

PROTOKOKOLL
über das 11. Kolloquium
"ELEKTROMAGNETISCHE TIEFENFORSCHUNG"
Schloß Lerbach bei Köln
vom 11.3. - 13.3.1986

Herausgegeben von

Volker Haak

Institut für Meteorologie und
Geophysik der J. W. Goethe-
Universität Frankfurt
Feldbergstraße 47
D-6000 Frankfurt am Main

Joachim Homilius

Niedersächsisches Landesamt
für Bodenforschung
Alfred-Bentz-Haus
Postfach 51 01 53
D-3000 Hannover

Teilnehmerverzeichnis

cand.geophys. J. Bartz Dipl.Geophys. Th. Blümecke Prof. Dr. V. Haak cand.geophys. P. Hauck Dipl.Geophys. V. Rath cand.geophys. O. Ritter cand.geophys. P. Rüdinger Dr. G. Schwarz Dipl.Geophys. U. Seidel	Institut für Geophysikalische Wissenschaften der Freien Universität Berlin Rheinbabenallee 49 D-1000 Berlin 33
Dipl.Phys. H. Brasse	Institut für Angewandte Geophysik, Petrologie und Lagerstättenforschung der Technischen Universität Berlin Ackerstraße 71-76 D-1000 Berlin 65
Dr. E. Huenges Dr. G. Nover	Mineralogisch-Petrologisches Institut der Universität Bonn Poppelsdorfer Schloß D-5300 Bonn 2
Dr. K. Bahr	GEOMETRA Petzvalstr. 36a D-3300 Braunschweig
H.-P. Brunke cand.phys. Chr. Drews N. Fürch Dipl.-Phys. B. Gramkow Dr. K. John Dr. F. Kuhnke cand. phys. H.-M. Maurer E. Musehold Dr. H. Rodemann Prof. Dr. P. Weidelt Dr. J. Wright	Institut für Geophysik und Meteorologie der Technischen Universität Braunschweig Mendelssohnstr. 3 D-3300 Braunschweig
Dipl.-Phys. U. Jensen Dipl.-Phys. A. Junge Dr. Z.A. Malik E. Schinke W. Schirmer Prof. Dr. U. Schmucker B. Siemon Dr. P. Spitta K. Spitzer Dr. E. Steveling Dipl.-Phys. B. Tezkan	Institut für Geophysik der Universität Göttingen Herzberger Landstraße 180 D-3400 Göttingen
Dipl.Phys. M. Grinat Dr. H. Rodemann	Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe Postfach 51 01 53 D-3000 Hannover 51

Prof. Dr. J. Homilius
Dr. P. Worzyk

Niedersächsisches Landesamt
für Bodenforschung
Postfach 51 01 53
D-3000 Hannover 51

cand.geophys. P. Bürger
Dipl.Geophys. H. Eilenz
Dipl.Geophys. T. Hanstein
Dipl.Phys. C. Kalle
Dipl.Ing. M. Krawietz
cand.geophys. A. Kötz
cand.geophys. H. Petry
Dr. K.-M. Strack
cand.geophys. J. Ziegler

Institut für Geophysik und
Meteorologie der Universität
zu Köln
Albertus-Magnus-Platz
D-5000 Köln 41

Dr. M. Beblo
Dr. A. Berkold
Dipl.Geophys. H.J. Dittus
Chr. Fuß
Dipl.Geophys. St. Hofer
cand.geophys. A. Kußmaul
Dipl.Geophys. V. Liebig
cand.geophys. A. Rauen
cand.geophys. G. Staccione
Dipl.Geophys. U. Teufel

Institut für Allgemeine und
Angewandte Geophysik der
Ludwig-Maximilians-Universität
Theresienstraße 41/4
D-8000 München 2

Th. Hantusch
L. Hempel
Dipl.Geophys. H. Jödicke
R. Volbers

Institut für Geophysik der
Universität Münster
Corrensstraße 24
D-4400 Münster

Dr. Gaston Fischer

Observatoire Cantonal
Rue de l'Observatoire 58
CH-2000 Neuchatel

Dipl.Geophys. E. Martinez

YPFB
Santa Cruz, Bolivien

Inhalt

V. Haak: Vorwort	1
U. Schmucker: 2D-Modellrechnungen - neue Fassung älterer Programme.	5
B. Fluche: 2D-Modell-Vergleich: Integral- und FD-Methode. ..	45
U. Schmucker: Lokale Sq Analysen mit einem verbesserten Z/H Verfahren.	53
U. Schmucker: Erfahrungen mit magnetischen Untertageregistrierungen.	63
P. Weidelt: Charakterisierung von MT-Impedanzen für eindimensionale Leiter.	75
P. Weidelt: Inversion mit Vorinformation	83
E. Huenges, G. Nover und G. Will: Permeabilitäts- und Widerstandsdispersionsmessungen an Bohrkernen unter Druck.	101
Gaston Fischer, P.-A. Schnegg, B. V. Le Quang: Beispiel einer zweidimensionalen Modellisation am Campidano-Graben von Sardinien.	119
P.-A. Schnegg, G. Fischer, M. Burkhard und I. Müller: VLF Studie eines kleinen Alpenteales.	131
U. Teufel, H. Dittus und A. Berktold: Audio-Magnetotellurik, Magnetotellurik und erdmagnetische Tiefensondierung im mittleren und nördlichen Schwarzwald.	137
B. Tezkan: Die Ergebnisse der EM-Sondierungen im Hochschwarzwald.	151
H. M. Maurer: AAMT-Messungen im mittleren Schwarzwald.	165
J. Untiedt: Die elektrische Leitfähigkeit in der Erdkruste in den Zielgebieten Oberpfalz und Schwarzwald - Zusammenfassung der Ergebnisse der elektromagnetischen Voruntersuchungen.	177
St. Hofer und A. Berktold: Magnetotellurik und erdmagnetische Tiefensondierung entlang des DEKORP-2-Süd Profils.	205
K. Spitzer: Zeitabhängigkeit des Impedanztensors.	215
B. Siemon: Mit MT und ETS auf einem Profil vom Solling bis nach Hannover.	223
E. Steveling, B. Fluche: Test einer vertikalen Gradientensondierung in der Bohrung Mardorf.	239

P. Worzyk: Eine geoelektrische Tiefensondierung auf dem Salzstock bei Mardorf/Steinhuder Meer.	249
A. Junge: Zum Einfluß der M2-Tide der Nordsee auf das elektrische Feld in Nord- und Westdeutschland.	253
H. Brasse: Audiomagnetotellurik im Rahmen eines geowissenschaftlichen Gemeinschaftsprojekts zur Erforschung des Nubischen Aquifersystems.	267
F. Kuhnke und E.-K. Blohm: Sondierungen mit vertikal-magnetischem Dipol auf dem Campbell-Gletscher (GANOVEX IV). .	275
Gaston Fischer: Ein topographischer Effekt bei MT, AMT und VLF Messungen.	289
H.-M. Maurer: Das Nahfeld eines horizontalen elektrischen Dipols an der Grenze eines homogenen Halbraumes.	295
R. Volbers: Zum Einsatz verschiedener Auswerteverfahren bei verschiedenartig gestörten MT-Daten.	301
U. Schmucker: Dr. LARSENS Interpretation des "Remote Reference Verfahrens".	313
Z.A. Malik: Signifikanztest für Fourierkoeffizienten	317
T. Hanstein, H. Eilenz und K.-M. Strack: Einige Aspekte der Aufbereitung von LOTEM Daten.	319
H. Petry und K.-M. Strack: Das Auflösungsvermögen von LOTEM-Sondierungen.	329
K.-M. Strack: "All Time" Definition des scheinbaren spezifischen Widerstandes für die LOTEM-Methode.	341
Z.A. Malik: Gedanken zum Einsatz der auf Mikrocomputer basierenden Meßgeräte.	349
M. Beblo und St. Hofer: Überlegungen und Versuche auf dem Weg zum neuen "Münchener Elektrographen".	353
M. Beblo und V. Liebig: Mobile Datenerfassung mit CMOS-Halbleiterspeicher.	357
IAGA-Resolution	363

Vorwort

Unser 11. Kolloquium zur "Elektromagnetischen Tiefenfor- schung" fand vom 11.3. bis 13.3.1986 im Schloß Lerbach bei Köln statt. Entdeckt und für unser Treffen vorbereitet wurde das Schloß von der Kölner Arbeitsgruppe (siehe hierzu das Teilnehmerverzeichnis). Fast 65 Teilnehmer konnten in ihm tagen, tafeln und übernachten. Am Mittwochnachmittag begaben wir uns traditionsgemäß auf Wanderung, diesmal di- rekt vom Schloß zur Erdbebenstation Bensberg. Ihr Leiter, Professor Ahorner, hatte eine ausführliche Informationsver- anstaltung vorbereitet. Hierfür wollen wir ihm hier ganz herzlich danken. So konnten wir viel über die Erdbeben im Rheinischen Massiv und Umgebung erfahren.

Wiederum, wie in Berlin-Lichtenrade und in Neustadt II, teilten wir die drei Tage in den Vortragsteil am Vormittag und den Diskussionsteil am Nachmittag ein. Ich glaube, daß sich diese Einteilung auch diesmal bewährt hat, zumal sie an den Nachmittagen durchaus flexibel gehalten wurde und so einige der Diskussionsbeiträge bereits längere Vorträge waren.

Diese Arbeitsgruppe des "Forschungskollegiums Physik des Erdkörpers (FKPE)" ist so lebendig wie schon immer, näm- lich seit fast 25 Jahren. Es hätten leicht doppelt soviele Teilnehmer sein können. Der Zustrom neuer Diplomanden und Doktoranden ist bemerkenswert. Umso wichtiger ist deshalb das "Klima" dieses Kolloquiums. Die "Neuen" sollten nicht stumm dasitzen, passiv teilnehmen, sondern mit-denken/dis- kutieren/arbeiten. Deshalb sind die ausufernden Diskussio- nen an den Nachmittagen besonders wichtig, das viel zitier- te "Salz in der Suppe".

Viele trugen über Arbeiten vor, die mit recht großen Pro- jekten verbunden sind. Beherrschend hierbei waren die Vor- untersuchungen zum Kontinentalen Tiefbohrprojekt (KTB) zur Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit in den beiden Zielgebieten Oberpfalz und Schwarzwald. Die Entscheidung ist inzwischen gefallen zugunsten der Oberpfalz. Trotzdem sind die Ergebnisse aus beiden Lokations-Gebieten auch wei- terhin interessant. Es war deshalb der Wunsch der Heraus- geber, in diesem Protokoll eine Dokumentation dieser Unter- suchungen aufzunehmen. Durch die Diskussion zu diesen The- men wurde es uns auch klar, daß man die von verschiedenen Wissenschaftlern in verschiedenen Gebieten erzielten Ergeb- nisse nicht so einfach nebeneinander stellen kann. Ein Ver- gleich kann nur von einem "Dritten" in Geduld und intensi- ver Arbeit angestellt werden. Da dieser Aspekt gerade für die entscheidende Tagung des KTB-Projektes in Seeheim im September 1986 wichtig war, und Professor Untiedt für die- se Rolle des "Dritten" gewonnen werden konnte, haben wir ihn nachträglich gebeten, seinen Seeheimer Vortrag für die- ses Protokoll zur Verfügung zu stellen. Das hat er getan, wofür wir ihm und den hinter ihm stehenden Autoren herz- lichst danken. Einer der Herausgeber (vh) hat einige der Abbildungen kurz erläutert und ein kleines Literaturver- zeichnis hinzugefügt.

Doch auch aus und zu anderen Groß-Projekten erscheinen hier Beiträge: DEKORP, DFG-Schwerpunkt "Unterkruste", Antarktisprogramm, Europäische Geotraverse und Sonderforschungsbereich.

Wir sehen, daß die elektromagnetische Tiefenforschung ein fester Bestandteil aller größeren Forschungsprojekte geworden ist. Wir spielen also eine gewisse Rolle: Es ist die Frage, ob wir in diesen interdisziplinären Unternehmungen auch eine wichtige Rolle spielen können und sollen. Die Diskussionen über diesen Punkt auf unserem Kolloquium waren etwas konträr. Es entstand allein schon die Frage, ob wir aus methodischen Gründen solch eine wichtige Rolle spielen können. Ich vermute, daß diese Frage durch die Existenz von Prospektionsfirmen positiv beantwortet wird, da sie mit diesen Methoden Geld verdienen. Der - nicht nur für uns - entscheidende Punkt in dieser Diskussion ist die Unter-Instrumentierung der Arbeitsgruppen an den Universitäten. Die gegenseitige Hilfe, die die Mitarbeit an vielen Groß-Projekten erst möglich gemacht hatte, ist lobenswert und spricht für den Geist in unserer Arbeitsgruppe. Es soll hier nicht weiter begründet werden, daß erfolgversprechende Messungen in viel kürzeren Stationsabständen, mit einer höheren Anzahl von Stationen, in größeren Frequenzbereichen und längeren Standzeiten ablaufen sollten.

Wir müssen versuchen, diese Ziele zu erreichen, und zwar durch

1. Vereinheitlichung des Instrumentariums,
2. Vermehrung des Instrumentariums

Hier soll auf keinen Fall ein Playdoyer für schnöde Gleichmacherei gehalten werden, das individuellen Arbeiten keine Luft mehr läßt. Im Gegenteil: Durch die Schaffung eines soliden Fundaments können wir in den großen Gemeinschaftsprojekten solch wichtige Beiträge über Zustand und Aufbau von Kruste und Mantel liefern, daß individuelle Arbeiter hiervon unabhängig Themen und Zeiten für ihre z.B. theoretischen Ziele wählen können.

Ich halte es für möglich, daß wir in einigen Jahren praktikable 3D-Inversionsverfahren haben, aber keine Meßdaten, die man - sinnvoll - invertieren kann. Das ist der Kern meiner Argumentation. Deshalb lenke ich die Aufmerksamkeit auf die IAGA-Resolution von Prag 1985, die am Ende dieses Protokolls steht.

Im Schloß Lerbach hatten wir ausführliche Diskussionen eben über die Zukunft unserer Geräte. Einige der nachträglich ausgearbeiteten Diskussionsbeiträge erscheinen hier im Protokoll. Ich hoffe daß sie so anregend wirken, daß hierüber eine breite Diskussion entsteht. Ich bin gerne bereit, weitere Beiträge zu sammeln und sie unserer Arbeitsgruppe bekannt zu machen.

An den Anfang des Protokolls habe ich jene Beiträge gestellt, die unabhängig von Projekten zu sehen sind und wohl für jeden von uns Grundlagen für die Interpretation darstellen. Da sie deshalb sicher sehr häufig aufgeschlagen werden, braucht man bei dieser Anordnung nicht so lange zu blättern.

Ich hoffe, daß die übrige Anordnung nicht zu verwirrend ist, ohne sie hier im einzelnen zu begründen. Ich danke allen, die zu diesem Protokoll beigetragen haben.

Volker Haak

Frankfurt am Main, Januar 1987

U. SCHMUCKER

2D-Modellrechnungen - neue Fassung älterer Programme

1. Einleitung

Das COMMEMI Projekt unserer IAGA Arbeitsgruppe, ein Austauschprogramm für EM Modellrechnungen, war willkommener Anlaß, für solche Rechnungen in Göttingen vorhandene 2D Programme zu überarbeiten. Sie sind dann im Verlauf des letzten Jahres ganz neu geschrieben worden. Da sie in der alten Fassung auch außerhalb von Göttingen benutzt werden, sei hier auf ihre Neubearbeitung verwiesen. Insbesondere soll dargestellt werden, welche Korrekturen und Verbesserungen angebracht worden sind.

Die Programme benutzen die FD-Methode, allerdings in einer besonderen Form, bei der die numerische Lösung auf den anomalen Bereich des Modells beschränkt bleibt. Es ist also im Fall von E-Polarisation kein Luftraum nötig, wie sonst üblich, noch wird das Modell nach unten durch einen idealen Leiter abgeschlossen. Näheres hierzu ist nachzulesen im Protokollband 1971 "Rothenberge/Westfalen", S. 14-30.

Neben einigen Programmfehlern ohne größere Auswirkung wurden in den alten Programmen zwei grundsätzliche Fehler entdeckt und korrigiert. Sie betreffen allerdings nur den besonderen Fall von "Übergangsanomalien", wenn der anomale Bereich zwischen zwei geschichteten Normalbereichen unterschiedlicher Leitfähigkeit liegt. In den alten Programmen wird sowohl eine unvollständige Bedingung für den unteren Rand benutzt als auch eine falsche Impedanzbedingung für den rechten Rand. Näheres findet sich in den Abschnitten 3.1 und 3.2 .

Die Auswertung der Faltungsintegrale an den horizontalen Rändern ist ganz neu formuliert worden, und zwar durch eine konsequentere Anwendung der Differenzenrechnung. Dies wird im Anhang erläutert. Die Impedanz-Bedingungen an den seitlichen Rändern sind gleichfalls entscheidend verbessert worden, ebenso die bisher ziemlich unbefriedigende Behandlung der oberen Eckpunkte bei E-Polarisation. Die Berechnung des Oberflächenfeldes, soweit sie eine Differentiation der berechneten Feld-

größe verlangt, erfolgt jetzt mit einem höheren Näherungsgrad. Diese Verbesserungen bilden den Inhalt der Abschnitte 3 und 4.

Im folgenden Abschnitt 5 werden zusätzliche Kontrollmöglichkeiten der neuen Programme behandelt. Sie betreffen Fehler bei der Auflösung der Differenzgleichungen und die Beurteilung der inneren Konsistenz der gefundenen Lösung bezüglich ihres geforderten Verhaltens im Unendlichen.

Die Möglichkeit, zur Kontrolle das gleiche Modell auch mit verschiedenen Programmversionen zu berechnen, ist erweitert worden. Bisher gab es vier Versionen für dünne Schichten und zwei Versionen für Modelle mit einem ausgedehnten anomalen Tiefbereich. Hinzu kamen gesonderte Programme, wenn die Induktion (im Fall von E-Polarisation) durch ein inhomogenes äußeres Feld erfolgen sollte.

Die vier Programme für dünne Schichten sind zu einem Programm vereinigt worden (Abschnitt 6). Für anomale Schichten endlicher Dicke gibt es jetzt jeweils sechs Versionen für E- und B-Polarisation mit sehr unterschiedlichem Speicher- und Rechenzeitbedarf. Insbesondere ist es jetzt möglich, seitlich außerhalb des eigentlichen anomalen Bereichs ein expandierendes Gitternetz zu verwenden, wenn die angrenzenden Normalbereiche vergleichsweise schlechte Leiter sind. Soll die Induktion für ein am oberen Rand vorgegebenes inhomogenes Primärfeld erfolgen, so genügt jetzt der Aufruf einer Subroutine, die in jede der Versionen für E-Polarisation mit wenigen zusätzlichen Änderungen eingebaut werden kann (Abschnitt 7).

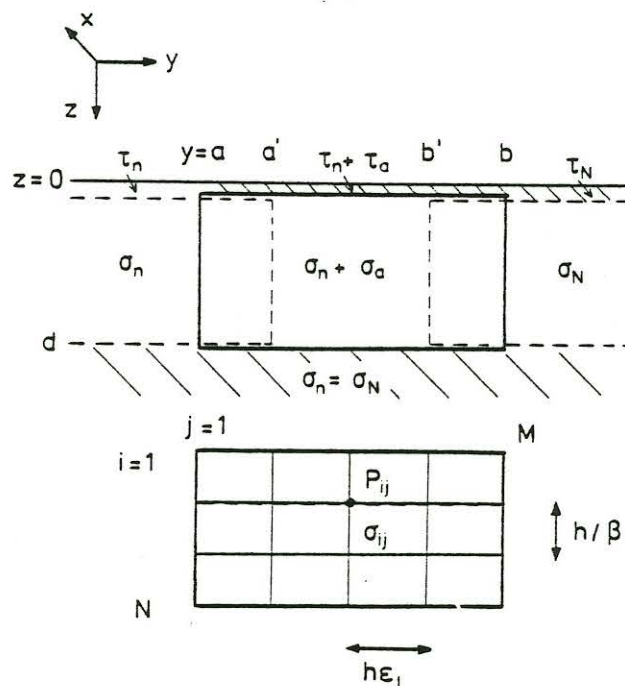
Im abschließenden Abschnitt 8 wird die Anwendung der neuen Programme auf ein einfaches Modell vorgeführt. Wie gut die mit ihnen errechneten Feldwerte zu den Lösungen anderer Teilnehmer am COMMEMI Projekt passen, ist noch ungewiß. Ein gesondertes Austauschprogramm mit Václav Červ (Prag), der die FD-Methode in der sonst üblichen Form anwendet, ergab befriedigende Übereinstimmungen, zumindest soweit es das Oberflächenfeld betrifft.

Einen methodischen, auf das Innenfeld ausgedehnten Vergleich ermöglichte die gleichzeitige Programmentwicklung durch Bern-

hard Fluche in Göttingen nach der Integralgleichungsmethode (s. nachfolgenden Beitrag). Übergangsmodelle sind allerdings ausgeschlossen. Ihre noch ausstehende Überprüfung soll zu gegebener Zeit mittels der von John Weaver eingegebenen halb-analytischen Lösungen für einfache Formen solcher Modelle vorgenommen werden.

2. Differenzgleichungen für das Innenfeld

Das 2D-Modell befinde sich in der unteren Halbebene ($y, z \geq 0$) kartesischer Koordinaten und sei folgendermaßen unterteilt: Bis zur Tiefe $z=d$ bestehe das Modell in den Bereichen $y < a$ und $y > b$ aus homogenen Schichten mit den "normalen" Leitfähigkeiten σ_{ni} (links) und σ_{Ni} (rechts), $i = 1, 2, \dots, N-1$. Dazwischen liegt der Bereich der numerischen FD-Lösung, der zwischen $y=a'$ und $y=b'$ eine lateral-inhomogene Schicht enthält. Die verbleibenden Randstreifen (a, a') und (b', b) gehören zu den Normalbereichen links und rechts.



Für $z > d$ folgt ein geschichteter Halbraum mit den Leitfähigkeiten $\sigma_{ni} = \sigma_{Ni}$, $i = N, N+1, \dots$.

Der Lösungsbereich wird durch M vertikale und N horizontale Gitterlinien in rechtwinklige Zellen homogener Leitfähigkeit

$\sigma_{ij} = \sigma_{ni} + \sigma_{aij}$ zerlegt; $i = 1, 2, \dots, M-1$ und $j = 1, 2, \dots, M-1$. Die Indizierung erfolgt so, daß die Zellenecke links oben der Gitterpunkt P_{ij} ist. Der vertikale Abstand der Gitterlinien $\Delta z = h/\beta$ ist konstant und zugleich Schichtdicke in den angrenzenden normalen Bereichen, während der horizontale Abstand $\Delta y_j = h\epsilon_j$ als Abstand von P_{ij+1} und P_{ij} variieren kann.

Das Modell wird durch eine unendlich dünne Oberflächenschicht der integrierten Leitfähigkeit (= Leitwert) $\tau(y)$ vom angrenzenden, die primären Quellen enthaltenden Luftraum $z < 0$ getrennt, wobei die Gitterpunkte P_{ij} an der Unterseite $z = 0$ dieser Schicht liegen. Ihre Leitwerte werden den Zellenleitfähigkeiten entsprechend mit τ_n ($y < a$), $\tau_j = \tau_n + \tau_{aj}$ ($a < y < b$) und τ_N ($y > b$) indiziert.

Durch die links-normale Schichtfolge mit σ_{ni} wird ein "normales" Variationsfeld \underline{E}_n und \underline{B}_n im unteren Halbraum $z > 0$ für ein vorgegebenes Primärfeld festgelegt (s. Abschnitt 7). Berechnet wird der von der lateral-inhomogenen Schicht ausgehende anomale Feldanteil

$$\underline{E}_a = \underline{E} - \underline{E}_n \quad \text{und} \quad \underline{B}_a = \underline{B} - \underline{B}_n .$$

Wird im folgenden der auf die rechts-normale Schichtfolge bezogene anomale Anteil benötigt, so wird er mit einem Apostroph gekennzeichnet:

$$\underline{E}'_a = \underline{E} - \underline{E}_N \quad , \quad \underline{B}'_a = \underline{B} - \underline{B}_N .$$

Hierin ist \underline{F}_N (\underline{E}_N oder \underline{B}_N) die zu σ_{Ni} gehörige Normal-Lösung mit

$$\underline{\Delta F} = \underline{F}_N - \underline{F}_n = \underline{F}_a - \underline{F}'_a .$$

Durch die FD-Lösung der Induktionsgleichung wird jedem Gitterpunkt ein anomaler Feldwert f_{ij} zugeordnet, wobei $f(y, z)$ im Falle von E-Polarisation für E_{ax} und im Falle von B-Polarisation für B_{ax} steht. Für das homogene Innere einer Zelle lautet diese Gleichung ($F_n = E_{nx}$ oder B_{nx})

$$(1) \quad \nabla^2 f - i\omega\mu_0 \sigma f = i\omega\mu_0 \sigma_a F_n$$

$$\text{mit} \quad \nabla^2 = \partial/\partial y^2 + \partial/\partial z^2 .$$

Beim Übergang von einer Zelle in die andere sind folgende Stetigkeitsbedingungen zu beachten: Für E-Polarisation müssen sich $\partial f/\partial y$ und $\partial f/\partial z$ an allen Grenzen stetig verhalten (Stetigkeit von \underline{B}_a). Für B-Polarisation muß

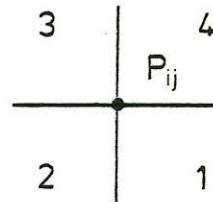
$$\{\mu_0^{-1} \partial f/\partial z - \sigma_a E_{ny}\}/\sigma$$

an allen horizontalen Grenzen (Stetigkeit von E_{ay}) und $\{\partial f/\partial y\}/\sigma$ an vertikalen Grenzen (Stetigkeit von E_{az}) stetig sein.

Diese Bedingungen sind für E-Polarisation in einfacher Weise zu erfüllen, für B-Polarisation ist dies sehr viel umständlicher. Es geschieht wie folgt (cf. Červ, 1978; Abschnitt 3):

Zunächst wird jedem Gitterpunkt eine mittlere Leitfähigkeit $\bar{\sigma}_{ij}$ zugeordnet. Bei E-Polarisation ist dies das arithmetische Mittel, bei B-Polarisation das harmonische Mittel der jeweils angrenzenden Zellenleitfähigkeiten. Bei B-Polarisation wird zusätzlich das arithmetische Mittel ρ_{kl} der spezifischen Widerstände der Zellen k und l nach folgender Kodierung benötigt:

Bezeichnet $F_n(i,j)$ das vorgegebene Normalfeld am Gitterpunkt P_{ij} , so lauten die in Differenzgleichungen umgeformten Induktionsgleichungen für das anomale Feld an Punkten im Innern des Lösungsbereichs ($i = 2, 3, \dots, N-1$; $j = 2, 3, \dots, M-1$)



$$(2) \quad a_{ij} f_{ij-1} + b_{ij}^- f_{i-1j} + b_{ij}^+ f_{i+1j} + c_{ij} f_{ij+1} - b_{ij} f_{ij} = d_{ij}$$

mit

	E-Polarisation	B-Polarisation
$a_{ij} =$	$\frac{2}{(\epsilon_j + \epsilon_{j-1}) \cdot \epsilon_{j-1}}$	$\frac{2}{\dots\dots\dots} \cdot \bar{\sigma}_{ij} \rho_{23}$
b_{ij}^-	β^2	$\cdot \bar{\sigma}_{ij} \rho_{12}$

	E-Polarisation	B-Polarisation
b_{ij}^+	β^2	$\cdot \bar{\sigma}_{ij} \rho_{34}$
$c_{ij} =$	$\frac{2}{(\epsilon_j + \epsilon_{j-1}) \epsilon_j}$	$\cdot \bar{\sigma}_{ij} \rho_{14}$
$b_{ij} =$	$\frac{2}{\epsilon_j \epsilon_{j-1}} + 2\beta^2 + i\omega\mu_0 \bar{\sigma}_{ij} h^2$	
$d_{ij} =$	$i\omega\mu_0 \{ \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{2} (\sigma_{ni} + \sigma_{ni+1}) \} h^2 E_{nx}(i,j) \quad (\text{E-Pol.})$	
$d_{ij} =$	$i\omega\mu_0 \{ \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{ij} (\rho_{12} \sigma_{ni} + \rho_{34} \sigma_{ni-1}) \} h^2 B_{nx}(i,j)$	
	$- \mu_0 \bar{\sigma}_{ij} \{ \rho_{12} \sigma_{ni} - \rho_{34} \sigma_{ni-1} \} h E_{ny}(i,j) \quad (\text{B-Pol.})$	

Dabei soll das expandierende Gitter außerhalb des lateral-inhomogenen Bereichs (a', b') beginnen, so daß für $\rho_1 \neq \rho_2$, $\rho_3 \neq \rho_4$ stets $\epsilon_j = 1$ gilt.

3. Differenzengleichungen für das Randfeld

3.1 Oberer und unterer Rand

Zu den genannten Stetigkeitsbedingungen kommen Bedingungen, die das Verhalten der Lösung im Unendlichen betreffen: Im leitfähigen Halbraum muß für $z \rightarrow \infty$ das Variationsfeld insgesamt und damit auch sein anomaler Anteil f verschwinden. Gleiches gilt für f (aber nicht für das Normalfeld!) im Luftraum für $z \rightarrow -\infty$, da ja die primären Quellen von f im Lösungsbereich liegen.

Diese Bedingungen sind erfüllt, wenn für das anomale Randfeld in $z=0$ und $z=d$ folgende Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned}
 \text{E-Polarisation } B_{ay} &= -K * B_{az} - \mu_0 (\tau_a E_{nx} + \tau E_{ax}) & z = +0 \\
 \text{(2E)} \quad B_{ay} &= L_{TE} * B_{az} + C_{TE} & z = d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B-Polarisation} \quad E_{ay} &= (B_{ax}/\mu_0 - \tau_a E_{ny})/\tau & z = +0 \\
 (2B) \quad E_{ay} &= L_{TM} * E_{az} + C_{TM} & z = d+0
 \end{aligned}$$

Die oberen Randbedingungen ($z=+0$) beziehen sich dabei auf $B_{ax,y}$ unterhalb der dünnen Schicht (falls vorhanden), die untere Randbedingung bei B-Polarisation auf das vertikale E-Feld unterhalb des lateral-inhomogenen Bereichs. Im einzelnen besagen diese Gleichungen folgendes:

Die in den unteren Randbedingungen auftretenden Faltungskerne L stellen 1D Response-Funktionen im Orts-Frequenzbereich für den Halbraum $z \geq d$ dar, L_{TE} für tangential-elektrische Felder und L_{TM} für tangential-magnetische Felder. Sie besorgen das Abklingen des jeweiligen anomalen Feldes mit zunehmender Tiefe in diesem Halbraum. Die Faltung mit K ist identisch mit der Integraltransformation

$$g(y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h(\eta)}{y-\eta} d\eta \quad \text{mit } K = 1/\pi y .$$

Sie gewährleistet das Abklingen des anomalen Feldes bei E-Polarisation mit zunehmender Höhe im Luftraum. Bei B-Polarisation ist bekanntlich $B_{ax} = 0$ an der Grenze $z = -0$ zum Luftraum. Durch die PRICE Gleichungen (11,a,b) wird die Beziehung zu $B_{ax,y}$ an der Schichtunterseite hergestellt.

Noch eine Anmerkung zu den in den unteren Randbedingungen auftretenden Konstanten C : Sie sind neu und fehlen fälschlicherweise in den alten Programmen. Ihre Notwendigkeit ergibt sich aus folgender Überlegung: Man wähle einen Aufpunkt $y=A \ll a$ weit links von dem anomalen Bereich. Dann wird der Faltungskern $L(y,\omega)$ längst seinen asymptotischen Wert $L_\infty = (2C_0)^{-1}$ für $y \rightarrow \infty$ erreicht haben, bevor er auf ein wesentlich von Null verschiedenes anomales Vertikalfeld trifft; C_0 ist die Eindringtiefe eines quasi-homogenen Feldes (Wellenzahl $k \rightarrow 0$) in den Halbraum $z \geq d$. Man kann also L_∞ vor das Faltungsintegral ziehen und erhält etwa für $L * B_{az}$ mit $B_{az} = \{\partial E_{ax}/\partial y\}/i\omega$ näherungsweise

$$- L_\infty \int_0^\infty B_{az}(y+\eta) d\eta = \frac{L_\infty}{i\omega} \{E_{ax}(A) - E_{ax}(\infty)\} .$$

Ganz entsprechend ergibt sich für einen weit rechts gelegenen Aufpunkt $y = B \gg b$ die Näherung

$$+ L_{\infty} \int_0^{\infty} B_{az}(y-\eta) d\eta = \frac{L_{\infty}}{i\omega} \{E_{ax}(B) - E_{ax}(-\infty)\} .$$

Setzt man für $E_{ax}(A)$ und $E_{ax}(B)$ die links- und rechtsseitigen asymptotischen Werte ein, nämlich $E_{ax}(A) = E_{ax}(-\infty) = 0$ und $E_{ax}(B) = E_{ax}(\infty) = E_{Nx} - E_{nx} = \Delta E_x$, so ergeben die Faltungen $+ L_{\infty} \Delta E_x / i\omega$.

