

Andreas Junge

Robuste Schätzung bivariater Übertragungsfunktionen

1. Einführung

Die Grundlage für die geophysikalische Interpretation von Sondierungskurven aus der Magnetotellurik (MT) und der elektromagnetischen Tiefsondierung (GDS = geomagnetic depth sounding) ist die vertrauenswürdige Schätzung von frequenz-abhängigen, komplexwertigen Übertragungsfunktionen zwischen den einzelnen Meßgrößen, d.h. den gleichzeitig beobachteten zeitlichen Variationen der Komponenten des erdmagnetischen und erdelektrischen Feldes. Der zum Teil nicht unbeträchtliche Einfluß von Störgrößen (noise) auf den Meßvorgang führt zu einer Verzerrung (bias) und starken Streuung der berechneten Parameter, was Fehlinterpretationen und eine verminderte Auflösung der Modellstrukturen zur Folge hat.

Die visuelle Auswahl der für die Datenanalyse geeigneten Zeitintervalle ist zeitraubend und subjektiv und deshalb nicht besonders effizient. In der jüngeren Vergangenheit wurde immer mehr versucht, Verfahren zur automatischen Beseitigung bzw. Erkennung von Störeinflüssen zu entwickeln (siehe z.B. EGBERT[1], LARSEN[3], RITTER[4]). Diese – mit dem Adjektiv "robust" (im Sinne von "unempfindlich gegen Störungen") versehenen – Verfahren sind zum Teil jedoch sehr rechenzeitaufwendig, zum Teil werden nicht alle in den Daten vorhandenen Informationen berücksichtigt.

Der folgende Beitrag stellt einen Algorithmus vor, der zur Berechnung der Übertragungsfunktionen einen möglichst großen Anteil von Informationen aus dem gesamten Datenmaterial bei kurzer Rechenzeit bezieht.

Im theoretischen Teil wird das Verfahren besprochen und anschließend anhand von Beispielen die Arbeitsweise demonstriert.

2. Theorie

2.1 Grundlagen robuster Schätzverfahren

Die Bestimmung statistischer Parameter aus einer Stichprobe hängt von der zugehörigen Verteilungsfunktion sowie dem verwendeten Schätzverfahren (Schätzer) ab. Wenn zum Beispiel der Stichprobe eine Normalverteilung zugrunde gelegt und als Schätzer für den Positionsparameter das arithmetische Mittel gewählt wird, können schon wenige Ausreißer einen enormen Bias und eine starke Vergrößerung der Fehlergrenzen verursachen.

Robuste Verfahren versuchen, den Einfluß solcher Störgrößen, die zu einer meist unbekanntenen Ausreißerverteilung gehören, auf die Schätzung zu vermindern.

$$g(x; \mu_g, \sigma_g) = (1 - \epsilon)\varphi(x; \mu_\varphi, \sigma_\varphi) + \epsilon f(x; \mu_f, \sigma_f) \quad (1)$$

x ist die Zufallsvariable, μ der Positionsparameter, der z.B. durch das arithmetische Mittel oder den Median geschätzt wird, σ^2 die Varianz. φ ist die Verteilung der ungestörten Daten (meistens wird die Normalverteilung angenommen) und f ist die Verteilung der "Ausreißer". g beschreibt die Verteilung der gemessenen Daten und ϵ gibt den relativen Anteil der gestörten Daten an. Das Ziel des robusten Verfahrens ist eine zuverlässige Schätzung von μ_φ .

- WICHTIG:**
- 1) Die Fehlergrenzen für die Schätzung von μ werden u.a. durch σ_φ bestimmt, d.h. eine schlechte Qualität der ungestörten Daten (schlechte Auflösung, hoher Rauschpegel, etc.) kann auch durch robuste Verfahren nicht verbessert werden.
 - 2) Robuste Verfahren funktionieren nur für $\epsilon < 0.5$, d.h. der relative Anteil der "Ausreißer" am gesamten Datenmaterial darf 50 % nicht überschreiten.

2.2 Prinzip der robusten Schätzung

1. Als Startwert für μ_φ aus Abs. (2.1) werden der Median $\bar{x}^{(0)} = x_M$ und die Standardabweichung $s^{(0)}$ aus der Stichprobe $\{x_i\}$ vom Umfang N berechnet. Für die nachfolgenden Iterationen kennzeichnet $\bar{x}^{(j)}$, $j > 0$ dagegen das arithmetische Mittel.
2. Eine Grenze $f s^{(j)}$ wird festgelegt mit f als Konstante (i.a. $1 \leq f \leq 3$) und $j = 0, \dots, J$ als Iterationsindex.
3. Nach HUBER [2] werden Gewichte $w_i^{(j)}$ definiert:

$$w_i^{(j+1)} = \begin{cases} 1 & \text{für } |x_i - \bar{x}^{(j)}| \leq f s^{(j)} \\ \frac{f s^{(j)}}{|x_i - \bar{x}^{(j)}|} & \text{für } |x_i - \bar{x}^{(j)}| > f s^{(j)} \end{cases} \quad (2)$$

mit $w_i^{(0)} = 1$ für alle i .

