

Matthias Wehmeier

Kalibrierung von Induktionsspulen im Dipolfeld eines rotierenden Stabmagneten

Induktionsspulen mit hochpermeablen Kernen haben sich wegen ihrer hohen Empfindlichkeit, ihres günstigen Frequenzganges und ihrer einfachen Handhabung als sehr gute Sensoren für Magnetfeldänderungen mit Perioden unter 1000 Sekunden erwiesen. Die starke Feldkonzentration im Kernmaterial, die diese hohe Empfindlichkeit erst ermöglicht, ist bei der Messung unproblematisch, da das Feld infolge der großen Entfernung der Quellen in sehr guter Näherung homogen ist. Bei der Kalibrierung solcher Induktionsspulen muß jedoch der Einfluß der Feldkonzentration berücksichtigt oder durch eine geeignete Meßanordnung geringgehalten werden.

1 Feldverzerrung in der Umgebung der Induktionsspule

Da der hochpermeable Spulenkern die Energie des Magnetfeldes nicht verändert, wird die höhere Empfindlichkeit nur durch Konzentration des Feldes innerhalb eines gegenüber dem Kernquerschnitt A_K größeren effektiven Querschnittes A_{eff} erreicht. Näherungsweise entspricht dieser dem Querschnitt A einer sonst gleichartigen Luftspule gleicher Empfindlichkeit. Verwendet man als Parameter für die Empfindlichkeit die Sensorempfindlichkeitskonstante $|S_0|$, so erhält man für eine Spule der Windungszahl n mit einem Kern der effektiven Permeabilität μ_{eff} :

$$|S_0| = 2\pi \mu_0 \mu_{eff} n A_K$$

und für eine Luftspule:

$$|S_0| = 2\pi \mu_0 n A$$

Der Vergleich dieser Formeln liefert für den effektiven Querschnitt:

$$A_{eff} \simeq A = \mu_{eff} A_K$$

Bei kreisförmigem Kernquerschnitt mit Radius r_K gilt:

$$r_{eff} = \sqrt{\frac{A_{eff}}{\pi}} \simeq r_K \sqrt{\mu_{eff}}$$

Für die von mir untersuchte Spule mit einem Kernradius von 10.5mm und einer effektiven Permeabilität von 10^4 ergibt dies:

$$A_{eff} \simeq 3.46\text{m}^2$$

$$r_{eff} \simeq 1.05\text{m}$$

2 Methoden zur Kalibrierung

Für eine genaue Kalibrierung sollte das Eichfeld in einem Bereich, der groß gegenüber den oben hergeleiteten Dimensionen ist, homogen sein. Als Mindestanforderung muß jedenfalls gelten, daß die Skalenlängen des Feldes größer sind als der effektive Spulenradius.

Bisher wurden zur Kalibrierung meist lange Zylinderspulen oder Helmholtzspulen verwendet, die sich in der notwendigen Größe nicht oder nur schwer herstellen lassen.¹ So werden zur Kalibrierung in der Regel viel zu kleine Spulensysteme verwendet, deren Abmessungen oft sogar kleiner sind als der effektive Querschnitt der Induktionsspule. Eine solche Anordnung stellt jedoch eher einen Streufeldtransformator als eine Quelle eines definierten Magnetfeldes dar. Um trotzdem zu brauchbaren Ergebnissen zu gelangen, werden Korrekturfaktoren eingeführt. Hierzu benötigt man aber die Daten des Spulenkerns, die meist weniger genau als die übrigen Spulendaten bekannt sind.

Einen Ausweg aus diesem Dilemma bietet die Verwendung eines drehenden Stabmagneten als Eichquelle, dessen Feld von der Induktionsspule in großem Abstand registriert wird, wie in Abb.1 skizziert.