Andererseits ist zu fordern, daß B_{ay} für $y \rightarrow -\infty$ verschwindet und für $y \rightarrow +\infty$ gegen $\Delta B_y = B_{Ny} - B_{ny} = \Delta E_x / i\omega C_0$ strebt. Entsprechendes gilt für E_{ay} bei B-Polarisation mit $E_{az} = \{-\partial B_{ax} / \partial y\} / \mu_0 \sigma$ und $\Delta E_y = -\mu_0 \sigma C_0 E_y$ (vgl. Protokoll Rothenberge, S. 5, Gl.4). Diese Forderungen werden durch das Hinzufügen der Konstanten

$$C_{TE} = \frac{L_{\infty}(TE)}{i\omega} \Delta E_x, \quad C_{TM} = -\frac{L_{\infty}(TM)}{\mu_0 \sigma} \Delta B_x$$

erfüllt, wobei L_{∞} für die jeweils passende Feldform zu verwenden ist.

Zurück zu den aufzustellenden Differenzgleichungen: Wegen

$$B_{az} = \{\partial E_{ax} / \partial y\} / i\omega \quad \text{und} \quad E_{az} = -(\partial B_{ax} / \partial y) / \mu_0 \sigma$$

betreffen die Faltungsoperationen in (2) Ableitungen der zu berechnenden Feldkomponente bezüglich y . Wie im Anhang gezeigt wird, läßt sich ihre Faltung als bewichtete Summe der Feldwerte längs der Ränder schreiben:

$$(3) \quad \Delta y (K * \partial f / \partial y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha_k f_{ij+k} (+b_{j\infty} \Delta F)$$

$$\Delta y (L * \partial f / \partial y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \gamma_k f_{Nj+k}$$

Andererseits sind in den Feldwerten B_{ay} und E_{ay} Ableitungen bezüglich z enthalten. So lauten etwa mit $B_{ay} = \{-\partial E_{ax} / \partial z\} / i\omega$ die Randbedingungen für E-Polarisation jetzt, unter Verwendung von (3),

$$(4E) \quad \Delta y \frac{\partial f}{\partial z} = \sum \alpha_k f_{1j+k} + i\omega\mu_0 \Delta y (\tau_a E_{nx} + \tau f_{1j}) \quad z=+0$$

$$- \Delta y \frac{\partial f}{\partial z} = \sum \gamma_k f_{Nj+k} + \Delta y L_\infty \Delta E_x \quad z= d$$

und mit $\partial B_{ax}/\partial z = \mu_0 (\sigma_a E_{ny} + \sigma E_{ay})$

für B-Polarisation

$$(4B) \quad \Delta y \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\Delta y \sigma}{\tau} f_{1j} + \mu_0 \Delta y (\sigma_a - \frac{\tau_a \sigma}{\tau}) E_{ny} \quad z=+0$$

$$- \Delta y \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\sigma_-}{\sigma_+} \sum \gamma_k f_{Nj+k} + \Delta y L_\infty \Delta B_x \} - \mu_0 \Delta y \sigma_a E_{ny} \quad z=d-0$$

Dabei ist die letzte Beziehung auf das Innere des Lösungsbereichs übertragen worden; σ_\pm bezeichnet die Leitfähigkeit unter und über der Grenzfläche $z=d$.

Für das anomale Feld an einen innerhalb des Randes gelegenen Punkt wird nun eine nach der zweiten Ableitung abgebrochene TAYLOR-Entwicklung vorgenommen, am oberen Rand etwa die Entwicklung

$$(5) \quad f(y, \Delta z) = f(y, 0) + \Delta z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{2} \Delta z^2 \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ = \dots + \frac{1}{2} \Delta z^2 \{ \nabla^2 f - \partial^2 f / \partial y^2 \},$$

und in sie $\partial f / \partial z$ aus (4) eingesetzt. Indem man noch $h^2 \cdot \partial^2 f / \partial y^2$ am Randpunkt P_{1j} durch $f_{1j-1} + f_{1j+2} - 2f_{1j}$ ersetzt, erhält man (nach Multiplikation mit β^2)

$$\beta^2 f_{2j} + \frac{1}{2} (f_{1j-1} + f_{1j+1}) - \beta \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k f_{1j+k} \\ (6) \quad - \{ 1 + \beta^2 + \frac{1}{2} i\omega\mu_0 \sigma_{1j} h^2 + i\omega\mu_0 \beta h \tau_j \} f_{1j} \\ = i\omega\mu_0 h \{ \frac{1}{2} h \sigma_{a1j} + \tau_{aj} \} E_{nx} (1, j).$$

Alle Komplikationen durch variable Gitterabstände und vertikale Zellengrenzen sind weggelassen. Entsprechende Gleichungen gelten für den unteren Rand und B-Polarisation.

Dies sind die gesuchten Differenzgleichungen für die Randpunkte $i=1$ und $i=N$ (unter Ausschluß der Eckpunkte). Sie verbinden im Idealfall das innere anomale Feld mit seinen Randwerten auf den Rändern $z=0$ und $z=d$ in der Weise, daß das anomale Feld für $z \rightarrow \pm \infty$ gegen Null strebt. Wegen der endlichen Länge des verfügbaren Randes muß sich die Summierung über k aber auf den Bereich von $k=1-j$ bis $k=M-j$ beschränken, so daß sich die Bedingungen im Unendlichen nur näherungsweise erfüllen lassen.

Dabei ist zu beachten, daß die Gewichte α_k und $|\gamma_k|$ für $k \gg 1$ schnell gegen Null streben (s. Anhang). Es wird also genügen, wenn der Lösungsbereich so über den eigentlichen lateral-inhomogenen Bereich (a' , b') hinausgeht, daß mit Annäherung an die Eckpunkte das anomale Feld bereits abgeklungen ist.

3.2 Seitliche Ränder

Auch an den seitlichen Rändern $y=a$ und b lassen sich die Bedingungen für $y \rightarrow \pm \infty$ nur näherungsweise erfüllen, und es wird gleichfalls ein gewisser Abstand dieser Ränder vom Bereich (a' , b') verlangt. Diese Bedingungen verlangen, daß das anomale Feld für $y \rightarrow -\infty$ verschwindet und sich für $y \rightarrow +\infty$ asymptotisch der Differenz $\Delta F_x = F_N - F_x$ der Normal-Lösungen annähert. In den alten Programmen wurden hierzu einfache "Impedanz-Randbedingungen" verwandt, die vergleichsweise sehr grobe Näherungen darstellen. Sie behandeln das anomale Randfeld $f(a, z)$ und $f(b, z)$ als homogen und ersetzen die geschichteten Normalbereiche durch homogene Halbräume, in die dieses Feld seitlich hineindiffundiert.

Am linken Rand etwa lautet die alte Impedanz-Randbedingung bei E-Polarisation $E_{ax}(a, z) = i\omega C_n B_{az}(a, z)$ mit

$$C_n = (i\omega\mu_0 \sigma_n)^{-1/2}$$

als Eindringtiefe. Dabei ist σ_n die - gegebenenfalls mittlere - Leitfähigkeit σ_n in der Tiefe z , zweckmäßigerweise für E-Polarisation das arithmetische und für B-Polarisation das harmonische Mittel. Am rechten Rand ist die entsprechende Bedingung

nicht auf f sondern auf die Differenz f' bezüglich der rechts-normalen Lösung anzuwenden, also etwa auf $E_{ax}' = E_x - E_{Nx}$ bei E-Polarisation. Dieser Unterschied ist in den alten Programmen nicht beachtet worden.

Man könnte wesentlich bessere Randbedingungen mit Hilfe passend gewählter GREENScher Funktionen formulieren, doch müssten sie für alle Randpunkte gesondert berechnet werden. Eine wesentlich einfachere und in den neuen Programmen benutzte Verbesserungsmöglichkeit besteht darin, auf inhomogene Felder erweiterte Impedanzbedingungen zu verwenden. Näheres hierzu findet sich im Protokollband 1980 "Berlin-Lichterode", S. 197-210. Die Übertragung von Gl. (35) auf S. 208 auf das vorliegende Problem ergibt für den linken Rand die erweiterte Impedanz-Randbedingung

$$E_{ax}(a,z) = i\omega C_n \{ B_{az}(a,z) - \frac{1}{2} C_n \frac{\partial B_{ay}}{\partial z} \}$$

oder, mit $i\omega B_{az} = \partial E_{ax} / \partial y$ und f für E_{ax} ,

$$(7a) \quad f(a,z) = C_n \left\{ \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{1}{2} C_n \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right\} .$$

Ganz entsprechend folgt für den rechten Rand ($F_{n,N} = E_{n,Nx}$)

$$f'(b,z) = -C_N \left\{ \frac{\partial f'}{\partial y} - \frac{1}{2} C_N \frac{\partial^2 f'}{\partial z^2} \right\}$$

mit $C_N = (i\omega\mu_0 \sigma_N)^{-1/2}$

$$f' = f - \Delta F_x$$

$$\partial f' / \partial y = \partial f / \partial y$$

$$\frac{\partial^2 f'}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \nabla^2 f' - \nabla^2 f = i\omega\mu_0 (\sigma_N F_n - \sigma_N F_N) .$$

Die erweiterte rechte Randbedingung, umgeschrieben auf f , lautet also

$$(7b) \quad f(b,z) = -C_N \left\{ \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{1}{2} C_N \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right\} + \Delta F_x + \frac{1}{2} C_N^2 i\omega\mu_0 (\sigma_N F_n - \sigma_N F_N) .$$

Übertragen auf das anomale Feld bei B-Polarisation ergeben sich identische Beziehungen bezüglich $f = B_{ax}$. Um die Randwerte von f an das anomale Feld im Innern anzuschließen, wird wieder eine TAYLOR-Entwicklung für randnahe Punkte durchgeführt, etwa

$$\begin{aligned} f(a+h, z) &= f(a, z) + h \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{1}{2} h^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \\ &= \dots + \frac{1}{2} h^2 (\nabla^2 f - \partial^2 f / \partial z^2), \end{aligned}$$

und in diese $\partial f / \partial y$ aus (6) eingesetzt. Die resultierenden Differenzgleichungen für seitliche Randpunkte (mit Ausnahme der Eckpunkte) sind

$$\begin{aligned} &f_{i2} + \frac{1}{2} \beta^2 (1+C_N/h) \{f_{i+11} + f_{i-11}\} \\ &- \{1 + \beta^2 (1+C_N/h) + h/C_N + \frac{1}{2} i\omega\mu_0 \sigma_{i1} h^2\} f_{i1} = 0 \\ &f_{iM-1} + \frac{1}{2} \beta^2 (1+C_N/h) \{f_{i+1M} + f_{i-1M}\} \\ &- \{1 + \beta^2 (1+C_N/h) + h/C_N + \frac{1}{2} i\omega\mu_0 \sigma_{iM} h^2\} f_{iM} \\ &= \frac{1}{2} i\omega\mu_0 \sigma_{aiM} h^2 (1+C_N/h) F_n(i, M) - \frac{1}{2} \Delta F_x h/C_N . \end{aligned}$$

3.3 Eckpunkte

Zur Gewinnung einer Differenzgleichung werden zwei TAYLOR-Entwicklungen zu den Nachbarpunkten einer Ecke addiert. Für die Ecke oben links etwa ergibt dies

$$f(a+h, 0) + \beta^2 f(a, \Delta z) = h \frac{\partial f}{\partial y} + \beta h \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{2} h^2 \nabla^2 f + (1+\beta^2) f(a, 0),$$

worin $\partial f / \partial y$ und $\partial f / \partial z$ aus den Gln. (6) und (7) eingesetzt werden.

Für die oberen Ecken ist dies bei E-Polarisation eine schlechte Näherung, wenn eine leitende dünne Schicht fehlt, da dann der Eckpunkt auf der Grenze zwischen einem Leiter und einem Nichtleiter liegt. Besser geeignet sind in diesem Fall die Impedanzrandbedingungen

$$(8) \quad E_{ax}(a,0) = \frac{3}{2} C_n \left\{ \frac{\partial E_{ax}}{\partial y} - \frac{\partial E_{ax}}{\partial z} \right\}$$

$$E_{ax}(b,0) = \frac{3}{2} C_N \left\{ - \frac{\partial E_{ax}}{\partial y} - \frac{\partial E_{ax}}{\partial z} \right\} + \Delta E_x,$$

deren Herleitung aus den GREENSchen Formeln in einem Manuskript zum 1982 Neustadt-Seminar dargestellt ist. Die Eindringtiefen C_n und C_N beziehen sich dabei auf die Leitfähigkeiten der jeweils obersten Schicht links und rechts.

4. Berechnung des anomalen Oberflächenfeldes

Im Unterschied zur Integralgleichungs-Methode muß das magnetische Oberflächenfeld bei E-Polarisation und das elektrische Oberflächenfeld bei B-Polarisation aus den Ableitungen der FD-Lösung gewonnen werden. Die Ableitung $\partial f/\partial z$ für den Randpunkt P_{1j} ergibt sich in einfacher Weise aus der TAYLOR-Entwicklung Gl.(5) zu

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\beta h} \left\{ \beta^2 f_{2j} - (1 + \beta^2 + \frac{1}{2} i \omega \mu_0 \sigma_{1j} h^2) f_{1j} + \frac{1}{2} (f_{1j-1} - f_{1j+1}) + \frac{1}{2} i \omega \mu_0 \sigma_{a1j} h^2 F_{nx}(1,j) \right\},$$

während $\partial f/\partial y$ nach einer der im Anhang aufgeführten Differenzgleichungen aus den Randwerten zu berechnen ist. In den alten Programmen geschah dies nach der einfachen Formel $h \partial f/\partial y = \beta$, in den neuen Programmen wesentlich genauer nach A2 unter Einbeziehung von drei Nachbarpunkten links und rechts.

Im Falle von B-Polarisation kann man die Berechnung von E_{ay} aus $\partial f/\partial z$ ganz umgehen, sofern eine dünne Oberflächenschicht vorhanden ist und E_{ay} nach der PRICE Gleichung direkt aus $f_{1j} = B_{ax}(y, z+0)$ folgt. Insgesamt lauten die Gleichungen, mit denen das anomale Oberflächenfeld berechnet wird

$$(9) \quad \begin{aligned} \text{E-Polarisation} \quad B_{ay} &= - \frac{\partial f}{\partial z} / i \omega, \quad B_{az} = \frac{\partial f}{\partial y} / i \omega \\ \text{B-Polarisation} \quad i_{ay} &= \frac{\partial f}{\partial z} / \mu_0, \quad j_{ay} = f / \mu_0 \quad (\text{i: gr.iota}) \\ E_{ay} &= (i_{ay} - \sigma_a E_{ny}) / \sigma, \quad E_{ay} = (j_{ay} - \tau_a E_{ny}) / \tau \end{aligned}$$

wobei i_{ay} die Stromdichte und, im Falle einer dünnen Deckschicht, j_{ay} die Schichtstromdichte bezeichnen. Diese Stromdichten sind, im Gegensatz zu E_{ay} , am oberen Rand stetige Funktionen von y .

5. Kontrolle der Aufrundungsfehler und Gitterparameter

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie das aus den Differenzgleichungen gebildete Gleichungssystem $\mathcal{L} \cdot f = \mathcal{V}$ mit direkten Verfahren gelöst wird. Dabei treten Aufrundungsfehler auf, insbesondere bei der zur Dreieckszerlegung von \mathcal{L} notwendigen Berechnung von Kehrmatrizen. Sie erzeugen Lösungsresiduen $\delta f = \mathcal{L} \cdot f - \mathcal{V}$, die zur Kontrolle berechnet werden können. Bei einfach-genauer Rechnung erscheinen sie in der siebten Stelle der berechneten anomalen Feldwerte, beeinträchtigt also nicht die normalerweise angestrebte Lösungsgenauigkeit auf zwei oder drei Dezimalen.

Im Verlauf der Programmentwicklung haben sich die Lösungsresiduen aber auch als sehr nützlich erwiesen, versteckte Programmfehler aufzudecken. Dies betrifft auch mögliche Fehler bei nachträglichen Programmänderungen.

Sieht man von den genannten Aufrundungsfehlern ab, so wird die Lösungsgenauigkeit durch Größe und Maschenweite des Punktgitters bestimmt. Bezogen auf die jeweiligen Skintiefen $\sqrt{2/\omega\mu_0\sigma}$ werden die Kenngrößen des Gitters durch drei Gitterparameter charakterisiert:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \Delta_{\max} \sqrt{\omega\mu_0 \sigma_{\max}/2} \\
 (10) \quad P_2 &= \Delta_{\max} \omega\mu_0 \tau_{\max} \\
 P_3 &= L \sqrt{\omega\mu_0 \sigma_{n,\min}/2}, \quad P'_3 = L' \sqrt{\omega\mu_0 \sigma_{N,\min}/2}
 \end{aligned}$$

wobei Δ_{\max} den größten Gitterpunktastand im lateral-inhomogenen Bereich (h oder h/β) angibt, σ_{\max} die größte Zellenleitfähigkeit σ_{ij} in diesem Bereich und τ_{\max} den größten Leitwert τ_{ij} ; L und L' sind die Breiten der links und rechts anschließenden Randstreifen (a, a') und (b', b), $\sigma_{n,\min}$ und $\sigma_{N,\min}$ die jeweils größten normalen Schichtleitfähigkeiten links und rechts.

Die erzielte Lösung kann als unabhängig von den gewählten Gitterparametern angesehen werden, wenn $P_{1,2} \ll 1$ und $P_3 \gg 1$ gilt, wenn also innerhalb der Zellen $\nabla^2 f$ mit genügender Genauigkeit durch die Differenzgleichung $hf^{(2)} = \gamma$ wiedergegeben wird und das anomale Feld sich innerhalb der Randstreifen seinen asymptotischen Werten für $y \rightarrow \pm \infty$ genügend nähert. Die so geforderte Konvergenz der numerischen Lösung läßt sich letztlich nur durch schrittweise Reduzierung von Δ_{\max} und schrittweise Vergrößerung von L, L' überprüfen.

Es hat sich aber gezeigt, daß sich eine wirkungsvolle Kontrolle auch aus der Verträglichkeit des anomalen Randfeldes oben und unten mit den Bedingungen für das Verschwinden des anomalen Feldes für $z \rightarrow \pm \infty$ ergibt. Zunächst gelten ja für das Randfeld die Beziehungen des vorangehenden Abschnitts, die jetzt als Lösung I bezeichnet werden:

$$B_{ay}^I = \{-\partial f / \partial z\} / i\omega, \quad B_{az}^I = \{\partial f / \partial y\} / i\omega$$

für $z=0$ und d bei E-Polarisation,

$$i_{ay}^I = \{\partial f / \partial z\} / \mu_0, \quad i_{az}^I = \{-\partial f / \partial y\} / \mu_0$$

für $z=d+0$ für B-Polarisation mit $i = \sigma E$ (i :gr.iota) als Stromdichte.

Sind die genannten Bedingungen im Unendlichen erfüllt, so läßt sich eine zweite Lösung II aus der ersten Lösung ableiten, indem man diese mit geeigneten 1D-Responsefunktionen faltet:

$$B_{ay}^{II} = -K * B_{az}^I, \quad B_{az}^{II} = K * B_{ay}^I \quad (z=0)$$

$$B_{ay}^{II} = L_{TE} * B_{az}^I + C_{TE}, \quad B_{az}^{II} = M_{TE} * B_{ay}^I \quad (z=d)$$

und

$$i_{ay}^{II} = L_{TM} * i_{az}^I + \sigma C_{TM}, \quad i_{az}^{II} = M_{TM} * i_{ay}^I \quad (z=d+0)$$

Durch einen Vergleich beider Lösungen kann man prüfen, wie gut die Ableitungen des Randfeldes nach z und y zusammenpassen, um ein mit $z \rightarrow \pm \infty$ verschwindendes anomales Feld zu gewährleisten. Differenzen im lateral-inhomogenen Bereich zeigen an, daß der Gitterpunktastand zu groß ist, Abweichungen außerhalb dieses

Bereichs, daß die Randstreifen zu schmal gewählt sind.

Es ist schwierig, für die Gitterparameter allgemeingültige Grenzwerte anzugeben, um mit einem minimalen Rechenaufwand eine vorgegebene Genauigkeit der numerischen Lösung zu erreichen. Für Modelle, deren Leitfähigkeit innerhalb von zwei Dekaden variiert, ergeben Gitterparameter $P_{1,2} \leq 0.4$ und $P_3 \geq 2$ erfahrungsgemäß eine auf zwei Stellen verlässliche Lösung. Siehe hierzu auch das in Abschnitt 8 behandelte Modellbeispiel.

6. Dünne Schichten

Für eine vorgegebene Frequenz ist eine leitfähige, von ebenen Flächen begrenzte Schicht dann als "dünn" anzusehen, wenn die aus ihren Leitfähigkeiten berechneten Skintiefen $\sqrt{2/\omega\mu_0\sigma}$ sehr viel größer sind als ihre Dicke. Außerdem ist zu fordern, daß die angrenzenden Halbräume genügend schlecht leitend sind, damit die Eindringtiefe eines von der Schicht ausgehenden anomalen Feldes in sie groß ist gegenüber der Schichtdicke.

Unter diesen Voraussetzungen gelten für ein solches Feld die PRICE-Gleichungen

$$(11a) \quad B_{ay}^+ - B_{ay}^- = \mu_0 j_{ax} = \mu_0 (\tau_a E_{nx} + \tau E_{ax})$$

für E-Polarisation und

$$(11b) \quad B_{ax}^+ - B_{ay}^- = -\mu_0 j_{ay} = -\mu_0 (\tau_a E_{ny} + \tau E_{ay})$$

für B-Polarisation, $B_{ax}^+ = 0$.

Sie besagen, daß die Differenz der tangentialen Magnetfelder an der Schichtoberseite (+) und -unterseite (-) durch die orthogonale, schichtintegrierte Stromdichte j_a gegeben ist, wobei das elektrische Feld E_a innerhalb der Schicht als konstant angesehen wird.

Kann der lateral-inhomogene Bereich zwischen $z=0$ und $z=d$ als lateral-inhomogene "dünne Schicht" behandelt werden, so erübrigt sich eine numerische Lösung der Induktionsgleichung. Aus der Bedingung, daß das anomale Feld für $z \rightarrow \pm \infty$ verschwindet, lassen sich Beziehungen zwischen B_a und E_a her-

leiten, nachzulesen im Protokollband 1971 "Rothenberge/Westfalen", S. 25 bis 30. Indem man so die Magnetfelder aus den PRICE-Gleichungen eliminiert, erhält man folgende Integralgleichungen für die anomale Stromdichte und die anomale elektrische Feldstärke, also jeweils zwei Gleichungen für eine Polarisationsrichtung:

$$j_{ax} + i\omega\mu_0 \tau \{S * j_{ax}\} = \tau_a E_{nx}$$

(12a)

$$\tau E_{ax} + \{K + L_{TE}\} * \frac{\partial E_{ax}}{\partial y} / i\omega + C_{TE} / \mu_0 = -\tau_a E_{nx}$$

für E-Polarisation und

$$\tau E_{ay} + \sigma_- \{N_{TM} * E_{ay}\} = -\tau_a E_{ny}$$

(12b)

$$j_{ay} + \tau \{L_{TM} * \frac{\partial j_{ay}}{\partial y} / \sigma_- - C_{TM}\} = \tau_a E_{ny}$$

für B-Polarisation .

In ihnen beziehen sich die Faltungskerne S, L und N auf den unteren Halbraum, der als lateral-homogen angenommen wird, und der Faltungskern K auf den oberen, als nicht-leitend behandelten Luftraum. Sie sind als Funktionen von y singular für $y \rightarrow 0$, doch ist die für S und N logarithmische und für K und L y^{-1} -Singularität mit einer TAYLOR-Entwicklung der Feldfunktionen integrierbar.

Zur numerischen Lösung werden die Integralgleichungen durch ein System linearer Gleichungen für die an M Gitterpunkten zu bestimmenden Feldwerte ersetzt, wobei die jeweilige Koeffizientenmatrix näherungsweise Bandgestalt hat. Dies ergibt sich aus dem Abklingen der Faltungskerne mit wachsendem y. In den neuen Programmen ist vorgesehen, das Gleichungssystem iterativ mit einer vorgegebenen Zahl von Nebendiagonalen $2 \cdot NBA$ der Koeffizientenmatrix zu lösen. Die Faltungen werden so auf eine gewisse Umgebung des jeweiligen Aufpunktes beschränkt. Der nicht-berücksichtigte Teil der Faltungsintegrale wird mit der Lösung der vorangehenden Iteration ausgewertet und mit auf die rechte Seite gebracht.

Wegen der jetzt exakten Bandgestalt der Matrix können die links verbliebenen Feldwerte mit zeitsparenden Algorithmen berechnet werden. Mit ihnen werden die Restintegrale rechts neu ausgewertet bevor das System mit veränderten rechten Seiten aufs neue gelöst wird.

Setzt man $NBA = 1$, so ist die Lösung mit einer tridiagonalen Matrix besonders schnell, doch sind viele Iterationen notwendig, um eine vorgegebene Genauigkeit zu erreichen. Mit $NBA = M-1$ ist die Lösung direkt. Die Notwendigkeit für Iterationen entfällt, da ja die ganze verfügbare Umgebung in die Faltung einbezogen wird. Doch ist diese Lösung unter Umständen sehr zeitaufwendig. Für eine zeitsparende Lösung ist also NBA größer als eins und deutlich kleiner als $M-1$ zu wählen, etwa $NBA \approx M/4$, wie dies in Abschnitt 8 gezeigt wird.

Indem man für das gleiche Modell sowohl das anomale Stromfeld als auch das elektrische Feld ausrechnet, kann man an der Übereinstimmung der Lösungen prüfen, ob der Gitterparameter P_2 für die angestrebte Genauigkeit richtig gewählt worden ist. Auch hierzu enthält Abschnitt 8 ein Beispiel.

7. Lösungsverfahren und Programm-Versionen

Die in Abschnitt 3 hergeleiteten Differenzgleichungen bilden ein System linearer Gleichungen mit vorgegebenen rechten Seiten für die unbekanntenen anomalen Feldwerte f_{ij} an $M \times N$ Gitterpunkten. Die neuen Programme erlauben in drei Versionen iterative und direkte Lösungen. Im Protokollband 1974, Graf-rath/Bayern, sind sie auf den Seiten 429 bis 438 im Einzelnen dargestellt.

7.1 Iterative Lösungen

Die Feldwerte einer senkrechten Gitterlinie seien Komponenten eines "Spaltvektors"

$$F_j = (f_{1j}, f_{2j}, \dots, f_{Nj})^T, \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

Infolge der in die Differenzgleichungen eingebauten Abstrahlbedingungen am oberen und unteren Rand sind die Vektoren aller

Spalten linear untereinander verbunden, jedoch mit schnell abklingender Bewichtung für entferntere Spalten. Das bezüglich dieser Vektoren zu lösende Gleichungssystem sei in Matrix-Schreibweise

$$(13) \quad \sum_{k=2}^{j-1} Q_{jk} F_{j-k} + A_j F_{j-1} + B_j F_j + C_j F_{j+1} + \sum_{k=2}^{M-j} Q_{jk} F_{j+k} = D_j.$$

Hierin sind die groß geschriebenen Koeffizienten $N \times N$ Matrizen.

Die Matrizen A , C und Q sind nur auf den Diagonalen besetzt, und zwar für $i = 2, 3, \dots, N-1$ mit den Koeffizienten a_{ij} und c_{ij} der Differenzgleichung (2) im Falle von A und C , mit Nullen im Falle von Q . Wie den Differenzgleichungen (6) der Randzeilen zu entnehmen ist, stehen für $i = 1$ (N) an den Endpunkten ihrer Diagonalen $a_{1j} - \beta\alpha_1(\beta\gamma_1)$, $c_{1j} - \beta\alpha_1(\beta\gamma_1)$ und $-\beta\alpha_k(\beta\gamma_k)$.

Die Koeffizienten b_{ij} - in den Randzeilen $b_{1j} - \beta\alpha_0$ und $b_{Nj} - \beta\gamma_0$ - und b_{ij}^{\pm} in (2) bilden die Tridiagonalmatrix B , während der D -Vektor als Komponenten die durch das Normalfeld vorgegebenen rechten Seiten d_{ij} enthält. Die Matrizen in den Randspalten $j=1$ und $j=M$ sind entsprechend (7) und (8) abweichend zu besetzen.

Indem man die Matrix-Koeffizienten in (13) als Elemente einer $M \times M$ Matrix \mathcal{L} behandelt, die Vektoren F_j und D_j als Komponenten von Vektoren f und ϑ , lautet das zu lösende Gleichungssystem in Kurzform

$$(14) \quad \mathcal{L} \cdot f = \vartheta.$$

Seine Lösung erfolgt in direkter Form durch Dreieckszerlegung. Die Lösungsschritte sind

1. $\mathcal{L} = \mathcal{L} g$	Dreieckszerlegung von \mathcal{L}
2. $j = \mathcal{L} \vartheta$	Berechnung eines Hilfsvektors j
3. $f = g^{-1} j$	Berechnung des Lösungsvektors f aus j .

Bei der im Anhang zu dem zitierten Artikel beschriebenen Dreieckszerlegung wird vorausgesetzt, daß nur auf drei oder höchstens fünf Diagonalen besetzt sein darf. Auf den linken

Seiten verbleiben also die Terme mit F_j , $F_{j\pm 1}$ und gegebenenfalls $F_{j\pm 2}$. Die nicht berücksichtigten Terme mit F_{j+k} , $k \geq 2$ (3), werden mit den Vektoren $F_{j+k}^{(n-1)}$ einer vorangegangenen Lösung ausgerechnet, links und rechts abgezogen und so als zusätzlich bekannte Größen auf die rechten Seiten gebracht. Sie ergeben verbesserte Vektoren $F_j^{(n)}$, mit denen der Rechengang wiederholt wird. Die direkten Lösungen müssen also mit immer neuen Seiten mehrfach wiederholt werden bis sich eine Konvergenz innerhalb vorgegebener Grenzen einstellt. In der ersten Iteration werden die auf die rechte Seite gebrachten Terme mit F_{j+k} , $k \geq 2$ (3), gleich Null gesetzt.

Als Konvergenzkriterium wird nach jeder Lösung die maximale Abweichung im Absolutwert gegenüber der vorangegangenen Lösung in den Randzeilen festgestellt und ausgedruckt. Liegt sie unterhalb einer vorgegebenen Schwelle, so wird der iterative Prozeß abgebrochen.

Im allgemeinen sind weniger als 20 Iterationen notwendig, um maximale Abweichungen von weniger als 10^{-4} für die normierten Feldwerte $F_x(y,z)/F_{nx}(z=0)$ zu erreichen. Die Beschränkung der Konvergenzkontrolle auf die Randzeilen ist dadurch begründet, daß die iterativen Veränderungen auf den rechten Seiten sich ausschließlich auf diese Zeilen beziehen.

Konvergenzschwierigkeiten treten immer dann auf, wenn der Halbraum $z \geq d$ unterhalb des anomalen Bereichs zu gut leitend ist. Dann verschwinden auf seiner Grenze die Vertikalkomponenten des anomalen Feldes, so daß sich die Bedingungen (2) für $z=d$ nicht mehr verwenden lassen. Für solche Fälle sind gesonderte Programmversionen geschrieben worden. Sie behandeln den genannten Halbraum als unendlich leitend und sind dann zu verwenden, wenn die Eindringtiefe $|C_0|$ in diesem Halbraum für quasi-homogene Felder kleiner ist als der Gitterpunktastand.