4. Anschließend werden das gewichtete arithmetische Mittel $\bar{x}^{(j+1)}$ und die gewichtete Standardabweichung $s^{(j+1)}$ berechnet

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(j+1)} &= \left(\sum_{i=1}^N w_i^{(j)} \right)^{-1} \sum_{i=1}^N w_i^{(j)} x_i \\ (s^{(j+1)})^2 &= \left(\sum_{i=1}^N w_i^{(j)} \right)^{-1} \sum_{i=1}^N w_i^{(j)} (x_i - \bar{x}^{(j+1)})^2 \end{aligned} \quad (3)$$

5. Falls $|\bar{x}^{(j+1)} - \bar{x}^{(j)}| \geq \beta$ mit β als Konvergenzschranke (i.a. $0.05 \leq \beta \leq 0.2$), werden die Schritte 2-5 wiederholt.

2.3 Anwendung auf die Schätzung bivariater Übertragungsfunktionen

2.3.1 Methode der kleinsten Quadrate

Die Ausgangsgleichung für statistische Verfahren in der MT und der GDS lautet im Frequenzbereich

$$Z = T_1 X + T_2 Y + \delta Z \quad (4)$$

wobei X und Y die unabhängigen Variablen (i.a. B_x und B_y), Z die abhängige Variable (z.B. B_{ax} und B_{ay} , B_z , E_x und E_y), δZ das Residuum (noise) und T_1, T_2 die zu schätzenden Übertragungsfunktionen sind.

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert nach Lösung der Normalgleichungen Schätzwerte für T_1 und T_2

$$\begin{aligned} \hat{T}_1 &= \frac{\overline{\langle ZX^* \rangle}_i \overline{\langle YY^* \rangle}_i - \overline{\langle YX^* \rangle}_i \overline{\langle ZY^* \rangle}_i}{\overline{\langle XX^* \rangle}_i \overline{\langle YY^* \rangle}_i - |\overline{\langle XY^* \rangle}_i|^2} \\ \hat{T}_2 &= \frac{\overline{\langle ZY^* \rangle}_i \overline{\langle XX^* \rangle}_i - \overline{\langle XY^* \rangle}_i \overline{\langle ZX^* \rangle}_i}{\overline{\langle XX^* \rangle}_i \overline{\langle YY^* \rangle}_i - |\overline{\langle XY^* \rangle}_i|^2} \end{aligned} \quad (5)$$

* kennzeichnet konjugiert komplexe Größen, $\langle \rangle_i$ die Glättung über benachbarte Frequenzen eines Effektes i durch ein Spektralfenster (z.B. das PARZEN-Fenster) und der obere Querstrich die (später bewichtete) Stapelung über die geglätteten Spektren der einzelnen Effekte, $i = 1, \dots, N$.

Die Anzahl der Freiheitsgrade ν hängt von der Effektlänge und der Bandbreite des Spektralfensters sowie von der Anzahl N der Effekte ab. Es ist $\nu = \sum_{i=1}^N \nu_i$.

Sind Real- und Imaginärteil von δZ normalverteilt, dann sind \hat{T}_1 und \hat{T}_2 unverzerrt (unbiased) und Maximum-Likelihood Schätzwerte, d.h. die Fehlergrenzen sind optimiert.

Falls die Verteilung der δZ jedoch von Ausreißern überlagert wird, treffen diese Eigenschaften nicht mehr zu.

Die folgenden Abschnitte (2.3.2) und (2.3.3) zeigen, wie der Einfluß von Ausreißern auf das Schätzverfahren verringert wird.

2.3.2 Der Q-Algorithmus

Die Residuen $\langle |\delta Z|^2 \rangle_i$ werden für Einzeleffekte mit Hilfe von Gl.(5) geschätzt:

$$\langle |\delta Z|^2 \rangle_i = \langle |Z - \hat{T}_{1i} X - \hat{T}_{2i} Y|^2 \rangle_i \quad (6)$$

Ist δZ normalverteilt mit der Varianz σ_Z^2 , dann genügt $\langle |\delta Z|^2 \rangle_i$ einer χ^2 -Verteilung mit $\nu_i - 4$ Freiheitsgraden, da die komplexen Schätzwerte \hat{T}_{1i} und \hat{T}_{2i} je zwei Freiheitsgrade beanspruchen. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß \hat{T}_{1i} und \hat{T}_{2i} Schätzwerte für den Effekt i darstellen.

Der Erwartungswert und die Varianz von $\langle |\delta Z|^2 \rangle_i$ lauten dann

$$\begin{aligned} E\{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i\} &= (\nu_i - 4)\sigma_Z^2 \\ \text{var}\{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i\} &= 2(\nu_i - 4)(\sigma_Z^2)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Aus Gl.(7) kann σ_Z^2 unter Berücksichtigung aller Effekte i geschätzt werden

$$\hat{\sigma}_Z^2 = \left\langle \frac{|\delta Z|^2}{\nu_i - 4} \right\rangle_i \quad (8)$$

In Anlehnung an Abs. (2.2) ergibt sich mit den Gl.en (7) und (8) folgendes Rechen-schema

$$\begin{aligned} (\hat{\sigma}_Z^{(j)})^2 &= \left(1 / \sum_{i=1}^N q_i^{(j)} \right) \sum_{i=1}^N q_i^{(j)} \left\langle \frac{|\delta Z|^2}{\nu_i - 4} \right\rangle_i \\ \bar{x}_i^{(j)} &= (\nu_i - 4)(\hat{\sigma}_Z^{(j)})^2 \\ s_i^{(j)} &= \sqrt{2(\nu_i - 4)(\hat{\sigma}_Z^{(j)})^2} \\ q_i^{(j+1)} &= \begin{cases} 1 & \text{für } \langle |\delta Z|^2 \rangle_i \leq \bar{x}_i^{(j)} + f s_i^{(j)} \\ \left[\frac{\bar{x}_i^{(j)} + f s_i^{(j)}}{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i} \right]^2 & \text{für } \langle |\delta Z|^2 \rangle_i > \bar{x}_i^{(j)} + f s_i^{(j)} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

wobei der Suffix $j = 0, \dots, J$ den Iterationsschritt bezeichnet und $q_i^{(0)} = 1$ für alle i gesetzt wird.

