

# Entstörung magnetotellurischer Zeitreihen

Markus Clemens, Göttingen

## 1 Einleitung

Da das Erdmagnetfeld natürlichen zeitlichen Schwankungen in einem weiten Frequenzbereich unterliegt, die ihre Ursache in externen Quellen haben, werden diese Schwankungen häufig zur Anregung in MT- und GDS-Messungen benutzt. Treten aber während solcher Messungen zusätzliche, z.B. durch menschliche Aktivitäten verursachte Änderungen des Magnetfeldes auf, so wirkt sich dies ungünstig auf das Signal/Rauschverhältnis aus. In Extremfällen können solche anthropogenen Störungen eine Analyse der Daten unmöglich machen. Weitere Ursachen eines schlechten Signal/Rauschverhältnisses im Sinne von Analysen, denen ein linearer, bivariater Ansatz in der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate zugrunde liegt, können Inhomogenitäten der anregenden Quellfelder [4], Geräterauschen und korrelierte Rauschteile in den zur Bestimmung von Übertragungsfunktionen herangezogenen Meßgrößen sein. Es wurden verschiedene Methoden vorgestellt, mit derartigen Problemen umzugehen [2], [4], [5], [8], [12].

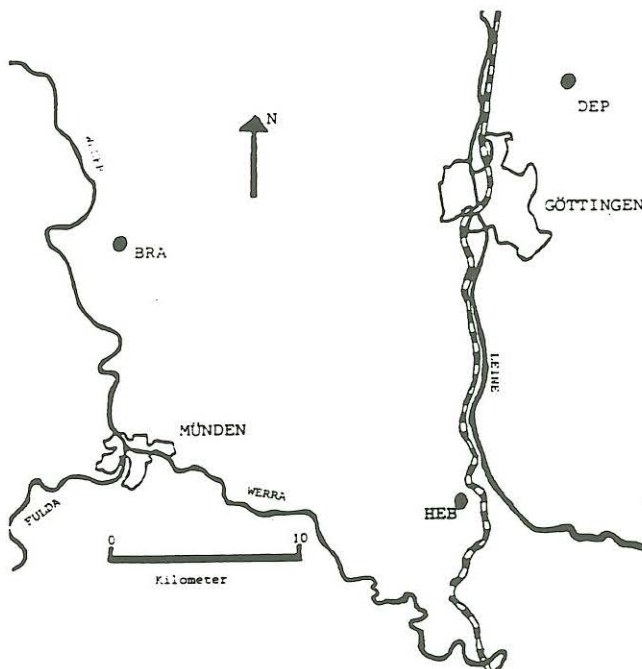


Abbildung 1: Lage der MT-Stationen.

Bei MT-Messungen in der Umgebung Göttingens traten solche anthropogenen Störungen auf. Die Messungen an zwei Stationen wurden durch Rückstrom-Lastwechsel im Leitungsnetz der Bundesbahn-Strecke Hannover-Würzburg erheblich gestört. Diese Störungen weisen einen impulsartigen Verlauf auf, dessen Stärke an einer etwa 400m von der Bahnlinie entfernten Station immer wieder zur Übersteuerung der Meßaparatur führte. Eine zweite Station lag in einer Entfernung von ca. 3.5km und war immer noch gestört (siehe Abb.1, 4 und 5). Die Störungen verfälschen die Ergebnisse der Datenanalyse für die der Bahnlinie nahegelegenen Station erheblich.

In diesem Beitrag wird ein iteratives Verfahren vorgestellt, das zur Entstörung dieser Daten entwickelt wurde und auf einzelne gestörte Meßdaten zugreift. Es beschränkt sich konzeptionell auf Störungen, die einen impulsartigen zeitlichen Verlauf aufweisen und unre-

gelmäßig auftreten; insbesondere vor der Anwendung auf deterministische Störungen sei hier gewarnt.

Im folgenden soll diese Methode beschrieben und anschließend ihre Wirksamkeit an Beispielen aufgezeigt werden.

## 2 Elimination unregelmäßig auftretender, impulsartiger Störungen in magnetotellurischen Zeitreihen

### 2.1 Schätzung der Übertragungsfunktionen

Ausgangspunkt der Ausgleichsrechnung in der MT und GDS ist der folgende lineare, bivariate Ansatz im Frequenzbereich:

$$Z = T_x X + T_y Y + \delta Z, \quad (1)$$

mit den unabhängigen, als fehlerfrei betrachteten Variablen  $X$  und  $Y$ , der abhängigen Größe  $Z$  und den Residuen  $\delta Z$ . Dabei vermittelt die Gleichung (1) über die Übertragungsfunktionen  $T_x$  und  $T_y$  einen linearen Zusammenhang zwischen den unabhängigen und der abhängigen Variablen, während  $\delta Z$  für den nicht aus  $X$  und  $Y$  erklärbaren Anteil in  $Z$  steht. Für  $X$  und  $Y$  werden die Komponenten des horizontalen Magnetfeldes und für  $Z$  eine Komponente des anomalen horizontalen Magnetfeldes, das vertikale Magnetfeld oder eine Komponente des horizontalen elektrischen Feldes eingesetzt.

Mit der Methode der kleinsten Quadrate erhält man als Lösung

$$\hat{T}_x = \frac{\overline{ZX^*} \overline{YY^*} - \overline{YX^*} \overline{ZY^*}}{\overline{XX^*} \overline{YY^*} - |\overline{XY^*}|^2} \quad (2)$$

$$\hat{T}_y = \frac{\overline{ZY^*} \overline{XX^*} - \overline{XY^*} \overline{ZX^*}}{\overline{XX^*} \overline{YY^*} - |\overline{XY^*}|^2},$$

mit  $\hat{T}_x, \hat{T}_y$ , den frequenzabhängigen Schätzwerten für die Übertragungsfunktionen  $T_x$  und  $T_y$  und  $\overline{AB^*}$ , bzw.  $\overline{AA^*}$ , den über mehrere Effekte gemittelten Kreuz- und Autospektren. Dabei kennzeichnet ein oberer Querstrich die Mittelung und \* konjugiert komplexe Größen. Auf die Glättung der auftretenden Kreuz- und Autospektren wird hier im Gegensatz zur sonst üblichen Vorgehensweise verzichtet. Der Grund hierfür wird später deutlich gemacht werden.

### 2.2 Die Residuen und ihre Verteilung

Mit

$$Z_p = \hat{T}_x X + \hat{T}_y Y, \quad (3)$$

dem für die abhängige Variable  $Z$  gemäß  $\hat{T}_x, \hat{T}_y$  vorhergesagten Wert, ergibt sich eine Schätzung  $\delta Z_p$  für die Residuen nach

$$\delta Z_p = Z - Z_p. \quad (4)$$

Aus einer inversen Fourier-Transformation von  $\delta Z_p$  folgt die Residuen-Zeitreihe  $\delta z_p$ . Für ungestörte  $Z, X$  und  $Y$  sollten, so die übliche Annahme, die Residuen  $\delta z$  einer Normalverteilung  $\varphi = \varphi(\delta z; \mu_\varphi, \sigma_\varphi)$  mit der Zufallsvariablen  $\delta z$ , dem Mittelwert  $\mu_\varphi = E\{\delta z\}$  und der Varianz  $\sigma_\varphi^2 = E\{(\delta z - \mu_\varphi)^2\}$  gehorchen.



Treten nun aber im Datensatz der abhängigen Variablen  $z$  Störungen auf, die einer von der oben angegebenen Verteilung  $\varphi$  verschiedenen Verteilungsfunktion  $f = f(\delta z_p)$  gehorchen, so ergibt sich die Verteilung  $g$  der  $\delta z_p$  zu

$$g(\delta z_p, \mu_g, \sigma_g) = (1 - \varepsilon) \varphi(\delta z_p; \mu_\varphi, \sigma_\varphi) + \varepsilon f(\delta z_p), \quad (5)$$

mit  $\varepsilon$ , dem relativen Anteil gestörter Daten am gesamten Datensatz und  $\mu_g, \sigma_g^2$  den ersten beiden Momenten der Verteilung  $g$  [8].

Wie nahe die Schätzwerte  $\hat{T}_x, \hat{T}_y$  an den tatsächlichen Werten  $T_x, T_y$  liegen, ob also, unberücksichtigt der Voraussetzungen des Ansatzes (1), die ermittelten Schätzungen für die Übertragungsfunktionen eine adäquate Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge zwischen den unabhängigen und der abhängigen Variablen darstellen, hängt demnach zusätzlich von den die Störungen beschreibenden Größen  $\varepsilon$  und  $f$  ab. Je häufiger die Störungen, je größer also  $\varepsilon$ , und je stärker  $f$  von  $\varphi$  abweicht, desto schlechter werden die Schätzungen  $\hat{T}_x, \hat{T}_y$ , da die gestörten Daten nach (2) in ihre Bestimmung eingehen. Oberhalb  $\varepsilon = 0.5$  werden diese Schätzungen sich einer Beschreibung des „Störmechanismus“ nähern und ihre Erwartungswerte  $T_x, T_y$ , die sich aus ungestörten Daten ergeben hätten, verfehlen.  $\varepsilon < 0.5$  ist damit eine Bedingung, die von allen Daten, auf die das hier beschriebene Verfahren angewendet werden soll, unbedingt erfüllt werden muß. Der Anteil gestörter Daten an  $z$  darf 50% nicht übersteigen [8]!

