

K. Spitzer

## Ein Algorithmus zur Orientierung von Bohrlochsonden mit Hilfe des magnetischen Hauptfeldes

### 1 Einführung

Bei Bohrlochmessungen stellt die Ermittlung der Orientierung der Sonde ein grundsätzliches Problem dar. Hier soll ein Verfahren gezeigt werden, daß die Orientierung des Bohrlochmagnetometers über die Messung des magnetischen Hauptfeldvektors und der Sondenneigung bestimmt. Während die mathematische Rotation eines Vektors um bekannte Eulerwinkel (Vorwärtsproblem) mit Hilfe einfacher Matrixmultiplikationen ausgeführt werden kann, gestaltet sich der Lösungsweg der Umkehraufgabe, also die Bestimmung der Rotationsmatrix aus den bekannten Vektoren als nicht trivial.

In den ersten Kapiteln wird die Orientierungsmethode selbst vorgestellt, danach werden Anwendungen auf Messungen in der KTB-Vorbohrung diskutiert. Zu unterscheiden ist zwischen der einmaligen Anwendung der Orientierungsmethode bei der Sondierung mit Hilfe des vertikalen Gradienten horizontaler erdmagnetischer Variationen (Stevelling, Spitzer & Leven, 1990, 1991) und der Anwendung auf Magnetfeldlogs (teufenabhängige Registrierungen des magnetischen Hauptfeldes). Bei der Gradientenmethode wird die Orientierung nur einmal bestimmt, da die Sonde im Bohrloch fixiert wird. Dabei wird darauf Wert gelegt, daß die Sonde in schwach magnetisierten Bereichen des Bohrlochs postiert wird und somit die Voraussetzung eines identischen Hauptfeldvektors an der Oberfläche und im Bohrloch erfüllt ist. Bei der Anwendung auf Magnetfeldlogs wird diese Voraussetzung in stark magnetisierten Bereichen nicht mehr erfüllt, so daß die Orientierungsmethode die Orientierung der Sonde zwar insgesamt gut bestimmt, die magnetischen Anomalien jedoch nur unzureichend transformiert.

### 2 Aufstellung der Transformationsgleichung

Seien

$$(\underline{e}_1^0, \underline{e}_2^0, \underline{e}_3^0)$$

die Einheitsvektoren des orthogonalen, positiv orientierten Koordinatensystems des Magnetometertripels an der Erdoberfläche mit  $\underline{e}_1^0 = (1, 0, 0)^T$ ,  $\underline{e}_2^0 = (0, 1, 0)^T$  und  $\underline{e}_3^0 = (0, 0, 1)^T$ .

$$(\underline{e}_1^d, \underline{e}_2^d, \underline{e}_3^d)$$

mit  $\underline{e}_i^d = (e_{i1}^d, e_{i2}^d, e_{i3}^d)$  seien die Einheitsvektoren des Magnetometertripels im Bohrloch, die bezüglich  $\underline{e}_i^0$ ,  $i=1,2,3$ , dargestellt sind und ebenfalls ein orthogonales, positiv orientiertes Dreibein bilden.

Gemessen werden

1. im Bohrloch die drei Komponenten des Hauptfeldes  $F_j^d$  bezüglich  $(\underline{e}_1^d, \underline{e}_2^d, \underline{e}_3^d)$  und
2. an der Erdoberfläche die drei Komponenten  $F_j^0$  bezüglich  $(\underline{e}_1^0, \underline{e}_2^0, \underline{e}_3^0)$ .

Bekannt sind also die Vektoren

$$\underline{F}^d = \begin{pmatrix} F_1^d \\ F_2^d \\ F_3^d \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{F}^0 = \begin{pmatrix} F_1^0 \\ F_2^0 \\ F_3^0 \end{pmatrix}$$

für die unter Vernachlässigung von magnetischen Anomalien gilt:

$$\|\underline{F}^0\| = \sqrt{|F_1^0|^2 + |F_2^0|^2 + |F_3^0|^2} = \sqrt{|F_1^d|^2 + |F_2^d|^2 + |F_3^d|^2} = \|\underline{F}^d\| \quad (1)$$

Die Umrechnung der beiden Vektoren geschieht gemäß

$$\underline{F}^0 = \sum_{j=1}^3 F_j^d \underline{e}_j^d$$

oder in Matrixschreibweise:

$$\underline{F}^0 = \underline{R} \underline{F}^d \quad (2)$$

mit  $\underline{R} = (\underline{e}_1^d, \underline{e}_2^d, \underline{e}_3^d)$ .

Gegeben sind also die Vektoren  $\underline{F}^d$  und  $\underline{F}^0 \in \mathbb{R}^3$ ,

gesucht ist die orthogonale Matrix  $\underline{R}$  mit  $\det \underline{R} = +1$  und  $\underline{F}^0 = \underline{R} \underline{F}^d$ .

### 3 Einige Bemerkungen zur Rotation eines Vektors

Explizit lautet das Gleichungssystem 2

$$\begin{pmatrix} F_1^0 \\ F_2^0 \\ F_3^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \cos \beta \cos \alpha - \sin \gamma \sin \alpha & \cos \gamma \cos \beta \sin \alpha + \sin \gamma \cos \alpha & -\cos \gamma \sin \beta \\ -\sin \gamma \cos \beta \cos \alpha - \cos \gamma \sin \alpha & -\sin \gamma \cos \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha & \sin \gamma \sin \beta \\ \sin \beta \cos \alpha & \sin \beta \sin \alpha & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1^d \\ F_2^d \\ F_3^d \end{pmatrix}$$

wobei  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  die Eulerwinkel der Rotation darstellen. Eine Newton Iteration zur Bestimmung der Eulerwinkel führte nicht zum Erfolg, weil die dazu benötigte Jacobi-Matrix von  $\underline{R}$  singulär und dadurch nicht invertierbar ist.

Die Eulerwinkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  legen eine Rotation eindeutig fest, indem nacheinander drei Einzelrotationen um drei ausgezeichnete, körperfeste Achsen ausgeführt werden. Der Einfachheit halber werden jetzt vier Sätze von Koordinaten betrachtet, die mit  $\xi_i$ ,  $\xi_i'$ ,  $\xi_i''$  und  $\xi_i'''$ ,  $i = 1, 2, 3$ , bezeichnet werden sollen. Zuerst wird um die  $z$ - oder  $\xi_3$ - Achse und um den Winkel  $\alpha$  rotiert. Die Koordinaten  $\xi_i$  gehen in das einfach gestrichene Koordinatensystem  $\xi_i'$  über. Dann wird eine Drehung um die  $y$ - oder  $\xi_2'$ -Achse und den Winkel  $\beta$  ( $\xi_i' \rightarrow \xi_i''$ ) ausgeführt und zuletzt wieder um die  $z$ -Achse, jedoch um den Winkel  $\gamma$  ( $\xi_i'' \rightarrow \xi_i'''$ ) (Arfken, 1970).

$\underline{R}$  kann man also in drei einfachere Rotationsmatrizen zerlegen, die in der Reihenfolge den beschriebenen Drehungen entsprechen:

$$\underline{R} = \underline{R}_z(\gamma) \cdot \underline{R}_y(\beta) \cdot \underline{R}_z(\alpha) \quad (3)$$

Im einzelnen sind diese Matrizen wie folgt definiert:

$$\underline{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{R}_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \quad \underline{R}_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dabei handelt es sich jeweils um orthogonale Matrizen, deren Produkt  $\underline{R}$  wiederum orthogonal ist. Bei der vorgestellten Methode genügt es, die Rotationsmatrix  $\underline{R}$  zu kennen. Eine explizite Berechnung der Eulerwinkel ist nicht nötig.

