fließen, die das H -Feld aufrechtzuerhalten suchen, d.h. in die Zeichenebene hineingerichtet sind. Die Ströme sind im Gebiet mit größerer Leitfähigkeit (rechts) größer als im Gebiet mit geringerer. Die unterschiedliche Stromstärke läßt sich als Hin- und Rückstrom deuten, wobei der Hinstrom rechts und der Rückstrom links fließt. Die bisherigen Rechenergebnisse liefern einen jedenfalls im Prinzip zu diesem Bild gehörigen Verlauf der Z -Komponente. Sie zeigen in unmittelbarer Nachbarschaft der Grenzfläche eine starke negative Vertikalkomponente und positive Vertikalkomponenten nach beiden Seiten anschließend, wobei jedoch im Bereich der höheren Leitfähigkeit eine schwächere Z -Komponente auftritt als im Bereich der geringeren Leitfähigkeit. Die Z -Komponente verschwindet mit zunehmender Entfernung von der Grenzfläche verhältnismäßig rasch.

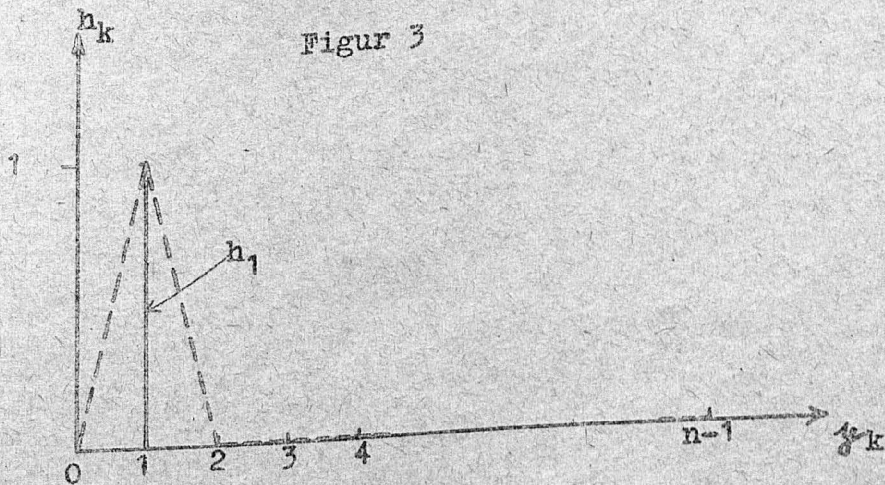
Figur 1



Figur 2



Figur 3

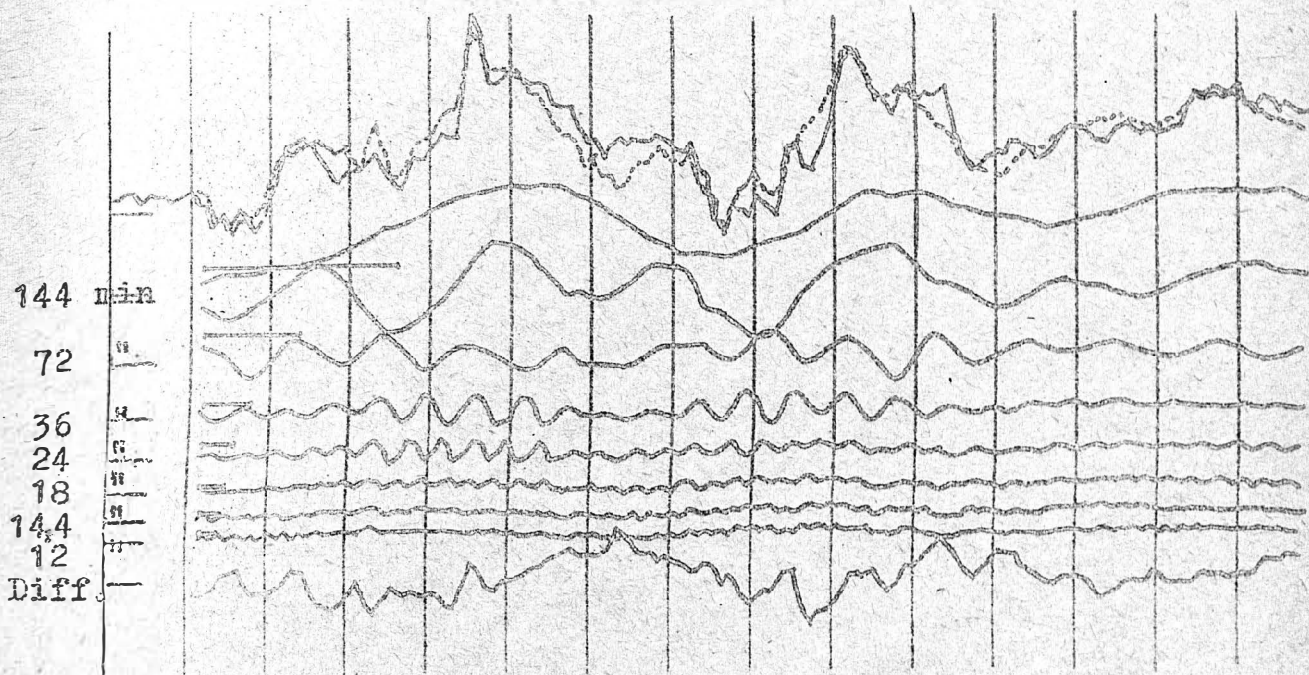


Anwendung des numerischen Filterverfahrens

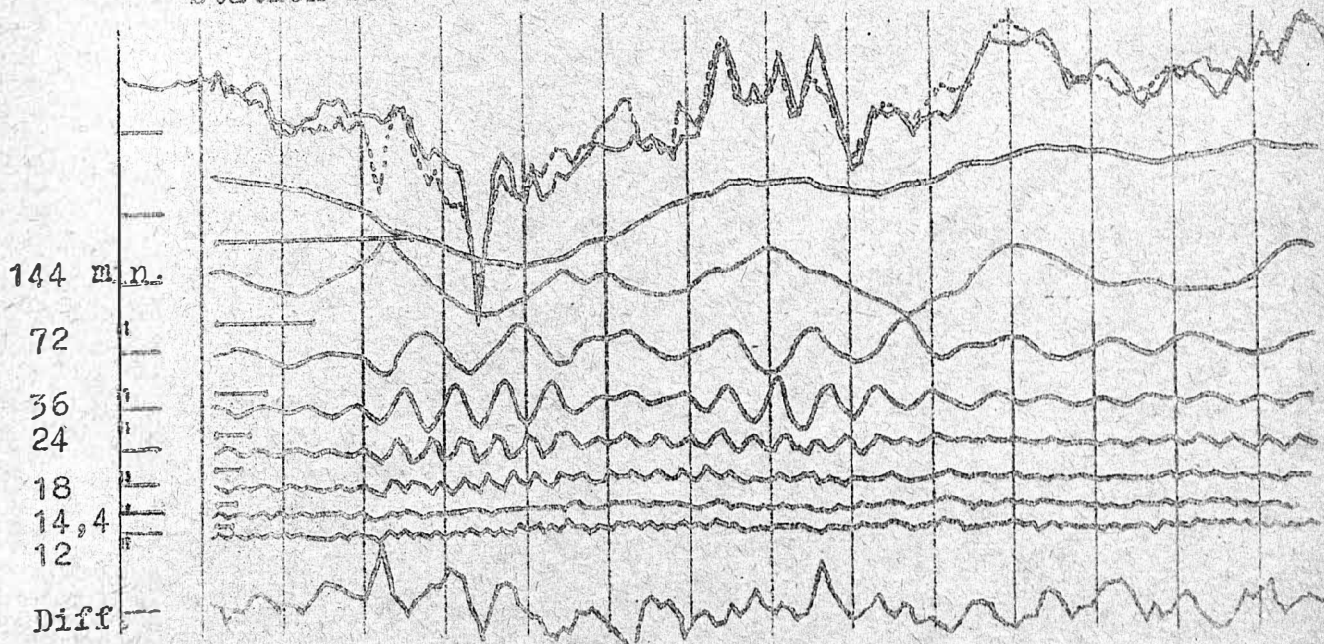
STURM vom 26. Nov. 1957

Äquidistante Werte, $\Delta t = 6 \text{ min}$

Station Wildeck ΔH (Wil ΔH)



Station Fallersleben ΔZ (Fal ΔZ)



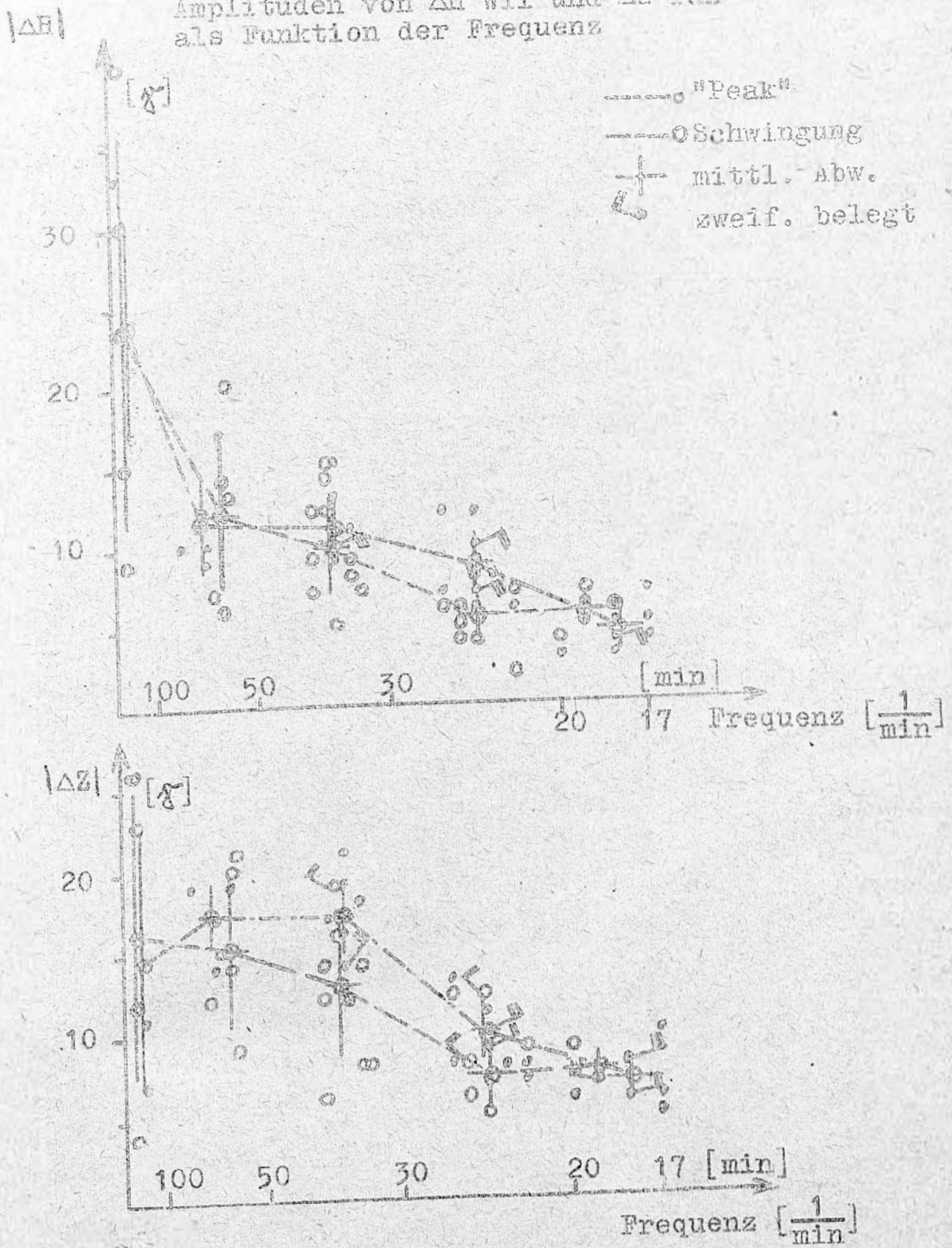
Originalkurve = —————

Σ -Kurve = - - - - -

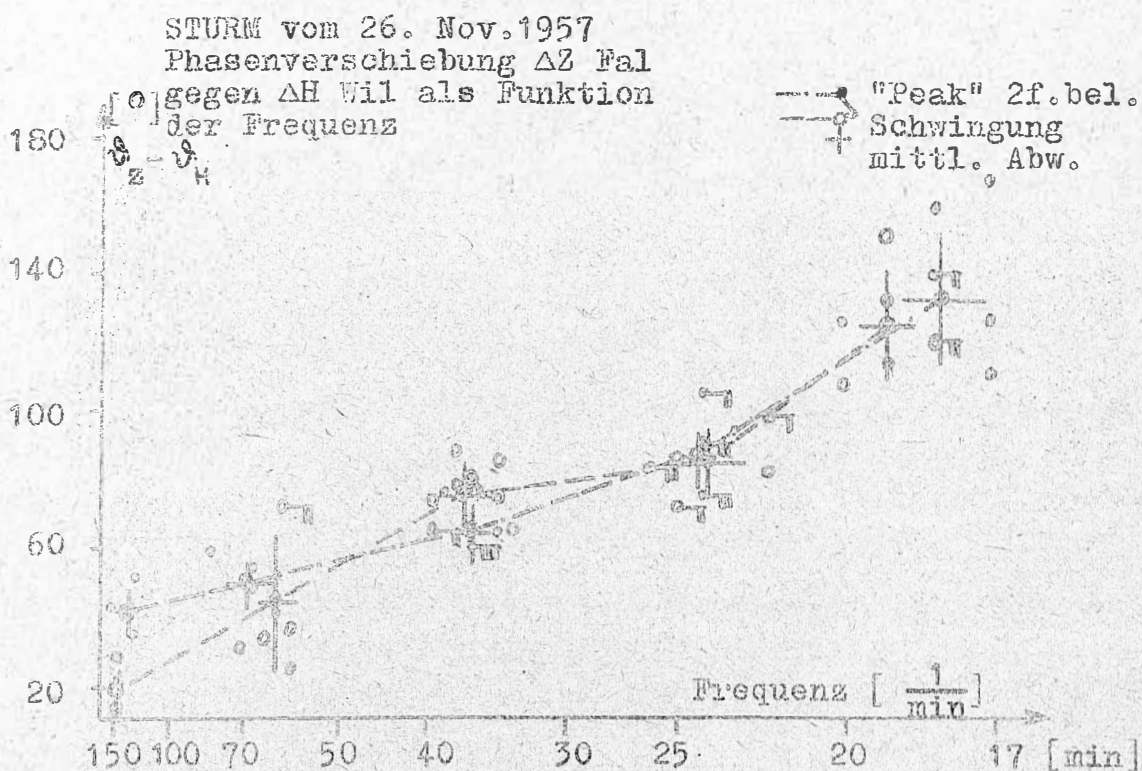
(Summe der berechneten Teilwellen)

Figur 5

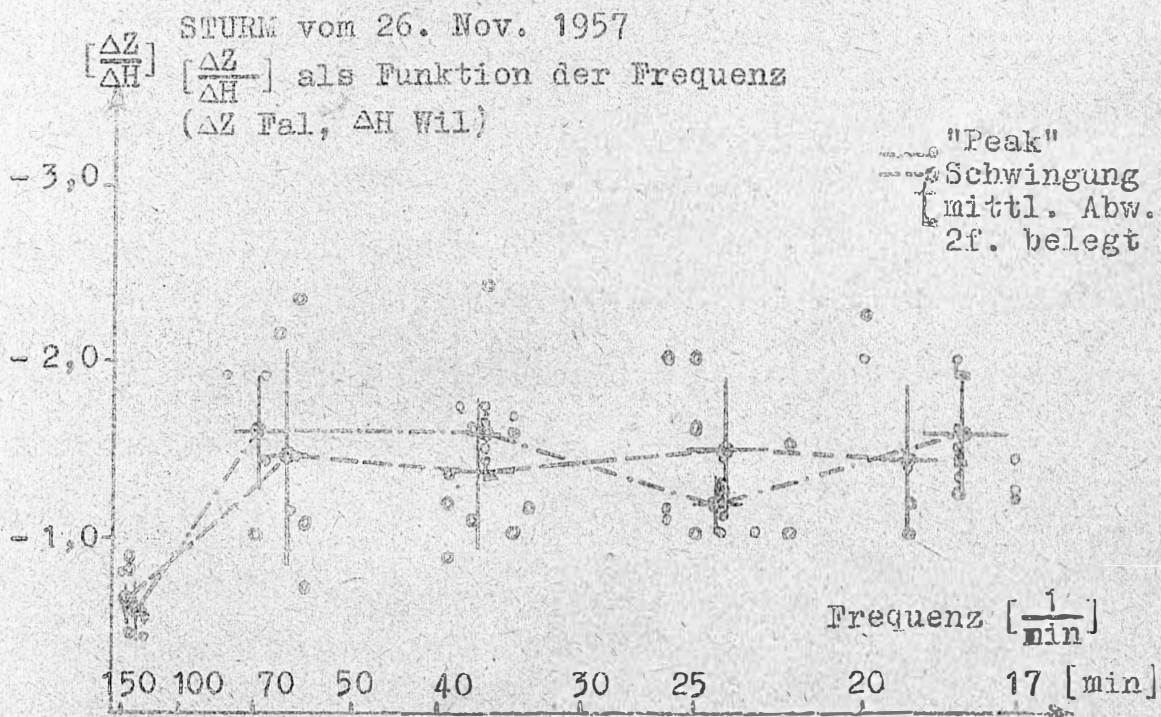
STURM vom 26. Nov. 1957
Amplituden von ΔH Wil und ΔZ Wal
als Funktion der Frequenz



Figur 6



Figur 7



Diskussion zu dem Vortrag von

Dipl. Geophys. Scheube

Dr. Siebert äußerte Bedenken, ob die Theorie auch ein bis ins unendliche endlich bleibendes, homogenes H -Feld erlaube, im allgemeinen hätten die auftretenden Größen im unendlichen gewisse Bedingungen zu erfüllen. Hierzu wies Prof. Kertz darauf hin, daß das Verfahren letzten Endes nur mit den transformierten arbeite; für die Auslöschung beispielsweise des H -Feldes im unendlichen sorgten die in den Integralausdrücken enthaltenen Kerne.

Um eine Analogie aufzustellen bemerkte Prof. Kertz, allgemein betrachtet entspreche die Auswertung nach dem vorgeschlagenen Verfahren einer Umformung der Beobachtungsergebnisse ähnlich der Berechnung des scheinbaren spezifischen Widerstandes bei der Magnetotellurik, während die Deutung in beiden Fällen mit Hilfe von Modellen durchgeführt werde.

Auf die Frage von Dr. Helbig, ob bei einer Beschränkung auf eine feste Frequenz der Arbeitsaufwand nicht wesentlich verringert werden könne, verwies Herr Scheube darauf, daß für eine Ermittlung der Leitfähigkeit in 2 Koordinaten auch mindestens 2 Parameter bei den Beobachtungsergebnissen hineingesteckt werden müßten.

Vortrag Prof. Angenheister, München

Die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit in der Erdkruste und im oberen Mantel

Freitag, den 11.10.1963

Um Kenntnisse von der Struktur und vom Stoffbestand des Untergrundes zu erhalten, kann man einerseits an oder nahe der Erdoberfläche bestimmte physikalische Größen messen und anhand von Materialkonstanten im Laboratorium unter solchen Bedingungen messen, die denen des Untergrundes entsprechen; anhand theoretischer Betrachtungen (meist durch Extrapolationen) erhält man dann ein Bild von einer wahrscheinlichen Verteilung der Materialkonstanten im Untergrund. Beide Methoden: Messung in situ plus Modellvergleich und Messung im Laboratorium plus theoretische Betrachtungen müssen zu einander verträglichen Ergebnissen führen.

Im folgenden wird für die Erschließung der Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund zunächst der zweite Weg besprochen. Am Ende dieser Abhandlung werden Ergebnisse der zweiten Methode herangezogen und die Übereinstimmung und Diskrepanzen der Ergebnisse beider Methoden für die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund herausgestellt.

I. Die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit mit der Tiefe bis etwa 5 km.

Die elektrische Leitfähigkeit der Sedimente ist fast ausschließlich vom Elektrolytgehalt im Porenraum abhängig. Die Leitfähigkeit der Gesteinsmatrix bei 0°C ist etwa gleich 10^{-12} bis 10^{-11} [$\Omega^{-1} m^{-1}$], bei 150°C - entsprechend einer Tiefe von rund 5 km 10^{-10} bis 10^{-6} [$\Omega^{-1} m^{-1}$]. Die Elektrolyt-Leitfähigkeit der Formationswässer beträgt dagegen 10^{-2} bis 10^1 [$\Omega^{-1} m^{-1}$]. Z.B. läßt sich die Leitfähigkeit der Sande, deren Porenraum teilweise oder ganz mit Formationswässern gefüllt ist, durch folgenden Ausdruck darstellen:

$$\sigma(z) = f(\sigma_{Rw}, \epsilon, S, T_0) \text{ und } \sigma_{Rw} = \varphi(\alpha, c_n, u)$$

(σ_R die Leitfähigkeit der Formationswässer im Porenraum, ξ die Porosität, S die Sättigung der Poren an Flüssigkeit, T_0 Tortuosität, α Dissoziation, c_n Konzentration der Ionen, n Zahl der Ionenarten, u Beweglichkeit). Für die sich anschließende Betrachtung ist es nicht erforderlich, den Einfluß all dieser Faktoren ausführlich zu diskutieren. (Es soll hier auch nicht diskutiert werden, in welchem Teil des Porenraumes sich die Ionen bewegen).

Bei den Tonen, die fast immer eine relativ gute Leitfähigkeit besitzen, sind weitere Größen von Bedeutung: Viele Tone sind nicht nur durch die geringe Korngröße, sondern auch durch besondere Minerale - nämlich durch sogenannte Tonminerale - aufgebaut. Die Kationen-Austauschkapazität und die geringe Beweglichkeit der Anionen in den Porenräumen solcher Tone haben einen Einfluß auf den komplizierten, noch nicht voll verstandenen Leitungsmechanismus der Tone.

Die Porosität ξ , wie auch die Konzentration der Formationswässer an Salzen sind Funktionen der Tiefe z , was sich aus den Ergebnissen der Bohrlochmessungen und den Untersuchungen von Bohrkernen ergibt: $\xi(z) ; c(z)$.

Die Konzentration c , wie auch die Art des Elektrolyten hängen von der Vorgeschichte der Formationswässer ab. Die Formationswässer durchströmen im Laufe geologischer Zeiträume mehrere Sedimentgesteine, durch deren Mineralbestand, Temperatur, Druck und Porenraum der ursprüngliche Salzgehalt der Formationswässer teilweise verändert wird.

Im allgemeinen nimmt der Salzgehalt mit der Tiefe zu; insbesondere ist der Salzgehalt der Formationswässer jüngerer, höher liegender Sedimente im Mittel geringer als der der tieferliegenden und älteren. Diese Zunahme ist aber keineswegs regelmäßig; besonders werden bei Bohrungen in den Sedimenten des Tertiärs (z.B. der Poebene oder der bayerischen Molasse) stark versalzene Formationswässer über weniger versalzene angetroffen.

3 Arten von Kationen und 3 Arten von Anionen liefern den größten Beitrag zum Elektrolytgehalt der Formationswässer. Es sind dies

die 3 Kationen: Na^+ , Ca^{++} und Mg^{++} und die Anionen: Cl^- , SO_4^{--} und $\text{CO}_3^{--} + \text{HCO}_3^-$. Bei allen Formationswässern sind unter den Kationen die Na^+ -Ionen, unter den Anionen die Cl^- -Ionen die häufigsten. Das gilt auch für das Meerwasser. Jedoch ist im Meerwasser der Anteil der Mg^{++} -Ionen und der SO_4^{--} -Ionen relativ größer bei den Formationswässern. - Die Summe der Moläquivalente (Molwertigkeit) dieser 3 Kationen ist annähernd gleich der Summe der Moläquivalente der 3 Anionen. In der folgenden Tabelle 1 sind die Moläquivalente der Kationen und die Moläquivalentprozente (Moläquivalent eines Kations geteilt durch die Summe der Moläquivalente aller 3 Kationen mal 100) der 3 Kationen und der 3 Anionen nach Engelhardt "Der Porenraum der Sedimente", (Mineralogie und Petrographie in Einzeldarstellungen, 11. Bd., 1960, S. 150-165) angegeben. In Klammern stehen die Mengen in Gramm pro Liter (g/l); sind dies jedoch nur grobe Mittelwerte. - In der Fig. 1 (s. S. 100) ist der spezifische Widerstand wässriger Lösungen von NaCl als Funktion der Konzentration NaCl in g/l aufgetragen. Der spezifische Widerstand der Formationswässer kann aus dieser Figur nur näherungsweise ermittelt werden, da ja außer NaCl noch der Einfluß anderer Salze auf die Leitfähigkeit zu berücksichtigen ist.