### 2.3 Effektauswahl

Die Abweichung der Schätzwerte  $\hat{T}_x, \hat{T}_y$  von den wahren Werten  $T_x, T_y$  läßt sich jedoch verringern, indem aus einem gegebenen Datensatz  $z$  möglichst solche Effekte zur Bestimmung von  $\hat{T}_x$  und  $\hat{T}_y$  ausgewählt werden, die wenige bzw. nicht zu starke Störungen enthalten. Hier böte sich die Möglichkeit einer visuellen Auswahl, ein allerdings sehr subjektives und zeitaufwendiges Vorgehen. Sicherer ist hier ein statistisches Testverfahren. Kriterium eines solchen Tests könnte die Abweichung der Verteilung  $g$  der Residuen  $\delta z_p$  von einer Normalverteilung mit den Parametern  $\mu_g$  und  $\sigma_g$  sein (siehe Gl.(5)). Diese weichen jedoch unter Umständen von denen der Verteilung  $\varphi$  der ungestörten Daten erheblich ab. Daher wurde ein anderer Weg beschritten.

Die bei der Entwicklung dieses Verfahrens vorgegebenen anthropogen gestörten Daten weisen eine zeitliche Variation in der Häufigkeit und Stärke der Störungen auf. Demnach sind bei einer Einteilung der Zeitreihe  $z$  in Effekte gleicher Länge diese weder gleich häufig, noch gleich stark gestört. Je stärker und häufiger diese Störungen auftreten, desto mehr vergrößern sie die als Schätzung für  $\sigma_{g_i}^2$  gefundene empirische Varianz<sup>1</sup>  $s_{g_i}^2$  im Effekt  $i$ . An dieser Stelle könnte mittels einer Varianzanalyse eine Auswahl aus den Effekten getroffen werden, indem anhand der Testgröße

$$V_o = \frac{s_{g_i}^2 / (n_i - 1)}{s_g^2 / (n - 1)} \quad (6)$$

die Hypothese geprüft wird, die dem aus  $n_i$  Daten bestehenden Effekt  $i$  zugrunde liegende Verteilung weise die gleiche Varianz  $\sigma_g^2$  auf wie die der um diesen Effekt auf  $n$  Daten gekürzten Residuen-Zeitreihe.

<sup>1</sup>Zwischen dem Mittelwert  $\mu$  einer Verteilungsfunktion und dem arithmetischen Mittel  $\bar{z}$  einer Stichprobe der Zufallsvariablen  $z$ , sowie zwischen der Varianz bzw. Streuung der Verteilungsfunktion und der empirischen Varianz bzw. Streuung der Stichprobe wird zur Vereinfachung im folgenden begrifflich nicht mehr unterschieden.



Die Testgröße  $V_0$  genügt einer Fisher-Verteilung mit  $(n_i - 1, n - 1)$  Freiheitsgraden, vorausgesetzt die Stichproben, aus denen  $s_{g_i}^2$  und  $s_g^2$  gewonnen wurden, entstammen normalverteilten Zufallsgrößen. Dieser Test ist empfindlich gegen Abweichungen der den Daten zugrundeliegenden Verteilungen von einer Normalverteilung. Die Tatsache, daß die zu untersuchenden Daten Störungen enthalten, die auf eine Verteilungsfunktion  $f$  führen, die i.A. keiner Normalverteilung entspricht, verbietet demnach die Anwendung dieses Tests.

Durch Transformation der Realisierungen  $\delta z_{pij} = \delta z_{pi}(j\Delta t)$  der Zufallsgröße  $\delta z_p$  im Effekt  $i$  gemäß

$$\delta z'_{pij} = |\delta z_{pij} - \bar{\delta z}_{pi}|, \quad (7)$$

mit  $\bar{\delta z}_{pi}$ , dem arithmetischen Mittel der  $\delta z_{pij}$  gelangt man zu einer neuen Zufallsgröße  $\delta z'_{pij}$ .

Die sich durch Gl.(7) ergebende Beziehung für das arithmetische Mittel der  $\delta z'_{pij}$

$$\bar{\delta z}'_{pij} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1} n_i \delta z'_{pij} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1} n_i |\delta z_{pij} - \bar{\delta z}_{pi}|, \quad (8)$$

weist dabei eine deutliche Verwandtschaft mit der Definition der Varianz  $s_{g_i}^2$  auf. Es ist nun möglich, die Hypothese  $\sigma_{g_i}^2 = \sigma_g^2$  zu prüfen, indem zur Hypothese  $\mu'_{g_i} = \mu'_g$  übergegangen und eine neue Testgröße

$$t_0 = \sqrt{\frac{n_i n (n_i + n - 2)}{n_i + n}} \frac{\bar{\delta z}'_{g_i} - \bar{\delta z}'_g}{\sqrt{(n_i - 1) s_{g_i}^2 + (n - 1) s_g^2}} \quad (9)$$

gebildet wird, die einer Student-t-Verteilung mit  $n_i + n - 2$  Freiheitsgraden gehorcht [11].

Durch Ausschluß des Effekts  $i$ , für den der t-Test die geringste Wahrscheinlichkeit für die oben genannte Hypothese liefert und erneutes Anwenden dieses Verfahrens auf die verbleibenden Effekte gelingt eine Auswahl derjenigen Effekte, die zur Schätzung der Übertragungsfunktionen herangezogen werden sollen.

Der t-Test stellt im Gegensatz zum Fisher-Test keine so strengen Anforderungen an die den Zufallsgrößen zugrunde liegenden Verteilungen, diese sollten lediglich „nicht mehrgipflig und nicht allzu schief“ [1] sein, eine Bedingung, die jedoch im konkreten Fall nicht erfüllt war. Allerdings stellte sich im Laufe der Entwicklung dieses Verfahrens die Erfahrung ein, daß sich die Empfindlichkeit dieses Tests gegen mehrgipflige Verteilungen nicht nachteilig auf die Auswahl der Effekte auswirkt. Um jedoch zu einer sichereren theoretischen Grundlage zu gelangen, ist es angezeigt, hier eine besser begründete Alternative zu entwickeln.

## 2.4 Erkennung von Störungen in Randhäufungen der Residuen-Verteilung

Alle Residuen und die Momente der sie beschreibenden Verteilungsfunktion gehen am Anfang in die unter 2.3. beschriebene Effektauswahl ein, denn sie werden im ersten Schritt mit Hilfe einer aus allen Effekten der Zeitreihe gewonnenen Schätzung der Übertragungsfunktionen ermittelt.

Über die aus den ausgewählten Effekten geschätzten  $\hat{T}_x$  und  $\hat{T}_y$  läßt sich  $\delta z_p$  berechnen, das im folgenden Gegenstand der Betrachtungen sein soll.

Durch Einteilung der  $\delta z_{pij}$  eines Effekts  $i$  in Klassen läßt sich ihre Verteilung im Sinne eines Histogramms bestimmen. Wäre der Effekt  $i$  ungestört, würde dieses, so die anfängliche Annahme, einer Normalverteilung entsprechen.

Eine Normalverteilung zeichnet sich unter anderem dadurch aus, daß ihre Funktionswerte mit zunehmender Entfernung von ihrem Zentralwert  $\mu$  streng monoton abfallen, sie weist

demnach nur ein Maximum auf. Liefert nun aber die Verteilung der Zufallsgröße  $\delta z_p$  auch bei vernünftiger Wahl der Klassenbreite zur Ermittlung des oben erwähnten Histogramms Randhäufungen, ist diese also mehrgipflig, so steht dies im Widerspruch zur Annahme normalverteilter Residuen (siehe Abb.2). Demzufolge besteht die Möglichkeit, daß die diesen Randhäufungen zugrunde liegenden Werte der Residuen durch Störungen bei der Messung