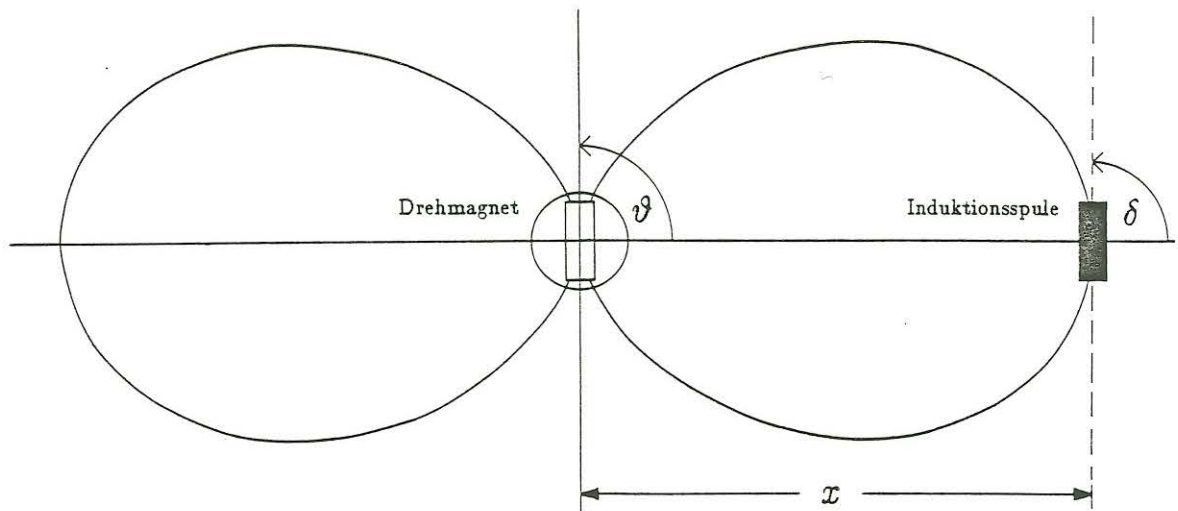


Abb.1 : Induktionsspuleneichung im Dipolfeld

Das Fernfeld eines Stabmagneten ist ein fast ideales Dipolfeld. Bei einem Dipolmoment M erhält man mit den Größen aus Abb. 1 für die Radialkomponente:

$$H_r = 2 \frac{M}{x^3} \cos \vartheta$$

¹Existierende Helmholtzspulen besitzen Radien von maximal 10m, ihr Homogenitätsbereich entspricht gerade dem effektiven Radius üblicher Induktionsspulen.

und für die Tangentialkomponente:

$$H_{\vartheta} = -\frac{M}{x^3} \sin \vartheta$$

Die Induktion B_s in einer Spule, deren Mittelachse einen Winkel δ gemäß Abb.1 zur Verbindungslinie Spule - Drehmagnet einnimmt, beträgt:

$$B_s = \mu_0 (H_r \cos \delta + H_{\vartheta} \sin \delta) = \mu_0 \frac{M}{x^3} (2 \cos \vartheta \cos \delta - \sin \vartheta \sin \delta)$$

Wegen der größeren Fehlertoleranz soll hier zur Kalibrierung die zweite Gaußsche Hauptlage benutzt werden; die Spule registriert mit einem Winkel $\delta = 90^\circ$ nur die Tangentialkomponente. Dreht sich nun der Stabmagnet mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um seine Hochachse, so ergibt sich für die gemessene Komponente der Induktion als Funktion der Zeit:

$$B_{\vartheta}(t) = -\mu_0 \frac{M}{x^3} \sin \omega t$$

Für Perioden zwischen 0.5 und 4s eignet sich zum Antrieb des Magneten sehr gut ein geregelter Gleichstrommotor, wie er auch in direktangetriebenen Plattenspielern verwendet wird. Kombiniert mit einer großen Schwungmasse gewährleistet er mit Gleichlaufschwankungen unter 0.1% eine hohe spektrale Reinheit des Eichsignals. Den Aufbau des Gerätes zeigt Abb.2:

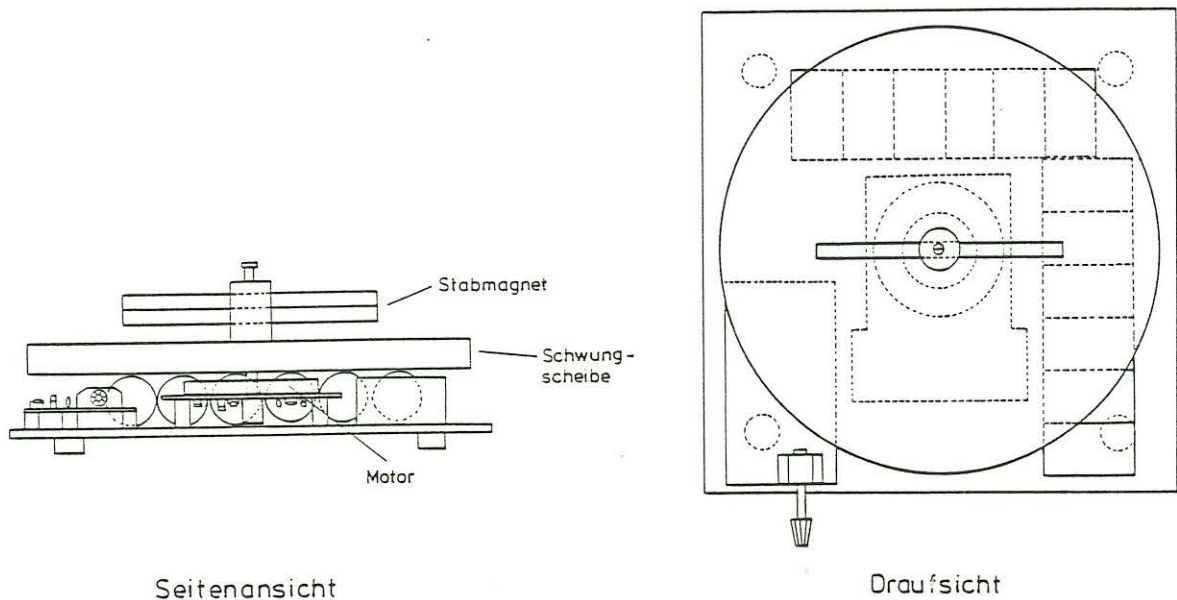


Abb.2 : Schematische Darstellung des Drehmagneten

3 Erste Messungen und Datenauswertung

Nach Bestimmung des Dipolmomentes des Stabmagneten mit einem genauen Kompensationsvariometer, das von MÜTZEL im Rahmen seiner Diplomarbeit am Göttinger Institut für Geophysik entwickelt wurde, habe ich mit der in Abb.1 skizzierten Anordnung Messungen in drei verschiedenen Entfernungen bei einer Frequenz von 1.6Hz durchgeführt. Tabelle 1 zeigt die genauen Abstände x zwischen Spule und Drehmagnet und die zugehörigen Feldamplituden \hat{B} . Man sieht sofort, daß aufgrund der großen Entfernungen nur ein sehr geringes Eichfeld zur Verfügung steht. Um Verfälschungen durch die natürliche Aktivität und Restanteile künstlicher Störungen geringzuhalten, muß über eine große Anzahl von Einzelmessungen integriert werden. Dazu muß man ein Auswerteverfahren anwenden, das die unerwünschten Signalanteile genügend unterdrückt, dabei aber auch große Datenmengen in angemessener Zeit bewältigt.

x [m]	\hat{B} [pT]
28.93	88.22
39.58	34.45
49.99	17.10

Tabelle 1

Die Messung und Auswertung der Daten liefen nach folgenden Schema ab:

1. Registrierung des Eichfeldes mit der Induktionsspule in großer Entfernung unter gleichzeitiger Aufzeichnung eines Referenzsignals größerer Amplitude mit einem zweiten Sensor in der Nähe des Drehmagneten
2. Digitale Tiefpaßfilterung des Induktionsspulen-Ausgangssignals zur Beseitigung höherfrequenter technischer Störungen
3. Phasenstarres Stapeln des Ausgangssignals im Zeitbereich anhand der Maxima des Referenzsignals
4. Bestimmung der Frequenz $f = \omega/2\pi$ und Amplitude \hat{U} des Ausgangssignals durch Parameteranpassung von $U(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \phi)$ an die gestapelten Daten nach dem MARQUARDT-LEVENBERG-Verfahren
5. Berechnung der Sensorempfindlichkeit aus diesen Größen und dem bekannten Eichfeld nach der Formel:

$$|S_0| = \frac{\hat{U}}{\hat{B}f}$$

Je nach Entfernung wurde zwischen 10 und 40 Minuten mit einer Abtastrate von 1kHz registriert; es ergaben sich insgesamt $4.2 \cdot 10^6$ Meßwerte. Die längeren Zeitreihen wurden zur leichteren Weiterverarbeitung in zehnminütige Abschnitte mit jeweils 60000 Werten aufgeteilt. Das Ergebnis der Stapelung eines solchen Registrierintervalles bei einer Meßentfernung von 50m zeigt Abb.3. Die Auswertung des gesamten Datenmaterials ermöglichte die Bestimmung der Sensorempfindlichkeit mit einem relativen Fehler von 0.3%. Die Werte für die einzelnen Meßentfernungen wiesen jedoch Unterschiede auf, was auf einen Einfluß der Inhomogenität des Dipolfeldes hindeutet.

