

U. KALBERKAMP

Gemeinsame Inversion geoelektrischer
und audiomagnetotellurischer Daten

1 Einleitung

Geoelektrische (DC) und audiomagnetotellurische (AMT) Messungen nutzen unterschiedliche physikalische Prozesse zur Bestimmung des scheinbaren spezifischen Widerstandes, die sich stark vereinfachend in folgenden Eigenschaften beider Verfahren niederschlagen:

Die AMT-Methode spricht wenig auf schlecht leitende Schichten an. Eine dünne, schlecht leitende Schicht wird schlecht erkannt, eine dicke schlecht leitende Schicht führt zu einer Abhängigkeit der Rhoa- und Phasenwerte nur von der Mächtigkeit und nicht vom spezifischen Widerstand der Schicht. Gut leitende Schichten werden dagegen von der AMT-Methode gut erkannt, selbst wenn sie nur eine geringe Mächtigkeit besitzen.

Die DC-Methode spricht etwa gleich auf Schichten mit verschiedenen spezifischen Widerständen an. Werden die Schichten jedoch sehr dünn, dann hängt das Ergebnis bei guten Leitern vom Leitfähigkeits-Dicke Produkt ab, für schlechte, dünne Leiter hängt es vom Widerstands-Dicke Produkt ab.

Durch eine gemeinsame Inversion aus den Daten beider Verfahren erhält man somit eine sicherere Bestimmung der Modellparameter und im eindimensionalen Fall mit horizontaler Schichtung die Auflösung eines zusätzlichen Parameters, der durch die horizontale Feinschichtung verursachten Anisotropie (im Folgenden kurz Anisotropie genant). Dabei müssen für die gemeinsame Inversion folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Der Untergrund muß als geschichteter Halbraum angesehen werden können,
- die Meßwerte dürfen nur kleine Fehler aufweisen,
- obeflächennahe, laterale Inhomogenitäten dürfen nicht im Aussage-

bereich der beiden Verfahren liegen,
- man muß sich bezüglich der Aussagetiefe im Überlappungsbereich der beiden Verfahren befinden.

Die Anisotropie führt zu einer möglicherweise stark überschätzten Tiefenangabe durch die DC-Messungen, und die Bestimmung eines mit anderen Methoden (z.B. hydrologischen Modellen) konsistenten Modells erfordert die Kenntnis des Anisotropiekoeffizienten.

Die gemeinsame Inversion von DC- und AMT-Daten erfolgte mit einem Programm von Vozoff und Jupp (1975) und erlaubt die Bestimmung des Anisotropiekoeffizienten, sowie über eine Eigenwertzerlegung Angaben über die Auflösung der einzelnen Modellparameter (JUPP & VOZOFF 1977).

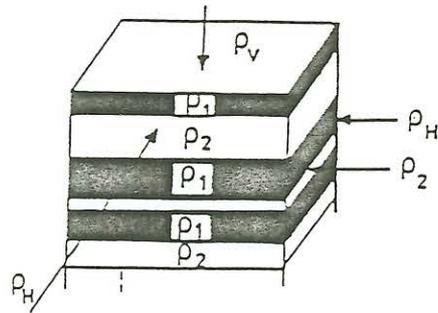
2 Zur Anisotropie in horizontal geschichteten Medien

Sind bei horizontaler Schichtung die einzelnen homogenen und isotropen Schichten so geringmächtig, daß sie von beiden Meßverfahren nicht mehr als einzelne Schichten aufgelöst werden können, kommt es zu dem in Abb. 1 dargestellten Anisotropie-Effekt, der sich in unterschiedlichen spezifischen Widerständen senkrecht zur Schichtung (Querwiderstand) und parallel zur Schichtung (Längswiderstand) äußert.

Da sich der Querwiderstand ρ_v durch eine "Serienschaltung" der Widerstände der einzelnen Schichten ergibt, der Längswiderstand ρ_H jedoch aus einer "Parallelschaltung", muß im horizontal geschichteten Fall ρ_v immer größer als ρ_H sein. Man erhält für ρ_v (KELLER & FRISCHKNECHT 1966)

$$\rho_v = \frac{\sum_i \rho_i * h_i}{\sum_i h_i}$$

(h_i = Mächtigkeit der i-ten Schicht)



Anisotropiekoeffizient $n = \sqrt{\rho_{\text{vert}} / \rho_{\text{hor}}}$

Geoelektrik	AMT
$\rho_{\text{DC}} = \sqrt{\rho_{\text{vert}} * \rho_{\text{hor}}} = n * \rho_{\text{hor}}$	$\rho_{\text{AMT}} = \rho_{\text{hor}}$
$h_{\text{DC}} = n * h$	$h_{\text{AMT}} = h$

Abb. 1: Schematische Darstellung der Anisotropie durch horizontale Wechsellagerung dünner Schichten und Definition des Anisotropiekoeffizienten n , sowie Angabe der mit Geoelektrik bzw. AMT gemessenen Anteile.

und für ϱ_H

$$\varrho_H = \frac{\sum_i h_i}{\sum_i (h_i / \varrho_i)}$$

Als Anisotropiekoeffizienten definiert man dann

$$n = \left(\frac{\varrho_v}{\varrho_H} \right)^{1/2}$$

Typische Werte für n liegen zwischen 1,2 und 2, für feingeschichtete Sandsteine/Siltsteine kann der Wert bis zu 4 betragen (vgl. KELLER & FRISCHKNECHT 1966).