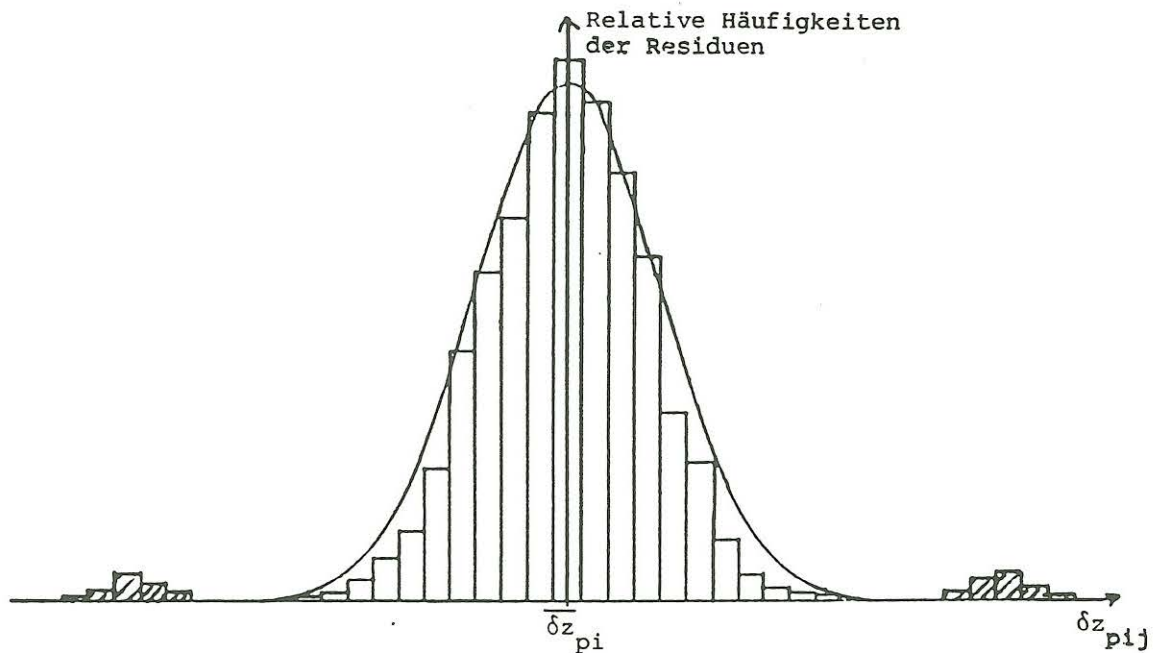


Abbildung 2: Histogramm einer fiktiven Residuen-Verteilung gestörter Daten und die zugehörige Normalverteilung.  $\delta z_{pij}$  in willkürlichen Einheiten.

der abhängigen Variablen  $z$  verursacht wurden. Es ist jedoch auch denkbar, daß derartige Abweichungen von einer Normalverteilung durch eine der folgenden Ursachen herbeigeführt werden können:

a) Der oben erwähnte Verzicht auf eine Glättung der Kreuz- und Autospektren führt zu einer geringeren statistischen Sicherheit der Schätzwerte  $\hat{T}_x$  und  $\hat{T}_y$  für die jeweilige Frequenz. Wenn aber nicht ausgeschlossen werden kann, daß  $\hat{T}_x$  und  $\hat{T}_y$  fehlerhaft bestimmt wurden, wäre das Auftreten von Randhäufungen auch in Abwesenheit von Störungen denkbar.

b) Die Annahme stationär normalverteilter Residuen ist zwar bequem für die Herleitung, sie kann aber durchaus kritisch hinterfragt werden. EGBERT und BOOKER [4], sowie JUNGE [9] finden zumindest für GDS-Daten mittlerer geomagnetischer Breiten eine Abhängigkeit der Parameter der Residuen-Verteilung von der Energiedichte des gemessenen Signals. Die Energiedichte kann sich jedoch im Laufe eines Effekts ändern.

c) Die in die Berechnung von  $\delta z_p$  über die Gleichungen (2), (3) und (4) eingehenden unabhängigen Variablen  $x$  und  $y$  können selbst fehlerbehaftet und insbesondere durch Störungen verfälscht sein. Ein impulsartiger „Ausreißer“ innerhalb der Registrierung einer dieser Größen würde zu einer ähnlichen Störung in der



Residuen-Zeitreihe führen, die dann irrtümlich als Störung in  $z$  erkannt würde.

Wo es möglich war, wurden zur Vermeidung dieser Fehler Vorkehrungen getroffen.

zu a) Der Verzicht auf eine Glättung der Kreuz- und Autospektren ist notwendig, um die daraus folgende Glättung der Residuen-Zeitreihe und damit insbesondere der gerade interessierenden impulsartigen Störungen zu vermeiden. Zur Unterscheidung der aus diesen Störungen resultierenden Residuen, die in Randhäufungen zu liegen kommen, von solchen, denen ein relativ glatter Verlauf der Residuen-Zeitreihe zugrunde liegt, wird folgende Bedingung an die Abweichung  $\Delta\delta z_{pij}$  eines Residuums von den ihm zeitlich vorausgehenden bzw. nachfolgenden Werten gestellt:

$$\Delta z_g < \Delta\delta z_{pij} := | 2\delta z_{pij} - \delta z_{pij-1} - \delta z_{pij+1} | . \quad (10)$$

Dabei ist  $\Delta z_g$  eine jeweils festzulegende Grenze,  $\delta z_{pij}$  das betrachtete Residuum und  $\delta z_{pij-1}$ ,  $\delta z_{pij+1}$  die  $\delta z_{pij}$  vorausgehenden bzw. nachfolgenden Residuen.

zu c) Um als gestörter Wert erkannt zu werden, muß das Verhältnis der Abweichung eines Meßwertes der abhängigen Variablen  $z$  im Sinne der Definition in (10) zur Streuung  $s_{zi}$ , des zugehörigen Effekts das entsprechende Verhältnis für die unabhängigen Variablen übersteigen:

$$\frac{\Delta z_{pij}}{s_{zi}} > \frac{\bar{r}^2_{zx|y} \Delta x_{ij} + \bar{r}^2_{zy|x} \Delta y_{ij}}{\bar{r}^2_{zx|y} s_{xi} + \bar{r}^2_{zy|x} s_{yi}} . \quad (11)$$

Dabei verstehen sich  $\Delta x_{ij}$  und  $\Delta y_{ij}$  wiederum im Sinne der Definition auf der rechten Seite der Ungleichung (10).  $\bar{r}^2_{zx|y}$  und  $\bar{r}^2_{zy|x}$  sind die über alle Frequenzen gemittelten partiellen quadratischen Kohärenzen<sup>2</sup> und  $s_{xi}$ ,  $s_{yi}$  und  $s_{zi}$  die robust bestimmten Streuungen<sup>3</sup> von  $x$  und  $y$  im Effekt  $i$ .

<sup>2</sup>Die in Gl.(11) angegebene Beziehung bedarf einer Erläuterung. Versteht man unter einer relativen Abweichung eines Residuums das Verhältnis zwischen seiner Abweichung vom vorausgehenden bzw. nachfolgenden Wert und der Streuung innerhalb des Effekts, so ist dies ein Maß für die Stärke einer vermeintlichen Störung, das sich einer veränderlichen Anregung anpasst und zudem unempfindlich gegen eine „Welligkeit“ der Residuen-Zeitreihe ist, die sich aus einer fehlerhaften Bestimmung der Übertragungsfunktionen ergeben könnte (vgl. Abb.3). Es ist jedoch denkbar, das zum gleichen Zeitpunkt noch stärkere Änderungen in den unabhängigen Meßgrößen stattgefunden haben. Es stellt sich die Frage, wie eine entsprechende Vergleichsgröße für die unabhängigen Meßgrößen zu formulieren ist.

Je stärker beispielsweise  $x$  die abhängige Größe  $z$  bestimmt, je größer also der, unter Berücksichtigung des aus  $y$  erklärbaren Anteils von  $z$ , verbleibende Anteil in  $z$  ist, der sich aus  $x$  ableitet, desto mehr würde sich eine Störung in  $x$  auf die Residuen  $\delta z$  auswirken, ohne daß dem eine Störung in  $z$  zugrunde liegen müßte. Die gesuchte Vergleichsgröße sollte demnach die Stärke der Abhängigkeit von  $z$  gegenüber  $x$  bzw.  $y$  berücksichtigen. Eben diese Abhängigkeit findet in den partiellen Kohärenzen ihren Ausdruck, weswegen diese zur Gewichtung in Gl.(11) Verwendung finden. Daß statt der partiellen Kohärenzen ihre Quadrate benutzt werden, ist das Ergebnis vieler Versuche mit anderen Formulierungen, also ein rein empirisches.

Die Mittelung über alle Frequenzen wirft weitere Fragen auf. Es sei hier nur an die schon erwähnte geringe statistische Sicherheit der aus den Auto- und Kreuzspektren bestimmten Größen erinnert, die durch die Mittelung ausgeglichen werden soll. Da die Kohärenzen allerdings einem wenig angenehmen Verteilungsgesetz gehorchen, sollten sie vor der Mittelung einer  $Z$ -Transformation unterworfen werden, ein Schritt der bisher allerdings noch nicht berücksichtigt wurde.

<sup>3</sup>Die Streuungen bzw. Varianzen werden, da die zugehörigen Zeitreihen nicht frei von „Ausreißern“ sind bzw. sein müssen, in robuster Weise, d.h. unter Weglassung aller um mehr als das Dreifache der zunächst ermittelten Streuung vom arithmetischen Mittel abweichenden Daten, bestimmt.

