Vortrag Dr. Untiedt, Göttingen

Zum Auswertverfahren von Parkinson, Wiese und Jaeschke

Donnerstag, den 10.10.1963

Es handelt sich um ein Verfahren, das es in vielen Fällen gestattet, aus (nicht notwendig gleichzeitig) an einem Netz von Stationen durchgeführten Registrierungen die Existenz, Stärke, räumliche Lage und Periodenabhängigkeit von magnetischen Variationsanomalien überschlägig nachzuweisen, bzw. zu bestimmen.

Das Verfahren ist zuerst wohl von Parkinson (1959,1962) und von Wiese (1962) angewandt worden, in jeweils etwas anderer Ausführung. Grundbeobachtung ist, daß die magnetischen Störvektoren eines bestimmten Periodenbereiches an einem Ort fast immer annähernd in einer ortsfesten Ebene durch den Ursprung liegen (Parkinson) oder, was dasselbe ist, daß Z linear von den beiden horizontalen Störkomponenten abhängt (Wiese). Parkinson kennzeichnet die Vorzugsebene durch die Horizontalprojektion ihres abwärts zeigenden Normalvektors, den Horizontalvektor $\mathfrak{a}$; Wiese faßt die beiden Koeffizienten seiner linearen Beziehung zu einem "Horizontalvektor" $\mathfrak{b}$ zusammen. Beide geben graphische Methoden, die einmal die Erfüllung der Grundbeziehung testen und gleichzeitig aus einer Menge gemessener Störvektoren oder Differenzen von Störvektoren diese "Vektoren" zu berechnen gestatten.
Bedeutung der "Vektoren" $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$:

$\mathfrak{a}$ zeigt in Gegenrichtung des Fallens der Vorzugsebene;
$\mathfrak{b}$ zeigt in Richtung derjenigen Horizontalkomponente, von der Z positiv linear abhängt; von der dazu senkrechten Horizontalkomponente ist Z unabhängig.

$\mathfrak{a}$ zeigt entgegengesetzt zu $\mathfrak{b}$.

$|\mathfrak{a}| = \sin \vartheta$, ϑ Fallwinkel der Vorzugsebene.

$|\mathfrak{b}| = \frac{Z}{H_Z}$, wo H_Z diejenige Horizontalkomponente bedeutet, von der Z allein abhängt.

Zusammenhang zwischen a und b:

$$a = -\frac{b}{\sqrt{1+b^2}}$$

a und b hängen vom Ort und von der Periode ab. Wo sie verschwinden, hat man im betreffenden Periodenbereich nahezu keine Z-Variationen (außer etwa während magnetischer Stürme). $|b|$ erreicht Werte, die im allgemeinen etwas unter 1 liegen. Für $|b| = 1$ ist $|a|$ etwa $= 0{,}7$.

Jaeschke hat bei seiner Pulsationsuntersuchung Wieses Verfahren angewandt, mit einem Unterschied in der Ausführung: Während Wiese jeder Störung normalerweise nur eine einzige Störvektordifferenz entnahm, nämlich diejenige zwischen benachbarten Z-Extrema, verwandte Jaeschke die Störvektoren einer einzigen Störung in kleinen, etwa äquidistanten Zeitabständen. Während Wiese also viele Störungen zur b-Bestimmung benötigt, kommt Jaeschke wenigstens im Grundsatz schon mit einer einzigen Störung aus, falls nur ihr Horizontalvektor einen genügend großen Azimutbereich überstreicht.

b hat gegenüber a wohl folgende Vorteile:

1. b läßt sich graphisch einfacher bestimmen (beste Gerade in der Ebene statt bester Großkreis auf der Kugel), wenigstens solange man sich an Parkinson hält.
2. $|b|$ gibt direkt das Verhältnis von Z zur Horizontalkomponente, von der Z allein abhängt.
3. b zeigt in die Richtung, die positiv maximale Ausschläge in Z bewirkt.