## 4 Bestimmung der orthogonalen, positiv orientierten Rotationsmatrix mittels Householder-Transformation

a) Man konstruiere sich eine Matrix  $\underline{P}$  mit folgenden Eigenschaften:

1.  $\underline{P} \cdot \underline{F}^0 = \underline{F}^0 - 2\underline{w}(\underline{w}^T \cdot \underline{F}^0)$   
 $= (\underline{E} - 2\underline{w} \underline{w}^T) \underline{F}^0, \quad \|\underline{w}\| = 1, \quad \underline{E}$  Einheitsmatrix  
 $= \underline{e}_1^0 \cdot \|\underline{F}^0\|$
2.  $\underline{P}$  sei symmetrisch:  $\underline{P} = \underline{P}^T$
3.  $\underline{P}$  sei orthogonal:  $\underline{P} \cdot \underline{P}^T = \underline{E}$

$\underline{w}$  konstruiere man sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \underline{F}^0 - 2\underline{w}(\underline{w}^T \cdot \underline{F}^0) &= \underline{e}_1^0 \cdot \|\underline{F}^0\| \\ \Rightarrow \underline{w} &= \frac{\underline{F}^0 \pm \|\underline{F}^0\| \underline{e}_1^0}{\|\underline{F}^0 \pm \|\underline{F}^0\| \underline{e}_1^0\|} = \frac{\underline{u}_\pm}{\|\underline{u}_\pm\|} \end{aligned}$$

Anschaulich stellt  $\underline{P}$  eine Spiegelung dar, die  $\underline{F}^0$  in Richtung  $\underline{e}_1^0$  abbildet.  $\underline{w}$  ist der Normalenvektor auf der Spiegelungsebene und  $\underline{F}^0$  geht in  $\underline{P} \cdot \underline{F}^0 = \underline{F}^0 - 2\underline{w}(\underline{w}^T \cdot \underline{F}^0)$  über (Werner, 1970).

b) Für den Vektor  $\underline{F}^d$  konstruiere man sich entsprechend  $\underline{P}$  eine Matrix  $\underline{Q}$  mit den gleichen Eigenschaften wie  $\underline{P}$ :

$$\underline{Q} \cdot \underline{F}^d = (\underline{E} - 2\underline{v} \underline{v}^T) \underline{F}^d = \underline{e}_1^0 \cdot \|\underline{F}^d\|$$

$$\text{mit } \underline{v} = \frac{\underline{F}^d \pm \|\underline{F}^d\| \underline{e}_1^0}{\|\underline{F}^d \pm \|\underline{F}^d\| \underline{e}_1^0\|}, \quad \|\underline{v}\| = 1$$

Daraus ergibt sich nun folgendes:

$$\begin{aligned} \|\underline{F}^0\| \underline{e}_1^0 &= \underline{P} \cdot \underline{F}^0 \\ &= \underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{F}^d \\ &= \underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q} \cdot \underline{e}_1^0 \cdot \|\underline{F}^d\| \\ \Rightarrow \underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q} \cdot \underline{e}_1^0 &= \underline{e}_1^0 \end{aligned} \quad (4)$$

$\underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q}$  ist als Produkt orthogonaler Matrizen wieder orthogonal und positiv orientiert:

$$\det(\underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q}) = \det \underline{P} \cdot \det \underline{R} \cdot \det \underline{Q}$$

$\underline{P}$  und  $\underline{Q}$  sind Spiegelungen und deshalb ist  $\det \underline{P} = \det \underline{Q} = -1$ . Mit  $\det \underline{R} = +1$  folgt  $\det(\underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q}) = +1$ . Also ist  $\underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q}$  eine Drehung um die  $\underline{e}_1^0$ -Achse:

$$\begin{aligned} \underline{P} \cdot \underline{R} \cdot \underline{Q} &= \underline{R}_x(\alpha) \text{ für ein } \alpha \\ \Rightarrow \underline{R} &= \underline{P} \cdot \underline{R}_x(\alpha) \cdot \underline{Q} \end{aligned}$$

$\underline{R}$  ist also bis auf den Winkel  $\alpha$  bestimmt.

Betrachtet man  $\underline{R}_{\alpha_1} = \underline{P} \cdot \underline{R}_x(\alpha_1) \cdot \underline{Q}$  und  $\underline{R}_{\alpha_2} = \underline{P} \cdot \underline{R}_x(\alpha_2) \cdot \underline{Q}$ , so ist

$$\underline{R}_{\alpha_1} \cdot \underline{R}_{\alpha_2}^{-1} = \underline{P} \cdot \underline{R}_x(\alpha_1) \cdot \underline{R}_x(-\alpha_2) \cdot \underline{P}$$

Wie man sofort sieht, läßt diese Transformation  $\underline{F}^0$  invariant, ist also eine Drehung um  $\underline{F}^0$ . Jede orthogonale Matrix  $\underline{R}$  mit  $\det \underline{R} = +1$  und  $\underline{F}^0 = \underline{R} \underline{F}^d$  läßt sich demnach schreiben als  $\underline{R} = \underline{R}' \cdot \underline{R}_0$ , wobei

$$\underline{R}_0 = (r_1, r_2, r_3) = \underline{P} \cdot \underline{Q} \quad (5)$$

(d.h.  $\alpha = 0$  in  $\underline{R}_x(\alpha)$ ) und  $\underline{R}'$  eine Drehung um  $\underline{F}^0$  ist.

## 5 Rotation um den Vektor des Hauptfeldes

Um die Matrix  $\underline{R}$  eindeutig bestimmen zu können, muß man den Winkel der Neigung des Bohrlochs  $\chi_{\text{Bohr}}$  kennen, der mit den Neigungsmessern der Sonde bestimmt wird. Die Drehung von  $\underline{R}_0$  um  $\underline{F}^0$  wird im folgenden beschrieben. Dazu werden die Spaltenvektoren  $r_1, r_2$  und  $r_3$  der Matrix  $\underline{R}_0$  aus Gleichung 5 um den Winkel  $\vartheta = 0^\circ - 360^\circ$  in Schritten von  $\delta\vartheta$  um den Feldvektor  $\underline{F}^0$  rotiert, bis die Bedingung

$$\chi(\vartheta) = \arccos \left( \frac{e_3^0 \cdot r_3'(\vartheta)}{\|e_3^0\| \cdot \|r_3'(\vartheta)\|} \right) = \chi_{\text{Bohr}} \quad (6)$$

erfüllt ist, d.h. bis die z-Komponente der zu rotierenden Matrix  $\underline{R}_0(\vartheta), r_3'(\vartheta)$ , den Neigungswinkel des Bohrlochs  $\chi_{\text{Bohr}}$  mit der Senkrechten ( $e_3^0$ ) bildet.

Die Rotation von  $\underline{R}_0$  um  $\underline{F}^0$  wird wie folgt ausgeführt (Teichmann, 1973):

$$r_i'(\vartheta) = r_i \cos \vartheta + (\underline{F}_E \times r_i) \sin \vartheta + \underline{F}_E (\underline{F}_E \cdot r_i (1 - \cos \vartheta)) \quad , i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

mit  $\underline{F}_E = \underline{F}^0 / \|\underline{F}^0\|$  als Einheitsvektor in Richtung  $\underline{F}^0$ . Dieser Ausdruck besteht aus drei Termen, die orthogonal zueinander stehen:

1.  $\underline{F}_E (\underline{F}_E \cdot r_i)$  in Richtung  $\underline{F}_0$
2.  $r_i - \underline{F}_E (\underline{F}_E \cdot r_i)$  steht senkrecht auf  $\underline{F}^0$
3.  $\underline{F}_E \times r_i$  steht senkrecht auf 1. und 2..