Erfüllt ein Residuum, das in einer zu einer Randhäufung gehörigen Klasse liegt, die Bedingungen der Ungleichungen (10) und (11), so wird es als gestört angesehen und korrigiert, d.h. es wird

$$\delta z_{pij} = \overline{\delta z_{pi}}, \quad (12)$$

dem Mittelwert der  $\delta z_{pij}$  gesetzt. Die Momente der Verteilung der Residuen werden unter Weglassung des korrigierten Wertes neu berechnet und das korrigierte Residuum für die laufende Iteration von den weiteren Betrachtungen ausgeschlossen, insbesondere wird die tatsächliche Verteilung der  $\delta z_{pij}$  nur aus den nicht korrigierten Residuen bestimmt.

## 2.5 Erkennung von Störungen im zentralen Bereich der Residuen-Verteilung

Wie schon erwähnt zieht die für diese Methode notwendige Vorgehensweise eine im Vergleich zu üblichen Anwendungen relativ geringe statistische Sicherheit der Schätzungen der Übertragungsfunktionen nach sich. Eine gewisse „Welligkeit“ der Residuen-Zeitreihe kann demnach nicht ausgeschlossen werden. Wie in Abb.3 skizziert kann es daher vorkommen, daß auch Residuen, denen eine Störung in zugrunde liegt, in zentralen Klassen der zugehörigen Verteilung zu liegen kommen. Um möglichst auch solche Störungen zu erkennen, wird wie folgt vorgegangen.

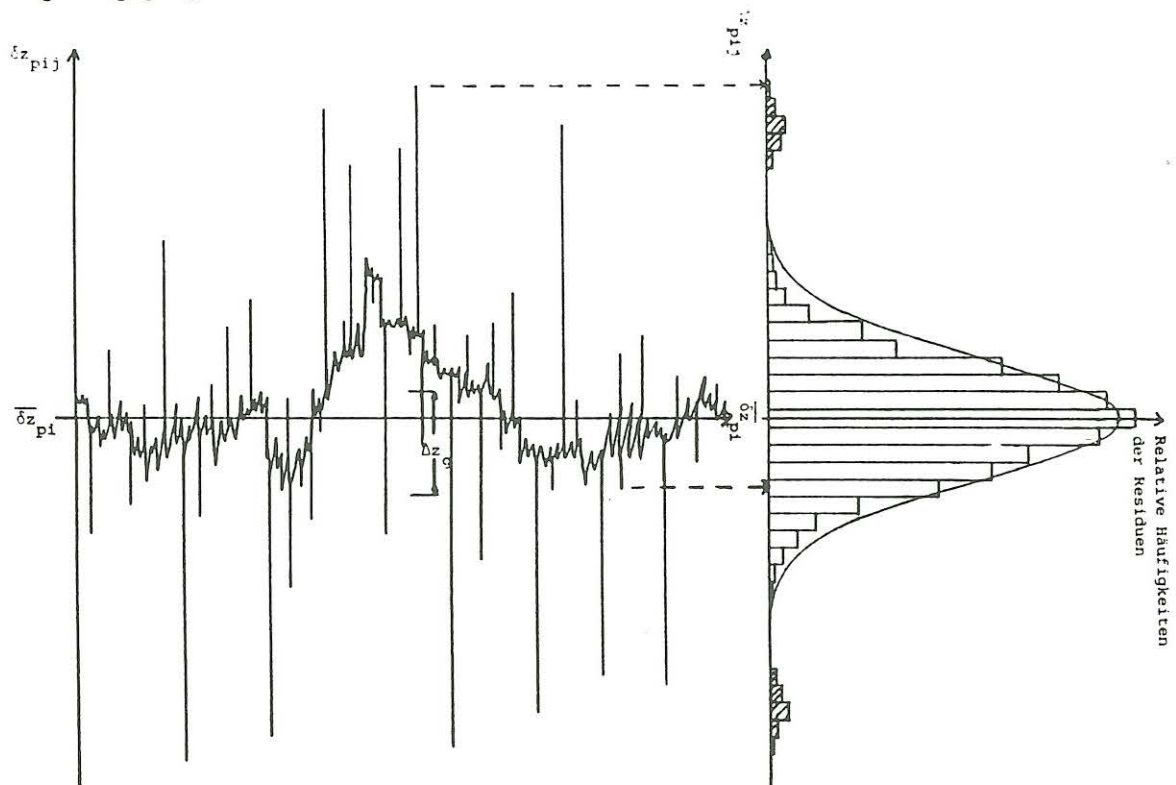


Abbildung 3: Skizze eines Ausschnitts einer fiktiven Residuen-Zeitreihe. Beispielhaft für die Bedingungen der Ungleichungen (10), (11), (13) und (14) ist hier nur  $\Delta z_g$  als Grenze angegeben, die durch die Abweichung  $\Delta \delta z_{pij}$  eines Residuums von seinen Nachbarwerten überschritten werden muß. Rechts quer: Histogramm der Residuen-Verteilung und die zugehörige Normalverteilung.  $\delta z_{pij}$  in willkürlichen Einheiten.



In jeder Klasse der Residuen-Verteilung wird derjenige Wert aufgesucht, der die stärkste Abweichung von seinen zeitlichen Nachbarwerten aufweist (vgl. rechte Seite der Ungl.(10)). Erfüllt dieses Residuum die Bedingungen in (10) und (11) und gelten darüberhinaus die Ungleichungen

$$\Delta \delta z_{pij} > s_{zi} \quad (13)$$

und

$$\Delta \delta z_{pij} > 3A_{imp} \frac{\overline{r^2}_{zx|y} s_{xi} + \overline{r^2}_{zy|x} s_{yi}}{\overline{r^2}_{zx|y} + \overline{r^2}_{zy|x}}, \quad (14)$$

$A_{imp}$ : Spitze-Spitze-Wert der sich aus  $\hat{T}_x$  und  $\hat{T}_y$  ergebenden Impulsantwortfunktion<sup>4</sup>.  $\overline{r^2}_{zx|y}$ ,  $\overline{r^2}_{zy|x}$ : mittlere partielle quadratische Kohärenzen.  $s_{xi}$ ,  $s_{yi}$ ,  $s_{zi}$ : robust bestimmte Streuungen von  $x$ ,  $y$  und  $z$  im Effekt  $i$  (siehe 2.4. „zu c“).

so wird das Residuum  $\delta z_{pij}$  probeweise korrigiert.

Da für ungestörte (oder entstörte) Daten eine Normalverteilung der Residuen erwartet wird, ist nun zu prüfen, ob diese Korrektur eine Verbesserung der Anpassung der Residuen-Verteilung an die sich aus den Momenten der nicht korrigierten Residuen ergebende Normalverteilung erbracht hat. Diese Prüfung erfolgt mittels des  $\chi^2$ -Anpassungstests, indem aus den tatsächlichen Belegungen  $n_k$  der  $l$  Klassen und den sich aus der Normalverteilung für diese Klassen ergebenden Erwartungswerten  $np_k$  die Testgröße

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^l \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}, \quad \text{mit } n = \sum_{k=1}^l n_k \text{ und } 1 = \sum_{k=1}^l p_k, \quad (15)$$

gebildet wird.  $\chi^2$  genügt einer  $\chi^2$ -Verteilung mit  $l - 1$  Freiheitsgraden. Die für diesen Test notwendigen Voraussetzungen  $np_1 \geq 1$ ,  $np_l \geq 1$  und  $np_k \geq 5$  für  $k = 2, 3, \dots, l - 1$  [1] werden nötigenfalls durch Zusammenlegung von Klassen erfüllt.

Liefert der  $\chi^2$ -Test nach der Korrektur eines Residuums eine geringere Wahrscheinlichkeit für die Übereinstimmung der Residuen-Verteilung mit der zugehörigen Normalverteilung als das vor der Korrektur der Fall war, so wird diese verworfen. Von allen nicht abgelehnten probeweisen Korrekturen wird schließlich diejenige realisiert, die die größte Verbesserung der Anpassung an die zugehörige Normalverteilung bewirkt.

Die verbleibenden Residuen werden diesem Prozeß erneut unterworfen, bis schließlich keines mehr die Bedingungen (10), (11), (13) und (14) erfüllt, keine Verbesserung der Anpassung an eine Normalverteilung mehr erzielt wird, oder eine Wahrscheinlichkeit von 95% für die Übereinstimmung der tatsächlichen mit der postulierten Verteilung erreicht ist.

## 2.6 Abbruch der Entstörung

Sind schließlich alle Effekte der Residuen-Zeitreihe in der angegebenen Weise entstört, wird diese einer Fourier-Transformation unterworfen, um im Frequenzbereich nach

$$\tilde{Z} = Z_p + \delta \tilde{Z}_p \quad (16)$$

aus den korrigierten Residuen  $\delta \tilde{Z}_p$  die korrigierten Daten  $\tilde{Z}$  für die abhängige Variable zu berechnen.

