

Lokale 1D-Interpretation von Übertragungsfunktionen der B-Polarisation1. Einleitung

In diesem Beitrag soll anhand einfachster Beispiele die Frage untersucht werden, ob eine - exakte - MT-Sondierungskurve, die von einer mehrdimensionalen Widerstandsstruktur stammt, auch durch eine eindimensionale Widerstandsverteilung interpretierbar ist, oder ob zwischen eindimensionalen und mehrdimensionalen Sondierungskurven prinzipielle qualitative Unterschiede bestehen, so daß nur eine *approximative* eindimensionale Interpretation möglich ist. Diese Untersuchung erfordert, daß die Übertragungsfunktionen in *analytischer* Gestalt vorliegen. Wenn man von einigen Dünnschichtmodellen der E-Polarisation absieht, ist dies derzeit jedoch nur für einfache Modelle der B-Polarisation möglich, so daß wir uns hier auf diese Modellklasse beschränken wollen. Sind Übertragungsfunktionen für einen Satz von Frequenzen numerisch vorgegeben, so läßt sich mit Hilfe der bekannten 1D-Kriterien für diskrete Frequenzen [Weidelt 1986, Yee & Paulson 1988b] testen, ob für die gegebenen Daten ein 1D-Modell existiert. Damit ist aber noch nicht gesichert, ob die eindimensionale Interpretierbarkeit bei Verdichtung der Frequenzen erhalten bleibt.

Wegen der notwendigen Beschränkung auf analytisch vorgegebene Übertragungsfunktionen hat die vorliegende Untersuchung nur theoretische Bedeutung: Sie wirft etwas Licht auf die i.a. nur schwer erschließbaren Frequenzcharakteristiken mehrdimensionaler Leiter indem sie zeigt, daß B-Polarisations-Übertragungsfunktionen in einigen Fällen exakt eindimensional interpretierbar sind. Daraus muß man für die Praxis den Schluß ziehen, daß eine sehr gute eindimensionale Interpretierbarkeit einer Polarisation noch nicht Eindimensionalität impliziert. Da meist Informationen über B- und E-Polarisation vorliegen, wird man bei Verschiedenheit der Polarisationen allerdings auch schon von vornherein keinen 1D-Leiter annehmen.

2. Grundgleichungen

Wir betrachten ein zweidimensionales Widerstandsmodell $\varrho(y, z)$, in dem also die Streichrichtung in x -Richtung liegt. Die B-Polarisation hat die drei Feldkomponenten E_y, E_z und B_x , wobei B_x im Lufthalbraum $z \leq 0$ unterhalb der Quellen konstant ist, $B_x(y, z) = B_0$. Die magnetotellurische Übertragungsfunktion für die Frequenz ω ist gegeben durch

$$c(y, \omega) := -\frac{E_y(y, z=0, \omega)}{i\omega B_0(\omega)}. \quad (1)$$

Ist die analytische Darstellung von $c(y, \omega)$ bekannt, so kann man $c(y, \omega)$ durch seine Spektralfunktion $a(y, \lambda)$ darstellen,

$$c(y, \omega) = a_0(y) + \int_0^\infty \frac{a(y, \lambda)d\lambda}{\lambda + i\omega}, \quad (2)$$

wobei $a(y, \lambda)$ gegeben ist durch

$$a(y, \lambda) = -\frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \Im[c(y, i\lambda + \epsilon)]. \quad (3)$$

Notwendig und hinreichend für die Existenz eines 1D-Modells sind dann die Bedingungen [Parker 1980, Yee & Paulson 1988a]

$$a_0 \geq 0, \quad a(\lambda) \geq 0. \quad (4)$$

Zur Veranschaulichung drei Beispiele:

- Homogener Halbraum mit dem spezifischen Widerstand ϱ

$$c(\omega) = \sqrt{\frac{\varrho}{i\omega\mu_0}}, \quad a_0 = 0, \quad a(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\varrho}{\lambda\mu_0}}$$

- Dünne Schicht mit Leitwert τ in der Tiefe h

$$c(\omega) = h + \frac{1}{i\omega\mu_0\tau}, \quad a_0 = h, \quad a(\lambda) = \frac{1}{\mu_0\tau} \delta(\lambda)$$

- Dünne Oberflächenschicht mit Leitwert τ und idealer Leiter in der Tiefe h

$$c(\omega) = \frac{h}{1 + i\omega\mu_0\tau h}, \quad a_0 = 0, \quad a(\lambda) = \frac{1}{\mu_0\tau} \delta(\lambda - \lambda_0), \quad \lambda_0 = \frac{1}{\mu_0\tau h}$$

Das im Leiter induzierte Feld läßt sich physikalisch anschaulich auch durch eine Superposition der Moden des freien Zerfalls

$$B_n(y, z, t) = f_n(y, z) \exp(-\lambda_n t)$$

des magnetischen Feldes darstellen. Dabei steht n zur Vereinfachung der Notation symbolisch für alle möglichen Quantenzahlen; das Spektrum für einen unendlich ausgedehnten Leiter ist außerdem kontinuierlich. Ohne hier auf Einzelheiten einzugehen seien nur die wichtigsten Beziehungen genannt:

Die Moden $f_n(y, z)$ des freien Feldzerfalls mit der Zerfallskonstante λ_n sind definiert durch

$$\nabla \cdot [\varrho \nabla f_n] + \lambda_n \mu_0 f_n = 0, \quad z \geq 0, \quad f_n(y, 0) = 0, \quad (5)$$

$$\int_{z \geq 0} f_n(y, z) f_{n'}^*(y, z) dy dz = \delta_{nn'} \quad (6)$$

und es gilt

$$c(y, \omega) = \sum_n \frac{a_n(y)}{\lambda_n + i\omega}, \quad (7)$$

$$a_n(y) = \lambda_n g_n(y) \int_{-\infty}^{+\infty} g_n^*(\eta) d\eta, \quad (8)$$

$$g_n(y) = \frac{\varrho(y, 0)}{\lambda_n \mu_0} \cdot \frac{\partial f_n(y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (9)$$

Ist speziell $\rho(y, z)$ für $z \geq 0$ nicht von z abhängig, $\rho(y, z) = \rho(y)$, so wird die z -Abhängigkeit von $f_n(y, z)$ wegen $f_n(y, 0) = 0$ durch $\sin(vz)$ beschrieben, wobei die vertikale Quantenzahl v beliebige positive Werte annehmen kann. Es gilt dann

$$f_n(y, z) = \phi_n(y) \sin vz$$

und deshalb

$$g_n(y) = \frac{v\rho(y)}{\lambda_n\mu_o} \cdot \phi_n(y), \quad (10)$$

$$\frac{d}{dy} \rho \frac{d\phi_n}{dy} + (\lambda_n\mu_o - v^2\rho)\phi_n = 0. \quad (11)$$

Die Größe $a_n(y)$ entspricht der Spektralfunktion $a(y, \lambda)$. Aus der Beziehung (8) ist ersichtlich, daß nicht notwendig $a_n(y) \geq 0$. Jedoch sind genügend stark horizontal gemittelte B-Polarisations-Übertragungsfunktionen eindimensional interpretierbar, da gilt

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} a_n(y) dy = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\lambda_n}{2L} \int_{-L}^{+L} g_n(y) dy \int_{-\infty}^{+\infty} g_n^*(\eta) d\eta \geq 0.$$

Zur Veranschaulichung der Modendarstellung sei als einfachstes Beispiel wieder der homogene Halbraum mit dem spezifischen Widerstand ρ betrachtet. Das Eigenwertproblem (5) und (6) hat die normierte Lösung

$$f_n(y, z) = f_{uv}(y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{iuy} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(vz) = \frac{1}{\pi} e^{iuy} \sin(vz),$$

$$\lambda_n = \lambda_{uv} = \rho(u^2 + v^2)/\mu_o, \quad -\infty < u < +\infty, \quad 0 \leq v \leq \infty,$$

so daß

$$\int_{z \geq 0} f_{uv}(y, z) f_{u'v'}^*(y, z) dy dz = \delta(u - u') \delta(v - v')$$

und

$$g_{uv}(y) = \frac{\rho v}{\mu_o \lambda_{uv} \pi} e^{iuy}, \quad a_{uv} = \frac{2\rho}{\mu_o \pi} \delta(u),$$

$$c(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \int_0^{\infty} dv \frac{a_{uv}}{\lambda_{uv} + i\omega} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dv}{v^2 + i\omega\mu_o/\rho} = \sqrt{\frac{\rho}{i\omega\mu_o}}.$$

Wegen der Homogenität des Leiters liefert nur die horizontale Wellenzahl $u = 0$ einen Beitrag.

3 Das Viertelraum-Modell

Das einfachste B-Polarisationsmodell sind zwei Viertelräume mit $\rho = \rho_1$ in $y < 0$ und $\rho = \rho_2$ in $y > 0$. Die Viertelräume reichen in vertikaler Richtung bis $z = \infty$. Die zugehörige Lösung wurde erstmals von d'Erceville & Kunetz [1962] angegeben:

$$c(y, \omega) = \frac{1}{k_1} + \frac{2}{\pi} (\rho_1 - \rho_2) \int_0^{\infty} \frac{s^2 e^{-\alpha_1 |y|} ds}{\alpha_1^2 \alpha_2 (\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2)}, \quad y < 0 \quad (12)$$

$$c(y, \omega) = \frac{1}{k_2} - \frac{2}{\pi} (\rho_1 - \rho_2) \int_0^{\infty} \frac{s^2 e^{-\alpha_2 y} ds}{\alpha_1 \alpha_2^2 (\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2)}, \quad y > 0 \quad (13)$$

mit

$$k_m^2 = i\omega\mu_o/\varrho_m, \quad \alpha_m^2 = s^2 + k_m^2, \quad m = 1, 2.$$

Die Spektralfunktion $a(y, \lambda)$ läßt sich am einfachsten dadurch abschätzen, daß man nach Ersetzen von $\omega = i\lambda$ gemäß (3) den Integrationsweg in der s -Ebene um $\pi/2$ gegen den Uhrzeigersinn dreht und setzt

$$s = it, \quad \mu_m = \sqrt{\lambda\mu_o/\varrho_m}, \quad \alpha_m = i\beta_m, \quad \beta_m = \sqrt{t^2 + \mu_m^2}. \quad (14)$$

Dann ergibt sich etwa für $y > 0$

$$\pi a(y, \lambda) = \frac{1}{\mu_2} - \frac{2}{\pi}(\varrho_1 - \varrho_2) \int_0^\infty \frac{t^2 \cos(\beta_2 y) dt}{\beta_1 \beta_2^2 (\beta_1 \varrho_1 + \beta_2 \varrho_2)}. \quad (15)$$

Nun ist

$$\frac{t^2 |\cos(\beta_2 y)|}{\beta_1 (\beta_1 \varrho_1 + \beta_2 \varrho_2)} \leq \frac{t^2}{\beta_1 (\beta_1 \varrho_1 + \beta_2 \varrho_2)} \leq \frac{1}{\varrho_1 + \varrho_2},$$

so daß

$$\pi a(y, \lambda) \geq \frac{1}{\mu_2} - \frac{|\varrho_1 - \varrho_2|}{\varrho_1 + \varrho_2} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dt}{\beta_2^2} = \frac{1}{\mu_2} \left(1 - \frac{|\varrho_1 - \varrho_2|}{\varrho_1 + \varrho_2} \right) > 0$$

und allgemein

$$\pi \mu_m a(y, \lambda) \geq 1 - \frac{|\varrho_1 - \varrho_2|}{\varrho_1 + \varrho_2} > 0,$$

mit $m = 1$ für $y < 0$ und $m = 2$ für $y > 0$.