3 Anisotropiebestimmung durch gemeinsame Inversion

Geoelektrische Messungen bestimmen das geometrische Mittel aus horizontalem und vertikalem spezifischen Widerstand (MAILLET 1947), mit der Definition des Anisotropiekoeffizienten n also den mit n multiplizierten Wert des horizontalen spezifischen Widerstandes ϱ_H , und die Tiefe h der Schicht wird um den Anisotropiekoeffizienten n überschätzt (Abb.1).

Bei der AMT nimmt man vorwiegend horizontalen Stromfluß an. D.h. mit der AMT bestimmt man ϱ_H des Gesteinspaketes und bei idealen Daten die

tatsächliche Tiefe.

Hat man beide Messungen zur Verfügung und überlappen sie sich in einem weiten Bereich bezüglich ihrer Aussagetiefen, so kann man den horizontalen und vertikalen spezifischen Widerstand bestimmen und als zusätzlichen Parameter in der gemeinsamen Inversion einführen und damit den Anisotropiekoeffizienten für die Schichten des Ergebnismodells bestimmen.

4 Meßbeispiele

Die nachfolgenden Beispiele stammen aus sehr rauscharmen Datensätzen, die in sehr dünn besiedelten Regionen Sudans im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 69 "Geowissenschaftliche Probleme in ariden Gebieten" aufgezeichnet wurden. Deshalb sind die Meßwerte nur mit sehr geringen Fehlern behaftet deren Fehlerbalken kleiner als die gezeichneten Symbole wären und daher nicht eingezeichnet wurden. Da für die gemeinsame Inversion nur weitgehend eindimensionale Daten herangezogen werden können, ist in den AMT-Kurven nur die Berdichevsky-Invariante gezeigt, die auch für die gemeinsame Inversion verwendet wurde.

Das erste Beispiel stammt aus einer Depression in Nord-Sudan, die mit lacustrinen Sedimenten aufgefüllt ist (BURKHARDT et al. 1990).

Die hier gemessene Geoelektrik-Kurve (Abb. 2) zeigt eine Wechsellagerung von 5 Schichten, deren spezifische Widerstände zwischen 30 und 80 Ohmm für die besser leitenden Schichten, und zwischen 160 - 400 Ohmm für die schlechter leitenden Schichten liegen. Das Grundgebirge deutet sich nur in den letzten Punkten mit einem spezifischen Widerstand von mehr als 1000 Ohmm an.

Die AMT-Sondierungskurve (Abb. 3) ergänzt die DC-Messung sehr gut, sie zeigt nämlich deutlich den Basementanstieg, der auch durch den Phasenverlauf belegt ist.

Die zu beiden Verfahren berechneten 1-D Modelle sind in Abb. 4a dargestellt. Der Überlappungsbereich beider Methoden beschränkt sich auf die vorletzte Schicht.

Die gemeinsame Inversion beider Datensätze ohne Berücksichtigung der

DC-Data: DG9

INVERSION OF DC-DATA

Layer	Resistivity [Ohm*m]	Thickness [m]
1.	49.3	1.8
2.	399.8	1.4
3.	33.9	10.9
4.	162.7	63.6
5.	81.0	331.4
6.	1020.9	0.0

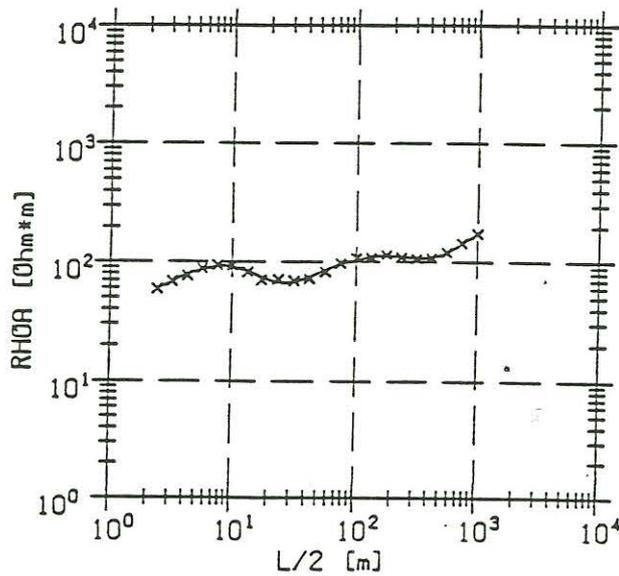


Abb. 2: Schlumberger Sondierungskurve der Geoelektrikmessung am Punkt Dongola (DG9)/Nord Sudan. Kreuze = Meßwerte, durchgezogene Linie = Kurve des angegebenen Endmodells der 1-D Einzelinversion. Standardfehler der Anpassung: 4,04%.