<sup>4</sup>Auch die Verwendung dieser Größe ist, wie zuvor schon die der gemittelten partiellen Kohärenzen, das Ergebnis eines Vergleichs vieler Ansätze. Dieser Formulierung lag die Frage zugrunde, wie stark sich eine impulsartiger Verlauf in  $x$  oder  $y$  in  $z$  bemerkbar machen würde, wenn dieser durch eine nicht lokale Störung verursacht wurde.



In der nächsten Iteration wird nun  $\tilde{Z}$  als gestört betrachtet und der gesamte Prozeß erneut durchlaufen. Dabei wird der durch die vorgenommenen Korrekturen entstandene Verlust an Freiheitsgraden berücksichtigt.

Das Ende der Entstörung ist erreicht, wenn sich die aus den ausgewählten Effekten geschätzten Übertragungsfunktionen zwischen zwei Iterationen im Mittel über alle Frequenzen nur noch innerhalb ihrer mittleren oberen Fehlergrenzen

$$\langle |\Delta \hat{T}_x|^2 \rangle \leq \left\langle \frac{4}{\nu - 4} g_f \frac{\overline{ZZ^*} (1 - r^2)}{\overline{XX^*} (1 - r_{xy}^2)} \right\rangle$$

$$\langle |\Delta \hat{T}_y|^2 \rangle \leq \left\langle \frac{4}{\nu - 4} g_f \frac{\overline{ZZ^*} (1 - r^2)}{\overline{YY^*} (1 - r_{xy}^2)} \right\rangle$$
(17)

oder relativ weniger als 5% ändern. Dabei sind  $|\Delta \hat{T}_x|$ ,  $|\Delta \hat{T}_y|$  die Absolutbeträge der Fehler für eine Frequenz,  $\nu$  die Anzahl der Freiheitsgrade,  $g_f$  der obere Grenzwert für eine Fisher-verteilte Zufallsgröße mit  $(4, \nu - 4)$  Freiheitsgraden zu einem gegebenen Signifikanzniveau,  $r^2$  die multiple quadratische Kohärenz zwischen  $Z$ ,  $X$  und  $Y$  und  $r_{xy}^2$  die quadratische Kohärenz zwischen  $X$  und  $Y$ .  $\langle \quad \rangle$  steht für die Mittelung über alle Frequenzen.

## 2.7 Kurzdarstellung des Ablaufs der Entstörung

- Schätzung der Übertragungsfunktionen (ÜF) aus allen Effekten (Gl.(2)).
- Auswahl von Effekten (2.3.).
- Berechnung der ÜF aus den ausgewählten Effekten (Gl.(2)).
- Für alle Effekte:
  - Ermittlung der Residuen (Gl.(4)).
  - Einteilung der Residuen nach Größe in Klassen (2.4.).
  - Bestimmung der zu erwartenden Klassenbelegungen unter der Annahme normalverteilter Residuen aus deren Momenten (2.4.).
  - Ausschluß und Korrektur solcher Residuen, die in Randhäufungen liegen und die Bedingungen (10) und (11) erfüllen (2.4.).
  - Neuberechnung der erwarteten Klassenbelegungen.
  - $\chi^2$ -Anpassungstest (2.5).
  - Probeweise Korrektur von Residuen, die die Bedingungen (10), (11), (13) und (14) erfüllen (2.5.).
  - Realisierung der besten Korrektur im Sinne der Anpassung der Residuen-Verteilung an eine Normalverteilung (2.5.).
  - Abbruch der Entstörung des aktuellen Effekts für die laufende Iteration nach Maßgabe der unter 2.5. genannten Bedingungen.
- Berechnung der korrigierten Zeitreihe  $\tilde{Z}$  (Gl.(16)). Nächste Iteration mit  $\tilde{Z}$  als gestörter Zeitreihe (2.6.).
- Ende der Entstörung, wenn die Änderung der ÜF zwischen zwei Iterationen ein gewisses Maß unterschreitet (2.6.).

### 3 Beispiele gestörter und entstörter Zeitreihen sowie Darstellungen aus ihrer Analyse

#### 3.1 Gestörte und entstörte Zeitreihen

Zur Entstörung aller hier aufgeführten Registrierungen lieferte die Station Bramwald (BRA) die ungestörten magnetischen Horizontalkomponenten. Die gestörten Daten stammen von den zeitgleich mit BRA registrierenden MT-Stationen Deppoldshausen (DEP) und Hebenshausen (HEB) (vgl. Abb.1). Die Magnetfelder wurden mit Induktionsspulen-Magnetometern nach WATERMANN [16], die elektrischen Felder mit FILLOUX-Sonden in Ein- und Dreikammer-Ausführung registriert [6], [7]. Die Signale wurden mit einer Abschneideperiode von 8s Tiefpass-gefiltert und mit einem Aufzeichnungstakt von 2s abgespeichert.

Die Registrierungen in DEP und HEB wurden durch Lastwechsel in den Rückströmen der Bundesbahn-Strecke Hannover-Würzburg zum Teil bis zum Übersteuern der Apparaturen gestört. Die im Bereich der Meßstationen im wesentlichen in Nord-Süd-Richtung verlaufende Bahnlinie und die daher in etwa gleicher Richtung fließenden Rückströme machten sich vornehmlich in den Komponenten  $Z$ ,  $D$  und  $E_{NS}$  bemerkbar. Die Abb.4 und 5 zeigen hierzu zeitgleiche Registrierbeispiele jeweils der magnetischen Horizontalkomponenten der Station BRA, sowie der nicht entstörten und der entstörten Magnetfeldkomponenten der Stationen DEP bzw. HEB. Sämtliche Daten wurden mit Trapezfiltern [15] Bandpass-gefiltert, die entstörten, sowie die der Station BRA mit den Abschneideperioden 8s und 20min und die entstörten mit den Abschneideperioden 8s und 15min. Die gefilterten Daten weisen eine Taktrate von 4s auf. Die Komponenten der Magnetfelder sind innerhalb der Abbildungen jeweils gleich skaliert.

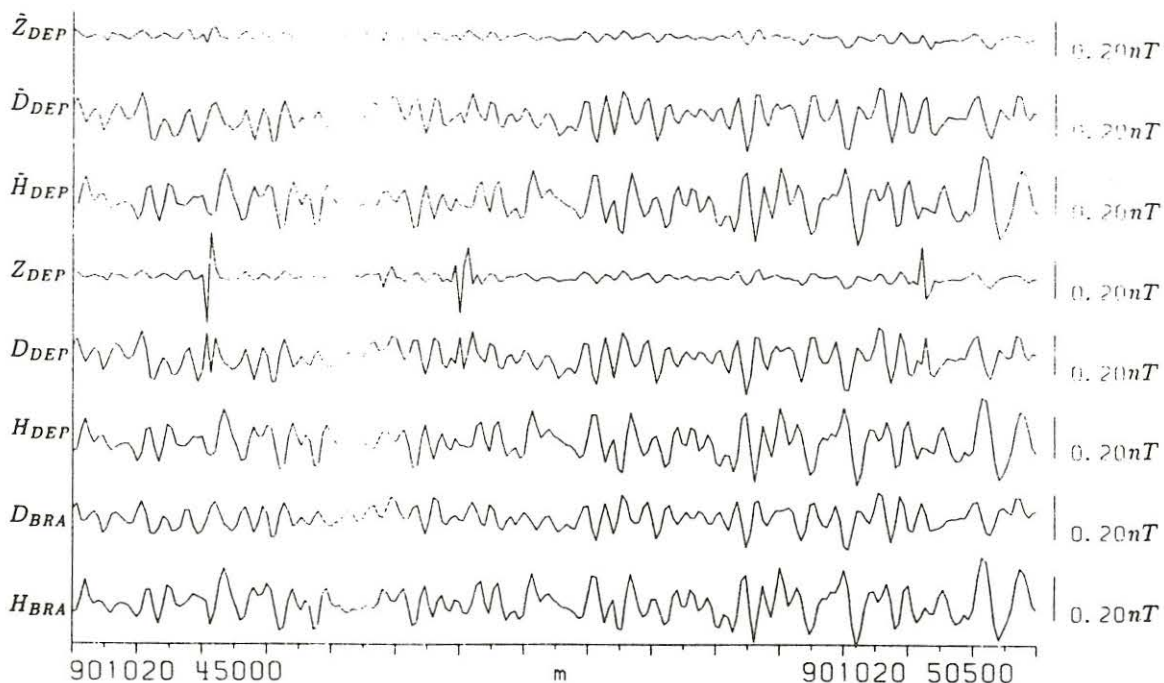


Abbildung 4: Registrierbeispiel BRA / DEP. Dargestellt ist ein Ausschnitt von 15 Minuten.