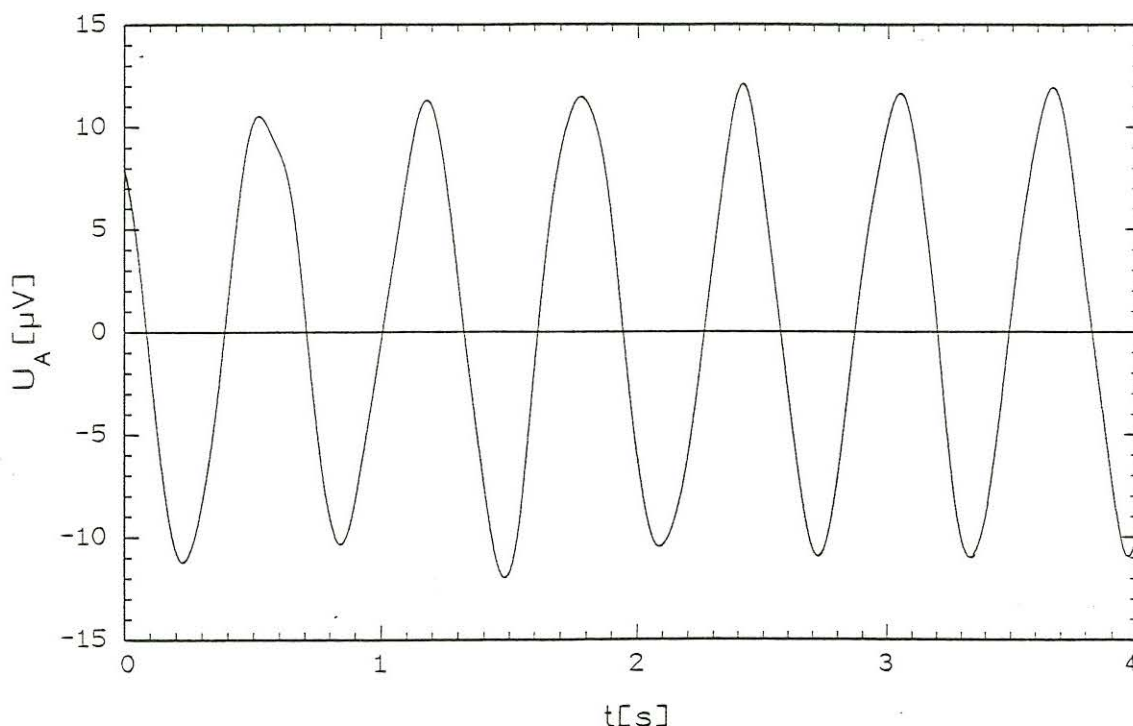


Abb.3 : Spulenausgangsspannung nach Filterung und Stapelung

4 Korrektur der Feldinhomogenität

Selbst bei großem Quellenabstand führt die $1/x^3$ -Abhängigkeit zu einer nicht vernachlässigbaren Ortsabhängigkeit des Dipolfeldes auch über kurze Skalenlängen. Beispielsweise ändert sich die Feldstärke bei einer Meßentfernung von 30m innerhalb des effektiven Querschnittes der betrachteten Spule noch um 10%. Man darf also zur Ermittlung der Sensorempfindlichkeit nicht das ungestörte Feld am Ort x_0 des Spulenmittelpunktes ansetzen. Stattdessen soll die Feldkonzentration durch eine Mittelung über den effektiven Spulenquerschnitt nachgebildet werden. Da die stärkste Ortsabhängigkeit in x -Richtung auftritt, wird das Dipolfeld nur über diese Koordinate gemittelt. Unter diesen Voraussetzungen muß nur der Ausdruck $1/x^3$ betrachtet werden:

$$\overline{\left(\frac{1}{x^3}\right)} = \frac{\int_{x_0-r_{eff}}^{x_0+r_{eff}} 1/x^3 dx}{\int_{x_0-r_{eff}}^{x_0+r_{eff}} dx} = \frac{x_0}{(x_0^2 - r_{eff}^2)^2}$$

Setzt man dieses gemittelte $\overline{(1/x^3)}$ anstelle des $1/x_0^3$ in die Formel für das Dipolfeld ein, so erhält man das von der Spule gemessene Feld B_{eff} . Einfaches Erweitern liefert einen Korrekturfaktor K für das ungestörte Feld am Spulenmittelpunkt:

$$B_{eff} = K B(x_0)$$

$$K = x_0^3 \left(\frac{1}{x^3} \right) = \frac{x_0^4}{(x_0^2 - r_{eff}^2)^2}$$

Dieser Faktor ist abhängig vom Querschnitt und der Permeabilität des Spulenkerns, da der effektive Radius in die Berechnung eingeht. Abb.4 zeigt die Entfernungsabhängigkeit von K für die von mir benutzte Spule.

