

U. SCHMUCKER

Die Eindringtiefen tagesperiodischer Variationen

1. Einleitung

In fast allen Protokollbänden zu diesem Kolloquium, beginnend mit dem Protokollband Reinhausen 1969, finden sich Beiträge, in denen ich über Untersuchungen von tagesperiodischen Variationen berichte, über ihre inneren induzierten Anteile und ihre Eindringtiefen. Dabei soll unter "Eindringtiefe" der Realteil $z_m^* = \text{Re}(C)$ ihrer C-Response zu den Frequenzen $\omega_m = 2\pi m/\text{Tag}$ ($m=1, 2, \dots$) verstanden werden mit ρ_m^* als zugehörigem scheinbaren Widerstand in der üblichen Definition

$$\rho_m^* = \begin{cases} 2\omega_m \mu_0 \text{Im}(C)^2 & \text{für } \arg(C) > -\pi/4 \\ \omega_m \mu_0 / 2 \text{Re}(C^{-1})^2 & \text{für } \arg(C) < -\pi/4 \end{cases} \quad (1)$$

Wie man die C-Response aus den harmonischen Koeffizienten des Tagesganges in den drei Komponenten ableiten kann, wird im nachfolgenden Abschnitt gesondert dargestellt.

Was sind nun die Gründe für diese immerwährende Beschäftigung mit dem gleichen Forschungsgegenstand und was ist das wesentlich Neue, über das jetzt berichtet werden soll? Alle bisherigen Analysen, von mir selbst und auch von anderen, beruhen auf Mittelwerten, indem etwa die Stundenmittelwerte eines Observatoriums zu einer festen Stunde noch einmal gemittelt wurden, zum Beispiel über die fünf magnetisch ruhigen "Q-Tage" eines Monats (Q=quiet).

Bedenkt man, daß ein Observatorium 26 280 Stundenmittelwerte im Jahr produziert und daß für eine globale Darstellung die Daten von vielen Observatorien benötigt werden, so ist es vollkommen einsichtig, daß man sich bisher in der angegebenen Weise beschränken mußte angesichts des großen Aufwandes, diese Datenmenge den Jahrbüchern der Observatorien

zu entnehmen und zu digitalisieren. Doch bei dieser Art der Dezimierung ist es ungewiß, ob man nicht über von Tag zu Tag sich ändernde globale Quellenfelder in ganz undurchsichtiger Weise mittelt. Da aber die Bestimmung der C-Response von der genauen Kenntnis der globalen Quellenfeldstruktur abhängt, überträgt sich diese Unsicherheit auf die erhaltenen C-Werte selbst. Außerdem unterband die bisherige Notwendigkeit, mit Monatsmitteln oder sogar jahreszeitlichen Mittelwerten zu arbeiten, jede Möglichkeit einer nennenswerten statistischen Absicherung, denn normalerweise beschränkten sich die verfügbaren Datensätze auf ein oder zwei Jahre.

Der große Fortschritt in der jetzt begonnenen neuen Analyse liegt darin, daß ich erstmals über Stundenmittelwerte einzelner Tage in großer Zahl verfügen kann. Ich verdanke diesen Fortschritt der unschätzbaren WINCH Kollektion, die für die Jahre 1964 und 1965 die Stundenmittelwerte Tag für Tag von 130 Observatorien enthält. Dies sind rund 7 Millionen Zahlenwerte, zusammengestellt von Dr. Winch und seinen Mitarbeitern. Zu bedauern ist nur, daß die betroffenen Jahre in ein Sonnenfleckenminimum fallen mit der bekannten Abnahme des Tagesganges auf etwa die halbe Amplitude gegenüber Jahren im Sonnenfleckenmaximum.

Indem ich die Daten der WINCH Kollektion noch durch solche aus der FAINBERG-SINGER Kollektion für 1965 ergänzt habe, erhöhte sich die Gesamtzahl der Observatorien auf 138, für die ich zumindest für eines der beiden Jahre mehr oder weniger vollständige Datensätze habe. Alle Daten sind von mir geplottet und einer Sichtkontrolle unterzogen worden. Dabei ergaben sich mehr als 1000, zumeist leicht erkennbare irrtümliche Werte, die entweder korrigiert oder als fehlend gekennzeichnet wurden.

Durch die große Datenfülle konnten so zum ersten Mal Eindringtiefen für einzelne Observatorien bestimmt werden. Außerdem war ein Versuch, die Analyse bis zur sechsten Oberschwingung auszudehnen, erfolgreich. Die bisherigen Analysen

beschränken sich auf die Harmonischen des Tagesganges bis $m=3$ oder $m=4$.

Bleibt zu fragen, wie weit der große Aufwand einer globalen Feldanalyse durch die Ergebnisse gerechtfertigt ist. Bei dem Z:H Verfahren würde es genügen, die Daten nur eines Observatoriums einzubeziehen, bei dem Gradientenverfahren die Daten einer Gruppe nahe beieinander liegender Observatorien. Diese Verfahren können jetzt anhand der vorliegenden Daten ausprobiert werden, um zu sehen, wie gut sich die aus einer vollständigen globalen Analyse gewonnenen C-Werte reproduzieren lassen.

Hierüber hoffe ich in einem späteren Protokollband berichten zu können. Schon jetzt läßt sich feststellen, daß die genannten Verfahren nur in verfeinerter Form zu vergleichbaren Ergebnissen führen. Im Z:H Verfahren etwa muß die Quellenstruktur durch mehr als nur einen Entwicklungsterm nach Kugelfunktionen wiedergegeben werden, im Gradientenverfahren müssen höhere Ableitungen berücksichtigt werden. Näheres hierzu in den Protokollbänden Lerbach 1986 (Z:H) und Lichtenrade 1980 (Gradientenverfahren; Gl.30 und 32).

Und welchen Gewinn bringt die genauere Kenntnis der Eindringtiefen der tagesperiodischen Variationen überhaupt? Hier sei daran erinnert, daß die Eindringtiefen der Grundperiode ($m=1$; Periode 24^h) zwischen 600 und 700 km liegen und so an die Eindringtiefen der Ringstrom-Nachphase erdmagnetischer Stürme anschließen. Bei der vierten Oberschwingung ($m=4$; Periode 6^h) reduzieren sich diese Eindringtiefen auf 300 km, hier allerdings noch immer ohne Anschluß an magnetotellurisch bestimmte unverzerrte Eindringtiefen bei vergleichbaren Perioden.

Dies zeigt die zweifache Bedeutung, die der Beschäftigung mit dem Tagesgang in dieser Hinsicht zukommt. Sie ermöglicht zum einen eine elektromagnetische Sondierung des oberen Erdmantels in einem kritischen Bereich, in welchem sich die Leitfähigkeit der Mantelmaterie um mindestens eine

Größenordnung verändert, und zum anderen bietet sie eine Möglichkeit, die lokale Verzerrung tellurischer Felder zu erkennen. Indem man den inneren Anteil des Tagesganges als unbeeinflusst von oberflächennahen Strukturen betrachtet, erhält man in $Z_n = i\omega C$ einen theoretischen Normalwert für die magnetotellurische Impedanz und in

$$\underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{A}} \begin{pmatrix} 0 & Z_n \\ -Z_n & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

eine Methode, um der gemessenen Impedanz $\underline{\underline{Z}}$ eine lokale Verzerrungsmatrix $\underline{\underline{A}}$ zuzuordnen.

2. Die C-Response sphärischer Leiter und ihre Bestimmung nach dem Z:Y Verfahren

Soll aus nur magnetischen Meßdaten an der Erdoberfläche die Leitfähigkeitsverteilung bestimmt werden, so ist die räumliche Struktur des induzierenden Quellenfeldes voll einzubeziehen. Hierin unterscheiden sich erdmagnetische und magnetotellurische Tiefensondierungen ganz wesentlich. Je detaillierter die genannte Quellenfeldstruktur angegeben werden kann, umso genauer wird die Bestimmung der induktiven Response sein.

Im Falle erdumspannender globaler Variationsfelder, wie denjenigen tagesperiodischer Variationen, wird zu diesem Zwecke das Oberflächenfeld nach Kugelfunktionen entwickelt. Seien (r, θ, λ) sphärische geozentrische Koordinaten, $r=R_E$ die Erdoberfläche und $\theta=0$ der geographische Nordpol. Sei $\underline{\underline{B}} = -\text{grad } U$ die darzustellende, aus einem skalaren Potential U abzuleitende Kraftflußdichte des magnetischen Variationsfeldes zwischen Erdoberfläche und Ionosphäre, $\tilde{\underline{\underline{B}}} = -\text{grad } \tilde{U}$ ihre Fouriertransformierte und $\exp(i\omega t)$ der Zeitfaktor zur Kreisfrequenz ω . Dann lautet die Reihendarstellung von \tilde{U} an der Erdoberfläche in komplexer Schreibweise

$$\tilde{U}(\omega; \theta, \lambda) = R_E \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{Y}_n(\omega; \theta, \lambda). \quad (3)$$

Darin ist

$$\tilde{Y}_n(\omega; \theta, \lambda) = \sum_{m=-n}^{+n} u_n^m(\omega) P_n^{|m|}(\cos\theta) e^{im\lambda} \quad (4)$$

eine Kugelflächenfunktion n-ten Grades, P_n^m eine zugeordnete Kugelfunktion n-ten Grades und m-ter Ordnung.- In diesem Abschnitt ist "m" nicht der Zählindex der zeitlichen Harmonischen.

Die Koeffizienten u_n^m des nicht-separierten Potentials lassen sich aus einer Kugelfunktionsanalyse der tangentialen Feldkomponenten $\tilde{E}_\theta = - \sum_n \partial \tilde{Y}_n / \partial \theta$ und $\tilde{E}_\lambda = -1/\sin\theta \cdot \sum_n \partial \tilde{Y}_n / \partial \lambda$ gewinnen, wenn diese an einer genügenden Zahl von Stützstellen an der Erdoberfläche vorgegeben sind. Damit ist $Y_n(\theta, \lambda)$ für jeden gewählten Oberflächenpunkt zumindest näherungsweise ausrechenbar.

Die gesuchten Responsefunktionen eines sphärischen Leiters mit $\sigma = \sigma(r)$ für $r < R_E$ werden über eine der Tellurischen Tangentialkomponenten oder über die radiale magnetische Feldkomponente für $r = r_E$ eingeführt:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_\theta(\omega; \theta, \lambda) &= \frac{1}{\sin\theta} \sum_n Z_n(\omega) \frac{\partial \tilde{Y}_n(\omega; \theta, \lambda)}{\partial \lambda} , \\ \tilde{E}_\lambda(\omega; \theta, \lambda) &= - \sum_n Z_n(\omega) \frac{\partial \tilde{Y}_n(\omega; \theta, \lambda)}{\partial \theta} , \end{aligned} \quad (5)$$

$$\tilde{B}_r(\omega; \theta, \lambda) = \frac{1}{R_E} \sum_n n(n+1) C_n(\omega) \tilde{Y}_n(\theta, \lambda).$$

Die C-Response ist dabei so definiert worden, daß sie zur magnetotellurischen Impedanz in der üblichen Beziehung $Z_n = i\omega C_n$ steht. Näheres hierzu im Scripps Bulletin Vol.13 (1970), Abschnitt 5.2 .