Als Folge davon können die Viertelraum-Sondierungskurven der B-Polarisation an jedem Punkt und für *jeden* Widerstandscontrast durch 1D-Modelle interpretiert werden.

Den Verlauf von $a(y, \lambda)$ über einem guten und schlechten Leiter zeigt Abb. 1.

4 Rekonstruktion der 1D-Widerstandsverteilung aus der Spektralfunktion

Da der Viertelraum eindimensional interpretierbar ist, wollen wir in diesem Abschnitt diese 1D-Verteilung zu bestimmen versuchen. Bei Kenntnis der Spektralfunktion gibt es mehrere Verfahren zur Berechnung von $\varrho(z)$. Zwei davon, nämlich die Methoden von Gopinath & Sondhi und Gel'fand & Levitan, werden im folgenden erläutert.

Aus dem Verhalten von $c(\omega)$ für hohe Frequenzen sei

$$\varrho(0) =: \varrho_o$$

bekannt. Dann werden mit λ eine Wellenzahl μ und mit $\varrho(z)$ eine Tiefenkoordinate x definiert durch

$$\mu := \sqrt{\lambda\mu_o/\varrho_o}, \quad x := \int_0^z \sqrt{\varrho_o/\varrho(t)} dt. \quad (16)$$

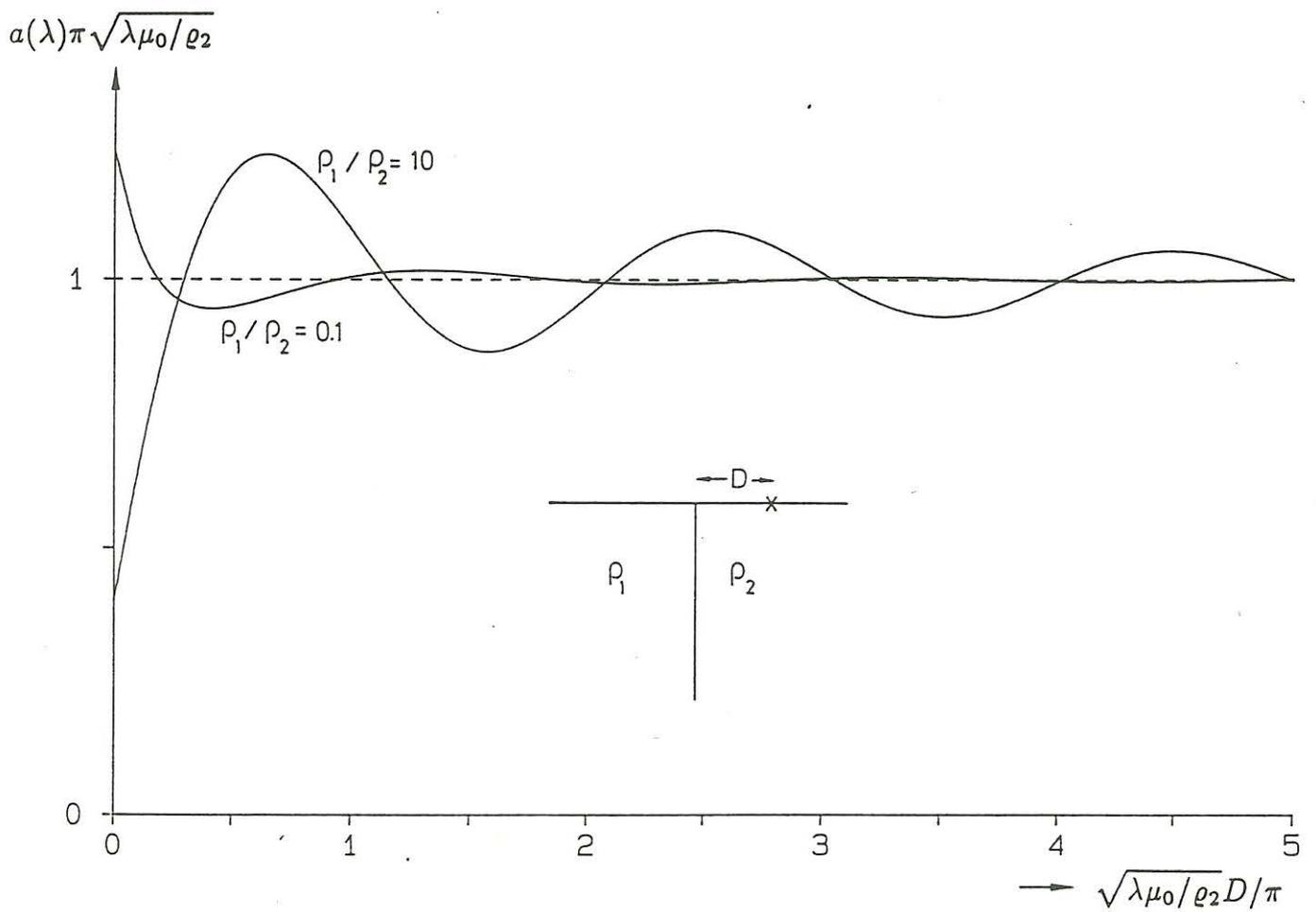


Abbildung 1: Die Spektralfunktion bei $y = D$ (Viertelraum ρ_2). Die Ordinate ist $\pi\mu_2a(\lambda)$ [s. Gl. (15)], für $\lambda \rightarrow \infty$ wird der Grenzwert 1 erreicht. Oszillationen um den Grenzwert mit der Periode 2, allerdings über dem hochohmigen Viertelraum nur schwach ausgeprägt.