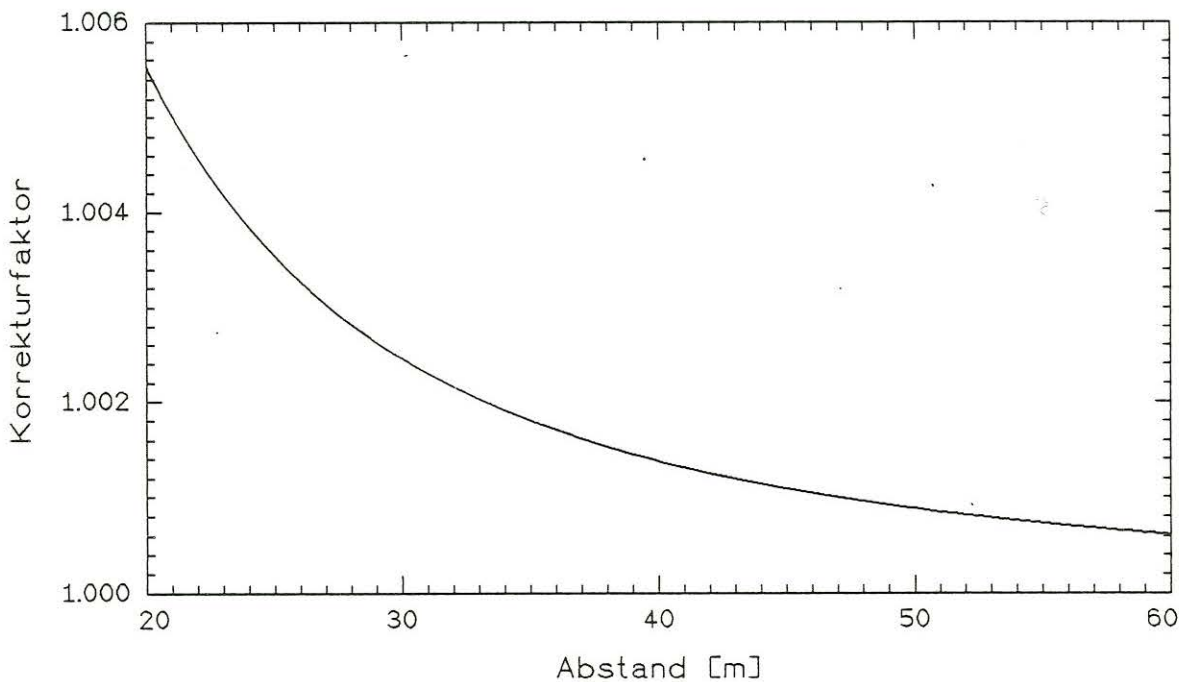


Abb.4 : Korrekturfaktor K für einen effektiven Spulenradius von 1.05m

Da die Meßentfernung auf maximal 50m beschränkt war, mußten zur praktischen Überprüfung dieser Korrektur alle Ergebnisse auf eine Entfernung reduziert werden. Gemäß obiger Formeln sollten das Verhältnis der Sensorempfindlichkeitskonstanten zweier Entfernungen und der der Korrekturfaktoren gleich sein. In Tabelle 2 sind diese Quotienten bezogen auf den geringsten Abstand von 28.93m aufgelistet. Man sieht, daß innerhalb der Fehlergrenzen die gemessenen Werte mit den erwarteten übereinstimmen; um die Richtigkeit meiner Überlegungen nachzuweisen, müßte man jedoch die statistischen Fehler durch Verwendung einer erheblich größeren Datenbasis noch deutlich verkleinern und die Anzahl der Meßentfernungen erhöhen.

x [m]	$K(x)/K(28.93)$	$ S_0 (x)/ S_0 (28.93)$
39.58	0.9988	0.994 ± 0.005
49.99	0.9982	1.001 ± 0.007