Für jede Iteration werden die Übertragungsfunktionen $\hat{T}_1^{(j)}$ und $\hat{T}_2^{(j)}$ nach Gl.(5) unter Einbeziehung der Gewichte $q_i^{(j)}$ berechnet. Die Iterationsfolge wird beendet, falls $|\hat{T}_{1,2}^{(j+1)} - \hat{T}_{1,2}^{(j)}| < \beta$, was i.a. schon nach wenigen Schritten der Fall ist.

Die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu^{(j)}$ für die j . Iteration ist

$$\nu^{(j)} = \sum_{i=1}^N q_i^{(j)} \nu_i \quad (10)$$

Bisher ist nicht berücksichtigt worden, daß die Schätzung von T_1 und T_2 auch von der Energie in X und Y sowie der Kohärenz zwischen diesen beiden Größen abhängt. Ihre Einbeziehung ergibt die modifizierten Residuen $\langle |\delta Z'_X|^2 \rangle$

$$\langle |\delta Z'_X|^2 \rangle = \frac{\langle |\delta Z|^2 \rangle}{\langle |X|^2 \rangle (1 - r_{XY}^2)} \quad (11)$$

mit r_{XY}^2 als der quadratischen Kohärenz zwischen X und Y .

Wird $\langle |\delta Z|^2 \rangle$ in den Gleichungen (8) und (9) durch $\langle |\delta Z'_X|^2 \rangle$ ersetzt, erhält man die hier als Q-Algorithmus bezeichnete Rechenvorschrift zur Bestimmung von T_1 .

Für die simultane Berechnung von T_1 und T_2 wird $\langle |X|^2 \rangle$ durch

$\min\{\langle |X|^2 \rangle, \langle |Y|^2 \rangle\}$ ersetzt.

Bei der Berechnung des Impedanzensors oder der Perturbationsmatrix müssen die Gl.en (5) gleichzeitig gelöst werden. Daher müssen in diesem Fall die Gewichte $q_{i,1}$ und $q_{i,2}$ durch den Ausdruck $\min\{q_{i,1}, q_{i,2}\}$ ersetzt werden.

2.3.3 Der W-Algorithmus

Der Q-Algorithmus behandelt die Residuen der Einzeleffekte bezogen auf die für jeden Effekt i neu bestimmten Übertragungsfunktionen \hat{T}_{1i} und \hat{T}_{2i} . Die Stärke des Q-Algorithmus liegt dabei in der Berücksichtigung der Energien $\langle |X|^2 \rangle_i$ und $\langle |Y|^2 \rangle_i$ und der Kohärenz zwischen X und Y unabhängig für jeden einzelnen Effekt. Es kann jedoch nicht zwischen den Übertragungsfunktionen für Induktionsvorgänge und denjenigen für korreliertes Rauschen unterschieden werden. Dies geschieht durch den W-Algorithmus, bei dem die Residuen $\langle |\delta Z|^2 \rangle_i$ unter Berücksichtigung der im Q-Algorithmus bestimmten Gewichte q_i auf "globale" Übertragungsfunktionen \hat{T}_1 und \hat{T}_2 , die aus allen Spektren (Gl. (5)) berechnet wurden, bezogen werden:

$$\langle |\delta Z|^2 \rangle_i = \langle |Z - \hat{T}_1 X - \hat{T}_2 Y|^2 \rangle_i \quad (12)$$

Im Gegensatz zu Gl. (6) fehlt in Gl. (12) der Index i für \hat{T}_1 und \hat{T}_2 !

Die aus der letzten Iteration des Q-Algorithmus stammenden Schätzwerte für \hat{T}_1 und \hat{T}_2 werden als Startwerte benützt. Nach BOOKER und EGBERT [1] werden dann Ausreißer der abhängigen Variablen Z durch vorhergesagte Werte, die mit Hilfe der Übertragungsfunktionen berechnet wurden, ersetzt. Jedoch anstelle der Vorhersage von Fourierkomponenten von Z oder gar bestimmter Werte aus den Zeitreihen (LARSEN [3]), berechnet der W-Algorithmus geglättete Auto- und Kreuzspektren $\langle |Z|^2 \rangle_i$, $\langle |ZX^*|^2 \rangle_i$ und $\langle |ZY^*|^2 \rangle_i$ für jeden einzelnen Effekt i .

Gl. (4) sei noch einmal angeführt

$$\begin{aligned} Z_i^{(j)}(\omega) &= \hat{T}_1^{(j)}(\omega) X_i(\omega) + \hat{T}_2^{(j)}(\omega) Y_i(\omega) + \delta Z_i^{(j)}(\omega) \\ &= \hat{Z}_i^{(j)}(\omega) + \delta Z_i^{(j)}(\omega) \end{aligned} \quad (13)$$

mit $\hat{Z}_i^{(j)}(\omega)$ als der vorhergesagten abhängigen Variablen der j -ten Iteration, $j = 0, \dots, J$ für den Effekt i , $i = 1, \dots, N$, berechnet aus den unabhängigen Variablen $X_i(\omega)$ und $Y_i(\omega)$ mit Hilfe der Übertragungsfunktionen $\hat{T}_1^{(j)}(\omega)$ und $\hat{T}_2^{(j)}(\omega)$. ω weist auf die Frequenzabhängigkeit der Variablen hin.