Der Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstandes einer wässrigen Lösung von NaCl hat etwa die Größe $0,02 - 0,03/^\circ\text{C}$; doch nimmt der spezifische Widerstand nur bis etwa 240°C ab; weitersteigender Temperatur nimmt er wieder zu. Günstigenfalls nimmt daher der spezifische Widerstand auf $1/5$ bis $1/6$ ab. Allerdings ist der Einfluß des Druckes bei dieser Abschätzung nicht berücksichtigt. - Die Verringerung des spez. Widerstandes der Formationswässer durch die Zunahme der Temperatur innerhalb der 0 bis 5 km dürfte also geringer als $1 : 10$ sein.

Der Zunahme der Leitfähigkeit σ_F der Formationswässer mit der durch die Zunahme der Versalzung und der Temperatur wirkt die Zunahme des Porenraumes und meist damit verbunden die Zunahme der Tortuosität entgegen. Die Abnahme der Porosität $\epsilon = (V_g - V_f) / V_g$ erfolgt für die drei Sedimente: Sande, Tone und Karbonat-Gesteine durch recht unterschiedliche Mechanismen. - Die Abnahme der Porosität ϵ mit der Tiefe z wird bei den Sanden durch Größe und

Tabelle 1

Mengen

in Moläquivalentprozenten

Formation Ort	Teufe in km (Mittel angenäh.)	(in g/l angenäh.) Kationen			Anionen			der Kationen in Äquival. pro Liter (und in g/l)
		Na ⁺	Ca ⁺⁺	Mg ⁺⁺	Cl ⁻	HCO ₃ ⁻ +CO ₃ ⁼⁼	SO ₄ ⁼⁼	
Meere (Mittel)	-	78,7 (10,6)	3,5 (0,42)	17,8 (1,29)	90,3	9,3	0,4	0,595 (12,31 g/l) Äquival. Liter
Tertiär Ober- rheintal	0,4-1,7 (1,0)	70-82 (22)	7-19 (4)	3-10 (1,2)	96-99	0-5	0,1-0,2	1,1-1,4 (27)
Roebene	0,5-3,5 (2,0)	77-98 (31)	2-12 (2,2)	0-14 (1,5)	82-100	0-17	0-2	0,2-3,0 (35)
Kreide, NW- Deutschl.	0,7-1,2 (1,0)	71-74 (38)	17-21 (8)	6-10 (2,2)	99-100	0-0,2	0	1,4-3,1 (49)
Malm NW- Deutschl.	0,4-1,4 (0,9)	55-69 (64)	20-38 (27)	6-8 (4)	99-100	0	0,1-0,3	3,5-5,4 (95)
Dogger NW- Deutschl.	0,5-1,6 (1,0)	85-92 (57)	6-12 (5)	2-7 (1,5)	99-100	0	0	2,3-3,4 (64)
Lias NW- Deutschl.	1,5-1,9 (1,7)	78-86 (61)	11-12 (8)	2-9 (2,4)	99-100	0	0,5	2,9-3,6 (71)
Trias + Perum NW- Deutschl.	2,1-3,2 (2,6)	51-87 (71)	11-28 (23)	2-20 (8)	99-100	0-0,2	0	5,5-5,8 (102)

teilung der (mechanischen) Spannungen und der Temperatur in der Gesteinsmatrix bestimmt. An den Kornkontakten herrschen die größten Normal- und Scherspannungen (τ_1, τ_2). Der Druck $p_g = (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)/3$ ($\tau_{1,2,3}$ Hauptspannungen) in einem differentiellen Volumen des festen Gesteins, insbesondere an den Kontaktstellen in einer Tiefe z ist größer als der hydrostatische Druck in den Formationswässern p_{Fw} , der meist recht genau gleich dem Druck einer Wassersäule von der Höhe z ist. Nach dem Rieckeschen Prinzip geht ein Teil der Gesteinsmatrix in Lösung, wobei $\Delta p = p_g - p_{Fw}$ abnimmt. Die Kontaktfläche wird vergrößert; der Porenraum verringert. - Wenn beim Versenken eines Sedimentpaketes die Scherspannungen an den Kontaktflächen der Körner die Nachgabe-Spannungen τ_N überschreiten, rutschen die Körner aneinander vorbei, so daß sich der Porenraum verringert. - Diese beiden Mechanismen, chemische und mechanische Diagenese, reichen nicht aus, um in 5 bis 6 km Tiefe den Porenraum der jungen, also relativ schnell in die Tiefe abgesunkenen, sandigen Sedimente zum Verschwinden zu bringen, was sich aus der Untersuchung von Bohrkernen aus Tiefbohrungen ergibt. -

Der große Porenraum der Tonsedimente rührt zum größten Teil von der Plättchenstruktur der Tonminerale her. Dies ist überraschend, da dünne trockene Plättchen besonders dicht, also mit äußerst geringem Porenraum im Laboratoriumsexperiment gepackt werden können. Bei der Sedimentation der Tonbestandteile im Meer sind aber die Tonteilchen mit einer diffusen Doppelschicht von Ionen umgeben. Bei der Sedimentation dieser Teilchen spielen daher die elektrostatischen Kräfte an der Oberfläche eine viel größere Rolle als die Volumenkräfte (Schwerkraft). Demzufolge legen sich die Teilchen bei der Sedimentation in äußerst lockerer Form aufeinander. - Die Porosität der Tone nimmt mit zunehmender Tiefe z stark ab: z.B. haben etwa gleichaltrige Lias-Tone aus NW-Deutschland in einer Tiefe von 100 bis 500 m eine Porosität von 0,6 bis 0,5, in Tiefen, die größer als 2000 m sind, ist die Porosität dieser Tone kleiner als 0,1. Es ist bekannt, daß auch bei relativ geringem Druck aus gesättigten Tonen Wasser ausgepreßt werden kann.

Die jungen, diagenetisch nicht verfestigten Karbonat-Gesteine können - ähnlich wie die Tone - eine sehr hohe Porosität besitzen. Über die Abnahme der Porosität mit der Tiefe liegen nur wenige Er-

fahrungen vor. Sicher spielt die chemische Diagenese eine bedeutende Rolle. (Eine besondere Erscheinung ist die Dolomitisierung, bei der möglicherweise die Porosität der Karbonat-Gesteine zunimmt).

In denjenigen Teilen der oberen Erdkruste, die Tone enthalten und die sich senken, ist im Mittel über eine hinreichend große Fläche mit einem Aufwärtsstrom der Formationswässer zu rechnen, da mit Absenkung in die Tiefe der Porenraum der Gesteine abnimmt und die Formationswässer bei der chemischen Diagenese und Metamorphose von den neugebildeten Gittern nicht vollständig aufgenommen werden. Dies könnte auch Anlaß zu vertikal verteilten Potentialdifferenzen geben, da ein Teil der Ionen durch Absorption an diffusen Doppelschichten festgehalten wird und Tonschichten wie eine Anionensperre wirken.

Gelangt ein Sedimentpaket in immer größere Tiefe, so schreitet der Zusammenbruch der Porenräume immer weiter voran. Die Verbindung der Porenräume wird immer schlechter; der Druck in der Flüssigkeit steigt und nähert sich immer mehr dem Druck in der Gesteinsmatrix. Mit der Metamorphose wird der Inhalt der nunmehr sehr kleinen Poren teilweise in die neu sich bildenden Minerale eingebaut.

Der Porenraum der kristallinen Gesteine ist bedeutend kleiner als der der Sedimente. Bei den metamorphen Gesteinen und den magmatischen Tiefengesteinen, die heute an oder nahe der Erdoberfläche liegen, ist die Porosität $\leq 0,1$, oft sogar $\leq 0,01$. In diesen Fällen kann für die Leitfähigkeit des Gesteins die Kluftporosität nicht mehr wie bei den Sedimenten vernachlässigt werden.

Am Rand der mehr oder weniger regelmäßigen Poren und an den Kontaktstellen der Körner sandiger Gesteine treten Scherspannungen τ_s auf, die im allgemeinen zwar kleiner, aber doch von der gleichen Größenordnung wie der Druck in der Gesteinsmatrix sind und die mit der Tiefe zunehmen. Überschreiten diese Scherspannungen die Nachgebepannung τ_N , die vermutlich mit der Tiefe abnimmt, so schließen sich die Poren. Nimmt man für τ_N etwa den Wert $1-4 \cdot 10^9$ [dyn/cm²], so ist zu erwarten, daß auch bei Sanden in der Tiefe der Mohorovičić-Diskontinuität, in der ein Druck von $9 \cdot 10^9$ [dyn/cm²]

herrscht, mit Poren sicher nicht mehr zu rechnen ist. Fast alle durch Diagenese und Metamorphose veränderten, alten Gesteine, die früher einmal in einer Teufe von 5-15 km über hinreichend lange Zeiträume gelegen haben, zeigen, daß das Verschwinden der Poren meist sogar weit oberhalb der Mohorovičić-Fläche erfolgt. Das Schichtenpaket über der Conrad-Fläche kann grob in 4 Einheiten gegliedert werden, für die in der Tabelle 2 geschätzte Mittelwerte der spezifischen Widerstände aufgeführt sind.

Tabelle 2

	Teufe [km]	ϵ	ρ_{FW} [Ωm]	ρ/ρ_{FW}	ρ [Ωm]
Grundwasser	0-0,1	-	-	-	20-100
Meer	0-6	-	-	-	0,2-2
junge Sedimente (z.B. Tertiär- Becken)	0-7	0,9-0,2	0,3-2	1,3-15	0,4-30
Mesozoikum	0-7	0,05-0,4	0,2-1	3-150	0,6-150
Palaeozoikum (auch archimeta- morph)	0-10	0,01-0,2	0,2-1	15-500	3-500
Kristallin (Gneis, Granit)	0-15	0,001- 0,01	0,2-1	500- 10 000	100- 10 000

Die hier angegebenen Zahlen umfassen den gesamten, möglichen Streubereich des spezifischen Widerstandes. Der effektive spezifische Widerstand, der für die Auswertungen der erdmagnetischen Tiefensondierung bei Messungen in einem Sedimentbecken, wie z.B. das norddeutsche, als repräsentativ angenommen werden könnte, scheint aber eine wesentlich geringere Streuung aufzuweisen. Flathe hat bereits bei dem Kolloquium über erdmagnetische Tiefensondierung in Kassel 1962 und in Salzgitter-Lebenstedt 1963 erneut darauf hingewiesen, daß die Längsleitfähigkeit (parallel zur Erdoberfläche) zwischen etwa 1 bis 10 Ωm liegt, während die Querleitfähigkeit (senkrecht zur Erdoberfläche) um 1 bis 2 Größenordnungen größer ist.

II Die Verteilung der Leitfähigkeit in vertikaler Richtung unterhalb der Sedimente

Mit Verschwinden der elektrolytischen Leitfähigkeit kommt die

Leitfähigkeit der Ionenkristalle als Halbleiter ins Spiel. Von Bedeutung sind hier die Halbleitung durch Verunreinigung (Mangel- und Überschubhalbleitung) und Eigenhalbleitung. Ferner kann Ionenleitung in Kristallen durch Schottky- oder Frenkeldefekte von Bedeutung sein. Diese 3 Leitfähigkeitsmechanismen können durch die folgende Temperaturabhängigkeit beschrieben werden

$$\sigma = \sigma_i(p) e^{-\frac{E_i(p)}{kT}}$$

$i = 1$: Halbleitung durch Verunreinigung; $i = 2$: Eigenhalbleitung;
 $i = 3$: Ionenleitung; k = Boltzmann-Konstante.

In der Literatur sind einige Werte der Konstanten σ_i und E_i veröffentlicht worden. (S.K. Runcorn und D.C. Tozer 1955; H. Hughes 1955; K. Noritomi 1961, dort auch weitere Literatur; R.S. Bradley, A.K. Jamil, D.G. Munro 1962). Besonders haben Hughes und Noritomi (1961) auch die Druckabhängigkeit dieser Materialkonstanten für einige gesteinsbildende Minerale untersucht. - Aus diesen Daten kann die Verteilung des spez. Widerstandes $\rho(z)$ mit der Tiefe z abgeschätzt werden, sofern die Temperatur- und Druckfunktionen $T(z)$ und $p(z)$ bekannt sind. Da einerseits $p(z)$ einigermaßen gut bekannt ist und andererseits nach den Angaben in der Literatur die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes der Halbleiter vom Druck zwar nicht zu vernachlässigen, jedoch nicht übermäßig stark ist, wird die Unsicherheit der Werte $\rho(z)$ vorwiegend durch die Unsicherheit in der Kenntnis der Temperaturabhängigkeit bestimmt. In Fig. 2 (s.S. 108) ist $\rho(z)$ für 2 extreme Temperaturfunktionen $T_I(z)$ und $T_{II}(z)$ aufgezeichnet. Die quer und weit schraffierten Bereiche I und II geben die Streuung von $\rho(z)$ an. Der Streubereich, der mindestens eine Zehnerpotenz umfaßt, ist nicht nur durch die Unsicherheit der Materialkonstanten σ_i und E_i bestimmt; er ergibt sich vielmehr auch aus der Tatsache, daß bei dieser Darstellung die Leitfähigkeit mehrerer Minerale und Gesteine berücksichtigt wurde. Dies ist erforderlich, da der Stoffbestand des oberen Mantels nicht genügend bekannt ist. Es wurden Werte folgender Minerale und Gesteine verwendet: Olivin, Enstatit, Diopsid, Serpentin und Basalt. - Keines der bisher untersuchten Minerale oder Gesteine dürfte im Mantel allein und ausschließlich vorkommen. Möglicherweise wird der Mantel zu einem großen Teil von Olivin aufgebaut. Die in der Figur schraffiert eingezeichneten Bereiche des

spezifischen Widerstandes der genannten Minerale und Gesteine vermitteln noch kein befriedigendes Bild von der Verteilung des mittleren spezifischen Widerstandes in der Kruste und im oberen Mantel. -

III Vergleich der Ergebnisse der Messungen in situ mit denen der Messungen im Laboratorium

Mißt man an einzelnen Punkten der Erdoberfläche die zeitliche Variation des elektrischen Feldes \vec{E} und des magnetischen Feldes \vec{H} , so kann das Verhältnis E_x/F_y und E_y/F_x berechnet und hieraus der scheinbare spezifische Widerstand $\rho_s(T)$ als Funktion der Periode T der zeitlichen Variation bestimmt werden. Dies ist von mehreren Autoren für einige Punkte innerhalb von Kontinenten ausgeführt worden. Es liegt nahe, für die Interpretation dieser $\rho_s(T)$ -Kurven 3-Schichten-Modelle heranzuziehen. Macht man dies, so zeigt sich, daß für etwa die Hälfte der wenigen bisher veröffentlichten Messungen ein 3-Schichten-Modell zur Interpretation verwendet werden kann. In der Figur 2 ist durch die senkrechten Begrenzungen A und B der Bereich abgegrenzt, innerhalb dessen die Werte der spezifischen Widerstände $\rho(z)$ aller oben genannten Modelle liegen.

Für die Tiefenbereiche von 0 - 5 km (Sediment) und für die Tiefen größer als 50 km stimmen die mit Hilfe dieser 3-Schichten-Modelle ermittelten Werte des spezifischen Widerstandes $\rho(z)$ etwa mit denjenigen überein, die sich - entsprechend den oben erörterten - aus den Materialeigenschaften ableiten lassen. Dagegen liegen im Tiefenbereich von 10 bis 50 km die Werte des spezifischen Widerstandes des Krusten- und Mantelmaterials, die sich aus den Messungen der Magnetotellurik ergeben, zwischen denjenigen des Fayalits und denjenigen der übrigen bisher untersuchten Minerale.

Aufgrund dieser Darstellung läßt sich vermuten, daß der effektive (nicht scheinbare) spezifische Widerstand ρ des obersten Mantels, der aus den spezifischen Widerständen der einzelnen Mineralkomponenten resultiert, geringer ist als bisher vermutet, daß er aber doch größer ist als der effektive spezifische Widerstand ρ des Sediments im Hangenden und des Materials im oberen Mantel unter 100 km. Ein 3-Schichten-Modell scheint eine grobe oder doch mög-

liche Näherung für die Verteilung von $\rho(z)$ zu sein.

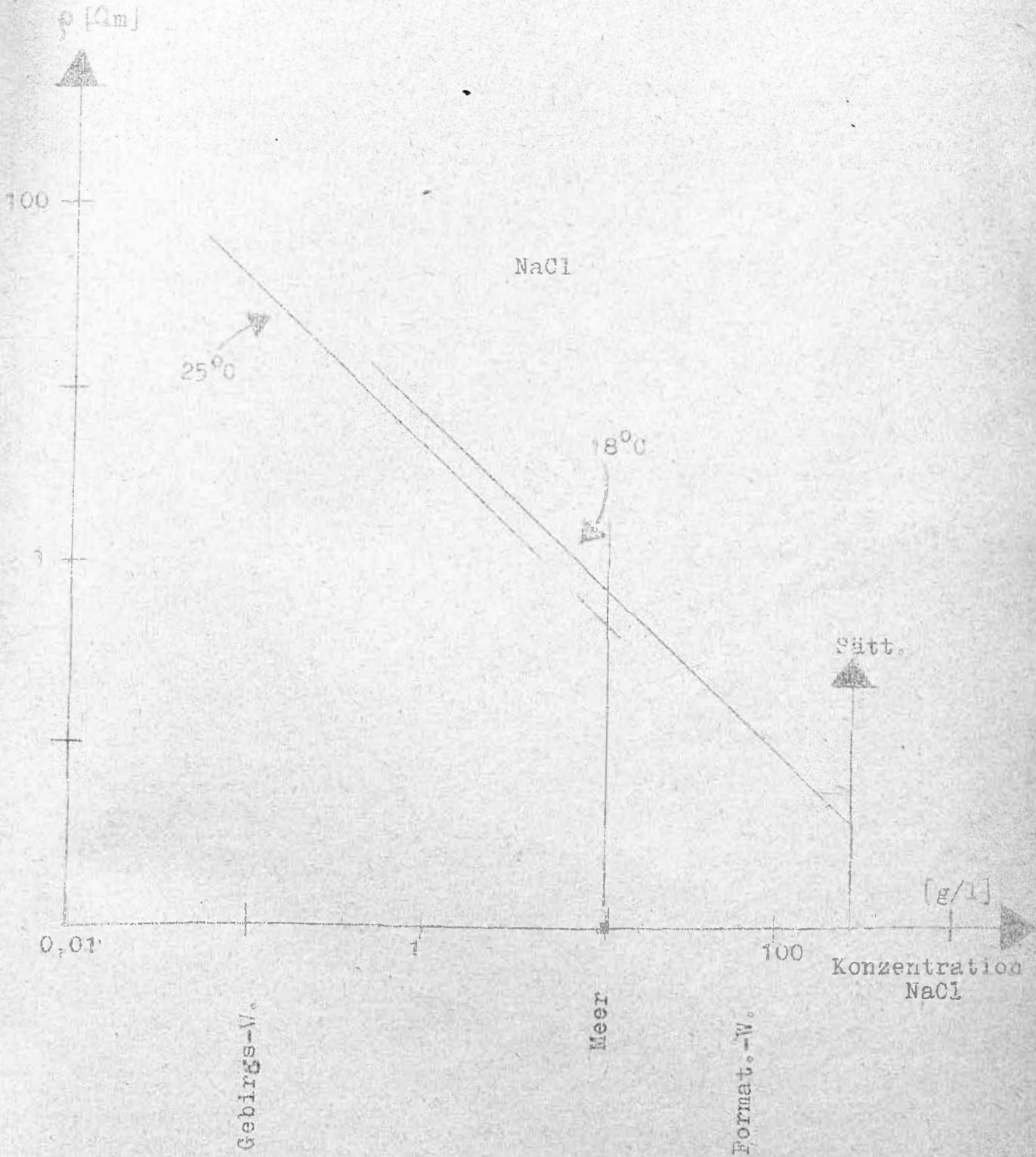
Inhomogenitäten des spezifischen Widerstandes $\rho(x, y, z)$ in horizontaler Richtung sind gekoppelt mit Variationen der Temperatur T , des Druckes p und des Stoffbestandes in horizontaler Richtung. Der Einfluß von T und p auf die Leitfähigkeit ist aber ein doppelter: für ein Mineral ist die Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 \cdot e^{-E_1/kT}$, wobei E_1 und möglicherweise auch σ_1 vom Druck abhängen; zum anderen kann sich die Mineralmodifikation mit einer Variation von p und T ändern; damit ändern sich aber aller Wahrscheinlichkeit nach auch die Materialkonstanten σ_1 und E_1 . Eine Steigerung der Temperatur bis nahe an den Schmelzpunkt dürfte einen Einfluß auf die Leitfähigkeit haben; analoges ist zu erwarten, wenn der Schmelzpunkt bedeutsam durch eine Druckvariation verändert wird.

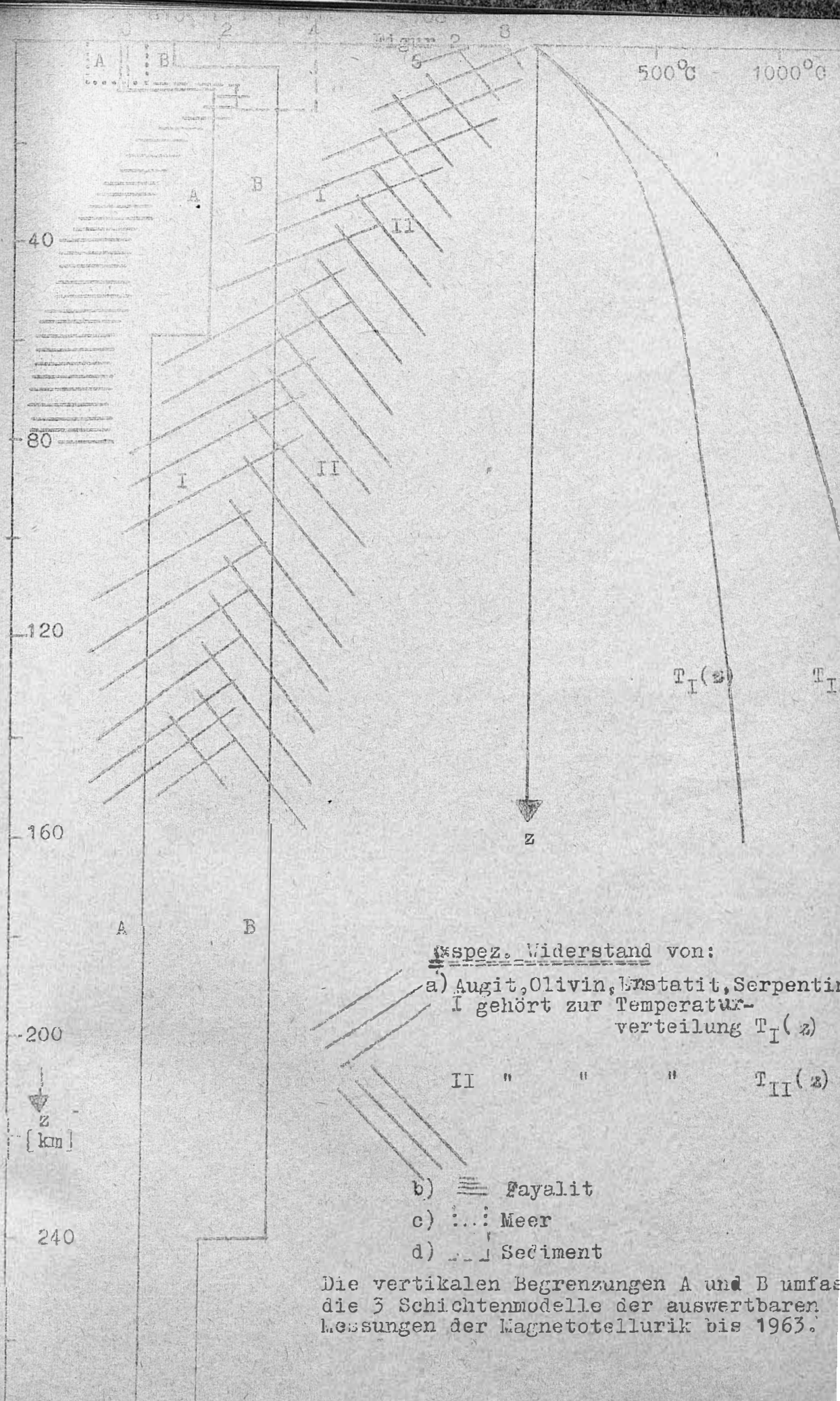
Da unter den Ozeanen eine andere Temperaturverteilung und möglicherweise auch ein anderer Stoffbestand vorliegt als unter den Kontinenten oder unter Orogenen scheint es unwahrscheinlich, daß unter diesen 3 Arealen gleiche Verteilung der Leitfähigkeit vorliegt.