Site: DONGOLA

INVERSION AMT-DATA

Layer	Resistivity (Ωm)	Thickness (m)
1.	77.5	467.8
2.	10612.1	0.0

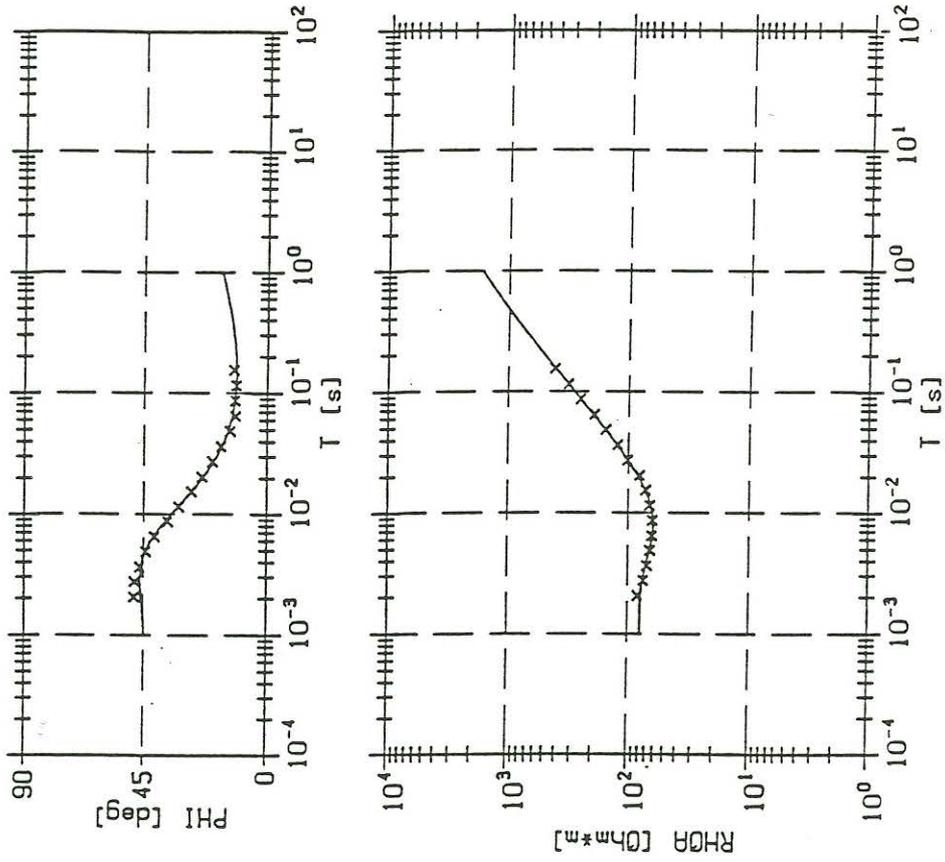
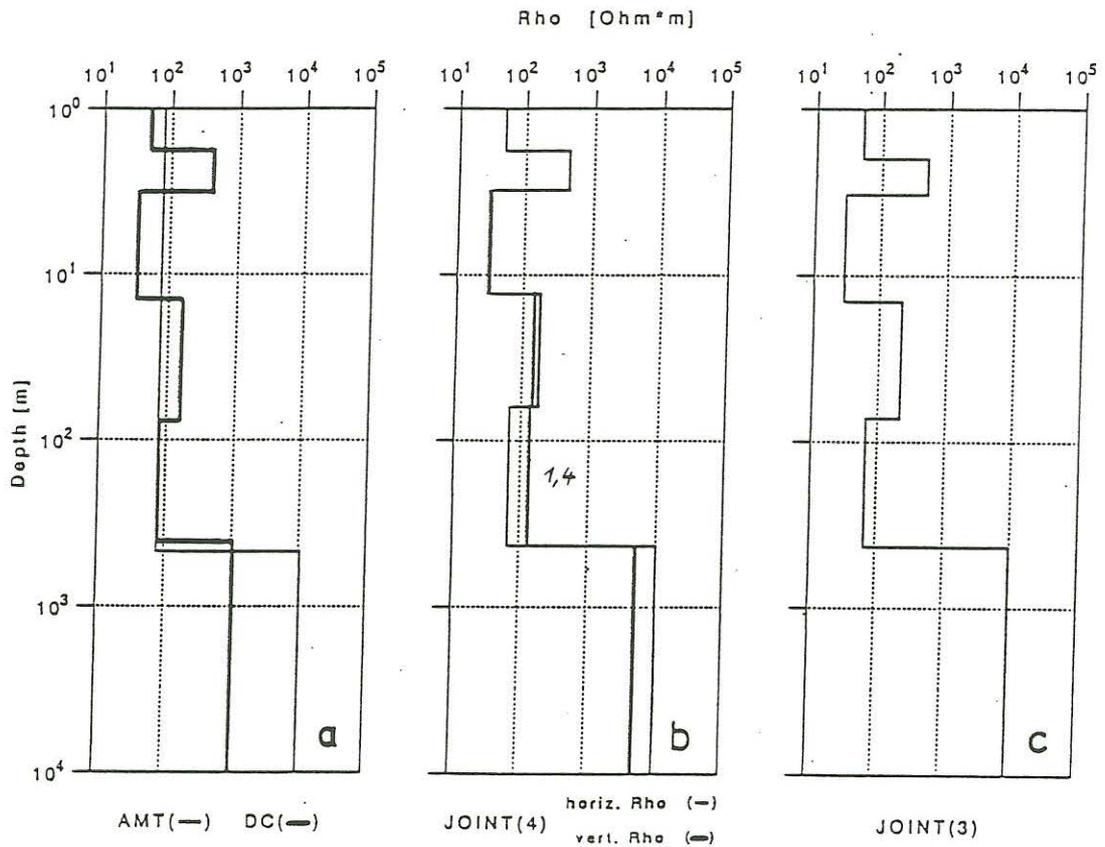