Wie schon für den Q-Algorithmus wird eine positive Schranke $f r^{(j)}$ eingeführt mit

$$r^{(j)} = \sqrt{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i} \quad (14)$$

die zur Berechnung der Gewichte $w_i^{(j)}$ verwendet wird:

$$w_i^{(j+1)} = \begin{cases} 1 & \text{für } \sqrt{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i} \leq f_T^{(j)} \\ \frac{f_T^{(j)}}{\sqrt{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i}} & \text{für } \sqrt{\langle |\delta Z|^2 \rangle_i} > f_T^{(j)} \end{cases} \quad (15)$$

Für $j = 0$ werden alle Gewichte gleich 1 gesetzt. Es sei darauf hingewiesen, daß $w_i^{(j+1)}$ jeweils konstant für das mit $\langle \ \rangle_i$ bezeichnete Frequenzband ist.

Mit den Gl.en (13) und (15) wird dann $Z_i^{(j+1)}(\omega)$ für die nachfolgende Iteration berechnet

$$Z_i^{(j+1)}(\omega) = w_i^{(j)} Z_i^{(j)}(\omega) + (1 - w_i^{(j)}) \hat{Z}_i^{(j)}(\omega) \quad (16)$$

Auf diese Weise ersetzt der vorhergesagte Anteil \hat{Z} mit wachsendem Residuum den - offensichtlich mit immer größerer Wahrscheinlichkeit gestörten - Meßwert von Z .

Gl. (16) wird nun zur Berechnung der geglätteten Spektren der nächsten Iteration benutzt

$$\begin{aligned} \langle |Z^{(j+1)}|^2 \rangle_i &= (w_i^{(j)})^2 \langle |Z^{(j)}|^2 \rangle_i + 2w_i^{(j)}(1 - w_i^{(j)}) \Re\{\langle Z^{(j)} \hat{Z}^{(j)*} \rangle_i\} + \\ &\quad + (1 - w_i^{(j)})^2 \langle |\hat{Z}^{(j)}|^2 \rangle_i \\ \langle Z^{(j+1)} X^* \rangle_i &= w^{(j)} \langle Z^{(j)} X^* \rangle_i + (1 - w_i^{(j)}) \langle \hat{Z}^{(j)} X^* \rangle_i \\ \langle Z^{(j+1)} Y^* \rangle_i &= w^{(j)} \langle Z^{(j)} Y^* \rangle_i + (1 - w_i^{(j)}) \langle \hat{Z}^{(j)} Y^* \rangle_i \end{aligned} \quad (17)$$

Damit ist der W-Algorithmus durch die Gl.en (12), (14), (15), (17) beschrieben. Die Iterationsfolge wird beendet, wenn die relative Änderung der Beträge von \hat{T}_1 und \hat{T}_2 einen vorgegebenen Wert β nicht überschreitet.

Die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu_i^{(j+1)}$ ändert sich in dem Maß, in dem die Daten durch vorhergesagte ersetzt werden

$$\nu_i^{(j+1)} = \nu_i^{(j)} w_i^{(j)} \quad (18)$$

3. Beispiele

Die für die folgenden Beispiele verwendeten Meßdaten wurden freundlicherweise von B. SIEMON[5] zur Verfügung gestellt.

3.1 Vergleich mit herkömmlichen Auswerteverfahren

Aus einem dreitägigen Pulsationsdatensatz der Stationen W3 und REF wurde von B. SIEMON visuell eine Vorauswahl von 116 Effekten der Länge 6–30 Minuten (Taktrate 4 s) getroffen. Nach weiterer, sorgfältiger Sichtung der Vorauswahl wurden für die Bestimmung der Induktionspfeile für die Zielfrequenzen 2–7 cpm (= cycles per minute) 43 Effekte für die endgültige Analyse bestimmt. Die äquivalente Bandbreite des für die Glättung verwendeten PARZEN-Fensters betrug 1 cpm.

Zum Vergleich wurde der Q-W-Algorithmus auf die 116 Effekte der Vorauswahl angewendet. In Abb. 1 sind für jede Zielfrequenz und jeden Effekt die Gewichte Q und W aufgetragen. Die Gewichte der handverlesenen Effekte sind voll ausgemalt. Es ist unschwer eine gute Korrelation zwischen hohen Gewichten und ausgewählten Effekten zu erkennen. Es wird aber auch deutlich, daß bei visueller Auswahl eine Differenzierung nach verschiedenen Frequenzen sehr schwierig ist.

Die hier nicht angeführten Übertragungsfunktionen zeigen nur unwesentliche Abweichungen voneinander; die aus dem Q-W-Algorithmus bestimmten Fehler waren etwas kleiner.