Die Rekonstruktion von $\rho(z)$ geschieht in zwei Stufen.

Stufe 1: Fouriertransformation von $\tilde{a}(\mu) = a(\lambda)$ zur Bestimmung der Kernfunktion $B(x)$

$$B(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [1 - \pi \mu \tilde{a}(\mu)] \cos \mu x d\mu \quad (17)$$

Step 2: Lösung einer linearen Integralgleichung mit dem Kern $B(x)$

a) Gopinath & Sondhi (Whittall & Oldenburg 1986)

$$F(x, y) = 1 + \int_{-x}^{+x} F(x, t) B(|y - t|) dt, \quad |y| \leq x \quad (18)$$

$$\tilde{\rho}(x) = \rho_0 / F^4(x, x) \quad (19)$$

b) Gel'fand & Levitan (Weidelt 1972)

$$A(x, y) = B(x + y) + \int_{-x}^{+x} A(x, t) [B(y + t) - B(y - t)] dt, \quad |y| \leq x \quad (20)$$

$$\tilde{\rho}(x) = \rho_0 / [1 + \int_{-x}^{+x} A(x, t) dt]^4 \quad (21)$$

$$z(x) = [x + \int_{-x}^{+x} A(x, t) t dt] / [1 + \int_{-x}^{+x} A(x, t) dt] \quad (22)$$

Mit x als Parameter werden die linearen Integralgleichungen (18) bzw. (20) gelöst und damit nach (19) bzw. (21) die Widerstandsverteilung $\tilde{\rho}(x) [= \rho(z)]$ bezüglich der verzerrten Tiefenkoordinate x bestimmt. Die wahre Tiefe z erhält man dann aus

$$dz = \sqrt{\frac{\tilde{\rho}(x)}{\rho_0}} dx$$

bzw. im Fall der Gel'fand-Levitan-Methode auch durch (22).

Stammt die Viertelraum-Sondierungskurve vom Punkt $y = D > 0$, so ist nach (14) und (16) $\mu = \mu_2$. Die Inversion von (17) mit (15) ergibt dann

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [1 - \pi \mu \tilde{a}(\mu)] &= \int_0^{\infty} B(x) \cos(\mu x) dx \\ &= \frac{\mu}{\pi} (\rho_1 - \rho_2) \int_0^{\infty} \frac{t^2 \cos(\beta_2 D) dt}{\beta_1 \beta_2^2 (\beta_1 \rho_1 + \beta_2 \rho_2)} \\ &= \frac{1-r}{\pi} \int_D^{\infty} \frac{D \sqrt{x^2 - D^2} \cos(\mu x) dx}{x \sqrt{x^2 + (r-1)D^2} [rx + \sqrt{x^2 + (r-1)D^2}]} \end{aligned}$$