Tabelle 2

5 Analyse der Fehler

Im praktischen Meßaufbau lassen sich Abstand und Ausrichtung des Sensors nur bis auf gewisse Restfehler bestimmen, was zu systematischen Fehlern bei der Kalibrierung führt. Wegen der $1/x^3$ -Abhängigkeit des Feldes führt ein kleiner Fehler Δx bei der Entfernungsbestimmung zu einer Unsicherheit in der Amplitude von:

$$\frac{\Delta \hat{B}}{\hat{B}} = -3 \frac{\Delta x}{x}$$

Eine geringe Abweichung $\epsilon = 90^\circ - \delta$ der Sensorausrichtung verursacht einen Amplitudenfehler:

$$\frac{\Delta \hat{B}}{\hat{B}} = 3/2 \epsilon^2$$

und einen Phasenfehler $\tau = 90^\circ - \vartheta$ von:

$$\tau = -2\epsilon$$

Die Induktionsspule kann mit einer Genauigkeit von 0.5° ausgerichtet werden. Hieraus resultiert ein relativer Amplitudenfehler von 10^{-4} , der Phasenfehler beträgt jedoch bereits 1° . Die Meßentfernung läßt sich demgegenüber nur auf etwa 1cm bestimmen, was bei einem Abstand von 30m zu einem relativen Fehler in der Feldamplitude von 10^{-8} führt. Weitere Verbesserungen lassen sich nur noch durch Messungen in verschiedenen Abständen erzielen, da sich hierbei die Fehler bei der Entfernungsbestimmung herausmitteln.

6 Diskussion

Die Induktionsspulenkalibrierung im Fernfeld eines Dipols ermöglicht eine genauere Bestimmung der Sensorempfindlichkeitskonstanten als die bisher gebräuchlichen Verfahren mit häufig unzureichenden Eichspulen. Auch für eine Spule mit nur näherungsweise bekannten Kerndaten ergeben sich nur geringe Fehler bei der Bestimmung der Empfindlichkeit, da sich der Korrekturfaktor K in genügend großer Entfernung nicht allzusehr von eins unterscheidet. Bei völlig unbekanntem Spulen kann man durch Messungen in mehreren Entfernungen sogar Kernparameter indirekt bestimmen.

Infolge der geringen Feldamplituden benötigt man für eine genaue Kalibrierung aber eine längere Meßzeit als bei den bisherigen Methoden; es muß außerdem eine enorme Datenmenge verarbeitet werden. Diese Nachteile, sowie der gegenüber anderen Verfahren größere Phasenfehler, legen es nahe, die Dipolfeldeichung nur zur Bestimmung der absoluten Empfindlichkeit der Induktionsspule bei einer Meßfrequenz einzusetzen. Die Phase und der Frequenzgang des Sensors können weiterhin im Feld einer Zylinder- oder Helmholtzspule ermittelt werden, da diese Größen von der Feldkonzentration nicht beeinflußt werden. Hier kann, sofern die Meßapparatur dies zuläßt, mit größeren Amplituden gearbeitet werden, was den Einfluß natürlicher Störungen reduziert und damit kurze Meßzeiten ermöglicht.

Diese Kombination verschiedener Verfahren verringert die Unsicherheiten bei der Kalibrierung von Induktionsspulen erheblich, ohne den Arbeitsaufwand unverhältnismäßig zu steigern. Hierbei ist es besonders vorteilhaft, wenn die Spule und die übrige Meßapparatur getrennt voneinander geeicht werden, da so auch bei späteren Änderungen an Verstärker- und Filterbaugruppen die Empfindlichkeit der Spule nicht neu bestimmt werden muß.

Literatur :

- MÜTZEL, A., Konstruktion eines Kompensationsvariometers mit fotoelektrischem Abgriff, Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Universität Göttingen, 1987
- PRECISION PLUS SOFTWARE, Mathpak 87 User's guide and Reference Manual, Precision Plus Software, 1988
- PRESS, W.H., FLANNERY, B.P., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T., Numerical Recipes, Cambridge University Press, 1986
- WATERMANN, J., Konstruktion eines Dreikomponenten- Induktionsspulenmagnetometers für den Feldeinsatz, Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Universität Göttingen, 1976
- WEHMEIER, M., Induktionsspulenmagnetometer - Überlegungen zur Optimierung und praktischen Ausführung, Protokoll Kolloquium "Elektromagn. Tiefenforschung" Königstein, 1988
- WEHMEIER, M., Ein Modular-konzept für die Analogelektronik registrierender geophysikalischer Meßgeräte - universelles Interface zwischen Sensor und Datenaufzeichnung, Protokoll Kolloquium "Elektromagn. Tiefenforschung" Königstein, 1988