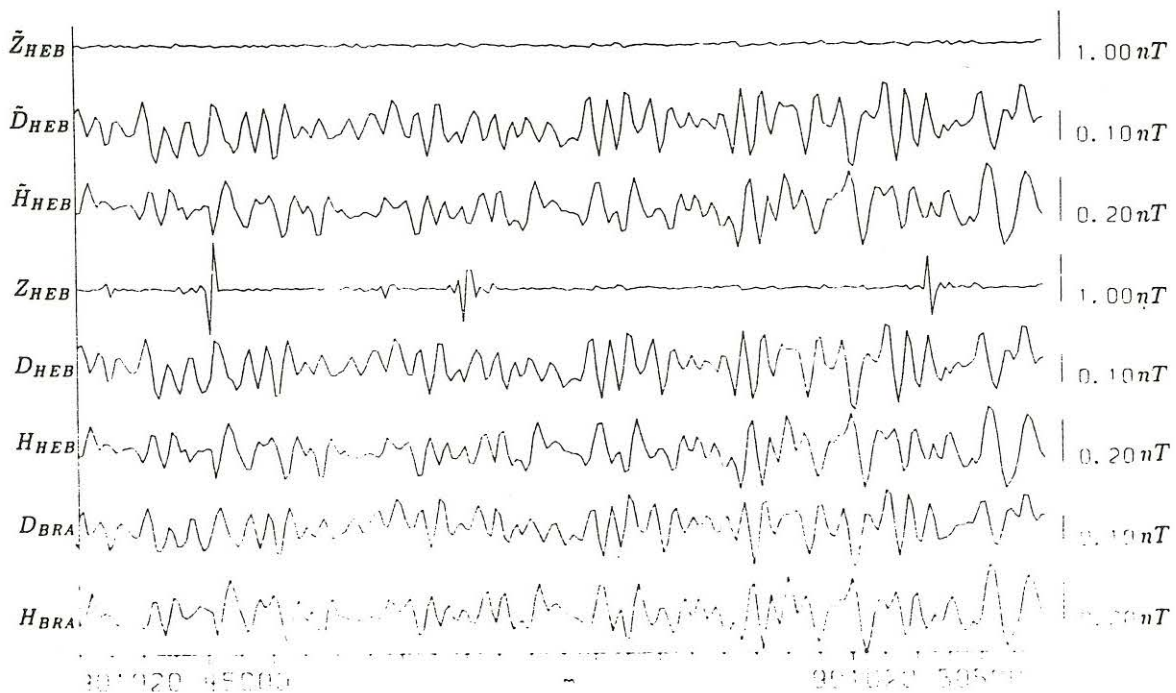


Abbildung 5: Registrierbeispiel BRA / HEB. Dargestellt ist der gleiche Ausschnitt wie in Abb.4.

Die Störungen traten an den Stationen DEP und HEB gleichzeitig auf, was besonders in den Registrierungen des vertikalen Magnetfelds ins Auge fällt. Beim Vergleich der Abb.4 und 5 ist die unterschiedliche Skalierung insbesondere des vertikalen Magnetfelds zu beachten, die Störungen erscheinen in HEB gegenüber DEP um mehr als das vierfache stärker.

### 3.2 Aus der Analyse für die Station DEP

Die folgenden Abbildungen 6 und 7 zeigen die Übertragungsfunktionen zwischen  $H_{DEP}$ ,  $D_{DEP}$  und  $Z_{DEP}$  bzw.  $E_{NSDEP}$  jeweils vor und nach der Entstörung. Die Ergebnisse sind als Real- und Imaginärteil dargestellt und zur besseren Kenntlichkeit mit durchgezogenen (Realteil) bzw. gestrichelten (Imaginärteil) Linien verbunden. Die Fehlerbalken geben den 68%-Vertrauensbereich an. Die Analyse [10] erfolgte für die Perioden 30s, 53s, 95s, 167s und 300s aus Bandpass-gefilterten Daten einer Registrierung von ca 27,5 Stunden. Eine manuelle Effektauswahl erfolgte nicht. Das Koordinatensystem wurde jeweils um 45° in Richtung Westen gedreht.

Die durch die Entstörung bewirkten Änderungen in den Übertragungsfunktionen für die Station DEP liegen allesamt innerhalb der Fehlergrenzen. Dies zeigt, daß das angegebene Verfahren zumindest keine Verschlechterung der Analyseergebnisse bewirkt. Die geringen Auswirkungen der Entstörung für DEP erklären sich aus den im Vergleich zur Station HEB weniger starken Störungen.

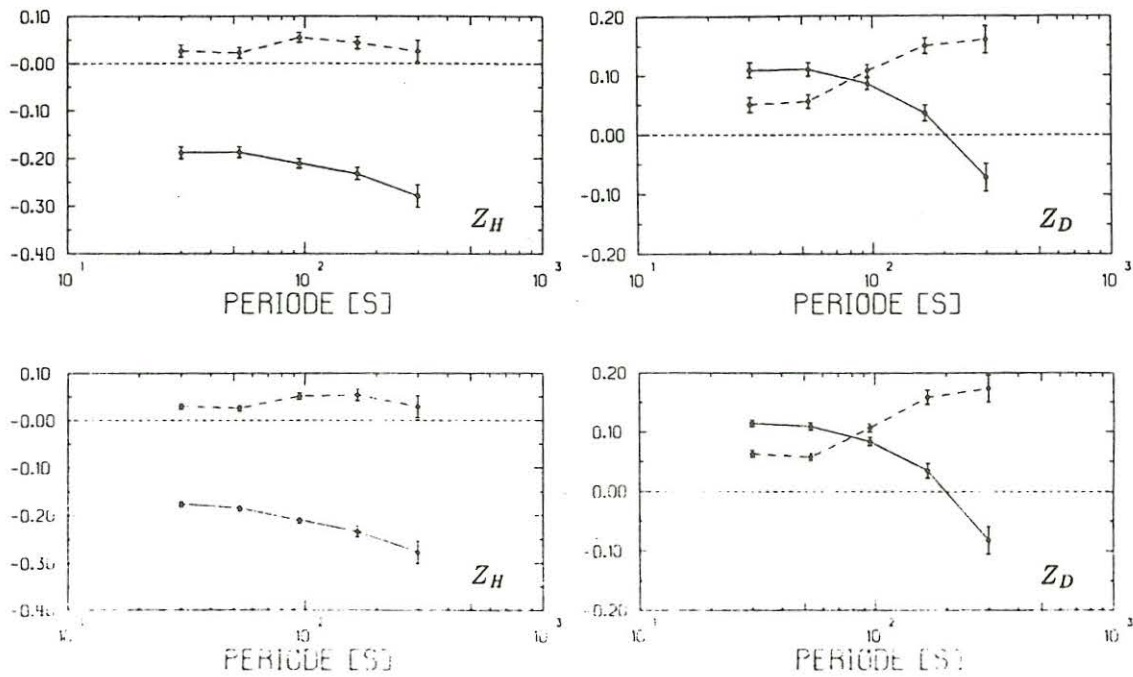


Abbildung 6: Übertragungsfunktionen des vertikalen Magnetfelds für die Station DEP aus nicht entörteten Daten (oben) und entörteten Daten (unten).

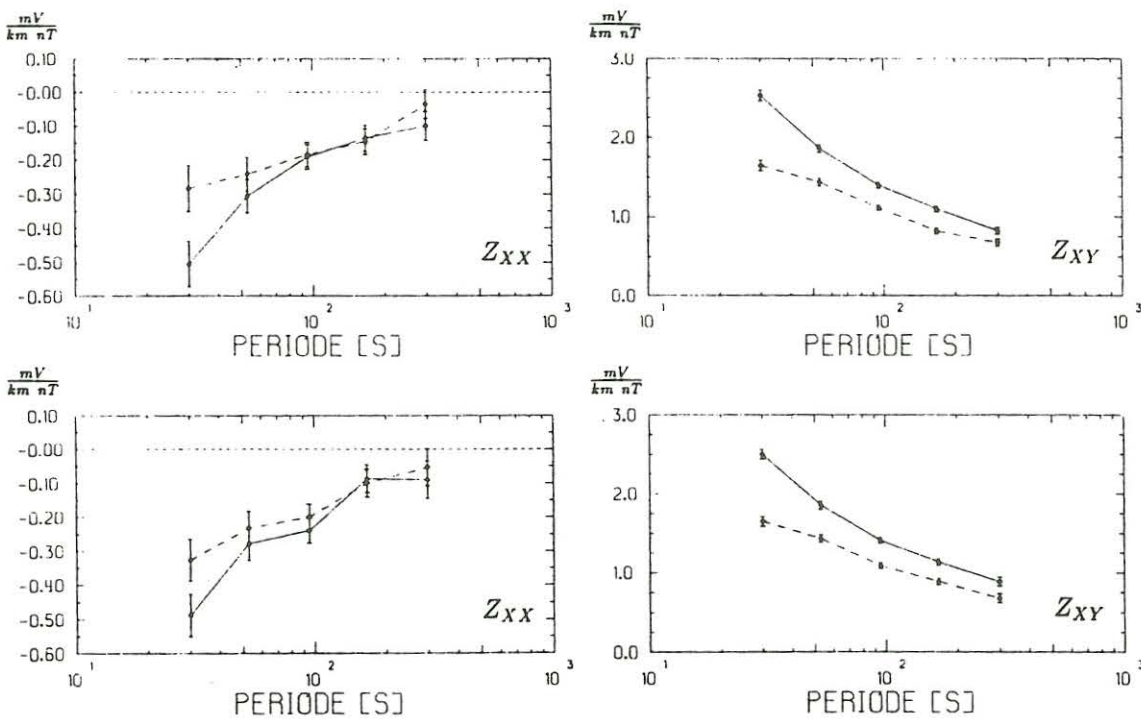


Abbildung 7: Übertragungsfunktionen des elektrischen Feldes  $E_{NS}$  für die Station DEP aus nicht entörteten Daten (oben) und entörteten Daten (unten).