Literatur:

- R.S. Bradley, A.K. Jamil, D.C. Munro: Electrical conductivity of fayalite and spinell; Nature, Vol. 193, Heft 4819, S. 965-966 (1962)
- W.v. Engelhardt: Der Porenraum der Sedimente; Mineralogie und Petrographie in Einzeldarstellungen, Bd. II, Springer Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg (1960)
- H. Hughes: The pressure effect on the electrical conductivity of peridot; Jour. Geophys. Res., 60, S. 187 (1955)
- K. Noritomi: The electrical conductivity of rock and the determination of the electrical conductivity of the earth interior; Jour. of the Mining College, Akita Univ., series A, Mining Geology, Vol. I, No. 1, S. 27-59 (1961)
- S.K. Runcorn, D.C. Tozer: The electrical conductivity of olivine at high temperatures and pressures; IAGA Bulletin No. 15a (Extrait des Ann. de Géophys. (1955) t. 11, no. 1, pages 49-108)

Figur 1





spez. Widerstand von:

a) Augit, Olivin, Kristallit, Serpentin
I gehört zur Temperatur-
verteilung $T_I(z)$

II " " " $T_{II}(z)$

b) Fayalit

c) Meer

d) Sediment

Die vertikalen Begrenzungen A und B umfassen die 3 Schichtenmodelle der auswertbaren Messungen der Magnetotellurik bis 1963.

Vortrag Dr. Flathe, Hannover

Autoren: H. Flathe und O. Rülke
Übersicht über Werte der Horizontal-Leitfähigkeit,
berechnet aus Bohrlochmessungen in Niedersachsen

Freitag, den 11.10.1963

Die folgenden Ausführungen sollen einen quantitativen Beitrag zur Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit der Sedimentdecke im nordwestdeutschen Flachland liefern. Elektrische Bohrlochmessungen in den sehr zahlreichen Erdölbohrungen bieten die Möglichkeit, die Leitfähigkeit bis in ca. 5 km Tiefe direkt aus den Bohrlochdiagrammen zu ermitteln. Auf diese Weise läßt sich das Leitvermögen etwa der oberen Hälfte der mit rund 10 km Mächtigkeit zu veranschlagenden Sedimentdecke unmittelbar quantitativ fassen.

Die Leitfähigkeit der Sedimentdecke ist richtungsabhängig. Für das vorliegende Problem einer Leitfähigkeitsanomalie interessiert in erster Linie die Horizontalleitfähigkeit im Untergrund. Um diesen Begriff sauber zu fassen, denken wir uns als Modell eine Folge von horizontal liegenden Schichten mit den Mächtigkeiten m_1, m_2, \dots (s. Fig.1, S.114) und den Widerständen ρ_1, ρ_2, \dots . Greifen wir aus dieser Schichtfolge ein Paket mit der Gesamtmächtigkeit h heraus, so besitzt dieses Paket senkrecht zur Schichtung den

spez. Querwiderstand $\rho_t = \frac{1}{h} \sum_i m_i \rho_i$; $(h = \sum_i m_i)$

und parallel zur Schichtung die

spez. Längsleitfähigkeit $\frac{1}{\rho_l} = \frac{1}{h} \sum_i \frac{m_i}{\rho_i}$

Es handelt sich bei diesen Summen um Spezialfälle einer Leitfähigkeitsverteilung, die sich nur in vertikaler Richtung ändert, d.h. wo der spez. Widerstand ρ nur von der Tiefe z abhängt: $\rho = \rho(z)$. MAILLET hat 1947 ⁺) diese Größen als DAR ZARROUK - Parameter bezeichnet.

$R(h) = \int_0^h \rho(z) dz$; $C(h) = \int_0^h \frac{dz}{\rho(z)}$

⁺) R. MAILLET: The fundamental equations of electrical prospecting, Geophysics, vol. 12, 1947, p. 529 - 556

Die DAR ZARROUK - Kurve C (h) spielt bei der Auswertung geoelektrischer Tiefensondierungen eine bedeutende Rolle hinsichtlich des Äquivalenzprinzips, worauf in diesem Zusammenhang nicht eingegangen zu werden braucht.

Wie wir sehen werden, unterscheiden sich in der Sedimentdecke der Querwiderstand ρ_t und der Längswiderstand ρ_l oft beträchtlich. Die Horizontale stellt für den Strom eine Vorzugsrichtung dar. Als Maß für die Anisotropie nimmt man die Größe $\lambda = \sqrt{\frac{\rho_t}{\rho_l}}$, den Anisotropiefaktor.

Durch elektrische Widerstandsmessungen im Bohrloch lassen sich die Größen ρ_i und m_i der durchteuften Schichten bestimmen. Die Berechnung der spez. Widerstände ρ_i erfolgt mittels theoretisch berechneten Standardmaterials aus den Daten des Widerstandslogs mit verschiedenen Elektrodenanordnungen bzw. des Laterologs. Auf die Auswertungstechnik, bei der die Elimination des Widerstandes der Spülung ρ_m im Bohrloch, des Bohrloch-Durchmessers, des Durchmessers und Widerstandes der Infiltrationszone und (in Einzelfällen) der Schichtmächtigkeit eine Rolle spielen, soll in diesem Rahmen nicht näher eingegangen werden. Hingegen interessiert sehr die tatsächliche physikalische Bedeutung des aus dem Bohrlochdiagramm errechneten wahren Widerstandes ρ_i einer Schicht. Denn im Sedimentbereich ist auch in einer als homogen zu bezeichnenden Schicht der Widerstand meist richtungsabhängig. Durch Schieferung des Gesteins etc. ergeben sich Vorzugsrichtungen. Nehmen wir zur Veranschaulichung als Modell einen aus einer solchen homogenen, aber anisotropen Schicht herausgeschnittenen Einheitswürfel (s. Figur 2, S.114). Die Mikroschichtung werde parallel zur x, y - Ebene angenommen. Dann haben wir in der x- und y-Richtung einen Widerstand $\rho_{||}$, in der z-Richtung einen größeren Widerstand ρ_{\perp} . Die Mikroanisotropie beträgt $\Theta = \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{||}}}$. Mittels des Tensorkalküls läßt sich nun zeigen, daß jeder homogene anisotrope Körper sich durch einen homogenen isotropen Körper mit einem spez. Widerstand $\bar{\rho}$ ersetzen läßt, ohne daß sich die äußeren Feldwirkungen ändern. Für unseren Fall wäre der Ersatzkörper ein Quader mit den Kantenlängen 1 in der x- und y-Richtung aber der Höhe $\Theta = \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{||}}} > 1$ in der z-Richtung. Der "Ersatzwiderstand"

$\bar{\rho}$ des Quaders ist das geometrische Mittel von ρ_n und ρ_1 :

$$\bar{\rho} = \sqrt{\rho_n \rho_1}$$

Für die Messung des sog. "scheinbaren" Widerstandes ρ_s an den Außenflächen ergibt sich daraus, daß bei einer Messung in der x-y-Ebene die Verlängerung um Θ in der z-Richtung ohne Belang ist. In der x-y-Ebene gilt somit

$$\rho_s = \bar{\rho} = \sqrt{\rho_n \rho_1}$$

Diese Größe erhält man also durch eine geoelektrische Sondierung zu der Oberfläche.

Im Bohrloch hingegen bewegt sich die Meßanordnung längs der z-Achse. Hier bedeutet nun die Dehnung um den Anisotropiefaktor Θ daß der Längenmaßstab in der Meßanordnung um den Faktor Θ zu ändern ist. In der bekannten Formel für den scheinbaren Widerstand

$$\rho_s = K \frac{U}{I}$$

geht die Länge linear in K ein (z.B. $K=2\pi a$ bei der Wanner-Anordnung). Wir haben also zu setzen

$$\Theta \rho_s = \bar{\rho} = \sqrt{\rho_n \rho_1} \\ \rho_s = \frac{\sqrt{\rho_n \rho_1}}{\Theta} = \rho_n$$

Eine Messung in z-Richtung liefert also nicht, wie man zunächst annehmen sollte, den Querwiderstand in z-Richtung, sondern den Widerstand in der x-y-Ebene.

Dies sog. Anisotropie-Paradoxon besagt für unser Problem, daß die Auswertung der Bohrloch-Diagramme für die Horizontalleitfähigkeit der durchteuften Schichten richtige Werte liefert. Die ρ_1 sind die wahren Widerstände in der Horizontalen. Über die Querwiderstände lassen sich keine Aussagen machen. Man weiß jedoch, daß Θ die sog. Mikroanisotropie, Werte in der Größenordnung 3 erreichen kann (Untersuchungen von Schlumberger im rumänischen Erdölgebiet), daß sich also ρ_1 und ρ_n um eine Zehnerpotenz unterscheiden.

Unter Berücksichtigung dieser Tatsachen hat O. RÜLKE aus einer Reihe ausgewählter Bohrlochdiagramme aus dem Gebiet zwischen Weser und Ems, dem Emsland und Ostfriesland die Leitfähigkeitsverhältnisse im Untergrund ermittelt.

Fig. 3 (s.S.115) zeigt (vereinfacht) links das Bohrlochdiagramm aus einer Erdölbohrung im Weser-Ems-Gebiet. Aufgezeichnet sind ein Widerstandslog bzw. ein Laterolog im tieferen Teil und die Spülungswiderstände ρ_m . Danebengesetzt ist das aus dem Bohrlochdiagramm errechnete Profil der wahren Schichtwiderstände. Nach dem

vorher erläuterten Anisotropie-Paradoxon handelt es sich hier um Längswiderstände ρ_l . Im rechten Teil des Bildes sind die daraus resultierenden Längswiderstände für die einzelnen geologischen Formationen aufgetragen sowie die Werte für Längswiderstand ρ_l , Querwiderstand ρ_t und Anisotropiefaktor λ für die gesamte Schichtfolge, und zwar von der Oberfläche an bis zu 1000 m, 2000 m und 3000 m Tiefe. Hier ist anzumerken, daß die Werte für den Querwiderstand ρ_t und damit auch für den Anisotropiefaktor λ in Wahrheit höher liegen, da in die Berechnung die Längswiderstände der Einzelschichten eingehen anstatt der unbekannteren, aber sicher höheren Querwiderstände.

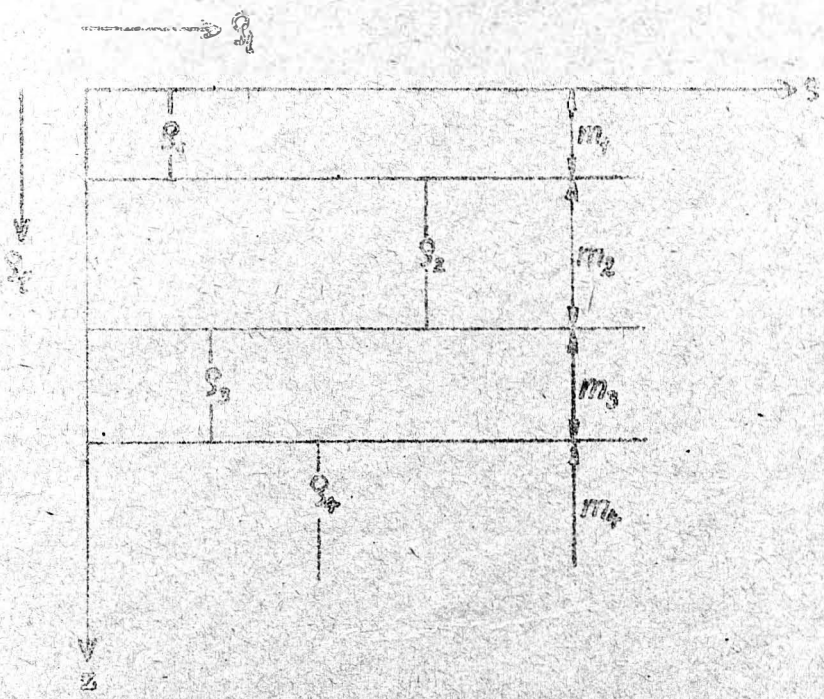
Die in Figur 3 gezeigte Bohrung ist für die Geologie des nordwestdeutschen Raumes nicht als charakteristisch anzusehen, da sie an einer Stelle abgeteuft wurde, wo das Perm aus einer rund 1000 m mächtigen Salzfolge mit sehr hohen Widerständen besteht. An dieser Bohrung läßt sich jedoch gut erkennen, daß trotzdem der Längswiderstand ρ_l der gesamten Schichtfolge den Wert von $10 \Omega \text{ m}$ kaum überschreitet. Daß der Wert von $10 \Omega \text{ m}$ in etwa als obere Grenze für den Längswiderstand im nordwestdeutschen Flachland angesehen werden kann, zeigt Figur 4 (s.S.116). Hier sind die Ergebnisse aus charakteristischen Bohrungen in Ostfriesland, dem Weser-Ems-Gebiet und dem Emsland einander gegenübergestellt. Man sieht, daß trotz der ganz verschiedenen Geologie (man beachte die stark voneinander abweichenden Mächtigkeiten der einzelnen Formationen) der Längswiderstand der insgesamt durchteuften Schichten vom Quartär bis ins Karbon zwischen 1 und $10 \Omega \text{ m}$ variiert, also in einem vergleichsweise engen Bereich, obwohl in den einzelnen Formationen die Längswiderstände stärkeren Schwankungen unterworfen sind. Die Querwiderstände liegen, wie zu erwarten, wesentlich höher und erreichen für die Gesamtfolge in Ostfriesland Werte von nahezu $10^3 \Omega \text{ m}$. Längs- und Querwiderstand unterscheiden sich hier, beeinflusst durch starke Versalzung der Sedimente und durch eine mehrere hundert Meter mächtige Salzfolge in der Trias, um 3 Zehnerpotenzen (!). Man sieht daran, daß man durch einfache Mittelbildung über die im Untergrund zu erwartenden Schichtwiderstände zu Werten gelangt, die sich von den wahren Leitfähigkeitsverhältnissen in horizontaler Richtung -

und auf diese kommt es ja an - um mindestens 2 Zehnerpotenzen unterscheiden.

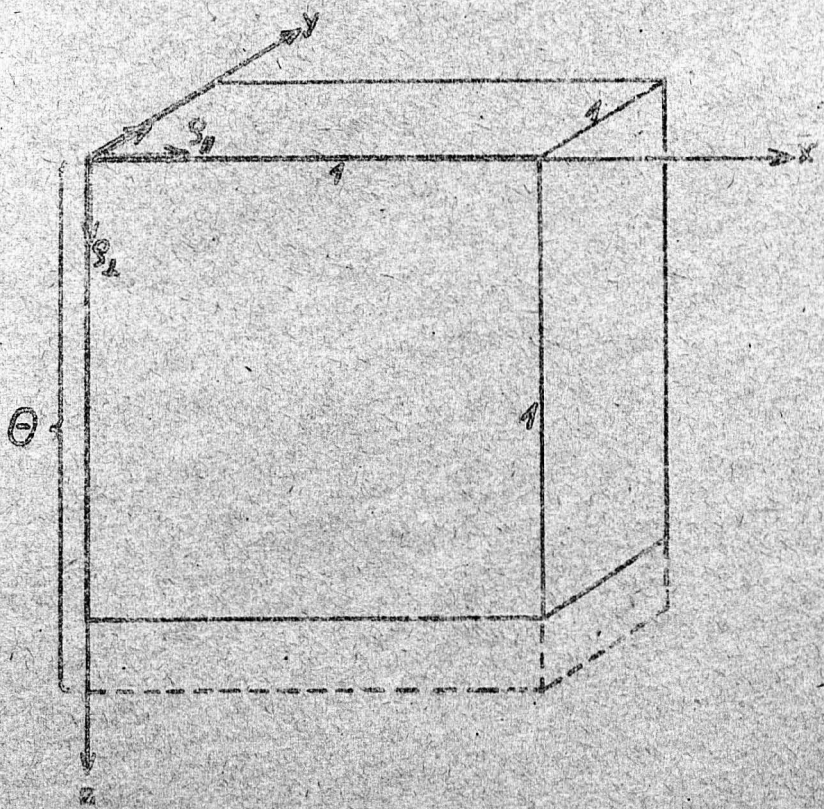
Wie wenig der Wechsel im geologischen Aufbau die Horizontalleitfähigkeit beeinflusst, zeigt die Zusammenstellung der Häufigkeit für Werte des Längswiderstandes, wie sie aus ca. 30 Bohrungen im Emsland für die einzelnen Formationen zusammengestellt wurde. (Fig. 5, s.S. 117) Als ausschlaggebend für den mittleren Längswiderstand erweisen sich eindeutig die Werte für das Tertiär und das gesamte Mesozoikum. Diese Werte liegen generell unter $10 \Omega \text{m}$. Erhöhungen des Längswiderstandes durch Quartär und Perm können infolge der relativ zur Gesamtfolge geringen Mächtigkeit dieser Schichten nur geringes Ausmaß haben. Das Karbon besitzt nur einen wenig höheren Längswiderstand von im Mittel $20 \Omega \text{m}$. Aus dem älteren Paläozoikum gibt es bisher keine Meßwerte.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß im nordwestdeutschen Sedimentbecken vom Quartär hinunter ins Karbon bis in rund 5 km Tiefe der spez. elektrische Widerstand in horizontaler Richtung im Mittel $5 \Omega \text{m}$ beträgt. Die obere Grenze ist bei $10 \Omega \text{m}$ anzusetzen. Dieser Wert wird nur lokal geringfügig überschritten. Die bisherige Durchsicht der Bohrlochdiagramme hat gezeigt, daß trotz des unterschiedlichen geologischen Baues im nordwestdeutschen Sedimentbecken die elektrische Leitfähigkeit in horizontaler Richtung vergleichsweise einheitlich ist. Diese Tatsache zwingt dazu, in jede Modellvorstellung über die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund des nordwestdeutschen Flachlandes (entgegen bisheriger Literaturangaben) an der Oberfläche eine elektrisch gut leitende "Platte" mit einer Mächtigkeit $> 5 \text{ km}$ einzubauen. Diese "Platte" ist als Einheit anzusehen, in der lokale Abweichungen in der Leitfähigkeit nicht in Erscheinung treten.