Würde man nach dem Gaußschen Trennungsverfahren auch die Radialkomponente B_r nach Kugelfunktionen entwickeln, so ließen sich die Potentialkoeffizienten u_n^m in ihren äußeren An-

teil ϵ_n^m und ihren inneren Anteil l_n^m aufspalten. Ihr Verhältnis $Q_n(\omega) = l_n^m(\omega)/\epsilon_n^m(\omega)$, - wegen der gemachten Beschränkung wie Z_n und C_n nur vom Grad n abhängig - liefert eine dritte aus Beobachtungen ableitbare Responsefunktion, deren Beziehung zur C-Response lautet:

$$Q_n = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1 - (n+1) C_n/R_E}{1 + n C_n/R_E}$$

Für eine homogene Erdkugel beispielsweise gilt mit $\alpha^2 = i\omega\mu_0 \sigma R_E^2$

$$Q_n = \frac{n}{n+1} \left\{ 1 - \frac{(2n+1) j_n(i\alpha)}{i\alpha j_{n-1}(i\alpha)} \right\} \approx \frac{n}{n+1} \left\{ 1 - \frac{2n+1}{\alpha} \right\}$$

oder

$$C_n \approx \frac{R_E}{\alpha} \frac{1}{1 - n/\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu_0 \sigma}} \cdot \frac{1}{1 - n/\alpha}$$

wobei sich die Näherungen auf große Argumente der sphärischen Besselfunktionen j_n beziehen. Die Näherung bedeutet, daß die Skintiefe $\sqrt{2/\omega\mu_0 \sigma}$ klein sein soll im Vergleich zum Erdradius, was bei erdmagnetischen Variationen aller Perioden zutrifft.

Wie wirken sich nun Abweichungen von der geforderten Radialsymmetrie in σ aus? Da sich innere und äußere Anteile im Potential addieren und der unbeeinflusste äußere Anteil ohnehin dominiert, werden B_θ und B_λ am wenigsten betroffen sein und damit die aus ihnen abgeleitete Kugelflächenfunktion Y_n . Im Vergleich wird B_r wesentlich stärker verändert, da B_r die Differenz äußerer und innerer Anteile enthält.- So ist etwa die Küstenanomalie tagesperiodischer Variationen nur in B_r mit einer örtlich konzentrierten starken Anomalie verbunden, während sie sich auf der Landseite in B_θ und B_λ nur als kaum sichtbare, aber weit ausgedehnte Anomalie zu erkennen gibt.-

Durch diese Möglichkeit starker örtlicher Anomalien von B_r wird aber auch die Bedeutung der Q_n -Response unsicher, da

sie eine Kugelfunktionsentwicklung von B_r verlangt mit nicht abschätzbaren Auswirkungen solcher Anomalien. In jedem Falle wäre die Q_n -Response ein globales Maß für eine schlecht definierbare mittlere Leitfähigkeitstiefenverteilung.

Bei der Bestimmung der C-Response kann man es dagegen so einrichten, daß man sie nur dort bestimmt, wo B_r kein sichtbar anomales Verhalten zeigt und die erhaltene C-Response zumindest den bekannten Bedingungen für eine 1D-Response genügt. Variieren dann die empirischen Responsewerte von Ort zu Ort, so kann dies wie in der Magnetotellurik näherungsweise als Sondierung der jeweils örtlichen Leitfähigkeitstiefenverteilung betrachtet werden.

Eine Benutzung der magnetotellurischen Impedanzen selbst zur Sondierung ist bei tagesperiodischen Variationen kaum gegeben, da sich im tellurischen Feld bei langen Perioden auch weit entferntliegende Leitfähigkeitskontraste auswirken und die örtliche Impedanz nahezu an jedem Ort stark verzerren, zumindest auf dem Lande.

Die obige Bestimmungsgleichung der C-Response läßt sich für die praktische Anwendung vereinfachen, indem man ihre schwache Abhängigkeit vom Grad n bedenkt. Dies ist der angegebenen Näherungsformel für eine homogene Kugel unmittelbar zu entnehmen. Sie gilt ganz allgemein, wenn $n|C_n|$ klein ist im Vergleich zum Erdradius, was bei den tagesperiodischen Variationen weitgehend zutrifft. Indem man also für eine feste Frequenz $C_n(\omega)$ als Konstante betrachtet und in Gl.(5) vor das Summenzeichen zieht, erhält man in

$$\tilde{B}_r(\theta, \lambda) = \frac{C(\omega)}{R_E} \sum_n n(n+1) \tilde{Y}_n(\theta, \lambda) \quad (6)$$

die Ausgangsgleichung des Z:Y Verfahrens. Sie erlaubt eine örtliche Bestimmung von $C(\omega)$ aus dem örtlichen B_r und einem aus dem globalen Variationsfeld abgeleiteten Y_n , wobei die Kugelfunktionsanalyse eine geglättete Darstellung dieses Feldes bewirkt. In Gl.(6) ist $C(\omega)$ als C_n -Response des do-

minierenden Terms in der Reihenentwicklung zu verstehen, die sich in jedem Fall nur wenig von der asymptotischen C-Response der Wellenzahl Null im Fall ebener Leiter unterscheiden wird.

3. Datenauswahl und Kugelfunktionsanalyse

Die Daten sind der bereits genannten erweiterten WINCH Kollektion für 1964/65 und 138 Observatorien entnommen worden. Um wenigstens einen Vergleich mit einem anderen Datensatz zu ermöglichen, nenne ich im folgenden auch Ergebnisse, die ich mit Daten aus der PRICE-STONE Sammlung für 1958 und 78 Observatorien erhalten habe (A.T. Price and D.J. Stone: The quiet-day magnetic variations during the IGY. Vol. 35, p. 64-269. Annals of the International Geophysical Year, Oxford Pergamon Press 1964). Die Sammlung enthält für die zwölf Monate dieses Jahres die stündlichen Mittelwerte von Mitternacht bis Mitternacht in Ortszeit, gemittelt über die fünf ruhigen Q-Tage eines Monats. Die Originaldaten sind verlorengegangen. Zusammen mit Nils Olsen habe ich daher mittels eines scanner in unserem Rechenzentrum die veröffentlichten Tabellen gelesen und neu abgespeichert. Es handelt sich um 67 392 Tabellenwerte.

Doch zurück zur WINCH Kollektion: Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, einzelne Tage zur Analyse auszuwählen, und zwar von Mitternacht zu Mitternacht in Weltzeit. Stark gestörte Tage habe ich dabei gleich weggelassen. Doch auch an weniger stark gestörten Tagen sind die tagesperiodischen S_q -Variationen ruhiger Tage, um die es hier geht, in höheren Breiten von aktivitätsbedingten und gleichfalls tagesperiodischen S_D -Variationen so verdeckt, daß man auf alle Observatorien ab 55° geomagnetischer Breite verzichten müßte. An ruhigen Tagen dagegen verschwinden die S_D -Variationen, und die S_q -Variationen sind bis zur Polarlichtzone verfolgbar.

Ich habe daher die Analyse mit den jeweils fünf ruhigen Q-Tagen eines Monats ausgeführt, also mit insgesamt 120

Einzeltagen. In einer zweiten Analyse habe ich mich auf die ganz ruhigen Tage beschränkt, an denen die Tagessumme der acht ap-Indizes 16 nicht überschreitet. In den genannten Jahren gab es 42 solcher Tage, allerdings ungleichmäßig über das Jahr verteilt. Von den 24 Monaten hatten acht überhaupt keinen wirklich ruhigen Tag im obigen Sinne, der Oktober 1965 aber allein sechs.

An den so gewählten Tagen konnten Observatorien bis 60° geomagnetischer Breite einbezogen werden. Ausgeschlossen wurden neben den Polarobservatorien in noch höherer Breite die Observatorien in der Nähe des äquatorialen Elektrojets. Ausschlußkriterium war ihre dip-Breite, bestimmt aus der örtlichen Inklination. Observatorien mit einer dip-Breite unter 6° oder einer Inklination unter 12° wurden ausgeschlossen. Es verblieben 77 Observatorien für 1964 und 93 für 1965. Durch Datenlücken reduzierte sich die Zahl der jeweils verfügbaren Observatorien weiter, und zwar im Mittel auf 70 für 1964 und knapp 90 für 1965.

Die ausgewählten Daten wurden nocheinmal geplottet, wobei noch weitere fehlerhafte Werte entdeckt wurden, und dann Tag für Tag harmonisch analysiert bis zur sechsten Harmonischen entsprechend einer Periode von 4 Stunden. Anschließend wurde die Phase von Weltzeit t auf Ortszeit $t' = t + \lambda$ transformiert (Zeiten in Winkelmaß, $1 \text{ Std} \hat{=} 2\pi/24$), indem die komplexen Fourieramplituden der m -ten Harmonischen mit $\exp(-im\lambda)$ multipliziert wurden. - Von nun an ist " m " wieder Zählindex der Harmonischen.

Sei $S(t'; \theta, \lambda)$ die beobachtete Sq-Variation in Ortszeit in einer der drei Komponenten B_r, B_θ, B_λ am Beobachtungsort (θ, λ) . Dann liefert die harmonische Analyse insgesamt die näherungsweise Darstellung:

$$S(t'; \theta, \lambda) = \tilde{S}_0 + \sum_{m=1}^6 \text{Re}\{\tilde{S}(\omega_m; \theta, \lambda) e^{imt'}\}$$

mit $\omega_m = 2\pi m/\text{Tag}$.

Zur erstmals versuchten Einbeziehung der fünften und sechsten Harmonischen von Sq eine Anmerkung: Abb.1 zeigt das Amplitudenspektrum für eine harmonische Analyse von zwei ganzen Monaten, also von 720 Stundenmittelwerten des Observatoriums "Fürstenfeldbruck". Um ein frequenzunabhängiges Hintergrundspektrum zu erhalten, sind im Sinne eines Hochpasses nicht die Werte selbst, sondern die Differenzen aufeinanderfolgender Werte analysiert worden. Der Abzissenmaßstab ist logarithmisch, für Amplituden in Nanotesla. Die gestrichelte Linie zeigt das zu erwartende Spektrum von 720 Zufallszahlen gleicher Varianz. Der Monat April 65 enthält einen starken magnetischen Sturm, der September 64 ist vergleichsweise ruhiger.