Im letzten Schritt wurde die Integrationsvariable t durch x substituiert,

$$\beta_2 D = \mu x, \quad \text{d.h.,} \quad t = \mu \sqrt{x^2 - D^2} / D,$$

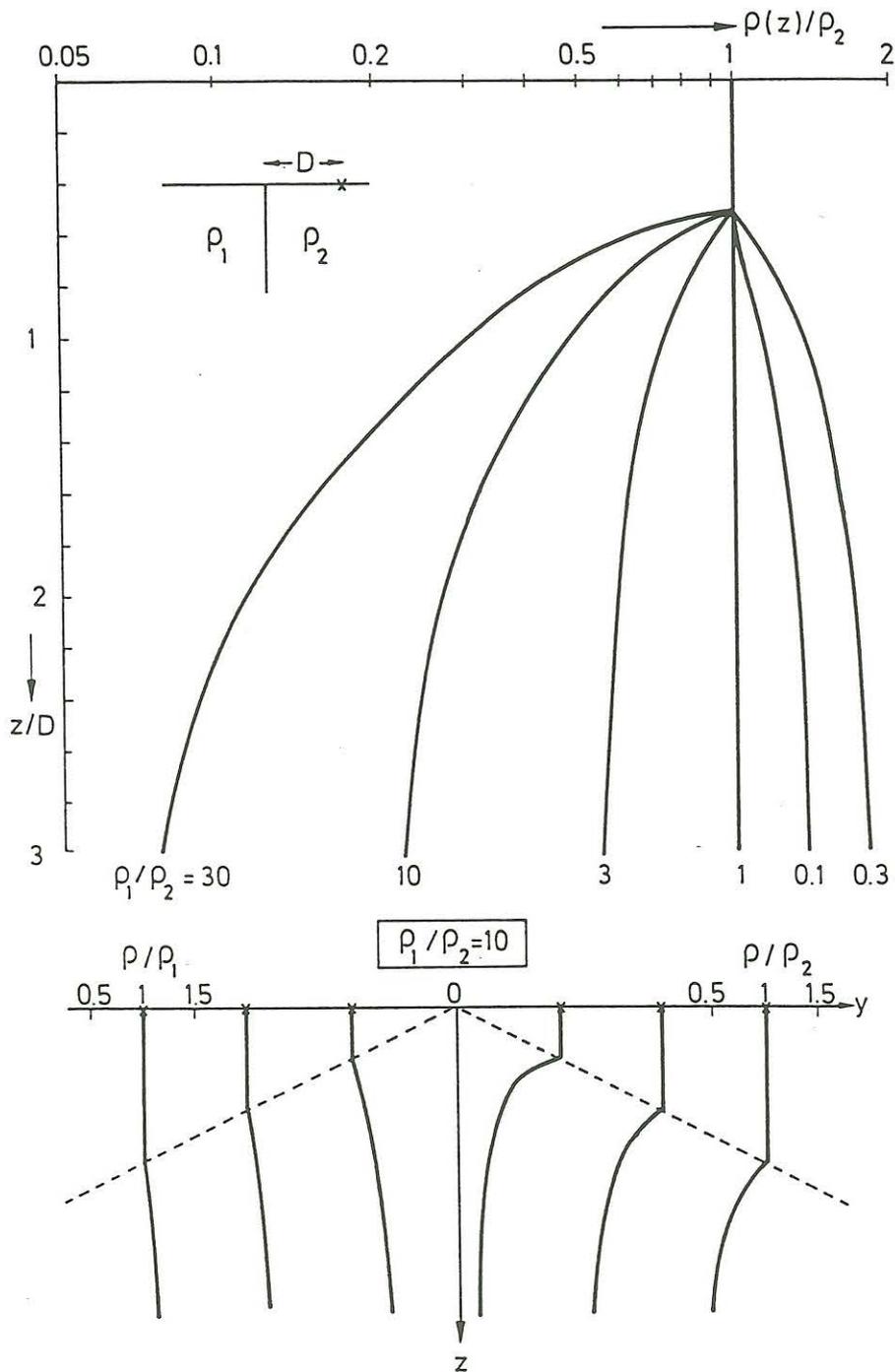


Abbildung 2: Die Übertragungsfunktionen von zwei Viertelräumen in eindimensionaler Interpretation. Oben: Die normierten Widerstandsprofile unter einem Punkt im Viertelraum ρ_2 im Abstand D von der Diskontinuität für verschiedene Widerstandsverhältnisse ρ_1/ρ_2 . Im Tiefenbereich $0 \leq z \leq D/2$ erhält man den wahren Widerstand ρ_2 . Darunter ist die Widerstandsvariation *gegenläufig* zum Widerstand im angrenzenden Viertelraum: $\rho(z)$ nimmt mit der Tiefe ab (zu), wenn ρ_2 größer (kleiner) als ρ_1 ist. Die Abhängigkeit von dem Widerstand im angrenzenden Viertelraum ist größer für Beobachtungen auf dem niederohmigen Viertelraum. Unten: Widerstandsprofile beidseits der Diskontinuität für Punkte in unterschiedlichem Abstand ($\rho_1/\rho_2 = 10$).

und von der Abkürzung

$$r := \varrho_2/\varrho_1$$

Gebrauch gemacht. Der Vergleich des ersten und dritten Integrals liefert $B(x)$. Dabei ergibt sich insbesondere $B(x) = 0$ für $0 \leq x \leq D$, so daß mit (18) oder (20) folgt

$$\varrho(z) = \varrho_m \text{ für } 0 \leq z \leq D/2,$$

d.h. bis zur Tiefe des halben Abstandes von der Diskontinuität erhält man den wahren Widerstandswert. Darunter werden Widerstände angenommen, die entweder unter dem kleineren oder über dem größeren Viertelraumwiderstand liegen (s. Abb. 2).

5 Das Dyke-Modell

Die beim einfachen Viertelraum-Modell gesammelten Erfahrungen können leider nicht auf kompliziertere Modelle übertragen werden. Schon die Untersuchung des Dyke-Modells (s. Abb. 3) als nächst komplizierteres Modell ergibt, daß die eindimensionale Interpretation zwar überall möglich ist, wenn der Dyke einen höheren Widerstand als seine Umgebung aufweist, aber für Beobachtungspunkte auf dem Dyke zusammenbricht, wenn er etwa 60 mal besser leitet als seine Umgebung.

Wie bisher sei $\mu_m := \sqrt{\lambda\mu_o/\varrho_m}$, $m = 1, 2$. Abb. 3 zeigt dann wieder die normierte Spektralfunktion $\pi\mu_2 a(\lambda)$ als Funktion der normierten Zerfallskonstanten $\mu_2 D/\pi$ für einen Beobachtungspunkt in der Mitte des Dykes der Breite $2D$. Der Dyke mit dem Widerstand ϱ_2 leitet besser als seine Umgebung. Es zeigt sich, daß die Spektralfunktion für $\varrho_1/\varrho_2 < 60$ noch positiv bleibt, aber für größere Widerstandscontraste in der Umgebung von $\mu_2 D/\pi \simeq 1.5$ negative Werte annimmt, so daß eine Sondierungskurve am zentralen Punkt für diese großen Kontraste nicht mehr eindimensional interpretierbar ist und (kleine) Residuen zurückbleiben. Für nicht zentral gelegene Punkte tritt dieser Umschlag erst bei größeren Kontrasten ein.

Die Spektralfunktion des Dykes weist deutliche Spitzen auf, die bei

$$\mu_2 D/\pi \simeq n + 1/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

liegen und von Zerfallsmoden stammen, deren Energie vorwiegend im gutleitenden Dyke lokalisiert ist (s. Abschnitt 1). Aus der Eigenwertgleichung (11) kann man schließen, daß sich die Zerfallsmoden des Dykes in zwei Typen gliedern.