Die Möglichkeit des Testens der oben angedeuteten Grundbeziehung entfällt zunächst, wenn man rein harmonische Störungen verwendet (z.B. bei sin-förmigen Pulsationen; oder nach Herausfilterung einer Harmonischen) ; denn der Störvektor einer harmonischen Störung liegt immer in einer Ebene im Raum. Formal kann man also immer ein b bestimmen; etwa durch Darstellung der drei Störkomponenten in einer Periodenuhr (s. Fig. 1, S. 69). Hier wird der Vektor Z als Linearkombination der Vektoren X_1 und X_2 dargestellt, was immer möglich ist, falls X_1 und X_2 nicht parallel sind. Hat Z dieselbe Phase ($\pm$ 180°) wie X_1, so ist $b_2=0$ usw..

Analytisch:

$$b_1 = \frac{c_3}{c_1} \cdot \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$b_2 = \frac{c_3}{c_2} \cdot \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Nach diesen Formeln berechnet man $\mathfrak{b}$ direkt aus den Phasendifferenzen und Amplitudenverhältnissen.

Um auch bei Verwendung harmonischer Störungen zu sehen, ob eine ortsfeste Linearbeziehung zwischen den drei Komponenten allgemein gilt, wird man $\mathfrak{b}$ für viele solcher harmonischen Störungen mit möglichst unterschiedlichen Polarisationsverhältnissen des Horizontalvektors bestimmen. Falls sich dann immer etwa dasselbe $\mathfrak{b}$ ergibt, kann man dieses als eine für den betreffenden Ort charakteristische Größe ansehen.

Es soll nun kurz eine etwas allgemeinere Ableitung der Grundbeziehung

$$Z = b_1 X_1 + b_2 X_2$$

gegeben werden, als sie bisher vorliegt (Wiese 1962).

Wir machen zwei Voraussetzungen:

1. Das induzierende Feld $\mathfrak{F}$ ist horizontal und in jedem Augenblick homogen (es kann sich aber drehen und seine Amplitude verändern),
2. Wir haben es mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion zu tun, d.h. für die el. Leitfähigkeit sind nur die Werte 0 und ∞ zugelassen.

ad 1.: Die "normale" Kompensation der äußeren Z-Variationen ist vorwiegend einer Fernwirkung von induzierten Strömen zuzuschreiben, - anders als bei den Horizontalkomponenten -, so daß wir sie, da wir nur ein begrenztes Gebiet ins Auge fassen wollen, außer acht lassen müssen und dürfen. Inhomogenitäten des äußeren Feldes sind im allgemeinen zu vernachlässigen.

ad 2.: Falls die Leitfähigkeit in der Natur so groß ist, daß die induzierten Ströme ein merkliches Magnetfeld besitzen (mit dem induzierenden vergleichbar), hat man es beinahe schon mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion zu tun; ansonsten darf man näherungsweise $\sigma = 0$ setzen.

Nun kann man das Induktionsproblem so formulieren: In jedem Augenblick wird ein System von Strömen gesucht, die an den Grenzflächen, an denen σ von 0 auf ∞ springt, fließen. Das Magnetfeld $\mathfrak{F}_i$ dieser Ströme muß da, wo $\sigma = \infty$ ist, $\mathfrak{F}_e$ gerade kompensieren.

Spaltet man nun $\mathfrak{F}_e$ in seine beiden Komponenten in x_1- und x_2-Richtung auf, so erhält man jeweils ein induziertes Feld $\mathfrak{F}_{ik}$, das der betreffenden Komponente X_{ke} proportional ist, und zwar in jedem Augenblick mit einem nur noch vom Ort abhängigen, vektoriellen "Proportionalitätsfaktor" $\mathfrak{F}_{iko}$:

$$\mathfrak{F}_e(t) = \left\{X_{1e}(t),\ X_{2e}(t),\ 0\right\}$$

$$\mathfrak{F}_i(\mathfrak{r},t) = \mathfrak{F}_{i1}(\mathfrak{r},t) + \mathfrak{F}_{i2}(\mathfrak{r},t)$$

$$\mathfrak{F}_{ik}(\mathfrak{r},t) = \mathfrak{F}_{iko}(\mathfrak{r}) \cdot X_{ke}(t) \quad , \ k=1,2;$$

$$\mathfrak{F}_{iko}(\mathfrak{r}) = \left\{ c_{k1}(\mathfrak{r}),\ c_{k2}(\mathfrak{r}),\ c_{k3}(\mathfrak{r}) \right\}.$$