7.2 Direkte Lösungen

Die Feldwerte einer horizontalen Gitterlinie werden zu einem "Zeilenvektor"

$$F_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{iM})^T, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

vereinigt. Über die Differenzengleichungen sind diese Vektoren jeweils nur mit den Vektoren der benachbarten Gitterlinien verbunden, falls vorhanden:

$$(14) \quad B_1 F_1 + B_1^+ F_2 = D_1$$

$$B_i^- F_{i-1} + B_i F_i + B_i^+ F_{i+1} = D_i \quad (i = 2, 3, \dots, N-1)$$

$$B_N^- F_{N-1} + B_N F_N = D_N .$$

Die Koeffizienten B_i , B_i^\pm sind $M \times M$ Matrizen, wobei B_i^+ und B_i^- nur auf der Diagonalen mit den Koeffizienten b_{ij}^\pm besetzt sind. Für $i = 2, 3, \dots, N-1$ ist B_i wiederum eine Tridiagonalmatrix mit b_{ij} auf der Hauptdiagonalen und mit a_{ij} , c_{ij} auf den Nebendiagonalen. Für $i=1$ ist die Matrix infolge der oberen Randbedingung voll besetzt, für die j -te Zeile mit

$$-\beta_{\alpha_{j-1}}, -\beta_{\alpha_{j-2}}, \dots, a_{1j} - \beta_{\alpha_1}, b_{1j} - \beta_{\alpha_0}, c_{1j} - \beta_{\alpha_1}, \dots, -\beta_{\alpha_{M-j}} .$$

Entsprechendes gilt für B_N mit β_{γ_k} statt β_{α_k} .

Schreibt man die zu lösenden Gleichungen (14) wieder in der Form $\mathcal{B} \cdot f = \mathcal{D}$, so ist jetzt \mathcal{B} eine nur auf drei Diagonalen besetzte Matrix - mit den Elementen B_i auf der Hauptdiagonale und den Elementen B_i^\pm auf den Nebendiagonalen - und so nach dem oben genannten Schema direkt lösbar.

7.3 S, C und E-Versionen

Für jede der beiden Polarisationsrichtungen sind Programme für direkte und iterative Lösungen mit drei und fünf Diagonalen geschrieben worden. Vergleichsrechnungen zeigen, daß sich mit einer genügenden Zahl von Iterationen eine nur durch Rundungsfehler begrenzte Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse auf sechs Stellen erreichen läßt.

In den "S-Versionen" (S = Standard) dieser Programme wird ein konstanter Gitterpunktastand vorausgesetzt. Außerdem ist ihre Dimensionierung so ausgelegt, daß keine externen Speicher benötigt werden.

"C-Versionen" haben gleichfalls konstante Gitterpunktabstände, durch die Hinzunahme externer Speicher läßt sich aber ihre Dimensionierung flexibler gestalten. Sie sind für sehr komplizierte Modelle gedacht wie z.B. für das COMMEMI Modell 5.

"E-Versionen" erlauben einen vergrößerten Gitterpunktabstand in den lateral-homogenen Randstreifen links und rechts. Hierdurch kann im Falle schlecht-leitender Normalbereiche mit vergleichsweise wenigen Gitterpunkten ein genügend schnelles Abklingen der anomalen Felder gegen die Ränder hin erreicht werden. Damit entfällt die Notwendigkeit externer Speicher.

In den "inneren" Differenzgleichungen (2) ist die Möglichkeit variabler horizontaler Gitterpunktabstände bereits vorgesehen. Sehr viel schwieriger und hier nicht im Einzelnen erläutert, ist ihre Berücksichtigung in den Randzeilen. Einige Hinweise hierzu befinden sich im Anhang.

Die hier und in den Kontrollen (Abschnitt 5) geforderte numerische Auswertung der Faltungsintegrale läßt sich am einfachsten dann durchführen, wenn der vergrößerte Abstand $\epsilon_j h$ ein ganzzahliges Vielfaches von h ist. Außerdem wird zwischen dem expandierten und nicht-expandierten Gitterteil eine Zellenreihe mit $(\epsilon_j + 1) \cdot h / 2$ eingeschoben. Damit auch $(\epsilon_j + 1) / 2$ ganzzahlig ist, muß ϵ_j ungerade sein. Insgesamt vollzieht sich die Gitterexpansion nach folgendem Schema:

$$\Delta y_j = h \cdot \begin{cases} 2m-1, & j = 1, 2, \dots, JA-2 \\ m, & JA-1 \\ 1, & JA, JA+1, \dots, JE-1 \\ m', & JE \\ 2m'-1, & JE+1, \dots, M \end{cases}$$

mit $m, m' = 2, 3, \dots$

7.4 Programmlängen, Speicherbedarf und Dimensionierungen

S- und C-Versionen für direkte Lösungen und iterative Lösungen mit drei Diagonalen sind am kürzesten. Sie umfassen rund 450 Karten. Die Hinzunahme von zwei zusätzlichen Diagonalen bei der iterativen Lösung erfordert 100 weitere Karten. Hinzu kommen acht Subroutinen mit 280 Karten. Library Subroutinen werden nicht benötigt.

E-Versionen sind am aufwendigsten, da der variable Gitterabstand die Berechnung der Koeffizienten a_{ij} , b_{ij} , etc. für jeden Gitterpunkt einzeln verlangt. Sie umfassen bis zu 750 Karten für iterative Lösungen mit fünf Diagonalen und drei weitere Subroutinen mit 120 Karten.

Speicherbedarf entsteht zum überwiegenden Teil bei der Dreieckszerlegung der Matrix \mathcal{L} . Die nachfolgende Berechnung der Vektoren \mathcal{J} und \mathcal{f} verlangt die Speicherung der in \mathcal{G}^{-1} enthaltenen Kehrmatrizen, dies sind $M \cdot N^2$ Speicherplätze für komplexe Zahlen bei iterativen Lösungen und $N \cdot M^2$ Plätze bei direkten Lösungen. Wird die iterative Lösung mit fünf Diagonalen durchgeführt, muß zusätzlich \mathcal{L}^{-1} gespeichert werden, was den Speicherbedarf verdoppelt.

Da im Allgemeinen die Spaltenzahl M ein Vielfaches der Zeilenzahl N sein wird, ist der Speicherbedarf bei direkten Lösungen weitaus am größten. Die Göttinger Rechenanlage erlaubt die Speicherung von etwa 25 000 Zahlen im Kernspeicher. Daraus ergeben sich für die einzelnen Programm-Versionen und Lösungen folgende maximale Dimensionierungen $N \times M$:

Lösung	S	C	E-Version
iterativ (5 Diag.)	11·41	21·81	11·41
iterativ (3 Diag.)	11·41	-	-
direkt	6·41	21·41	-

7.5 Rechenzeiten

Die Rechenzeiten werden fast ausschließlich durch die Dreieckszerlegung von \mathcal{L} bestimmt, sind also bei direkten Lösungen am längsten. Bei iterativen Lösungen muß diese Zerlegung nur einmal vorgenommen werden, so daß der Zeitaufwand für die nachfolgenden Iterationen nicht so sehr ins Gewicht fällt. Außerdem sind die direkten Lösungen viel zu genau.

Die Benutzung externer Speicher ist sehr zeitaufwendig, obwohl eine schnelle Routine zum blockweisen Schreiben und Lesen der zu speichernden Kehrmatrizen in g^{-1} (und ξ^{-1}) benutzt wird. Die Verwendung expandierender Gitter in E-Versionen führt nur zu unwesentlichen Verlängerungen der Rechenzeit.

Folgende CPU-Zeiten (in Sekunden) ergaben sich für Modellrechnungen mit $M=41$ und $N=6$. Sie beziehen sich auf den nicht übermäßig schnellen Rechner SPERRY 1180/UNIVAC 1100 des Göttlinger Rechenzentrums.

Lösung	E-Polarisation		B-Polarisation	
	S (E)	C	S (E)	C
iterativ (5 Diag.)	3.8 (15)	45.2	1.8 (11)	32.2
iterativ (3 Diag.)	5.0 (20)	-	1.9 (15)	-
direkt	12.9	13.5	10.6	10.1

In Klammern steht die Zahl der notwendigen Iterationen, um eine auf vier Stellen genaue Lösung zu erhalten.

Diese Zusammenstellung gibt die allgemeine Erfahrung wieder, daß iterative Lösungen mit fünf Diagonalen die kürzeste Rechenzeit ergeben. Die etwas aufwendigere Dreieckszerlegung wird mehr als aufgewogen durch die geringere Zahl von Iterationen für eine vorgegebene Genauigkeit.

7.6 Quasi-homogene und inhomogene induzierende Felder

Im Regelfall wird das induzierende Magnetfeld B_e äußeren Ursprungs als quasi-homogen im ganzen Raum behandelt. Dann ist das in den lateral-homogenen Bereichen σ_n und σ_N induzierte Magnetfeld B_i inneren Ursprungs für $z > 0$ eine reine Funktion der Tiefe, wenn man diese Bereiche als Halbräume betrachtet. Die Summe äußerer und innerer Felder bildet das so definierte Normalfeld, B_n für $\sigma = \sigma_n$ und B_N für $\sigma = \sigma_N$.

An der Oberfläche $z = 0$ sind beide Normalfelder in der hier

betrachteten Näherung gleich. Es gilt

$$B_{nx} = B_{Nx} = 2 B_{ex} \quad (\text{B-Polarisation})$$

$$B_{ny} = B_{Ny} = 2 B_{ey} \quad (\text{E-Polarisation})$$

$$B_{nz} = 0 \quad .$$

Alle ausgedruckten Feldwerte sind normiert bezüglich der oberflächlichen Normalfelder $B_{nx,y}$ und $E_{nx,y}$.

Soll abweichend hiervon und im Falle von E-Polarisation die Induktion durch ein inhomogenes Feld erfolgen, so muß das Normalfeld mit Hilfe zusätzlicher 1D-Responsefunktionen $P(\omega, y)$ und $Q(\omega, y, z)$ ermittelt werden, und zwar soll dies ausschließlich bezüglich des linken Normalbereichs geschehen. P und Q ergeben das zu einem vorgegebenen äußeren Feld $B_{ey}(y, z=0)$ gehörige innere Feld in $z = 0$ und das zugehörige elektrische Feld im gesamten Halbraum $z \geq 0$ mit $\sigma = \sigma_n(z)$. Näheres zu ihrer Berechnung steht auf den Seiten 9-13 des Rothenberge-Protokolls, 1971. Insgesamt ist jetzt

$$B_{ny} = B_{ey} + P * B_{ey}$$

$$B_{nz} = B_{ez} - P * B_{ez} \quad \text{mit} \quad B_{ez} = -K * B_{ey}$$

für $z = 0$ und

$$E_{nx} = i\omega Q * B_{ey}$$

für $z \geq 0$.

Der weitere Rechengang ist mit dem für quasi-homogene induzierende Felder identisch. Eine Normierung der errechneten Feldwerte im obigen Sinne ist aber nicht möglich. Stattdessen werden nicht-normierte Feldwerte ausgedruckt, Magnetfelder in den Einheiten "Nanotesla" und elektrische Felder in den Einheiten "Millivolt/km", wenn die Eingabe des induzierenden Feldes B_{ey} in "Nanotesla" erfolgt.

8. Modellbeispiele zur Konvergenz der Lösungen

Die nachfolgenden numerischen Lösungen beziehen sich auf eine Leitfähigkeitsanomalie von $1 \Omega\text{m}$ mit quadratischem Querschnitt in einem homogenen Normalbereich von $10 \Omega\text{m}$ (s.Abb.) .

Der Querschnitt habe eine Kantenlänge von 20 km und reiche bis zur Oberfläche. Die Rechnungen beziehen sich auf eine Periode von 300s mit den Skintiefen 27.57 km für 10 Ωm und 8.72 km für 1 Ωm.

Wegen der Symmetrie des Modells genügt es, den Lösungsbe- reich rechts bis zur Mittellinie $y = 0$ der Anomalie zu erstrek- ken. Links geht dieser Bereich bis zu $y = a = -L - 10$ km. Er ist in $(N-1) \times (M-1)$ quadratische Zellen der Kantenlänge h unterteilt. Angegeben werden die Feldwerte für $y = 0$, den Randpunkt $y = -10$ km und den außerhalb der Anomalie gelegenen Punkt $y = -20$ km. Da- bei sind

$$EX = 1000 \cdot E_x / E_{nx} \quad (\text{E-Polarisation})$$

$$IY = 1000 \cdot I_y / I_{ny} \quad (\text{B-Polarisation}) .$$

Die Differenzgleichungen sind iterativ mit fünf Diagonalen so gelöst worden, daß maximale Abweichungen in $|EX|$ und $|IY|$ klei- ner sind als 10^{-4} .

Zunächst wird die Konvergenz der Lösungen mit abnehmender Maschenweite h in (km) bei konstanter Breite des Lösungsbe- reichs geprüft:

		$L = 90 \text{ km} / P_3 = 3.26$						
$N \times M$	h	P_1	EX(0)		EX(10)		EX(20)	
2x10	10	1.15	454	-210i	556	-137i	704	+ 5i
4x20	5	0.57	483	-149	577	-78	721	36
8x40	2.5	0.29	485	-129	578	-61	723	44
16x80	1.25	0.14	485	-124	577	-56	724	47
			IY(0)		IY(10)		IY(20)	
		1.15	3337	+1349i	1300	+55i	1048	-68i
		0.57	3140	705	1277	6	1052	-70
		0.29	3130	533	1273	-11	1051	-71
		0.14	3132	491	1272	-16	1051	-71

Das Ergebnis entspricht der allgemeinen Erfahrung, daß für eine auf zwei Stellen genaue Lösung die Maschenweite ein Drittel der Skintiefe nicht überschreiten darf ($P_1 \leq 1/3$) .

Sodann soll der Einfluß der Breite L der Randstreifen bei konstanter Maschenbreite untersucht werden:

$$h = 2.5 \text{ km}/P_1 = 0.29$$

N×M	L	P ₃	EX(0)	EX(10)	EX(20)
8×11	15	0.54	483 -163i	591 -105i	781 -19i
8×21	40	1.45	482 -134	574 -68	722 +30
8×41	90	3.26	485 -129	578 -61	723 44
8×81	190	6.89	486 -129	578 -60	724 45
			IY(0)	IY(10)	IY(20)
		0.54	3139 +532i	1281 -18i	1060 -57i
		1.45	3130 533	1273 -11	1052 -71
		3.26	3130 533	1273 -11	1051 -71
		6.89	3130 533	1273 -11	1051 -71

Trotz verbesserter seitlicher Randbedingungen ist die unvollkommene Behandlung der Abstrahlbedingungen für $y \rightarrow \pm \infty$ unübersehbar. Um eine auf zwei Stellen genaue Lösung zu erhalten sind daher lateral-homogene Randstreifen von wenigstens einer Skintiefe ($P_3 \geq 1$) erforderlich.

Durch die Notwendigkeit, gegebenenfalls breite Randstreifen an die eigentliche Anomalie anhängen zu müssen, erhöhen sich Rechenzeit- und Speicherbedarf nicht unbeträchtlich. Es soll nun gezeigt werden, wie sich dieser Aufwand durch ein expandierendes Gitter entscheidend verringern läßt.

Da die Randstreifen zehnmal weniger gut leiten als der anomale Bereich, könnte man die Maschenweite hier mindestens verdreifachen. Gewählt wird mit $h = 2.5 \text{ km}$, und $L = 190 \text{ km}$ ein fünffacher horizontaler Gitterpunkt Abstand von 12.5 km zwischen $y = -200 \text{ km}$ ($j=1$) und $y = -25 \text{ km}$ ($j=JA -1 = 15$), es folgen 7.5 km bis $j = 16$ und von da ab 2.5 km bis zur Modellmitte $y = 0$ ($j=23$).

Für einen 190 km breiten Randstreifen werden also jetzt nur noch 23 Gitterpunkte gebraucht. Man erreicht aber die gleiche Genauigkeit wie mit 81 Gitterpunkten und ein deutlich besseres

Ergebnis - bei E-Polarisation - als mit 21 Punkten und konstantem Gitterpunktastand:

Version	N×M	CPU Zeit	EX(0)	EX(10)	EX(25)	EX(50)
C	8×81	113.6s	486 -129i	578 -60i	779 64i	930 66i
E	8×23	3.5	487 -130	581 -62	781 64	929 65
			IY(0)	IY(10)	IY(25)	IY(50)
		70.8s	3130 +533i	1273 -11i	1023 -56i	994 -10i
		2.5	3129 533	1270 -12	1020 -80	994 -11

Am gleichen Beispiel soll geprüft werden, wie gut sich längs des oberen und unteren Modellrandes die Forderungen für $z \rightarrow \pm \infty$ erfüllen lassen. Wie in Abschnitt 5 beschrieben, wird das Randfeld auf zweierlei Weise berechnet. In der Kodierung

$$BAY = 1000 \cdot B_{ay}(y,z) / B_{ny}(z=0)$$

$$BAZ = 1000 \cdot B_{az}(y,z) / B_{ny}(0)$$

$$IAY = 10000 \cdot I_{ay}(y,d) / I_{ny}(0)$$

$$IAZ = 10000 \cdot I_{az}(y,d+0) / I_{ny}(0)$$

ergeben sich für die beiden Lösungen I und II in Abschnitt 5 folgende Werte:

		z = 0		
		y = 0	-10	-20 km
BAY	I	508 -149i	256 -92i	- 54 -87i
	II	502 -148	254 -94	- 52 -86
BAZ	I	0	-452 0	-239 94
	II		-449 4	-242 95
		z = d		
BAY	I	-474 +370i	-364 +219i	-143 97i
	II	-472 366	-361 220	-144 97i
BAZ	I	0	-211 229	-239 94
	II		-210 229	-242 95

$$z = d+0$$

IAY	I	203 +32i	- 10 -31i	- 4 +16i
	II	201 32	22 29	- 4 16
IAZ	I	0	-193 4	-42 4
	II		-188 4	-42 4

Ein Vergleich zeigt, daß sich trotz der bekannten Schwierigkeit der FD-Methode, Feldwerte aus Ableitungen der numerischen Lösung zu gewinnen, die Randfelder etwa mit der gleichen Genauigkeit angeben lassen wie die Feldwerte selbst. Die tabellarischen Werte beziehen sich auf die C-Version Lösung. In der E-Version ergeben sich etwas größere Abweichungen, da dann die zur Gewinnung der Lösungen II notwendigen Faltungen mit weniger Gitterpunkten und daher ungenauer ausgeführt werden.

Abschließend soll wieder am gleichen Beispiel ($h=2.5$ km, $L=190$ km) ein Vergleich mit der Integralgleichungsmethode vorgenommen werden. In der Tabelle stehen die mit der E-Version berechneten Feldwerte für Gitterpunkte auf der Mittellinie $y=0$ und auf der nächstfolgenden Gitterlinie $y = -2.5$ km, für alle Tiefen $z=0, 2.5$ km, Versetzt hierzu sind die mit der Integralgleichungsmethode berechneten Werte der zugehörigen Zellenmittelpunkte $y = -1.25$ km, $z = 1.25, 3.75, \dots, 18.75$ km angegeben. Um sie mit denen der FD-Methode besser vergleichen zu können, sind die Mittelwerte der FD-Feldwerte an den Eckpunkten der jeweiligen Zelle in Klammern hinzugefügt.

	$EX=1000 \cdot E_x(y,z)/E_{nx}$		$BX=1000 \cdot B_x(y,z)/B_{nx}(0)$	
Z	$y= -2.5$	0	-2.5	0 km
0 km	487 -130i	493 -127i	1000 +0i	1000 +0i
	413 -170i			
	(417 -172i)			
2.5	341 -216	348 -214	765 -250	772 -246
	280 -233		679 -330	
	(282 -232)		(666 -314)	
5.0	215 -252	224 -250	557 -384	569 -376
	168 -253		498 -423	
	(169 -253)		(479 -408)	

7.5	115 -256	124 -255	386 -440	403 -432
	80 -249		352 -452	
	(82 -248)		(329 -440)	
10.0	40 -242	48 -242	254 -448	273 -441
	15 -232		239 -445	
	(18 -232)		(216 -435)	
12.5	-13 -222	-5 -223	159 -427	177 -422
	-28 -211		155 -415	
	(-25 -213)		(137 -407)	
15.0	-45 -202	-37 -203	97 -390	113 -387
	-51 -193		99 -370	
	(-48 -195)		(89 -365)	
17.5	-58 -187	-51 -188	67 -342	79 - 34
	-55 -180		71 -314	
	(-52 -188)		(72 -313)	
20.0	-52 -178	-47 -179	68 -285	75 -285

Für E-Polarisation ergeben sich Übereinstimmungen auf fast drei Stellen. Bei B-Polarisation treten etwas größere Abweichungen auf, insbesondere in der Nähe des oberen Randes. Sie könnten mit den besonderen Schwierigkeiten der Integralgleichungsmethode in Randnähe bei B-Polarisation zusammenhängen. Näheres hierzu findet sich im Beitrag von Bernhard Fluche, der auch einen Vergleich der Randfelder (B_{ay} , B_{az} , ...) einschließt.

Es folgen jetzt Rechnungen mit dem Programm für "dünne Schichten", in dem der Tiefenbereich der Anomalie von $z=0$ bis 20 km als dünne inhomogene Schicht mit den Leitwerten $\tau_n = 2000$ S und $\tau = \tau_n + \tau_a = 20\ 000$ S behandelt wird (s. Abb.). Unterhalb dieser Schicht befindet sich ein homogener Halbraum mit $10\ \Omega\text{m}$. Abweichend von den bisherigen Rechnungen wird jetzt ein Gitterpunktastand von $h = 1$ km gewählt, was als Gitterparameter $P_2 = 0.526$ ergibt. Die Rechnung wird für 41 Gitterpunkte durchgeführt, der lateral-homogene Randstreifen ist also nur 30 km breit.

Zunächst wird die Rechenzeit in Abhängigkeit von der gewählten Zahl von Diagonalen $2 \cdot \text{NBA} + 1$ der Koeffizientenmatrix unter-

sucht. Dabei ist die Zahl der Iterationen so bemessen, daß größte Abweichungen zwischen den beiden letzten Iterationen auf die vierte Stelle des Absolutwertes der berechneten Feldgröße beschränkt sind. Für E-Polarisation und E_x als berechneter Feldgröße (2. Gleichung 12a) erhält man folgendes Ergebnis:

NBA	Iterationen	CPU(s)	$E_x(0)/E_{nx}$	
1	36	3.5	0.1783	-0.1856i
10	5	1.0	1781	1854
20	3	1.3	1779	1855
40	1	1.2	1778	1854

Mit NBA = 10 als optimal gewählte Zahl von Nebendiagonalen werden die Modellrechnungen für E- und B-Polarisation vollständig ausgeführt, also mit zwei Alternativen für jede Polarisation. Die tabellierten Werte sind $EX = 1000 \cdot E_x(y)/E_{nx}$ für E-Polarisation und $EY = 1000 \cdot E_y(y)/E_{ny}$ für B-Polarisation.

Berechnung von		y = 0	-10	-20 km
EX	j_{ax}	186 -186i	416 -112i	724 +114i
	E_{ax}	178 -186	411 -124	729 84
EY	E_{ay}	150 -14	240 -21	1073 -72
	j_{ay}	150 -14	241 -21	1073 -71

Die für E-Polarisation auftretenden Abweichungen in den dritten Stellen bei den alternativen Lösungen beruhen auf der zu gering gewählten Breite des Randstreifens. Insbesondere der letzte Punkt $y = -20$ km liegt zu dicht am Randpunkte bei -30 km. Für B-Polarisation ist die Übereinstimmung sehr viel besser.

Von Interesse ist auch die Frage, wie gut die "dünne Schicht" Approximation die vorangegangenen Ergebnisse für einen anomalen Bereich endlicher Dicke reproduziert. Für die Modellmitte ergeben sich viel zu geringe E_x und E_y -Werte, wenn zum Vergleich mit IAY letztere mit τ/τ_n multipliziert werden. Dies war zu erwarten, da ja die Schichtdicke (20 km) mehr als doppelt so groß ist wie die zugehörige Skintiefe (8.7 km). Im Randfeld dagegen ist eine gewisse Übereinstimmung zu beobachten.

Zurückkehrend zu den Programmen für inhomogene Schichten endlicher Dicke soll nunmehr deren Möglichkeit gezeigt werden, zusätzlich eine inhomogene dünne Deckschicht einzubeziehen. Die Leitfähigkeitsanomalie wird hierzu auf eine Deckschicht mit 1000 und 10 000 S und eine 10 km mächtige Schicht mit 0.1 und 1 S/m verteilt. Darunter folgt der übliche Halbraum von 0.1 S/m. Die Rechnung in E-Version ($h=2.5$ km, $L=190$ km, $N \times M=9 \times 23$) ergibt

	$y = 0$	-10	-25 km
EX	206 -200i	412 -122i	757 +98i
IY	1777 - 60	1164 - 86	1033 -62 .

Hätte man sie mit den doppelten Leitwerten in der Deckschicht und einheitlich 0.1 S/m in der nächstfolgenden Schicht durchgeführt, so würde man das frühere Ergebnis für eine dünne Schicht allein auf drei Stellen genau reproduzieren, gleiche Gitterparameter vorausgesetzt.

Die letzte Rechnung betrifft wieder das Ausgangsmodell im Falle eines inhomogenen induzierenden Feldes. Gewählt wird das Feld eines Linienstroms in x-Richtung mit 10^5 Ampere in 20 km Höhe über der Mittellinie (s. Abb.). Die Symmetrie des Modellfeldes bleibt also bewahrt. Die Rechnung wird mit einem expandierenden 6×23 Gitter, also mit $\Delta z = 4$ km, ausgeführt. Tabelliert sind die resultierenden magnetischen und elektrischen Feldwerte an der Oberfläche $z = 0$, B in Nanotesla und E in mV/km.

	$y = 0$	-10	-25	-50 km
B_{ey}	1000 +0i	800 +0i	390 +0i	138 +0i
B_{ny}	1336 173	1129 158	687 103	353 21
B_y	1912 234	1393 142	627 27	286 14
B_{ez}	0	400 0	488 0	345 0
B_{nz}		350 - 56	374 -106	174 -104
B_z		-134 -229	182 - 67	124 - 57
E_{nx}	211 411	205 369	179 299	122 129
E_x	172 183	161 218	133 310	129 343
E_x/E_{nx}	.524-.151	.578 -.94	.729 .51	.789 .91
(E_x/E_{nx})	.487-.130	.581 -.62	.781 .64	.929 .65) .

In der Differenz zwischen dem magnetischen Gesamt- und Normalfeld erkennt man die durch die Leitfähigkeitsanomalie bewirkte Variationsanomalie $B_{ay} = B_y - B_{ny}$ und $B_{az} = B_z - B_{nz}$. Sie ist von ähnlicher Form und Größe wie bei einem quasi-homogenen Quellenfeld mit $B_{ny} = 1000$ nT - man könnte das zugehörige äußere Feld $B_{ey} = 500$ nT als "mittleres" Linienstromfeld auffassen -, doch mit stark veränderten Phasen. Für einen entsprechenden Vergleich der elektrischen Felder sind in der letzten Zeile die EX-Werte für ein quasi-homogenes Quellenfeld in Klammern wiederholt. Besonders in der Modellmitte, also im Nahbereich des Linienstromfeldes ergeben sich vergleichbare elektrische Gesamtfelder, wenn man sie auf das jeweilige Normalfeld an der Oberfläche bezieht.

Damit sind alle zur Zeit möglichen Varianten und Versionen vorgeführt. Mögliche Erweiterungen sind genannt worden. Ein auch in z-Richtung variabler Gitterpunktstand ließe sich zwar leicht einfügen, da keine Faltungsoperationen betroffen sind. Doch sollte die Möglichkeit, dünne inhomogene Deckschichten zu verwenden, genügen, um das gleichzeitige Auftreten oberflächennaher und tiefer Leitfähigkeitsanomalien zu modellieren.

Literatur

V. Červ und O. Praus: Numerical modelling in laterally inhomogeneous geoelectric structures. *Studia geophys. et geod.* 22 (1978), 74.

U. Schmucker: Neue Rechenmethoden zur Tiefensondierung. Protokoll Kolloquium Erdmagn. Tiefensondierung Rothenberge (1971), 1.

U. Schmucker: Direkte und iterative Verfahren zur Behandlung 2-dimensionaler Leitfähigkeitsmodelle. Protokoll Kolloquium Erdmagn. Tiefensondierung Grafrath (1974), 429.

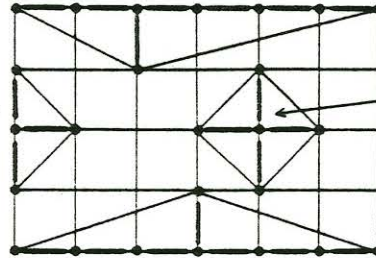
U. Schmucker: Induktion in geschichteten Halbräumen durch inhomogene Felder. Protokoll Kolloquium Elektromagn. Tiefenfor-schung Lichtenrade (1980), 197.

Zu Abschnitt 3:

E-Polarisation ($f = E_{\alpha x}$)

$$\partial f / \partial z = K * \partial f / \partial y + \mu_0 (\tau_a E_{nx} + \tau E_{\alpha x})$$

$$\partial f / \partial y = (f + \frac{1}{2} C_n \partial^2 f / \partial z^2) / C_n$$



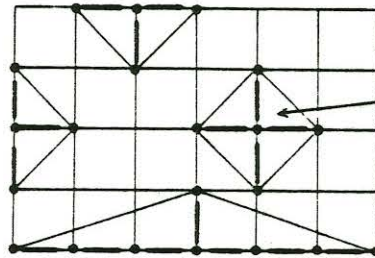
$$\nabla^2 f = i\omega\mu_0 (\sigma_a E_{nx} + \sigma f)$$

$$- \partial f / \partial z = L_{TE} * \partial f / \partial y + C_{TE}$$

B-Polarisation ($f = B_{\alpha x}$)

$$\partial f / \partial z = \sigma f / \tau + \mu_0 E_{ny} (\sigma_a - \tau_a \sigma / \tau)$$

$$\partial f / \partial y = (f + \frac{1}{2} C_n \partial^2 f / \partial z^2) / C_n$$

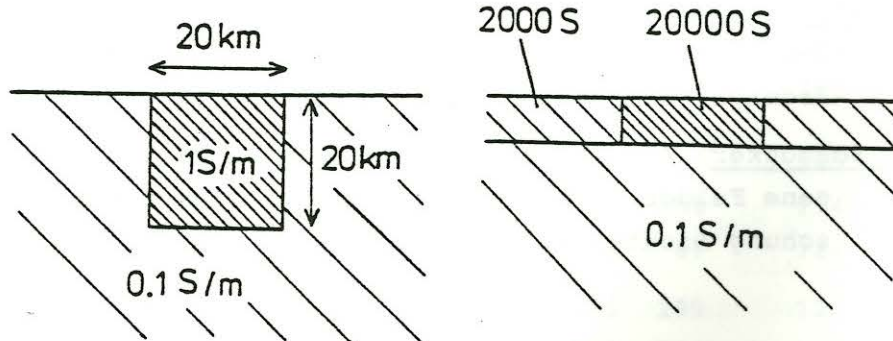


$$\nabla^2 f = i\omega\mu_0 (\sigma_a B_{nx} + \sigma f)$$

$$- \partial f / \partial z = L_{TM} * \partial f / \partial y + C_{TM}$$

Zu Abschnitt 8:

(•)



Anhang: Die Verwendung von Differenzenquotienten höherer Ordnung

Die neuen Programme versuchen mit der geringst-möglichen Zahl von Gitterpunkten auszukommen. Um zu diesem Zweck ein möglichst weitmaschiges Gitternetz wählen zu können, werden bei numerischen Differentationen Differenzenquotienten auch höherer Ordnung verwandt.