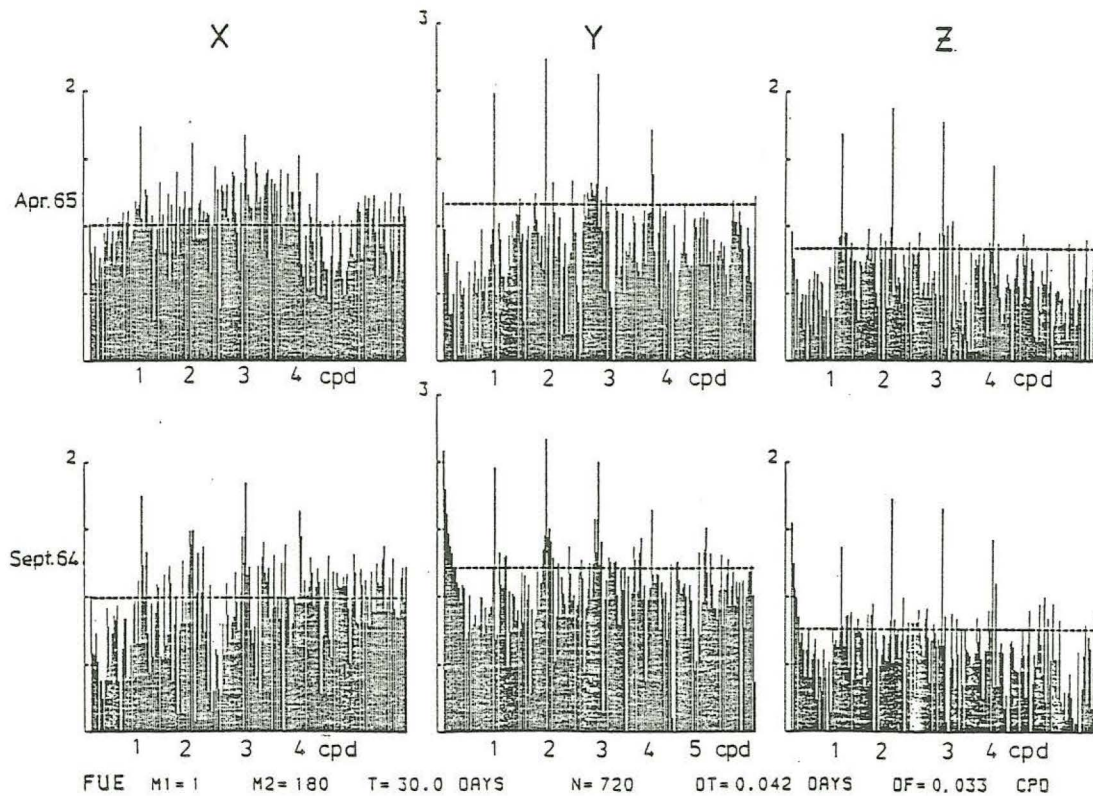


Abb. 1

Insbesondere in der Ostkomponente (Y) sind die Sq-Linien bis $m=4$ gut zu erkennen, dann verschwinden sie für April 65 im Kontinuum, während im September 64 die nachfolgenden Harmonischen bei 5 cpd und 6 cpd weiter sichtbar bleiben. Gleiches gilt für die Vertikalkomponente (Z). Daß die Sq-Linien der Nordkomponente sich weniger deutlich vom Kontinuum abheben, erklärt sich aus der Nähe des Observatoriums zur Breite des Zentrums des nördlichen Sq-Stromwirbels.

Dieser Darstellung ist insgesamt zu entnehmen, daß man an ruhigen Tagen bis zur fünften und möglicherweise auch bis zur sechsten Harmonischen gehen kann. Allerdings liegen ihre Amplituden mit 1 nT in jedem Falle nur knapp über dem Rauschpegel des spektralen Kontinuums. Problematisch ist auch die Frage ihrer Ortszeitabhängigkeit, da sich die auf Ortszeit bezogenen Phasen der fünften und sechsten Harmonischen nicht immer als stabil erwiesen.

Die komplexen Fourieramplituden der Horizontalkomponenten, bezogen auf Ortszeit, sind dann Tag für Tag nach Kugelfunktionen entwickelt worden. Indem in dieser Weise Bezugskoordinaten gewählt werden, die sich mit der Sonne und so mit dem Quellenfeld um die Erde bewegen, erhält die genannte Entwicklung eine besonders einfache Form. Ist N die Zahl der verfügbaren Observatorien, so ergeben sich aus $\tilde{B}_\theta (= -X)$ und $\tilde{B}_\lambda (= +Y)$ jeweils $2N$ Bestimmungsgleichungen für die M zu bestimmenden Potentialkoeffizienten u_n^m in Gl.(4). Ihre Bestimmung erfolgt durch eine Ausgleichsrechnung mit $M \ll N$.

Gegenüber Gl.(3) ist die Reihenfolge der Summationen vertauscht worden, so daß die zweite Summation über Terme mit der gleichen Längenabhängigkeit erfolgt, also über zugeordneten Kugelfunktionen gleichbleibender Ordnung. Die Längenabhängigkeit $\exp(im\lambda)$ ist dabei in dem Zeitfaktor $\exp(i\omega_m t')$ enthalten und die Reihendarstellung beginnt mit Termen, deren Ordnung gleich dem Zählindex "m" der Harmonischen ist. Sie liefern den dominierenden nur von

der Ortszeit abhängigen Teil von S_q als Funktionen der Pol-
distanz θ . Die nachfolgenden Terme haben die Ordnungen $m+1$
und $m-1$, beschreiben also Anteile, die sich entweder etwas
schneller oder etwas langsamer als die Sonne von Ost nach
West bewegen. Daran schließen sich Terme mit $m+2$, $m-2$ an
und so fort.

Vorversuche haben ergeben, daß die Berücksichtigung sol-
cher nicht-ortszeitabhängigen Terme wichtiger ist als eine
möglichst genaue Wiedergabe der Breitenabhängigkeit zu ei-
ner festen Ordnung durch entsprechend viele Terme unter dem
zweiten Summenzeichen. Ihre Zahl wird einheitlich auf vier
beschränkt, so daß die Reihendarstellung für das Potential
der m -ten Harmonischen jetzt lautet

$$\tilde{U}(\omega_m; \theta, \lambda) = R_E \sum_{\ell=-L}^{+L} \{ e^{i\ell\lambda} \sum_{n=|m+\ell|}^{m+\ell+K} u_n^{m+\ell}(\omega_m) P_n^{m+\ell}(\cos\theta) \}. \quad (7)$$

In diesem Entwicklungsansatz wird abweichend von Gl.(4) die
Ordnung mit $(m+\ell)$ indiziert und die Summierung in n erfolgt
über $K+1=4$ Terme. Der scheinbar fehlende Faktor $\exp(im\lambda)$
ist in dem Zeitfaktor $\exp(im t')$ der Harmonischen enthalten,
deren Phase sich ja auf Ortszeit $t'=t + \lambda$ bezieht. Dies ist
bei der Differentiation nach λ zu beachten.

Die Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten $u_n^{m+\ell}$ erfolgt
durch eine Ausgleichsrechnung bezüglich der Reihendarstel-
lungen der Tangentialkomponenten. Sie ergeben sich aus Gl.
(7) zu

$$\tilde{B}_\theta(\omega_m; \theta, \lambda) = - \frac{1}{R_E} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \theta} = - \sum_{\ell} e^{i\ell\lambda} \sum_n u_n^{m+\ell}(\omega_m) \frac{dP_n^{m+\ell}}{d\theta}, \quad (8)$$

$$\sin\theta \cdot \tilde{B}_\lambda(\omega_m; \theta, \lambda) = - \frac{1}{R_E} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \lambda} = - \sum_{\ell} i(m+\ell) e^{i\ell\lambda} \sum_n u_n^{m+\ell}(\omega_m) P_n^{m+\ell}(\cos\theta).$$

Terme des Grades $n=0$ entfallen als additive Konstanten,
ebenso in der Entwicklung von B_λ diejenigen der Ordnung
 $m+\ell = 0$. Insgesamt enthalten die Darstellungen also (höch-

stens) $M=(K+1) (1+2L) = 4+8L$ komplexe Koeffizienten, zu bestimmen aus $2N$ komplexen Eingabedaten an N Observatorien nach Gl.(8).

Zur Physikalischen Bedeutung der Koeffizienten Folgendes: Indem man die Darstellungen mit $\ell=0$ beginnt, berücksichtigt man zunächst den wesentlichen Anteil von S_q , der dem Stand der Sonne folgend in Ortszeit längenunabhängig ist. Erfahrungsgemäß ist der zweite Term mit $n = m+1$ derjenige mit der weitaus im Betrag größten Amplitude. Dies gilt insbesondere während der Äquinoxien, wenn die äußeren S_q -Quellenströme in beiden Hemisphären gleich stark und spiegel-symmetrisch bezüglich des Äquators sind, was durch die Kugelfunktionen P_{m+1}^m , P_{m+3}^m , ... im Potential ausgedrückt wird. Gleiches gilt für die inneren Ströme bei Induktion in einem geschichteten Erdmodell.

Es folgen mit $\ell = \pm 1, \pm 2, \dots$ nicht-ortszeitabhängige Anteile, unter ihnen bei $\ell = -m$ auch der nur von Weltzeit abhängige Anteil von S_q . Ihre Bedeutung liegt darin, daß sich in ihnen Anomalien des inneren Anteils ausdrücken, wie in Abschnitt 6 näher dargestellt wird. Zur Reproduzierbarkeit dieser höheren Terme der Potentialdarstellung sei vermerkt, daß Analysen mit unterschiedlichen Daten zur gleichen Jahreszeit durchaus vergleichbare Koeffizienten mit $\ell \neq 0$ ergeben, und zwar auch dann, wenn man andere Observatorien benutzt. Auch hierzu Näheres weiter unten.

Der gewählte Entwicklungsansatz ist somit den äußeren und inneren Quellen von S_q bestmöglich angepaßt. Es läßt sich aber nicht leugnen, daß er nicht ohne eine gewisse Willkür ist und daß es andere Reihenansätze geben wird, die die vorgegebenen Daten genauso gut erklären. Dies betrifft insbesondere die Wahl der unteren und oberen Grenzen in der Summierung über n . Der Vorteil der getroffenen Wahl besteht darin, daß die involvierten Kugelfunktionen eine gleichbleibende Zahl $n-|m+\ell| = 0, 1, \dots, K$ von Nullstellen zwischen den Polen besitzen.

Die große Zahl der verfügbaren Observatorien erlaubt es, formal eine sehr große Zahl von Koeffizienten zu bestimmen, solange nur M kleiner ist als $2N$. Um M und damit L in Gl. (7) optimal zu wählen, habe ich in Vorversuchen die Stabilität der Kugelfunktionsanalyse mit wachsendem M untersucht unter gleichzeitiger Beachtung der erzielten Verbesserung in der Anpassung.

Hierzu wird als Stabilitätskriterium $|x|^2$ als Summe der quadrierten Absolutwerte der jeweils bestimmten Koeffizienten eingeführt und als Anpassungskriterium ϵ^2 als Summe der quadrierten absoluten Differenzen zwischen beobachteten und nach Gl. (8) synthetisierten Eingabedaten, geteilt durch $2N$.

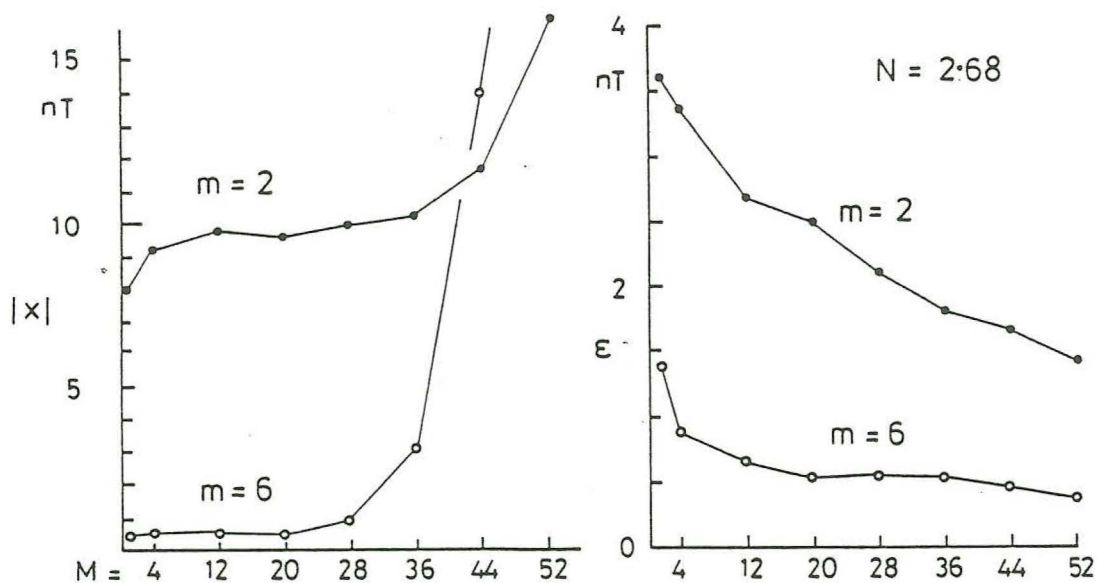


Abb. 2

Abb.2 zeigt $|x|$ und ϵ in Abhängigkeit von M für die Analysen eines ruhigen Tages im Oktober 1965. Für $M=1$ ist nur der Koeffizient u_{m+1}^m bestimmt worden. Sonst gilt $M=4 + 8L = 4, 12, \dots 52$.