3.2 Automatische Datenauswahl

Zur Berechnung der tellurischen Vektoren wurde das robuste Verfahren im Unterschied zu Abs. 3.1 auf das gesamte Zeitintervall angewendet, indem eine gleichmäßige, von der Datenqualität unabhängige Unterteilung der Zeitreihen vorgenommen wurde. Für die Analyse des Periodenbereichs 75–200 s betrug die Effektlänge 80 min, für die des Bereichs 240–600 s 160 min (Taktrate 12 s), so daß sich eine Anzahl von 54 bzw. 27 Effekten ergab.

Abb. 2 stellt den Unterschied zwischen der Analyse ohne und mit robustem Verfahren dar: Während im ersten Fall durch die Größe der Fehler und die uneinheitliche Richtung der Vektoren eine weitere Beurteilung der Daten nicht mehr ratsam erscheint, sind mit dem robusten Verfahren die störenden Effekte offensichtlich beseitigt worden und die Fehlerellipsen fast nicht mehr sichtbar.

3.3 Gefahren der robusten Analyse

Schließlich wurden für die Station NW2 die Perturbationsvektoren (bezogen auf die Station W3) für den Frequenzbereich 1.2–6 cpm ermittelt. Dazu wurden die drei Tage in 520 Effekte der Länge 8 min (Taktrate 4 s) aufgeteilt. In Abb. 3

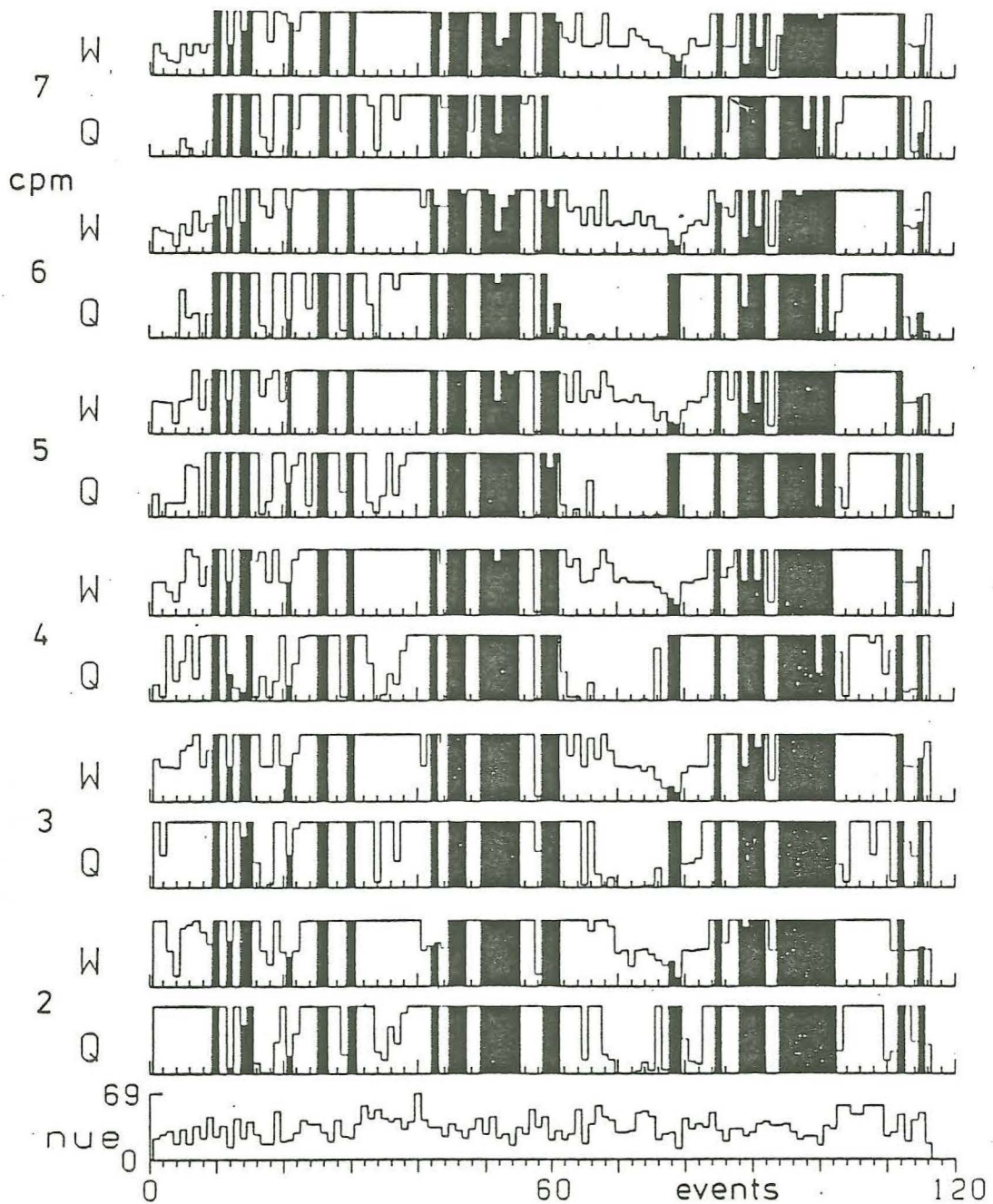


Abbildung 1: Vergleich zwischen Q-W-Algorithmus und visueller Effekt-Auswahl

Der Q-W-Algorithmus wurde auf 116 Effekte für die Zielfrequenzen 2-7 cpm angewendet und die Gewichte Q und W in Abhängigkeit von Effekt und Frequenz dargestellt. Die unabhängig davon visuell ausgewählten Effekte sind durch die ausgemalten Gewichte gekennzeichnet und zeigen eine gute Korrelation mit dem robusten Verfahren. Die unterste Zeile zeigt den Beitrag der Einzeleffekte zu den Freiheitsgraden.