Es sei f_0 der Funktionswert des anomalen Randfeldes $f(y, z)$ an einem Zentralpunkt $y = y_j$, $z = 0(d)$; $f_{\pm k}$ seien die Funktionswerte an Nachbarnpunkten links und rechts im horizontalen Abstand $\pm kh$, konstanter Punktabstand vorausgesetzt.- Mit $k = 1, 2, 3$ lassen sich folgende mittlere Differenzenquotienten erster bis sechster Ordnung von f bezüglich des Zentralpunktes bilden (DOVER Handbuch Formel 25.1.2; O. Madelung: Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, Abschnitt 2F):

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{2} f_1 - \frac{1}{2} f_{-1} & \gamma &= f_1 - 2f_0 + f_{-1} \\ (A1) \quad \delta &= \frac{1}{2} f_2 - f_1 + f_{-1} - \frac{1}{2} f_{-2} & \epsilon &= f_2 - 4f_1 + 6f_0 - 4f_{-1} + f_{-2} \\ \xi &= \frac{1}{2} f_3 - 2f_2 + \frac{5}{2} f_1 - \frac{5}{2} f_{-1} + 2f_{-2} - \frac{1}{2} f_{-3} \\ \eta &= f_3 - 6f_2 + 15 f_1 - 20f_0 + 15f_{-1} - 6f_{-2} + f_{-3} \end{aligned}$$

Die Funktion soll nun in dem Intervall $y_j \pm 3h$ durch eine TAYLOR Reihe approximiert werden, die nach der sechsten Ableitung abbricht. Für $y = y_j \pm kh$ ist also

$$f_{\pm k} = f_0 \pm kh f^{(1)} + \frac{1}{2} (kh)^2 f^{(2)} \pm \dots + \frac{1}{6!} (kh)^6 f^{(6)} + O\{f^{(7)}\}$$

mit $f^{(n)} = \partial^n f / \partial y^n$. Einsetzen in (A1) führt auf sechs Gleichungen zur Approximation der Differentialquotienten durch Differenzenquotienten bis zur sechsten Ordnung:

$$\begin{aligned} h f^{(1)} &= \beta - \frac{1}{6} \delta + \frac{1}{30} \xi & h^2 f^{(2)} &= \gamma - \frac{1}{12} \epsilon + \frac{1}{90} \eta \\ (A2) \quad h^3 f^{(3)} &= \delta - \frac{1}{4} \xi & h^4 f^{(4)} &= \epsilon - \frac{1}{6} \eta \\ h^5 f^{(5)} &= \xi & h^6 f^{(6)} &= \eta \end{aligned}$$

Sie wird in den Programmen wie folgt benutzt:

Die numerische Differentiation des anomalen Randfeldes bezüglich y zur Gewinnung von B_{az} und I_{az} (am unteren Rand) erfolgt nach der Beziehung für $f^{(1)}$. Ganz entsprechend ließe sich eine verbesserte Approximation der Induktionsgleichung (1) aus der Beziehung für $f^{(2)}$ ableiten. Dies würde keine größeren Programmänderungen erfordern, wenn man sich bei den iterativen Lösungen auf eine verbesserte Approximation für $\partial^2 f / \partial z^2$ beschränkt und bei den direkten Lösungen auf eine solche für $\partial^2 f / \partial y^2$. Die B-Matrix würde dann lediglich auf fünf statt auf drei Diagonalen besetzt sein. Eine Erweiterung der Programme in diesem Sinne ist aber noch nicht versucht worden. Insbesondere bei B-Polarisation könnte die Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen zu Komplikationen führen.

Neugestaltet hingegen wurde die Auswertung der in den Randbedingungen (2E,B) erscheinenden Faltungsintegrale: Zunächst sei mit $f' = \partial f / \partial y$ die Faltung getrennt für den Nah- und Fernbereich des gewählten Aufpunktes y durchgeführt ($G = K$ oder L):

$$h \cdot G * f' = I_1 + I_2 + I_3$$

mit

$$I_1 = h \int_{y-h}^{y+h} G(y-\eta) f'(\eta) d\eta$$

$$I_2 = h \int_{a-h}^{y-h} \dots d\eta + \int_{y+h}^{b+h} \dots d\eta$$

$$I_3 = h \int_{-\infty}^{a-h} \dots d\eta + \int_{b+h}^{\infty} \dots d\eta$$

Dabei ist der Lösungsbereich links und rechts um jeweils einen Gitterpunkt erweitert worden, um die Randpunkte $y = a$ und $y = b$ einbeziehen zu können.

Zunächst wird angenommen, daß das anomale Feld außerhalb dieses Bereichs seine asymptotischen Werte besitzt, also für $y < a$ verschwindet und für $y > b$ mit der Differenz der Normallösungen $\Delta F = F_N - F_n$ identisch ist. Man hätte auch die jeweils berechneten Feldwerte an den Randpunkten P_{n1} und P_{nM} nehmen können.

Doch das ist nicht entscheidend. Wichtig ist nur, daß das anormale Randfeld außerhalb als konstant behandelt wird, so daß die Integrale I_3 entfallen.

Partielle Integration des zweiten Integrals ergibt:

$$I_2 = h G(h) \cdot \{f_1 + f_{-1}\} - h G(b+h-y) \Delta F \\ + h \int_h^{y-a+h} G'(\eta) f(y-\eta) d\eta + h \int_h^{b+h-y} G'(\eta) f(y+\eta) d\eta$$

mit $G' = dG/dy$. Die Auswertung der verbliebenen Integrale, die jetzt die Funktion selbst enthalten, erfolgt nach der Trapezformel, wobei die Faltung mit den differenzierten Kernfunktionen für ein noch schnelleres Abklingen der Bewichtung sorgt. Am oberen Rand etwa ist $G'(u) = K'(u) = -1/\pi u^2$. Zusammengefaßt erhält die numerische Integration von I_2 die Form

$$I_2 = \sum_1^{j-1} b_k f_{ij-k} + \sum_1^{M-j} b_k f_{ij+k} + b_{j\infty} \Delta F$$

mit

$$b_1 = \frac{1}{2} h^2 G'(h) + hG(h)$$

$$b_k = h^2 G'(kh) \quad , \quad k = 2, 3, \dots$$

$$b_{j\infty} = \frac{1}{2} h^2 G'(\{M+1-j\}h) - hG(\{M+1-j\}h) \quad .$$

In der Anwendung auf die untere Randzeile kommt zum Faltungsintegral noch die Integrationskonstante $h L_\infty \Delta F$ hinzu, so daß hier $b_{j\infty} = \frac{1}{2} h^2 L'(\quad) + h\{L_\infty - G(\quad)\}$ zu verwenden ist. In den Programmen wird außerdem die Integration im ersten Intervall von $y_{j\pm h}$ bis $y_{j\pm 2h}$ mit etwas größerer Genauigkeit ausgewertet, was zu geringfügig abgeänderten Koeffizienten führt.

Nun zur Auswertung von I_1 : Sie verlangt besondere Aufmerksamkeit, da im Integrationsintervall der Faltungskern für $\eta \rightarrow y$, $u = |y-\eta| \rightarrow 0$ singularär wird. Das Integral ist daher als CAUCHYScher Hauptwert zu verstehen mit einer integrierbaren u^{-1} Singularität. Dem HARTMANNschen Vorbild folgend wird $f' = \partial f/\partial y$ zwischen $y_j \pm h$ durch eine TAYLOR Reihe dargestellt und diese

gliedweise integriert:

$$I_1 = h \int_0^h G(u) \{f'(y-u) - f'(y+u)\} du$$
$$= -2 \{h^2 f^{(2)} \cdot g_2 + \frac{1}{3!} h^4 f^{(4)} g_4 + \dots\}$$

mit

$$g_n = \frac{1}{h^{n-1}} \int_0^h u^{n-1} G(u) du .$$

Indem man die Reihe bis zum Term mit $f^{(6)}$ fortführt und die Ableitungen nach (A2) durch Differenzenquotienten approximiert, ergibt sich für I_1 die Darstellung

$$I_1 = a_0 f_j + \sum_1^3 a_k \{f_{j-k} + f_{j+k}\}$$

mit

$$a_0 = \frac{49}{9} g_2 - \frac{28}{9} g_4 + \frac{1}{3} g_6$$

$$a_1 = -3 g_2 + \frac{13}{6} g_4 - \frac{1}{4} g_6$$

$$a_2 = \frac{3}{10} g_2 - \frac{2}{3} g_4 + \frac{1}{10} g_6$$

$$a_3 = -\frac{1}{45} g_2 + \frac{1}{18} g_4 - \frac{1}{60} g_6 .$$

Für die Faltung am oberen Rand ist $G(u) = 1/\pi u$ zu setzen. Damit wird $g_n = \{\pi(n-1)\}^{-1}$, woraus sich die Koeffizienten zu

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \frac{604}{135} = 1.42414, \quad a_1 = -\frac{1}{\pi} \frac{419}{180} = -0.74095$$

$$a_2 = \frac{1}{\pi} \frac{22}{225} = 0.03112, \quad a_3 = -\frac{1}{\pi} \frac{19}{2700} = -0.00224$$

ergeben. Durch Zusammenfassen der Summendarstellungen für I_1 und I_2 erhält man

$$(A3a) \quad h \cdot K \cdot \partial f / \partial y = \sum_{1-j}^{M-j} \alpha_{|k|} \{f_{1j+k} + b_{j\infty} \Delta F\}$$

mit $\alpha_0 = a_0$, $a_k = a_k + b_k$ ($k = 1, 2, 3$) und $\alpha_k = b_k$ für $k = 4, 5, \dots$

Für die Faltung am unteren Rand ist der Faltungskern $L(y)$. Da $L(u)$ für $u \rightarrow 0$ asymptotisch in $K(u)$ einmündet, wird sein asymptotischer Wert bei der Berechnung der g_n abgespalten:

$$g_n = \frac{1}{\pi(n-1)} + \frac{1}{h^{n-1}} \int_0^h \{L(u) - K(u)\} u^{n-1} du .$$

Zur Auswertung des verbliebenen Integrals wird $\{L-K\}$ durch die Differenz der inversen FOURIER Transformierten im Wellenzahlbereich k ausgedrückt:

$$L(u) - K(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{ikC(k)} - \frac{1}{isgn(k)} \right\} e^{iku} dk .$$

Einsetzen und Vertauschen der Integrationsfolge führt auf

$$g_n = \dots + \frac{1}{h^{n-1}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{kC} - 1 \right\} \cdot \int_0^h u^{n-1} \sin ku du dk .$$

Die Integration über u läßt sich geschlossen ausführen, diejenige über k erfordert eine numerische Auswertung bezüglich des jeweiligen Leiters unterhalb der Anomalie. Sie bereitet keine Schwierigkeiten, da der Integrand mit wachsendem k rasch gegen Null strebt.

In jedem Fall ergeben sich nur geringfügige Korrekturen gegenüber dem am oberen Rand gültigen Koeffizienten. Bezeichnen δa_k diese Korrekturen, so erhält man für die Faltung am unteren Rand die Darstellung

$$(A3b) \quad h \cdot L * \frac{\partial f}{\partial y} = \sum_{1-j}^{M+1-j} \gamma_{|k|} f_{Nj+k} + b_{j\infty} \Delta F$$

mit

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= a_0 + \delta a_0, \quad \gamma_k = a_k + \delta a_k \\ &+ b_k \quad (k=1,2,3) \quad \text{und} \quad \gamma_k = b_k \quad \text{für} \quad k=4,5,\dots, \end{aligned}$$

wobei die b_k aus $G' = L'$ abzuleiten sind.

Wird in der E-Version ein expandierendes Gitter verwandt, so werden die höheren Differenzenquotienten schrittweise weggelassen, wenn sich der Aufpunkt der Übergangszone zwischen

dem nicht-expandierten und expandierten Gitterabschnitt nähert. In dieser Zone selbst, also an den Punkten $j = JA-1, JA,$ und $JE+1,$ sind außerdem folgende Modifikationen notwendig:

Es seien ph und qh die Gitterabstände links und rechts vom Aufpunkt. Das auszuwertende Integral I_1 lautet

$$I_1 = h \int_0^{qh} G(u) \{f'(y-u) - f'(y+u)\} du \\ + h \int_{qh}^{ph} G(u) f'(y-u) du ,$$

hier geschrieben für $p > q$. Einsetzen der linearen Näherung

$$f'(y \pm u) = f^{(1)} \pm u f^{(2)}$$

ergibt bei gliedweiser Integration

$$I_1 = h f^{(1)} g_1 - h^2 f^{(2)} g_2$$

mit

$$g_1 = \int_{qh}^{ph} G(u) du, \quad g_2 = \frac{1}{h} \left\{ \int_0^{qh} u G(u) du + \int_0^{ph} u G(u) du \right\}$$

und den approximierten Ableitungen

$$hf^{(1)} = \frac{1}{p+q} \{f_1 - f_{-1}\}, \quad hf^{(2)} = \frac{2}{q(p+q)} f_1 - \frac{2}{pq} f_0 + \frac{2}{p(p+q)} f_{-1} .$$

Für $G \equiv K(u) = 1/\pi u$ wird

$$g_1 = \frac{1}{\pi} \ln \{p/q\}, \quad g_2 = \frac{p+q}{\pi},$$

für $G = L(u)$ sind wieder geringfügige Korrekturen notwendig. In jedem Fall ist die Auswertung von I_1 in der Übergangszone etwas ungenauer, so daß die Gitterexpansion stets in einiger Entfernung von der lateral-inhomogenen Kernzone beginnen sollte.

B. FLUCHE

2D-Modell-Vergleich: Integral- und FD-Methode

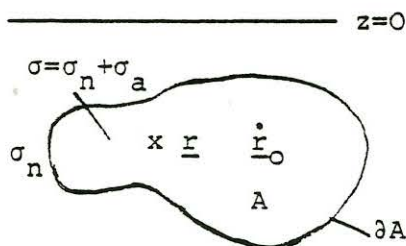
Parallel zu den beschriebenen Verbesserungen in den FD-Programmen wurden Modellprogramme für 2D-Leitfähigkeitsstrukturen entwickelt, die auf der Integralgleichungsmethode aufbauen (Weidelt, 1975; Berdichevskij & Dmitriev, 1976). Gemäß ihrem Namen werden dabei die die E- und B-Pol. beschreibenden MAXWELLSchen Gleichungen in Integralgleichungen für $E(\underline{r}_0)$ bzw. $B(\underline{r}_0)$ umgeformt:

Mit
$$\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_x; - \frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega B_y; \frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega B_z$$
 folgt

$$E(\underline{r}_0) = E_n(\underline{r}_0) - i\omega\mu_0 \iint_A \sigma_a(\underline{r}) E(\underline{r}) G_n^E(\underline{r}|\underline{r}_0) d^2\underline{r}$$

Dabei bezeichnen:

$E_n(\underline{r}_0)$ das als bekannt vorausgesetzte Normalfeld für die normale (d.h. 1-D) Struktur im Punkt \underline{r}_0 .



$G_n^E(\underline{r}|\underline{r}_0)$ die zu der normalen Struktur gehörende GREENSche Funktion (z.B. das von einem Linienstrom in \underline{r}_0 induzierte elektr. Feld in \underline{r}).

Mathematisch ist dies eine FREDHOLMsche Igl. 2. Art mit einem schwach singulären Kern, denn $G_n^E(\underline{r}|\underline{r}_0)$ hat für $\underline{r} \rightarrow \underline{r}_0$ eine logarithmische Singularität.

Völlig analog läßt sich die Igl. für die B-Pol. aufstellen. Der Einfachheit halber nehmen wir hier an, daß die Leitfähigkeit der Anomalie $\sigma = \sigma_n + \sigma_a = \text{const.}$. Mit den für den Fall der B-Pol. gültigen MAXWELL-Gln.

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega B_x; \frac{\partial B_x}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_y; - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 \sigma E_z$$

erhält man dann:

$$B(\underline{r}_0) = \frac{\sigma}{\sigma_n} B_n(\underline{r}_0) + \frac{\sigma_a}{\sigma_n} \left\{ \oint_{\partial A} B(\underline{r}) \frac{\partial G_n^B(\underline{r}|\underline{r}_0)}{\partial n} - i\omega\mu_0 \iint_A B(\underline{r}) G_n^B(\underline{r}|\underline{r}_0) dA \right\}$$

für $\underline{r}_0 \in A$

bzw.

$$B(\underline{r}_0) = B_n(\underline{r}_0) + \frac{\sigma}{\sigma_n} \left\{ \oint_{\partial A} B(r) \frac{\partial G_n^B(r|\underline{r}_0)}{\partial n} ds - i\omega\mu_0 \iint_A B(r) G_n^B(r|\underline{r}_0) dA \right\}$$

für $\underline{r}_0 \notin A$

Es tritt also hier ein zusätzlicher Term auf, der auch die Kenntnis der Normalableitungen von $G_n^B(r|\underline{r}_0)$ an ∂A erfordert. Dabei ist $B_n(\underline{r}_0)$ das magnetische Normalfeld in \underline{r}_0 und $G_n^B(\underline{r}|\underline{r}_0)$ die GREENSche Funktion für die B-Pol. G_n^E und G_n^B sind nur für den (physikalisch belanglosen) homogenen Vollraum identisch, nämlich $\frac{1}{2\pi} K_0 (\sqrt{i\omega\mu_0\sigma_n} |\underline{r}-\underline{r}_0|)$.

Identisch sind aber in jedem Fall die Lösungswege für beide Integralgleichungen. Man geht so vor, daß man das betreffende Gebiet A in hinreichend viele Zellen unterteilt, innerhalb derer das Feld $E(\underline{r})$ bzw. $B(\underline{r})$ als konstant angenommen wird. Somit erhält man ein lineares Gleichungssystem für das Feld innerhalb der Anomalie, dessen Koeffizientenmatrix aus den über die jeweiligen Teilzellen integrierten GREENSchen Funktionen (bzw. deren Ableitungen) besteht. Das Gleichungssystem wird in diesem Falle durch die (rechenzeitaufwendige!) direkte Inversion der Koeff.-matrix gelöst. Eine CPU-Zeit sparende Alternative besteht z.B. durch Anwendung iterativer Methoden.

Hat man auf diese Weise das Feld innerhalb der Anomalie bestimmt, so besteht der zweite Schritt darin, die gesuchten Oberflächenfelder auszurechnen. Für die E-Pol. sind dies E_x , B_{ay} und B_{az} ; für die B-Pol. existiert wegen $B_{ax}(0) = 0$ und $E_z(0) = 0$ nur $E_y(0)$ bzw. $j_y(0)$. Durch erneute Anwendung der MAXWELLSchen Gln. erhält man für die E-Pol.:

$$B_{ay}(0) = - \iint_A \sigma_a(\underline{r}) E(\underline{r}_0) \frac{\partial}{\partial z_0} G_n^E(r|\underline{r}_0) \Big|_{z_0=0} dA$$

und

$$B_{az}(0) = \iint_A \sigma_a(\underline{r}) E(\underline{r}_0) \frac{\partial}{\partial y_0} G_n^E(r|\underline{r}_0) \Big|_z dA$$

und für die Stromdichte j_{ay} im Falle der B-Polarisation:

$$j_{ay}(0) = \frac{\sigma}{\sigma_n} \left\{ \oint_B(\underline{r}) \frac{\partial}{\partial z_0} \bigg|_{z_0=0} \frac{\partial G_n^B(\underline{r}|\underline{r}_0)}{\partial n} dA - i\omega\mu_0 \oint_A f_B(\underline{r}) \frac{\partial}{\partial z_0} \bigg|_{z_0=0} G_n^B(\underline{r}|\underline{r}_0) dA \right\}$$

Hier ist es also nötig, die GREENSchen Funktionen bzw. deren Ableitungen zwischen den Zellenmitten und dem Oberflächenaufpunkt $\underline{r}_0 = (y_0, 0)$ zu berechnen.

Es erweist sich als zweckmäßig, die GREENSche Funktion $G_n(\underline{r}|\underline{r}_0)$ darzustellen durch:

$$G_n(\underline{r}|\underline{r}_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \hat{G}(k, z|z_0) \cdot \cos k(y-y_0) dk$$

Bei der E-Pol. ist

$$\hat{G}(k, z|z_0) = \frac{1}{f'_a/f_a - f'_b/f_b} \cdot \begin{cases} f_a(z)/f_a(z_0) & \text{für } z < z_0 \\ f_b(z)/f_b(z_0) & \text{für } z > z_0 \end{cases}$$

wobei $f_{a,b}(z)$ die Dgl.

$$f''_{a,b}(z) - \alpha^2 f_{a,b} = \delta(z-z_0) \quad \text{löst.}$$

Interpretiert man f'_a/f_a und $-f'_b/f_b$ als die Kehrwerte der Eindringtiefen der vom Punkt z_0 aus nach oben bzw. unten laufenden Wellen und $f_{a,b}(z)/f_{a,b}(z_0)$ als das Abklingverhältnis $e^{-\alpha|z-z_0|}$, so ist (innerhalb einer Schicht)

$$\hat{G}_n^E(k, z|z_0) = \frac{1}{1/C_- + 1/C_+} \cdot e^{-\alpha_j|z-z_0|}$$

$\alpha_j = \sqrt{i\omega\mu_0\sigma_j + k^2}$ in der j-ten Schicht. Bei mehreren Schichten muß man C_+ und C_- gemäß dem WAITschen Algorithmus bestimmen. Die B-Pol. hat bei hom. Halbraum die GREENSche Funktion

$$G(k, z|z_0) = \frac{\sigma_n}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} (e^{-\alpha|z-z_0|} - e^{-\alpha(z+z_0)}) \cos k(y-y_0) dk$$

mit $\alpha = \sqrt{i\omega\mu_0\sigma_n + k^2}$.

In der Praxis geht man so vor, daß man für jede Teilzelle die GREENSchen Funktionen w.o. ausdrückt und vor der Integra-

tion über die Wellenzahl k zuerst die Integration über die Querschnittsfläche A_1 der einzelnen Teilzellen ausführt. Diese kann analytisch durchgeführt werden; außerdem umgeht man damit auch die logarithmische Singularität bei $r=r_0$. Die Rücktransformation in den Ortsbereich, d.h. die k -Integration, erfolgt mit Hilfe der schnellen Hankeltransformation.

Bei der B-Pol. gibt es eine zusätzliche Komplikation: Zum einen werden die Felder innerhalb jeder Teilzelle als konstant vorausgesetzt; zum anderen ist an der Oberfläche $z=0$ $B_x/B_{nx} = 1$. Reicht die Anomalie bis zur Oberfläche, so wäre in den oberflächennahen Zellen in der Mitte wegen der Konstanz von $B(z)$ überall $B_x(z)/B_{nx}(0) = 1$, was natürlich nicht stimmen kann. Das Resultat ist, daß das innere Feld gegenüber dem wahren Verlauf um eine halbe Zellentiefe parallelverschoben ist. Das Problem läßt sich derart lösen, daß man über (und unter) den anomalen Bereich eine sehr dünne Schicht mit der anomalen Leitfähigkeit legt und somit den Oberflächenwert des inneren Feldes "abkoppelt". - Interessanterweise ist diese Methode bei der E-Pol. gerade nicht anwendbar, d.h. die Werte für das innere Feld würden eben dann diese Parallelverschiebung aufweisen.

Die folgenden Abbildungen zeigen das Ergebnis von Modellrechnungen für ein einfaches Modell bei E- und B-Polarisation. Sie sollen die Tabellen des vorangegangenen Beitrags ergänzen und vervollständigen. Die nach den beiden Methoden gewonnenen Feldwerte sind ineinandergreifend aufgetragen, wobei sich diejenigen nach der FD-Methode auf Gitterpunkte und diejenigen nach der Igl.-Methode auf die jeweilige Zellenmitte beziehen. Die Übereinstimmung ist sowohl bei den inneren Feldern als auch bei den Oberflächenfeldern nahezu lückenlos, von einem kleinen Versatz bei den j_y -Werten für B-Polarisation abgesehen. Für die Igl.-Rechnung ist der anomale Bereich von $20 \times 20 \text{ km}^2$ in $8 \times 8 = 64$ quadratische Zellen mit einer Kantenlänge von 2.5 km unterteilt. Ganz entsprechend ist bei der FD-Methode dieser Bereich von einem Gitternetz mit 9×9 Gitterpunkten im Abstand von 2.5 km überdeckt.

Werden Feldwerte für die Modellmitte angegeben, so beziehen sie sich bei der FD-Methode auf die vertikale Gitterlinie bei

$y = -10$ km, bei der Igl.-Methode auf die Zellen zwischen -12.5 (-7.5) km und -10 km. Feldwerte für den rechten Rand beziehen sich auf die Zellen zwischen -2.5 und 0 km, bzw. auf den Mittelwert der Gitterlinien bei $y = -2.5$ und 0 km. Die Symbole haben folgende Bedeutung:

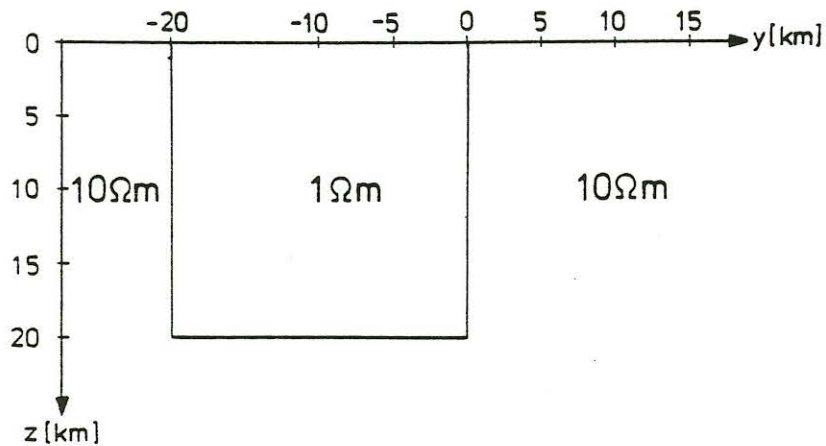
- | | | |
|---|--------------|--------------|
| ■ | Realteil | FD-Methode |
| □ | Realteil | Igl.-Methode |
| ● | Imaginärteil | FD-Methode |
| ○ | Imaginärteil | Igl.-Methode |

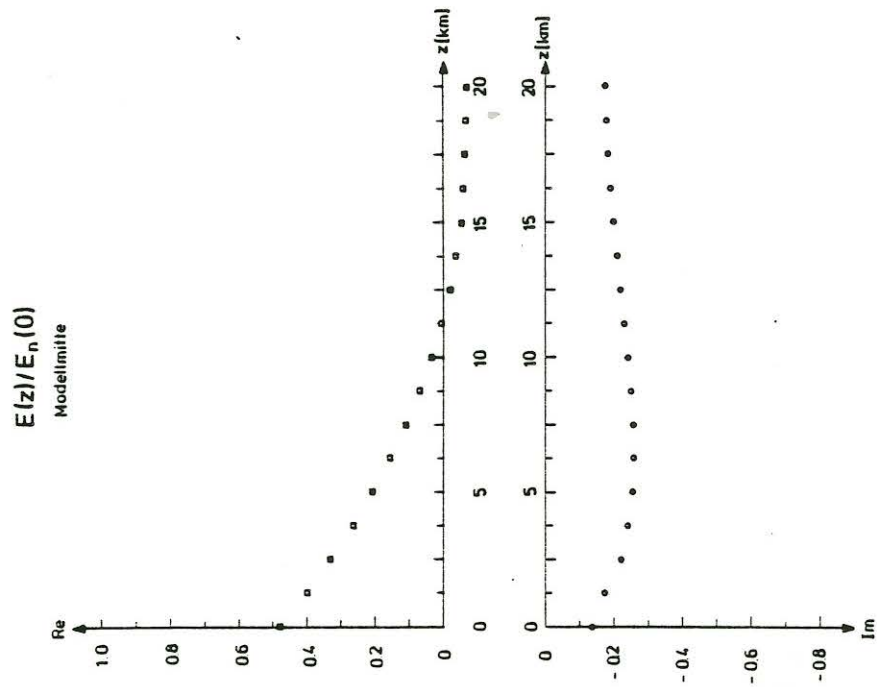
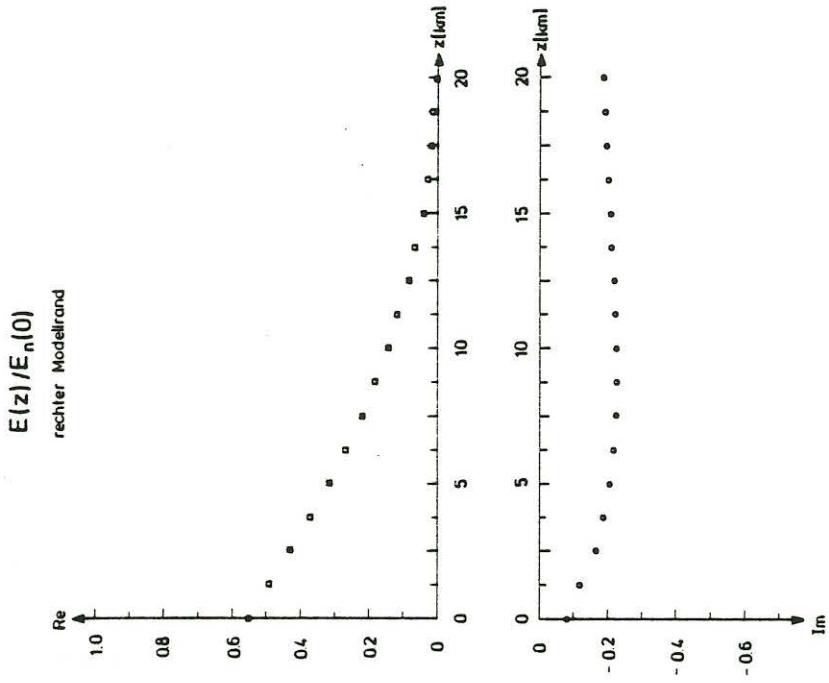
Literatur:

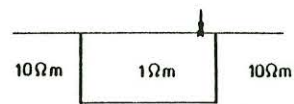
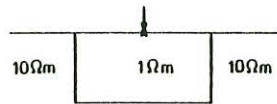
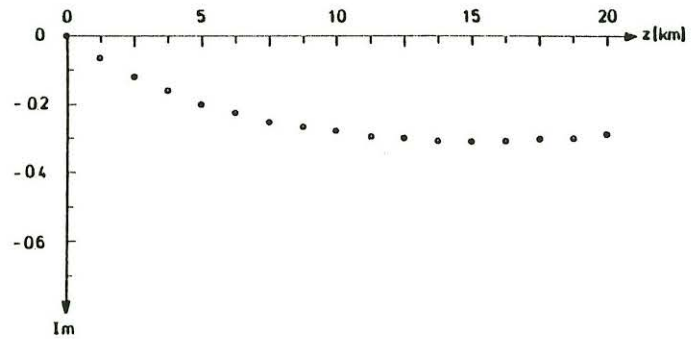
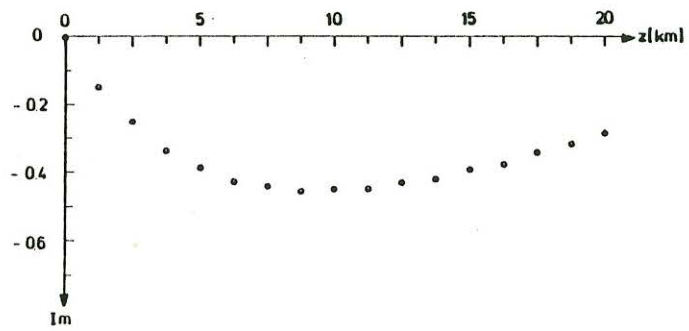
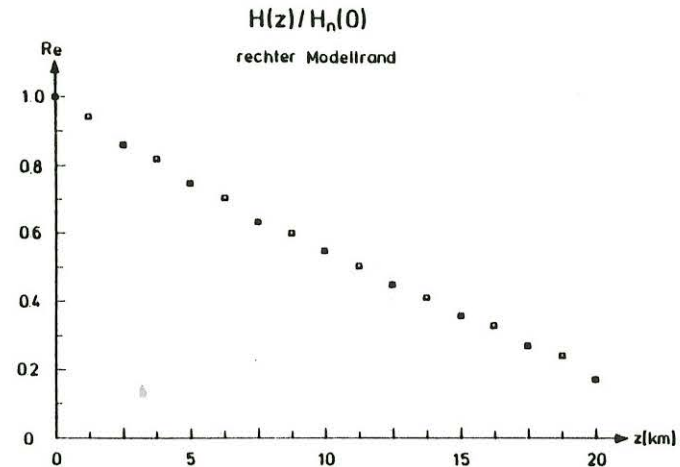
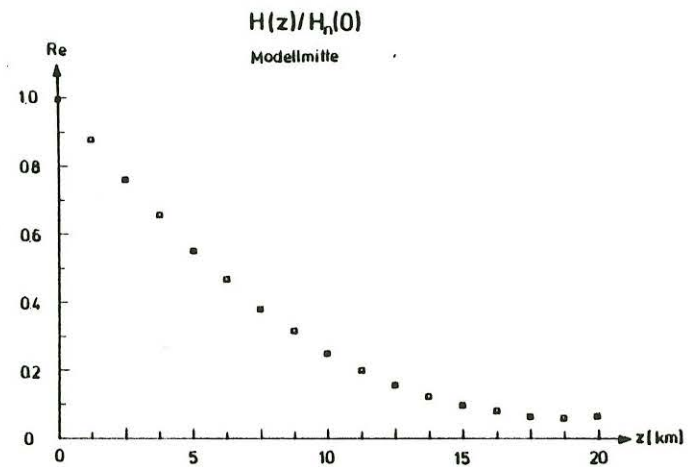
M.N. Berdichevskij u. V.I. Dmitriev: Distortion of magnetic and electric fields by near-surface lateral inhomogeneities. Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung. 12, pp. 241-245, 1977

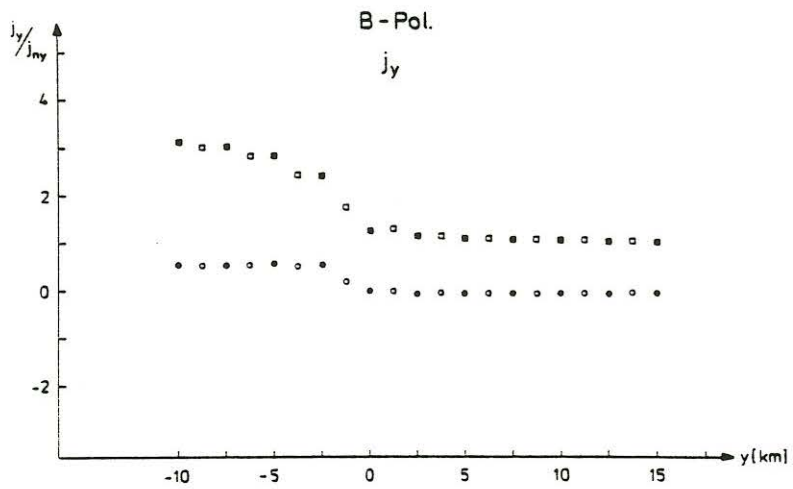
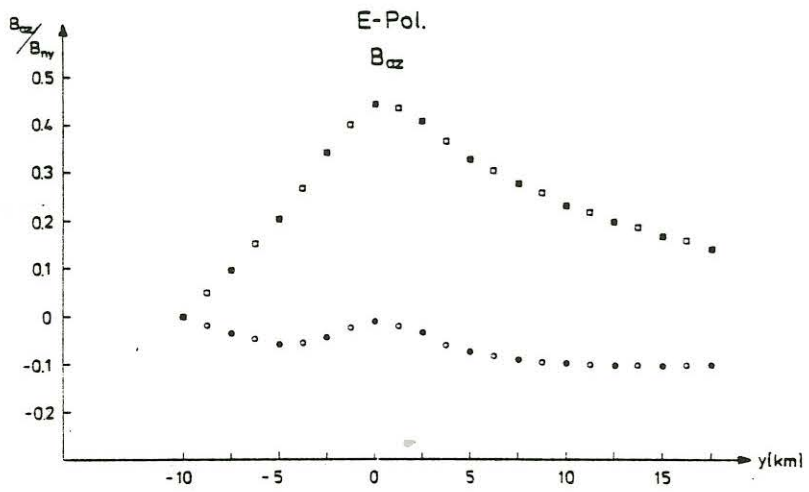
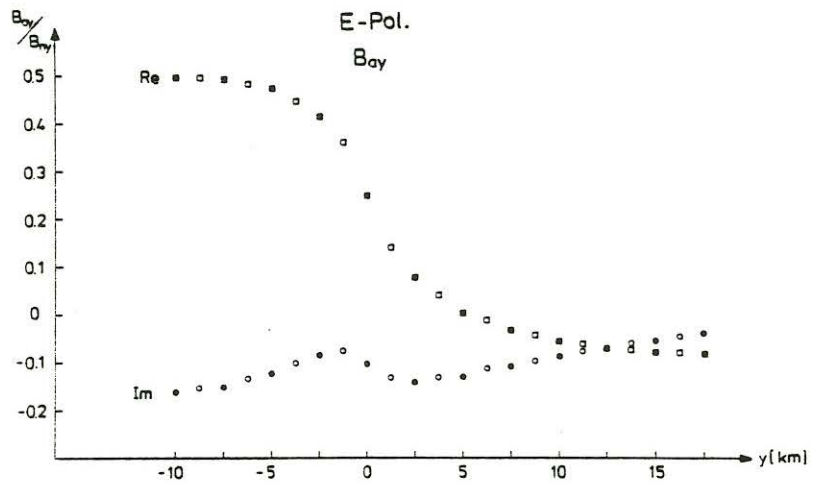
P. Weidelt: Entwicklung und Erprobung eines Verfahrens zur Inversion zweidimensionaler Leitfähigkeitsstrukturen in E-Polarisation. Hab. Math.-Nat. Fak. Univ. Göttingen, 1978

P. Weidelt: Modellrechnungen für die erdmagnetische Tiefenson-dierung. Skriptum zur Vorlesung, gehalten an der Univ. Göttingen, WS 1983/84









U. SCHMUCKER

Lokale Sq Analysen mit einem verbesserten Z/H Verfahren

1. Einleitung

Bekanntlich läßt sich - in der Abwesenheit von Leitfähigkeitsanomalien - aus der vertikalen Z-Komponente erdmagnetischer Variationen etwas über die Eindringtiefen C des Feldes in die leitfähige Erde aussagen. Dazu sind die Z-Variationen in Beziehung zu setzen zu den Variationen der horizontalen H-Komponenten. Soll die Bestimmung von C nach dem Z/H Verfahren mit nur an einem Ort beobachteten Variationen erfolgen, so sind vereinfachende Annahmen über die räumliche Struktur des induzierenden Feldes notwendig. Im Falle langsamer und tief eindringender Variationen wird dieses zweckmäßigerweise nach Kugelfunktionen entwickelt.