Abb. 3: AMT-Sondierungskurve am Punkt Dongola/Nord Sudan. Dargestellt sind die aus der Berdichevsky-Invarianten des Impedanzensors erhaltenen Werte. Kreuze = Meßwerte, durchgezogene Linie = Kurve des angegebenen Endmodells der 1-D Einzelinversion. Standardfehler der Anpassung: 3,99%.



MODELLE DONGOLA (SUDAN)

Abb. 4: Gegenüberstellung der Endmodelle am Meßpunkt Dongola/Nord Sudan. a): dünne Linie = AMT-Modell, dicke Linie = DC-Modell. b): gemeinsames Inversionsmodell mit Anisotropie, dünne Linie = horizontaler spezifischer Widerstand, dicke Linie = vertikaler spezifischer Widerstand. c): gemeinsames Inversionsmodell ohne Anisotropie.

Anisotropie ist in Abb. 5 dargestellt. Die Anpassung ist mit einem mittleren Standardfehler von 4,8% bemerkenswert gut. Bei den längeren Auslagen der DC-Messung verbessert sich durch Berücksichtigung der Anisotropie die Anpassung auf 4,1% (Abb. 6).

Die zugehörigen Modelle sind in Abb. 4c und 4b dargestellt. Das Modell mit Berücksichtigung der Anisotropie (Abb. 4b) zeigt Anisotropiekoeffizienten von 0,9, 1,4 und 0,7 für die Schichten 4, 5 und den Halbraum. Hier ist nur der Wert von 1,4 für die 5. Schicht vertrauenswürdig, da sich der Überlappungsbereich im wesentlichen auf diese Schicht beschränkt.

Die Bedeutung der möglichst vollständigen Überlappung wird insbesondere durch den Halbraum erkennbar. Ergänzt man nämlich in der DC-Kurve Werte, so daß sich nur geringfügig unterschiedliche Anstiege der Kurve ergeben, so bewirkt das unrealistische Variationen des durch die gemeinsame Inversion bestimmten Anisotropiekoeffizienten von 0,2 bis 2. Die Bestimmung des Anisotropiekoeffizienten im Überlappungsbereich beider Verfahren bleibt dagegen stabil (5. Schicht, $n = 1,4$). Im Überlappungsbereich kann in diesem Fall der bestimmte Anisotropiewert zu einer verbesserten Bestimmung der Basementtiefe herangezogen werden.

Die Auflösung der Modellparameter spiegeln diesen Sachverhalt ebenfalls wieder: Der horizontale und vertikale spezifische Widerstand der 5. Schicht sowie deren Mächtigkeit werden gut aufgelöst, der vertikale spezifische Widerstand des Halbraumes (in den wesentlich die DC-Messung eingeht) wird schlecht aufgelöst, da die DC-Sondierung den Halbraum nicht ganz erreicht. Die 2. Schicht, die außerhalb der AMT-Überdeckung liegt, wird daher im horizontalen spezifischen Widerstand schlecht aufgelöst.

Vom zweiten Beispiel seien nur die Zusammenstellung der berechneten 1-D Modelle (Abb. 7a-c) und die Modellanpassung der gemeinsamen Inversion für den 4-Schicht Fall (Abb. 8) gezeigt.

Die Messung stammt aus dem Gebiet des Humar-Beckens im mittleren Sudan (BURKHARDT et al. 1990). Es treten dort feinklastische Sedimente mit Siltsteineinschaltungen auf, die Anisotropiekoeffizienten durchaus bis 4 erreichen können.