Die Bedingung 6 ist notwendig, aber nicht hinreichend, so daß zwei Winkel  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  existieren mit  $\chi(\vartheta_1) = \chi(\vartheta_2) = \chi_{\text{Bohr}}$  und somit zwei Matrizen  $\underline{R}_1 = \underline{R}_0(\vartheta_1)$  und  $\underline{R}_2 = \underline{R}_0(\vartheta_2)$ , d.h. der  $r_3'$ -Vektor bildet auf seinem Rotationskegel den Winkel  $\chi_{\text{Bohr}}$  mit der Senkrechten in der Regel zweimal (bei  $\vartheta = \vartheta_1$  und  $\vartheta = \vartheta_2$ ). Nur eine der beiden Matrizen  $\underline{R}_{1,2}$  enthält Spaltenvektoren  $r_j'$  für die gilt:  $r_j' = e_j^d, j=1,2,3$ . Bei geneigtem Bohrloch kann durch Kenntnis der beiden Neigungskomponenten  $N_x$  und  $N_y$  die eindeutige Lösung bestimmt werden. Diese Neigungskomponenten - in x- und y-Richtung - liefert der im Instrument eingebaute Zwei-Komponenten-Neigungsmesser. Sie finden sich innerhalb der Rotationsmatrix in der folgenden Form wieder:

$$N_x = \arcsin \frac{r'_{31}}{|r'_1|} \quad N_y = \arcsin \frac{r'_{32}}{|r'_2|} \quad (8)$$

mit  $r_j' = (r'_{1j}, r'_{2j}, r'_{3j})^T, j=1,2,3$ . Der Azimut der Bohrlochneigung  $\varphi_{\text{Nord}}$  berechnet sich wie folgt:

$$\varphi_{\text{Nord}} = \arccos \frac{\underline{x}_{\text{Azi}}(\vartheta) \cdot e_1^0}{|\underline{x}_{\text{Azi}}(\vartheta)| \cdot |e_1^0|} \quad , \quad (9)$$

wobei  $\underline{x}_{Azi}$  die Projektion von  $\underline{r}'_3$  auf die Oberflächenebene ist, die von  $\underline{e}_1^0$  und  $\underline{e}_2^0$  aufgespannt wird:

$$\underline{x}_{Azi} = \sum_{j=1}^2 r'_{j3} \underline{e}_j^0 \quad (10)$$

Eine Überprüfung der Lösung ist durch einen Vergleich einer mit  $\underline{R}_1$  und  $\underline{R}_2$  rotierten Zeitreihe mit der Oberflächenzeitreihe möglich.

## 6 Anwendung des Orientierungsalgorithmus auf gewonnene Bohrlochdaten

Anhand von Bohrlochdaten, die während der Experimente im Sommer und Winter 1989 in der KTB-Vorbohrung aufgenommen wurden, soll gezeigt werden, wie die Orientierungen des Bohrlochmagnetometers in den Meßteufen 1590 m, 2400 m, 3000 m und 3005 m gewonnen wurden. Zuerst wurden alle Matrizen  $\underline{P}$  und  $\underline{Q}$  der Householder-Transformation berechnet, daraus die Matrix  $\underline{R}_0$  nach Gl. 5, die im letzten Schritt um den Hauptfeldvektor  $\underline{F}_0$  gedreht wird bis durch zusätzliche Informationen eine eindeutige Lösung  $\underline{R}$  festgelegt werden kann. Die erste Zusatzinformation ist die mit dem Neigungsmesser der Sonde gemessene Neigung des Bohrlochs, welche die Anzahl der möglichen Lösungen auf zwei reduziert ( $\underline{R}_1$  und  $\underline{R}_2$ ). Die eindeutige Lösung  $\underline{R}$  kann durch verschiedene Betrachtungen festgelegt werden, beispielsweise bei geneigtem Bohrloch durch Kenntnis des Azimut der Bohrlochneigung am Ort der Messung oder durch einen Vergleich der mit  $\underline{R}_1$  und  $\underline{R}_2$  rotierten Zeitreihen mit der Oberflächenzeitreihe. Im folgenden soll die Vorgehensweise anhand von Beispielen von der Messung in der KTB-Vorbohrung gezeigt werden.

### 6.1 Qualitative Diskussion der Rotation um den Feldvektor

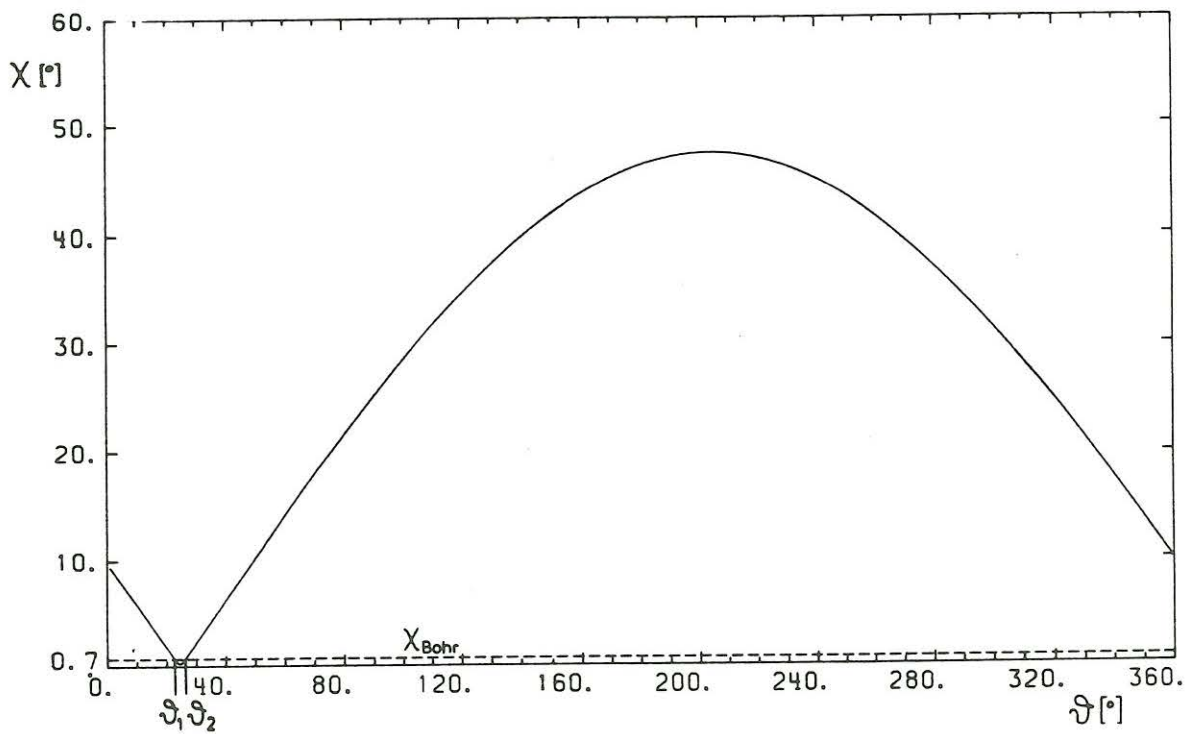
Die Abbildungen 1(a)–(d) zeigen  $\chi$ , den Winkel zwischen  $\underline{r}'_3(\vartheta)$  und der Senkrechten ( $\underline{e}_3^0$ ) als Funktion des Drehwinkels  $\vartheta$  bei der Rotation um den Feldvektor  $\underline{F}^0$  für vier verschiedene Meßteufen. In Abb. 1(a) (1590 m) und (b) (2400 m) wurden die Messungen im Bereich geringer Bohrlochneigung durchgeführt, in (c) (3005 m) und (d) (3000 m) bei deutlichen Neigungen.  $\chi(\vartheta) = \chi_{Bohr}$  ist eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die richtige Lösung des Orientierungsproblems. Es existieren zwei mögliche Lösungen mit  $\chi(\vartheta = \vartheta_1) = \chi(\vartheta = \vartheta_2) = \chi_{Bohr}$ . Eindeutigkeit kann nur durch zusätzliche Informationen erzielt werden. Je kleiner  $\chi_{Bohr}$  ist, desto enger liegen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  beieinander. Die folgende Tabelle gibt Auskunft über die Winkel  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  in den verschiedenen Meßteufen:

Meßteufe [m]	Datum, Uhrzeit [MEZ]	$\vartheta_1$ [°]	$\vartheta_2$ [°]	$\vartheta_2 - \vartheta_1$ [°]	$\chi_{Bohr}$ [°]
1590	1.7.89 18:33	22.5	<u>26.5</u>	4.0	0.7
2400	5.7.89 16:47	<u>198.6</u>	204.6	6.0	1.2
3005	7.7.89 15:33	26.1	<u>54.9</u>	28.8	5.8
3000	23.12.89 10:43	<u>86.1</u>	117.7	31.6	6.4

Tabelle 1

Für  $\chi_{Bohr} \rightarrow 0^\circ$  wird die Bestimmung des Azimut immer ungenauer, da für diesen bei  $0^\circ$  eine Singularität auftritt. Aus  $\underline{x}_{Azi}$ , der Projektion von  $\underline{r}'_3$  auf die Oberflächenebene (Gl. 10),