In der ursprünglichen Anwendung des Z/H Verfahrens auf Sq-Variationen wurde angenommen, daß sich das induzierende Feld durch jeweils nur eine Kugelfunktion für jede Harmonische genügend genau darstellen läßt. Die in diesem Beitrag vorgeschlagene Verbesserung besteht darin, eine zweite Kugelfunktion hinzuzufügen.

2. Grundlagen

In guter Näherung ist der erdmagnetische Tagesgang für eine feste (geographische) Poldistanz θ eine reine Funktion der Ortszeit T und als solche darstellbar als Summe harmonischer Schwingungen zur Grundperiode eines Sonnentages:

$$S(\theta, T) = \operatorname{Re} \sum_{m=1}^M S_m(\theta) e^{imT} .$$

Dabei ist S eine der magnetischen Feldkomponenten oder auch die Potentialfunktion U. Die Zeit ist im Winkelmaß gerechnet, so daß Ortszeit-Mitternacht dem Winkel 2π entspricht. Die Längenabhängigkeit (λ) der komplexen FOURIER Amplituden S_m in Weltzeit t ist mit $T=t+\lambda \exp(im \lambda)$, so daß die in der Entwicklung nach Kugelfunktionen auftretenden zugeordneten Kugelfunk-

tionen alle von der gleichen Ordnung m sind. Für die FOURIER Amplitude des Potentials etwa habe diese Entwicklung die Form

$$U_m(r, \theta) = R_E \sum_{n=m}^N a_n^m(r) P_n^m(\cos \theta)$$

mit R_E als Erdradius und $r \geq R_E$ als Abstand vom Erdmittelpunkt. Die Entwicklungskoeffizienten a_n^m sind dabei zu verstehen als Summen von äußeren (E) und inneren (I) Potentialanteilen:

$$a_n^m(r) = E_n^m \left(\frac{r}{R_E}\right)^n + I_n^m \left(\frac{R_E}{r}\right)^{n+1}$$

In der Entwicklung dominieren die Terme mit $n-m$ ungerade. Das aus ihnen gebildete Potential beschreibt das Feld von Stromsystemen, die symmetrisch zum Äquator sind und auf der Nord- und Südhalbkugel in entgegengesetzten Richtungen durchflossen werden, wie dies für den Tagesgang insbesondere während der Zeit der Tagundnachtgleiche zutrifft.

Als Beispiel für eine solche Entwicklung sei diejenige von PARKINSON (1977) für das IGY (1957/58) genannt. Sie basiert auf dem mittleren Tagesgang an 64 weltweit verteilten Observatorien während der Monate März/April und September/Okttober. Tabelliert sind die Koeffizienten $a_n^m(R_E)$ in Einheiten von 0.1 nT:

n/m	1		2		3	
1	-15	-29i				
2	186	-3	20	+25i		
3	1	+2	-92	19	-7	-11i
4	-44	3	2	4	14	-17
5			4	-11	-1	-2
6					0	3

3. Das alte Z/H Verfahren

In diesen bis $N = m+3$ geführten Reihen sind eindeutig die Terme mit $n = m+1$ am größten. Läßt man alle übrigen Terme weg, so erhält man den Potentialansatz für das ursprüngliche Z/H Verfahren,

$$(1) \quad U_m = R_E a_{m+1}^m P_{m+1}^m,$$

aus dem sich die Harmonischen der Feldkomponenten mit $P_{m+1}^m = f_{m+1}^m \sin^m \theta \cos \theta$ wie folgt ableiten ($r=R_E$):

$$B_{\theta, m} = - \frac{1}{R_E} \frac{\partial U_m}{\partial \theta} = - \frac{U_m}{R_E} \cdot \frac{m \cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$(2) \quad B_{\lambda, m} = - \frac{1}{R_E \sin \theta} \frac{\partial U_m}{\partial \lambda} = - \frac{U_m}{R_E} \cdot \frac{im}{\sin \theta}$$

$$B_{r, m} = - \frac{\partial U_m}{\partial r} = - \{ (m+1) E_{m+1}^m - (m+2) I_{m+1}^m \} P_{m+1}^m.$$

Bei der Differentiation nach λ ist die $\exp(im \lambda)$ -Abhängigkeit der FOURIER Amplituden berücksichtigt worden. In SCHMIDT'scher Normierung der P_m^n lautet der Normierungsfaktor

$$f_{m+1}^m = \frac{\sqrt{2(2m+1)!}}{2^m m!}$$

Die in den H-Komponenten auftretenden Summen $a_n^m(R_E) = E_n^m + I_n^m$ und die in der Z-Komponente auftretende Differenz dieser Koeffizienten enthält in ihrem Verhältnis zueinander eine Aussage über die Eindringtiefe im Verhältnis zum Erdradius:

$$C_n / R_E : = \frac{1}{n+1} \frac{E_n^m - \frac{n+1}{n} I_n^m}{E_n^m + I_n^m}$$

für alle $m = 0, 1, \dots, n$. Es läßt sich zeigen, daß die so definierte Eindringtiefe C_n für $|C_n| \ll R_E / (n+1)$ asymptotisch gegen einen von n unabhängigen Grenzwert C_0 strebt, zu verstehen als Eindringtiefe eines quasi-homogenen Feldes in einen leitfähigen Halbraum.

Einsetzen von C_n in (2) ergibt

$$B_r = - \frac{U_m}{R_E} \cdot (m+1)(m+2) \cdot C_{m+1} / R_E.$$

Daraus folgen als Bestimmungsgleichungen von C_n aus dem Z/H-Verhältnis

$$(3) \quad C_{m+1}/R_E = \frac{\text{im}}{\sin\theta(m+1)(m+2)} B_{r,m}/B_{\lambda,m}$$

$$C_{m+1}/R_E = \frac{m \cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta \cos\theta(m+1)(m+2)} B_{r,m}/B_{\theta,m}$$

Für eine konsistente Bestimmung muß die Zusatzbedingung

$$(4) \quad B_{\lambda,m}/B_{\theta,m} = \frac{\text{im} \cos\theta}{m \cos^2\theta - \sin^2\theta}$$

erfüllt sein. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall. Man kann aber ihre Erfüllung dadurch erreichen, daß man gedrehte "Sq-effektive" Koordinaten mit einer neuen "Sq-effektiven" Breite des Beobachtungsortes einführt. Näheres steht im Protokoll des Grafrath Kolloquiums 1974.

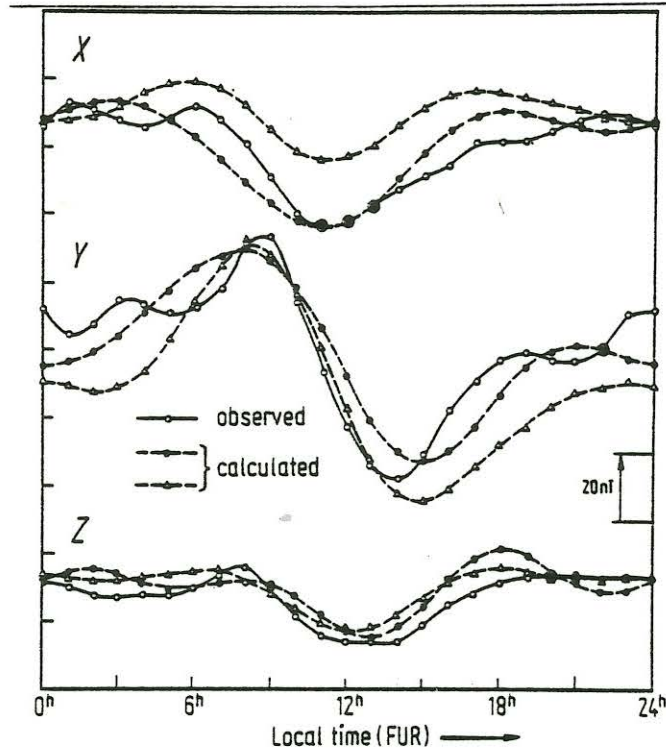
4. Das neue Z/H-Verfahren

In der praktischen Durchführung erwies sich die notwendige Koordinatentransformation oftmals als sehr künstlich. Auch waren insbesondere für $m=1$ und $m=2$ die berechneten Eindringtiefen nicht immer im Einklang mit den Ergebnissen anderer Verfahren. Es soll daher versucht werden, ein der wirklichen Struktur des Sq-Feldes besser angepaßtes Verfahren zu entwickeln. Wie bisher sollen dabei aber nur die Beobachtungen an einem Ort verwandt werden.

Man entnimmt der Koeffiziententabelle unmittelbar, daß die zur Kugelfunktion P_{m+3}^m gehörigen Terme relativ groß sind, insbesondere bei der Grundperiode $m=1$. Dies ist eine allgemeine Erfahrung. Sie wird von WINCH (1981) aus der Struktur der Windsysteme abgeleitet, die nach dem Dynamoprinzip die ionosphärischen Sq-Stromsysteme verursachen.

Die Abbildung soll zeigen, wie unzureichend die P_{m+1}^m -Terme alleine den Sq-Gang in mittleren Breiten wiedergeben. Dargestellt ist mit offenen Kreisen der beobachtete mittlere Tagesgang des Observatoriums Fürstfeldbruck für den Monat März 1958. Er wird verglichen mit dem errechneten Tagesgang, wenn man von den tabellierten a_n^m Koeffizienten entweder nur die-

jenigen mit $n = m+1$ benutzt (Dreiecke) oder alle Koeffizienten bis $n = m+3$.



Es versteht sich, daß der aus einer weltweiten Analyse abgeleitete Tagesgang den beobachteten nicht in allen Einzelheiten wiedergeben kann. Doch die Diskrepanz ist insbesondere für die Nordkomponente X unübersehbar, wenn nur jeweils ein Term für jede Harmonische verwendet wird. Offensichtlich reicht er nicht aus, um den Nulldurchgang dieser Komponente im Zentrum des Sq-Systems genau gering zu erfassen.

Die Übereinstimmung läßt sich verbessern, wenn man die Terme a_{m+3}^m hinzunimmt, für das Potential also den erweiterten Ansatz

$$(5) \quad U_m = R_E \cdot \{a_{m+1}^m P_{m+1}^m + a_{m+3}^m P_{m+3}^m\} = U_m^{(0)} \{1 + \beta_m g_m(\theta)\}$$

wählt. Hierin ist $U_m^{(0)} = R_E a_{m+1}^m P_{m+1}^m$ das Potential von Gl.(1),

$$\beta_m = a_{m+3}^m / a_{m+1}^m$$

das Verhältnis der Entwicklungskoeffizienten und

$$g_m(\theta) = \frac{P_{m+3}^m}{P_{m+1}^m} = \sqrt{\frac{2m+3}{3m+3}} \left(m + \frac{5}{2}\right) \cdot \left\{\cos^2\theta - \frac{3}{2m+5}\right\}$$

das Verhältnis der zugehörigen Kugelfunktionen mit

$$P_{m+3}^m = f_{m+3}^m \sin^m\theta \left\{\cos^3\theta - 3 \cos\theta / (2m+5)\right\} \quad \text{und}$$

$$f_{m+3}^m = \frac{\sqrt{(2m+3)!/3}}{2^m m!} \cdot \frac{2m+5}{2m+2}$$

in SCHMIDTScher Normierung. Außerdem gilt

$$\begin{aligned} g_m'(\theta) &= \frac{d P_{m+3}^m / d\theta}{d P_{m+1}^m / d\theta} = \\ &= \sqrt{\frac{2m+3}{3m+3}} \left(m + \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{m \cos^2\theta \left(\cos^2\theta - \frac{3}{2m+5}\right) - \sin^2\theta \left(3 \cos^2\theta - \frac{3}{2m+5}\right)}{m^2 \cos^2\theta - \sin^2\theta} \end{aligned}$$

Damit lassen sich die aus dem erweiterten Potentialansatz (4) abgeleiteten Feldkomponenten wie folgt schreiben:

$$B_{\theta,m} = - \frac{U_m^{(o)}}{R_E} \cdot \frac{m \cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta \cos\theta} \{1 + \beta_m g_m'(\theta)\}$$

$$(6) \quad B_{\lambda,m} = - \frac{imU_m^{(o)}}{R_E \sin\theta} \cdot \{1 + \beta_m g_m(\theta)\}$$

$$B_{r,m} = - \frac{U_m^{(o)}}{R_E} \cdot \left\{ (m+1)(m+2) C_{m+1} / R_E + \beta_m g_m(\theta) \cdot (m+3)(m+4) C_{m+3} / R_E \right\}$$

Der entscheidende Schritt des neuen Verfahrens besteht nun darin, die Eindringtiefen C_{m+1} und C_{m+3} gleichzusetzen. Auch wenn die Eindringtiefen des Tagesganges nur wenige 100 km betragen, ist dies keineswegs selbstverständlich, da ja für die 4. Harmonischen Kugelfunktionen bis zum Grad $n=7$ gebraucht werden. Trotzdem läßt sich die Voraussetzung $|C_n| \cdot (n+1) \ll R_E$ für

das asymptotische Verhalten der C_n aus der Erfahrung rechtfer-
tigen.

Indem also C_{m+1} und C_{m+3} durch ihre asymptotischen Werte
 C_0 ersetzt werden, erhält man in

$$(7) \quad C_0/R_E = \frac{\operatorname{im}\{1 + \beta_m g_m(\theta)\}}{\sin\theta\{(m+1)(m+2) + \beta_m g_m(\theta)(m+3)(m+4)\}} \cdot B_{r,m}/B_{\lambda,m}$$

$$C_0/R_E = \frac{(m \cos^2\theta - \sin^2\theta)\{1 + \beta_m g'_m(\theta)\}}{\sin\theta \cos\theta\{\dots\}} \cdot B_{r,m}/B_{\theta,m}$$

neue Bestimmungsgleichungen für die Eindringtiefen. Sie führen
nur dann auf identische Tiefen, wenn das gewählte Verhältnis β_m
der Potentialkoeffizienten die Zusatzbedingung

$$(8) \quad \beta_m = \frac{\operatorname{im} \cos\theta - B_{\lambda,m}/B_{\theta,m} \{m \cos^2\theta - \sin^2\theta\}}{g'_m(\theta) \{m \cos^2\theta - \sin^2\theta\} B_{\lambda,m}/B_{\theta,m} - \operatorname{im} g_m(\theta) \cos\theta}$$

erfüllt. Die Zusatzbedingung (4) des alten Z/H Verfahrens be-
zieht sich jetzt auf den Sonderfall $\beta_m = 0$. Da sie näherungs-
weise stets erfüllt ist, werden sich relativ kleine β_m -Verhält-
nisse ergeben. Trotzdem kann ihr Einfluß auf die neuen Tiefen-
bestimmungen erheblich sein, da sie im Nenner von Gl.(7) mit
dem Faktor $(m+3)(m+4)$ auftreten, für $m=1$ also mit dem Faktor 20.

5. Eine Anwendung des neuen Verfahrens

Es bieten sich zwei Möglichkeiten, die durch den hinzukommen-
den Potentialterm bestimmten Korrekturterme einzufügen. Man kann
aus dem örtlich bestimmten Verhältnis der H-Komponenten zuein-
ander β_m nach Gl.(8) so festlegen, daß sich aus beiden Z/H-Ver-
hältnissen die gleichen Eindringtiefen ergeben. Diese Möglich-
keit ist noch nicht ausprobiert worden. Oder aber man entnimmt
einer Kugelfunktionsentwicklung zu einer nach Sonnenstand und
Sonnenaktivität vergleichbaren Zeit einen global gültigen β_m -
Wert. Hierzu sei vermerkt, daß globale Analysen des Tagesganges
zu durchaus vergleichbaren Ergebnissen führen, wie folgende

Aufstellung von β_m -Verhältnissen zeigt:

m	Malin (57/58)	Winch (64/65)	Parkinson (57/58-E)
1	-0.26 -0.05i	-0.13 -0.03i	-0.24 +0.01i
2	-0.10 +0.04 ¹⁾	-0.06 +0.02	-0.07 0.11
3	-	-	-0.09 0.08

1)
nur aus äußeren Anteilen

Dabei beziehen sich die beiden ersten Analysen auf den mittleren Tagesgang des ganzen Jahres (ohne D-Tage), diejenige von Parkinson auf den der Äquinoktien. Bezüglich der für $m=1$ abweichenden β -Werte bei Winch ist zu bedenken, daß seine Analyse ein Minimum der Sonnenaktivität betrifft, wodurch sich die Amplitude des Tagesganges halbiert und sich möglicherweise auch seine räumliche Struktur gegenüber dem Sonnenfleckmaximum verändert.

BAHR (1985) hat nach dieser zweiten Methode den Tagesgang der Station "Rabenscheid" = RAB im Westerwald ausgewertet, und zwar nach Beobachtungen an 17 Tagen im Oktober 1982. Wegen dieser geringen Zahl von Tagen sind die Fehler in den Bestimmungen von C relativ groß. Die β_m -Werte hat er der globalen Analyse von Parkinson entnommen, mit geringfügigen Abweichungen gegenüber der obigen Tabelle und einem "extrapolierten" Wert für $m=4$.

Die folgende Tabelle enthält die resultierenden Eindringtiefen C in km, außerdem zum Vergleich diejenigen nach dem alten Z/H Verfahren und europäische Mittelwerte, die nach dem Z/Y Verfahren aus dem Tagesgang an 13 Observatorien während des IGY abgeleitet wurden. Die Zahlen in Klammern sind die Standardfehler der Absolutwerte |C|:

m	RAB (Z/H-alt)	RAB (Z/H-neu)	Europa (Z/Y)
1	455 -120i	775 -110i (180)	750 -155i (35)
2	405 -165	525 -330 (120)	565 -320 (25)
3	190 -235	420 -295 (140)	405 -295 (35)
4	110 - 35	270 -190 (80)	365 -215 (50)

Es ergeben sich aus allen drei Analysen konsistente Schätzwerte von C, soweit es ihre Phase und Frequenzabhängigkeit betrifft. Während sich aber für die Station im Westerwald nach dem alten Z/H Verfahren (nach Transformation auf Sq-effektive Koordinaten) deutlich abweichende Eindringtiefen vom europäischen Mittelwert ergeben, werden diese eine Anomalie des inneren Anteils vortäuschenden Unterschiede durch die Hinzunahme eines zweiten Potentialkoeffizienten praktisch ausgelöscht. Die so erzielbare Übereinstimmung mit einem regional gültigen Mittelwert deutet an, daß im vorliegenden Falle das neue Verfahren zu konsistenten Bestimmungen der Eindringtiefen führt.

Literatur

- K. Bahr: Magnetotellurische Messung des elektrischen Widerstandes der Erdkruste und des oberen Mantels in Gebieten mit lokalen und regionalen Leitfähigkeitsanomalien. Dissertation, Göttingen, 1985 .
- W.D. Parkinson: An analysis of the geomagnetic diurnal variation during the International Geophysical Year. Bureau of Mineral Resources, Geology and Geophysics (Dept. National Resources Canberra/Australien), Bulletin 173, (1977) .
- U. Schmucker: Erdmagnetische Tiefensondierung mit langperiodischen Variationen. Protokoll Kolloquium Erdmagn. Tiefensondierung Grafrath (1974), 313 .
- D.E. Winch: Spherical harmonic analysis of geomagnetic tides, 1964-1965. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A 303 (1981), 1 .

Die in den Tabellen des letzten Abschnitts aufgeführten Zahlenwerte entstammen der Tabelle 2 in Sektion 4.1.1 und der Tabelle 7 in Sektion 4.2.2 des Teilbandes 2b (Geophysik), Landolt-Börnstein - Neue Serie, Springer-Verlag (1985).

U. SCHMUCKER

Erfahrungen mit magnetischen Untertageregistrierungen

Schon im Protokoll zum Goslar-Kolloquium 1965 findet sich ein Beitrag von J. MEYER, in dem er auf die Möglichkeit hinweist, Registrierungen des tellurischen Feldes zum Zwecke einer MT Sondierung durch solche der Vertikalgradienten erdmagnetischer Variationen zu ersetzen. Grundlage ist das AMPERESche Durchflutungsgesetz

$$\int_{(F)} \underline{B} \cdot \underline{ds} = \mu_0 \int_F \sigma \underline{E} \cdot \underline{df} \quad .$$

In differentieller Schreibweise für kartesische Koordinaten (z positiv nach unten) lautet es

$$(1) \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_y, \quad \frac{\partial B_y}{\partial z} = - \mu_0 \sigma E_x,$$

wenn Ableitungen der im wesentlichen anomalen Z-Komponente bezüglich x und y weggelassen werden.

Dem Durchflutungsgesetz entnimmt man den unmittelbaren Vorteil des Vertikalgradientenverfahrens. Während das tellurische Feld möglicherweise durch örtliche Leitfähigkeitsanomalien stark verändert wird, findet im Magnetfeld eine Integration über die induzierten Ströme in einem auch seitlich ausgedehnten Tiefenbereich statt.

Gl.(1) zeigt aber auch einen schwerwiegenden Nachteil des Verfahrens. Um nämlich bei der Bestimmung der Impedanz das tellurische Feld durch $\partial B_{x,y}/\partial z$ ersetzen zu können, muß man die Leitfähigkeit σ in dem betreffenden Tiefenbereich kennen. Man könnte zwar über das FARADAYSche Gesetz auch ein tellurisches Vertikalgradientenverfahren formulieren, das die Kenntnis von σ nicht erfordert, doch ist eine experimentelle Bestimmung von $\partial E_{x,y}/\partial z$ wohl aussichtslos.

Diejenige von $\partial B_{x,y}/\partial z$ ist schwierig genug und vermutlich erst dreimal versucht worden, von HARDAM (1974) und R. MEYER (1986) im Erzbergbauggebiet von Salzgitter sowie von BABOUR und MOSNIER (1980) im elsässischen Kalibergbauggebiet. In diesen

Experimenten wurden erdmagnetische Pulsationen und Variationen gleichzeitig übertage (B^+) und untertage (B^-) im Bergwerk aufgezeichnet, und zwar in Tiefen $z = d$ zwischen 600 m und 1000 m unter der jeweiligen Oberfläche.

Da Hardam noch mit analogen Aufzeichnungsgeräten arbeiten mußte, war eine genaue Synchronisation der Über- und Untertage-registrierungen schwierig. Seine Phasenbestimmungen zwischen B^- und B^+ sind daher relativ unsicher, doch gelang es Hardam, den Skineffekt in der Amplitudenabnahme von B^- gegenüber B^+ sicher nachzuweisen.

R. Meyer konnte mit digitaler Aufzeichnung wohl zum ersten Mal eine vollständige Korrelationsanalyse zwischen B^- und B^+ ausführen, dargestellt durch eine 2×2 Matrix A von "Skineffekt-Übertragungsfunktionen" a_{ij} :

$$(2a) \quad \underline{B}^- = \underline{A} \cdot \underline{B}^+$$

mit $\underline{B} = (B_x, B_y)^T$. Außerdem hatte R. Meyer an der Übertagestation auch für eine Registrierung des tellurischen Feldes gesorgt und konnte so zusätzlich die Impedanz Z des Oberflächenfeldes aus

$$(2b) \quad \underline{E} = \underline{Z} \underline{B}^+$$

ableiten. Dies gab die Möglichkeit, eine aus dem Skineffekt abgeleitete Impedanz mit derjenigen der Magnetotellurik zu vergleichen.

Babour und Mosnier umgingen das Problem einer exakten Synchronisation, indem sie sofort die Differenz ($B^+ - B^-$) aufzeichneten, diese allerdings nur mit dem durch den Rheingraben bewirkten anomalen Anteil von B^+ in Beziehung setzten. Ihre Ergebnisse sind also nicht unmittelbar für eine Tiefensondierung geeignet.

Sind, wie im Falle von R. Meyers Experiment, sowohl der Skineffekt wie auch die Impedanz bestimmt worden, so kann die Auswertung in folgender Weise geschehen. Dabei sei vorausgesetzt, daß sich die Rechnungen auf optimal gedrehte Koordinaten beziehen, für die $|Z_{xx} + Z_{yy}|$ minimal ist.

Zunächst sei angenommen, daß das oberflächlich gemessene tellurische Feld sich unverändert bis in die Tiefe z fortsetzt. Bezeichnet dann $\tau = \int_0^d \sigma dz$ die tiefenintegrierte Leitfähigkeit zwischen den beiden $^{\circ}$ Stationen, sozusagen den "Leitwert des Deckgebirges", so ergibt die Integration der Gln.(1)

$$(3a) \quad B_x^- - B_x^+ = \mu_0 \tau E_y, \quad B_y^- - B_y^+ = -\mu_0 \tau E_x.$$

Indem \underline{B}^- und \underline{E} noch nach Gl.(2) auf B^+ bezogen werden, erhält man in

$$(3b) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \underline{A} \right\} = \mu_0 \tau \underline{Z}$$

eine Umrechnungsformel, um - wenn τ bekannt ist - die Impedanzen Z_{ij} aus den Skineffekt-Übertragungsfunktionen a_{ij} zu errechnen. Ist aber wie im vorliegenden Fall Z vorgegeben, so kann Gl.(3) auch dazu dienen, den Leitwert τ des Deckgebirges zu bestimmen. Dabei sollten sich, falls die Voraussetzung eines konstanten tellurischen Feldes zutrifft, reelle und frequenzunabhängige Leitwerte ergeben.

Diese Erwartungen werden durch die von R. Meyer angegebenen Übertragungsfunktionen erfüllt, zumindest im Rahmen der Fehlergrenzen, wenn man sich auf die Diagonalelemente von A und die Nebendiagonalelemente von Z beschränkt. Diese Elemente würden allein den Skineffekt und die Impedanz beschreiben, wenn die Leitfähigkeitsstruktur ein- oder zweidimensional wäre. Sie ergeben die folgenden τ -Werte (in Siemens):

Frequenz	$\tau_{xy} = \frac{1 - a_{yy}}{\mu_0 Z_{xy}}$	$\tau_{yx} = \frac{1 - a_{xx}}{-\mu_0 Z_{yx}}$
1.0 cpm	114 - 69i	197 + 1i
1.5	94 - 22	202 42
2.0	97 - 18	216 26
2.5	106 - 28	213 -28
3.0	119 - 42	207 -54
3.5	145 - 73	237 -86
4.0	196 -112	240 -65 .

Offensichtlich bestehen konsistente Unterschiede je nach Polarisationsrichtung, wobei die τ_{yx} -Werte im Verhältnis kleinere Imaginärteile besitzen und, wie noch gezeigt wird, als zur B-Polarisation gehörig dem wirklichen Leitwert näher sind. Als Mittelwert der Realteile von τ_{yx} erhält man 216 S, woraus sich für das Deckgebirge eine mittlere Leitfähigkeit von $\bar{\sigma} = 216/600 = 0.36\text{S/m}$ errechnet, ein für die durchteuften jungmesozoischen Sedimente plausibler Wert.