Aufgrund der zu erwartenden großen Anisotropie wird der gute Leiter (Grundwasser) in der Einzelinversion der DC-Daten mit einer Tiefe von

Site: DONGOLA DC-Data: D69

JOINT INVERSION DC/AMT-DATA

Layer	Resistivity [Ohm*m]	Thickness [m]
1.	51.4	2.0
2.	468.8	1.3
3.	29.1	11.1
4.	212.4	57.7
5.	67.5	353.7
6.	9892.4	0.0

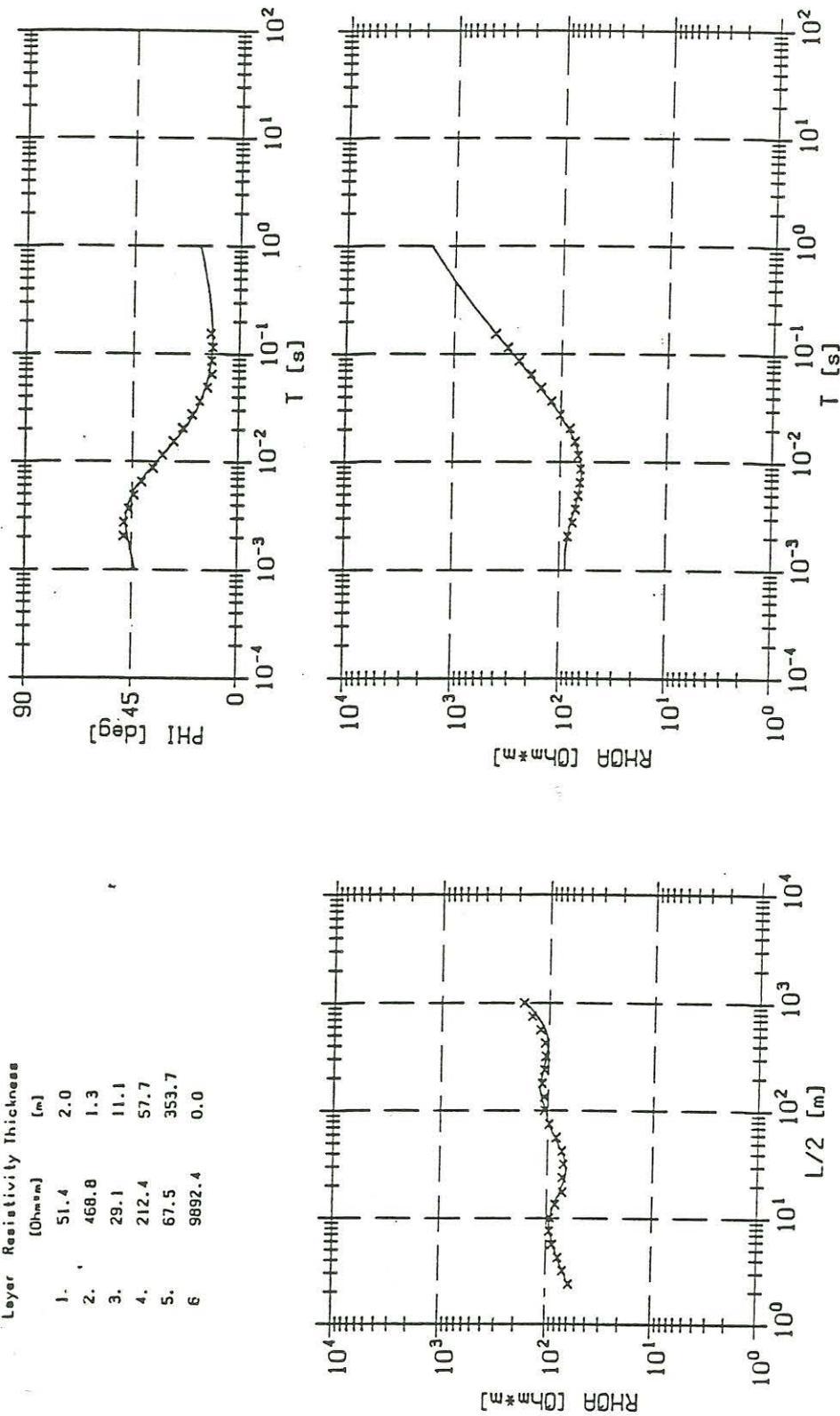


Abb. 5: Gemeinsame Inversion von DC- und AMT-Daten am Punkt Dongola/Nord Sudan ohne Berücksichtigung der Anisotropie. Kreuze = Meßwerte, durchgezogene Linie = Kurve des angegebenen Endmodells der gemeinsamen Inversion. Standardfehler der Anpassung: 4,8%.

Site: DONGOLA DC-Data: DG9
 JOINT INVERSION DC/AMT-DATA (ANISOTROPY)

Layer	Resistivity H ₁ (Ohm-m)	Thickness V (m)
1.	49.7	48.9
2.	441.0	433.2
3.	32.0	28.8
4.	180.3	144.9
5.	68.7	139.6
6.	10003.8	5065.8
		0.0