Figur 1



Figur 2



Figur 3

Bohrlochdiagramm

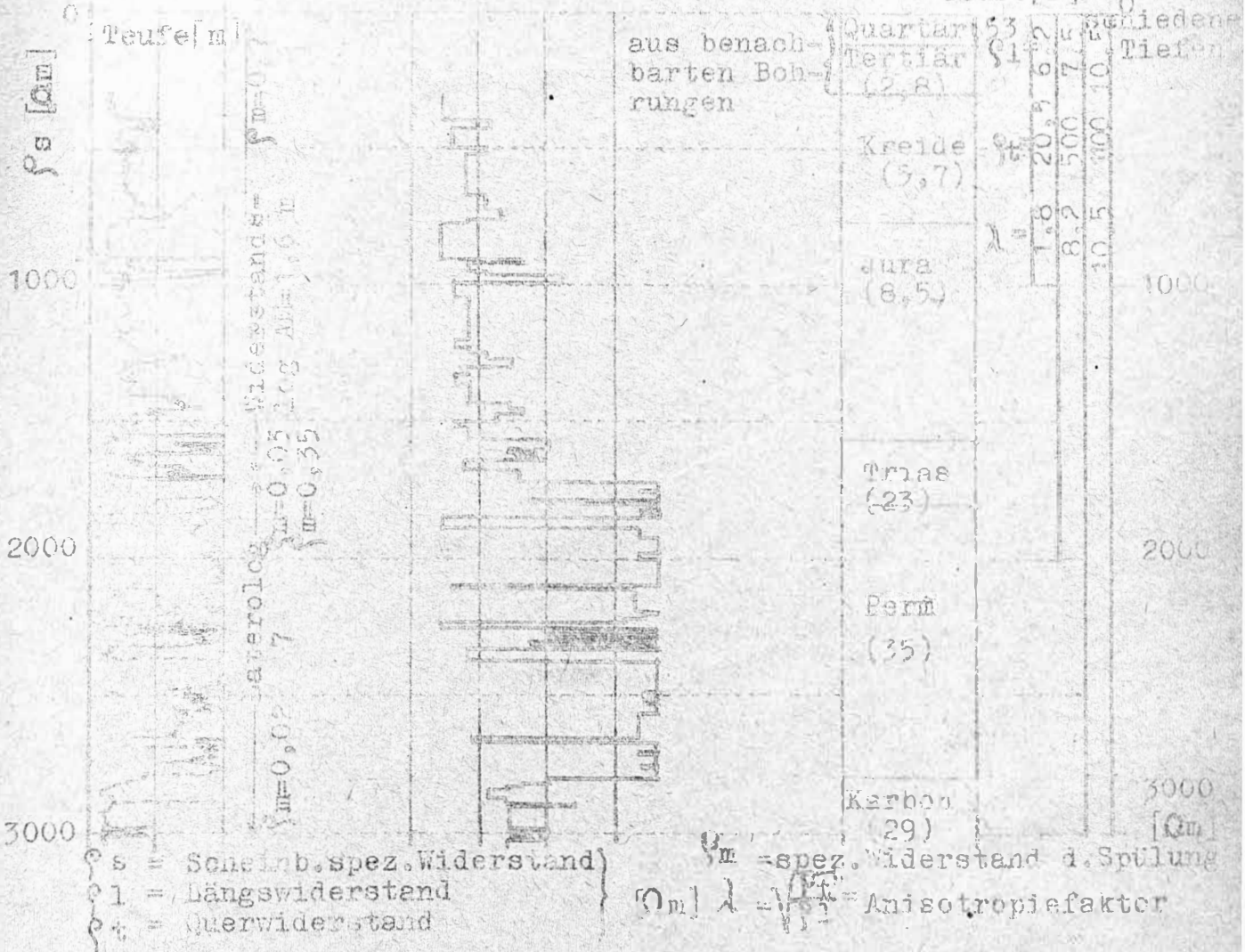
Wahrer Längswiderstand

Längswiderstand Elektr. der Formationen Widerstande a. Anisotropie

0 10 20
0 100 200
0 1000 2000

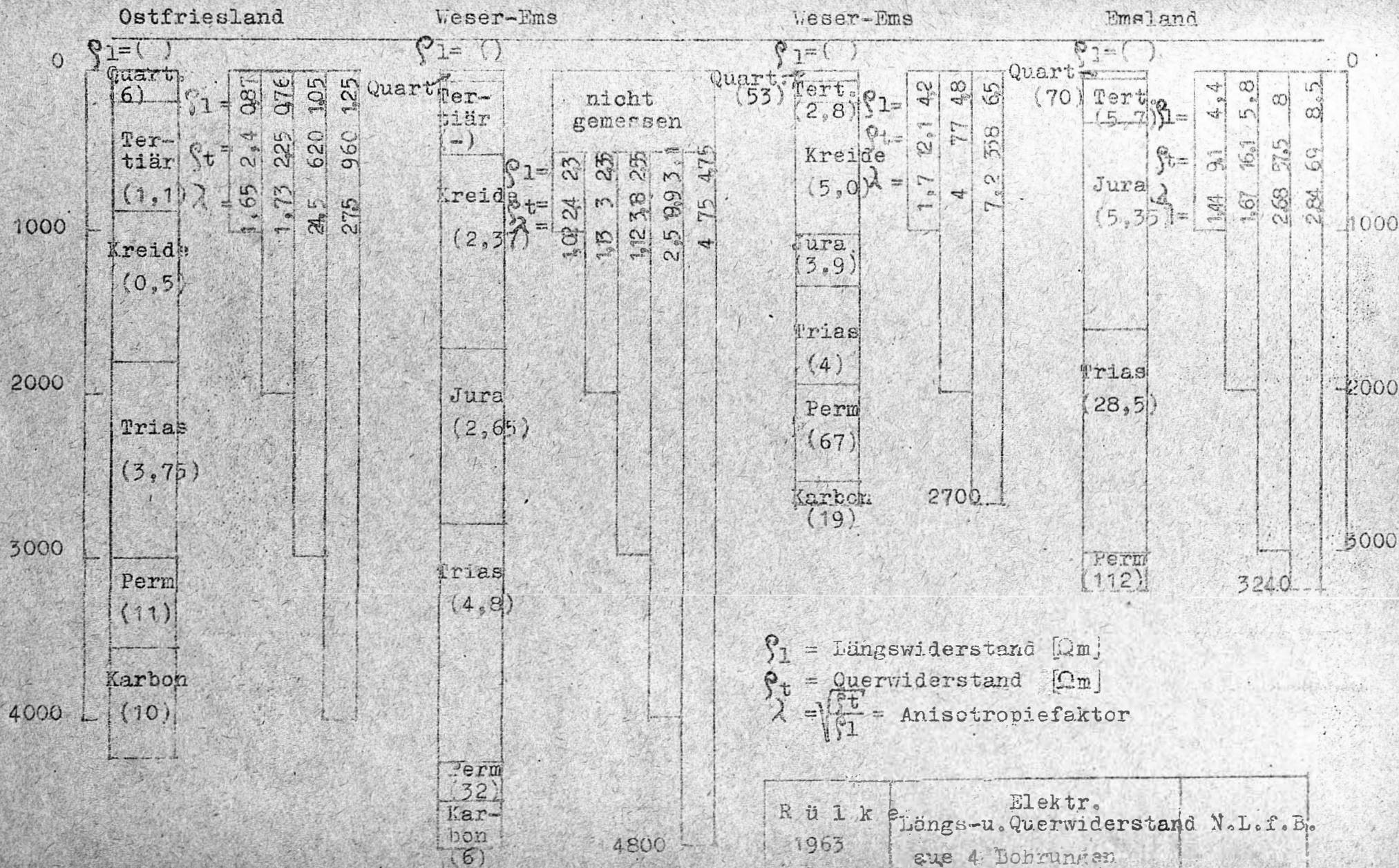
ρ_l [Ohm]
log. Skala
10 100 1000

Teufe [m] bis in verschiedene Tiefen

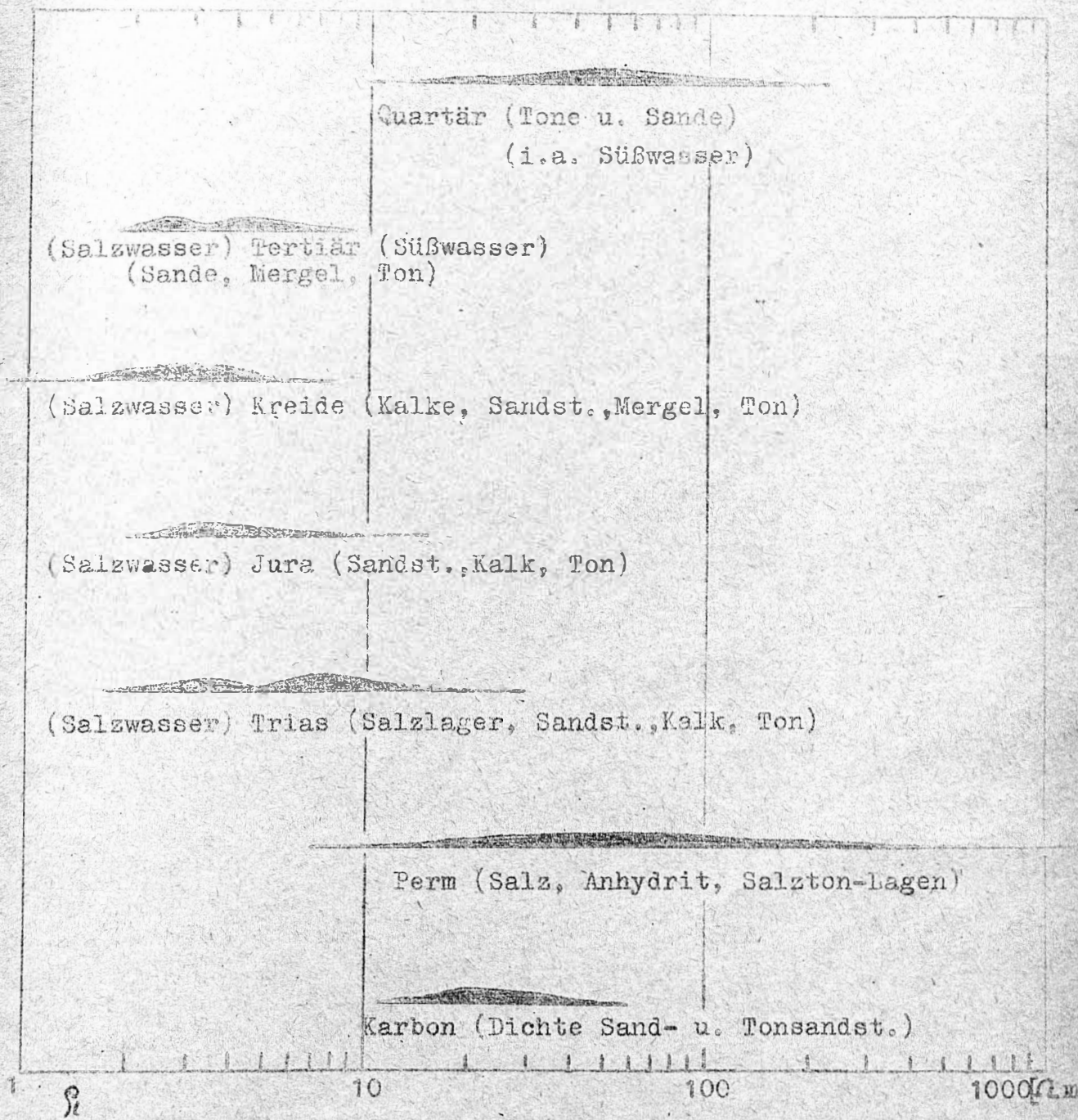


Bestimmung des elektr. Längs- und Querswiderstandes aus einer Bohrung (Weser-Ems-Gebiet) N.L.f.B. Rülke 1963

Figur 4



Figur 5



<p>R ü l k e 1963</p>	<p>Häufigkeitswerte für den Längswiderstand ρ_1 (nach ca. 30 Emsland-Bohrungen)</p>	<p>N.L.f.B.</p>
---------------------------	---	-----------------

Diskussion zu den Vorträgen von

Prof. Angenheister und Dr. Fläthe

Dr. Helbig regte an, als 1. Schritt im Rahmen der Cagniard'schen Theorie die Anisotropie der Leitfähigkeit zu berücksichtigen, wobei dabei werde sicherlich eine gewisse Periodenabhängigkeit wesentlich.

Prof. Angenheister wies darauf hin, daß sich mitunter offenbar wegen der Pauschalmessung des Widerstandes aus den Registrierungen für den oberen Kantel tiefere Werte ergeben, als man es aufgrund der Laboratoriumsergebnisse erwarten sollte. Im ganzen könne man sagen, daß zunächst relativ einfach für einen oberen Bereich aus den Leitfähigkeitsmessungen und für einen tiefen Bereich aufgrund der Halbleitertheorie Angaben gewonnen werden könnten. Ausgenommen bleibe ein mittlerer Bereich, in dem die Halbleitertheorie nicht mehr gültig ist.

Auf die Frage von Prof. Kertz, ob sich aufgrund geologischer Gesichtspunkte ein Gebiet finden lasse, wo aller Voraussicht nach die Anwendung der Cagniard'schen Theorie erlaubt sein müsse, erregnete Prof. Angenheister, man habe eigentlich in der Molasse ein genügend horizontal-geschichtetes Medium vorliegen. Im gleichen Zusammenhang wies Herr Scheube auf eine Arbeit von Vozoff über magnetotellurische Ergebnisse aus Canada hin, bei dem nahezu horizontal-geschichtetem Untergrund fand sich gute Übereinstimmung der Widerstandskurven aus den beiden Komponentenpaaren.

Die Anregung von Prof. Kertz, daß die bei der Auswertung sich ergebenden Punktwolken nach Möglichkeit eingeengt werden sollten, griff Prof. Angenheister dahingehend auf, daß sich möglicherweise die Auswertung noch verbessern ließe; auch sei, was Herr Sengpiel bestätigte, die obere Leitfähigkeit unmittelbar für E_z nicht aber für H_z mitbestimmend. Zur Verminderung der Streuung solle man den Widerstand nicht nur einmal, sondern mindestens zu Beginn und in der Mitte der Registrierzeit messen.

Auf den Hinweis von Prof. Kertz, daß die Überlegungen im Vortrag von Herrn Dr. Flathe zunächst grundsätzlich nur für Gleichstrom gelten, entgegnete Dr. Flathe, daß sich sicherlich unter relativ allgemeinen Voraussetzungen z.B. aus Baystörungen für Gleichstrom gültige Leitfähigkeiten ergeben sollten. Dr. Helbig bemerkte hierzu, daß bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz praktisch keinerlei Unterschiede aus der Anwendung von Gleich- bzw. Wechselstrom entstehen dürften.

In diesem Zusammenhang schlug Prof. Angenheister Ozeanmessungen vor, worauf jedoch Dr. Helbig auf die Schwierigkeiten in der Bestimmung und Aufrechterhaltung des Standortes verwies. Nach einer Äußerung von Dr. Wienert ließen sich diese Schwierigkeiten durch eine 3-Punkt-Verankerung im wesentlichen beseitigen.

Dr. Flathe stellte die Frage, ob nicht für Ton anstelle des elektrolytischen und des Halbleitermechanismus ein 3. Leitfähigkeitsmechanismus einzuführen sei. Prof. Angenheister entgegnete, daß in der Literatur z.T. der Ton so behandelt werde, als waise er normalen elektrolytischen Leitfähigkeitsmechanismus auf. Man stelle sich hierbei auf den Standpunkt, daß alle Ladungsträger, die sich experimentell aus dem Ton herausholen lassen, auch beweglich in ihm enthalten gewesen sein müssen. Herr Duckert verwies darauf, daß der Ton als vollplastisch angesehen werden müsse.

Vortrag Dipl. Phys. von Consruch, München

Elektromagnetische Induktion im Zylinder
räumlich-variabler Leitfähigkeit

Freitag, den 11. 10. 1963

Den folgenden Betrachtungen liegt die Aufgabe zugrunde, die elektromagnetische Induktion im unendlich langen Zylinder räumlich-variabler Leitfähigkeit zu untersuchen. Die Leitfähigkeit σ ändert sich proportional zu einer beliebigen Potenz n des Abstandes von der Zylinderachse: $\sigma = \sigma_0 \left(\frac{a}{\rho}\right)^n$ (σ_0 bezeichnet die Oberflächenleitfähigkeit, a den Zylinderradius und ρ die variable Entfernung von der Zylinderachse). Außerhalb des Zylinders ($\rho > a$) ist die elektrische Leitfähigkeit null. Die Induktionsströme im Zylinder werden erregt durch transversale - d.h. senkrecht zur Zylinderachse gerichtete - magnetische Wechselfelder. Diese Magnetfelder sind außerhalb des Zylinders entweder räumlich homogen ($m=1$) oder aber ihr Betrag nimmt mit wachsendem Abstand von der Zylinderoberfläche wie ρ^{m-1} zu. Die Magnetfelder der Induktionsströme sind im Außenraum zweidimensionale 2^m -Pol-Felder; ihr Betrag nimmt wie $1/\rho^{m+1}$ mit wachsender Entfernung von der Zylinderoberfläche ab. Die äußeren induzierenden Magnetfelder werden als "inverse zweidimensionale Multipolfelder" bezeichnet, da ihre Vektorpotentiale durch Inversion der Vektorpotentiale der zweidimensionalen 2^m -Pol-Felder am Zylinder hervorgehen. Die Zeitvariationen der elektromagnetischen Felder sind sinusförmig. Außerdem werden die zeitlichen Änderungen so langsam angenommen, daß die physikalischen Vorgänge quasistationär verlaufen. Als Maßsystem werden elektromagnetische CGS-Einheiten verwendet.

Berechnet, graphisch dargestellt und diskutiert wird einmal die elektrische Stromdichte in der Oberfläche und in verschiedenen Tiefen des Zylinders. Außerdem wird das Magnetfeld der Induktionsströme sowie das Verhältnis der elektrischen zur magnetischen Feldstärke (E_z/H_ϕ) in der Zylinderoberfläche dargestellt. Untersucht werden die elektromagnetischen Felder und die Stromfunktionen in Abhängigkeit von der radialen Änderung der Leitfähigkeit,

der Geometrie des induzierenden Magnetfeldes und dem sogenannten "Induktionsparameter" γ . Die dimensionslose Größe γ enthält im wesentlichen die Oberflächenleitfähigkeit σ_0 , die Kreisfrequenz ω und den Zylinderradius a ($\gamma = \sqrt{4\pi\omega\sigma_0} a$).

Die Verteilung der Induktionsströme in zylindrischen Leitern - wie dem Zylinder - hängt von verschiedenen Parametern ab. Als solche treten unter anderem - wie bei der Induktion in linearen Leitern - die Frequenz der Wechselfelder und die mindestens als homogen angenommene Leitfähigkeit auf. Der Einfluß der Frequenz auf die Verteilung der Induktionsströme macht sich darin bemerkbar, daß mit zunehmender Frequenz des erregenden Magnetfeldes die Stromfäden stärker an die Zylinderoberfläche gedrängt werden. Der gleiche Effekt tritt auf, wenn man die homogene Leitfähigkeit erhöht. Die Ursache für diese Erscheinung ist die Selbstinduktion der Ströme im Zylinder. Außerdem nimmt mit wachsendem Zylinderradius die Selbstinduktion der Ströme zu. - Die Stromverteilung im Zylinder wird auch durch die Ordnung m (positiv ganzzahlig) der inversen zweidimensionalen Multipolfelder beeinflusst. Während bei einem homogenen äußeren Magnetfeld ($m=1$) die Ströme in beiden Zylinderhälften in entgegengesetzter Richtung fließen, fließen bei einem erregenden inversen Quadrupolfeld ($m=2$) die Ströme bereits in benachbarten Quadranten in entgegengesetzter Richtung. Mit zunehmender Ordnung rücken die Ströme entgegengesetzter Richtung näher zusammen und werden dabei stärker an die Zylinderoberfläche gedrängt. Die Selbstinduktion der Ströme hängt also von der Geometrie des induzierenden Magnetfeldes ab. - Zusätzlich zu den im Zylinder homogener Leitfähigkeit auftretenden Erscheinungen werden in dem hier untersuchten Modell die Induktionsströme noch durch die radiale Änderung der Leitfähigkeit beeinflusst. Nimmt die Leitfähigkeit im Zylinder mit der Tiefe ab, so werden die Stromfäden im Vergleich zum Modell homogener Leitfähigkeit stärker an die Zylinderoberfläche gedrängt. Bei einer Zunahme der Leitfähigkeit mit der Tiefe werden andererseits die Induktionsströme merklich in das Innere des Zylinders hineingezogen. Es kann dabei der Fall auftreten, daß die größte Stromdichte nicht in der Oberfläche ($\rho=a$), sondern im Innern des Zylinders ($\rho < a$) induziert wird. Die Untersuchungen über die Stromdichte ergeben, daß nur

dann das Maximum der Stromdichte im Innern des Zylinders erzeugt wird, wenn der "Induktionsparameter" $\alpha_0 a$ hinreichend niedrig ist und die Potenz n der radialen Änderung der Leitfähigkeit ($\sigma = \sigma_0 \left(\frac{a}{r}\right)^n$) größer ist als die Ordnung m des äußeren inversen zweidimensionalen Multipolfeldes ($n > m$ mit $m = +1, +2, +3, \dots$).

Die Amplituden- und Phaseninduktionskurven sowohl der Stromdichte in der Zylinderoberfläche als auch des Magnetfeldes der Induktionsströme erlauben Rückschlüsse auf die radiale Verteilung der Leitfähigkeit im Innern des Zylinders. Die Untersuchungen zeigen aber, daß für schwache Selbstinduktion (z.B. $\alpha_0 a < 2$) das Magnetfeld der Induktionsströme in der Zylinderoberfläche in Bezug auf die Verteilung der Leitfähigkeit im Innern des Zylinders wesentlich empfindlicher ist als die Stromdichte. Für höhere Werte von $\alpha_0 a$ ist dies gerade umgekehrt. Man wird deshalb für längere Perioden der Wechselfelder die Beobachtung des Magnetfeldes und für kürzere Perioden die Registrierung des elektrischen Feldes zur Sondierung des Untergrundes bevorzugen.

Die Modellkurven können zur Deutung der Induktionsvorgänge der erdmagnetischen Variationen und zur Interpretation der Meßergebnisse der Angewandten Geoelektrik dienen.

Diskussion zu dem Vortrag von

Dipl. Phys. v. Consbruch

Als Ergänzung bemerkte Herr von Consbruch noch, die ursprüngliche Aufgabe, von der die Arbeit ausgegangen sei, hätte darin bestanden, zu untersuchen, ob das Maximum der Stromdichte infolge nach innen zunehmender Leitfähigkeit auch innerhalb und nicht auf dem Rande des Zylinders auftreten könne.

Dr. Helbig ergänzte, daß auch die Frage, ob der Fall der längs des Zylinderradius konstanten Stromdichte auftrete, von Interesse gewesen sei. Das Ergebnis sei wohl positiv, allerdings nicht so primitiv, wie ursprünglich angenommen; zwar fließe ein homogener Strom im Innern des Zylinders, gleichzeitig trete aber eine starke Phasendrehung auf.

Auf die Frage von Herrn Spitta nach der Übertragbarkeit der Kurven auf andere Modelle, bestätigte Herr von Consbruch, daß die Struktur der Kurven für die Kugel erhalten bleibe.

Vortrag v. geophys. Berktold, München

Eine Apparatur zur \vec{E} -Feldmessung im Gelände

Sonnabend, den 12.10.1963

Auf dem Symposium über Erdmagnetische Tiefensondierung im letzten Jahre sprach Herr Dr. Schuch über "Erdstrombeobachtungen und technische Hinweise". Herr Dr. Schuch zeigte dabei anhand von Diapositiven eine Meßapparatur, die er zur Messung von Eigenpotentialen im Moorboden verwendet hatte. Wir haben die Apparatur im wesentlichen für unsere \vec{E} -Feldmessungen übernommen.

Schaltskizze s. Fig. 1, S. 115.

Die Länge der Meßstrecken beträgt 200 m. Die eine Meßstrecke ist nach magnetisch Nord ausgerichtet, die andere senkrecht dazu. Als Registrierinstrumente werden die Spiegelgalvanometer EGz 4 von Gebr. Ruhstrat, Göttingen, benutzt.

Daten: Innenwiderstand des Galv. $6 \text{ k}\Omega$; Äußerer Grenzwiderstand $64 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ A/mm/m}$; $T_0 = 1 \text{ sek.}$

Der Innenwiderstand der Apparatur kann je nach Größe des zu messenden Feldes zwischen $50 \text{ k}\Omega$ und $150 \text{ k}\Omega$ variiert werden. Durch Parallelmessungen mit kleinerem Innenwiderstand konnten wir feststellen, daß der Innenwiderstand der Meßapparatur groß genug war.

Die Eichung der Meßapparatur erfolgt durch einen Parallelkreis zum Meßkreis. Durch einen Widerstand von einem Ω , der beiden Kreisen gemeinsam ist, fließt ein Strom von 1 mA . Dadurch entsteht im Meßkreis eine Spannungsänderung von 1 mV . Die einmal eingestellte Stromstärke ändert sich nur innerhalb der Meßgenauigkeit. Eine Änderung der Eichamplitude könnte jedoch auch noch durch eine Änderung des Übergangswiderstandes und des spezifischen Widerstandes des Bodens eintreten. Doch sind beide gegenüber dem Gesamtwiderstand klein.

Die Zeitbestimmung geschieht durch eine Küchenuhr mit selbstangebrachten Kontakten. Der Zeitpunkt der Kontaktgebung ist nicht genügend genau bestimmbar, da die Zeiger einen kleinen toten Gang haben. Um für einen Vergleich der Registrierfilme untereinander

zusätzliche Zeitmarken zu haben, wird der AFW München über einen Detektor und ein Galvanometer mitregistriert. Bei Änderung der Sendestärke erfolgt ein Versetzen der Sperr. Diese Versetzungen erscheinen auf allen Filmen, die während dieser Zeit laufen, gleichzeitig. So ist für diese Zeitpunkte eine genaue Korrelierung der Filme untereinander möglich.

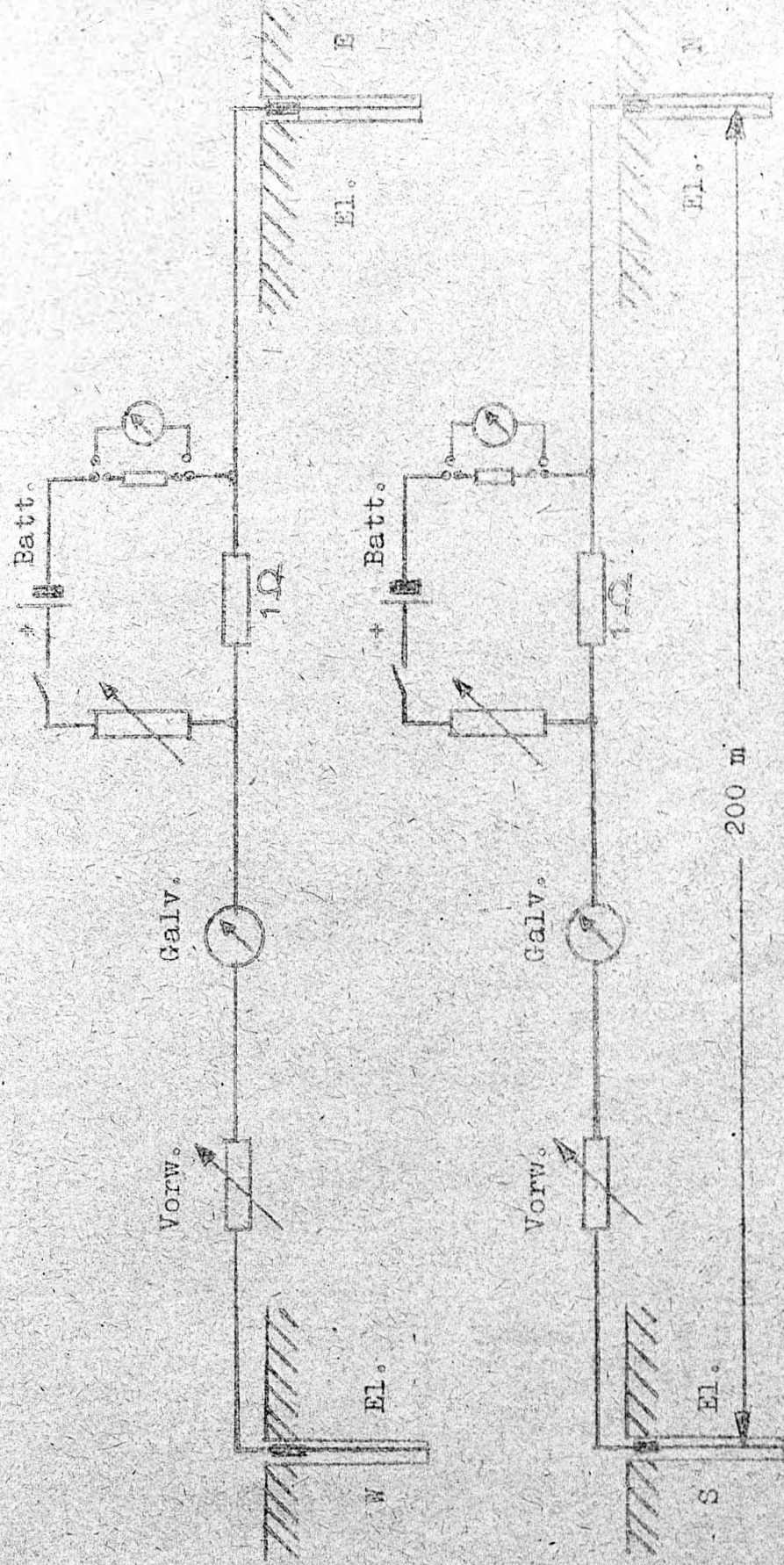
Die Zuleitung von den Elektroden zur Apparatur besteht aus Cu-Draht mit normaler Isolierung. Der Draht wird über Isolierseile im Walde so an den Bäumen aufgehängt und gespannt, daß er sich im Winde nicht bewegen kann.

Die Apparatur ist netzunabhängig. Bei einem Filmvorschub von 2 cm läuft sie 4 Wochen wartungsfrei. Sie ist durch eine im Boden verankerte Schutzhütte gegen Gelegenheitsdiebstähle gesichert.

Für den Kontakt mit dem Boden benutzen wir unpolarisierbare Elektroden. Wir registrieren mit 2 Arten von Elektroden, den Cu-CuSO₄ Elektroden und den Kalomelelektroden. (s. Fig. 2, S. 116)

Die Kalomelelektroden haben sich bei Dauerregistrierungen gut bewährt, sind jedoch für Wanderstationen nicht geeignet, da sie gegen Erschütterungen beim Transport empfindlich sind und leicht zerbrechen. Bei den Cu-CuSO₄ Elektroden ist die Tongefäßelektrode ebenfalls unpraktisch. Sie verliert leicht Elektrolyt und kann bei hohem Grundwasserstand nur an der Erdoberfläche benutzt werden, wo sie Temperatur- und Witterungseinflüssen stark ausgesetzt ist. Dagegen hat sich die Ausführung mit Plexigomrohr und Taströhrchen gut bewährt. Die Elektrode verliert kaum Elektrolyten. Außerdem verbleibt die Kontaktstelle zum Erdboden bei Verwendung eines langen Taströhrchens auch bei starken Grundwasserschwankungen im Grundwasser. Die Elektrode wird in 2m tiefe Löcher gestellt, die oben abgedeckt werden. Die Elektrode ist damit unabhängig von Temperatur- und Feuchtigkeitsschwankungen untergebracht, so daß auf den Registrierungen kein Tagesgang mehr beobachtet wird.