Das Gesamtfeld mit den Komponenten X_i setzt sich zusammen

$$\mathfrak{F}(\mathfrak{r},t) = \left\{X_1,\ X_2,\ X_3\right\} = \mathfrak{F}_e(t) + \mathfrak{F}_i(\mathfrak{r},t) \ ;$$

unter Berücksichtigung obiger Beziehungen also in Komponenten

$$\begin{aligned}
X_1(\mathfrak{r},t) &= (1 + c_{11})\, X_{1e}(t) + c_{21} \cdot X_{2e}(t) \\
X_2(\mathfrak{r},t) &= c_{12} \cdot X_{1e}(t) + (1 + c_{22})\, X_{2e}(t) \\
X_3(\mathfrak{r},t) &= c_{13} \cdot X_{1e}(t) + c_{23} \cdot X_{2e}(t)
\end{aligned}$$

mit $c_{jk}(\mathfrak{r})$. Mit Hilfe der ersten beiden dieser Gleichungen lassen sich die X_{ke} durch die X_k linear ausdrücken:

$$X_{1e}(t) = d_{11}X_1(\mathfrak{r},t) + d_{12}X_2(\mathfrak{r},t),$$

$$X_{2e}(t) = d_{21}X_1(\mathfrak{r},t) + d_{22}X_2(\mathfrak{r},t),$$

mit $d_{jk}(\mathfrak{r})$. Wegen $X_3 \equiv Z$ liefert dann die dritte Gleichung die gesuchte Beziehung

$$Z(\mathfrak{r},t) = b_1(\mathfrak{r})\, X_1(\mathfrak{r},t) + b_2(\mathfrak{r})\, X_2(\mathfrak{r},t)$$

Da man die tatsächliche Leitfähigkeitsverteilung je nach Periode des induzierenden Feldes durch verschiedene Grenzflächen der genannten Art annähern muß, werden die ortsabhängigen Koeffizienten b_j (der "Vektor" $\mathfrak{b}$) auch periodenabhängig.

Im allgemeinen werden die Vektoren $\mathfrak{b}$ in ihrer Verteilung über die Erdoberfläche keine Symmetrien zeigen. Das ist allerdings der Fall, wenn man es mit einer längserstreckten Leitfähigkeitsverteilung, etwa in x_2-Richtung, zu tun hat:

$$\sigma(x_1, z)$$

Wir rechnen wieder mit dem Fall vollkommener Selbstinduktion, nähern σ also überall entweder durch den Wert 0 oder ∞ an.

$X_2(\mathfrak{w}, t)$ ist dann homogen. Denn X_{2e} bewirkt nur Ströme in x_1-z-Ebenen, die nicht von x_2 abhängen. Solche Ströme