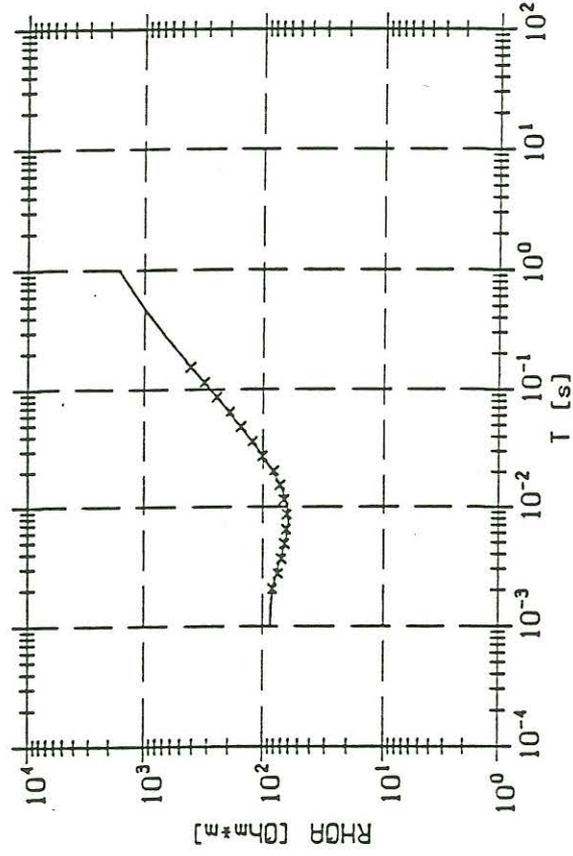
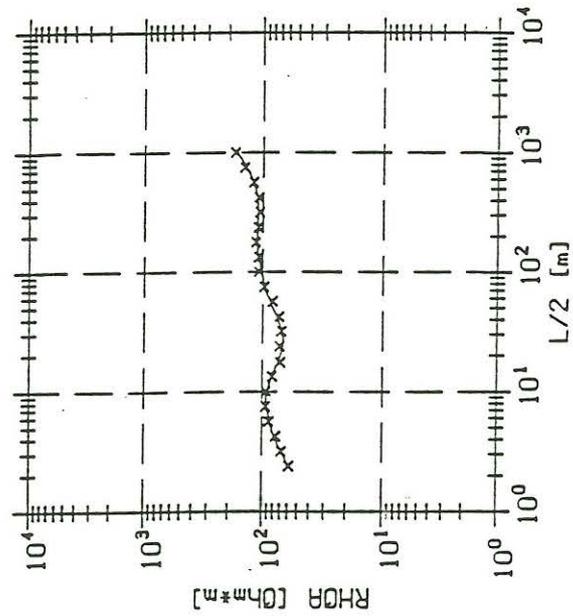
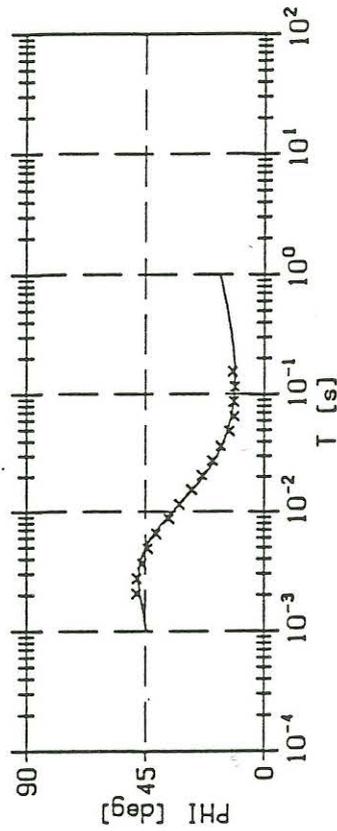
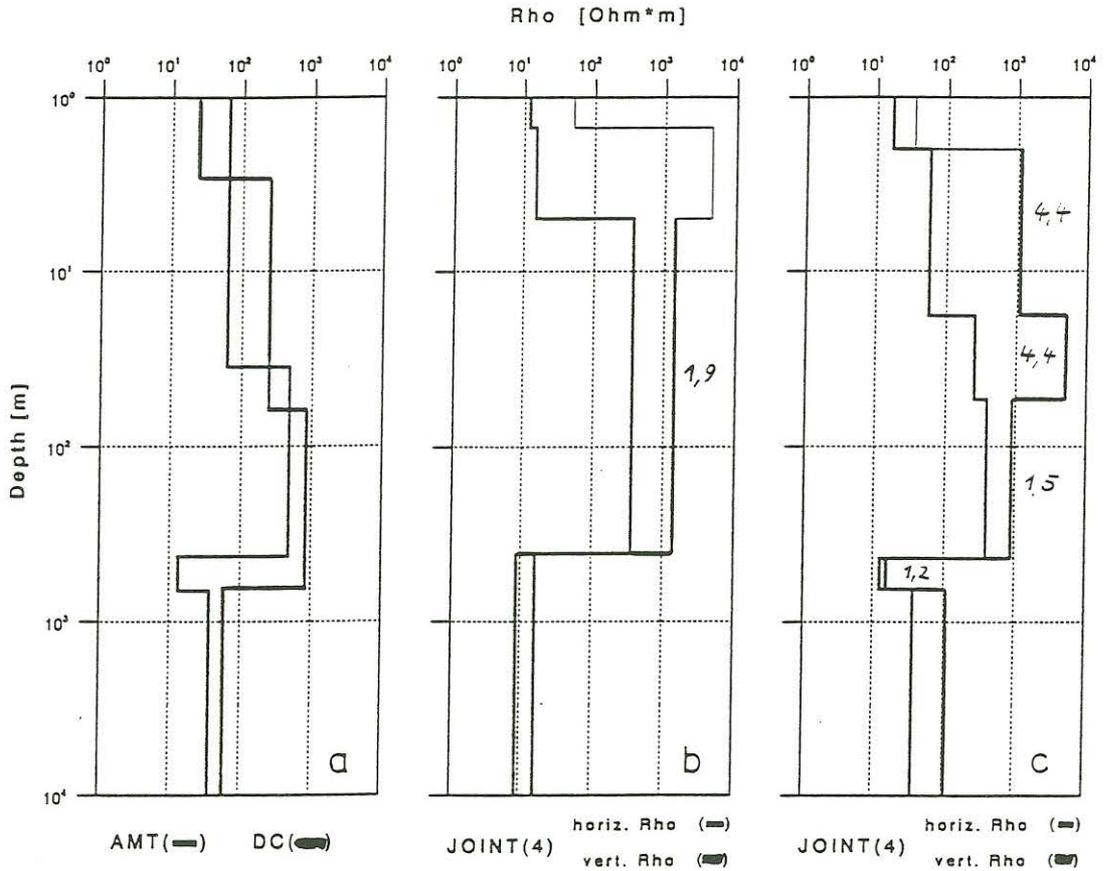