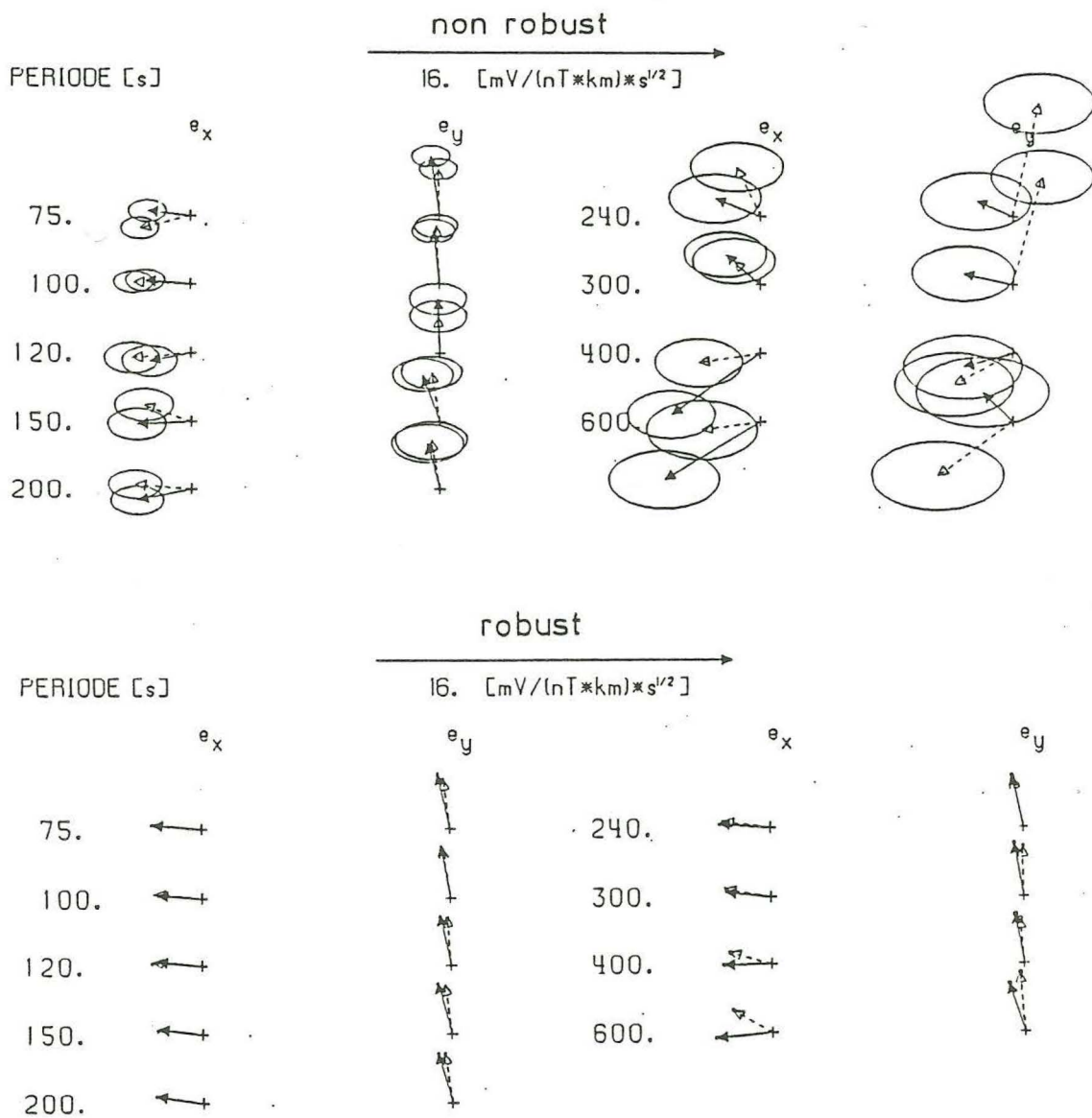


Abbildung 2: Vergleich zwischen Datenanalyse mit und ohne robustem Verfahren

Die tellurischen Vektoren an der Station W3 sind für die Perioden von 75–600 s aufgetragen; im Gegensatz zu Abb. 1 wurden die Daten der gesamten 3 Tage in von der Datenqualität unabhängige Zeitsegmente gleicher Länge unterteilt. Die Fehlerellipsen bei robuster Analyse (unten) sind drastisch verkleinert im Vergleich zu denjenigen aus der konventionellen least-squares-Analyse (oben).