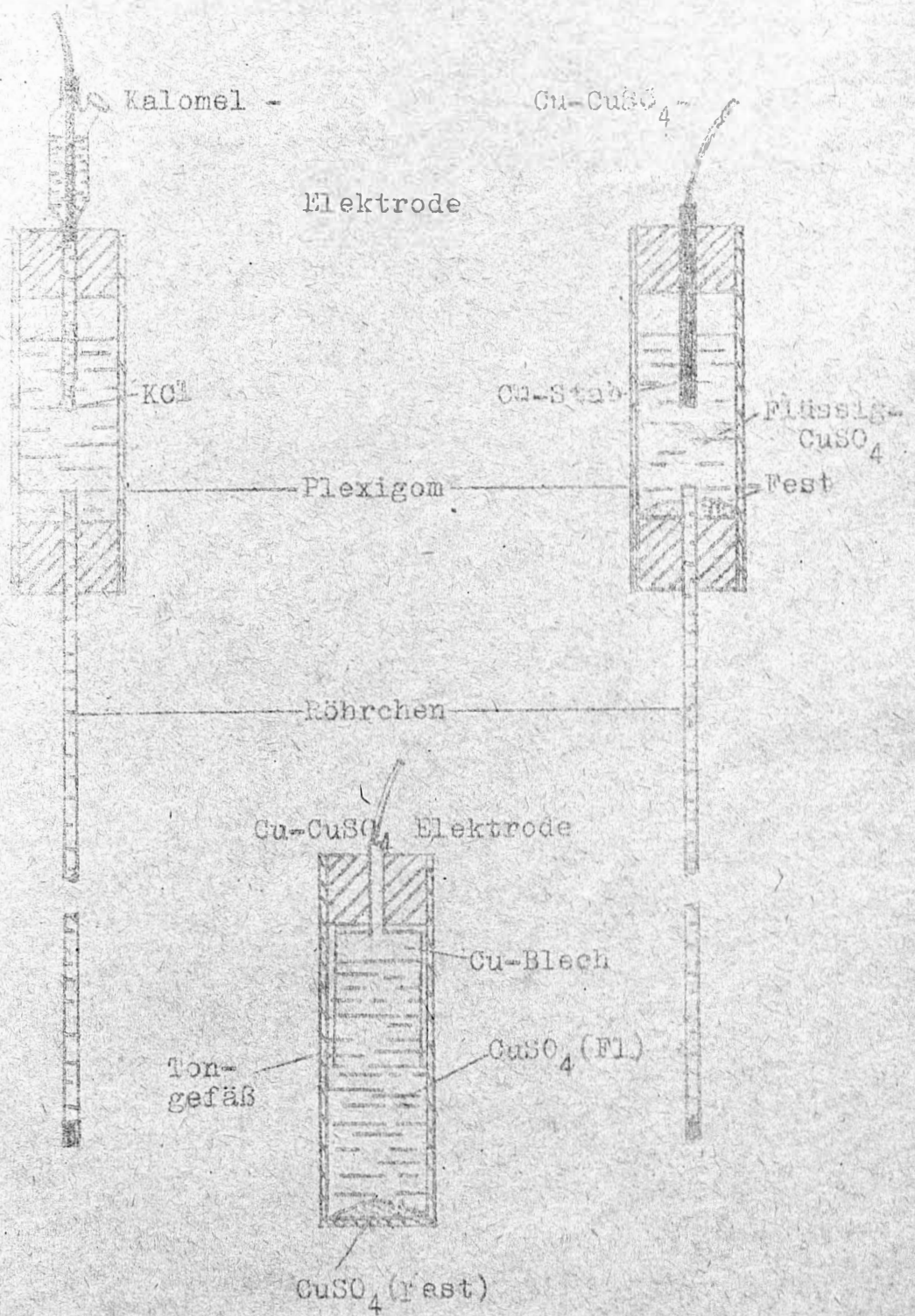
FIGUR 1



MESSAPPARATUR

Figur 2

ELEKTRODEN



Discussion zum Vortrag von

Band geophys. Berktold

Prof. Angenheister wies darauf hin, daß ursprünglich nur Erfahrungen aus Registrierungen auf Moorboden vorliegen. Grundsätzlich sind Unterschiede zwischen diesen biogenen Böden und mineralischen Böden zu erwarten. Auf Moorböden wurden zunächst alle größeren Effekte, Days, Pulsationen, beobachtet. Außerdem erhielt man aber klare Tagesgänge, die mit der Wasserbewegung innerhalb des Bodens zu tun haben. Inzwischen liegen Erfahrungen sowohl von biogenen als auch von teilweise unmittelbar benachbarten mineralischen Böden über große und kleine (60 cm) Meßstrecken vor; auch wurde an einer Torfwand und im Bohrloch gemessen. Auf Mineralböden sind Tagesgänge noch nicht bekannt.

Hinsichtlich der relativ stark streuenden Punktwolken bei der Auswertung magnetotellurischer Messungen schlug Prof. Angenheister vor, Einzeleffekte, beispielsweise mit Pulsationen versehene Days nach ihren Perioden zu analysieren. Die Streuung rühre nämlich sicherlich auch daher, daß die zu unterschiedlichen Perioden gehörenden Amplituden aus verschiedenen Effekten, die mitunter mehrere Tage auseinanderliegen, zusammengesucht werden. Es sei ferner zu bedenken, daß jeweils Reduktionen nach der Meteorologie und der Geologie zu erfolgen hätten insofern, als von beiden Seiten hier eine systematische Verschiebung der Widerstandskurven zu erwarten ist.

Dr. Melbig schlug vor, die Eichung mit einer Widerstandsmessung nach der 4-Punkt-Methode unter Verwendung einfacher Kupferstäbe zu kombinieren, so daß man die Registrierpunkte nach der Oberflächenleitfähigkeit ordnen könne.

Im Zusammenhang mit den instrumentellen Bauteilen stellte Dr. Wienert fest, daß ein Elektrolytkondensator temperaturabhängig ist. Hinsichtlich der Verwendung von Quarzuhren erklärte Prof. Angenheister, daß eine extrem hohe Zeitgenauigkeit nicht erforderlich sei, daß aber die geforderte Genauigkeit von etwa 2 Sekunden über mindestens 4 Wochen ohne zwischenzeitliche Wartung gewährleistet sein müsse.

Die langzeitliche Konstanz der Z-Basis des
Askania-Variographen

Sonnabend, den 12.10.1963

Die Genauigkeit der Registrierung erdmagnetischer Schwankungen mit klassischen Variometern ist abhängig von der Zeitdauer der zu messenden Variation. Am ungenauesten lassen sich die Säkularvariationen erfassen. Bedingt durch die Bauart zeigen besonders die Z-Variometer Basisinstabilitäten. In der Tabelle 1 werden die Variationsarten, die mit Normallauf-Systemen (20 mm/h Papiervorschub, Skalenwerte zwischen 1 und 10 γ /mm) registriert werden, in drei Gruppen geteilt. Dazu sind die wichtigsten Störungsquellen verzeichnet, die die Meßgenauigkeit vermindern.

	Variationsdauer	Tabelle 1 Variationsarten	Wichtigste Störungsquellen
Gruppe I	5min bis 3 std.	ssc, sfe, si, Bays	Unzulängliche Aufstellung der Magnetsysteme, unzureichende Justierung der Magnete
Gruppe II	3std. bis 24 std.	Täglicher Gang Ringstrom	zusätzl.: Temperaturgang, periodisch veränderliche Nivellierung durch Temperaturschwankungen
Gruppe III	>24 std.	Ringstrom, Sonnenrotationsperiode, Säkularvariationen	zusätzl.: Feuchtigkeitsgang, elastische Nachwirkung bei Fadenaufhängung, langsam veränderliche Nivellierung

Ein ständig arbeitendes Observatorium hat die Variationen aller drei Gruppen möglichst mit einer Genauigkeit von 1 γ zu erfassen. Dabei werden verschiedene Methoden angewandt, um dieses Ziel zu erreichen.

Gruppe I : Sorgfältige Justierung bei der Erstaufstellung der Variometer, in bestimmten Zeitabständen wiederholte Neujustierungen.

Gruppe II: Zusätzlich zu den in Gruppe I geschilderten Maßnahmen: Aufstellung der Variometersysteme in thermisch gut isolierten Räumen, Temperatur-Kompensation, Einrichtung von Raum- oder Teilraumthermostaten, Aufstellung auf fest verankerten Pfeilern.

Gruppe III: Zusätzlich: Langzeitlich ungestörtes Arbeiten der Instrumente (möglichst wenig Eingriffe), Durchführung von Basismessungen in bestimmten Zeitabständen.

Die Maßnahmen zur Erreichung der erforderlichen Genauigkeit für die Variationen der Gruppe I sind instrumenteller Art. Bei Gruppe II kommen technische Maßnahmen hinzu. Die Variationen der Gruppe III lassen sich nur dann genau erfassen, wenn man zusätzlich zu Hilfsmaßnahmen greift, die mit dem Variometersystem direkt nichts zu tun haben. Das ist ein Zeichen dafür, daß man heute die mehr oder weniger unkontrollierbaren langzeitlichen Veränderungen der Basiswerte von Variometern noch nicht beherrscht.

Im folgenden soll untersucht werden, was ein transportables Variometersystem, der Erdmagnetische Variograph der Askania-Werke, hinsichtlich der Genauigkeit leisten kann.

Durch Messungen an zahlreichen Reisesstationen zur Erforschung der norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie hat O. Meyer nachweisen können, daß der Variograph die Variationen der Gruppe I mit der gleichen Genauigkeit wiedergeben kann wie ein ortsfestes Observatorium. Der Variograph ist dabei mehr als sechs Jahre im Feldbetrieb gewesen und hat sich außerordentlich gut bewährt.

Der derzeitige Stand der Erforschung von Leitfähigkeitsanomalien im Untergrund läßt es möglich erscheinen, daß bald auch Tagesgänge der erdmagnetischen Elemente mit transportablen Geräten an verschiedenen Stellen untersucht werden müssen, da auch sie örtlichen Verschiedenheiten unterworfen sind. Welche Genauigkeiten sind mit transportablen Variographen zu erreichen?

Dem Verfasser sind zwei Veröffentlichungen bekannt, die sich mit dem Basisverhalten des Variographen befassen. O. Meyer [1] stellte die Torsionsnachwirkung nach der ersten Aufstellung eines

Variographen dar. 20 Tage nach dieser Aufstellung waren die Basen der drei Elemente auf $\pm 1\frac{1}{2}$ konstant. Der Variograph stand dabei in einem geschlossenen Laboratoriumsraum. Die "Umweltbedingungen" sind daher günstig. Da nur ein Wert pro Tag gemessen wurde, konnten Aussagen über den Tagesgang nicht gemacht werden. In den USA sind im Internationalen Geophysikalischen Jahr einige Variographen im Einsatz gewesen, unter anderem auf Pazifik-Inseln in der Nähe des magnetischen Äquators. Im Jahrbuch der Station Fanning-Inland des Coast and Geodetic Survey [2] findet sich eine Darstellung des Verlaufs der Basiswerte. Es soll hier nur die Z-Basis (Fig. 1, S. 137) betrachtet werden. Sie ist erheblichen Änderungen unterworfen, z.T. bis zu 36 $\frac{1}{2}$ Tag. Es handelt sich bei diesen Variographen um ein neueres Modell (Zylinderform), das in einem austauschbaren Behälter mit einem Trockenmittel (Kieselgel) ausgerüstet ist. Es zeigte sich, daß jeweils nach dem Tausch des feuchten Kieselgels gegen trockenes eine Änderung des Basisganges erfolgte. Diese Erscheinung wurde so gedeutet, daß das Klebemittel der Fäden im Variometer feuchtigkeitsabhängig sei (Im Variographen werden die Fäden mit Araldit, einem Härtekleber, eingeklebt). Der Variograph stand in einer isolierten Hütte und war durch eine abdichtende Gummihaut gegen direkte Feuchtigkeitseinwirkungen geschützt. Die klimatischen Bedingungen, bei denen der Variograph zu arbeiten hatte, sind extrem hart gewesen. Beide Beispiele sind keineswegs typisch für den Variographen. Aber durch sie wird deutlich, zwischen welchen Extremen sich Basisvariationen abspielen können. Als drittes Beispiel für langzeitliche Basisänderungen wird das Verhalten von zwei im Gelände stehenden Askania-Variographen des älteren Modells (viereckige Form) dargestellt. Die Instrumente standen an magnetisch ungestörten Plätzen, etwa 30 m weit von Schulgebäuden entfernt, einer in Hude bei Diepholz, der andere in Getmold bei Lübbecke in Nordwest-Deutschland. Die Instrumente waren gegen Sonneneinstrahlung und direkte Witterungseinflüsse durch kleine Holzhütten geschützt. Die Basiswerte der Z-Komponenten wurden durch einen Vergleich von Momentanwerten um eine ungestörte Nachtstunde (zwischen 22 und 2 Uhr GMT) mit den Werten des Observatoriums Wingst ermittelt. In Fig. 2 (s. S. 138) sind die Basiswerte aufgetragen, darunter wurde der Störungscharakter durch die Aktivitätszahlen A_k von Wingst dargestellt. Die Temperaturen in den Variographen wurden thermostatisch konstant gehalten.

Temperaturänderungen in den Instrumenten können die dargestellten Basisvariationen daher nicht verursachen. Auch kann die ohne Zweifel behelfsmäßige Basisbestimmung nicht dafür verantwortlich gemacht werden. Beide Variographen zeigen ähnliche Basisänderungen. Es kann kaum bezweifelt werden, daß es sich um Einflüsse der variablen Feuchtigkeit handelt. Die Ursache liegt aber wohl weniger am Klebenittel sondern am Fadenmaterial und der Struktur des Fadens.

Die beiden Instrumente - Variograph Nr. 11 (Bezeichnung "Err") und Variograph Nr. 23 (Bezeichnung "Wie") - wurden später im Observatorium Wingst genauer auf ihre Basisstabilität untersucht. Beide Variographen standen zunächst auf Betonpfeilern in der großen Halle. Der Variograph "Err" später unter einem Zelt außerhalb der Halle. Die Registrierungen dauerten vom 24.3. bis 24.4.1962. Es wurden um 8, 16 und 24 Uhr GMT die Z-Komponenten, die Temperatur in der Halle und die Außentemperaturen abgelesen. Zeitweilig wurden außerdem die D- und H-Komponenten des Variographen "Wie" zu den gleichen Zeiten abgelesen. Das Ergebnis ist in Fig. 3 (s.S. 13) dargestellt worden. Nach Entarretierung der Geräte zeigt sich zunächst der übliche Einlaufgang, der durch die plötzliche Belastung der Aufspannfäden verursacht wird. Danach stellt sich beim Variographen "Wie" ein Gang in umgekehrter Richtung ein, der die ganze Registrierperiode über anhält, vom 16.4. an in verstärkter Form. Er beträgt im 10-Tage-Mittel vom 1.4. bis 10.4. $-1,3 \text{ } \mu\text{/Tag}$ und vom 14.4. bis zum 25.4. $-4,8 \text{ } \mu\text{/Tag}$; die maximale Änderung pro Tag beträgt -10μ . Beim Variographen "Err" läuft die Basis weiter im Sinne des Einlaufganges, die maximale Änderung pro Tag beträgt hier nur -5μ , wenn man vom ersten Einlauf absieht. Auffällig ist vor allem die Änderung des Ganges am 16.4. beim Var. "Wie". Sie fällt zusammen mit einem meteorologischen Wärmeeinbruch; die durchschnittliche Außentemperatur stieg von etwa 5°C auf 12°C , die Temperatur in der Halle von 6°C auf 12°C . Die Variographentemperatur betrug 20°C mit geringen Abweichungen von etwa $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$. Da der Variograph nicht vollständig abgedichtet ist, besteht ein gewisser Luftaustausch mit der umgebenden Luft. Die Temperaturdifferenz von anfangs 15°C zwischen Variographentemperatur und Temperatur der umgebenden Luft verminderte sich auf 8°C . Dadurch hat sich die relative Luftfeuchtigkeit im Gerät erhöht. Die Gangänderung kann also auf die Änderung der Luftfeuchtigkeit zurückgeführt werden. Bekanntlich sind auch bei anderen geomagne-

fischen Meßinstrumenten (z.B. QHM, Gfz) Feuchtigkeitseinflüsse festgestellt worden. Uns sind dabei zwei Erscheinungsformen bekannt:

- 1) Die Instrumente können einen Feuchtigkeitskoeffizienten haben, also reversibel auf Feuchtigkeitsänderungen reagieren.
- 2) Bei höherer Feuchtigkeit kann ein Instrumentengang auftreten oder ein vorhandener sich verstärken.

Es gelang z.B. bei einem Gfz-Instrument durch längere Einwirkung von 100% Feuchtigkeit eine Alterung der Fäden zu erreichen, d.h. der Instrumentengang wurde mit der Zeit immer geringer; bei niedriger Feuchte war der Gang von vornherein gering, die Alterung hätte also wesentlich länger gedauert. Ähnlich können sich die Variographenfäden verhalten:

In Fig. 3 (s.S.139) ist weiterhin eine Fluktuation der Z-Basis hauptsächlich beim Var. "Wie" - zu erkennen, die sich bei einer Analyse als Tagesgang herausstellte (s.Fig. 4, S.137). Dieser Tagesgang hatte vom 1.4. - 10.4. eine Doppelamplitude von mehr als $1,6\mu$ im Mittel, und vom 14.4.-25.4. von mehr als $2,3\mu$ im Mittel. Auch hier scheint ein Zusammenhang mit der Temperatur der umgebenden Luft vorhanden zu sein; die Variographentemperatur läßt sich jedoch den Basisänderungen nicht eindeutig zuordnen. Die Beobachtungen sind in Tabelle 2 zusammengestellt worden.

Tabelle 2

Registrierzeit 1962	Durchschn. Basisänderung pro 8 Stunden			Drift pro Tag	Temp. Luft (Raumtemp.)
	0 - 8	8 - 16	16 - 24		
1.4. - 10.4.	+1,5 μ	-0,1 μ	-1,4 μ	-1,3 μ	1,6 $^{\circ}$ C
14.4. - 25.4.	+2,1 μ	+0,2 μ	-2,3 μ	-4,8 μ	3,2 $^{\circ}$ C

Die Ursache für den täglichen Gang kann ebenfalls in der wechselnden Feuchtigkeit liegen, jedoch fehlen dafür eindeutige Beweise.

Ein anderes Gerät, Varigraph Nr. 80 (modernes Modell in zylindrischer Form), zeigte ebenfalls während einer 14-tägigen Registrierung Tagesgänge in Z bis zu etwa 5μ . Diese waren aber eindeutig einer Temperaturänderung im Gerät, also einem täglichen Gang der Variographentemperatur zuzuschreiben. Das Z-System war nicht temperaturkompensiert. Zwischen 20° C und 30° C war ein

Temperaturkoeffizient von etwa $9 \mu / ^\circ\text{C}$ vorhanden. Die täglichen Gänge zeigten aber, daß der T.K. im Bereich zwischen 19 und 20°C größer sein müßte. Bei einem kurzzeitigen (3-stündlichen) Ausfall des Thermostaten wurde zwischen 18° und 20°C ein T.K. von $16 \mu / ^\circ\text{C}$ gemessen. Damit waren die Tagesgänge der Basis zu erklären. Hier ist die Temperaturabhängigkeit des Temperaturkoeffizienten bemerkenswert. Außerdem sollte beachtet werden, daß bei diesem Variographen bei Einstellung der Heizstufe I ein Tagesgang der Außentemperatur von 7°C einen Gang der Innentemperatur von $0,5^\circ\text{C}$ zur Folge hat.

An den beschriebenen Messungen sollte gezeigt werden, daß es einer sorgfältigen Untersuchung des Variographen bedarf, ehe man diesen zur Messung von Tagesgängen und langzeitlichen Variationen einsetzen kann. Die Untersuchung sollte folgende Punkte klären:

- 1) Jeder Variograph ist im Hinblick auf die langzeitlichen Basisveränderungen ein Individuum.
- 2) Der Temperaturkoeffizient kann von der Temperatur abhängen (Beispiel für ein nicht kompensiertes Gerät: $9 \mu / ^\circ\text{C}$ zwischen 20 und 30°C , $16 \mu / ^\circ\text{C}$ zwischen 18 und 20°C).
- 3) Die Regeltemperatur des Variographen kann bei größeren Variationen der Außentemperatur eine tägliche Periode haben (Beispiel: Variation der Außentemperatur von 7°C ergibt Variation der Regeltemperatur von $0,5^\circ\text{C}$ bei Heizstufe I); bei einem T.K. von $8 \mu / ^\circ\text{C}$ entspricht das 4μ Tagesvariation.
- 4) Feuchtigkeitseinwirkungen können Basisgänge auslösen oder verstärken, unter Umständen sogar tagesperiodische Veränderungen (Gänge: 10 bis $20 \mu / \text{Tag}$, periodische Veränderungen 3μ).

Dem Praktiker sollen schließlich einige Hinweise gegeben werden, welche Maßnahmen bei der Vorjustierung und Aufstellung des Variographen im Gelände ergriffen werden müssen, um bestimmte Genauigkeiten zu erreichen.

- 1) Gruppe I, Variationen von 5min bis zu 3 Stunden, Genauigkeit $\pm 1 \mu$ und besser.

Normale Behandlung und Aufstellung des Variographen nach Beschreibung. Meßhütte in der Nähe eines Gebäudes mit Stromanschluß aufstellen. Eine geringfügige magnetische Beeinflussung durch häusliche magnetische Störungen wie Fahrräder, Auto (2

Gartengeräte, Kinderspielzeuge kann im allgemeinen in Kauf genommen werden. Thermostat im Sommer auf 30°C , im Winter auf 10 oder 20°C einstellen. Temperaturkoeffizient braucht nicht sorgfältig auf Null gebracht zu werden. Kontrolle des Variographen etwa aller 3 Wochen beim Streifenwechsel.

2) Gruppe II, Variationen von 3 Stunden bis 24 Stunden.

a) Genauigkeit $\pm 5\%$ (das entspricht etwa 10-30% des Tagesganges). Zusätzlich zu den Maßnahmen in Gruppe I sind durchzuführen: Aufstellung des Gerätes außerhalb des häuslichen Störbereiches. In weichem Boden muß das Stativ des Variographen auf Messingfüße gesetzt werden, die 30 bis 50 cm in den Boden gesteckt werden müssen, um ein Einsinken der Variographenfüße zu verhindern (Kaulwurfstätigkeit etc.). Z-Temperaturkompensation nach den Angaben der Instrumentenbeschreibung in dem üblichen Bereich (20 bis 30°C) so sorgfältig wie möglich einstellen.

b) Genauigkeit ± 2 bis $\pm 3\%$ (etwa 5 bis 20% des Tagesganges). Zusätzlich zu den vorher beschriebenen Maßnahmen: Vorherige Untersuchung des Instrumentes auf Basisgänge und tägliche Basisvariationen. Messung der Feinstruktur des T.K., insbesondere in der Nähe der Regeltemperaturen (10 , 20 , 30 und 40°C). Häufige Überprüfung des Instrumentes (etwa jede Woche) um Veränderungen in der Nivellierung erkennen und korrigieren zu können. Evtl. periodischer Wechsel des Trockenmittels. Evtl. Vergleich von Momentanwerten an ruhigen Nachtstunden mit einem Observatorium zur Erkennung von Basisdriften.

3) Gruppe III, Variationen von länger als 24 Stunden, Genauigkeit besser als $\pm 10\%$.

Durchführung von Basismessungen an Ort und Stelle (etwa mit Gfz oder BMZ). Variographen evtl. zusätzlich in einen Thermostaten stellen (Meßhütte heizen und entsprechen isolieren), so daß die Umgebungstemperatur nahezu witterungsunabhängig ist. Der Variograph müßte in unseren Breiten dann auf 40°C geheizt werden, die Umgebungstemperatur könnte bei 30°C liegen. Eine Benutzung von Trockenmittel wird nicht empfohlen. Die technischen Forderungen sind für die Registrierungen der Variationen dieser Gruppe fast so, wie sie für das Gravimeter gelten. Das Akania-Gravimeter z.B. ist mit einem Doppelthermostat ausgerüstet, außeide

ist es luftdicht abgeschlossen. Es ist zur Zeit verfrüht, an die Herstellerfirma die Forderung zu stellen, den Variographen ebenso auszurüsten, denn es steht noch nicht fest, ob und in welchem Umfange solche Instrumente benötigt werden.