Abb. 6: Gemeinsame Inversion von DC- und AMT-Daten am Punkt Dongo-Ia/Nord Sudan mit Berücksichtigung der Anisotropie. Kreuze = Meßwerte, durchgezogene Linie = Kurve des angegebenen Endmodells der gemeinsamen Inversion. Standardfehler der Anpassung: 4,1%.



MODELLE EILAI 5 (HUMAR BASIN, SUDAN)

Abb. 7: Gegenüberstellung der Endmodelle am Meßpunkt Eilai 5/Sudan. a): dünne Linie = AMT-Modell, dicke Linie = DC-Modell. b): gemeinsames Inversionsmodell mit 4 Schichten und Anisotropie, dünne Linie = horizontaler spezifischer Widerstand, dicke Linie = vertikaler spezifischer Widerstand. c): gemeinsames Inversionsmodell mit 6 Schichten und Anisotropie. Die Zahlen an den Modellkurven geben den Anisotropiekoefizienten n der jeweiligen Schicht an.

Site: EILS DC-Data: S24
 JOINT INVERSION DC/AMT-DATA (ANISOTROPY)

Layer	Resistivity		Thickness [m]
	H _v	[Ohm·m] V _v	
1.	12.0	50.5	1.5
2.	15.0	4626.8	3.6
3.	361.1	1993.3	406.4
4.	16.0	8.7	0.0

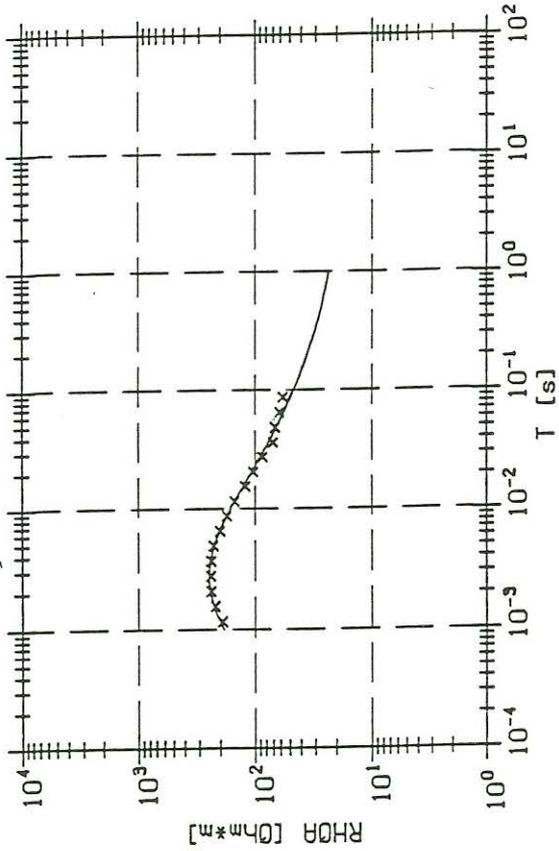
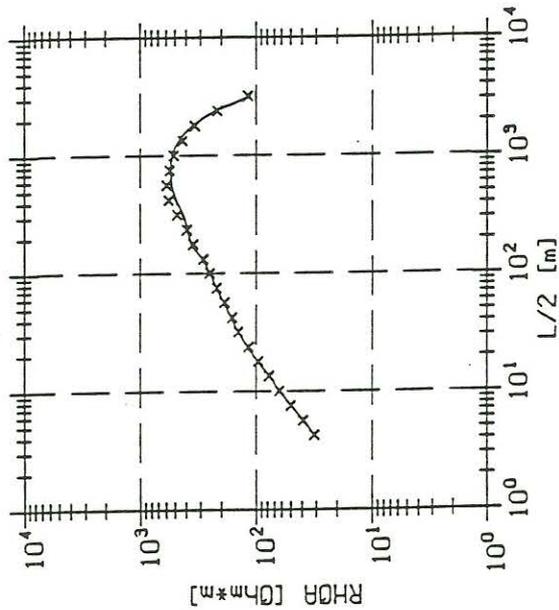
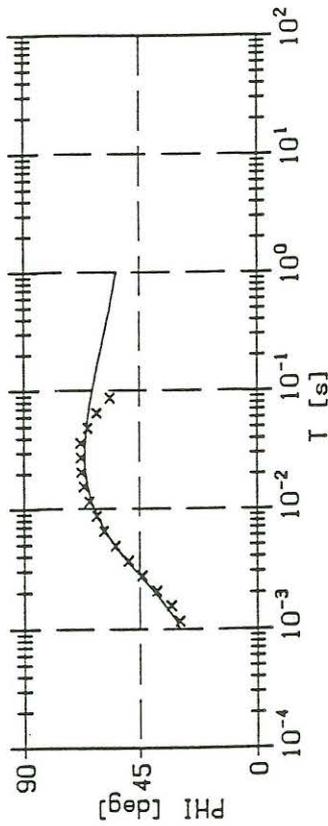