- $v \leq \mu_1 \leq \mu_2$: Oszillierende Felder sowohl in der schlecht leitenden Umgebung (große Wellenlänge $2\pi/\sqrt{\mu_1^2 - v^2}$) als auch im gutleitenden Dyke (kurze Wellenlänge $2\pi/\sqrt{\mu_2^2 - v^2}$);
- $\mu_1 \leq v \leq \mu_2$: Exponentiell abfallende Felder im schlechten Leiter (Skalenlänge $1/\sqrt{v^2 - \mu_1^2}$) und Oszillationen beschränkt auf den gutleitenden Dyke (Wellenlänge wie oben).

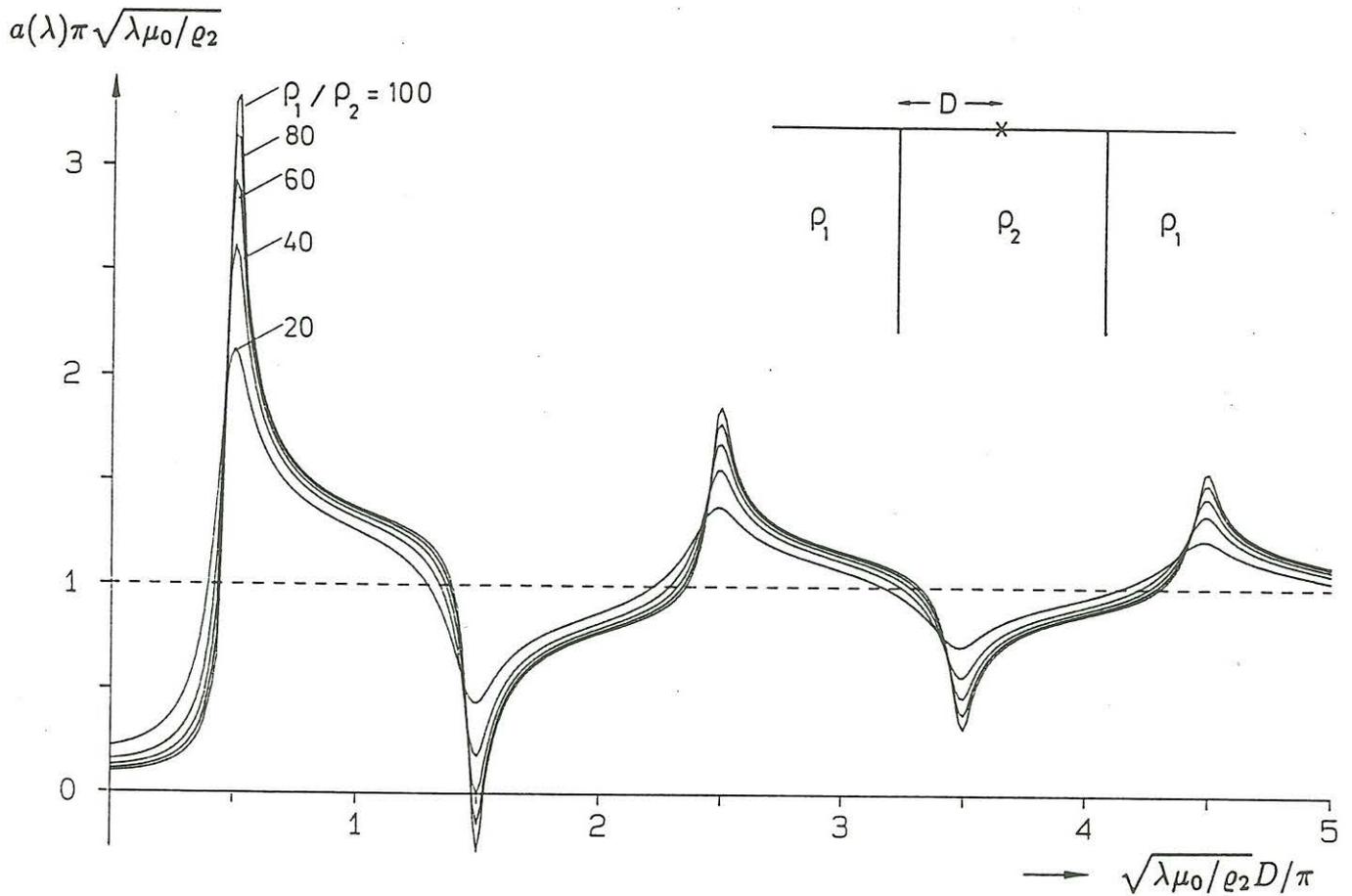


Abbildung 3: Darstellung der Spektralfunktion für einen Beobachtungspunkt auf der Mitte eines gutleitenden Dykes der Breite $2D$ für verschiedene Verhältnisse ρ_1/ρ_2 . Für $\rho_2/\rho_1 \simeq 60$ wird die Spektralfunktion negativ, so daß hier die Sondierungskurve für $\rho_1/\rho_2 > 60$ nur noch approximativ eindimensional interpretierbar ist. Die Übertragungsfunktionen eines schlechtleitenden Dykes sind überall eindimensional.