Man erkennt, daß ab $L=5$ die Lösung instabil wird, was durch den steilen Anstieg von $|x|$ - insbesondere bei der

sechsten Harmonischen - infolge oszillierender Lösungen angezeigt wird. Andererseits ist mit wachsendem M eine zunächst steile und dann abflachende Verbesserung in der Anpassung zu beobachten. Dies erweist $L=4$ als optimal bezüglich Stabilität und Anpassung, und alle Analysen sind mit der so festgelegten Zahl von (höchstens) $M=36$ Koeffizienten pro Harmonische durchgeführt worden.- Es sei aber vermerkt, daß eine numerische Konvergenz der Reihendarstellung nicht beobachtet wurde, in dem Sinne, daß mit wachsendem l die Beträge der Koeffizienten stetig abnehmen würden.

Abschließend ein Hinweis auf bisher durchgeführte Analysen von Sq. Chapman (1919) hat in seiner klassischen Bearbeitung der äquinoktialen Sq-Gänge 1902/05 an 21 Observatorien nur einen Koeffizienten bestimmt, nämlich den dominierenden in Ortszeit bei $n = m+1$. Parkinson (1977) benutzte für die monatlichen Sq-Gänge im IGY an 64 Observatorien schon 12 Koeffizienten, und zwar ganz im Sinne des hier benutzten Ansatzes mit $K=3$ und $L=1$. Die großen Analysen von Malin (1973) und Winch (1981) mit 100 und mehr Observatorien für das IGY und 1964/65 enthalten zwar noch mehr Koeffizienten, doch durch die Verwendung von Jahresmittelwerten sind ihre Ergebnisse nicht mit denen vergleichbar, über die hier berichtet wird. Ich selbst habe in der beschriebenen Weise die Monatsmittel von 1958 der PRICE-STONE Sammlung analysiert und eine gute Übereinstimmung in den Koeffizienten gefunden, abgesehen von einer einheitlichen, aktivitätsbedingten Vergrößerung ihrer Absolutwerte von 1958 gegenüber 1964/65.

Zur Abhängigkeit von Zahl und Verteilung der Observatorien habe ich folgendes herausgefunden: Läßt man auf der Nordhalbkugel, auf der sich die große Mehrheit der Observatorien befindet, jedes zweite Observatorium weg, so beeinflusst dies das Analyseergebnis so gut wie gar nicht. Würde man mit den höchstens 18 verfügbaren Observatorien auf der Südhalbkugel ebenso verfahren, ist die Veränderung in den Nicht-Ortszeittermen gravierend. Dies erklärt sich auch aus der Tatsache, daß die Observatorien der Südhalbkugel fast

ausnahmslos Insel- und Küstenobservatorien sind und so mit ihren anomalen inneren Anteilen die Koeffizienten dieser Terme ganz wesentlich mitbestimmen.

4. Die C-Response tagesperiodischer Variationen an ausgewählten Observatorien

Die Ausgangsgleichung des hier benutzten Z:Y Verfahrens enthält die gesuchte örtliche C-Response als Übertragungsfunktion eines univariaten linearen Systems. Seien (θ, λ) die Koordinaten des Observatoriums, für das die C-Response bestimmt werden soll, und sei

$$\tilde{Y}(\omega_m; \theta, \lambda) = \sum_n n(n+1) \tilde{Y}_n(\omega_m; \theta, \lambda)$$

eine für dieses Observatorium aus dem globalen Potential der m-ten Sq-Harmonischen abgeleitete Eingabefunktion. Sie wird als "fehlerfrei" betrachtet. Dann ist nach Gl.(6)

$$\tilde{B}_r(\omega_m; \theta, \lambda) = \frac{\hat{C}(\omega_m)}{R_E} \cdot \tilde{Y}(\omega_m; \theta, \lambda) + \delta \tilde{B}_r(\omega_m; \theta, \lambda) \quad (9)$$

mit R_E als Erdradius und $\delta \tilde{B}_r$ als Residuum; $\hat{C}(\omega_m)$ bezeichnet den Erwartungswert der gesuchten C-Response zur m-ten Harmonischen. Die Kugelflächenfunktionen \tilde{Y}_n in \tilde{Y} werden dabei nach Gl.(4) durch Zusammenfassen aller Terme gleichen Grades gebildet, welche aus einer Entwicklung von \tilde{B}_θ und \tilde{B}_λ weltweit nach Gl.(8) hervorgehen.

Jeder analysierte Tag liefert neue Ein- und Ausgaben \tilde{B}_r und \tilde{Y} , aus deren Gesamtheit $\langle \rangle$ ein Schätzwert

$$C(\omega_m) = R_E \cdot \langle \tilde{B}_r \tilde{Y}^* \rangle / \langle \tilde{Y} \tilde{Y}^* \rangle \quad (10)$$

der C-Response gewonnen wird. Fehlerangaben ΔC bezüglich des Absolutwertes beziehen sich im Folgenden auf Irrtumswahrscheinlichkeiten von 32% unter der Annahme normalverteilter Residuen. Diese Voraussetzung ist überprüft und in der Weise für richtig befunden worden, daß die Schätzwerte der normier-

ten quadratischen Spektren χ^2 -verteilt sind mit der doppelten Zahl der analysierten Tage als Freiheitsgrade.

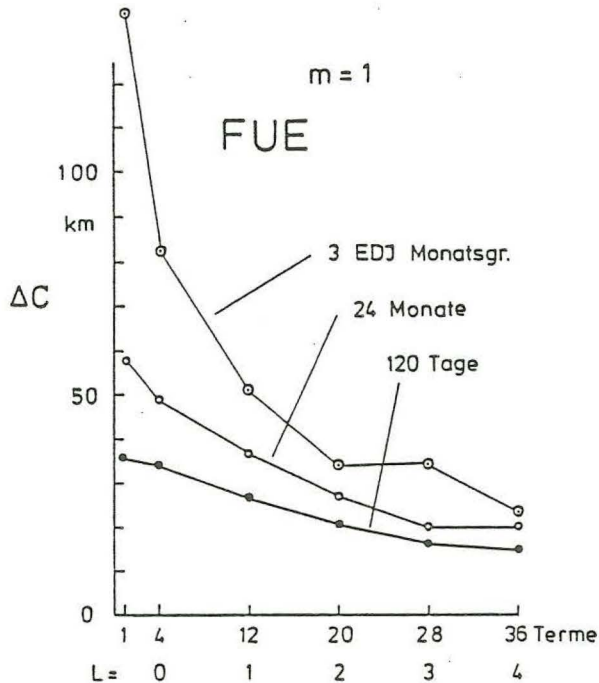


Abb. 3

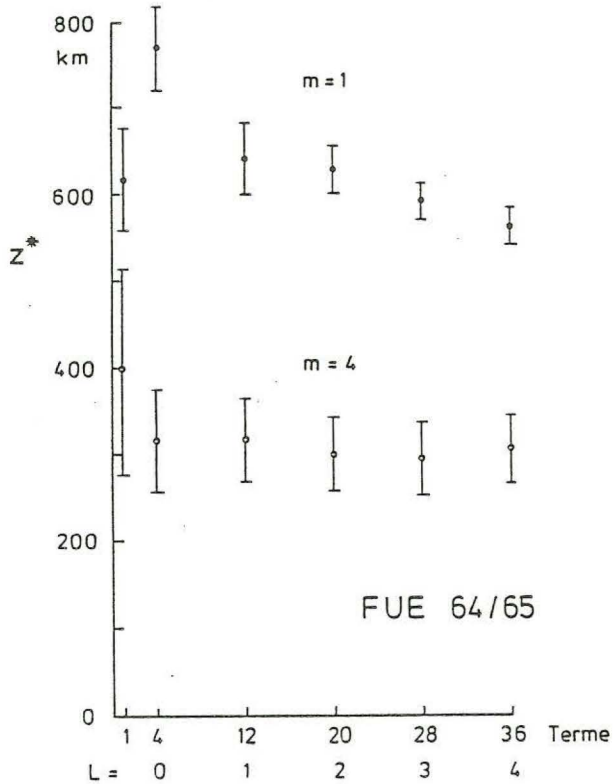
Am Beispiel des Observatoriums "Fürstenfeldbruck" soll in Abb.3 gezeigt werden, welchen Einfluß die Zahl der Terme und Mittelwertbildungen vor der Entwicklung nach Kugelfunktionen besitzen. Tatsächlich erhält man die kleinsten statistischen Fehler wenn man die Entwicklung mit der größtmöglichen Zahl von Termen durchführt und dies für jeden Tag einzeln tut. So beträgt etwa der relative Fehler für die erste Harmonische

und $|C(\omega_1)| \approx 700$ km mit $\Delta C = 36$ km rund 5%, wenn man sich auf die vier reinen Ortszeitsterme beschränkt ($L=0$), verringert sich aber auf die Hälfte durch Hinzunahme von 32 Nicht-Ortszeittermen ($L=4$).

Dies zeigt, welchen Vorteil eine möglichst genaue Erfassung des globalen Variationsfeldes bringt. Wird schließlich die Kugelfunktionsanalyse nicht mit einzelnen Q-Tagen, sondern mit deren monatlichen oder sogar jahreszeitlichen Mittelwerten vorgenommen, so bewirkt dies eine klare Vergrößerung der statistischen Fehler, wie ebenfalls der Abb.3 zu entnehmen ist.

Außer diesen statistischen Fehlern sind aber möglicherweise auch systematische Fehler zu bedenken. So ist ganz allgemein zu beobachten, daß sich die Eindringtiefen $z^* = \text{Re}(C)$ für die ersten beiden Sq-Harmonischen systematisch ver-

ringern, wenn man die Zahl der Terme erhöht. Dies zeigt Abb.4 wiederum am Beispiel "Fürstenfeldbruck".



Hier ist bei der ersten Harmonischen eine zunächst sprunghafte Abnahme von 770 km auf 640 km zu beobachten, wenn man von L=0 zu L=1 übergeht, also bei Hinzunahme der ersten acht Nicht-Ortszeitsterme. Es folgt eine weitere stetige Abnahme bis 565 km und L=4. Im Gegensatz hierzu sind die Eindringtiefen der gleichfalls dargestellten vierten Harmonischen innerhalb der Fehlergrenzen unabhängig von M.

Abb. 4

Eine mögliche Erklärung wären fehlerbehaftete Eingaben \tilde{Y} , deren Gesamtfehler mit wachsender Zahl der Terme zunimmt und so $|C|$ verkleinert. Andererseits deutet die alleinige Betroffenheit der ersten beiden Harmonischen darauf hin, daß die vernachlässigte Abhängigkeit der C-Response vom Grad n einen Einfluß haben könnte. Der jeweils höchste Grad in der Entwicklung der m-ten Harmonischen ist $m+L+K$, beträgt also maximal $n=8$ für $m=1$ und $L=4$, so daß $n|C(\omega_1)|$ durchaus die Größe des Erdradius erreicht.