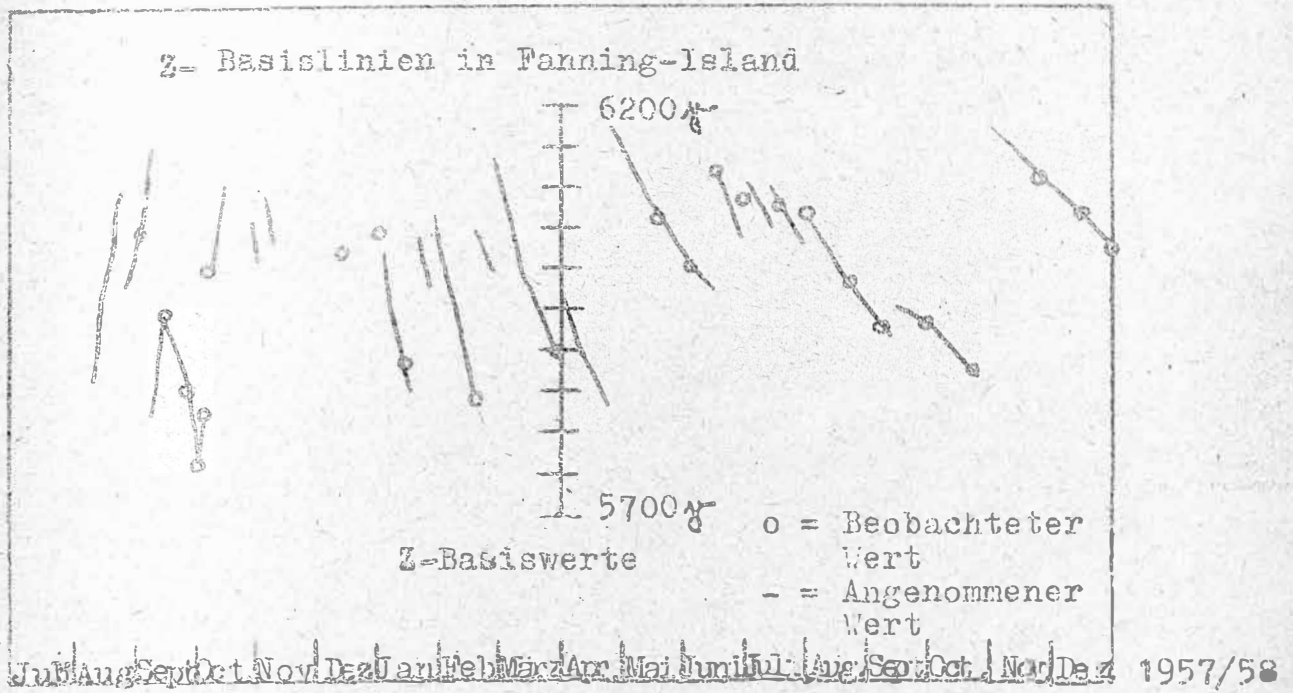
Ein Beispiel soll verdeutlichen, wie wichtig es ist, die bei der Justierung, Aufstellung und Betreuung des Variographen verwendete Sorgfalt darauf abzustimmen, welche Art von Variationen noch mit Sicherheit registriert werden soll. Fig. 5 (s.S. 140) zeigt Differenzen von Tagesgängen zwischen Wingst und zwei Reiselstationen (eine nördlich, die andere südlich von Bremen, durchschnittlicher Abstand von Wingst 80 km), die mit den Askania-Variographen Nr. 11 und Nr. 23 ausgerüstet waren. Die Justierung, Aufstellung und Betreuung des Variographen waren auf die Registrierung von Variationen der Gruppe I abgestellt. Damit ist für die Messung von Tagesgängen (Gruppe II) keinesfalls eine größere Genauigkeit als $\pm 5\%$ zu erwarten. Die Differenzen betragen zwischen 10 und 20 γ gegen Wingst. Ist den Differenzkurven eine geophysikalische Realität zuzuerkennen? Nein! Wenn eine solche vorhanden ist, ist sie sicher hinter diversen Basisvariationen versteckt.

Schlußbemerkung:

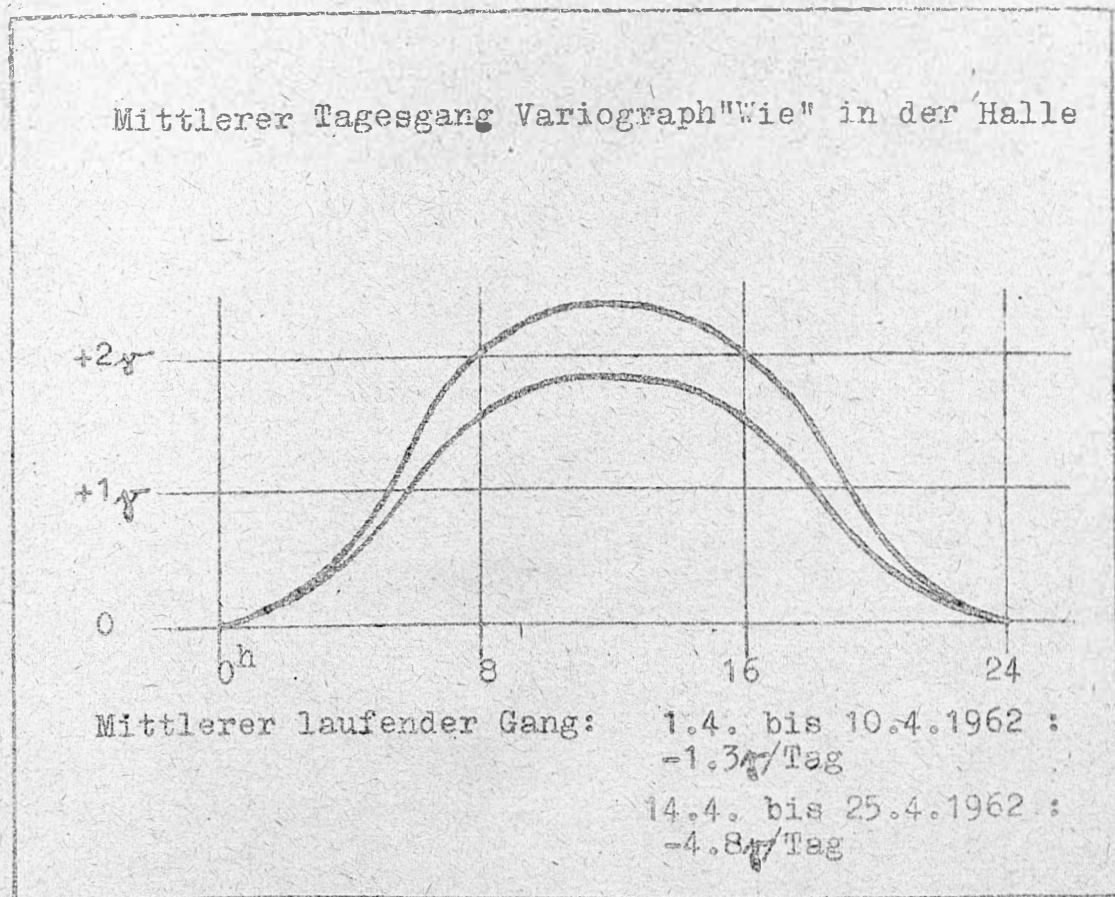
Die Ausführungen über die Stabilität der Z-Basis von erdmagnetischen Askania-Variographen sind nicht als Kritik an dem Instrument oder an dem Hersteller anzusehen. Vielmehr sollen die Benutzer erkennen, daß der Meßgenauigkeit eines transportablen Variographen Grenzen gesetzt sind, die im wesentlichen damit zusammenhängen, daß das Gerät nicht ortsfest ist. Der Raumbedarf und der technische Aufwand für ein magnetisches Variometersystem sind desto größer, je höher die verlangte Genauigkeit ist. Deswegen läßt sich bisher das gesamte Spektrum der erdmagnetischen Variationen mit hoher Genauigkeit praktisch nur in einem Observatorium aufnehmen.

Literatur

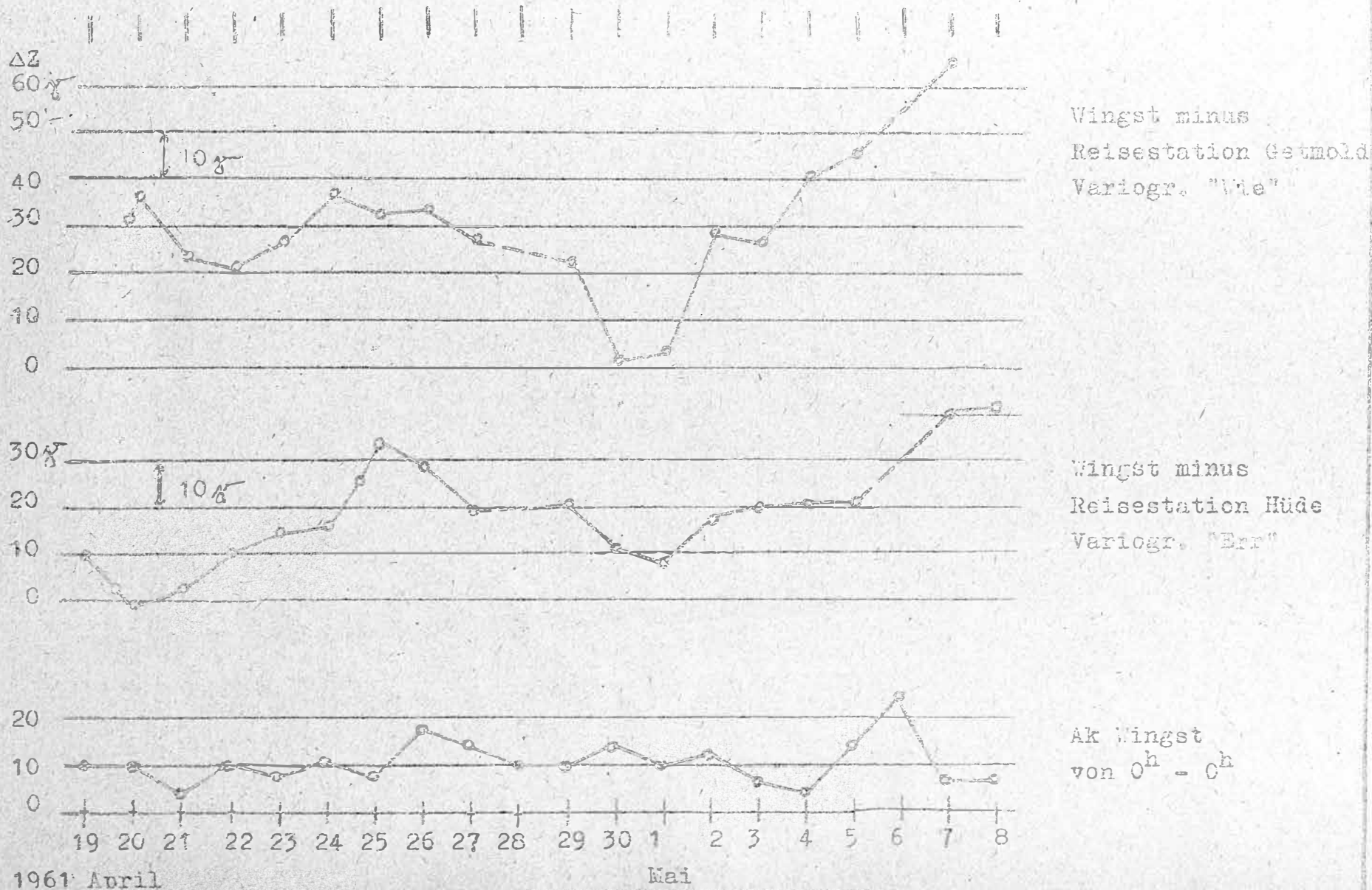
- [1] O. Meyer: Über die Eigenschaften des transportablen Erdmagnetischen Variographen der Askania-Werke, Askania-Warte Nr. 4 Berlin 1954
- [2] Coast and Geodetic Survey; HV-FI58, Magnetic Hourly Values, Fanning-Island 1957-1958; Washington 1960.



Figur 4

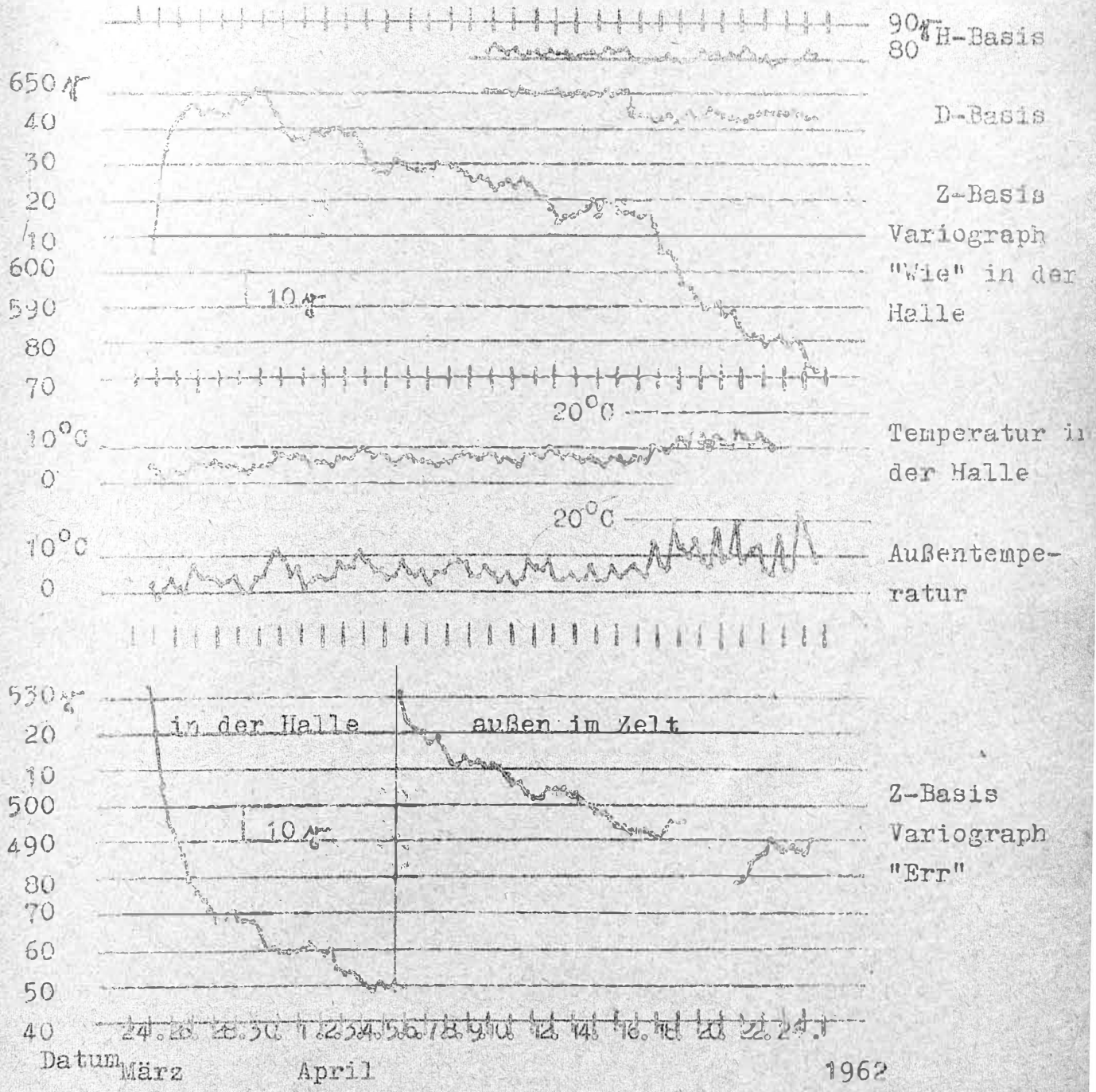


Momentanwert-Vergleich von Z an ungestörten Nachtstunden
 (pro Tag ein Wert) zwischen Wingst u. zwei Variographenstationen

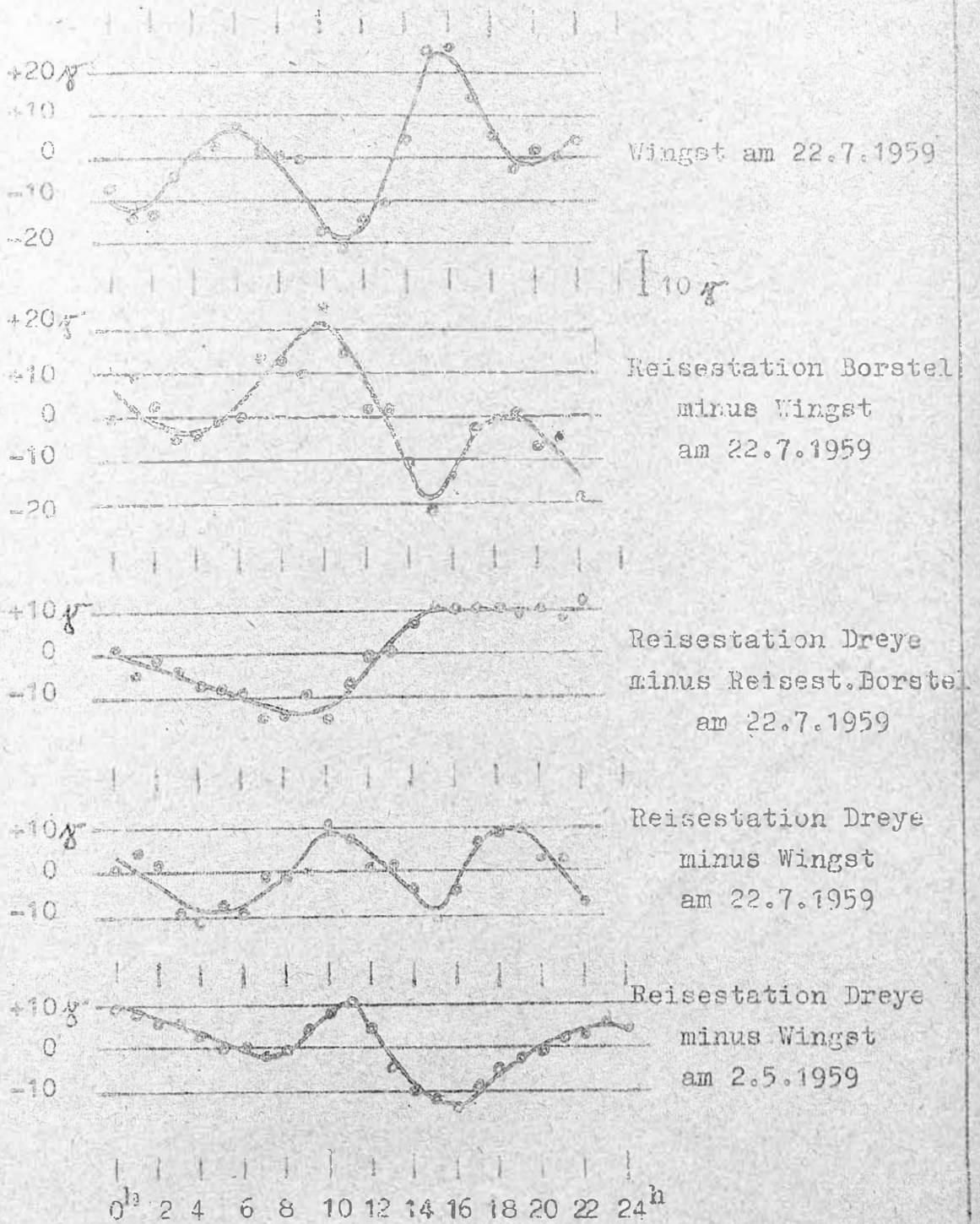


Figur 2

Figur 3



Tagesgang von Z in stündlichen Momentanwerten



Diskussion zu dem Vortrag von

Dipl. Geophys. Voppel

Prof. Angenheister teilte mit, daß entsprechende Störeffekte bei Messungen mit der Gfz aufgetreten sind. Er führte sie auf Änderungen der Spannungsverteilung im gesamten Instrumentenkörper aufgrund der Temperaturvariationen zurück.

Demgegenüber berichtete Herr Voppel von einem Experiment, in dem eine Mikro-Gfz über gewisse Zeit unter 100% Feuchtigkeit gesetzt wurde. Dieses Instrument zeigte zunächst einen Gang, ist aber heute - offenbar aufgrund einer Feuchtigkeitssalterung - bis auf einen jährlichen Gang von ca. 2 gamma völlig gangfrei. Die Gänge würden offenbar durch Einwirkung der Feuchtigkeit ausschließlich auf den Faden hervorgerufen.

Auf den Hinweis von Dr. Wienert, daß beim Askania-Variographen die Z-Fäden im allgemeinen vorgespannt sind, berichtete Herr Voppel, daß die Messungen auf Fanning-Insel mit einem Instrument ohne vorgespannte Fäden durchgeführt worden sind.

Hinsichtlich der Änderung der Temperaturkoeffizienten hob Dr. Wienert hervor, daß hierfür jedenfalls beim Askania-Variographen sicherlich auch der außerordentlich komplexe Lichtweg verantwortlich gemacht werden muß.

Dr. Wienert unterstrich noch einmal die Verlässlichkeit des Vergleichs der ungestörten Nachtstunden zur Fixierung und Kontrolle der Basiswerte.

Modellversuche zur erdmagnetischen Induktion in
Leitfähigkeitsanomalien

Sonnabend, den 12.10.1963

1. Prinzipelles zu Modellversuchen

Es hat sich gezeigt, daß die Deutung der Erscheinungen, die man mit dem Begriff "Leitfähigkeitsanomalie" beschreibt, doch recht schwierig ist und zu verschiedenen Ansichten über die zugrundeliegenden Ursachen geführt hat. Man ist sich jedoch einig darin, daß es sich um lokale Unterschiede in der elektrischen Leitfähigkeit des Untergrundes handeln muß.

Ein Ansatz zu einer direkten Auswertung der Ergebnisse der erdmagnetischen Registrierungen in Bezug auf eine Trennung von innerem und äußerem Anteil des Magnetfeldes und der Ermittlung der Größe, Lage, Gestalt und Leitfähigkeit der Anomalie ist hier ja zum ersten Mal von Dr. Siebert gezeigt worden. Der umgekehrte Weg, nämlich sich nach Vorgabe der interessierenden Parameter ein Modell zu machen, ist jedoch leichter gangbar. Prinzipell ist es möglich, aufgrund der Maxwell'schen Gleichungen zu jedem induzierten Magnetfeld und zu jedem möglichen Störkörper das induzierte Magnetfeld auszurechnen. Praktisch stößt das jedoch auf große mathematische Schwierigkeiten. So ist es bisher erst für wenige Modelle und Magnetfelder gelungen, das induzierte Feld tatsächlich zu berechnen.

Hier können nun Modellversuche einsetzen. Denn es ist ja mit einigem Geschick möglich, auch komplizierte Magnetfelder experimentell zu erzeugen, wenigstens näherungsweise mit genügender Genauigkeit. Auch in der Gestalt der Modelle ist man kaum Beschränkungen unterworfen. Die Frequenz des induzierenden Feldes kann in weiten Grenzen frei gewählt werden. Lediglich in der Wahl der Leitfähigkeit der Modellkörper bestehen einige Beschränkungen, da man hier ja auf die Leitfähigkeit vorhandener Materialien angewiesen ist. Zur Verfügung stehen hier in erster Linie Metalle, außerdem kommen noch Elektrolyte infrage, jedoch mit Vorbehalt.

Denn deren Leitfähigkeit ist gegenüber der der Metalle doch schon recht gering, außerdem stark temperatur- und konzentrationsabhängig. Leider fehlen in der Leitfähigkeitsskala für die Stufen zwischen Metallen und Elektrolyten geeignete Materialien.

Bei diesen Modellversuchen ergibt sich - ebenso wie auch bei Modellrechnungen - das Problem: Wie lassen sie sich auf die Größenordnungen des in der Natur Beobachteten übertragen? Denn es ist klar, daß die Linearabmessungen des Störkörpers auf ein vernünftiges Laboratoriumsmaß reduziert werden müssen, die Leitfähigkeit muß den vorhandenen Materialien angepaßt werden, und auch die Frequenz des induzierenden Feldes muß erhöht werden, um vernünftige Induktionswerte zu erzielen. Die Art, wie das zu geschehen hat, wird wieder durch die Maxwell'schen Gleichungen gegeben. Setzt man die Maxwell'schen Gleichungen im praktischen System an:

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad \text{rot } \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \\
\text{II} \quad \text{div } \vec{D} &= \eta \\
\text{III} \quad \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\
\text{IV} \quad \text{div } \vec{A} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{D} &= \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \\
\vec{H} &= \mu \mu_0 \vec{j}
\end{aligned}$$

und macht folgende hier durchaus sinnvolle Annahmen:

1. Verschiebungsströme werden vernachlässigt, es wird also quasistatisch gerechnet. Das ist zulässig, wenn die Linearabmessungen des Störkörpers klein sind gegen die Wellenlänge der entsprechenden elektromagnetischen Welle. Dann kann das Glied mit $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ weggelassen werden.
2. Die Dielektrizitätskonstante ϵ und die Permeabilität μ sind zeitlich konstant, ebenso die Leitfähigkeit σ .
3. Es treten keine Raumladungen auf ($\eta = 0$).
4. Es gelte überall das Ohmsche Gesetz

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Es kann dann nach der bekannten Methode ein Vektorpotential eingeführt werden durch

$$\vec{A} = \text{rot } \vec{U}, \quad \text{div } \vec{U} = 0$$

und man gelangt nach einigen Schritten zu der Beziehung

$$\Delta \vec{U} + k^2 \vec{U} = 0 \quad \text{mit } k^2 = -i\sigma\mu\omega$$

bei der nur harmonische Anregungen betrachtet werden, was nach dem Satz von Fourier keine Einschränkung der Allgemeinheit ist.