Es sind die bezüglich der Dyke-Mitte symmetrischen Modes des zweiten Typs, die sich in den Spitzen der Spektralfunktion (Abb.3) bemerkbar machen. Wenn man die Modes so polt, daß ihr Mittelwert positiv ist, so haben sie im Dyke die asymptotische Form ($y = 0$ im Zentrum)

$$(-1)^n \cos[n\pi y/D], v \rightarrow \mu_1^+ \quad \text{und} \quad (-1)^n \cos[(n + \frac{1}{2})\pi y/D], v \rightarrow \mu_2^-,$$

so daß gemäß (8) $n = 1, 3, 5, ..$ bei $y = 0$ zu den negativen Spitzen und $n = 0, 2, 4, ..$ zu den positiven Spitzen beitragen. Die aus (11) resultierende Eigenwertgleichung für die symmetrischen Modes [$\phi'(0) = 0, \phi(y)$ und $\rho\phi'(y)$ stetig bei $y = D$] lautet

$$\tan(\sqrt{\mu_2^2 - v^2}D) = \frac{\rho_1}{\rho_2} \sqrt{\frac{v^2 - \mu_1^2}{\mu_2^2 - v^2}}.$$

Nach Vorgabe der vertikalen Wellenzahl v ist dies eine Eigenwertgleichung etwa für μ_2 , da $\mu_1 = \sqrt{\rho_2/\rho_1}\mu_2$. Zu einem v gehören verschiedene Zweige. Der n -te Zweig wird angeregt, wenn v den Grenzwert v_n überschreitet, wobei

$$v_n = \mu_1, \quad \sqrt{\mu_2^2 - v_n^2}D = n\pi, \quad \text{d.h.,} \quad v_n = \frac{n\pi}{D} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1 - \rho_2}}, \quad \mu_2 = \frac{n\pi}{D} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}}.$$

Die Abb.4 zeigt einige Zerfallsmoden. Die Zahlenwerte sind die Eigenwerte μ_2 in Einheiten von π/D . Die Eigenwerte liegen nahe bei $[n+1/2]\pi/D$, wo in Abb.3 die Spitzen beobachtet werden. Die zentralen negativen Werte im Zweig $n = 1$ (zweite Mode von oben) sind verantwortlich für die negativen Werte von $a(y, \lambda)$ in der Umgebung von $\mu_2 D/\pi \simeq 1.5$. Die zu Zweigen mit höherem n gehörenden Spitzen sind zunehmend schwächer ausgeprägt (s. Abb.3), weil der Mittelwert der Moden mit wachsendem n sinkt [s. Gln. (9) und (8)].

6 Zusammenfassung und Schluß

Die Untersuchung der einfachsten B-Polarisationsmodelle auf ihre Interpretierbarkeit durch eindimensionale Leiter hat folgendes ergeben.

- Viertelräume: Für alle Beobachtungspunkte und Widerstandskontraste sind die Viertelräume eindimensional interpretierbar. Das zugehörige 1D-Modell zeigt bis zu einer Tiefe, die dem halben Abstand von der Grenzfläche entspricht, den unter dem Beobachtungspunkt herrschenden wahren spezifischen Widerstand. Darunter nimmt der Widerstand auf der niederohmigen Seite noch weiter ab und entsprechend auf der hochohmigen Seite noch weiter zu.
- Dyke: Wenn der Dyke schlecht leitet, sind alle Sondierungskurven unbeschränkt eindimensional interpretierbar. Wenn der Dyke besser leitet als seine Umgebung, ist der Punkt über dem Zentrum des Dykes am wenigsten 'eindimensional': Für Widerstandskontraste > 60 gibt es kein 1D-Modell mehr, das an diesem Punkt die Messungen exakt erklären kann. Für nicht-zentrale Punkte bleibt der 1D-Charakter für noch größere Kontraste erhalten, die Punkte außerhalb des Dykes sind stets 1D.