Abb. 8: Gemeinsame Inversion von DC- und AMT-Daten am Punkt Eilal 5 (Humar-Becken)/Sudan mit Berücksichtigung der Anisotropie. Kreuze = Meßwerte, durchgezogene Linie = Kurve des angegebenen Endmodells (4-Schichten) der gemeinsamen Inversion. Standardfehler der Anpassung: 6,5%.

640 m modelliert (Abb. 7a), was nicht den regionalen hydrogeologischen Vorstellungen entspricht (KHEIR 1986). Die Einzelinversion der AMT-Daten ergibt eine Tiefe von 426 m für den guten Leiter.

Eine gemeinsame Inversion ohne Berücksichtigung der Anisotropie führte nicht zum Erfolg, erst nach Einführen der Anisotropie konnte eine gute Anpassung des Modells an die Daten beider Verfahren erzielt werden. Für ein 4-Schicht Modell (Abb. 8) ist die Anpassung bis auf die Phase gut (Standardfehler der Anpassung: 6,5%). Der Phasenverlauf deutet auf eine 2-D Struktur im tieferen Untergrund hin. Die 3. Schicht, auf die sich die vollständige Überlappung beschränkt, wird in allen Parametern gut aufgelöst, und der ermittelte Anisotropiekoeffizient von 1,9 ist als vertrauenswürdig einzustufen.

Ein Versuch die Phase mit einem 6-Schicht Fall besser zu modellieren führt zwar zu einer besseren Anpassung der Phase, die vertikalen spezifischen Widerstände werden jedoch schlecht aufgelöst und damit die Aussage zur Anisotropie unsicherer. Ein Vergleich der beiden gemeinsamen Modelle (Abb. 7b+c) zeigt, daß dabei die Tiefenangabe für den guten Leiter stabil bleibt. Diese Sicherheit der Tiefenbestimmung bei der gemeinsamen Inversion von DC- und AMT-Daten stellt für die Angabe der Grundwassertiefe einen großen Gewinn dar, da beide Meßverfahren zu einem gemeinsamen, konsistenten Modell beitragen.

5 Zusammenfassung

Die gemeinsame Inversion von geoelektrischen und audiomagnetotellurischen Daten liefert nur bei den in Abschnitt 1 genannten Voraussetzungen vertrauenswürdige Werte für die Anisotropie und damit die Möglichkeit, zu konsistenten Modellen des Untergrundes für beide Verfahren zu gelangen. In den angeführten Beispielen konnte durch die gemeinsame Inversion von DC- und AMT-Daten zu einer sichereren Tiefenbestimmung von Basement und Grundwasserhorizonten beigetragen werden, so daß auch ein mit hydrogeologischen Modellen konsistentes Gesamtmodell gewonnen werden konnte.

6 Literaturangaben

- BURKHARDT, H., BRASSE, H., FIEDLER-VOLMER, R., HAUBMANN, U., KALKBRENNER, M., RADIC, T., SCHUSTER, K. 1990. The application of seismic, geoelectric and audiomagnetotelluric methods to tectonic and hydrogeological problems in SW Egypt and NW Sudan. Berliner Geowiss. Abh., (A) 120, 453-504.
- JUPP, D.L.B., VOZOFF, K. 1977. Resolving anisotropy in layered media by joint inversion. Geophysical Prospecting, 25, 460-470.
- KELLER, G.V., FRISCHKNECHT, F.C. 1966. Electrical methods in geophysical prospecting. Pergamon Press, Oxford.
- KHEIR, O.M. 1986. Hydrogeology of Dongola Area, Northern Sudan. Berliner Geowiss. Abh., (A) 74, 87pp.
- MAILLET, R. 1947. The fundamental equations of electrical prospecting. Geophysics, 12, 529-556.
- VOZOFF, K., JUPP, D.L.B. 1975. Joint inversion of geophysical data. Geophys. J. R. Astr. Soc., 42, 977-991.