In dem links stehenden Laplace-Operator stecken nun die Lineardimensionen des Störkörpers darin, rechts stehen die elektrischen Konstanten. Sollen nun die Lineardimensionen des Störkörpers verkleinert werden, so muß das rechts stehende Produkt der elektrischen Konstanten mit demselben Faktor vergrößert werden, damit U ungeändert bleibt. Es muß also bei jeder solchen Transformation gelten:

$$\sqrt{\epsilon \omega \mu} \cdot a = \text{const.},$$

wie es sich auch im Falle des unendlich langen Kreiszylinders explizit durch die Rechnung ergibt. Im Falle des Zylinders ist a der Radius; bei anderen Modellen ist a irgendeine andere Lineardimension. Da die Störkörper bei der Transformation ähnlich bleiben, spielt es keine Rolle, welche Koordinate speziell gewählt wird. Eine eindeutige Zuordnung ist jedoch nicht möglich, da nur das Produkt $\sqrt{\epsilon \omega \mu} \cdot a$ konstant sein muß.

2. Die Modellversuche

Zunächst war die Frage zu klären: Hat es überhaupt Zweck, solche Modellversuche durchzuführen, reicht die Meßgenauigkeit aus und lassen sich die interessierenden Effekte überhaupt mit einigermaßen handlichen Modellen nachbilden? Es lag nahe, dazu die Messungen am Modell mit den Ergebnissen von Rechnungen zu vergleichen. Dazu wurde der Zylinder gewählt, da hierzu die Ergebnisse durch eine Arbeit von KERTZ vorlagen.

Zunächst sei kurz die bisher benutzte Meßanordnung beschrieben: Ein Generator liefert eine sinusförmige Wechselspannung, die in einem Kraftverstärker verstärkt wird. Damit wird eine Helmholtz-Spule gespeist zur Erzeugung eines homogenen magnetischen Feldes. Diese bildet mit einer Kapazität C zusammen einen auf Resonanz abgestimmten Schwingkreis, so daß im Verstärker keine Blindleistung aufgebracht werden muß und Verzerrungen der Sinusform wirksam unterdrückt werden.

Die Überlagerung von induziertem und induzierendem Feld wird mit drei kleinen Induktionsspulen (Sonde) abgetastet, die aufeinander senkrecht stehen und so die drei Magnetfeldkomponenten H_x , H_y und H_z abtasten. Die Ausgangsspannung dieser Spulen wird nach Betrag und Phase gemessen, beide bezogen auf das induzierende Feld, dem die relative Amplitude 1 und die Phase 0 zugeordnet wird.

Gemessen wird jeweils ein Profil über den Störkörper, das parallel zum induzierenden Feld verläuft, hier in x-Richtung.

Nun einige Meßergebnisse:

Figur 1 (s.S.147) zeigt ein Profil über einen Zylinder aus Aluminium mit einem Radius von 4 cm bei einer Frequenz von 280 Hz. Es treten nur die X- und die Z-Komponente auf, die Y-Komponente verschwindet im Rahmen der Meßgenauigkeit. Die ausgezogenen Linien stellen die gemessenen, die gestrichelten die berechneten Werte dar. Es ergab sich doch eine recht gute Übereinstimmung. Ein entsprechendes Bild ergibt die Phasenmessung. (s. Fig. 2, S.148)

Liegt das Profil in der Ebene der Zylinderachse, so sieht das Bild anders aus. Die Amplitude zeigt hier bei Annäherung an den Zylinder einen starken Abfall, die Phase geht zu negativen Werten. Das bedeutet hier ein Vorseilen der induzierten Spannung vor der induzierenden. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen berechneter und gemessener Kurve. (s. Fig. 3, S.149)

Weitere Messungen an einem vom Zylindermodell abweichenden Körper wurden an einer Messinglatte vorgenommen. Fig. 4 (S.150) zeigt die Meßergebnisse der hochkant im Feld stehenden Latte. Die Kurven haben dieselbe Struktur wie beim Zylinder. Bei der flach liegenden Latte in Fig. 5 (S.151) fällt jedoch die sehr kleine X-Komponente auf, die Z-Komponente hat ihre Maxima wieder in der Nähe der Kanten der Latte. Das zeigt sich noch deutlicher in der Fig. 6 (S.152) wo eine dünne Aluminiumplatte als Modellkörper gewählt wurde. Auch hier sind wieder die Spitzen der Z-Komponente über den Kanten der Platte, dazwischen weder in der X-, noch in der Z-Komponente wesentliche Amplituden.

Bei plattenförmigen Modellen zeigt sich also der Haupteffekt in der Z-Komponente und am Rande der Platte, und die X-Komponente nimmt mit wachsender Plattengröße ab. Das ist nicht unvernünftig denn eine in x- und y-Richtung unendlich ausgedehnte Platte wäre magnetisch überhaupt nicht feststellbar, wenn das induzierende Feld parallel zur Plattenoberfläche verläuft (vgl. auch die Figuren von Schmucker).

Soweit die "alten" Messungen. Inzwischen ist die Anlage weiter verbessert worden, die Vermessung der Profile erfolgt nicht mehr punktweise mit nachfolgender Reduktion und Auswertung, sondern fotografisch vom Schirm eines Oszillografen.

Blockschaltbild s. Fig. 7 (S. 153)

Die Generatorseite ist unverändert.

Die Bewegung der Sonde über das Profil ist fest mit einem Potentiometer gekoppelt, die abgegriffene Spannung dient zur Horizontalablenkung des Oszillografen. Die induzierten Spannungen werden nach Verstärkung zur Amplitudenmessung den Vertikalablenkplatten des Oszillografen zugeführt und die Amplitude in Abhängigkeit vom Ort auf dem Schirm dargestellt und fotografiert. Zur Phasenmessung wird die verstärkte Spannung einem Spannungsbegrenzer zugeführt, der die Sinusspannung in eine symmetrische Rechteckspannung umformt. Dasselbe geschieht in einem zweiten Begrenzer mit einer Bezugsspannung, die am Widerstand R abgegriffen wird. Diese beiden Rechteckspannungen werden nun auf ein UND-Gatter gegeben, das die Eigenschaft hat, nur so lange einen Impuls am Ausgang abzugeben, wie an beiden Eingängen gleichzeitig negatives Potential vorhanden ist. Die Breite dieses Ausgangsimpulses ist also direkt proportional dem Phasenunterschied der beiden Eingangsspannungen. Wird dieser Impuls durch ein RC-Glied geglättet, so erhält man eine Gleichspannung, die dem Phasenunterschied proportional ist. Diese wird zur Phasenmessung ebenfalls auf den Oszillografen gegeben und in Abhängigkeit vom Ort fotografisch registriert. Die fotografierten Bilder können auf Fotopapier übertragen oder am Lesegerät ausgewertet werden.

Durch dies Verfahren ist es jedoch möglich, in kurzer Zeit viele Messungen durchführen zu können, da alle erforderlichen Amplituden- und Phasenreduktionen schon bei der Aufnahme berücksichtigt werden können und das zeitraubende grafische Darstellen entfällt.

Leider ist die Anlage erst vor wenigen Tagen fertig geworden, so daß neue Messungen damit noch nicht vorliegen. Auch eine Kontrolle der damit zu erzielenden Genauigkeit steht noch aus, sie dürfte jedoch gegenüber der alten Methode erheblich besser sein, da u. a. die zeitliche Konstanz der in die Messung eingehenden Parameter keine so große Rolle mehr spielt.

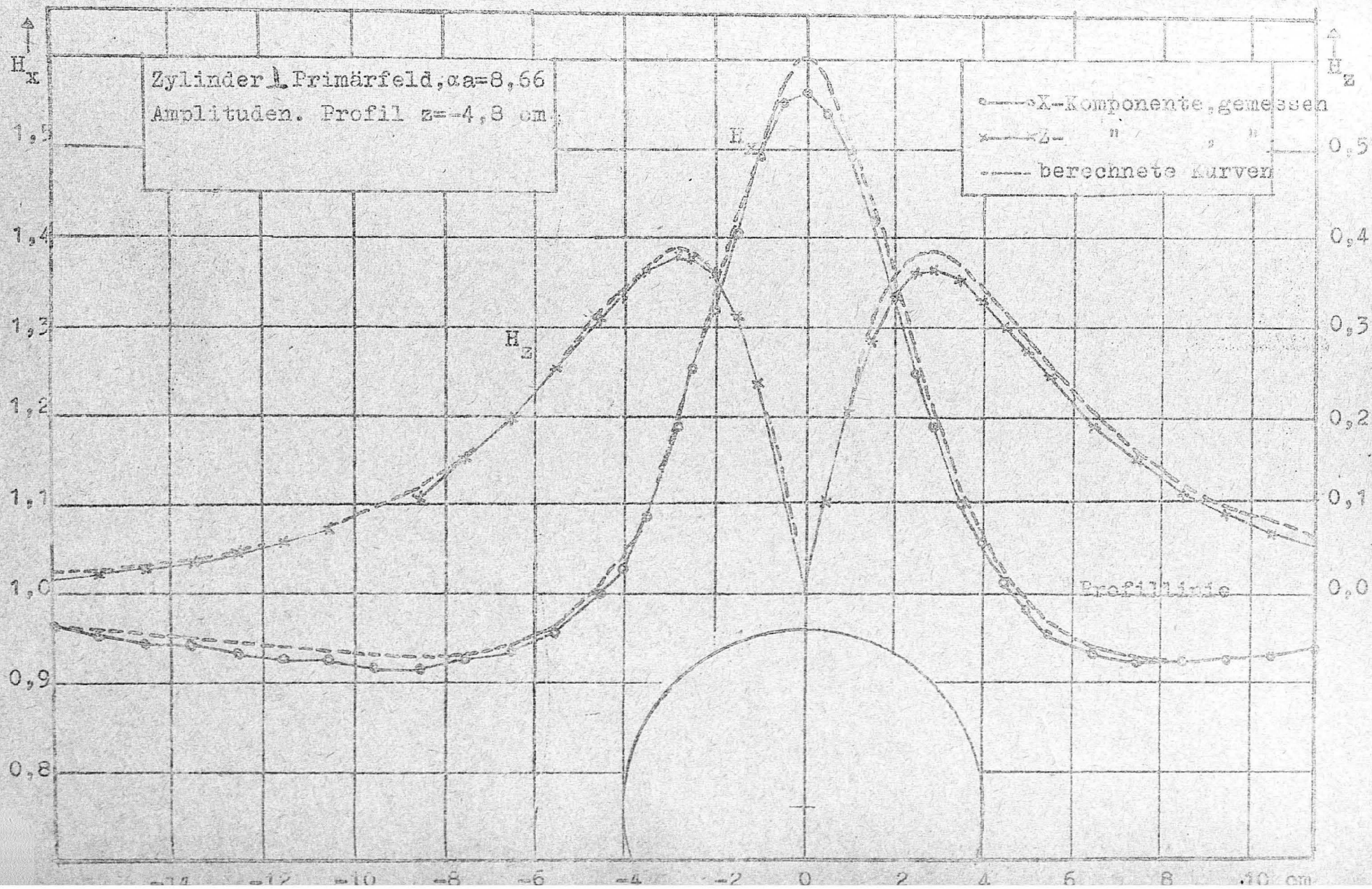


FIGURE 1

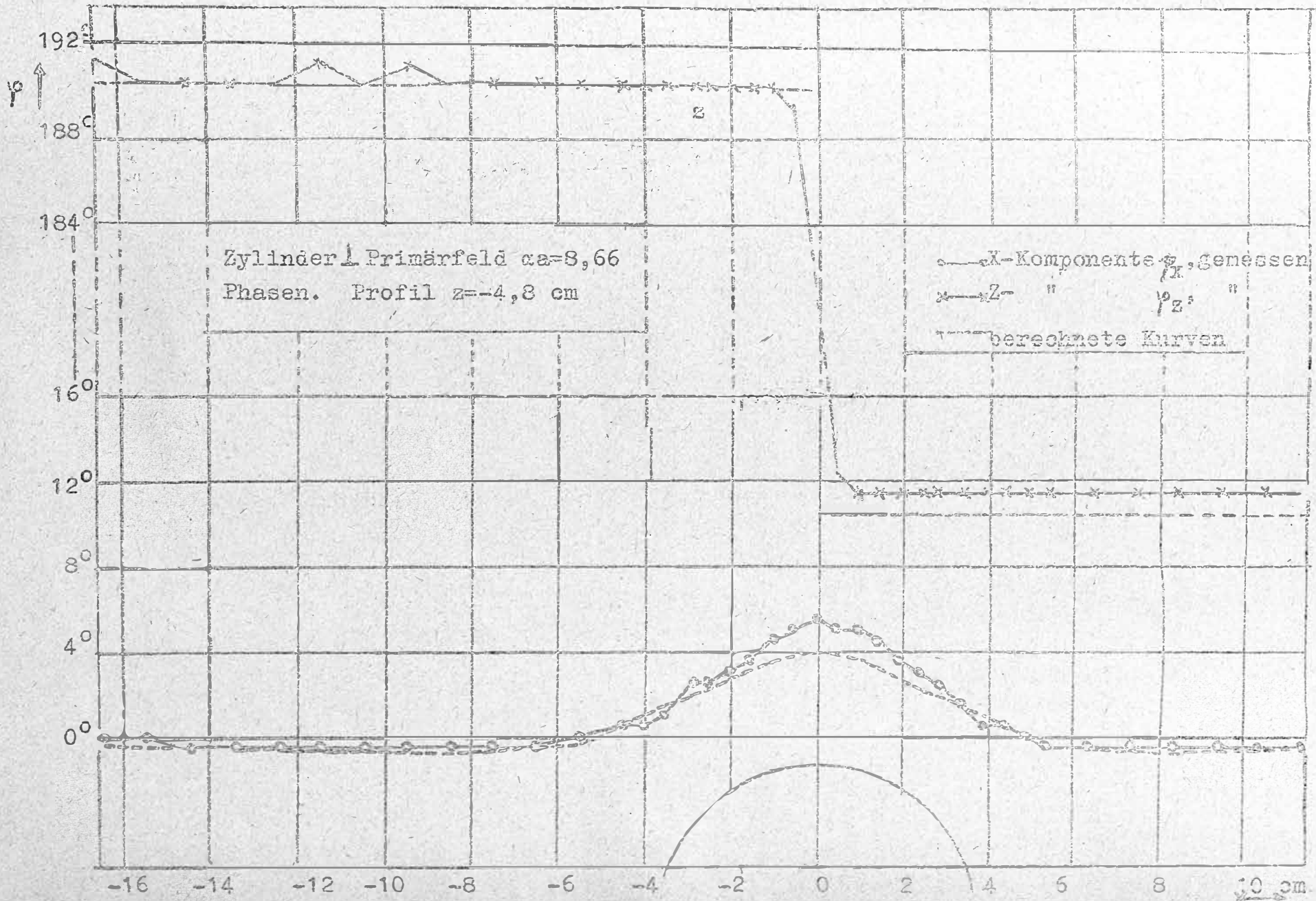
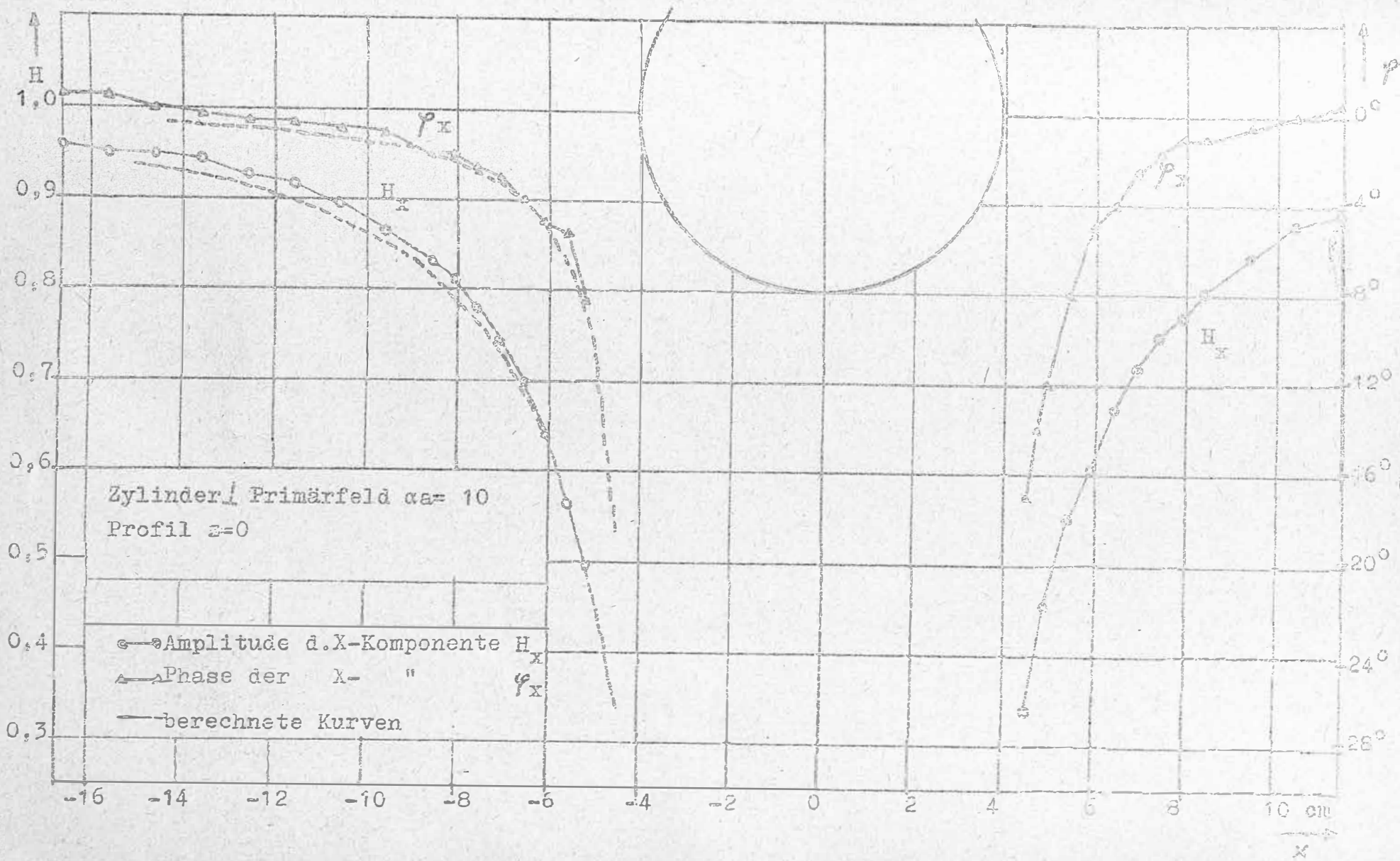
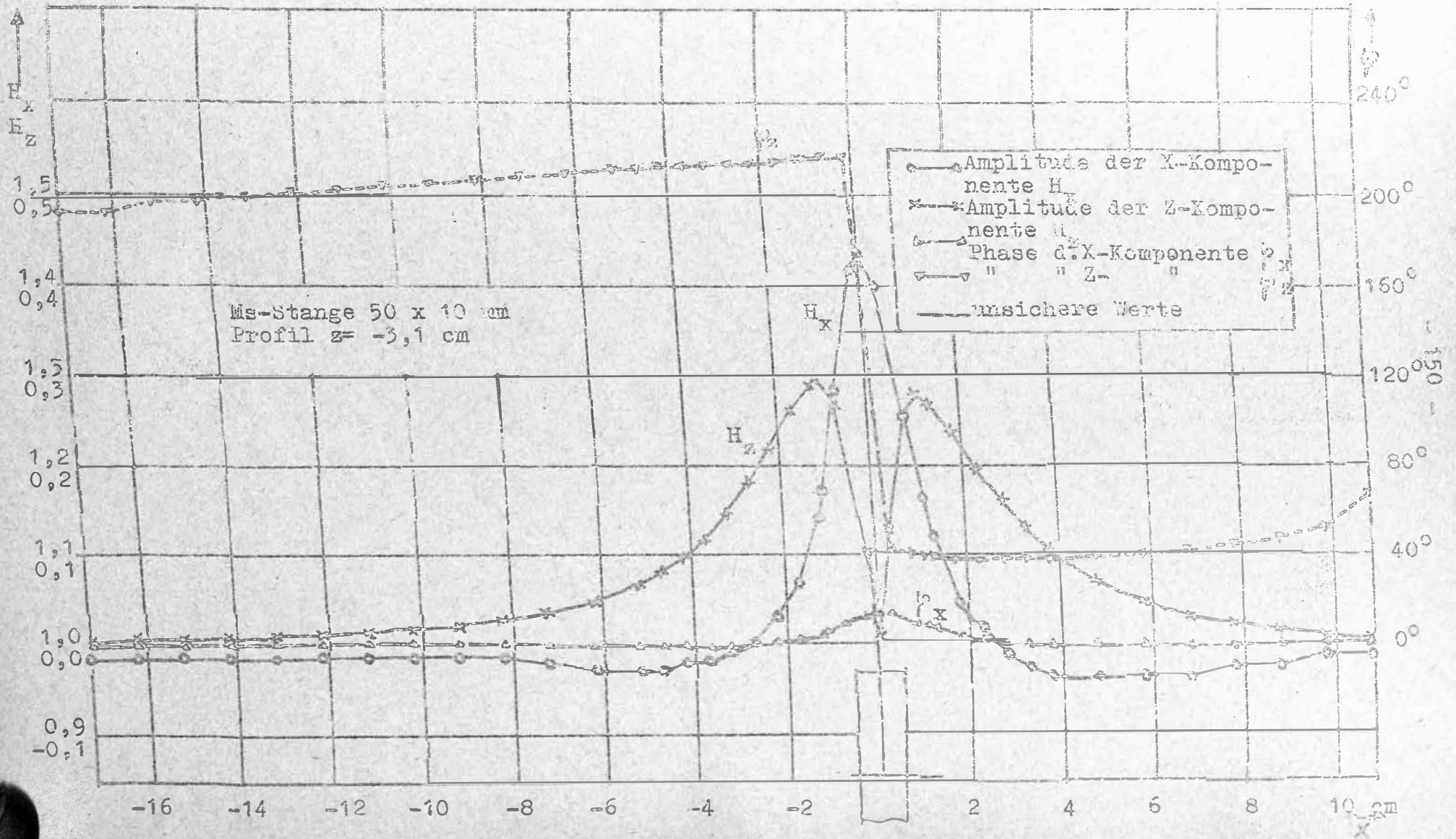