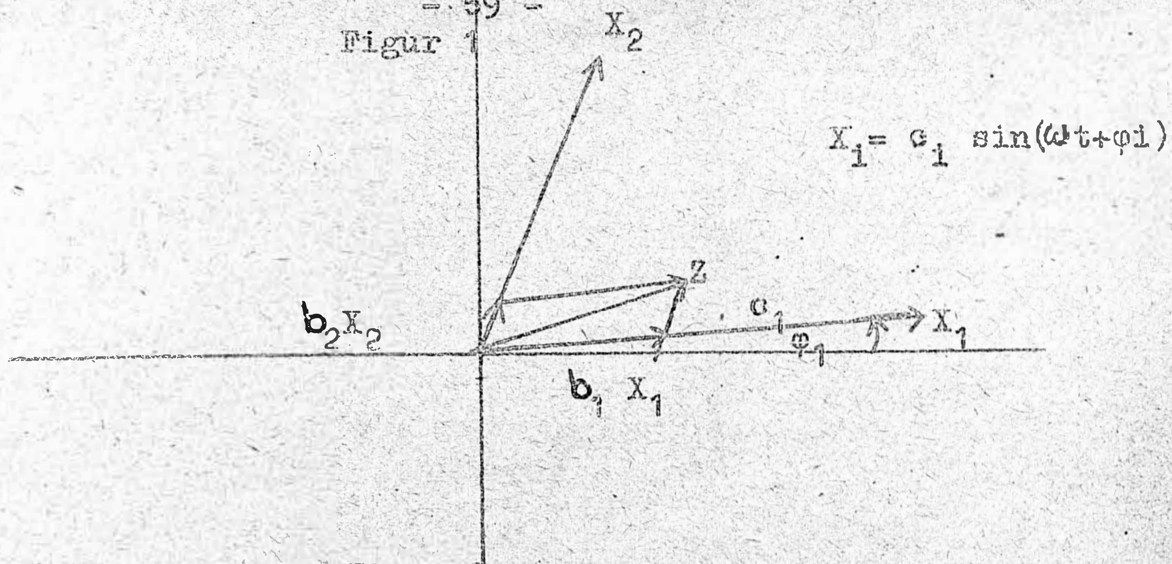
$$j = \left\{ j_1(x_1, z),\ 0,\ j_2(x_1, z) \right\}$$

aber, die in Wirklichkeit zum Beispiel wie in der Figur 2 (s.S. 69) aussehen können (links Viertelraum hoher, rechts niedriger Leitfähigkeit), erzeugen auf ihren beiden Seiten (hier oben und unten) jeweils nur ein homogenes Feld in x_2-Richtung, wie sich leicht zeigen läßt. X_{1e} aber erzeugt nur Ströme in x_2-Richtung, die natürlich keine X_2-Komponente besitzen. Man sieht: Bei einer längserstreckten Leitfähigkeitsanomalie erzeugt die induzierende Feldkomponente parallel zum Streichen zwar keine magnetische Anomalie, wohl aber eine Stromdrängung, d.h. eine Stromanomalie.

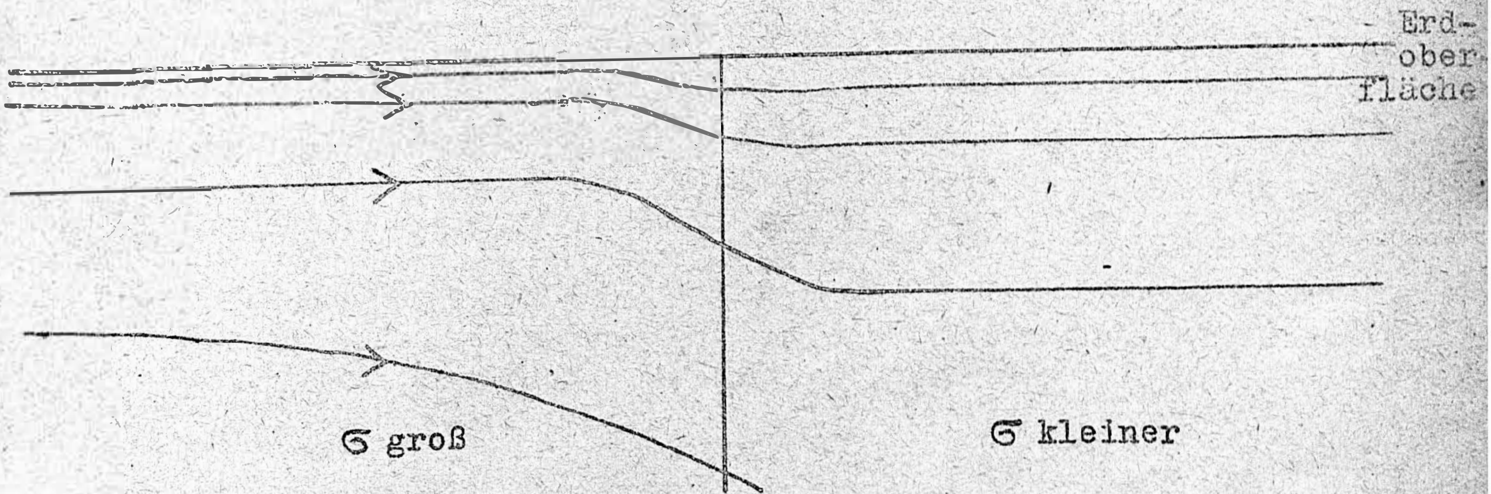
b_2 ist demgemäß überall 0, d.h. der "Vektor" $\mathfrak{b}$ steht überall senkrecht auf der Streichrichtung der Leitfähigkeitsanomalie.