Um diese Möglichkeit zu prüfen, habe ich die Analyse mit korrigierten Eingaben

$$\tilde{Y}' = \sum_n n(n+1) \delta_n \tilde{Y}_n$$

wiederholt. Die Korrekturfaktoren

$$\delta_n(\omega_m) = C_n(\omega_m) / C_{m+1}(\omega_m)$$

bezüglich des führenden, in Gl.(6) vor die Summe gezogenen Terms wurden dabei für ein vorgegebenes Erdmodell berechnet, das die zunächst gewonnenen C-Responsewerte aller Sq-Harmonischen erklärt.- Diese Korrektur hat zwar die systematische Abhängigkeit der Eindringtiefen von M deutlich reduziert, aber nicht vollständig beseitigt, so daß vorerst eine gewisse Unsicherheit bezüglich systematischer Fehler in den nun folgenden tabellierten Angaben verbleibt.

Zunächst sei jetzt die vollständige Liste der C-Responsewerte für "Fürstenfeldbruck" wiedergegeben, mit Fehlerangaben in Klammern. Links stehen die Ergebnisse, wenn alle verfügbaren Q-Tage von 1964/65 benutzt werden, zum Vergleich in der Mitte diejenigen, die sich aus den ganz ruhigen Tagen dieser Jahre ergeben, und rechts die Ergebnisse aus den 12 monatlichen Mittelwerten der fünf Q-Tage jedes Monats im Jahre 1958. Zur globalen Kugelfunktionsanalyse wurden je nach Verfügbarkeit 70 bis 90 Observatorien benutzt.

Tabelle 1: C-Response von Fürstenfeldbruck, in km

	119 Tage 64/65	41 Tage 64/65	12 Monate 1958
m=1	550 - 199i (15)	510 - 179i (29)	583 - 117i (24)
2	444 245 (12)	437 220 (21)	504 223 (19)
3	375 221 (18)	398 223 (32)	401 196 (21)
4	331 176 (31)	330 161 (51)	384 213 (61)
5	321 181 (52)	294 168 (70)	331 145 (102)
6	357 123 (55)	346 91 (104)	369 111 (185)

Man entnimmt der Tabelle 1 unmittelbar, daß in allen drei Analysen zwei wesentliche Bedingungen für 1D-Responsewerte erfüllt sind, daß nämlich die Phase im richtigen Quadranten liegt, und daß sich, zumindest bis m=5, die Eindringtiefe

mit zunehmendem m stetig verringert. Außerdem ist eine generelle Übereinstimmung der drei Analysen innerhalb der Fehlergrenzen zu beobachten. Eine Ausnahme bildet lediglich die zu große Eindringtiefe der zweiten Harmonischen für 1958.

Die Eindringtiefen der sechsten Harmonischen erscheinen in allen drei Analysen als zu groß. Doch diese Schätzwerte sind so unsicher, daß hieraus keine Schlüsse gezogen werden können, etwa bezüglich einer möglichen lokalen Anomalie. Es sei daran erinnert, daß diese Harmonische nicht mehr als erkennbare Linie im Spektrum hervortritt (Abb.1) und daß der führende Term in einer Kugelfunktionsdarstellung nicht unbedingt der zweite Ortszeitterm mit $n = m+1$ ist, wie dies für alle anderen S_q -Harmonischen charakteristisch ist.

Die nächste Tabelle vergleicht die aus allen verfügbaren Q-Tagen 1964/65 abgeleitete C-Response von Fürstenfeldbruck mit derjenigen nahe gelegener Observatorien in der Tschechoslowakei, in Österreich und in Ungarn.

Tabelle 2: C-Response im südlichen Mitteleuropa

	Fürstenfeldb.	Pruhonice	Wien-K.	Tihany
	119 Tage	111 Tage	120 Tage	120 Tage
m=1	550-199i (15)	527-201i (21)	571-284i (16)	625-246i (18)
2	444 245 (12)	499 247 (17)	452 251 (14)	478 224 (15)
3	375 221 (18)	392 238 (25)	340 247 (18)	407 201 (19)
4	331 176 (31)	402 186 (47)	364 206 (30)	376 190 (30)
5	321 181 (52)	266 291 (91)	290 223 (58)	332 169 (58)
6	357 123 (55)	325 254 (110)	344 137 (59)	368 44 (57)

Wiederum ist innerhalb der Fehlergrenzen eine gute Übereinstimmung festzustellen, was auf eine einheitliche Tiefenstruktur der Leitfähigkeit im südlichen Mitteleuropa hinweist. Außerhalb der Fehlergrenzen liegen die insgesamt etwas höheren Eindringtiefen von Tihany, womit sich der Beginn einer regionalen Tendenz abzeichnet. Näheres hierzu im näch-

sten Abschnitt.- Die Ursachen für die vergleichsweise großen Fehler bei Pruhonice sind unklar. Insgesamt zeigt Tabelle 2, daß die neue Analyse zumindest in mittleren Breiten sehr genaue Bestimmungen von etwa gleichbleibenden örtlichen Eindringtiefen erlaubt. Statistische Fehler bis $m=3$ liegen unter 5%, womit auch die Genauigkeit der Skalenwertbestimmungen in Z erreicht sein dürfte.

Die bisher behandelten Observatorien befinden sich weit südlich der Polarlichtzone, so daß der Einfluß von S_D zumindest an den ausgewählten Tagen klein sein sollte. Nunmehr wird am Beispiel des schwedischen Observatoriums "Lovö" untersucht, wie sich die Responsebestimmungen in unmittelbarer Nähe zur Polarlichtzone durch S_D -Beiträge verschlechtern. In Tabelle 3 werden wieder Schätzwerte nach den drei Analysen von Tabelle 1 verglichen.

Tabelle 3: C-Response Lovö, in km

	120 Tage 64/65	41 Tage 64/65	12 Monate 1958
m=1	589 - -30i (49)	579 - 16i (120)	538 - -293i (177)
2	492 116 (38)	437 197 (103)	618 197 (31)
3	356 15 (47)	226 -11 (122)	333 -18 (85)
4	501 216 (67)	371 236 (135)	403 -57 (181)
5	365 284 (115)	160 258 (218)	-1 229 (348)
6	417 -9 (195)	1036 -272 (553)	+83 242 (370)

Insbesondere bei den Monatsmitteln sind die Fehler gegenüber Fürstenfeldbruck jetzt stark vergrößert, und ab $m=4$ sind die Schätzwerte im Ganzen unbrauchbar. Dabei ist die erhoffte Verbesserung durch die Verwendung ganz ruhiger Tage ausgeblieben. Nur in den Realteilen besteht eine gewisse Übereinstimmung mit "Fürstenfeldbruck", in den Imaginärteilen gilt dies aber nur für $m=2$. Wenn überhaupt, so kann wohl nur eine noch gezieltere Auswahl geeigneter Tage

zu besseren Ergebnissen führen. Von der vierten Harmonischen an wird aber in jedem Fall die aktivitätsbedingte Unruhe eine brauchbare Bestimmung der C-Response in diesen Breiten verhindern.

Abweichende, aber gut reproduzierbare Schätzwerte erhält man für alle Observatorien, die sich innerhalb einer der jeweiligen Skalenlänge $|C(\omega_m)|$ entsprechenden Entfernung von tiefen Ozeanen befinden. Läßt man sie weg, so ergeben sich die folgenden kontinentalen Mittelwerte. Sie sind entstanden durch Aufsummieren der Fourierprodukte in Gl.(10) über alle Tage und kontinentalen Observatorien mit den angegebenen Freiheitsgraden (ν) der Schätzwerte. Die nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz jetzt sehr kleinen Fehler haben möglicherweise eher eine formale Bedeutung, da nach dieser doppelten Mittelwertbildung die Residuen nicht unbedingt mehr normalverteilte, unabhängige Zufallsgrößen sind.

Tabelle 4: Kontinentale Mittelwerte der C-Response, in km

	120 Tage 64/65	42 Tage 64/65	12 Monate 1958	Äquinoxien 1957/59
	53 Observat.	52 Observat.	35 Observat.	13 Observat.
	$\nu = 2 \cdot 5556$	$\nu = 2 \cdot 1895$	$\nu = 2 \cdot 401$	$\nu = 2 \cdot 26$
m=1	547-174i (4)	536-154i (7)	608-115i (15)	750-155i (35)
2	450 231 (3)	439 209 (6)	493 254 (10)	565 320 (25)
3	378 204 (3)	372 186 (6)	365 194 (11)	405 295 (35)
4	326 166 (5)	328 161 (8)	327 162 (20)	365 215 (50)
5	256 116 (8)	269 141 (13)	268 143 (27)	—
6	212 96 (8)	231 94 (16)	312 83 (32)	—

Ganz rechts stehen in Tabelle 4 die im Landolt-Börnstein tabellierten Werte (Sec. 4.2.2, Tabelle 7), entstanden durch eine Analyse von äquinoktialen Mittelwerten aller Tage im IGY (außer den fünf D-Tagen) und aus einer Kugelfunktionsanalyse mit zwanzig Observatorien. Dabei wurden nur die vier reinen

Ortszeitterme berücksichtigt. Dies erklärt vermutlich die systematisch vergrößerten Eindringtiefen dieser Analyse gegenüber denjenigen, die sich aus den neuen Analysen mit jeweils 36 Termen ergeben.

Diese liefern übereinstimmende und mit einer 1D-Response konsistente Mittelwerte, soweit es die ersten Ableitungen bezüglich der Frequenz betrifft. Zu beachten ist, daß durch die Mittelwertbildung erstmals auch konsistente C-Werte für die sechste Harmonische erhalten werden. Größere Abweichungen für 1958, insbesondere bei der ersten und sechsten Harmonischen, mögen sich aus dem Fehlen von etwa zwanzig Observatorien für dieses Jahr gegenüber 1964/65 erklären.

Um die wesentlichen Merkmale der neuen Analyseergebnisse zu verdeutlichen, zeigt Abb.5 eine $\rho^*(z^*)$ -Darstellung für Fürstentfeldbruck und die kontinentalen Mittelwerte.

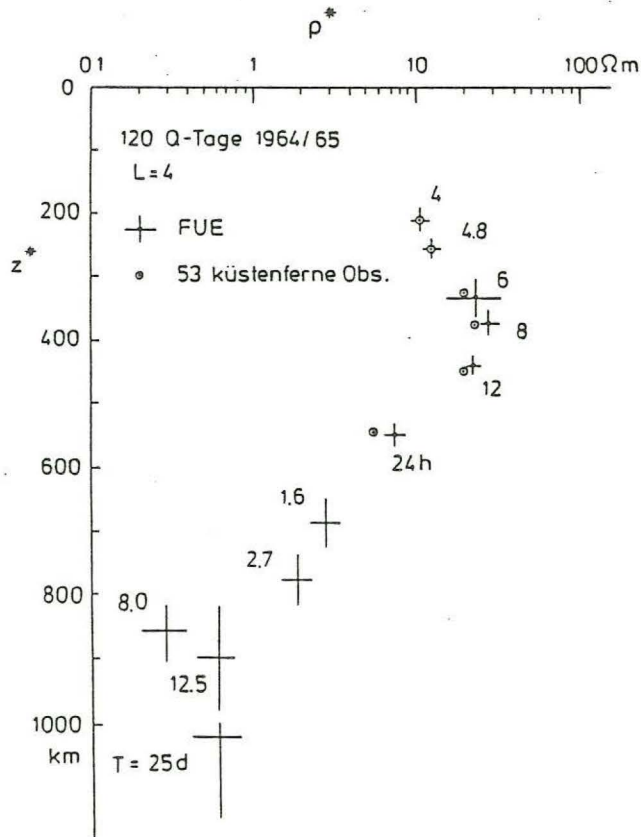


Abb. 5

Die Sq-Responsewerte sind ergänzt durch folgende, dem Landolt-Börnstein entnommene Dst-Responsewerte (Sec. 4.2.2, Tabelle 6):

f (cpd)	0.040	0.080	0.125	0.375	0.625
C (km)	1020-290i	900-200i	860-120i	780-160i	690-150i

Im Unterschied zu früheren Analysen schließen jetzt die Sq-Response bei $m=1$ ohne Versatz an diejenigen von Dst an und ergeben so eine zusammenhängende Sondierungskurve von 200 km bis 1000 km, über zwei Dekaden in der Frequenz und zwei grundverschiedene Quellenfeldstrukturen.