1590m 01.07.89



2400m 05.07.89

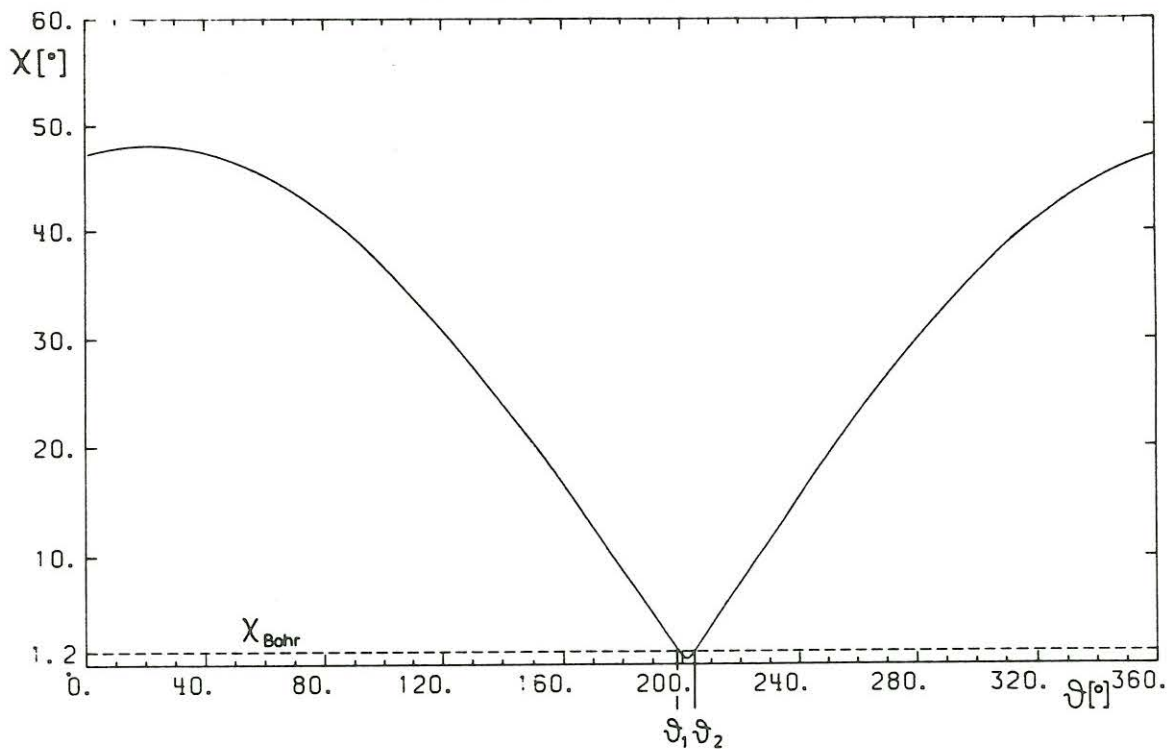
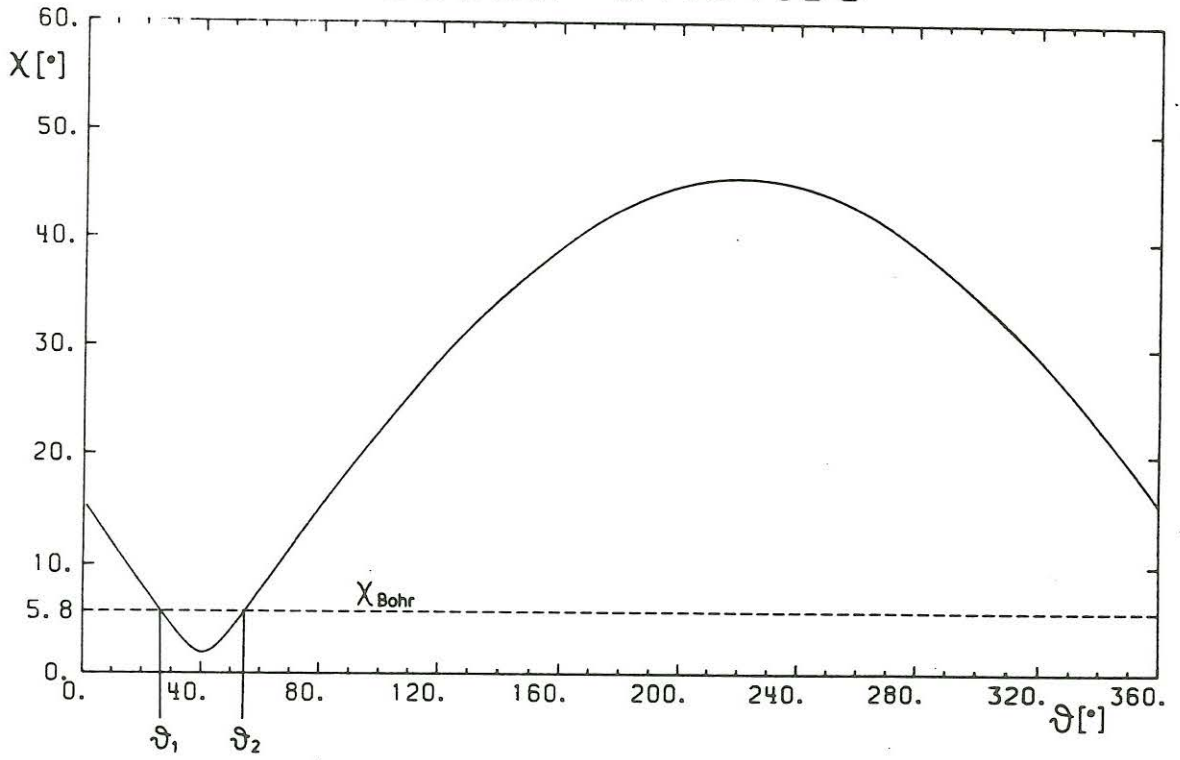


Abb. 1(a),(b): Gezeigt ist der Winkel  $\chi(\vartheta)$  zwischen  $r'_3(\vartheta)$  und der Senkrechten ( $e_3^0$ ) als Funktion von  $\vartheta$  während einer Rotation um  $F^0$  für die Meßteufen 1590 m (a), 2400 m (b), 3005 m (c) und 3000 m (d). Bei den Winkeln ... (b.w.)