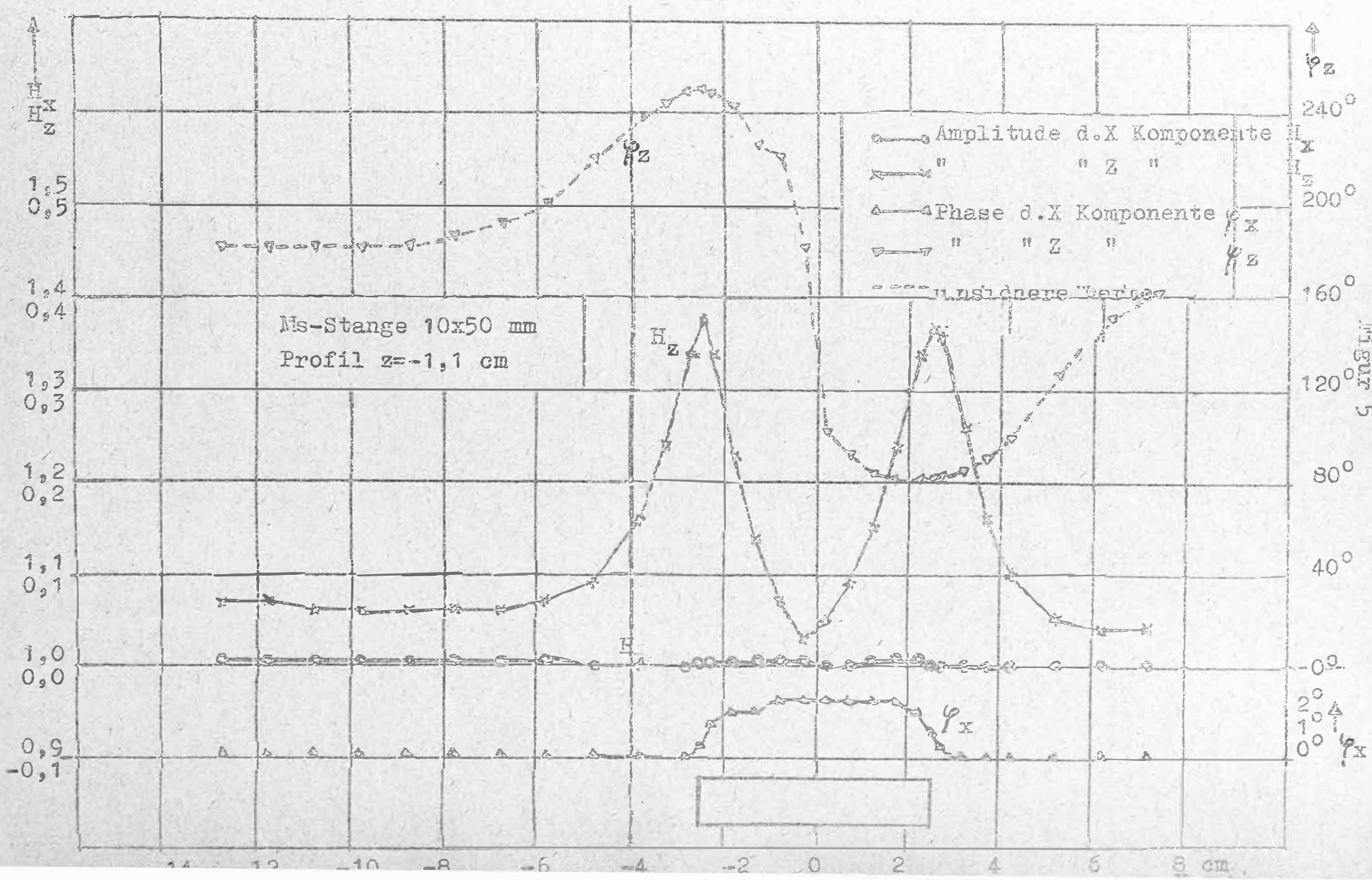
Fig. 2
148



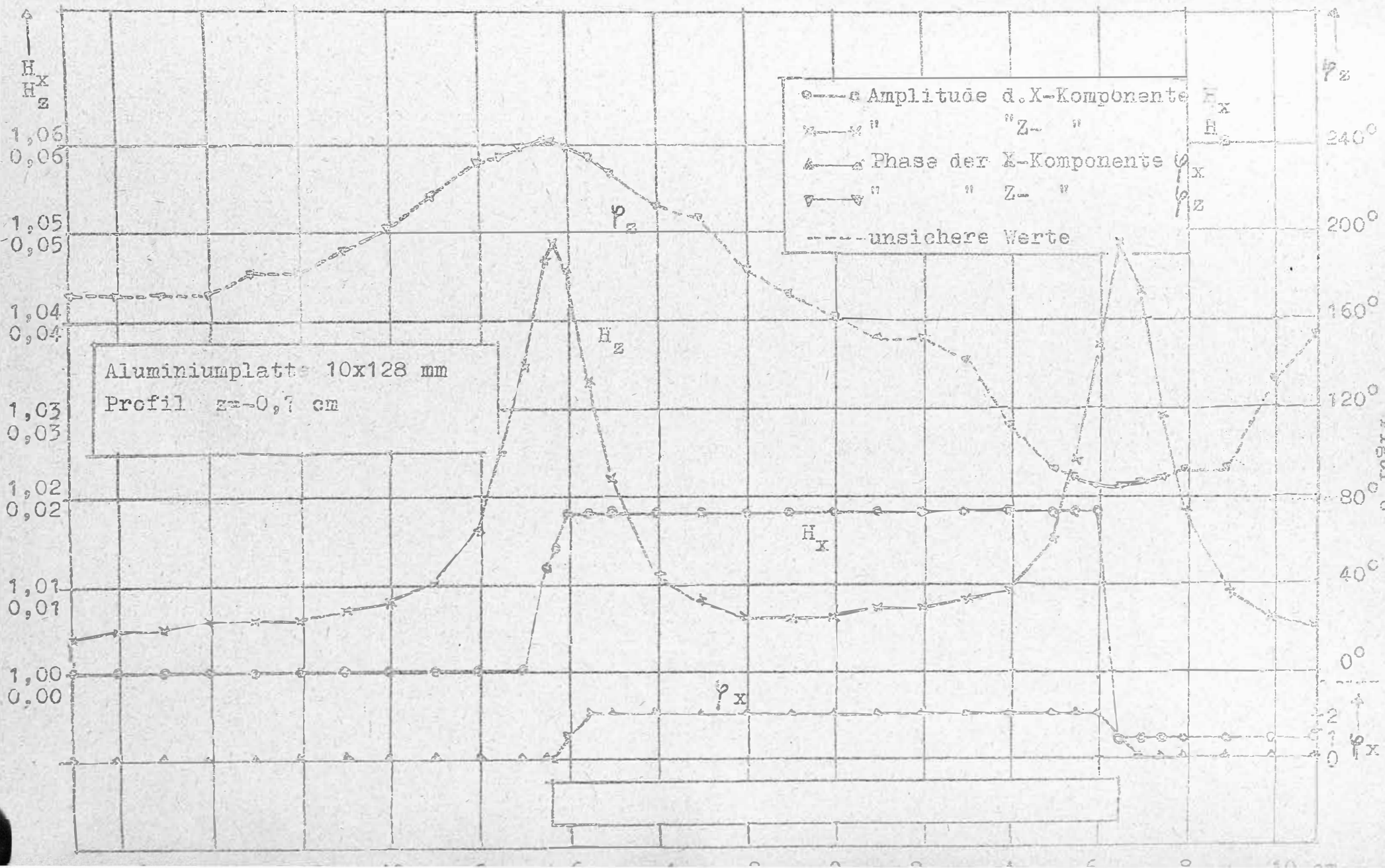
Figur 3

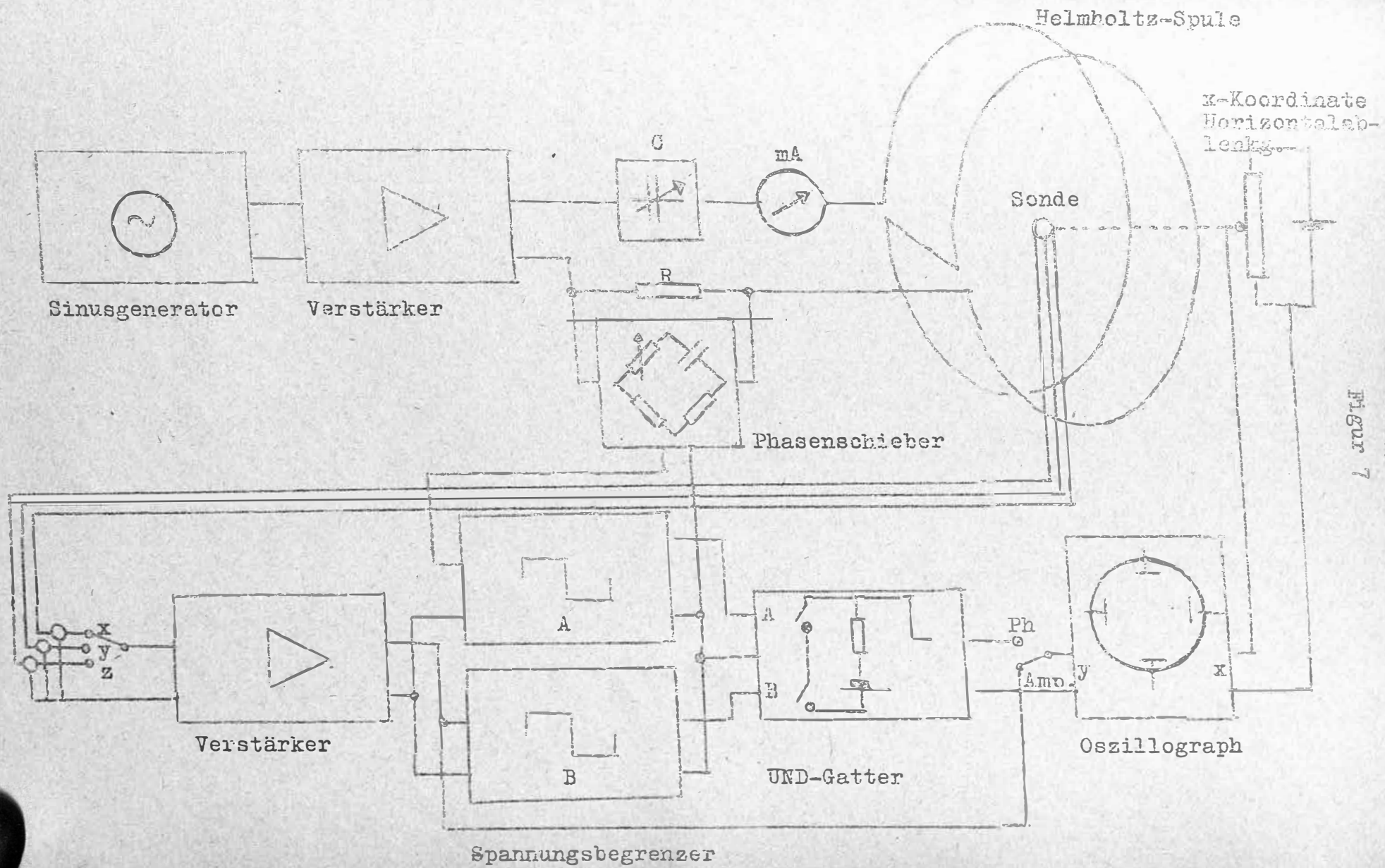
Figur 4





Figur 5





Figur 7
- 153 -

Diskussion zu dem Vortrag von

Dipl. Phys. Spitta

Auf die Frage von Prof. Angenheister, warum nicht auch das E-Feld mitgemessen würde, antwortete Herr Spitta, daß das bisher nicht in die Überlegungen einbezogen worden sei.

Die Anregung von Prof. Kertz, die Variationsmöglichkeiten des Induktionsparameters durch Hinzuziehen von M zu vergrößern, wurde von Herrn Spitta dahingehend eingeschränkt, daß hierdurch eine wesentliche Erweiterung kaum zu erreichen sei.

Dr. Siebert bat um Anregungen für demnächst zu untersuchende Störkörpermodelle und schlug selbst vor, von dem den Störkörper innerhalb der Helmholtzspule umgreifenden Magnetfeld loszukommen und stattdessen zu versuchen, die durch die Struktur Ionosphäre, isolierende Atmosphäre und Erde gegebene Zusammensetzung nachzubilden.

Herr Scheube verwies in diesem Zusammenhang auf die von Schmucke in dessen Final Report berechneten Modelle, insbesondere die Lücken endlicher und unendlicher Ausdehnung in der Schale bei unterschiedlichen Kerntiefen.

Nachstehend sind sinngemäß - ohne Anspruch auf korrekte Wiedergabe - einige abschließende Bemerkungen über die norddeutsche Leitfähigkeitsanomalie widergegeben, zu denen am Schluß des Vortragsteils am Sonnabend Morgen aufgefordert wurde.

Prof. Angenheister:

Die Ursache der Induktionsanomalie in Norddeutschland läßt sich am besten verstehen, wenn man ein qualitatives Bild der Resistosphäre und Conductosphäre entwirft. Die leitfähige Deckschicht aus Sediment und Ozean weist eine Mächtigkeit von 0 bis maximal etwa 15 km auf; darunter liegt die Resistosphäre, deren Mächtigkeit zwischen 40 bis 250 km schwankt und die von der Conductosphäre unterlagert wird. - Die Grenze zwischen der Deckschicht (Sediment plus Ozean) und Resistosphäre ist relativ scharf (teilweise messerscharf). Dagegen ist die Resistosphäre nicht scharf von der Conductosphäre abgegrenzt. Der Übergangssaum zwischen den beiden Sphären weist flache Undulationen auf.

Sind die Aufwölbungen der Conductosphäre sehr flach, so wirkt diese fast wie ein vollkommen leitender Halbraum, oberhalb dessen bei Induktion durch Wechselfelder die vertikale Komponente des induzierten magnetischen Feldes gleich null ist.

Starke Induktionsanomalien der beiden Felder (\vec{F} und \vec{E}) werden an der Erdoberfläche in solchen Arealen flacher Wölbung der Conductosphäre beobachtet, wenn innerhalb dieser Areale die integrierte effektive Leitfähigkeit der Deckschicht in einer horizontalen Richtung stark ab- oder zunimmt. Dies ist z.B. an der Grenze: Sediment - Kristallin der Fall, wie dies in Süd-Deutschland an der Grenze zwischen Molassetrog und der Böhmischem Masse der Fall zu sein scheint. Für die norddeutsche Induktionsanomalie im Raum östlich von Hannover ist bisher eine entsprechende eindeutige Grenze großer geologischer Körper nicht erschlossen. - Sollte diese Grenze einerseits durch den norddeutschen Sedimenttrog, andererseits durch das in Mitteldeutschland aufgewölbte Grundgebirge (einschließlich Palaeozoikum) gegeben sein, so dürfte die Oberfläche der Conductosphäre unter der norddeutschen Induktionsanomalie etwa bei 60 bis 80 km liegen.

Induktionsanomalien sind natürlich auch durch Schlieren guter Leiter in der Resistosphäre oder durch hohe Aufwölbungen der Conductosphäre möglich.

Deckschicht:
Sediment und
Ozean

etwa 1000 km

etwa
100 km

Resistosphäre

Conductosphäre

Schematisches Bild von der Verteilung der Resistosphäre und Conductosphäre. Beachte: Es liegen noch keine Erfahrungen über eine Korrelation zwischen den Undulationen der oberen Begrenzung der Conductosphäre und den Undulationen der Basis der Deckschicht vor. Die in diesem Bilde dargestellten geometrischen Verhältnisse sollen nur die Größenordnungen charakterisieren.

Dr. Helbig:

Man wird die Norddeutsche Tiefebene mit guter Berechtigung als einen Ozean betrachten können, während die große Halbwertsbreite mit der noch näher zu ermittelnden Conductosphäre zusammenhängen dürfte.

Dr. Siebert:

Zweifellos ist die Anomalie komplexer als ursprünglich angenommen. Unterschiedliche Perioden der induzierenden Felder führen zu unterschiedlichen anomal induzierten Störfeldern; entscheidend dürfte sein, daß Strukturen in unterschiedlichen Tiefen auf die verschiedenen Perioden ansprechen; so daß man kaum wird sagen können, die Anomalie liege in einer bestimmten Tiefe.

Scheube:

Die Sachlage wird offensichtlich noch dadurch kompliziert, daß die Ergebnisse nicht nur für unterschiedliche Perioden, sondern auch bei gleichem Periodeninhalte aber an verschiedenen Orten charakteristisch voneinander abweichen. Die Messungen, die von Wingst aus durchgeführt worden sind, ergaben zwar Übereinstimmung mit den von Schmucker auf seinem Ostprofil gewonnenen Ergebnissen lieferten jedoch im Periodenbereich der Baystörungen auf dem Westprofil starke engräumige Amplitudengradienten. Die Erklärung der Anomalie hat dieses Ergebnis zu berücksichtigen.

Zerbst:

Nach einer Diskussionsbemerkung von Prof. Meixner, Aachen, lassen sich alle Netzwerke aus Induktivitäten und Widerständen so durch - im allgemeinen komplizierte - Netzwerke aus Induktivitäten und Kapazitäten ohne irgendwelche Widerstände ersetzen, daß - jedenfalls für ein von der Kompliziertheit des neuen Netzwerkes abhängiges Anfangsintervall - bei vorgegebener Spannungszeitfunktion die gleiche Stromzeitfunktion gemessen wird. Die Schichtlagerung weist auf das Vorhandensein von Kapazitäten hin und es sollte untersucht werden, ob die Phasenverschiebung ϕ nicht nur durch die Induktivitäten, sondern auch durch die Kapazitäten hervorgerufen wird.

Dr. Flathe:

Es hat sich gezeigt, daß künftig eine gut leitende Platte an der Erdoberfläche bei allen Modellen in Rechnung zu stellen ist. Der Widerstand liegt zwar eine Zehnerpotenz über den Meereswerten, immerhin liegt eine beträchtliche Mächtigkeit vor, so daß einma festzustellen ist, in wieweit der Platteneffekt maßgeblich wird und zum anderen was außerhalb der Platte in den oberen Schichten los ist.

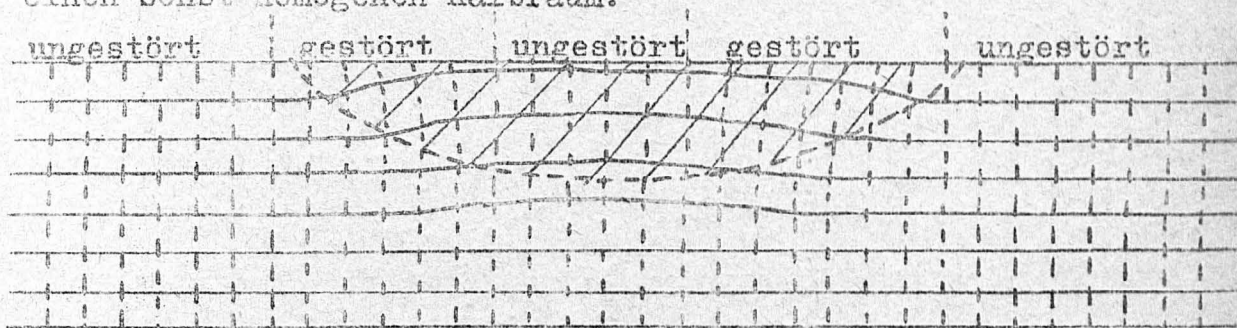
Prof. Kertz:

(anhand eines von Schmucker gerechneten Modelles) s. Fig. 4, S. 8. Eine Deutung könnte durch Kombination einer 4 km mächtigen Halbleitungsplatte mit einem tiefer liegenden Kern gegeben sein. Die Tiefe des Kernes wird für unterschiedliche Perioden verschieden sein.

Nachträgliche Diskussionsbemerkung von
Herrn Direktor Dr. Hallenbach zum Vortrag von
Herrn cand.geophys. Berktold:

Der Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit auf die
Messungen des \vec{E} -Feldes

Gemäß dem Ohm'schen Gesetz ist die elektrische Feldstärke $\vec{E} = \rho \cdot \vec{j}$.
Der Einfluß des Widerstandes oberflächennaher Schichten auf das
elektrische Feld ist dennoch unbedeutend, wenn nur die Meßstelle
passend ausgewählt wird, wie das nachstehende Beispiel zeigt.
Beispiel: Einlagerung einer Mulde geringeren Widerstandes in
einen sonst homogenen Halbraum:



Die Stromlinien sind ausgezogen und die Äquipotentiallinien sind
gestrichelt eingetragen. Aus dem Bild der Äquipotentiallinien er-
kennt man, daß man über dem Mittelteil der Einlagerung und weit
draußen die gleichen Werte für \vec{E} mißt (vgl. die Verlängerung der
Äquipotentiallinien nach unten). Gestört sind lediglich die Ränder
d.h. störend wirken lediglich horizontale Leitfähigkeitsunter-
schiede, nicht vertikale.

Um Meßwerte zu erhalten, die auch den Voraussetzungen der Theorie
entsprechen, ist es daher von entscheidender Bedeutung, die Meß-
stellen so auszusuchen, daß keine Einflüsse von seitlich liegen-
den Leitfähigkeitsanomalien zu erwarten sind. Da solche Einflüsse
nicht nur aus der unmittelbaren Umgebung der Meßstelle kommen
können, muß auch die regionale Geologie weitgehend Berücksichti-
gung finden. Demgegenüber ist die Messung der Leitfähigkeit des
Anstehenden im Bereich der Meßstelle, wie ja auch das oben er-
wähnte Beispiel zeigt, nur von untergeordneter Bedeutung.

Plenum-Berichte über Besprechungen im kleinen Kreis

I. A u s w e r t u n g (Dr. Helbig)

Folgende Punkte sollten in Zukunft bearbeitet werden:

1. Direkte Leitfähigkeitsbestimmung als Tiefenfunktion nach dem Vorschlag von Dr. Siebert; die Erweiterung auf zwei Dimensionen wäre anzustreben.
2. Die Cagniardsche Theorie sollte auf die Verwendung ausschließlich magnetischer Feldgrößen umgeschrieben werden.
3. Es sollte geprüft werden, in wie weit sich durch Einführung einer von der Vertikalen abhängigen Anisotropie die Cagniardsche Theorie erweitern läßt. Von Interesse wäre die Berücksichtigung einer Neigung der Anisotropieachse. Als Anwendung käme beispielsweise die Berücksichtigung der Neigung der Molasseunterkante in Frage.
4. Es wäre eine saubere Fehleruntersuchung durchzuführen, sowie der Einfluß der Leitfähigkeitsänderungen der oberen Schichten zu untersuchen.
5. An numerischen Rechnungen wären - abgesehen von den von Dr. Siebert angeregten Rechnungen - Rechnungen möglich, die anstelle der La Placeschen Differentialgleichung eine Differenzgleichung benutzen; weiterhin die von Herrn Scheube vorgeschlagenen Rechnungen, die einen Vergleich mit Modellrechnungen einschließen.
6. Wegen der weitreichenden Ergebnisse aus den Rechnungen über Induktionen im Zylinder sowie auf dem Gebiet der Zerlegungsverfahren, können diese Arbeitsrichtungen offenbar einstweilen als abgeschlossen gelten.

II. L i t e r a t u r (Prof. Kertz)

Hinsichtlich der Sammlung von Literatur wurden folgende Vorschläge gemacht:

1. Die Zentrale sammelt und registriert Sonderdrucke.
2. Einschlägige Literaturtitel, die gelegentlich festgestellt werden, werden den beteiligten Instituten, insbesondere der Zentrale mitgeteilt.
3. Alle interessierenden Zeitschriften werden systematisch durchgesehen und zwar
 - a) von der Zentrale alle regelmäßig dort eingehenden (s. Rundschreiben ET-A 63/1 vom Febr. 63)
 - b) von den Instituten in München und Göttingen diejenigen, die dort vorhanden sind und nicht in Braunschweig gehalten werden.
4. Noch fehlende interessierende Zeitschriften sollen von einem der beteiligten Institute neu gehalten werden.
5. Die Titel werden nach Sachgebieten geordnet; ein Schlüssel hierzu wird in nächster Zeit erarbeitet.
6. Die Titel werden in den Vervielfältigungen so angeordnet, daß sie auf Karteikarten DIN-A-6 aufgeklebt werden können.
7. Die Abfassung der Titel erfolgt unter Berücksichtigung der DIN-Normen (Normblatt 1505).
8. Die Titel erhalten Kennzeichen, die auf den Standort der Originalarbeiten verweisen oder angeben, daß es sich um eine von der Zentrale versandte Arbeit handelt.
9. Künftig zu versendende Sonderdrucke werden mit dem Namen der Empfänger versehen, wofür als Gegenleistung eine gewisse Mitarbeit erwartet wird. Die Institutsbibliotheken erhalten ein Sonderexemplar.
10. Kopien von in Braunschweig vorrätigen Arbeiten können unmittelbar von dort erbeten werden; Rechnungen von anderwärts kopierten Arbeiten können nach Braunschweig geschickt werden.
11. Sonderdrucke werden wie bisher von Braunschweig aus ins In- und Ausland verschickt.

III. N o r m u n g (Prof. Angenheister)

Prof. Angenheister, Herr Zerbst und Dr. Untiedt werden Vorschläge über einheitliche Benennungen und insbesondere zeichnerische Darstellungen überlegen. Einige Punkte hierzu wurden genannt:

1. Prüfung des Namens "Erdmagnetische Tiefensondierung".
2. Prüfung des Namens Magnetotellurik.
3. Magnetfeldbezeichnung: H, D, Z; H_x , H_y , H_z oder sonstwie?
4. Widerstandsdiagramme: Darstellung von rho oder sigma?
5. Auswahl der Maßsysteme.
6. Auswahl der Frequenzeinheit; vorgeschlagen wurden anstelle von Hertz: Periodenangaben in sec. oder Frequenzangaben in c.p.h.
7. Einführung der Bezeichnung: "Induktionsparameter" für $\sqrt{4\pi\epsilon\omega}a$
8. Einführung der Bezeichnung: "Induktionspfeil nach Wiese".
9. Einführung folgender 3 Begriffe als generelle Charakterisierung eines 3-Schichtenmodells:
Sediment + Ozean,
Resistosphäre,
Conductosphäre (beginnend, wo sigma unter der Moho groß wird).