Man könnte nun die Rechnung wiederholen, indem man $\bar{\sigma}$ einer homogenen Schicht zwischen $z=0$ und $z=d$ zuordnet und voraussetzt, daß für $z>d$ die Leitfähigkeit zumindest eine reine Funktion der Tiefe ist. Sie braucht hier aber nicht bekannt zu sein. Aus den Fortsetzungsformeln für quasi-homogene Felder in geschichteten Halbräumen läßt sich dann eine verbesserte Näherung für den Zusammenhang des Über- und Untertagefeldes ableiten (Scripps Bulletin Formel 5.48). Sie lautet

$$(4) \quad \begin{aligned} B_x^- - \cosh(Kd) B_x^+ &= K \sinh(Kd)/i\omega \cdot E_y \\ B_y^- - \cosh(Kd) B_y^+ &= -K \sinh(Kd)/i\omega \cdot E_x \end{aligned}$$

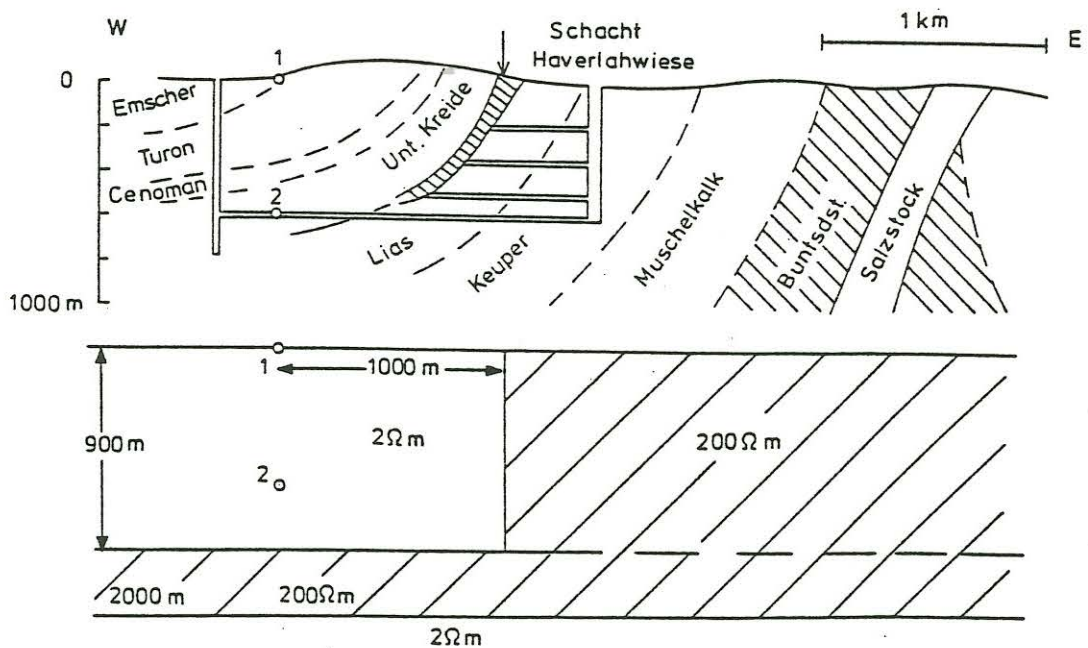
mit $K = \sqrt{i\omega\mu_0\bar{\sigma}}$.

Für $|K|d \ll 1$, wenn also für die betrachtete Frequenz die Skintiefe im Vergleich zu d groß ist, wird wieder die Näherung (3) gültig. Hier beträgt für die höchste Frequenz von 4 cpm die Skintiefe 3.2 km, ist also groß im Vergleich zu 600 m, so daß eine verbesserte Bestimmung von $\bar{\sigma}$ aus (4) nicht viel bringen sollte.

Außerdem verbleibt die Diskrepanz zwischen den τ_{xy} - und τ_{yx} -Werten. Sie besagt, daß in einer mindestens zweidimensionalen Struktur die Tiefenabhängigkeit des tellurischen Feldes in den beiden Polarisierungen durchaus verschieden ist. Eine Korrektur mittels eines 1D-Modells würde die Diskrepanz nicht aufheben.

Anhand eines einfachen 2D-Modells soll gezeigt werden, wie man sich die beobachtete Anisotropie des Skineffektes erklären kann. Das von R. Meyer benutzte Bergwerk liegt in unmittelbarer Nähe des Salzgitterer Hauptsattels, in dessen Kern ältere

und vergleichsweise schlecht-leitende mesozoische Schichten zutage treten. Die Stationen sind nur 1 km von der steil aufgerichteten Trias an der westlichen Sattelflanke entfernt, so daß mit einer deutlichen lateralen Leitfähigkeitsänderung in den Deckschichten zu rechnen ist. Fließen induzierte Ströme parallel zum Sattel nach Norden (x-Richtung), so ist ein dem eindimensionalen Fall sehr ähnlicher Skineffekt zu erwarten. Fließen die Ströme nach Osten (y-Richtung) und damit auf den schlecht-leitenden Sattelkern zu, so werden sie schon im Bereich der Untertagestation in größere Tiefen abtauchen. Dadurch wird der magnetische Skineffekt abgeschwächt, derjenige im tangentialen elektrischen Feld aber erhöht, da ja eine tellurische Vertikalkomponente hinzukommt.



Im Modell (s. Abb.) erhalten die Kreide- und Juraschichten zwischen den Beobachtungsstationen "1" und "2" einen spez. Widerstand von $2 \Omega\text{m}$, so daß der Leitwert des durchteuften Deckgebirges 300 S beträgt gegenüber dem errechneten mittleren Leitwert $\tau_{yx} = 216 \text{ S}$. Diese Erhöhung soll die nicht berücksichtigte Tiefenabhängigkeit von E_y ausgleichen. Die Trias-Schichten im Sattelkern und von 900 bis 2900 m Tiefe unter den Stationen erhalten $200 \Omega\text{m}$. Es folgt ein Halbraum von $2 \Omega\text{m}$. Diese Widerstandsverteilung ist dem $\rho^* - z^*$ Profil für E-Polarisation

angepaßt und erklärt die oberflächlich an der Station "1" beobachteten Impedanzen Z_{xy} . Der Sattelkern wird vereinfachend durch einen rechteckigen Block wiedergegeben. Das ganze Modell ist symmetrisch bezüglich einer Mittellinie am rechten Rand.

Wie die folgende Tabelle zeigt, ergibt dieses Modell die richtigen Impedanzen zwischen 1 und 4 cpm für beide Polarisationsrichtungen, was angesichts der starken Anisotropie der Impedanz für die grundsätzliche Richtigkeit des Modells spricht. Tabelliert sind nicht die Impedanzen, sondern die Eindringtiefen in km, ρ^* -Werte in Ohm \cdot m, und zwar jeweils zuerst die Modellwerte und darunter in Klammern die aus den Beobachtungen an der Station "1" abgeleiteten Werte. Zur Orientierung ist ganz links die 1D Eindringtiefe C_0 hinzugefügt.

f	C_0	$C_{xy} = Z_{xy}/i\omega$	ρ^*	$C_{yx} = -Z_{yx}/i\omega$	ρ^*
1 cpm	4.03 -3.33i	4.13 -3.54i (4.16 -3.28i)	3.3	1.16 -.69i 1.34 -.74i)	0.12
2	2.89 -2.65	2.87 -3.11 (3.17 -2.63	5.1 3.6	0.75 -.51 1.10 -.59)	0.13
3	2.29 -2.33	2.23 -2.46 (2.59 -2.34	4.8	0.69 -.46 0.97 -.52)	0.17
4	1.90 -2.10	1.64 -1.77 (2.20 -2.15	3.3	0.64 -.42 0.89 -.47)	0.19

Es folgen die berechneten und (in Klammern) die beobachteten 2D Skineffekte für das Magnetfeld am Ort der Untertagestation "2". Zur Ergänzung werden anschließend die berechneten Skineffekte des tellurischen Feldes aufgeführt. In den ersten Spalten stehen wieder die 1D Skineffekte zum Vergleich. Tabelliert sind die mit 1000 multiplizierten Verhältnisse $F(2)/F(1)$ der Felder unter- und übertage.

	1D	2D E-Pol.	2D B-Pol.
f	$B_n(2)/B_n(1)$	$B_y(2)/B_y(1)$	$B_x(2)/B_x(1)$
1 cpm	869 -148i	883 -135i (909 - 30)	971 -42i 982 -30)
2	792 -206	814 -204 (907 - 59)	954 -65 976 -46)
3	727 -239	753 -292 (848 - 65)	940 -82 947 -47)
4	672 -258	699 -265 (721 - 65)	928 -97) 925 -66)
	$E_n(2)/E_n(1)$	$E_x(2)/E_x(1)$	$E_y(2)/E_y(1)$
1	912 -62i	934 -17i	703 -176i
2	888 -81	930 -20	617 -202
3	872 -97	934 - 7	559 -217
4	860 -112	941 - 8	521 -230 .

Wie erwartet unterscheidet sich der magnetische Skineffekt für E-Polarisation nur unwesentlich vom 1D Fall, im tellurischen Feld ist er jedoch vergleichsweise deutlich abgeschwächt. Für B-Polarisation wird in dem verschwindenden magnetischen und dem verdoppelten tellurischen Skineffekt das Abtauchen der induzierten Ströme sichtbar. Die so entstehende Anisotropie des Skineffekts entspricht den Beobachtungen. Insbesondere für B-Polarisation wird der reduzierte magnetische Skineffekt durch das Modell sehr gut wiedergegeben. Für E-Polarisation ist der beobachtete Skineffekt zu klein und die Phase stimmt auch nicht. Der experimentelle Meßfehler sollte bei 0.5% liegen entsprechend einer Phasenauflösung von 1/4 Grad.

Zum Abschluß werden nach Gl.(3) mit den Modellwerten Leitwerte für das durchteufte Deckgebirge berechnet, also unter der Annahme eines tiefenunabhängigen tellurischen Feldes innerhalb eines Deckgebirges:

$$\tau_{xy} = \frac{1 - B_y(2)/B_y(1)}{i\omega\mu_0 C_{xy}}, \quad \tau_{yx} = \frac{1 - B_x(2)/B_x(1)}{i\omega\mu_0 C_{yx}} .$$

In der ersten Spalte steht wieder der aus den 1D-Werten berechnete Leitwert $\{1 - B_n(2)/B_n(1)\}/i\omega\mu_0 C_0$ zum Vergleich. Es ergeben sich folgende Leitwerte in Siemens:

f	$\tau - 1D$	τ_{xy}	τ_{yx}
1	287 -10i	250 - 1i	286 -19i
2	283 -14	247 +21	334 - 6
3	281 -16	264 +10	310 -13
4	279 -19	316 - 8	299 -17

Sie erweisen sich als im wesentlichen reell und frequenzunabhängig. Für B-Polarisation erhält man nahezu den richtigen Wert von 300 S, für E-Polarisation deutlich geringere Werte, was den Beobachtungen entspricht.

Die bisherigen Rechnungen konzentrieren sich ganz auf die dominierenden Diagonalelemente der Skineffekt-Matrix und die Nebendiagonalelemente der Impedanz. Nun liegt das benutzte Bergwerk gerade dort, wo der Salzgitterer Hauptsattel nach Westen umbiegt. Die Leitfähigkeitsstruktur sollte also deutlich dreidimensional sein. Tatsächlich werden auch signifikante Nebendiagonalelemente in A und Diagonalelemente in Z beobachtet.

Es ist versucht worden, sie in ähnlicher Weise aufeinander zu beziehen, indem man nach Gl.(3b) die Leitwerte

$$\tau_{xx} = - a_{yx}/\mu_0 Z_{xx}, \quad \tau_{yy} = + a_{xy}/\mu_0 Z_{yy}$$

berechnet. Dieser Versuch ist gänzlich fehlgeschlagen. Es ergaben sich stark variierende und stets komplexe Leitwerte, teilweise sogar mit negativem Realteil.

Erfahrungen und Ausblick: Das von R. Meyer durchgeführte Bergwerksexperiment ergab einen nach Amplitude und Phase nachweisbaren Skineffekt für Pulsationen, der sich - wie zu fordern - mit wachsender Frequenz stetig vergrößert. Nimmt man die oberflächlich gemessenen Impedanzen hinzu, so läßt sich unter vereinfachenden Annahmen ein Leitwert für die durchteuften Deckschichten (200-300 S) angeben, der den zu erwartenden in-situ Widerständen (2-3 Ω m) entspricht.

Unter den gegebenen Umständen erwies sich der Skineffekt als richtungsabhängig entsprechend der beobachteten Anisotropie der Impedanz. Es läßt sich aber ein 2D Modell angeben, das die beobachteten Felder über- und untertage als Funktion der Frequenz richtig wiedergibt. Dies bedeutet, daß die oberflächlich gemessenen tellurischen Felder tatsächlich repräsentativ sind, wenigstens bis zur Tiefe der Untertage-Station (600 m). Diese Aussage ist aber nur gültig für diejenigen tellurischen Feldanteile, die sich auf die jeweils orthogonalen Magnetfelder beziehen lassen, dargestellt durch die Tensorelemente Z_{xy} und Z_{yx} in optimal gedrehten Koordinaten.

Es ist nicht gelungen, den durch die verbliebenen Diagonalelemente Z_{xx} und Z_{yy} beschriebenen tellurischen Feldanteil im magnetischen Skineffekt wiederzufinden. Möglicherweise besitzt dieser Feldanteil eine kompliziertere Tiefenabhängigkeit von ganz lokalem Charakter, was durch 3D Modelle geprüft werden müßte.

Betrachtet man diese Ergebnisse in Hinblick auf das Tiefbohrprogramm, so ist festzustellen, daß die Untertagemessungen keine verbesserte Bestimmungen der Impedanz erbrachten. Sie haben aber wohl zum ersten Mal gezeigt, daß die aus dem tellurischen Oberflächenfeld abgeleiteten Erdströme tatsächlich in der erwarteten Stärke und Phase existieren, zumindest bis zur Tiefe der Untertagestation. Bohrungen würden, im Unterschied zu Bergwerken, eine kontinuierliche Messung des Skineffekts als Funktion der Versenkungstiefe des Untertage-Magnetometers ermöglichen. Hierzu gibt es eine ausführliche Studie von STEVELING (1982). Möglicherweise könnte man sogar eine echte Gradientenmessung durch Versenkung beider Magnetometer vornehmen und sich so von unerwünschten Oberflächeneffekten be-

freien. Diese Möglichkeit ist von HAAK (1986) untersucht worden.

Ergänzend seien hier zwei einfache Abschätzungen für den zu erwartenden Skineffekt in tiefen Bohrungen vorgenommen, wenn in einer Tiefe h entweder ein vergleichsweise sehr guter oder sehr schlechter Leiter erwartet wird. Der Vergleich bezieht sich auf die Leitfähigkeit σ einer homogenen Deckschicht der Mächtigkeit h . Gemessen wird in einer Tiefe z_1 und einer Tiefe $z_2 = z_1 + d < h$ innerhalb dieser Schicht.

Für den Fall eines sehr guten Leiters für $z \geq h$ ist die Eindringtiefe für $z < h$ näherungsweise

$$C(z) = \tanh \{K(h-z)\} / K$$

mit $K^2 = i\omega\mu_0\sigma$. Die Skineffektgleichung (4) lautet also

$$B(z_2)/B(z_1) = \cosh(Kd) - \sinh(Kd) \cdot \tanh\{K(h-z_1)\} .$$

Der Skineffekt des Magnetfeldes ist in diesem Fall besonders klein, da ja die induzierten Ströme vorzugsweise unterhalb der Deckschicht fließen. Ist $|K|(h-z_1) \ll 1$, so wird daraus

$$B(z_2)/B(z_1) = 1 - i\omega\mu_0\sigma d (h-z_1) .$$

Der Skineffekt besteht dann also in einer reinen Phasendrehung des Magnetfeldes um den Winkel $\phi = \omega\mu_0\sigma d (h-z_1)$, der proportional zur Frequenz und zur Leitfähigkeit anwächst. Für eine Bohrung im Kristallin mit $\sigma=10^{-3}$ S/m, $h-z_1=10$ km und $d=1$ km etwa würde der in Grad gemessene Winkel $4.5 f$ betragen, für $f = 0.1$ Hz also nur kaum meßbare 0.45 Grad.

Im gegenteiligen Fall eines sehr schlechten Leiters in $z \geq h$ gilt die Näherung

$$C(z) = (\tanh \{K(h-z)\} \cdot K)^{-1}$$

und somit

$$B(z_2)/B(z_1) = \cosh(Kd) - \sinh(Kd) / \tanh\{K(h-z_1)\} \approx 1 - \frac{d}{h-z_1} .$$

Der Skineffekt bezüglich des Magnetfeldes ist jetzt besonders groß, da die Ströme sich auf die durchteufte Deckschicht konzentrieren. Er besteht für $|K|(h-z_1) \ll 1$ in einer reinen Ampli-

tudenreduktion, unabhängig von Frequenz und Leitfähigkeit. Im obigen Beispiel würde sie 10% betragen, also gut meßbar sein. In jedem Falle aber läßt sich die gesuchte Tiefe h in einfacher Weise aus der Meßgröße $B(z_2)/Bz_1$ ableiten.

Literatur

- K. Babour und J. Mosnier: Direct determination of the characteristics of the currents responsible for the geomagnetic anomaly of the Rhinegraben. Geophys. J. 60 (1980), 327 .
- V. Haak: Ein vertikales magnetotellurisches Profil. In: Geophysikalische Schlüsselexperimente im kontinentalen Tiefbohrprogramm. Forschungskollegium Physik des Erdkörpers. Institut für Geophysik der Univ. Bochum, 1986 .
- W. Hardam: Direkter Nachweis des Skineffekts anhand von Aufzeichnungen erdmagnetischer Pulsationen über und unter Tage. Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1974 .
- J. Meyer: Übertragung des Cagniardschen Verfahrens auf den Fall der Beobachtung nur magnetischer Größen. Protokoll Symposium "Erdmagnetische Tiefensondierung", Goslar (1965), 133.
- R. Meyer: Direkter Nachweis des Skineffekts. Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1986.
- E. Steveling: Vertikale Gradientensondierung erdmagnetischer Variationen in einem Bohrloch. Studie zum "Kontinentalen Tiefbohrprogramm". Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1982 .

P. Weidelt

Charakterisierung von MT-Impedanzen für eindimensionale Leiter

Wir betrachten die folgende Frage:

Gegeben sind für M paarweise verschiedene Frequenzen $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ die scheinbaren Widerstände ρ_{aj} und die Phasen φ_j , $j = 1, \dots, M$, oder auch

$$c_j := \sqrt{\frac{\rho_{aj}}{\omega_j \mu_0}} \exp \left[-i \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) \right] = : g_j - i h_j, \quad j = 1, \dots, M. \quad (1)$$

Welche Bedingungen zwischen den Daten sind notwendig und hinreichend für die Existenz eines eindimensionalen Leitfähigkeitsmodells?

Für einen vorgegebenen Datensatz (ω_j, c_j) , $j = 1, \dots, M$, sind notwendige Bedingungen (z.B. $0 \leq \varphi_j \leq \pi/2$) diagnostisch, wenn mindestens eine Bedingung verletzt ist, da dann mit Sicherheit kein 1D-Modell existiert. Umgekehrt sichert die Erfüllung aller notwendigen Bedingungen noch nicht die Existenz eines 1D-Modells. Hinreichende Bedingungen sind diagnostisch, wenn sie alle erfüllt sind; denn dann existiert mit Sicherheit ein 1D-Modell. Umgekehrt kann aus der Verletzung einer nur hinreichenden Bedingung noch nicht auf die eindimensionale Inkonsistenz des Datensatzes geschlossen werden. Das wäre nur dann zulässig, wenn die hinreichenden Bedingungen auch notwendig sind. In diesem Fall geben sie eine Charakterisierung der für 1D-Modelle zugelassenen Datensätze. - Auf die obige Frage sind bisher drei Antworten gegeben worden, die im folgenden ohne Beweis wiedergegeben werden sollen.

Antwort I (Parker 1980):

Notwendig und hinreichend für die Existenz eines 1D-Modells ist, daß sich c_j darstellen läßt durch

$$c_j = a_0 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{b_n + i\omega_j}, \quad j = 1, \dots, M \quad (2)$$

mit $a_0 \geq 0, a_n > 0, b_n \geq 0, N \geq 0$.

Anmerkung: Praktisch wird der Konsistenztest dadurch ausgeführt, daß man eine (große) Zahl $N' \gg M$ und eine Folge $0 \leq b'_1 < b'_2 < \dots < b'_{N'}$, vorgibt und mit Hilfe quadratischer Programmierung [z.B. mit dem Programm NNLS von Lawson & Hanson (1974)] die nicht-negativen Zahlen a_0 und $a'_k, k=1, \dots, N'$ so bestimmt, daß die Summe der mit den inversen Varianzen $1/s_j^2$ bewichteten Residuenquadrate

$$Q := \sum_{j=1}^M \frac{1}{s_j^2} \left| c_j - a_0 - \sum_{k=1}^{N'} \frac{a'_k}{b'_k + i\omega_j} \right|^2 \quad (3)$$

möglichst klein wird. Höchstens $2M$ der Zahlen a'_k sind positiv. Es sei Q_{\min} der Minimalwert von Q . Wenn $Q_{\min} = 0$, führt (3) unter Beibehaltung der N' positiven a'_k auf (2). Wenn diese Darstellung $2M$ oder mehr positive Konstanten enthält, ist sie nicht eindeutig und kann insbesondere auf zwei verschiedene kanonische Darstellungen mit genau $2M$ Koeffizienten komprimiert werden (Weidelt 1985). Partialbruchdarstellungen vom Typ (2) lassen sich physikalisch als eine Folge dünner Schichten interpretieren (Parker 1980, Parker & Whaler 1981). - Die eigentliche Bedeutung der Minimierung von (3) liegt jedoch nicht im Konsistenztest sondern in der Konstruktion eines bestpassenden 1D-Modells.

Zur Vereinfachung soll für das Folgende nur der reguläre Fall angenommen werden, in dem für den Datensatz (ω_j, c_j) eine Darstellung vom Typ (2) mit mindestens $2M$ positiven Konstanten existiert. Im entarteten Fall enthält (2) weniger als $2M$ positive Konstanten. Es existiert dann nur ein einziges mit den Daten verträgliches 1D-Modell.

Antwort II (Weidelt 1986):

Definiert man mit g_j und h_j aus (1)

$$\alpha_{kj} := (-\omega_j^2)^k / \prod_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^M (\omega_\ell^2 - \omega_j^2), \quad (4)$$

$$\beta_{2k} := \sum_{j=1}^M \alpha_{kj} h_j / \omega_j \quad \left. \vphantom{\sum_{j=1}^M} \right\} \quad k = 0, \dots, M-1 \quad (5a)$$

$$\beta_{2k+1} := \sum_{j=1}^M \alpha_{kj} g_j \quad (5b)$$

und bildet damit die symmetrischen Determinanten der Ordnung k ,

$$\Delta_k^{(i)} := \begin{vmatrix} \beta_i & \beta_{i+1} & \dots & \beta_{i+k-1} \\ \beta_{i+1} & \beta_{i+2} & \dots & \beta_{i+k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{i+k-1} & \beta_{i+k} & \dots & \beta_{i+2k-2} \end{vmatrix} = \det(\beta_{i+m+n-2}),$$

$m, n = 1, \dots, k$, so gilt:

Notwendig und hinreichend für die Existenz eines regulären eindimensionalen Leitfähigkeitmodells sind die $2M$ Vorzeichenbedingungen

$$\Delta_k^{(i)} > 0, \quad i = 0, 1 \text{ und } k = 1, \dots, M. \quad (6)$$

Anmerkung: Die Bedingungen (6) lauten explizit

a) für $M = 1$:

$$h_1 / \omega_1 > 0, \quad g_1 > 0; \quad (7a,b)$$

b) für $M = 2$:

$$k = 1: \quad \frac{h_2 / \omega_2 - h_1 / \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} < 0, \quad \frac{g_2 - g_1}{\omega_2 - \omega_1} < 0, \quad (8a,b)$$

$$k = 2 : \left| \frac{c_2 - c_1}{\omega_2 - \omega_1} \right|^2 < \frac{h_1 h_2}{\omega_1 \omega_2}, \quad \left| \frac{\omega_2 c_2 - \omega_1 c_1}{\omega_2 - \omega_1} \right|^2 < g_1 g_2. \quad (9a,b)$$

Antwort III (Yee & Paulson 1986) :

Sind D_k und \bar{D}_k die k-dimensionalen hermiteschen Determinanten (* = komplex - konjugiert)

$$D_k := \det \left\{ \frac{i(c_m - c_n^*)}{\omega_m + \omega_n} \right\}, \quad \bar{D}_k := \det \left\{ \frac{\omega_m c_m + \omega_n c_n^*}{\omega_m + \omega_n} \right\}, \quad (10a,b)$$

$m, n = 1, \dots, k$, so gilt:

Notwendig und hinreichend für die Existenz eines regulären eindimensionalen Leitfähigkeitsmodells sind die 2M Vorzeichenbedingungen

$$D_k > 0, \quad \bar{D}_k > 0, \quad k = 1, \dots, M. \quad (11)$$

Anmerkung: Die Bedingungen (11) lauten explizit

a) für $M = 1$:

$$h_1/\omega_1 > 0, \quad g_1 > 0; \quad (12a,b)$$

b) für $M = 2$:

$$k = 1 : h_1/\omega_1 > 0, \quad g_1 > 0 \quad (13a,b)$$

$$k = 2 : \left| \frac{c_2 - c_1}{\omega_2 - \omega_1} \right|^2 < \frac{h_1 h_2}{\omega_1 \omega_2}, \quad \left| \frac{\omega_2 c_2 - \omega_1 c_1}{\omega_2 - \omega_1} \right|^2 < g_1 g_2. \quad (14a,b)$$

Antwort III ist einfacher als Antwort II. Denn die Determinanten $\Delta_k(i)$ in (6) erfordern zu ihrer Konstruktion die Kenntnis aller Daten (ω_j, c_j) , $j = 1, \dots, M$ während für D_k und \bar{D}_k in (11) nur (ω_j, c_j) , $j = 1, \dots, k$ benötigt wird. Dies bedeutet,

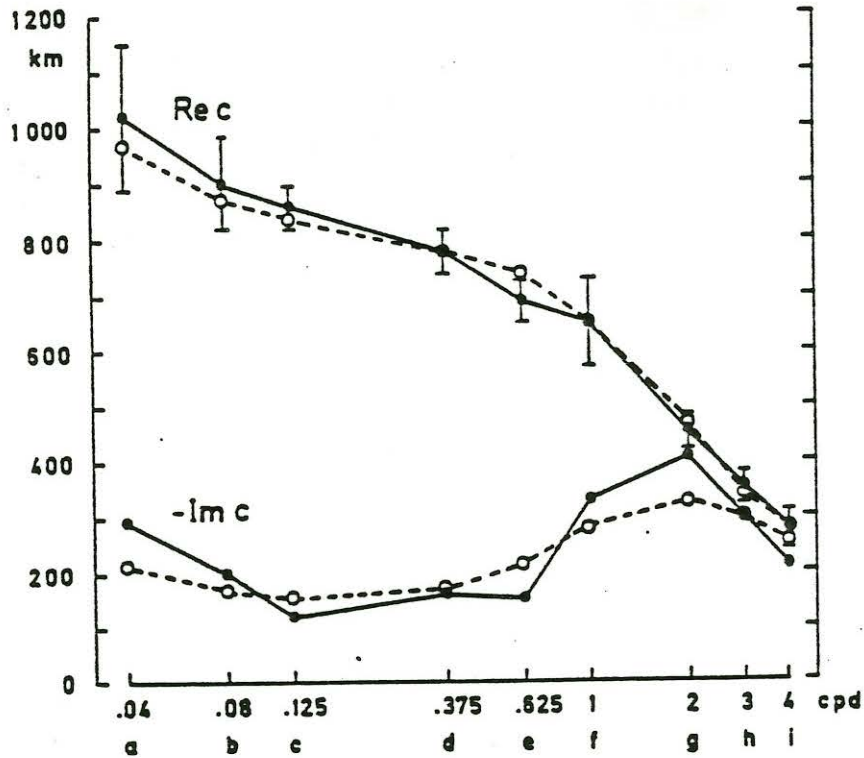
daß man bei Erweiterung des Datensatzes um eine Frequenz (ω_{M+1}, c_{M+1}) in Antwort III zu den bestehenden $2M$ Vorzeichenbedingungen nur noch zwei weitere hinzuzufügen hat, die die Konsistenz zwischen den neuen Daten und der Gesamtheit der alten Daten (M Frequenzen) prüfen. - Im obigen Beispiel wird beim Übergang von $M = 1$ auf $M = 2$ der Satz (12a,b) lediglich um (14a,b) erweitert.

Die symmetrischen Bedingungen (8a,b) lassen sich also durch die einfacheren unsymmetrischen Bedingungen (13a,b) ersetzen. Diese Möglichkeit erkennt man auch sofort, wenn für $M = 2$ aus (5a) h_1/ω_1 und aus (5b) g_1 ermittelt wird:

$$h_1/\omega_1 = \omega_2^2 \beta_0 + \beta_2, \quad g_1 = \omega_2^2 \beta_1 + \beta_3.$$

Aus (6) folgt $\beta_0 > 0$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > \beta_1^2/\beta_0 > 0$, $\beta_3 = \beta_2^2/\beta_1 > 0$, so daß h_1/ω_1 und g_1 positiv sind.

Abb. 1 zeigt die Anwendung der Gleichungen (8a - 9b) oder (13a - 14b) auf reale Daten. Es handelt sich um die Dst/Sq-Übertragungsfunktion für europäische Observatorien von U.Schmucker. Die Meßdaten (schwarze Punkte) sind in guter Näherung mit einem eindimensionalen Modell verträglich, wie der Vergleich mit dem bestpassenden 1D-Modell (offene Kreise) zeigt. Die Residuen liegen meist innerhalb der Fehlergrenzen. Die Tafel am Fuß der Abbildung zeigt das Ergebnis des Konsistenztests für Frequenzpaare. Trotz der guten Datenqualität sind benachbarte Frequenzen im allgemeinen inkonsistent (Diagonale!). Für größere Frequenzabstände (linke untere Ecke) treten keine Konsistenzprobleme auf.



	a	b	c	d	e	f	g	h
b	+							
c	-	-						
d	+	+	+					
e	+	+	+	-				
f	+	+	+	-	-			
g	+	+	+	-	-	-		
h	+	+	+	+	-	+	-	
i	+	+	+	+	-	+	-	-

Abb. 1

Die abschließende Abb.2 soll an einem Beispiel den Inhalt der Ungleichungen (9a,b) oder (14a,b) veranschaulichen. Es sei für eine Frequenz ω_1 die Impedanz c_1 gegeben. Wir fügen eine weitere Frequenz ω_2 hinzu und fragen, in welchem Gebiet der komplexen Impedanzebene c_2 liegen muß, um mit c_1 ein konsistentes Paar zu ergeben. Aus (9a,b) oder (14a,b) folgt durch einfache Rechnung, daß c_2 in dem Gebiet liegen muß, daß durch die beiden Kreise

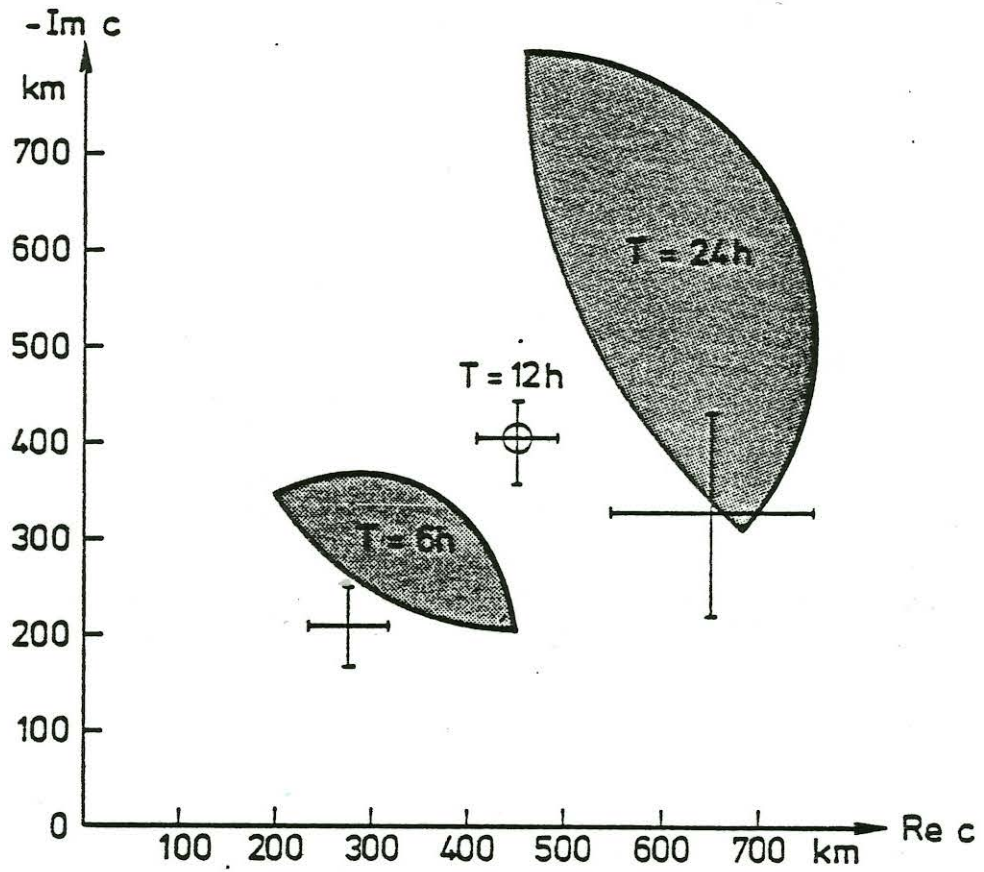


Abb. 2

- 1) mit dem Radius $R = \frac{|\omega_2^2 - \omega_1^2|}{2\omega_1\omega_2} h_1$ um $c = (g_1, -\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2\omega_1\omega_2} h_1)$
- 2) mit dem Radius $R = \frac{|\omega_2^2 - \omega_1^2|}{2\omega_2^2} g_1$ um $c = (\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2\omega_2^2} g_1, -\frac{\omega_1}{\omega_2} h_1)$

begrenzt wird.