Dabei unterscheidet sich ein einzelnes Observatorium wie "Fürstenfeldbruck" nicht wesentlich vom kontinentalen Mittel. In dem betroffenen Tiefenbereich ist also die Leitfähigkeit im wesentlichen eine reine Funktion der Tiefe. Zumindest gilt dies im Bereich der Kontinente und in gebotener Entfernung von Küsten-Linien. Neu ist durch die Verwendung höherer Harmonischer die Heraushebung des Mantelbereichs um 400 km Tiefe als Zone erhöhten spezifischen Widerstandes und des jetzt klar dokumentierten Abstiegs von ρ^* ab der dritten Harmonischen zu einem darüber befindlichen Widerstandsminimum. Hier fehlt allerdings, wie schon einleitend erwähnt, der Anschluß an vermutlich wieder höhere ρ^* -Werte aus magnetotellurischen Sondierungen bei kürzeren Perioden. Für "Göttingen" würden sie nach Entzerrung für oberflächennahe Effekte auf ρ^* -Werte von 20 Ωm bei $z^* = 100$ km und 1 cph führen.

Abschließend sei ein 4-Schichtmodell genannt, das ich aus der kombinierten Sq-Dst Response für "Fürstenfeldbruck" unter Verwendung des Ψ -Algorithmus gewonnen habe. Den inkonsistenten Schätzwert für $m=6$ habe ich weggelassen, so daß die Eingabe aus jeweils fünf Sq- und Dst-Schätzwerten mit Fehlern bestand. Die Zahl der Schichten wurde von $M=2$ bis $M=5$ mit folgenden Ergebnissen variiert:

M	Anpassungsfehler	Optimaler Schichtparameter
2	$\epsilon = 0.204$	$d_o = 250$ km (für $\rho_o = 10 \Omega\text{m}$)
3	0.174	200
4	0.104	86
5	0.106	in einem weiten Bereich von d_o

Bis zu einer Unterteilung in vier Schichten wird also eine stetige Verbesserung der Anpassung erreicht, wobei der Anpassungsfehler als Funktion von d_o stets ein deutliches Minimum durchläuft. Damit erscheint ein 4-Schichtmodell als angemessen, bestehend aus einem 3-geteilten oberen Mantel über einem um Größenordnungen besser leitenden Halbraum für den tieferen Erdmantel.

Die Parameter des bestangepaßten Modells "Fürstenfeldbruck" sind:

1. Schicht	$\rho = 130 \pm 35 \Omega\text{m}$	0 - 310 km
2. Schicht	4.3 ± 3.0	310 - 367
3. Schicht	178 ± 74	367 - 729
Halbraum	0.44 ± 0.09	ab 729 .

Es versteht sich, daß für die gutleitende Zwischenschicht nur die Tiefenlage und der Leitwert von rund 13 000 Siemens gesichert sind, während sich die Schichtdicke aus dem konstant gehaltenen Verhältnis $d_m/\sqrt{\rho_m} = d_o/\sqrt{\rho_o}$ als reine Rechengröße ableitet.

5. Die Eindringtiefe tagesperiodischer Variationen auf Profilen durch Eurasien

Die Observatoriendichte ist insbesondere in Europa so groß, daß man versuchen kann, regionalen Leitfähigkeitsstrukturen nachzugehen, die sich in wechselnden Eindringtiefen tagesperiodischer Variationen zu erkennen geben. Schon die Zusammenstellung in Tabelle 2 zeigt, daß es geringfügige, aber konsistent durch alle Harmonischen gehende Unterschiede geben könnte. In den folgenden Abbildungen 6 bis 9 habe ich Real-

und Imaginärteile von C mit ihren Fehlern auf Profilen dargestellt, auf denen die Observatorien innerhalb von Ostweststreifen ihrer geographischen Länge nach angeordnet sind. Dies sind gewissermaßen Längsschnitte durch die tiefe Leitfähigkeitsstruktur unter den jeweiligen Kontinentalstreifen.

Abb.6 zeigt einen solchen Längsschnitt durch Europa von der iberischen Halbinsel bis zum Kaukasus. Die spanischen Observatorien (TOL, LGR) könnten noch unter dem Einfluß der Atlantikküste stehen, unterscheiden sich aber nur unwesentlich von den kontinentalen Mittelwerten. Auffallend sind die reduzierten Eindringtiefen der italienischen Observatorien (ROB, AQU) und das stetige Anwachsen von $z^* = \text{Re}(C)$ von PRU an ostwärts bis zu Höchstwerten in LVV (Lemberg) PAG (Bulgarien) und SUA (Rumänien).

Noch weiter östlich nähern sich die Eindringtiefen in Südrußland (KIV, ODE, TFS) wieder der kontinentalen Norm.

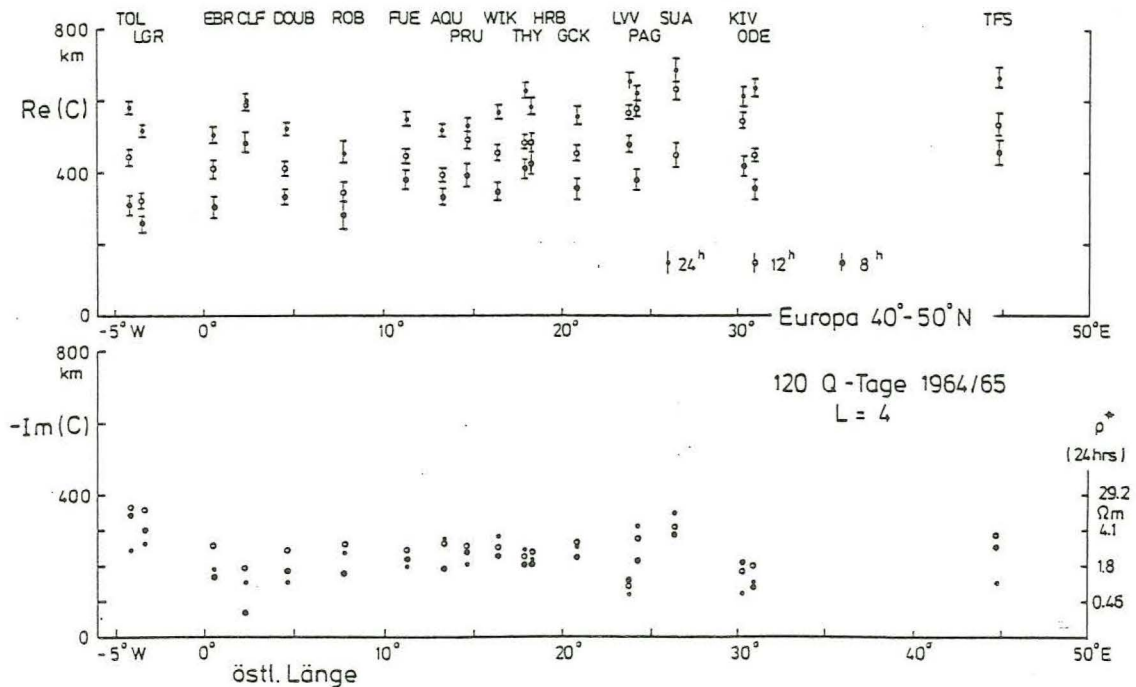


Abb. 6

Das herausfallende jugoslawische Observatorium GCK scheint zur italienischen Gruppe zu gehören.- Auch in den Imaginärteilen, die ausnahmslos das richtige Vorzeichen besitzen und für die drei Harmonischen dicht beieinander liegen, zeichnet sich ein einheitlicher Trend ab mit Höchstwerten ganz im Westen - möglicherweise ein Küsteneffekt - und kleinen Werten in Mittel- und Südeuropa.

Südeuropa erweist sich so als ein Bereich besonders hoher Leitfähigkeit, Südosteuropa als Bereich erniedrigter Leitfähigkeit, und zwar vermutlich in den durch z^* angezeigten Tiefen. Die Großräumigkeit macht eine Erklärung durch oberflächennahe Strukturen unwahrscheinlich. Es wäre denkbar, daß ein Krustenleiter mit hohen, regional variierenden Leitwerten die in der Sq-Response beobachteten Unterschiede erklären könnte, doch geben die bisher bekannten sehr uneinheitlichen magnetotellurischen Sondierungskurven in diesen Regionen hierfür keinen Hinweis.

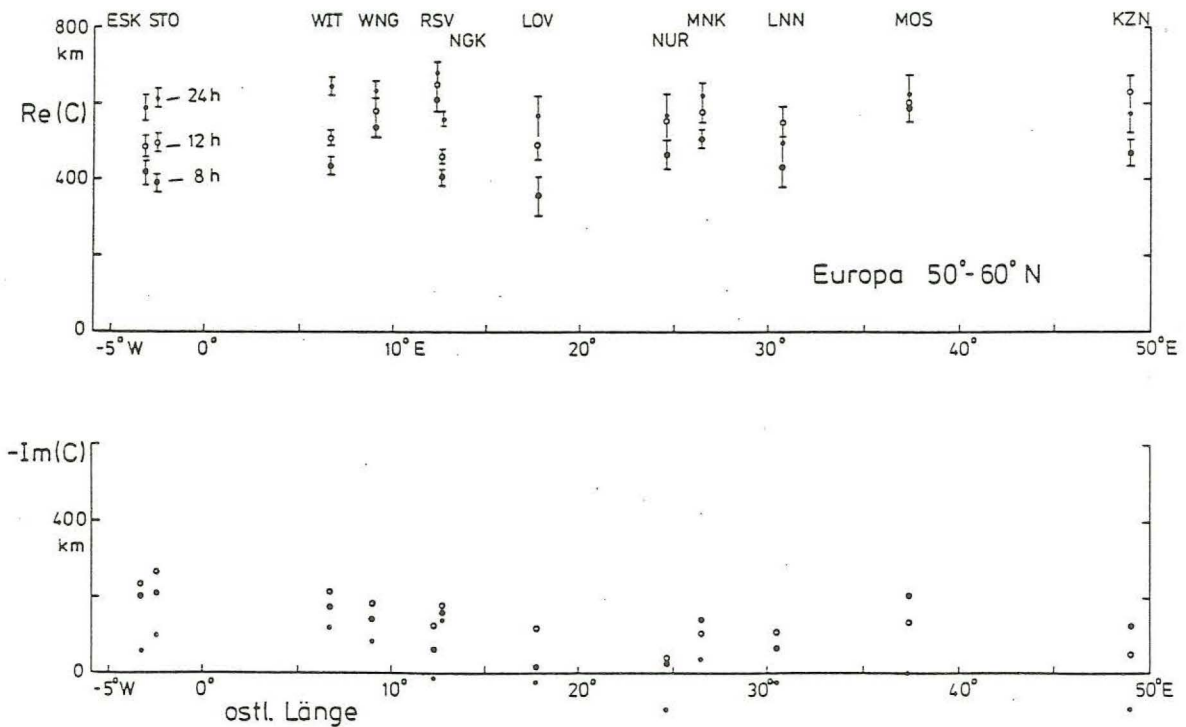


Abb. 7

Abb.7 zeigt einen entsprechenden Profilschnitt durch Nord-europa, wegen der Nähe zur Polarlichtzone aber mit wesentlich größeren Unsicherheiten. Bemerkenswert an den englischen Stationen (ESK, STO) ist das Fehlen des erwarteten Küsteneffekts. Im übrigen ergeben sich angesichts der vergleichsweise weiten Fehlerbereiche keine signifikanten Unterschiede auf diesem Ostwestschnitt durch die britischen Inseln, das nördliche Mitteleuropa und Skandinavien bis nach KZN am Ural.