3005m 07.07.89



3000m 23.12.89

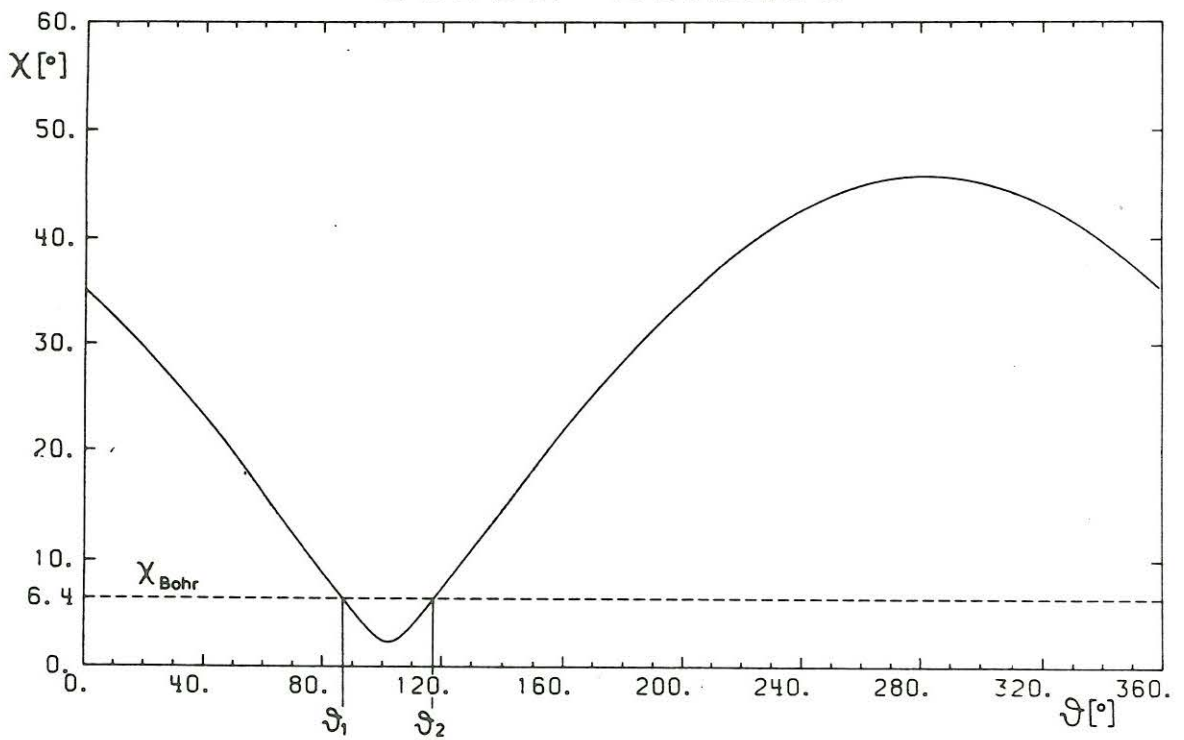


Abb. 1(c),(d): ...  $\vartheta = \vartheta_1$  und  $\vartheta = \vartheta_2$  ist  $\chi$  gleich dem Neigungswinkel des Bohrlochs  $\chi_{Bohr}$  (gestrichelte Linie).  $\chi(\vartheta_1)$  und  $\chi(\vartheta_2)$  kennzeichnen zwei mögliche Lösungen für das Orientierungsproblem von denen eine die richtige ist.  $\vartheta_{1,2}$  können der Tabelle 1 entnommen werden.

wird der Azimut  $\varphi_{Nord}$  berechnet (Gl. 9).  $|\underline{x}_{Azi}|$  geht ebenfalls gegen Null mit  $\chi_{Bohr} \rightarrow 0^\circ$ . Die Lösungen, die sich bei den unterstrichenen Werten ergaben, wurden zur Orientierungskorrektur für die spätere Analyse benutzt. In den Meßteufen 1590 m und 2400 m waren bei Bohrlochneigungen von etwa  $1^\circ$  die beiden Lösungen nicht mehr zu trennen, so daß hier willkürlich die Lösung gewählt wurde, die mit einer reinen 2D-Betrachtung besser übereinstimmt.

In den Abbildungen 2(a) und (b) ist neben  $\chi(\vartheta)$  (durchgezogene Linie), dem Azimut  $\varphi_{Nord}(\vartheta)$  (lang gestrichelt) und dessen Komplementärwinkel  $\varphi_{Ost}(\vartheta)$  (kurz gestrichelt), auch der für die Azimutbestimmung wichtige Vektor  $|\underline{x}_{Azi}(\vartheta)|$  für eine Teufe mit geringer (1590 m) und eine mit deutlicher Bohrlochneigung (3000 m) als Funktion von  $\vartheta$  dargestellt (gepunktete Linie).  $\chi(\vartheta)$  entspricht jeweils dem aus den Abb. 1(a) und (d). Betrachtet man den Verlauf von  $\varphi_{Nord}$ , so stellt man eine starke Änderung im Bereich von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  fest. In diesem Bereich nähert sich  $r'_3$  auf seinem Rotationskegel der Senkrechten, so daß bei kleinen Änderungen von  $\vartheta$  große Änderungen des Azimut  $\varphi_{Nord}$  zu beobachten sind. Dieses „Umklappen“ des Azimut nimmt mit geringer werdender Bohrlochneigung zu. Da  $\underline{F}^0$  in  $x$ -Richtung des Oberflächensystems zeigt, ordnen sich  $\varphi_{Nord}(\vartheta_1)$  und  $\varphi_{Nord}(\vartheta_2)$  symmetrisch zum Nulldurchgang an.

Für die Teufen mit geringer Bohrlochneigung (1590 m und 2400 m) wird  $|\underline{x}_{Azi}|$  bei  $\vartheta = \vartheta_1$  und  $\vartheta = \vartheta_2$  sehr klein, so daß die Bestimmung des Azimut entsprechend ungenau wird. Der Betrag des Vektors  $|\underline{x}_{Azi}|$  liegt bei 3000 m und 3005 m und etwa  $6^\circ$  Neigung in den Punkten  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  in der Größenordnung 0.1, bei etwa  $1^\circ$  Neigung (1590 m und 2400 m) nur noch in der Größenordnung 0.01. Kann man den Azimut im ersten Fall noch mit 10% von  $F_3^d$  berechnen ( $\approx 4400$  nT), so ist es im zweiten Fall nur noch 1% ( $\approx 440$  nT), was in anbetracht der Differenz von  $|\underline{F}^d|$  und  $|\underline{F}^0|$  für eine signifikante Bestimmung des Azimut nicht mehr ausreichen kann.  $|\underline{F}^0|$ , der Oberflächenreferenzwert von der Messung am 29.06.89, beträgt 48105 nT, während die Messung von  $|\underline{F}^d|$  in 1590 m Meßteufe 48257 nT ergibt, d.h. hier kommt man bereits in einen Bereich, in dem der vorhandene Gesteinsmagnetismus Abweichungen in der Größenordnung von  $|\underline{x}_{Azi} \cdot F_3^d|$  produziert.

Die Orientierungsbestimmungen für 3000 m am 23.12.89 und 3005 m am 7.7.89 ergeben eine sehr konsistente Bestimmung des Azimut. In der dritten Spalte der nachfolgenden Tabelle sind zum Vergleich FMS<sup>1</sup>-Orientierungsdaten des NLFb in Hannover gezeigt:

Meßteufe [m]	$\varphi_{Nord}$ GBM <sup>2</sup> [°]	$\varphi_{Nord}$ FMS [°]
3005	63.8	57.6
3000	62.3	59.5

Tabelle 2

Die Fehler der FMS-Daten konnten nach Kessels (1988) bestimmt werden und betragen in diesen beiden Fällen etwa  $\pm 18^\circ$ . Unter diesem Gesichtspunkt stimmen die Azimutbestimmungen mit dem GBM, die eine Differenz von nur  $1.5^\circ$  für die zwei voneinander unabhängigen Messungen am 7.7.89 und 23.12.89 aufweisen, gut überein. Beide FMS-Daten stammen aus einem einzigen Teufenlog.

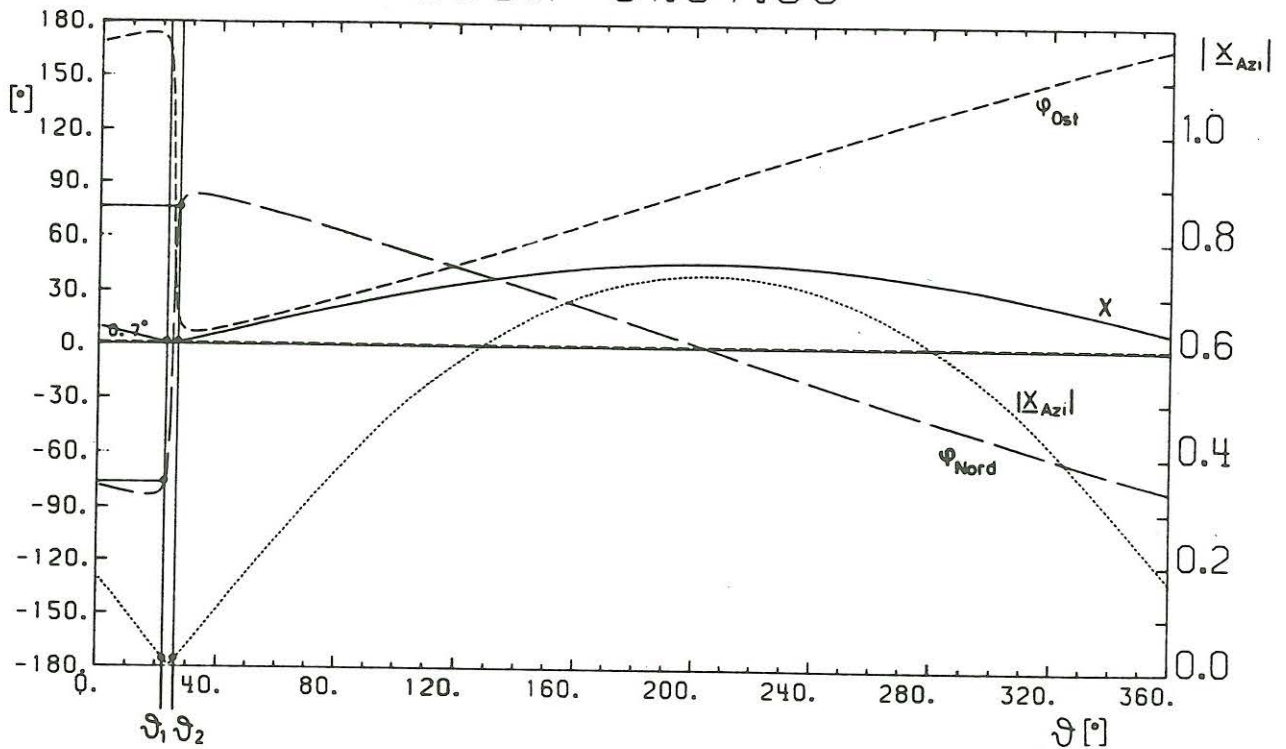
Eine genaue Fehlerrechnung wurde bisher nicht durchgeführt; dennoch läßt sich die Genauigkeit der Orientierungsbestimmung eingrenzen. Die größte Fehlerquelle ist die Messung des