Abb.2 zeigt für $\omega_1 = 2\pi/12h$ und $c_1 = (450, -405)km$ die erlaubten Lagen von c_2 für $\omega_2 = 2\pi/6h$ und $\omega_2 = 2\pi/24h$. Durch Kreuze eingezeichnet sind jeweils die tatsächlichen Schätzwerte mit

Fehlerbalken. Wenn man den Schätzwert für $T = 12h$ als exakt annimmt, existiert im Rahmen der Fehlergrenzen für $T = 6h$ kein 1D-Modell. (Tatsächlich ist aber der Fehler von c_1 zu berücksichtigen.)

Literatur

- Lawson, C.L. & Hanson, R.J. : Solving least squares problems, Englewood-Cliffs: Prentice Hall 1974
- Parker, R.L.: The inverse problem of electromagnetic induction: existence and construction of solutions based on incomplete data. J. Geophys. Res., 85, 4421-4428, 1980
- Parker, R.L. & Whaler, K.A.: Numerical methods for establishing solution to the inverse problem of electromagnetic induction. J. Geophys. Res., 86, 9574-9584, 1981
- Weidelt, P.: Construction of conductance bounds from magnetotelluric impedances. J. Geophys., 57, 191-206, 1985
- Weidelt, P.: Discrete frequency inequalities for magnetotelluric impedances of one-dimensional conductors. J. Geophys., 59, 171-176, 1986
- Yee, E. & Paulson, K.V.: Necessary and sufficient conditions for the existence of a solution to the one-dimensional magnetotelluric inverse problem. Submitted to: Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1986

P.Weidelt

Inversion mit Vorinformation

Bezeichnungen:

Matrizen $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \dots$

Vektoren $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \dots$

Transposition $\underline{a}^T, \underline{A}^T$

1. Einführung

Die Interpretation geophysikalischer Daten liefert selten eindeutige Ergebnisse. Selbst wenn die Eindeutigkeit theoretisch gesichert ist, führt die Unvollkommenheit jedes realen Datensatzes zu einer ganzen Schar von akzeptablen Lösungen. Die Stabilisierung der Lösung durch Zusatzinformation ist deshalb wünschenswert. In der Praxis wird häufig eine Stabilisierung dadurch erreicht, daß aufgrund bekannter oder vermuteter Eigenschaften des Modells das Inversionsproblem auf wenige Parameter reduziert wird (z.B. eindimensionales Modell mit einer vorgegebenen Anzahl homogener Schichten). Die Verwendung von Vorinformation ist notwendig und erstrebenswert. Wichtig ist nur, daß die Zuverlässigkeit der Vorinformation nicht überschätzt wird, da andernfalls das Interpretationsergebnis nur die falsch geschätzte Vorinformation widerspiegelt. In den beiden folgenden Beispielen ist eine sinnvolle Interpretation nur mit Zusatzinformation möglich:

- a) Die grundsätzlich mehrdeutigen Potentialfelddaten (Gravimetrie, Magnetik) lassen sich vollständig durch eine äquivalente dünne Schicht unmittelbar unterhalb der Beobachtungsebene deuten. Für eine an die geophysikalische Situation angepaßte Interpretation sind deshalb Annahmen über die möglichen Störkörper erforderlich.
- b) Das weniger triviale zweite Beispiel stammt aus der Magnetotellurik: Versucht man einen Satz gemessener frequenzabhängiger

elektromagnetischer Oberflächenimpedanzen $Z(\omega_j)$, $j = 1, \dots, n$ durch eine geschichtete Leitfähigkeitsverteilung $\sigma(z)$ zu interpretieren, so findet man als bestpassendes Modell

$$\sigma(z) = \sum_k \tau_k \delta(z - z_k)$$

(Parker, 1980), d.h. $\sigma(z)$ ist entartet und besteht nur aus nichtleitenden Schichten und sehr gut leitenden dünnen Schichten mit der integrierten Leitfähigkeit τ_k in der Tiefe z_k . Für eine geophysikalisch sinnvolle Interpretation muß man daher unter Verzicht auf optimale Datenanpassung (zumindest implizit) Obergrenzen für Leitfähigkeiten und Untergrenzen für Schichtmächtigkeiten einführen.

Ein gezielter Einsatz von Vorinformation könnte bei den folgenden Problemen nützlich sein:

- a) Interpretiert man etwa entlang einem Profil geophysikalische Daten durch eindimensionale Modelle, so zeigen derartige Interpretationen häufig schon zwischen benachbarten Stationen wenig plausibel erscheinende starke laterale Unterschiede. Man kann deshalb ein lateral korreliertes Tiefenprofil dadurch zu gewinnen versuchen, daß die Modellparameter und Streubreiten von Punkt A als Vorinformation zur Modellkonstruktion am benachbarten Punkt B benutzt werden.
- b) Wenn in einem Gebiet verschiedene geowissenschaftliche Verfahren zum Einsatz kommen, die entweder auf denselben physikalischen Parameter oder auf verschiedene Parameter mit bekanntem oder vermutetem funktionalen Zusammenhang ansprechen, so besteht ein Fernziel der Interpretation darin, aus der Verknüpfung aller vorhandenen Informationen ein konsistentes Modell zu erstellen und Vorhersagen zu treffen (KTB). Man kann sich vorstellen, daß durch gezielte Verwendung von Vorinformation und neuen Daten der Wissensstand systematisch erweitert werden kann.

Die Verwendung von Vorinformation (oder a-priori-Information) zur Lösung des geophysikalischen Inversionsproblems hat in den letzten Jahren verstärktes Interesse gefunden. Wichtige Beiträge dazu stammen von Tarantola & Valette (1982a,b) und Jackson & Matsu'ura (1985). Eine gute Einführung gibt Menke (1984, p. 79-99 et 147-160). Die folgende Darstellung, die auf diese neuere Entwicklung aufmerksam machen soll, beruht im wesentlichen auf diesen Arbeiten.

2. Inversion mit Vorinformation: Definitionen und Ideen

Wir betrachten ein diskretes Problem, in dem das Modell durch den m-komponentigen Parametervektor \underline{x} ,

$$\underline{x}^T = (x_1, \dots, x_m) \quad (2.1)$$

beschrieben wird und zu dessen Bestimmung ein n-komponentiger Datenvektor \underline{y}_0 ,

$$\underline{y}_0^T = (y_{01}, \dots, y_{0n}) \quad (2.2)$$

als fehlerbehafteter Zufallsvektor mit der bekannten Daten-Kovarianzmatrix \underline{C}_y ("Streuung") zur Verfügung steht. Im einfachsten Fall ist

$$\underline{C}_y = \text{diag} (\sigma_{y1}^2, \dots, \sigma_{yn}^2) . \quad (2.3)$$

Mit \underline{x} verknüpft ist der n-komponentige Vektor der Datenfunktionale,

$$\underline{y} = \underline{f}(\underline{x}), \quad (2.4)$$

die die Regeln angeben, wie aus einem vorgegebenen Modell \underline{x} der theoretische Datenvektor \underline{y} erhalten werden kann.

Als Vorinformation für das Modell \underline{x} wird nun angenommen, daß wir bereits eine Vorstellung über "vernünftige" Parameterwerte und ihre Streubreite besitzen. Diese Vorstellungen werden quantifiziert durch das a-priori-Modell \underline{x}_0 und die a-priori-Kovarianzmatrix \underline{C}_x . Im einfachsten Fall ist

$$\underline{C}_x = \text{diag} (\sigma_{x1}^2, \dots, \sigma_{xm}^2). \quad (2.5)$$

Die Größe der Komponenten von \underline{C}_x beschreibt den Wissensstand. Bei schwacher Vorinformation sind alle Komponenten groß. - Unser Wissen über das Modell ist also gegeben durch \underline{x}_0 , \underline{C}_x , \underline{y}_0 , \underline{C}_y und die Datenfunktionale (2.4).

Es sei \tilde{x} das wahre aber unbekannte Modell und $\tilde{y} = \underline{f}(\tilde{x})$ der zugehörige theoretische Datenvektor. Dann gilt

$$\underline{x}_0 = \tilde{x} + \underline{e}_x, \quad \underline{y}_0 = \tilde{y} + \underline{e}_y, \quad (2.6)$$

wobei \underline{e}_x und \underline{e}_y die ebenfalls unbekannten Schätzfehler des a-priori-Modells \underline{x}_0 und unbekanntes Datenfehler des Datenvektors \underline{y}_0 sind. Wir wollen für das Folgende annehmen, daß \underline{e}_x und \underline{e}_y durch m- bzw. n-dimensionale Normalverteilungen mit Mittelwert $\underline{0}$ und bekannter Kovarianzmatrix \underline{C}_x und \underline{C}_y dargestellt werden können,

$$\underline{e}_x = N(\underline{0}, \underline{C}_x), \quad \underline{e}_y = N(\underline{0}, \underline{C}_y).$$

Dann gehört zu $\underline{e}_x = \underline{x}_0 - \tilde{x}$ die m-dimensionale Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Wdf)

$$p(\underline{x}) = \frac{1}{[(2\pi)^m \det \underline{C}_x]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{x}-\underline{x}_0)^T \underline{C}_x^{-1} (\underline{x}-\underline{x}_0)\right\}. \quad (2.7a)$$

Der im übrigen unwichtige Vorfaktor sorgt lediglich dafür, daß

$$\int p(\underline{x}) \, d\underline{x} = 1.$$

Dabei ist $d\underline{x}$ das m-dimensionale Volumenelement, die Integration erstreckt sich über den ganzen R^m .

Im wichtigen Spezialfall (2.5) ist $p(\underline{x})$ einfach das Produkt von m eindimensionalen Gaußverteilungen. Für die Verteilung von \underline{y} gilt entsprechend

$$p(\underline{y}) = \frac{1}{[(2\pi)^n \det \underline{C}_y]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{y}-\underline{y}_0)^T \underline{C}_y^{-1} (\underline{y}-\underline{y}_0)\right\}. \quad (2.7b)$$

$p(\underline{x})$ ist die a-priori-Wdf von \underline{x} , die von den Beobachtungen \underline{y}_0 vollkommen unabhängig ist. Nach Berücksichtigung von \underline{y}_0 erhält man aus $p(\underline{x})$ die a-posteriori-Wdf $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$, die nun bestimmt werden soll.

Zwei leicht unterschiedliche Argumentationen mit identischen Ergebnissen bieten sich an. Die erste benutzt den Satz von Bayes:
Es sei

- a) $p(\underline{x})$ die a-priori-Wdf von \underline{x} , d.h. (2.7a),
- b) $p(\underline{y}_0 | \underline{x})$ die bedingte Wdf von \underline{y}_0 wenn \underline{x} gegeben ist, d.h. nach (2.7b) mit $\underline{y} = \underline{f}(\underline{x})$

$$p(\underline{y}_0 | \underline{x}) = \frac{1}{[(2\pi)^n \det \underline{C}_y]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{y}_0 - \underline{f}(\underline{x}))^T \underline{C}_y^{-1} (\underline{y}_0 - \underline{f}(\underline{x}))\right\}, \quad (2.8)$$

- c) $p(\underline{y}_0)$ die unbedingte Wdf von \underline{y}_0 , d.h.

$$p(\underline{y}_0) = \int p(\underline{y}_0 | \underline{x}) p(\underline{x}) d\underline{x}, \quad (2.9)$$

- d) $p(\underline{x} | \underline{y}_0)$ die a-posteriori-Wdf von \underline{x} wenn \underline{y}_0 gegeben ist.

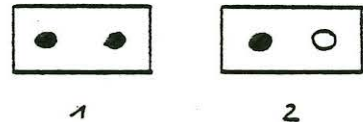
Dann lautet der Satz von Bayes:

$$p(\underline{x} | \underline{y}_0) = p(\underline{y}_0 | \underline{x}) p(\underline{x}) / p(\underline{y}_0) \quad (2.10)$$

da die $(m+n)$ -dimensionale Wdf $p(\underline{x}, \underline{y}_0)$ für das Auftreten von \underline{x} und \underline{y}_0 gegeben ist durch

$$p(\underline{x}, \underline{y}_0) = p(\underline{x} | \underline{y}_0) p(\underline{y}_0) = p(\underline{y}_0 | \underline{x}) p(\underline{x}).$$

Das obige Theorem des englischen Pastors und Mathematikers Thomas Bayes (1702-1761) wurde posthum in einer Arbeit mit dem Titel "An essay towards solving a problem in the doctrine of chances" 1763 veröffentlicht. Seine Bedeutung ist erst in neuerer Zeit erkannt worden. - Hier ein Trivialbeispiel für seine Anwendung im Falle diskreter Variabler: Gegeben seien zwei Urnen, die erste enthalte zwei schwarze Kugeln, die zweite eine schwarze und eine weiße. Aus einer beliebig herausgegriffenen Urne werde eine schwarze Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie aus Urne 1? Diese Wahrscheinlichkeit ist offenbar $2/3$. Mit dem Satz von Bayes gewinnt man sie so: x_i , $i = 1, 2$ bedeute das Ereignis, daß die Urne i gewählt wird und y_0 stehe für eine schwarze Kugel. Dann gilt



$$p(x_1) = p(x_2) = 1/2, \quad p(y_0 | x_1) = 1, \quad p(y_0 | x_2) = 1/2,$$

$$p(y_0) = p(y_0 | x_1) p(x_1) + p(y_0 | x_2) p(x_2) = 3/4,$$

$$p(x_1 | y_0) = p(y_0 | x_1) p(x_1) / p(y_0) = 2/3. \quad \blacksquare$$

Damit liefert (2.10) unter Fortlassung von Faktoren, die von \underline{x} unabhängig sind, als a-posteriori-Wdf von \underline{x}

$$p(\underline{x}|\underline{y}_0) \sim \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{y}_0 - \underline{f}(\underline{x}))^T \underline{C}_y^{-1} (\underline{y}_0 - \underline{f}(\underline{x})) - \frac{1}{2}(\underline{x} - \underline{x}_0)^T \underline{C}_x^{-1} (\underline{x} - \underline{x}_0)\right\} \quad (2.11)$$

Der Satz von Bayes in der Form (2.11) (Annahme von normalverteilten Fehlern !) bildet die Grundlage für die Verarbeitung von Vorinformation bei der Inversion.

Aus der Verteilung (2.11) wählt man als Schätzwert von \underline{x} den Wert $\hat{\underline{x}}$, für den $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$ sein Maximum annimmt (Prinzip der Maximum Likelihood). Die Notwendige Bedingung dafür gewinnt man aus (2.11) durch Differentiation nach \underline{x} :

$$\underline{A}^T(\hat{\underline{x}}) \underline{C}_y^{-1} \{\underline{f}(\hat{\underline{x}}) - \underline{y}_0\} + \underline{C}_x^{-1} (\hat{\underline{x}} - \underline{x}_0) = 0 \quad (2.12)$$

Dabei ist $\underline{A}(\hat{\underline{x}})$ die $(n \times m)$ -Jacobi-Matrix mit den Elementen

$$A_{ik}(\hat{\underline{x}}) = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \right|_{\underline{x} = \hat{\underline{x}}} \quad (2.13)$$

Bei der Herleitung von (2.12) wurde benutzt, daß mit einem m -Vektor \underline{a} und einem n -Vektor \underline{b} gilt

$$\nabla (\underline{a}^T \underline{x}) = \nabla (\underline{x}^T \underline{a}) = \underline{a}, \quad \nabla (\underline{b}^T \underline{f}) = \nabla (\underline{f}^T \underline{b}) = \underline{A}^T \underline{b}. \quad (2.14)$$

Für nichtlineare Funktionale $\underline{f}(\underline{x})$ kann (2.12) i.a. nur iterativ gelöst werden (cf. Abschnitt 4).

Es folgt ein sehr einfaches, aber illustratives Beispiel zur Anwendung von (2.11) und (2.12):

Es sei $m = 1$, d.h. es soll eine skalare Größe x bestimmt werden, für die wir als Vorinformation die Schätzung x_0 und deren Varianz $C_x = \sigma_x^2$ kennen mögen. Zur genaueren Bestimmung von x werden n Messungen mit den Ergebnissen y_{0i} , $i = 1, \dots, n$ durchgeführt. Die Datenfehler seien unkorreliert und es gelte $\underline{C}_y = \sigma_y^2 \underline{I}_n$. Was läßt sich nach Durchführung der Messungen über x und seine Streuung sagen ?

Es liegt offenbar das einfachste lineare Problem mit der "Theorie"

$$y_i = x, \quad i = 1, \dots, n$$

vor. Die in (2.10) auftretenden Verteilungen sind

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x}\right)^2\right\}, \quad (2.15a)$$

$$p(y_0|x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_y)^n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_{0i}-x}{\sigma_y}\right)^2\right\}, \quad (2.15b)$$

$$p(x|y_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\hat{x}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\hat{x}}{\sigma_{\hat{x}}}\right)^2\right\} \quad (2.15c)$$

mit

$$\frac{1}{\sigma_{\hat{x}}^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{n}{\sigma_y^2}, \quad \frac{\hat{x}}{\sigma_{\hat{x}}} = \frac{x_0}{\sigma_x} + \frac{\sum_{i=1}^n y_{0i}}{\sigma_y}. \quad (2.16)$$

Man gewinnt (2.15c) mit (2.10) aus (2.15a,b) durch "quadratische Ergänzung" der Summe der Exponenten und Bestimmung des (unwichtigen) Vorfaktors durch

$$\int p(x|y_0) dx = 1.$$

$p(x|y_0)$ ist also wieder eine Gaußverteilung.

Gl. (2.16) zeigt sehr klar, wie sich in \hat{x} und $\sigma_{\hat{x}}$ Vorinformation (x_0, σ_x) und Messung (y_0, σ_y) überlagern. Bei starker Vorinformation ($\sigma_x \rightarrow 0$) ist $\hat{x} = x_0$ und $\sigma_{\hat{x}} = \sigma_x$; schwache Vorinformation ($\sigma_x \rightarrow \infty$) liefert das zu erwartende Ergebnis ("Fehlerfortpflanzungsgesetz")

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{0i}, \quad \sigma_{\hat{x}} = \sigma_y / \sqrt{n}.$$

In diesem Beispiel wird der Wissensstand sprunghaft vom Anfangszustand (x_0, σ_x) in den nach n Messungen erreichten Endzustand ($\hat{x}, \sigma_{\hat{x}}$) überführt. Dieser Vorgang hätte jedoch auch als ein schrittweiser Lernprozess erfolgen können, indem für $k = 1, \dots, n-1$ die a-posteriori-Wdf nach der k -ten Messung als a-priori-Wdf (x_{ok}, σ_{xk}) vor der $(k+1)$ -ten Messung verwendet wird. Denn ausgehend von $x_{00} := x_0$ und $\sigma_{x0} := \sigma_x$ ist nach (2.16) für $k = 1, \dots, n$

$$\frac{1}{\sigma_{xk}^2} = \frac{1}{\sigma_{x,k-1}^2} + \frac{1}{\sigma_y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{k}{\sigma_y^2}, \quad (2.17a)$$

$$\frac{x_{ok}}{\sigma_{xk}} = \frac{x_{0,k-1}}{\sigma_{x,k-1}} + \frac{y_{ok}}{\sigma_y} = \frac{x_0}{\sigma_x} + \frac{\sum_{i=1}^k y_{0i}}{\sigma_y}. \quad (2.17b)$$

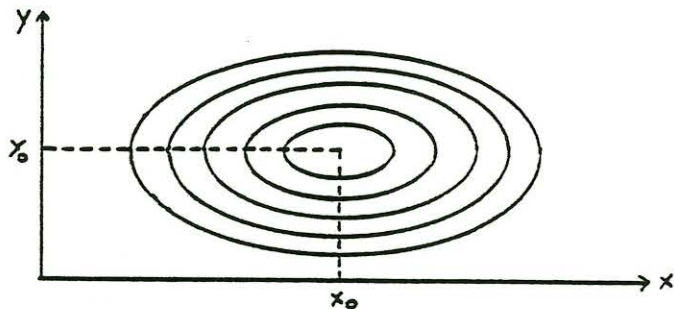
Es soll nun noch kurz auf die zweite Argumentation zur Herleitung von (2.12) eingegangen werden. Diese Argumentation betont besonders die Gleichartigkeit von Vorinformation und Daten. - Solange der Modellzusammenhang $y = f(x)$ unberücksichtigt bleibt, sind die Wdfs. (2.7a,b) voneinander unabhängig und können durch

$$p(\underline{x}, \underline{y}) = p(\underline{x}) p(\underline{y}) \quad (2.18)$$

zu einer $(m+n)$ -dimensionalen Wdf zusammengefaßt werden. Die Größe $p(\underline{x}, \underline{y}) dx dy$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das wahre Modell \underline{x} zwischen \underline{x} und $\underline{x} + d\underline{x}$ und die wahren Daten \underline{y} zwischen \underline{y} und $\underline{y} + d\underline{y}$ liegen. Da aber \underline{x} und \underline{y} nicht unabhängig sind, sondern durch $\underline{y} = f(\underline{x})$ miteinander verknüpft sind, interessiert nur der Wertevorrat von $p(\underline{x}, \underline{y})$ für $\underline{y} = f(\underline{x})$:

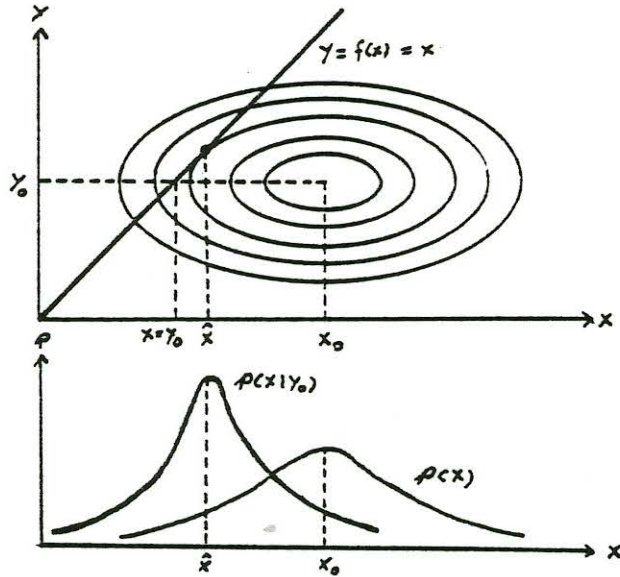
$$p(\underline{x}, \underline{y}=f(\underline{x})) = p(\underline{x}) p(\underline{y}=f(\underline{x})) = p(\underline{x}) p(\underline{y}_0 | \underline{x}) = p(\underline{x} | \underline{y}_0) p(\underline{y}_0) \quad (2.19)$$

Benutzt wurde (2.18), (2.7b) und (2.10). Die Wdf (2.18) für $\underline{y} = f(\underline{x})$ ist damit proportional zur gesuchten a-posteriori Wdf von \underline{x} . Als Schätzwert $\hat{\underline{x}}$ von \underline{x} wählt man den Punkt, für den $p(\underline{x}, \underline{y})$ für $\underline{y} = f(\underline{x})$ ein Maximum annimmt. - Für die hier vorausgesetzten Normalverteilungen sind die Flächen $p(\underline{x}, \underline{y}) = \text{const}$ $(m+n)$ -dimensionale Hyperellipsoide mit dem Mittelpunkt in $(\underline{x}_0, \underline{y}_0)$. Im Fall $m = n = 1$ können sie bei relativ zu den Daten schwacher Vorinformation etwa so aussehen:

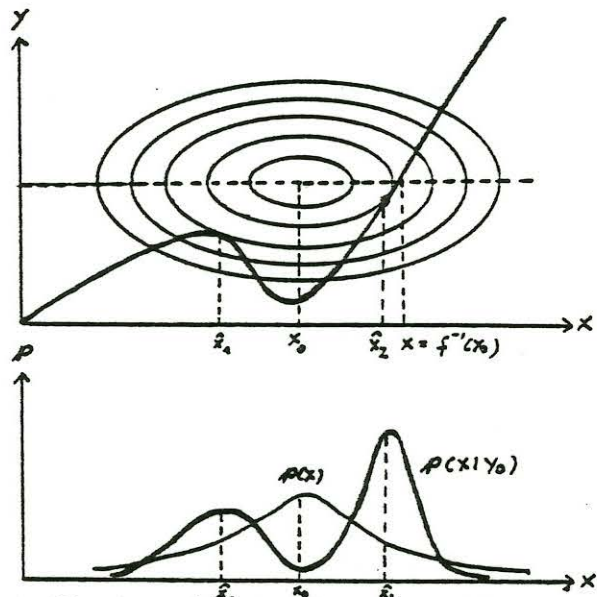


Diese Figur berücksichtigt noch nicht den theoretischen Zusammenhang zwischen Modell und Daten, $y = f(x)$. Wählt man wieder den einfachen Fall $y = x$, so ergibt sich die folgende Abbildung. In diesem linearen Fall ist \hat{x} als Berührungspunkt der Geraden $y = x$ mit einer Ellipse eindeutig festgelegt. Wegen der schwachen Vorinformation liegt \hat{x} nahe dem Punkt $x = y_0$, der sich ohne Vorwissen er-

geben hätte. Die Skizze zeigt im unteren Teil auch den prinzipiellen Verlauf von a-priori Wdf $p(x)$ und a-posteriori Wdf $p(x|y_0)$, wobei letztere proportional zu $p(x, y=x)$ ist.



Bei nichtlinearen Problemen kann $p(x|y_0)$ mehrere relative Maxima besitzen:



Diese "Mehrgipfligkeit" von $p(x|y_0)$ spiegelt die Mehrdeutigkeit des betreffenden Problems wider. Die Wdf $p(x|y_0)$ präsentiert den vollständigen Wissensstand nach dem Experiment. In der Praxis wird diese Information kondensiert durch Angabe der Lage der Maxima und ihrer "asymptotischen Varianz" (cf. Abschnitt 4).

3. Lineare Inversion mit Vorinformation

Im Falle einer linearen Theorie, d.h. für

$$\underline{y} = \underline{f}(\underline{x}) = \underline{G}\underline{x} \quad (3.1)$$

mit der $(n \times m)$ -Matrix \underline{G} und Gaußscher Fehlerstatistik (2.7a,b) läßt sich die Bestimmung der a-posteriori Wdf $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$ einfach geschlossen durchführen. Wie schon das simple Beispiel im vorangehenden Abschnitt andeutete, ergibt sich für $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$ im linearen Fall stets eine Gaußverteilung, die durch Mittelwert $\hat{\underline{x}}$ und Kovarianzmatrix $\underline{C}_{\hat{\underline{x}}}$ vollständig bestimmt ist. Deshalb sind nur diese Größen zu bestimmen.

Zwei Wege bieten sich an. Der erste geht von der Extremalbedingung (2.12) aus und liefert mit $\underline{f}(\hat{\underline{x}}) = \underline{G}\hat{\underline{x}}$ und $\underline{A}(\hat{\underline{x}}) = \underline{G}$

$$\underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1} (\underline{G}\hat{\underline{x}} - \underline{y}_0) + \underline{C}_{\underline{x}}^{-1} (\hat{\underline{x}} - \underline{x}_0) = \underline{0},$$

so daß

$$\hat{\underline{x}} = (\underline{C}_{\underline{x}}^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1} \underline{G})^{-1} (\underline{C}_{\underline{x}}^{-1} \underline{x}_0 + \underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1} \underline{y}_0) \quad (3.2)$$

$$= \underline{K}\underline{x}_0 + \underline{L}\underline{y}_0 \quad (3.3)$$

mit

$$\underline{K} = (\underline{C}_{\underline{x}}^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1} \underline{G})^{-1} \underline{C}_{\underline{x}}^{-1},$$

$$\underline{L} = (\underline{C}_{\underline{x}}^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1} \underline{G})^{-1} \underline{G}^T \underline{C}_{\underline{y}}^{-1}.$$

Wir wollen annehmen, daß für alle Komponenten von \underline{x} endliche a-priori-Schätzwerte für die Streuung vorliegen. Dann ist $\underline{C}_{\underline{x}}^{-1}$ positiv definit und die Inverse in (3.2) existiert für beliebiges m und n . Insbesondere sorgt auch in einem unterbestimmten System ($n < m$) die in $\underline{C}_{\underline{x}}$ steckende Vorinformation dafür, daß eine eindeutige Lösung existiert und so die Inversion stabilisiert. Durch die Zerlegung (3.3) wird $\hat{\underline{x}}$ in seine beiden Anteile aus Vorinformation und Daten aufgespalten. Allerdings taucht noch in \underline{K} und \underline{L} die jeweils andere Kovarianzmatrix auf.

$\hat{\underline{x}}$ ist ein unverzerrter Schätzwert für das wahre aber unbekannte $\underline{\tilde{x}}$.
Denn mit (2.6) und (3.3) ergibt sich

$$\langle \hat{\underline{x}} \rangle = \underline{K} \langle \underline{x}_0 \rangle + \underline{L} \langle \underline{y}_0 \rangle = \underline{K} \underline{\tilde{x}} + \underline{L} \underline{\tilde{y}} = (\underline{K} + \underline{L} \underline{G}) \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{x}} \quad (3.4)$$

Dabei bedeutet $\langle \cdot \rangle$ den statistischen Erwartungswert. Aus (2.6) folgt

$$\hat{\underline{x}} - \underline{\tilde{x}} = \underline{K} \underline{e}_x + \underline{L} \underline{e}_y,$$

so daß man als a-posteriori-Kovarianzmatrix erhält

$$\begin{aligned} \underline{C}_{\hat{\underline{x}}} &= \langle (\hat{\underline{x}} - \langle \hat{\underline{x}} \rangle) (\hat{\underline{x}} - \langle \hat{\underline{x}} \rangle)^T \rangle = \langle (\hat{\underline{x}} - \underline{\tilde{x}}) (\hat{\underline{x}} - \underline{\tilde{x}})^T \rangle = \\ &= \underline{K} \langle \underline{e}_x \underline{e}_x^T \rangle \underline{K}^T + \underline{L} \langle \underline{e}_y \underline{e}_y^T \rangle \underline{L}^T = \underline{K} \underline{C}_x \underline{K}^T + \underline{L} \underline{C}_y \underline{L}^T = (\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G})^{-1}. \end{aligned}$$

Zusammengefaßt:

$\underline{C}_{\hat{\underline{x}}} = (\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G})^{-1} \quad (3.5)$
$\hat{\underline{x}} = \underline{C}_{\hat{\underline{x}}} (\underline{C}_x^{-1} \underline{x}_0 + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{y}_0) \quad (3.6)$

Vergleiche (3.5,6) mit (2.16)! Das Ergebnis (3.5,6) hätte man auch sehr einfach dadurch erhalten können, daß man die Koeffizienten von \underline{x}^T und $\underline{x}^T \underline{x}$ in der Identität

$$(\underline{G} \underline{x} - \underline{y}_0)^T \underline{C}_y^{-1} (\underline{G} \underline{x} - \underline{y}_0) + (\underline{x} - \underline{x}_0)^T \underline{C}_x^{-1} (\underline{x} - \underline{x}_0) = (\underline{x} - \hat{\underline{x}})^T \underline{C}_{\hat{\underline{x}}}^{-1} (\underline{x} - \hat{\underline{x}}) + \text{const.}$$

vergleicht.

Wie zu erwarten war, wird durch jede zusätzliche Messung der Wissensstand erweitert. Genauer: Für jede beliebige Linearkombination $\underline{b}^T \underline{x}$ der unbekannt Parameter (also insbesondere auch für jede Komponente von \underline{x}) ist die a-posteriori-Varianz nie größer als die a-priori Varianz, d.h.

$$\underline{b}^T \underline{C}_{\hat{\underline{x}}} \underline{b} \leq \underline{b}^T \underline{C}_x \underline{b}. \quad (3.7)$$

Zum Beweis von (3.7) wird (3.5) umgeformt:

$$\begin{aligned}
 \underline{C}_{\hat{x}} &= (\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G})^{-1} [(\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G}) \underline{C}_x - \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G} \underline{C}_x] = \\
 &= \underline{C}_x - (\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G})^{-1} \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G} \underline{C}_x = \\
 &= \underline{C}_x - \underline{C}_x \underline{G}^T (\underline{G} \underline{C}_x \underline{G}^T + \underline{C}_y)^{-1} \underline{G} \underline{C}_x. \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Dabei wurde von der Identität

$$(\underline{C}_x^{-1} + \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} \underline{G})^{-1} \underline{G}^T \underline{C}_y^{-1} = \underline{C}_x \underline{G}^T (\underline{G} \underline{C}_x \underline{G}^T + \underline{C}_y)^{-1}$$

Gebrauch gemacht, die man sofort durch Ausmultiplizieren verifiziert. Aus (3.8) folgt

$$\underline{b}^T \underline{C}_{\hat{x}} \underline{b} = \underline{b}^T \underline{C}_x \underline{b} - |(\underline{G} \underline{C}_x \underline{G}^T + \underline{C}_y)^{-1/2} \underline{G} \underline{C}_x \underline{b}|^2,$$

womit (3.7) bewiesen ist.