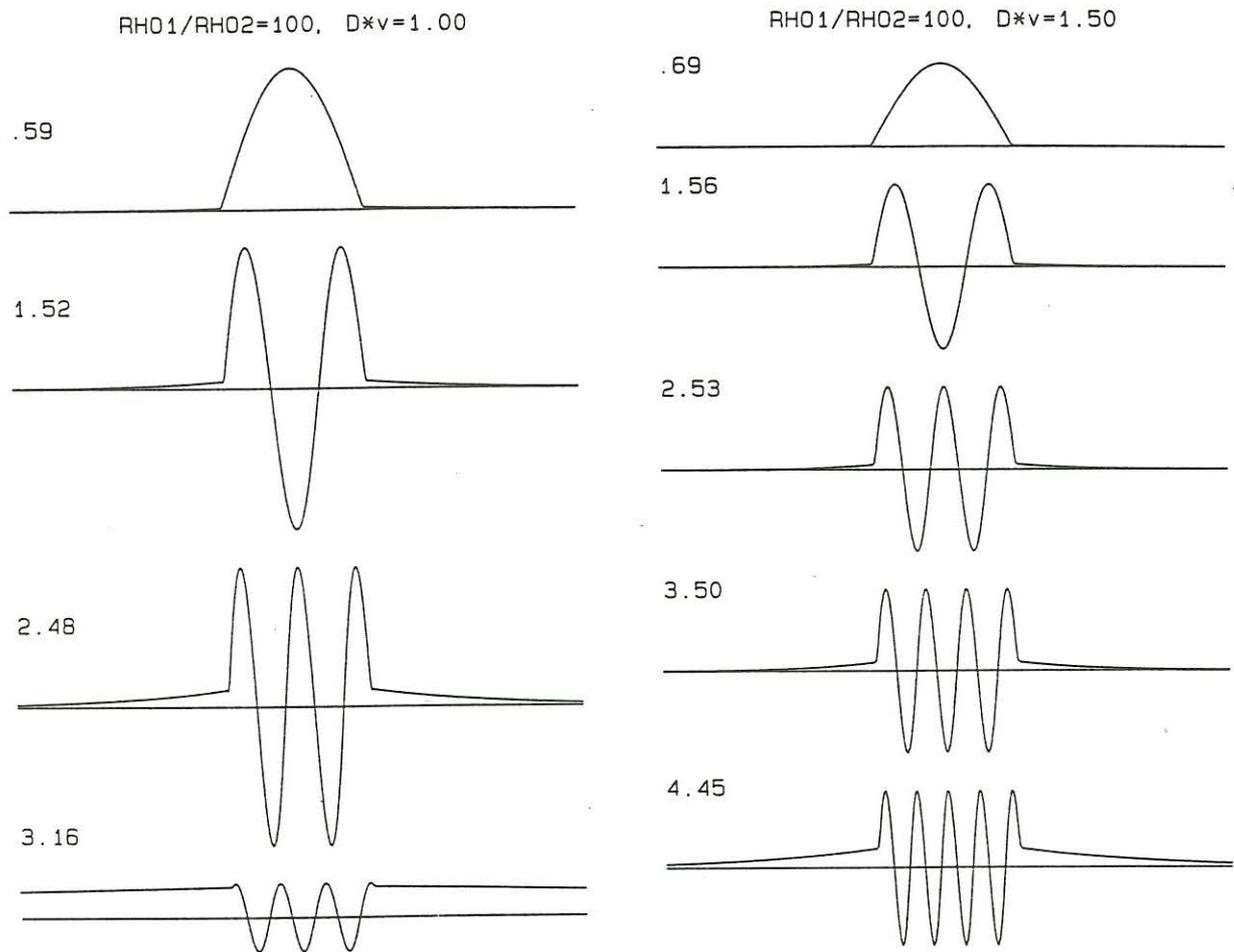


Abbildung 4: Darstellung aller angeregten Moden für $\rho_1/\rho_2=100$. Im Fall $vD=1$ sind dies die Zweige $n = 0 - 3$ (links), im Fall $vD=1.5$ die Zweige $n = 0 - 4$ (rechts). Die Zahlenwerte sind die Eigenwerte μ_2 in Einheiten von π/D . Wenn v in die Nähe der Cut-Off-Wellenzahlen $v_3 = 0.94/D$ (links), $v_4 = 1.26/D$ (rechts) gerät, verlagert sich die Energie auch in den schlechten Leiter, wo das Feld für $v < v_n$ oszillatorisch wird.

Wenn man noch in der Klasse der Widerstandsmodelle $\varrho(y, z) = \varrho(y), z \geq 0$, bleibt, und den Kontrast k definiert durch

$$k := \max_{-\infty < y < +\infty} \varrho(y) / \min_{-\infty < y < +\infty} \varrho(y),$$

so läßt sich etwa fragen, wieweit man durch Komplizierung von $\varrho(y)$ einen Maximalkontrast $k = k_{max}$ bestimmen kann, so daß für alle Modelle mit $k \leq k_{max}$ die 1D-Interpretation unbeschränkt möglich ist, aber für k infinitesimal größer als k_{max} ein Modell existiert, das an mindestens einem Punkt nicht mehr eindimensional ist.

Die bisherigen *numerischen* Versuche zur Lösung dieser Aufgabe haben gezeigt, daß $k_{max} < 15$ sein muß und daß das zugehörige Grenzmodell nach außen asymptotisch periodisch wird mit alternierenden Maximal- und Minimalwiderständen. Eine befriedigende Lösung ist jedoch noch nicht gefunden.

Wenn man von der bisher betrachteten einfachen Widerstandsverteilung $\varrho(y, z) = \varrho(y), z \geq 0$, abgeht und im einfachsten Fall ein isolierendes oder ideal leitendes Substrat einführt, so wird die Eindimensionalität schon bei den Viertelräumen (auf der niederohmigen Seite) zerstört. Allerdings zeigen numerische Experimente, daß sich der 1D-Charakter bei Einführung eines Substratums mit *endlichem* Widerstandskontrast weitgehend erhält. Die numerischen Experimente benutzen jedoch nur eine Anzahl diskreter Frequenzen und lassen nicht erkennen, wie 'eindimensional' die Struktur bei Frequenzverdichtung bleibt. Die numerischen Experimente zeigen auch, daß für die gleiche Leitfähigkeitsstruktur die Daten der B-Polarisation noch eindimensional deutbar sein können, wenn dies für die E-Polarisation schon nicht mehr gegeben ist.

7 Literatur

- d'Erceville, I. & Kunetz, G., 1962. The effect of a fault on the Earth's natural electromagnetic field, *Geophysics*, **27**, 651-665.
- Parker, R.L., 1975. The inverse problem of geomagnetic induction: existence and construction of solutions based on incomplete data, *J. Geophys. Res.*, **85**, 4421-4428.
- Weidelt, P., 1972. The inverse problem of geomagnetic induction, *Z. f. Geophys.*, **38**, 257-289.
- Weidelt, P., 1986. Discrete frequency inequalities for magnetotelluric impedances of one-dimensional conductors, *J. Geophys.*, **59**, 171-176.
- Whittall, K.P. & Oldenburg, D.W., 1986. Inversion of magnetotelluric data using a practical inverse scattering formulation, *Geophysics*, **51**, 383-395.
- Yee, E. & Paulson, K.V., 1988a. Properties of the c-response function for conductivity distributions of class S^+ , *Geophys. J.*, **93**, 265-278.
- Yee, E. & Paulson, K.V., 1988b. Necessary and sufficient conditions for the existence of a solution to the one-dimensional magnetotelluric inverse problem, *Geophys. J.*, **93**, 279-293.