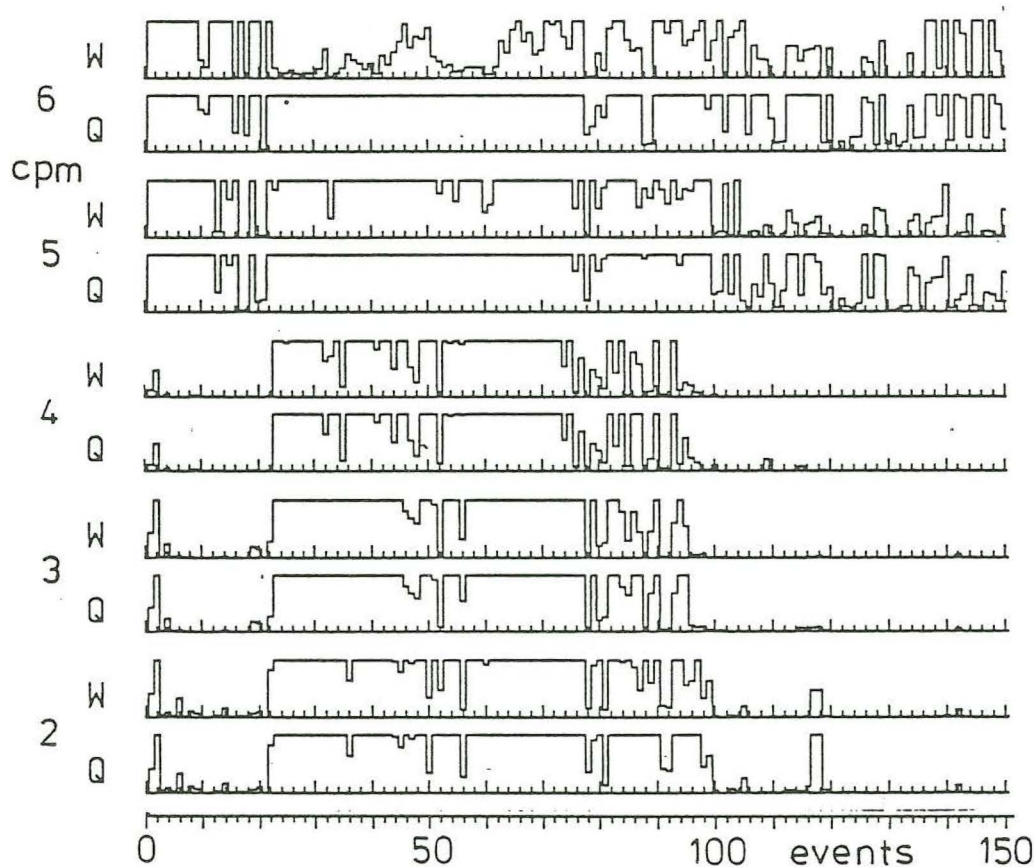


Abbildung 3: Gefahren der robusten Analyse

Auschnitt der Gewicht Q und W für 2-6 cpm von 150 Effekten für die Analyse der Perturbationsvektoren. Einheitliches Bild bei 2-4 cpm, danach Übergang zu fast kontrollierbarem Muster bei 6 cpm. Dies deutet die Konvergenz in Richtung einer unerwünschten Übertragungsfunktion auf Grund von korreliertem Rauschen an.

sind die Gewichte Q und W zu den Frequenzen 2-6 cpm für die ersten 150 Effekte aufgetragen. Es ergibt sich ein einheitliches Muster für die ersten 3 Frequenzen: Den ersten 22 Effekten, von denen fast alle eliminiert werden, schließt sich bis Effekt 86 eine nur von vereinzelt Störungen unterbrochene Folge von Effekten hoher Datenqualität an. Zwischen Effekt 86 und 100 deutet sich ein Qualitätsverlust an, der nach Effekt 100 zu der fast vollständigen Ablehnung der Effekte durch das Verfahren führt.

Dagegen stellt sich für die nächsten beiden Frequenzen ein kontroverser Trend dar: Während für 5 cpm die ersten 22 Effekte und die Übergangszone nach Effekt 86 erstaunlich gut bewichtet werden, ist bei 6 cpm mit der schwachen Bewichtung zwischen Effekt 22 und 60 der Kurvenverlauf geradezu entgegengesetzt. Offenbar ist der Anteil der korrelierten "Störer" im Sinne von Gl.(1) so groß geworden, daß das Verfahren nicht mehr gegen die induzierten Übertragungsfunktionen konvergiert.