### 3.3 Aus der Analyse für die Station HEB

Die Analyse für die Station HEB erfolgte mit einem etwa 23 stündigen Bandpassgefilterten Datensatz, der zum Teil zeitgleich mit dem für die Darstellungen für die Station DEP verwendeten registriert wurde. Das Koordinatensystem wurde um  $29^\circ$  in Richtung Westen gedreht.

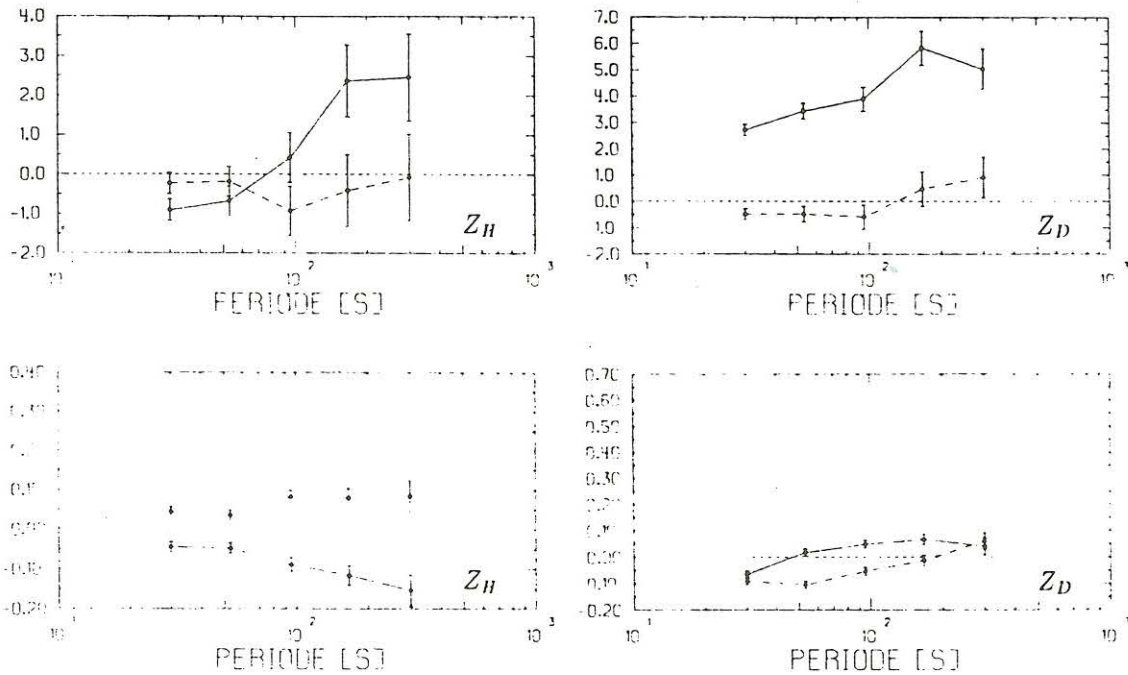


Abbildung 8: Übertragungsfunktionen des vertikalen Magnetfelds für die Station HEB aus nicht entstörten Daten (oben) und entstörten Daten (unten). Die untere Darstellung ist zehnfach überhöht.

Beim Vergleich innerhalb der Abb. 8, 9 und 10 (man beachte die unterschiedlichen Maßstäbe) zeigt sich eine deutliche Änderung der Übertragungsfunktionen nach Betrag und Phase, so ändert sich für die Periodenlänge 167s die Phase der Komponente  $Z_D$  der Übertragungsfunktion für das vertikale Magnetfeld um mehr als  $20^\circ$ , der Betrag vermindert sich um mehr als den Faktor 80! Für die Komponente  $Z_H$  ergibt sich bei 95s eine Phasenänderung um mehr als  $150^\circ$  und eine Abnahme des Betrags um etwa den Faktor 10! Ähnlich gravierende Veränderungen ergeben sich für die Übertragungsfunktionen des elektrischen Feldes. Besonders die Komponente  $Z_{XX}$  zeigt große Phasenänderungen, während sich für  $Z_{XY}$  die Beträge erheblich vergrößern. Die Änderungen der Komponenten  $Z_{YX}$  und  $Z_{YY}$ , also die der Übertragungsfunktionen für die weniger stark gestörte Komponente des elektrischen Feldes, fallen dagegen weniger stark aus.

Die aus den Abb. 9 und 10 für die entstörten Daten ersichtliche Anisotropie wurde durch Ergebnisse bestätigt, die PETER [13] in der näheren Umgebung von HEB für ungestörte Stationen gewann. In den nicht entstörten Daten ist diese Anisotropie dagegen nicht zu beobachten.

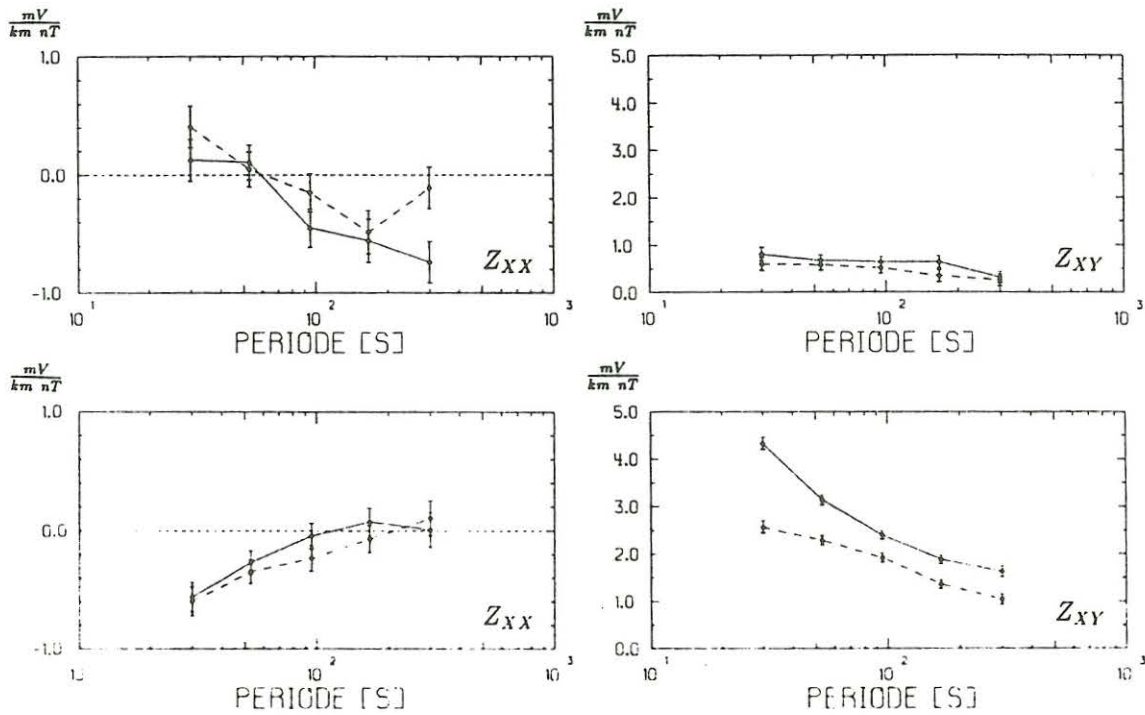


Abbildung 9: Übertragungsfunktionen des elektrischen Feldes  $E_{NS}$  für die Station HEB aus nicht entörteten Daten (oben) und entörteten Daten (unten).