<sup>1</sup>FMS: Formation Micro Scanner, ein sogenanntes Logging-Tool, daß neben Widerstandsmessungen im Bereich des Bohrlochs Orientierungsdaten liefert. Diese Daten wurden einem Magnetband entnommen, das uns vom NLFb/Hannover freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurde.

<sup>2</sup>GBM: Göttinger Bohrlochmagnetometer



1590m 01.07.89



3000m 23.12.89

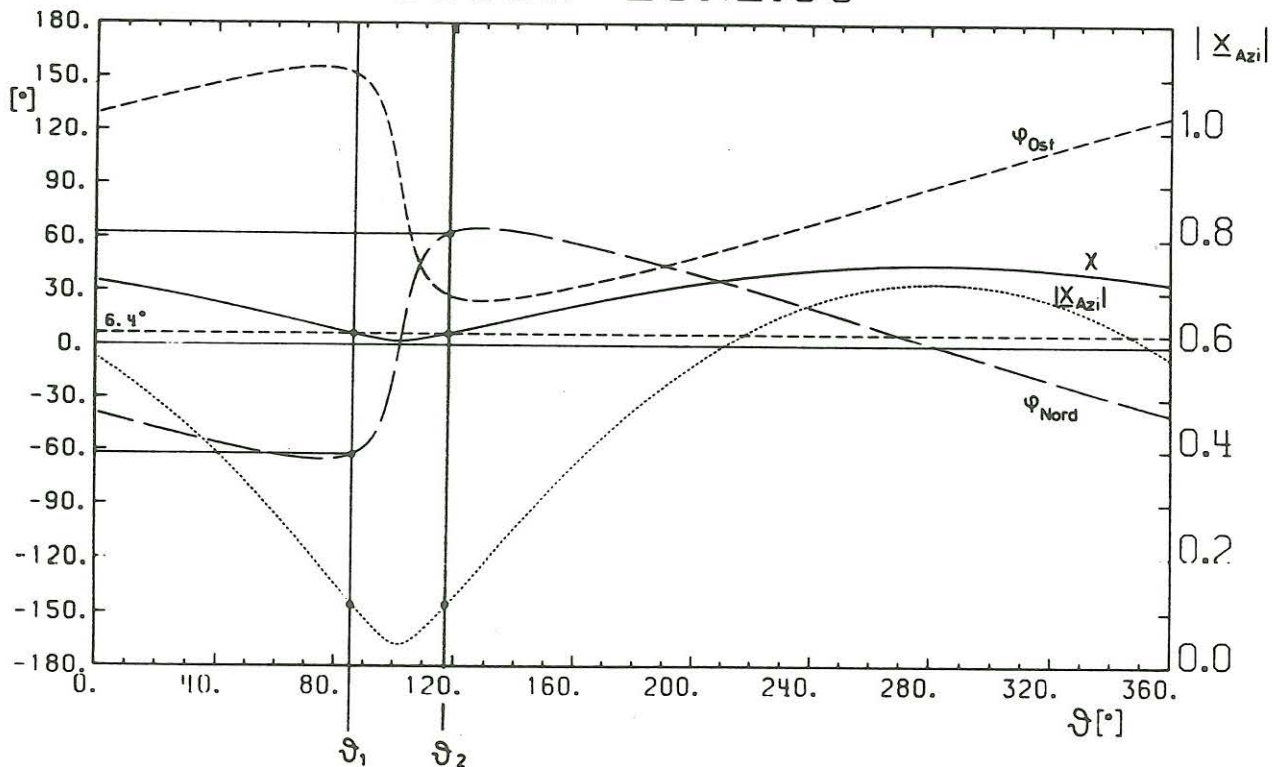


Abb. 2(a),(b): In diesen Abbildungen sind der Azimut  $\varphi_{Nord}$ , dessen Komplementärwinkel  $\varphi_{Ost}$  und der Betrag der Oberflächenprojektion von  $r'_3$ ,  $|x_{Azi}|$ , als Funktionen von  $\vartheta$  für eine Teufe mit geringer (1590 m, (a)) und deutlicher Bohrlochneigung (3000 m, (b)) aufgetragen. Die horizontale, gestrichelte Gerade markiert die jeweilige Bohrlochneigung  $\chi_{Bohr}$ . Für  $|x_{Azi}|$  gilt die Skala am rechten Rand, für alle anderen Winkelgrößen die am linken Rand. Die vertikalen Linien kennzeichnen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  der beiden möglichen Lösungen.

Hauptfeldvektors im Bohrloch. Der vorhandene Gesteinsmagnetismus zeigt maximale Störungen des Hauptfeldvektors in der Größenordnung von ungefähr 2000 nT. Bei den zeitabhängigen Messungen mit im Bohrloch fixierter Sonde wurde darauf geachtet, in möglichst störungsarmen Bereichen des Bohrlochs zu registrieren, so daß der maximale Störvektor mit etwa 500 nT großzügig abgeschätzt werden kann. Bei ungünstigster Konstellation ergäbe dies eine Richtungsabweichung von etwa  $0.6^\circ$ .

Ein weiterer Fehler fließt über die Messung der Sondenneigung in die Orientierungsbestimmung ein. Die Neigungsmessung kann mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 0.1^\circ$  durchgeführt werden, wenn man außer der Auflösung der Inklinometer von  $0.005^\circ$  eine durch den Einbau bedingte Desorientierung berücksichtigt. Die Neigung ist die Abbruchsbedingung für die Rotation um den Hauptfeldvektor, so daß der Rotationswinkel  $\vartheta_1$  bzw.  $\vartheta_2$  in den oben diskutierten Fällen mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 0.4^\circ$  bestimmt werden kann. Bei konstruktiver Überlagerung der beiden obigen Fehler kann die Sondenorientierung mit einem Fehler von maximal  $\pm 1^\circ$  abgeschätzt werden.