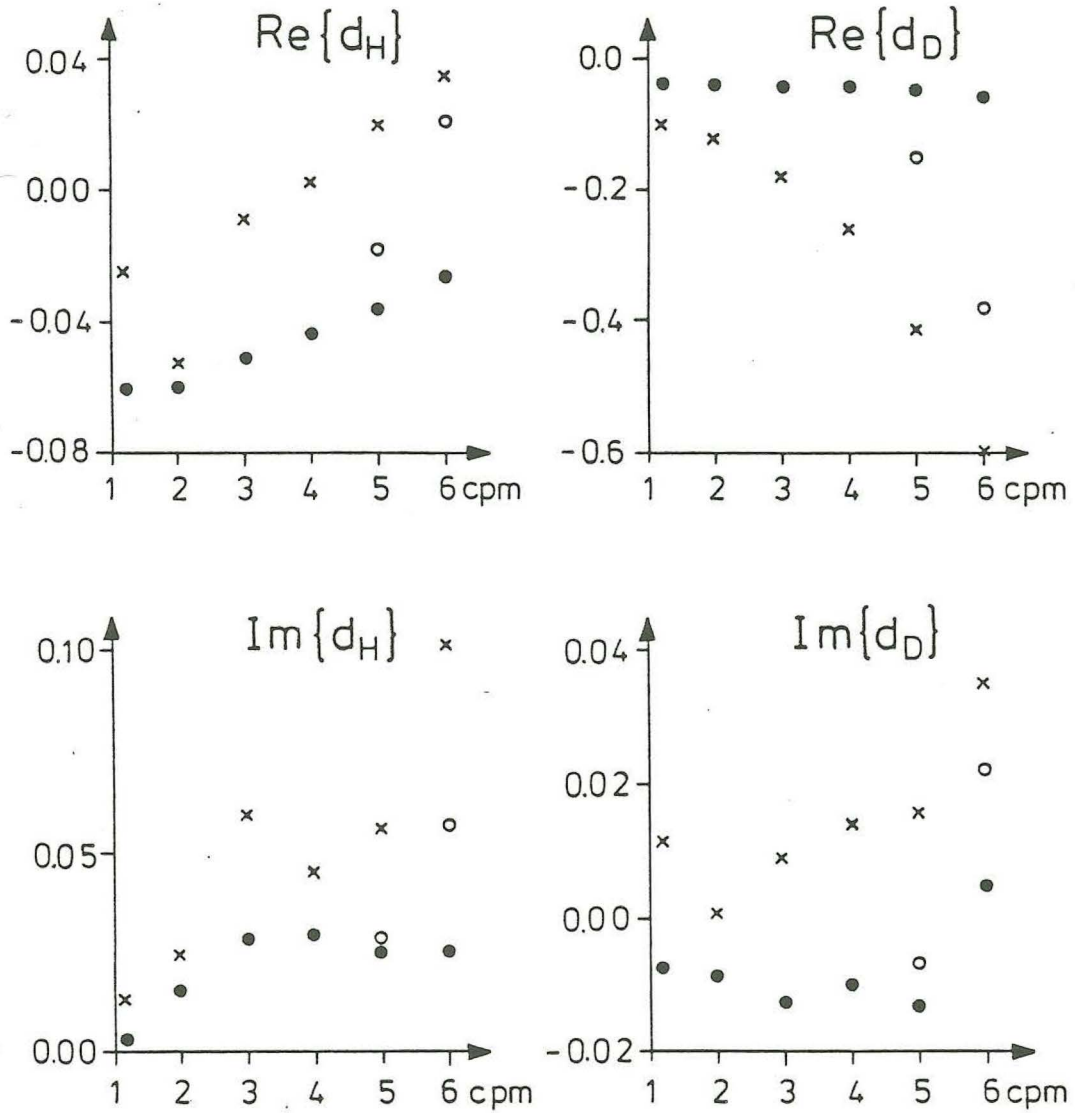


Abbildung 4: Perturbationsvektoren d_H und d_D von NW2 für 1.2–6 cpm
 x konventionelle (least squares) Analyse
 o robustes Verfahren — alle Effekte
 • robustes Verfahren — Effekte aus der Analyse für 2–4 cpm
 Zwischen 1.2 und 4 cpm stimmen o und • überein. Danach starker Bias bei o. Die 68 % Fehler sind von der Größenordnung der Kreisdurchmesser.

Die Folge ist ein enormer Bias der Perturbationsvektoren für 5 und 6 cpm, die für die Komponenten d_D und d_H in Abb. 4 aufgetragen sind. Zum Vergleich sind die Werte aus der nicht robusten Analyse ebenfalls eingetragen. Während hier der zum Teil sprunghafte und bei beiden Komponenten stark frequenzabhängige Verlauf sehr unnatürlich wirkt, ist er beim robusten Verfahren bis 4 cpm erheblich stabiler. Offenbar nimmt beim nicht robusten Verfahren mit wachsender Frequenz der Anteil von korreliertem Rauschen und damit der Bias zu.

Für 5 und 6 cpm kommt jedoch auch beim robusten Verfahren der oben diskutierte Einfluß von korreliertem Rauschen zur Wirkung. Erst nach der Beschränkung auf die "guten" Effekte der Analyse für 2-4 cpm konvergiert das Verfahren auch für die höheren Frequenzen in eine vernünftige Richtung und liefert interpretierbare Daten. Es fällt auf, daß durch die hohe Anzahl der Freiheitsgrade die Fehlerradien bei allen drei Verfahren sehr klein sind.

4. Schlußbemerkung

Die beschriebene robuste Methode eignet sich sehr gut zur Elimination von Ausreißern und korreliertem Rauschen bei der linearen, bivariaten Ausgleichsrechnung. Sie soll den oft mühevollen Weg durch umfangreiches Datenmaterial erleichtern, einer allzu subjektiven Datenauswahl begegnen und den Informationsgehalt der Daten möglichst effizient ausschöpfen.

Es wird allerdings dringend geraten, vor Anwendung der Methode sich mit der Arbeitsweise des Algorithmus sorgfältig vertraut zu machen, um vorschnelle Fehlinterpretationen zu vermeiden!

Literatur

- [1] Egbert, G., D. and J.R. Booker: Robust estimation of geomagnetic transfer functions. *Geophys. J. R. astron. Soc.* 87, 173-194, 1986
- [2] Huber, P., J.: *Robust Statistics*. Wiley, New York, 1981
- [3] Larsen, J.: Transfer functions: smooth robust estimates by least-squares and remote reference methods. *Geophys. J. Int.* 99, 645-663, 1989
- [4] Ritter, O.: Auswertung von AMT-Registrierungen. In: *Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Königstein/Ts.* (Ed.s: V. Haak u. J. Homilius), 165-173, 1988
- [5] Siemon, B.: EM-Messungen am Salzstock Wesendorf. In: *Protokoll elektromagnetische Tiefenforschung, Hornburg* (Ed.s: V. Haak u. J. Homilius), 1990