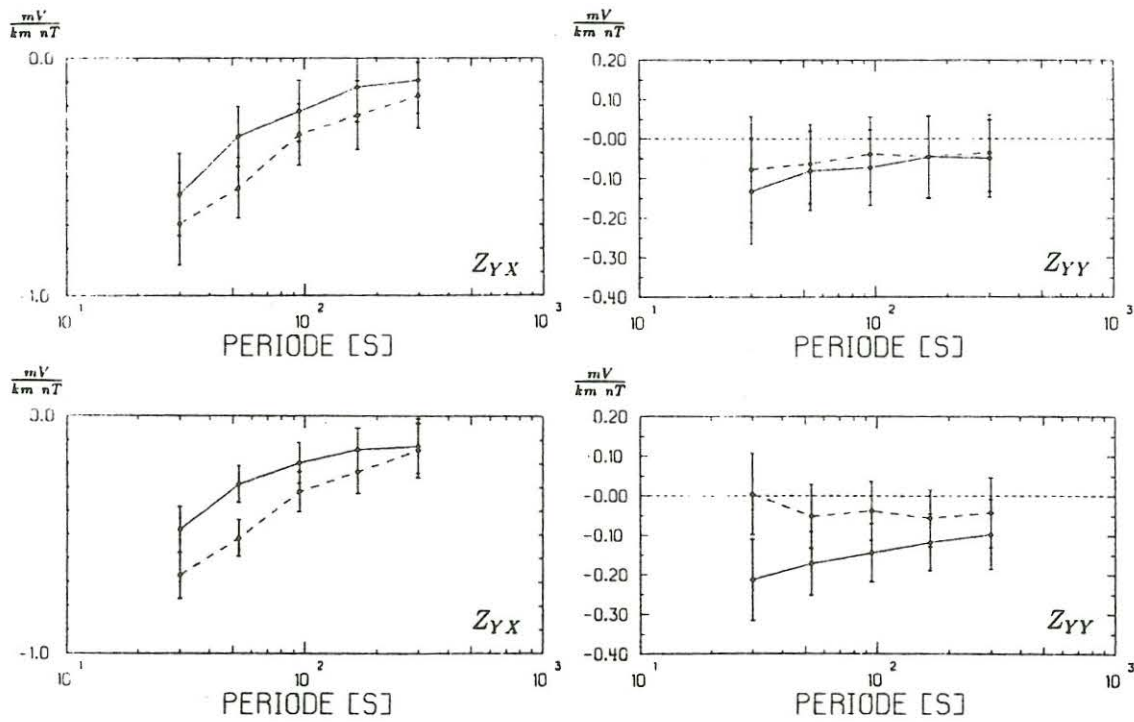


Abbildung 10: Übertragungsfunktionen des elektrischen Feldes  $E_{EW}$  für die Station HEB aus entörteten Daten (oben) und entörteten Daten (unten).



Die durch die Entstörung bedingte Verbesserung der Datenqualität soll hier noch anhand der multiplen quadratischen Kohärenzen dargestellt werden (Abb.11). Die durchgezogenen Linien verbinden die Ergebnisse für  $E_{NSHEB}$ , geben also den Anteil an, der aus  $H_{HEB}$  und  $D_{HEB}$  erklärt werden kann, die gestrichelten Linien verbinden die Ergebnisse für  $E_{EWHEB}$ .

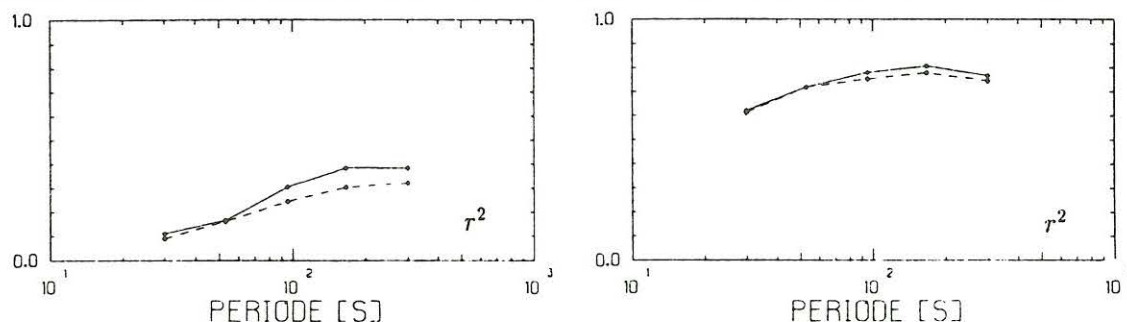


Abbildung 11: Multiple quadratische Kohärenzen zwischen  $E_{NSHEB}$  (durchgezogen) bzw.  $E_{EWHEB}$  (gestrichelt) und dem lokalen magnetischen Horizontalfeld. Links: aus nicht entstörten Daten. Rechts: aus entstörten Daten.

#### 4 Entstörung magnetotellurischer Zeitreihen mit dem Programm MEMENT

Der unter 2. angegebene Formalismus zur Entstörung von MT- und GDS-Zeitreihen liegt als FORTRAN<sup>5</sup>-Programm vor. Es greift auf einige Routinen aus [14] zurück, die Schnelle-Fourier-Transformation entstammt LINPACK [3].

In der derzeitigen Version ist es in der Lage, Registrierungen im Göttinger Rohdaten-Format mit einer Taktrate von einer Sekunde und länger zu bearbeiten. Es kann sowohl interaktiv, als auch nicht interaktiv betrieben werden. Die unter 2.5. angegebenen Schritte können optional angesteuert werden.

In Verbindung mit einer Anzahl kleinerer Programme ist es möglich, Datensätze, die Registrierungen mehrerer Komponenten enthalten, bei individueller Gestaltung für jede dieser Komponenten, nicht interaktiv zu entstören und gegebenenfalls notwendige Filterungen vorzunehmen. Beim Auftreten besonders starker Störungen und gleichzeitiger Notwendigkeit einer Hochpass-Filterung ist eine Aufspaltung der Entstörung möglich. Dabei wird die Zeitreihe vor der Filterung von besonders starken Störungen befreit, die ansonsten der Störung vorausgehende und ihr nachfolgende Daten erheblich beeinflussen würde. Alle hierzu notwendigen Eingabe-Daten werden nach Vorgabe weniger Steuer-Parameter selbstständig erzeugt.

Optional können Residuen-Zeitreihen ausgegeben werden. Ein Listing wird automatisch erstellt.

Im Datenfile der entstörten Zeitreihe wird die Anzahl der korrigierten Daten vermerkt. Im Anschluß an die entstörten Meßdaten werden alle korrigierten Daten aufgeführt.

Bei geeigneter d.h. für die Fourier-Transformation günstiger Wahl der Effektlänge benötigt die Entstörung von fünf Komponenten zu je 100 000 Daten ohne Filterung ca. 45 Minuten Rechenzeit auf einem 486er PC.

<sup>5</sup>Microsoft FORTRAN Version 5.00.

## Literatur

- [1] Bronstein, I.N. & Semendjajew, K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun, 1984.
- [2] Chave, A.D. & Thomson, D.J.: *Some Comments on Magnetotelluric Response Funktion Estimation*. J. Geophys. Res., 94, 14215-14225, 1989.
- [3] Dongarra, J.J., Moler, C.B., Bunch, J.R. & Stewart, G.W.: *LINPACK User's Guide*. Philadelphia, 1979.
- [4] Egbert, G.D. & Booker, J.R.: *Robust estimation of geomagnetic transfer functions*. Geophys. J. Roy. astron. Soc. 87, 173-194, 1986.
- [5] Gamble, T.D., Goubau, W.M. & Clarke, J.: *Magnetotellurics with a remote magnetic reference*. Geophysics, 44, 53-68, 1979.
- [6] Hempfling, R.: *Beobachtung und Auswertung tagesperiodischer Variationen des erd-elektrischen Feldes in der Umgebung von Göttingen*. Diss. Math.-Naturw. Fakultät der Universität Göttingen, 1977.
- [7] Junge, A.: *A New Telluric KCl Probe Using Filloux's Ag-AgCl Electrode*. PAGEOPH, 134, 4, 1990.
- [8] Junge, A.: *Robuste Schätzung bivariater Übertragungsfunktionen*. In: Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Hornburg (Ed.s: Haak V. & Homilius J.), 75-86, 1990.
- [9] Junge, A.: *Zur Schätzung der effektiven Anzahl der Freiheitsgrade bei der Bestimmung magnetotellurischer Übertragungsfunktionen*. In: Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Borkheide (Ed.s: Haak V. & Homilius J.), 1992.
- [10] Junge, A.: *Erweiterte Auswerteverfahren in Göttingen*. In: Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Borkheide (Ed.s: Haak V. & Homilius J.), 1992.
- [11] Kreyszig, E.: *Statistische Methoden und ihre Anwendungen*. Göttingen, 1975.
- [12] Larsen, J.C.: *Transfer functions: smooth robust estimates by least-squares and remote reference methods*. Geophys. J. Int. 99, 645-663, 1989.
- [13] Peter, C.: *Die Göttinger D-Anomalie, Arbeitsstand der Untersuchung*. In: Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Borkheide (Ed.s: Haak V. & Homilius J.), 1992.
- [14] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. & Vetterling, W.T.: *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*. Cambridge, 1987.
- [15] Schmucker, U.: *Auswertungsverfahren Göttingen*. In: Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Neustadt/Weinstrasse (Ed.s: Haak V. & Homilius J.), 1978.
- [16] Waterman, J.: *Konstruktion eines Drei-Komponenten-Induktionsspulenmagnetometers für den Feldeinsatz und erste Vergleichsmessungen*. Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Universität Göttingen, 1976.