Abb.8 zeigt die östliche Fortsetzung der Europaprofile durch Sibirien bis VLA am Pazifischen Ozean, übrigens hier jetzt wieder in durchweg mittleren bis niedrigen geomagnetischen Breiten. In IRT am Baikalsee habe ich die geringsten Eindringtiefen überhaupt gefunden, mit einer merkwürdigen umgekehrten Reihenfolge der Harmonischen. Der Abstieg zu diesem Minimum in z^* über einem extrem gutleitenden Untergrund ist vom Ural kommend über TKT (Taschkent), AAA (Alma Ata) und TMK (Tomsk) gut belegt. Es sei auch vermerkt, daß sich das Observatorium IRT (=Irkutsk) bei Dst Variationen gleichfalls durch auffallend geringe Eindringtiefen auszeichnet. Näheres hierzu in Tabelle 5, Sec. 4.2.2 des Landolt-Börnsteins.

Abschließend soll mit den Sq-Mittelwerten für 1958 die Reproduzierbarkeit der Profilschnitte überprüft werden. Wegen der Verwendung von Monatsmitteln sind die Schätzwerte der C-Responen allerdings sehr viel ungenauer als die bisherigen aus Einzeltagen. Außerdem sind in der PRICE-STONE-Sammlung nicht alle Observatorien der erweiterten WINCH-Sammlung enthalten.

Trotzdem sind in Abb.9, die z^* -Profile für die erste Harmonische durch das südliche Europa und Sibirien zeigt, die wesentlichen Strukturen wiederzuerkennen: Das z^* -Minimum in Italien, das z^* -Maximum in Südosteuropa und das sibirische Minimum von IRT, dieses allerdings weniger ausgeprägt und jetzt ohne Bestätigung durch andere nahegelegene Observatorien.

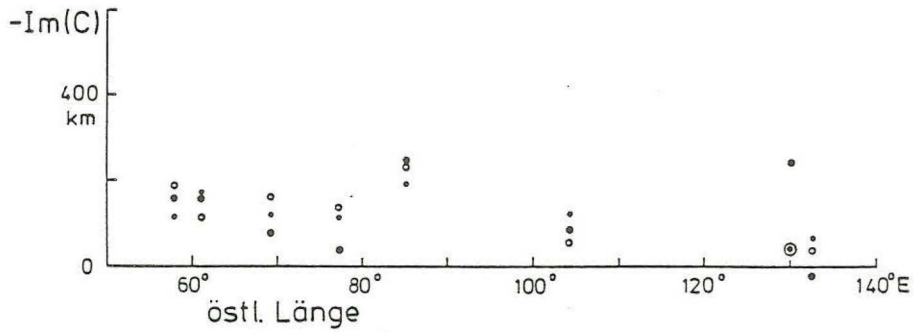
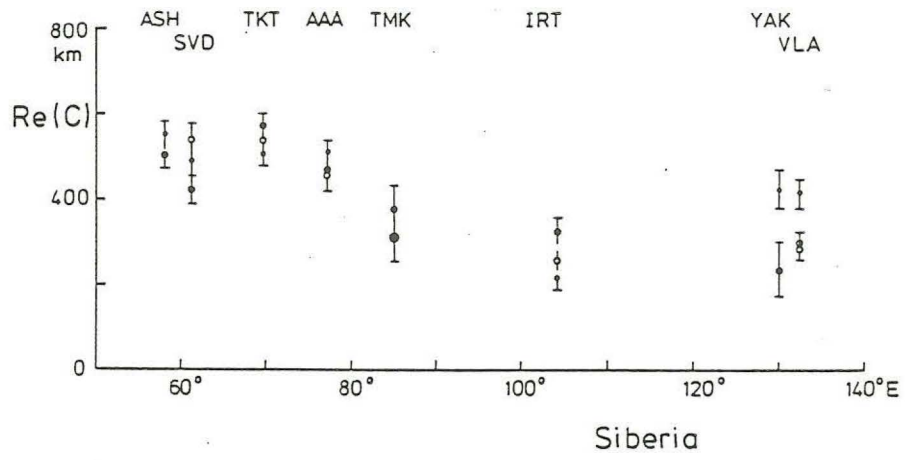


Abb. 8

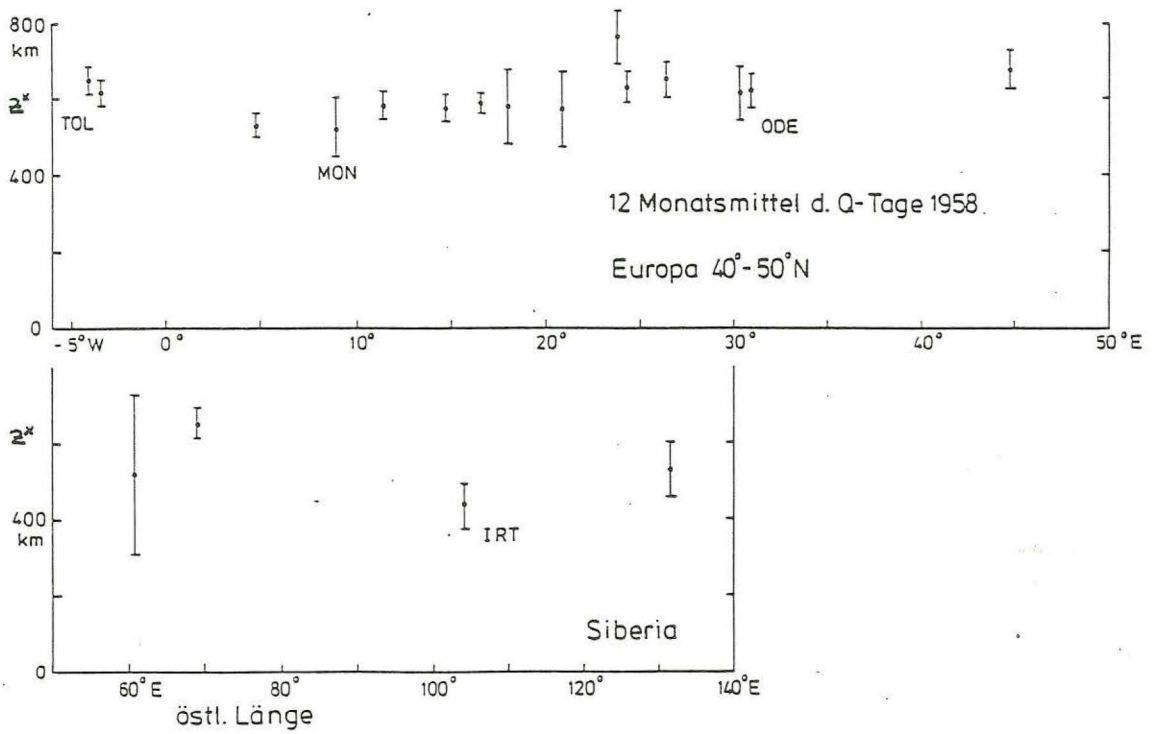


Abb. 9

6. Äußere und innere Feldanteile

Die nachfolgende Studie gilt insbesondere dem anomalen, mit globalen Leitfähigkeitsanomalien verbundenem inneren Anteil von S_q , also demjenigen Anteil, der nach Abzug des äußeren Quellenfeldes und dem normalinduzierten Anteil in einem geschichteten Erdmodell verbleibt. Zur Trennung äußerer und innerer Anteile insgesamt ist eine zusätzliche Kugelfunktionsanalyse der Radialkomponente B_r notwendig - mit der genannten prinzipiellen Schwierigkeit, lokale Anomalien dieser Komponente durch Kugelfunktionen darzustellen. Der Reihenansatz ist der gleiche wie derjenige für das Potential U in Gl. (7):

$$\tilde{B}_r(\omega_m; \theta, \lambda) = - \sum_{\ell} e^{i\ell\lambda} \sum_n z_n^{m+\ell} (\omega_m) P_n^{|\ell|}(\cos\theta) \quad (11)$$

mit \tilde{B}_r als m -ten Harmonischen von B_r in Ortszeit. Zwischen den Entwicklungskoeffizienten von \tilde{U} und \tilde{B}_r besteht ein allgemeingültiger Zusammenhang, der sich mit $\tilde{B}_r = -\partial\tilde{U}/\partial r$ aus der r^n -Abhängigkeit äußerer Anteile und der $r^{-(n+1)}$ -Abhängigkeit innerer Anteile ergibt:

$$z_n^{m+\ell} = \begin{cases} u_n^{m+\ell} & : \text{äußere Quellen in } r > R_E \\ -(n+1)u_n^{m+\ell} & : \text{innere Quellen in } r < R_E \end{cases} \quad (12)$$

Dann wird die Leitfähigkeitsverteilung $\sigma = \sigma(r)$ eines Erdmodells benötigt, das die Q -Response zur Abtrennung des inneren Normalanteils liefert. Sei $Q_n(\omega_m)$ die Q -Response für Terme vom Grad n in der Entwicklung der m -ten Harmonischen und seien E und Δ die Potentialanteile der äußeren und anomalen inneren Quellen, also

$$u_n^{m+\ell} = (1 + Q_n) E_n^{m+\ell} + \Delta_n^{m+\ell} .$$

Daraus folgt mit Gl.(12) für die Entwicklungskoeffizienten von \tilde{B}_r

$$z_n^{m+\ell} = (n - [n+1]Q_n) E_n^{m+\ell} - (n+1) \Delta_n^{m+\ell} ,$$

so daß sich die gesuchten Potentialanteile berechnen lassen aus

$$E_n^{m+\ell} = \frac{(n+1) u_n^{m+\ell} + z_n^{m+\ell}}{2n+1} \tag{13}$$

$$\Delta_n^{m+\ell} = \frac{n u_n^{m+\ell} - z_n^{m+\ell}}{2n+1} - Q_n E_n^{m+\ell} .$$

Dies sind die bekannten GAUSSschen Trennungsformeln, hier ergänzt durch den Abzug des inneren Normalanteils. Aufsummiert über alle Terme der Entwicklung führen sie zu globalen Darstellungen von E und Δ , wie sie in meinem Beitrag zum Protokollband "Königstein 1988" in der Form äquivalenter Ströme zu finden sind.