Falls man nicht mit vollkommener Selbstinduktion rechnen darf, gilt das im Allgemeinfall nicht mehr. Denn dann wird Z nicht mehr mit X_1 (Streichrichtung weiterhin in x_2-Richtung angenommen) in Phase sein. Je nach Phase von X_2 wird man Z also mehr oder weniger X_2 zuschreiben. Wie man für harmonische Störungen in der Periodenuhr sieht, kann b_2 wesentlich kleiner werden als b_1, wenn nämlich die Phase zwischen X_2 und Z wesentlich kleiner ist als diejenige zwischen X_1 und Z, oder wenn die Amplitude von X_2 wesentlich kleiner ist als die von X_1. $\mathfrak{b}$ kann also unter Umständen parallel zum Streichen der Leitfähigkeitsanomalie gerichtet sein.
Fig. 3 (s.S. 69)
Daß Vorsicht am Platze ist, sieht man hier an der starken Streuung der aus verschiedenen Störungen erhaltenen $\mathfrak{b}$-"Vektoren". Weiter ist, wie schon erwähnt, immer dann, wenn Z nicht mit X_1 in Phase ist, Z auch klein gegen X_1 und im allgemeinen auch klein gegen X_2. Man wird auch aus diesem Grunde bei der Verwendung kleiner $\mathfrak{b}$ vorsichtig sein.

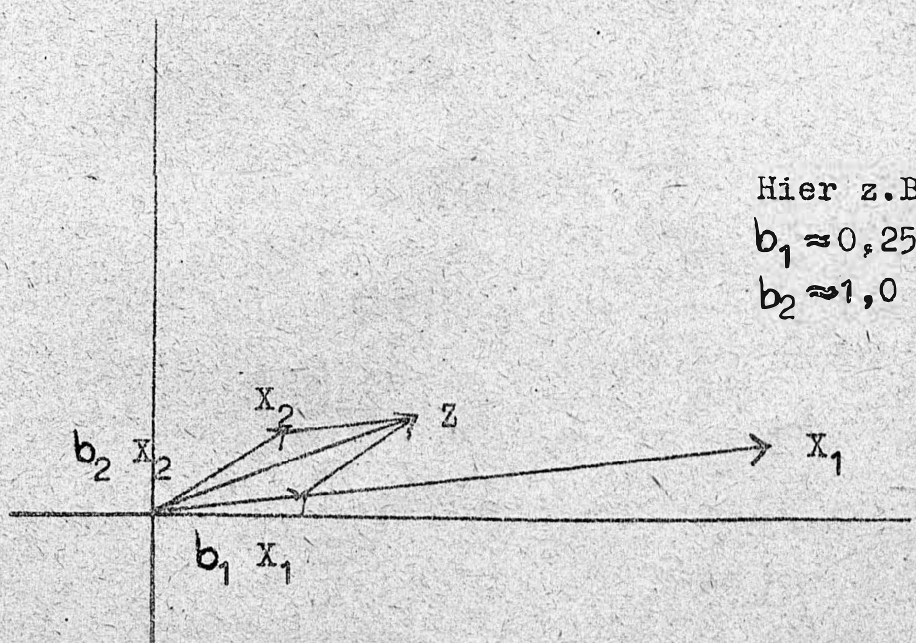
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Hier z.B.
$b_1 \approx 0{,}25$
$b_2 \approx 1{,}0$