## 6.2 Orientierung eines Magnetfeldlogs aus der KTB-Vorbohrung

Das oben beschriebene Verfahren sollte nun auf die Daten eines mit dem Bohrlochmagnetometer aufgenommenen Magnetfeldlogs angewandt werden. Dazu wurden im Teufenbereich von 500 m bis 3000 m im Abstand von 0.2 m die volle Rotationsmatrix, die drei Komponenten des Hauptfeldvektors und der Bohrlochazimutalwinkel nach Gl. 9 bestimmt. Abb. 3 zeigt die Originaldaten in folgender Reihenfolge von links nach rechts: x-, y- und z-Komponente des Hauptfeldvektors, das Totalfeld und die beiden Neigungskomponenten. Zum Vergleich sind die Daten der natürlichen remanenten Magnetisierung (NRM), die im KTB-Feldlabor anhand von Bohrkernen ermittelt wurden, am linken Rand geplottet (Bücker et. al., 1990). Bereiche hoher Magnetisierung fallen mit Bereichen starker magnetischer Störungen zusammen, wie man deutlich anhand der z-Komponente und des Totalfeldes sehen kann. In den Horizontalkomponenten können diese Störungen in dieser Darstellungsweise nicht wiedergefunden werden, da die Skalierung sehr groß gewählt werden mußte. Durch die gleichmäßige Drehung der Sonde während der Fahrt entsteht eine sinusförmige Schwingung mit einer Amplitude von knapp 40000 nT. Ähnliches gilt für die beiden Neigungskomponenten, deren Amplitude im Bereich von 3000 m auf etwa 11 Grad angewachsen ist.

Abb. 4 zeigt die orientierten Daten, wieder in der Reihenfolge von links nach rechts: Magnetfeld wie in Abb. 3, die Gesamtneigung mit dem Bohrlochmagnetometer

$$N_{gesamt} = \arcsin \sqrt{\sin^2 N_x + \sin^2 N_y}$$

(mit GBM indiziert) und mit dem Formation Micro Scanner (mit FMS indiziert) gemessen. Im Gegensatz zu Abb. 3 ist die Skalierung für die Horizontalkomponenten nun sehr klein, d.h. die Orientierung an sich ist sehr gut bestimmt, die Verteilung der kleinräumigen magnetischen Anomalien auf die drei Komponenten ist jedoch nur ungenügend. Dies rührt von der Verletzung der Voraussetzung Gleichung 1 her. Die kleine sinusförmige Schwingung in der Neigung des Bohrlochmagnetometers ist darauf zurückzuführen, daß entweder die beiden Komponenten nicht genau orthogonal zueinander stehen oder der Nullpunkt der Neigungsmesser einen Offset hat. Beide Fehler ließen sich nachträglich rechnerisch korrigieren.

Auf Abb. 5 sind der Bohrlochazimutalwinkel nach Gleichung 9 und die beiden Neigungen aus Abb. 4 in Abhängigkeit von der Teufe dargestellt. Deutlich zu sehen ist die gute Übereinstimmung des Azimut bei starker Neigung des Bohrlochs (z.B. im Bereich zwischen 2700 m

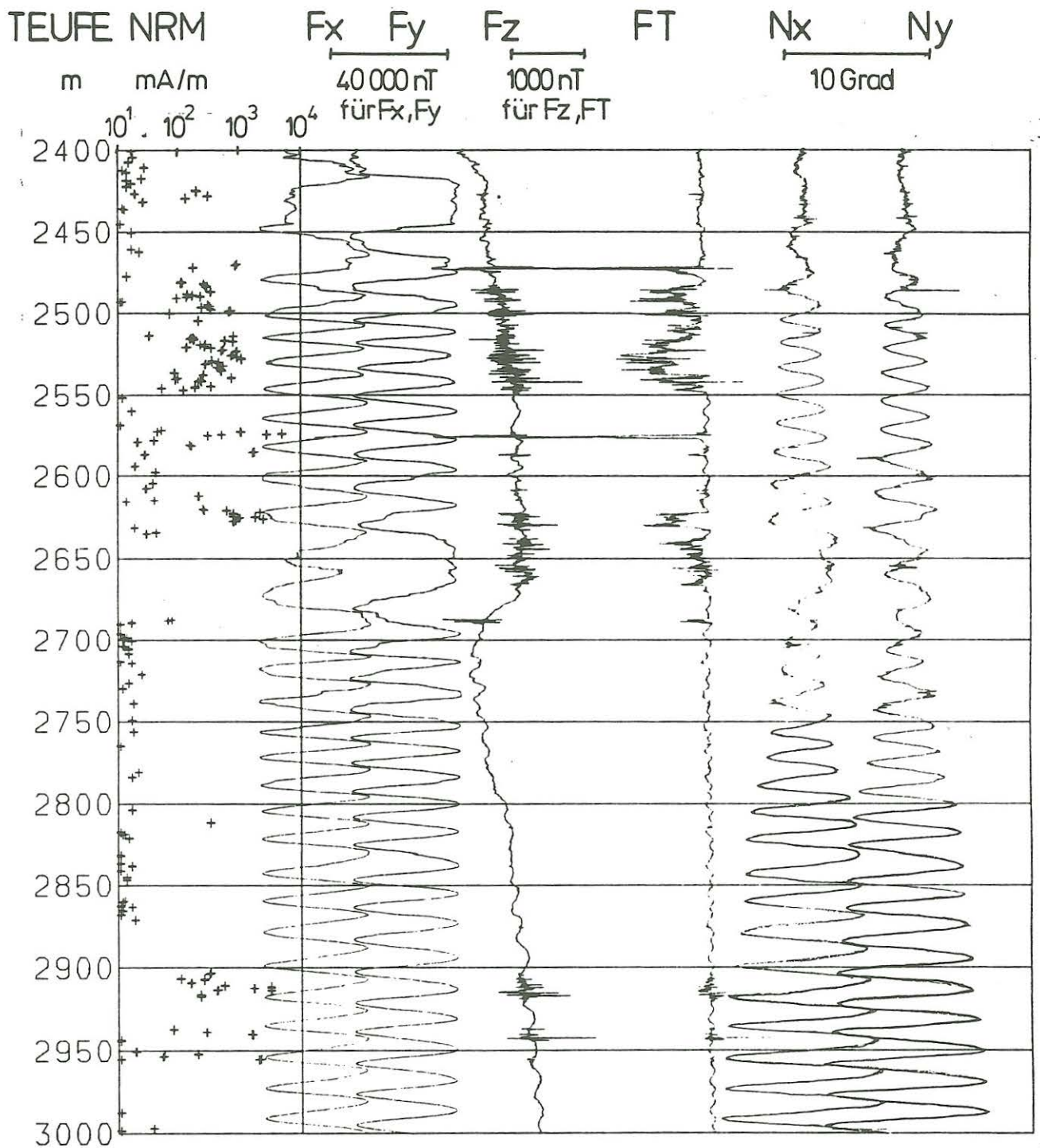


Abb. 3: Magnetfeldlog (drei Komponenten  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  und Totalfeld  $FT$ ) von 2400 m bis 3000 m Teufe aus der KTB-Vorbohrung. Links sind zum Vergleich die Daten der natürlichen remanenten Magnetisierung, die anhand von Bohrkernen im KTB-Feldlabor gewonnen wurden, geplottet. Rechts sind die beiden Neigungskomponenten aufgetragen.