Hier wird eine Aufteilung der beiden Anteile in "stehende" und "laufende" Wellen vorgenommen, die von folgender Grundidee ausgeht: Das Quellenfeld sollte im wesentlichen durch den Stand der Sonne kontrolliert werden, also aus "stehenden Wellen" in Ortszeit bestehen. Dies schließt die reinen Ortszeitterme mit $\ell=0$ der Kugelfunktionsdarstellungen ein, berücksichtigt aber auch längenabhängige Terme. Sie kommen etwa dadurch zustande, daß die Quellenströme im Sinne der Dynamotheorie von Sq auch von der abweichenden Geometrie des planetaren Magnetfeldes bestimmt sind.

Das anomale innere Feld ist im Gegensatz hierzu an Leitfähigkeitsstrukturen der rotierenden Erde gebunden, z.B. Ozeane, und sollte so aus stehenden Wellen in Weltzeit bestehen, was wiederum die reinen Weltzeitterme mit $\ell = -m$ einschließt. Doch die Kompliziertheit der Leitfähigkeitsstruk-

turen wird mit Sicherheit auch längenabhängige Terme in Weltzeit erfordern. Die prinzipielle Schwierigkeit einer solchen Betrachtungsweise liegt darin, daß die gleichzeitige Berücksichtigung von Ortszeit- und Weltzeitabhängigkeiten Analysen mit sehr vielen Termen erfordert und so bis an die Stabilitätsgrenze der Kugelfunktionsentwicklung geht.

Doch zunächst sei die Aufteilung in "stehende" und "laufende" Wellen erläutert, und zwar zunächst für die Koeffizienten des anomalen inneren Anteils. Seien $\ell+m = k$ mit $k = 1, 2, \dots$ gewisse Ordnungen von jeweils $(K+1)$ Termen in der Entwicklung des Potentials, Gl.(7). Dann muß der Reihenansatz so ausgelegt sein, daß die Entwicklung auch die $(K+1)$ Terme der Ordnungen $\ell'+m = -k$ enthält. Ist also beispielsweise $k=1$ und $m=2$, so sind Terme mit $\ell = -1$ und $\ell' = -3$ einzubeziehen.

Unter Hinzunahme des Weltzeitfaktors $\exp(imt)$ sind die Längenabhängigkeiten der so ausgesonderten Terme $\exp\{i(mt + k\lambda)\}$ und $\exp\{i(mt - k\lambda)\}$. Dies sind zwei auf Breitenkreisen gegeneinander laufende "Wellen", deren Amplituden die gleichen Breitenabhängigkeiten $P_n^k(\cos\theta)$ besitzen mit $n=k, k+1, \dots, k+K$. Ihre Superposition läßt sich schreiben als Summe einer "stehenden Welle" konstanter Phase α und einer mit der Länge modulierten Amplitude A sowie einer "laufenden Welle" mit längenabhängiger Phase β und konstanter Amplitude B :

$$\Delta_n^k e^{ik\lambda} + \Delta_n^{-k} e^{-ik\lambda} = A(\lambda) e^{i\alpha} + B \cdot e^{i\beta(\lambda)}$$

mit

(14)

$$A(\lambda) = 2C \cos(\psi + k\lambda) ,$$

$$\beta(\lambda) = \arg\{\Delta_n^k\} + k\lambda \quad \text{oder} \quad \beta(\lambda) = \arg\{\Delta_n^{-k}\} - k\lambda ,$$

je nachdem welche der Wellen links die größere Amplitude besitzt. Im übrigen gilt

$$C = \min\{|\Delta_n^k|, |\Delta_n^{-k}|\}, \quad B = |D| \quad \text{mit} \quad D = |\Delta_n^k| - |\Delta_n^{-k}|,$$

$$2\alpha = \arg\{\Delta_n^k\} + \arg\{\Delta_n^{-k}\}, \quad 2\psi = \arg\{\Delta_n^k\} - \arg\{\Delta_n^{-k}\}.$$

Ganz entsprechend läßt sich das Quellenfeld in stehende und laufende Anteile in Ortszeit aufspalten, indem man paarweise Terme der Ordnungen $m+l$ und $m-l$ zusammenfaßt. Doch passen jetzt die Breitenabhängigkeiten der Amplituden nicht mehr ganz zusammen. Da die Zahl der Nullstellen aber jeweils gleich ist, sollten die betreffenden Kugelfunktionen zumindest ähnlich aussehen.- Reine Weltzeiterme ($k=0$) oder reine Ortszeiterme ($l=0$) sind in diesem Sinne stehende Wellen konstanter Amplitude in Welt- oder Ortszeit.

Die vier Harmonischen von Sq an den fünf sehr ruhigen Q-Tagen des Monats Oktober 1965 sind in der beschriebenen Weise untersucht worden. Zur Kugelfunktionsanalyse standen die Daten von 92 Observatorien zur Verfügung. Sie wurde in der Weise durchgeführt, daß bei jeder Harmonischen eine Aufteilung in stehende und laufende Wellen für $k=1$ in Weltzeit und $l=1$ in Ortszeit möglich war. Doch auch diese Beschränkung auf nur ein zu trennendes Wellenpaar erforderte schon einen hohen Entwicklungsgrad. Für $m=4$ beispielsweise waren Terme bis $l=-5$ einzubeziehen. Zur Abtrennung des inneren Normalanteils wurde ein einfaches 3-schaliges Erdmodell benutzt (Landolt-Börnstein; Modell SCH(1) in Fig.13, Sec. 2.3.1).

Abbildung 10 zeigt das Ergebnis. Dargestellt sind die Absolutwerte der Entwicklungskoeffizienten, angeordnet in 4-er Gruppen zu jeweils einer bestimmten Ordnung der Kugelfunktionen. Oben links befinden sich die reinen Ortszeiterme des Quellenfeldes. Man findet bestätigt, daß in diesem Äquinoctialmonat der jeweils zweite Term vom Grad $(m+1)$ alle anderen weit überragt. Es folgen in der Mitte oben die stehenden Wellenanteile des Quellenfeldes in Ortszeit mit vergleichbaren Amplituden und ganz rechts die laufenden Wellen-

anteile mit deutlich kleineren Amplituden für die meisten Terme. Dies entspricht sehr genau den Erwartungen.

In den zweiten Reihen befinden sich die entsprechenden Darstellungen für den anomalen inneren Feldanteil. Er wird im wesentlichen, wie es sein soll, aus reinen Weltzeittermen und stehenden Wellenanteilen in Weltzeit gebildet. Laufende Wellenanteile liefern tatsächlich kaum nennenswerte Beiträge. Insgesamt soll diese exemplarische Zusammenstellung zeigen, daß die Kugelfunktionsanalyse zu physikalisch sinnvollen Ergebnissen sowohl für das äußere Quellenfeld als auch für das anomale innere Feld von Sq führt.

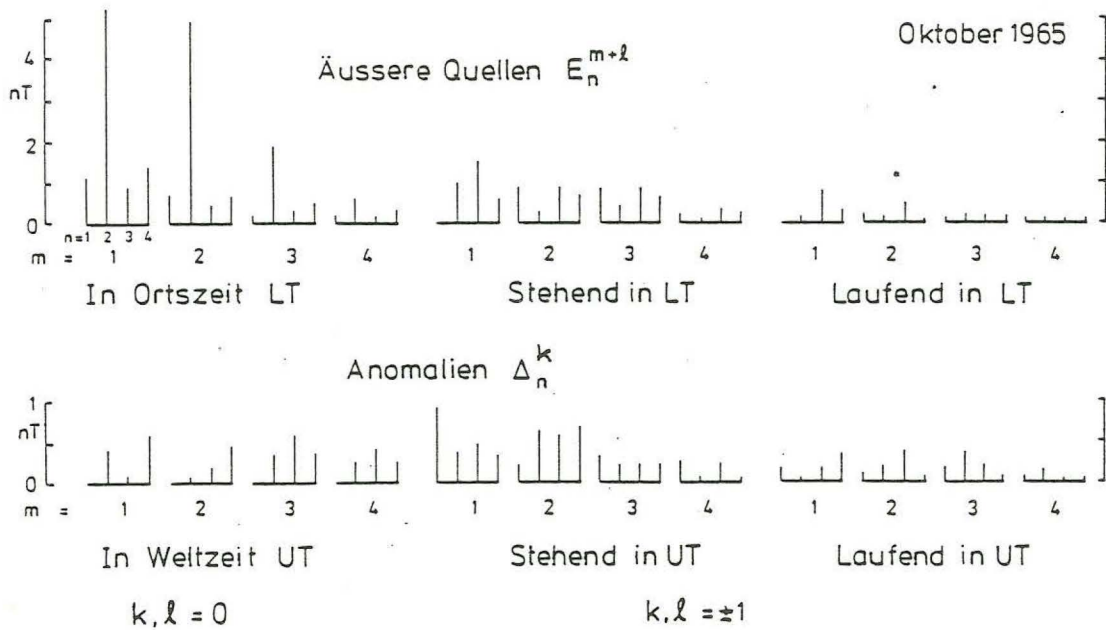


Abb. 10

7. Ausblick auf weitere Arbeiten

Es ist kaum anzunehmen, daß es jemals wieder eine so umfassende Sammlung von Stundenmittelwerten geben wird. Bekanntlich sind seit 1964/65 viele Observatorien in niedrigen Breiten und auf der Südhalbkugel, deren Daten hier benutzt wurden, inzwischen verschwunden, oder ihre Beobachtungen sind unzugänglich. Der vom Weltdatenzentrum verteilte Laser-Disk mit Observatoriumsdaten würde zwar für 1979/80 wieder eine Zusammenstellung von etwa 80 Observatorien ermöglichen. Doch zu viele von ihnen liegen in polaren Breiten und sind so für Sq-Analysen ungeeignet.

Ich werde daher versuchen, zunächst die bestehende Sammlung weiter zu ergänzen, zum Beispiel durch die Stundenmittelwerte von Göttingen und Istanbul. Auch meine peruianischen Variographenstationen liefen vom Sommer 1964 an für ein Jahr. Doch alle diese Daten müssen noch digitalisiert werden. Dann besteht ein Angebot, existierende Datensammlungen für alle Einzeltage des IGY 1957/59 neu aufzuarbeiten. Dies würde aber nach Auskunft von Dr. Winch nocheinmal mit umfangreichen Korrekturen verbunden sein.

Auch mit den fertig vorbereiteten Daten für 1964/65 können noch weiterführende Untersuchungen vorgenommen werden, etwa in Hinblick auf die bisher nicht weiter untersuchten anomalen Sq-Anteile und deren Erklärung durch Modelle. Außerdem können alternative Sondierungsverfahren, wie schon einleitend hervorgehoben, mit diesen Daten ausprobiert werden. Spätere regionale Sq-Beobachtungen lassen sich dabei möglicherweise an die Ergebnisse anschließen, die mit den Daten von 1964/65 für Einzelobservatorien erhalten worden sind. Schließlich bietet dieser einmalige Datensatz, auch wenn er nur zwei Jahre umfaßt, gute Möglichkeiten für eine Neubestimmung der Dst-Response. Bestimmungen für einzelne Observatorien wie bei Sq werden dabei allerdings kaum möglich sein.

8. Literatur

- Chapman, S.: Phil. Trans. R. Soc. London A 218 (1919), 1.
- Malin, S.R.C.: Worldwide distribution of geomagnetic tides.
Phil. Trans. R. Soc. London A 274 (1973), 551.
- Parkinson, W.D.: An analysis of the geomagnetic diurnal
variations during the IGY. Bureau Min. Resources
Canberra, Bulletin 173 (1977).
- Winch, D.E.: Phil. Trans. R. Soc. London A 303 (1981), 1.
- Landolt-Börnstein: Numerical data and functional relation-
ships in science and technology. New Series Group V
Vol. 2b Springer (1985).