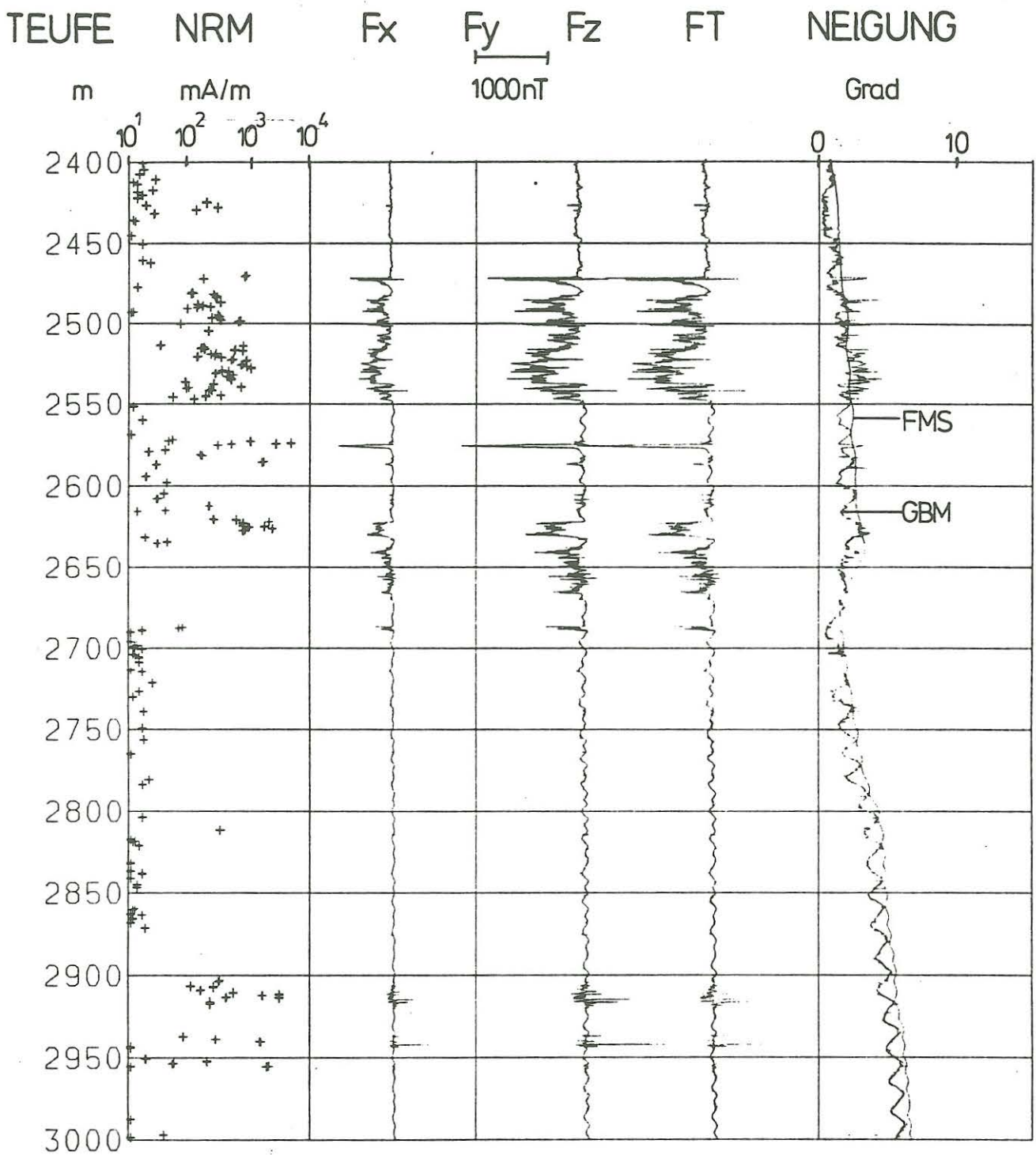


Abb. 4: Orientiertes Magnetfeldlog (Bezeichnung wie in Abb. 3) von 2400 m bis 3000 m Teufe. Rechts ist die Neigung, die mit dem Bohrlochmagnetometer gemessen wurde (GBM), im Vergleich mit den Neigungsdaten des Formation Micro Scanners (FMS) geplottet.

TEUFE    AZIMUT    NEIGUNG  
 m        Grad        Grad

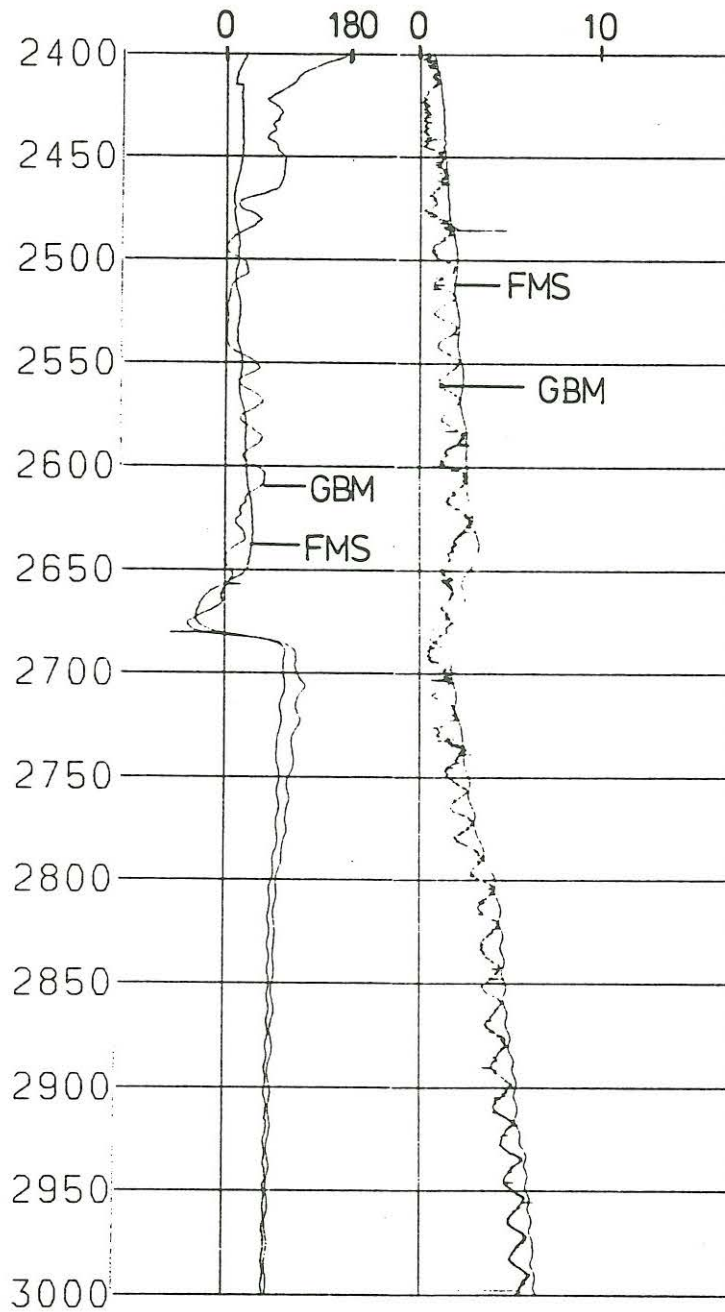


Abb. 5: Azimut und Neigung mit dem Bohrlochmagnetometer (GBM) und dem Formation Micro Scanner (FMS) bestimmt.

und 3000 m) und der relativ starke Richtungswechsel zwischen 2650 m und 2700 m. Für die Berechnung des Azimut wurden die Rotationsmatrixelemente mit einem Filter der Länge 10 m geglättet. In Anbetracht der Tatsache, daß der Azimut bei einer Bohrlochneigung von Null Grad eine Singularität aufweist, sind die starken Abweichungen zwischen GBM- und FMS-Daten im Bereich von 2400 m und den vorhandenen geringen Bohrlochneigungen zu verstehen.

## 7 Literaturverzeichnis

- Arfken, G., 1985. *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press, Orlando, Fl., USA.
- Bücker, Ch., Huenges, E., Lippmann, E., Rauen, A., Streit, K.M., Wienand, J. & Soffel, H.C., 1990. KTB pilot hole. Results obtained in the KTB Field-Laboratory. In: Emmermann, R., Dietrich, H.-G., Lauterjung, J., Wöhrle, Th. (Hrsg.), KTB Report 90-8, NLFb, Hannover, D1-D29.
- Kessels, W., 1988. Fehlerbetrachtung zur Bestimmung von Bohrlochorientierung und Orientierung der Kalibermeßsonde mit einer Pendelanordnung. In: Kehrer, P., Kessels, W. (Hrsg.), KTB-Report 88-11, NLFb, Hannover, 475-504.
- Stevelling, E., Spitzer, K. & Leven, M., 1990. Messungen mit dem Göttinger Bohrlochmagnetometer zur vertikalen Gradientensondierung in der KTB-Oberpfalz VB. In: Haak, V., Homilius, J. (Hrsg.), Protokoll Kolloquium „Elektromagnetische Tiefenforschung“ in Hornburg, NLFb, Hannover, 373-384.
- Stevelling, E., Spitzer, K. & Leven, M., 1991. Vertical gradient of horizontal geomagnetic variations — first results with the new Göttingen borehole magnetometer in the KTB-VB pilot borehole, *Scientific Drilling*, 2, 180-187.
- Teichmann, H., 1973. *Physikalische Anwendungen der Vektor- und Tensorrechnung*, B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim.
- Werner, H., 1970. *Praktische Mathematik I*, Springer, Berlin.