Diskussion von Grenzfällen:

Es sei $\underline{C}_x = \sigma_x^2 \underline{I}_m$, $\underline{C}_y = \sigma_y^2 \underline{I}_n$.

- a) $\sigma_x \rightarrow 0$ oder $\sigma_y \rightarrow \infty$: Starke a-priori-Information
oder ungewisse Daten

In diesem Grenzfall ist \hat{x} unabhängig von y_0 und es gilt

$$\hat{x} = x_0, \quad \underline{C}_{\hat{x}} = \underline{C}_x$$

- b) $\sigma_x \rightarrow \infty$ oder $\sigma_y \rightarrow 0$: Schwache a-priori-Information
oder sichere Daten

Jetzt läßt sich die Lösung durch die Pseudoinverse \underline{G}^+ von \underline{G} ausdrücken und es gilt

$$\hat{x} = \underline{G}^+ y_0 + (\underline{I}_m - \underline{G}^+ \underline{G}) x_0.$$

Im rein überbestimmten System ($\text{Rang } \underline{G} = m$) ist $\underline{G}^+ = (\underline{G}^T \underline{G})^{-1} \underline{G}^T$ und man erhält die Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$\hat{x} = (\underline{G}^T \underline{G})^{-1} \underline{G}^T y_0, \quad \underline{C}_{\hat{x}} = \sigma_y^2 (\underline{G}^T \underline{G})^{-1}.$$

Die Lösung ist unabhängig von x_0 .

Im rein unterbestimmten System ($\text{Rang } \underline{G} = n$) macht sich die schwache Vorinformation noch bemerkbar und man erhält die

Lösung, die vom "a-priori-Punkt" \underline{x}_0 den kleinsten Abstand hat:

$$\hat{\underline{x}} = [\underline{I}_m - \underline{G}^T(\underline{G}\underline{G}^T)^{-1}\underline{G}]\underline{x}_0 + \underline{G}^T(\underline{G}\underline{G}^T)^{-1}\underline{y}_0,$$

$$\underline{C}_{\hat{\underline{x}}} = [\underline{I}_m - \underline{G}^T(\underline{G}\underline{G}^T)^{-1}\underline{G}]\underline{\sigma}_x^2 + \underline{G}^T(\underline{G}\underline{G}^T)^{-2}\underline{G}\underline{\sigma}_y^2.$$

Es folgen noch drei Anmerkungen zur oben gegebenen Lösung für das lineare Problem:

1) Randverteilungen

Die a-posteriori-Wdf ist

$$p(\underline{x}|\underline{y}_0) = \frac{1}{[(2\pi)^m \det \underline{C}_{\hat{\underline{x}}}]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{x} - \hat{\underline{x}})^T \underline{C}_{\hat{\underline{x}}}^{-1}(\underline{x} - \hat{\underline{x}})\right\}.$$

Wenn man sich nur für die Verteilung eines Parameters, etwa x_1 , interessiert, betrachtet man die zu x_1 gehörende Randverteilung, die man durch Integration über die übrigen Variablen erhält:

$$p(x_1|\underline{y}_0) = \int p(\underline{x}|\underline{y}_0) dx_2 \dots dx_m.$$

Entsprechendes gilt für mehrere interessierende Parameter.

2) Relative Bedeutung von Vorinformation und Daten

Bei Verwendung von Vorinformation (d.h. \underline{C}_x nicht singulär) werden stets alle m Parameter aufgelöst. Wegen (3.4), d.h.

$$\langle \hat{\underline{x}} \rangle = (\underline{K} + \underline{L}\underline{G}) \tilde{\underline{x}} = \underline{I}_m \tilde{\underline{x}} = \tilde{\underline{x}}$$

ist die Summe der Diagonalelemente von \underline{K} und $\underline{L}\underline{G}$ gleich der Zahl m der Parameter. Die Summe der Diagonalelemente von \underline{K} bzw. $\underline{L}\underline{G}$ vermittelt eine Vorstellung davon, wieviele Parameter durch Vorinformation bzw. Daten aufgelöst werden.

3) Fehlerhafte oder ungenau bekannte Theorie

Wenn die "Theorie" $\underline{y} = \underline{f}(\underline{x})$ entweder nicht genau bekannt ist oder zur Vereinfachung der Interpretation absichtlich eine ungenaue Theorie benutzt wird, kann man versuchsweise $\underline{y} - \underline{f}(\underline{x})$ als einen Zufallsvektor mit bekannter Statistik betrachten. Im einfachsten Fall einer Normalverteilung lautet etwa die n -dimensionale bedingte Wdf

$$p(\underline{y}|\underline{x}) = [(2\pi)^n \det \underline{C}_T]^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{y} - \underline{f}(\underline{x}))^T \underline{C}_T^{-1}(\underline{y} - \underline{f}(\underline{x}))\right\}$$

mit vorgegebener Kovarianzmatrix \underline{C}_T . Im Fall einer exakten Theorie ist $p(\underline{y}|\underline{x}) = \delta(\underline{y} - \underline{f}(\underline{x}))$.

Im linearen Fall, d.h. für

$$\underline{y} = \underline{G}\underline{x} + \underline{e} \text{ mit } \langle \underline{e}\underline{e}^T \rangle = \underline{C}_T$$

anstelle von $\underline{y} = \underline{G}\underline{x}$ führt die fehlerhafte Theorie lediglich dazu, daß in (3.5) und (3.6) \underline{C}_y durch $\underline{C}_y + \underline{C}_T$ ersetzt wird, d.h. Datenrauschen und "geologisches Rauschen" addieren sich einfach.

4. Nichtlineare Inversion mit Vorinformation

Wenn $\underline{y} = \underline{f}(\underline{x})$ nichtlinear ist, muß zur Bestimmung von \underline{x} das System (2.12) i.a. iterativ gelöst werden. Auch bei Gaußscher Fehlerstatistik können sich mehrere Lösungen ergeben (siehe das Beispiel in Abschnitt 2). Die Lösungen bezeichnen relative Maxima der a-posteriori-Wdf. Das größte Maximum ist das globale Maximum. Die Wdf $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$, die nun keine Gaußverteilung mehr ist, enthält die vollständige Information über unseren Wissensstand und ist das eigentliche Ergebnis der Inversion. Diese m-dimensionale Verteilung ist sehr unhandlich und muß kondensiert werden.

Die naheliegendste Möglichkeit besteht darin, in der Umgebung eines Maximums $\hat{\underline{x}}$ zu linearisieren und so die zu \underline{x} gehörende Kovarianzmatrix \underline{C}_x^a zu bestimmen, die nur im Falle geringer Nichtlinearität für $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$ repräsentativ ist und deshalb als asymptotische Kovarianzmatrix bezeichnet wird. In Analogie zu (3.5) ist \underline{C}_x^a definiert durch

$$\underline{C}_x^a = [\underline{C}_x^{-1} + \underline{A}(\hat{\underline{x}})^T \underline{C}_y^{-1} \underline{A}(\hat{\underline{x}})]^{-1} \quad (4.1)$$

Die eigentlichen Kovarianzen und Erwartungswerte der Parameter bestimmen sich aus der tatsächlichen a-posteriori-Wdf:

$$\hat{\underline{x}} = \int \underline{x} p(\underline{x}|\underline{y}_0) d\underline{x}, \quad (4.2)$$

$$\underline{C}_x^a = \int (\underline{x} - \hat{\underline{x}})(\underline{x} - \hat{\underline{x}})^T p(\underline{x}|\underline{y}_0) d\underline{x}. \quad (4.3)$$

Im linearen Fall stimmen die nach (4.2) und (4.3) berechneten Größen mit \hat{x} und \underline{C}_x nach (3.6) und (3.5) überein. Im nichtlinearen Fall braucht natürlich dem \hat{x} nach (4.2) kein Maximum von $p(\underline{x}|\underline{y}_0)$ zu entsprechen. Die Berechnung von \hat{x} und \underline{C}_x nach (4.2,3) ist aufwendig, da jeweils m-dimensionale Integrale ausgewertet werden müssen.

Zur Lösung des nichtlinearen Systems (2.12) schlagen Jackson & Matsu'ura (1985) den folgenden Iterationsalgorithmus vor:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k + \mu \underline{C}_k \left\{ \underline{C}_x^{-1} (\underline{x}_0 - \underline{x}_k) + \underline{A}_k^T \underline{C}_y^{-1} (\underline{y}_0 - \underline{f}_k) \right\} \quad (4.4)$$

mit $\underline{A}_k := \underline{A}(\underline{x}_k)$, $\underline{f}_k := \underline{f}(\underline{x}_k)$,

$$\underline{C}_k := (\underline{C}_x^{-1} + \underline{A}_k^T \underline{C}_y^{-1} \underline{A}_k)^{-1},$$

$$0 < \mu \leq 1.$$

Als Startvektor kann das a-priori-Modell \underline{x}_0 dienen. Der die Schrittweite begrenzende Parameter μ sorgt für eine Stabilisierung. Für schwach nichtlineare Probleme kann $\mu = 1$ gewählt werden. Im linearen Fall führt dann (4.4) für jeden beliebigen Startvektor in einem Schritt zum Ziel (3.6).

Für $\mu = 1$ ist äquivalent zu (4.4)

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_0 + \underline{C}_k \underline{A}_k^T \underline{C}_y^{-1} \left\{ \underline{y}_0 - \underline{f}_k - \underline{A}_k (\underline{x}_0 - \underline{x}_k) \right\}, \quad (4.5)$$

wie man sofort durch Betrachtung der Differenz (4.5) - (4.4) erkennt. Jeder Iterationsschritt benötigt zur Berechnung von \underline{C}_k die Inversion einer (m x m)-Matrix. Für unterbestimmte Systeme (n < m) wird deshalb (4.5) modifiziert mit Hilfe der Identität

$$\underline{C}_k \underline{A}_k^T \underline{C}_y^{-1} = \underline{C}_x \underline{A}_k^T (\underline{C}_x + \underline{A}_k^T \underline{C}_y \underline{A}_k)^{-1}.$$

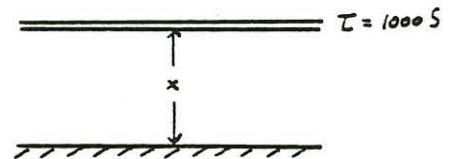
Eine Stabilisierung von (4.5) kann in Analogie zur Marquardt-Methode dadurch erreicht werden, daß man in \underline{C}_k die Größe \underline{C}_x^{-1} durch $\underline{C}_x^{-1} + \mu \underline{I}_m$ ersetzt, wobei μ eine geeignet gewählte positive Zahl ist. Dies entspricht einer Verstärkung der Vorinformation.

5. Ein einfaches Beispiel

In einem Problem der elektromagnetischen Tiefensondierung sei für die Periode $T = 2\pi/\omega = 1800$ s die Übertragungsfunktion

$$c = \frac{E_x}{i\omega\mu_0 H_y} = Y_{01} - iY_{02} = (100 - i100) \text{ km} \quad (5.1)$$

gegeben. Die Standardabweichungen seien $\sigma_{y1} = \sigma_{y2} =: \sigma_y = 20$ km. Diese beiden Daten mögen interpretiert werden durch eine dünne Deckschicht mit dem bekannten Leitwert $\tau = 1000$ S und einen idealen Leiter in der unbekannt Tiefe x . Für x sei jedoch die Vorinformation $x_0 = 250$ km mit der Standardabweichung $\sigma_x = 50$ km bekannt. Wie sieht der Wissensstand nach Berücksichtigung der obigen Meßdaten aus ?



Im vorliegenden Problem ist $m = 1$, $n = 2$. Der theoretische Zusammenhang zwischen c , τ , T und x ist

$$c = \frac{x}{1 + i\omega\mu_0\tau x}, \quad \omega = 2\pi/T,$$

so daß nach (5.1) mit $\beta := \omega\mu_0\tau = (228 \text{ km})^{-1}$ gilt:

$$\underline{f}(x) = \frac{x}{1 + \beta^2 x^2} \begin{pmatrix} 1 \\ \beta x \end{pmatrix},$$

$$\underline{A}(x) = \frac{1}{(1 + \beta^2 x^2)^2} \begin{pmatrix} 1 - \beta^2 x^2 \\ 2\beta x \end{pmatrix}.$$

Aus (2.12) ergibt sich damit nach einfacher Zwischenrechnung als Bestimmungsgleichung für \hat{x} :

$$\hat{x} - (1 - \beta^2 \hat{x}^2) Y_{01} - 2\beta \hat{x} Y_{02} + (\sigma_y / \sigma_x)^2 (1 + \beta^2 \hat{x}^2)^2 (\hat{x} - x_0) = 0.$$

Diese algebraische Gleichung 5. Ordnung besitzt nur die eine reelle Lösung $\hat{x} = 218.4$. Ohne Vorinformation ($\sigma_x = \infty$) hätte man $x_0 = 198$ km erhalten.

Die asymptotische Varianz nach (4.1) beträgt

$$(C_x^a)^{-1} = \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_y^2 (1 + \beta^2 x^2)}$$

so daß $\sigma_x^a = 24.2$ km.

Mittelwert und Streuung der a-posteriori - Verteilung $p(x|y_0)$ erhält man nach (4.2,3) durch Berechnung der drei Momente

$$M_k := \int_0^{\infty} x^k \exp\left\{-\frac{1}{2} F(x)\right\} dx, \quad k=0, 1, 2$$

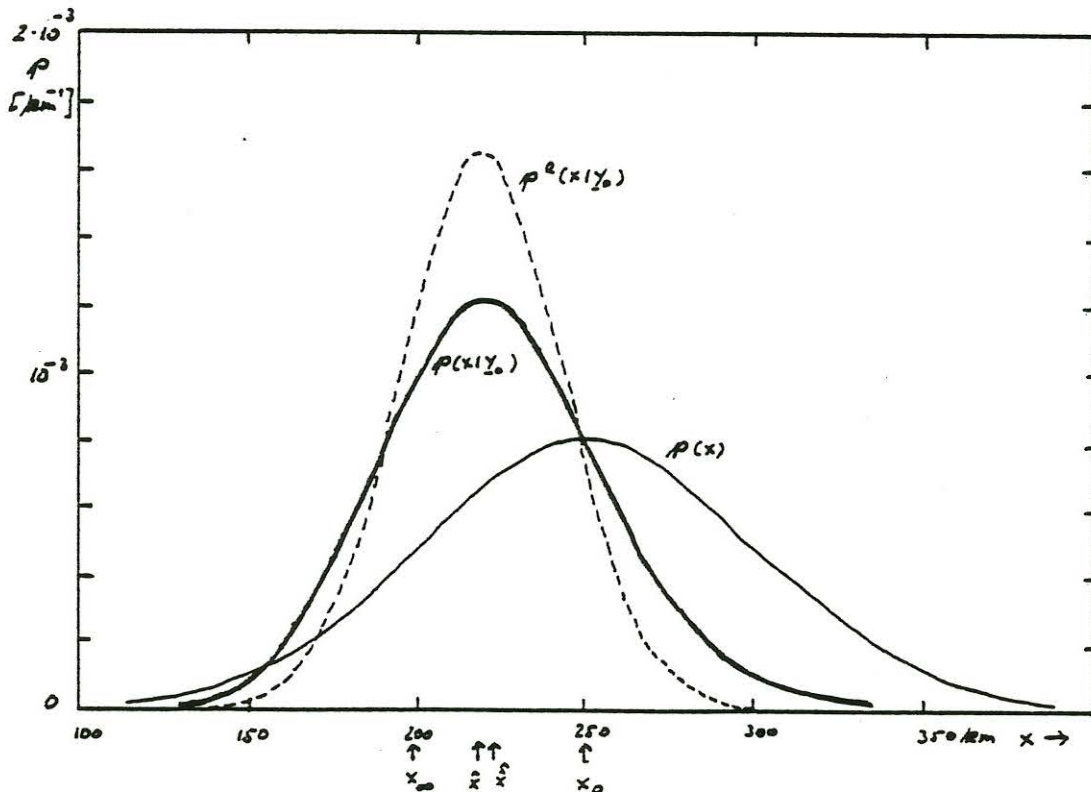
mit

$$F(x) = \left(\frac{x-x_0}{\sigma_x}\right)^2 + \left\{ \left(\frac{x}{1+\beta^2 x^2} - y_{01}\right)^2 + \left(\frac{\beta x^2}{1+\beta^2 x^2} - y_{02}\right)^2 \right\} / \sigma_y^2.$$

Dabei dient M_0 zur Normierung von $p(x|y_0)$. Gl. (4.2,3) liefert dann

$$\hat{x} = M_1/M_0 = 222.8 \text{ km}, \quad \sigma_x^a = (M_0 M_2 - M_1^2)^{1/2} / M_0 = 33.0 \text{ km}.$$

Die tatsächliche Standardabweichung σ_x^a ist also größer als die asymptotische Standardabweichung σ_x^a . Die folgende Skizze zeigt die a-priori-Wdf $p(x)$, die a-posteriori-Wdf $p(x|y_0)$ sowie ihre Approximation durch die asymptotische Verteilung $p^a(x|y_0)$ (Normalverteilung).



6. Literaturempfehlungen

Die folgenden Arbeiten wurden entweder im Text erwähnt (1 - 5) oder enthalten wichtige Beiträge zum Begriff der Vorinformation (6 - 7). In den Arbeiten 1,2,4,5 wird die Theorie dargestellt und mit zahlreichen Beispielen aus der Geophysik illustriert. Dabei behandeln 4 und 5 auch kontinuierliche Modelle.

- 1) Jackson, D.D. & Matsu'ura, M.: A Bayesian approach to nonlinear inversion. *J. Geophys. Res.*, 90, 581-591, 1985
- 2) Menke, W.: *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. Academic Press 1984
- 3) Parker, R.L.: The inverse problem of electromagnetic induction: existence and construction of solutions based on incomplete data. *J. Geophys. Res.*, 85, 4421-4428, 1980
- 4) Tarantola, A. & Valette, B.: Inverse problems = Quest for information. *J. Geophys.*, 50, 159-170, 1982a
- 5) Tarantola, A. & Valette, B.: Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 20, 219-232, 1982b
- 6) Jaynes, E.T.: Prior probabilities. *IEEE Trans. Systems, Science and Cybernetics*, 4, 227-241, 1968
- 7) Rietsch, E.: The maximum entropy approach to inverse problems. *J. Geophys.*, 42, 489-506, 1977

PERMEABILITÄTS- UND WIDERSTANDSDISPERSIONSMESSUNGEN AN BOHRKERNEN
UNTER DRUCK

HUENGES, E.; NOVER, G. und WILL, G.

Lehrstuhl für Mineralogie und Kristallographie
Mineralogisches Institut und Museum der Universität Bonn
D53 Bonn Poppelsdorfer Schloß

1. EINLEITUNG

Die Physikalischen Eigenschaften von natürlichen Gesteinen werden stark von den im Porenraum der Gesteine enthaltenen Fluiden beeinflusst. Es ist deshalb erforderlich, die Materialgröße, die die Strömung der Fluide ermöglicht, im Labor unter simulierten in-situ Bedingungen, d.h. unter Druck und Temperatur zu messen. Eine Beschreibung des Strömungsverhaltens liefert die D'Arcy-Gleichung:

$$(1) \quad q = k \frac{A}{L} \frac{\Delta P}{\eta}$$

- k Permeabilität ($d = 10^{-12} \text{m}^2$)
- L Länge der Probe (m)
- A Querschnittsfläche der Probe (m^2)
- η dynamische Viskosität (Ns/m^2)
- q Flußrate (m^3/s)
- Δp Druckdifferenz (N/m^2)

Die Flußrate durch eine Probe wird also bei einer gegebenen Druckdifferenz von der Viskosität des strömenden Mediums, dem Geometriefaktor der Probe und der Permeabilität (mit der Dimension einer Fläche), bestimmt.

Permeabilitätsmessungen unter erhöhten Druckbedingungen im Labor erlauben somit bedingt die Durchströmbarkeit eines Gesteins in größeren Tiefen zu ermitteln. Wegen Beschränkungen in der Probengröße lassen sich natürlich nicht alle permeablen Schichten in der Tiefe mit Labormessungen simulieren. Jedoch ist man in der Lage genau wie bei Widerstandsmessungen (WILL et al.,1983; NOVER et al.,1984) definierte Zustände einzustellen, so daß man die Frequenzabhängigkeit des elektrischen Widerstandes zusammen mit Permeabilitätsmessungen interpretieren kann.

2. VERSUCHSAUFBAU ZUR PERMEABILITÄTSMESSUNG UNTER DRUCK

Zylindrische Proben 10 mm hoch und 30 mm im Durchmesser wurden mit einem Schrumpfschlauch zusammen mit einem durchbohrten oberen und unteren Kolben gasdicht abgeschlossen. Diese Anordnung wurde dann unter einen mit einer Bohrung versehenen Stempel in einer Autoklaven gesetzt, der wiederum in einer Hydraulikpresse positioniert wurde (Abb. 1).

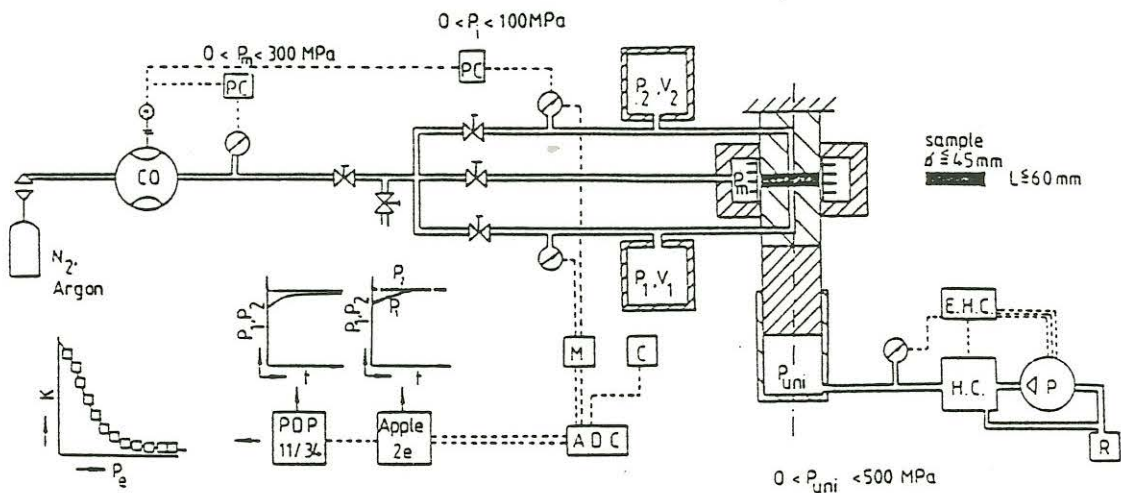


Abb. 1: Experimenteller Aufbau zur Permeabilitätsmessung als Funktion des hydrostatischen Gesteinsdruckes

PC Drucksteuerung, CO Kompressor, M Multiplexer, C Clock, ADC Analog Digital Wandler, EHC Elektronische Hydrauliksteuerung, HC Hydrauliksteuerung, P Pumpe, R Ölreservoir

Ein Manteldruck P_m bis zu 3 kbar kann auf den Schrumpfschlauch mit einem Argon- oder Strickstoffgas aufgebracht werden. Auf eine 30 mm Durchmesserprobe kann ein uniaxialer Druck bis 10 kbar mit der Hydraulikpresse erzeugt werden. Der Poreninnendruck wurde bei 50 bzw. bei 100 bar konstant gehalten. Die Porenströmung fließt in Richtung des uniaxialen Drucks.

Zur Permeabilitätsmessung wurde eine Druckausgleichstechnik ähnlich der von Brace (BRACE et al., 1968) benutzt. Dabei wurde der Druckausgleich zwischen zwei Volumina im Porensystem vor und hinter der Probe aufgezeichnet. Ähnlich wie von Zoback vorgeschlagen (ZOBACK et al., 1975) wurde das Volumen mit den höheren Druck künstlich auf unendlich gesetzt. Der niedrigere Druck lag bei Beginn der Registrierung 20 bar tiefer. Dadurch wird erreicht, daß der Poreninnendruck sich nur unmerklich ändert.

Die Drücke wurden mit Druckaufnehmern gemessen und zusammen mit der Zeit in einem Apple IIe Computer gespeichert. Die Auswertung der Druck-Zeit-Daten erfolgte mit einem PDP 11/34 Rechner. Dabei wurde die Permeabilität k mit der folgenden Gleichung (BRACE et al., 1968) an die Meßdaten angefügt:

$$(2) \quad P_1(t) - P_f = (P_1(t=0) - P_f) * (V_2 / (V_1 + V_2)) * \exp(-at)$$

$$a = kA / (\eta BL) (1/V_1 + 1/V_2) t$$

Die Indizes 2 und 1 beziehen sich auf das höhere und tiefere Druckvolumen, f zum Druck $t \rightarrow \infty$. Die Daten sind:

V = Volumen, P = Druck, t =Zeit, β = Kompressibilität des Fluids,
 η = Viskosität des Fluids, L = Probenlänge, A = Probendurchmesser

Abb. 2 zeigt repräsentativ ein Beispiel für ein typisches Experiment. Während der höhere Druck im ersten Volumen bei 100 bar mit einem Komparator konstant gehalten wird, steigt der niedrigere Druck im zweiten Volumen bis zum Gleichgewicht. An die untere Kurve wird nun Gleichung (1) mit $V_2 = \infty$ angefügt.

URACH 2416M PM=500 PI=100BAR

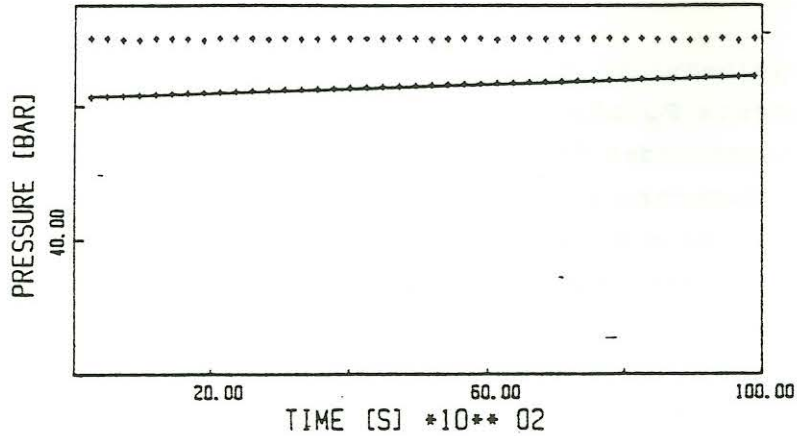


Abb. 2: Druckausgleich gegen Zeit der Bohrkernprobe Urach 2416 Tiefe bei $P_m = P_{uni} = 500$ bar mit einem LSQ-Fit von Gleichung (1) (durchgezogene Linie)

3. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Abb. 3a und b zeigen den Einfluß des effektiven Drucks = Gesamtdruck-Poreninnendruck auf die Permeabilität bei Raumtemperatur.

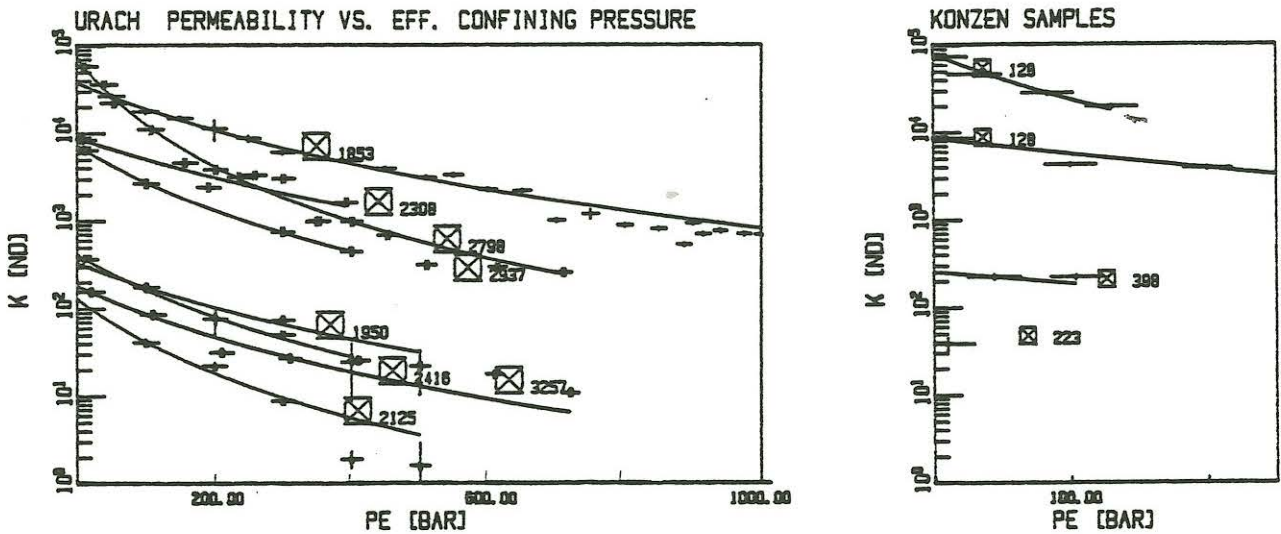


Abb. 3 a, b: Abhängigkeit der Permeabilität vom Druck gemessen an Urach Proben mit zugehörigen Tiefenangaben bei in-situ Druck und in-situ Permeabilität (3a) und Konzen Gesteinsproben mit obere Kurve 128m (|) zur Bohrachse und untere (||) zur Achse (3b); durchgezogene Linien sind Fits von (3) an die Daten

Die durchgezogenen Linien zeigen die angepaßten Kurven, in dem die Oberflächenpermeabilität ($P_E = 0$) und der charakteristische Druck P_0 ($P_E = P_0: K = K_0/8$) an die Daten entsprechend der von Aamodt vorgeschlagenen Gleichung (AAMODT et al., 1978) angefitet wurden.

$$(3) K = K_0 / (1 + P_e / P_0)^3$$

Die Werte K_0 und P_0 sind in Tabelle 1 zusammen mit den daraus errechneten Permeabilitätsdaten bei in-situ Drücken für die jeweiligen Gesteinsproben angegeben. Zum Vergleich sind auch die aus Leitfähigkeitsmessungen errechneten Daten, Kompressibilitätswerte und Porositätsdaten bei Atmosphärendruck eingetragen.

In Abb. 3a und b ist ein Abfall der Permeabilität mit steigendem Gesteinsdruck zu beobachten. Die Permeabilität der Proben bezogen auf einen definierten hydrostatischen Druck ist unterschiedlich für Proben aus verschiedenen Entnahmetiefen. So liegt in der Bohrung Urach eine schlecht fluidleitende Zone bei 2416m Tiefe oberhalb einer gut leitenden Schicht bei 2798 m Teufe. Dieser Effekt korreliert mit einer gleichartigen Variation des Bohrloch-widerstandslogs.

Permeabilitätswerte, die aus elektrischen Widerstandsdaten errechnet wurden (WILL et al., 1983) zeigen ähnliche Tendenzen wie die direkten hydraulischen Permeabilitätsmessungen. Unterschiede können zum Teil mit Unsicherheiten in der Bestimmung des Elektrolytwiderstands, der Porosität unter Druck und des mittleren hydraulischen Radius erklärt werden.

Tabelle 1:

Gesteinsphysikalische Daten von Bohrkernproben von Urach und Konzen: Tiefe, IN SITU Druck P_{is} , Druck P_0 (siehe Text), Permeabilität bei Atmosphärendruck K_0 , Permeabilität bei IN SITU Druck K_{is} direkte Messungen Index d, berechnet aus Leitfähigkeitsmessungen Index c, Kompressionsmodul k' und Porosität bei Atmosphärendruck.

Tiefe m	P_{is} bar	P_0 d bar	K_0 d uD	K_{is} d uD	K_0 c uD	K_{is} c uD	k' kbar	θ %
Urach								
1635 II	330		.008(2)		14	11	682(3)	0.9(2)
1853 II	370	380(11)	32(1)	4.2				1.2(2)
1853 I							586(3)	
1950 II	390	416(98)	.33(6)	.045	19	.4	722(3)	1.0(2)
1950 I							557(3)	
2125 II	430	214(57)	.13(4)	.005	58	4	473(4)	1.6(2)
2308 II	460				4.8	4.6	705(4)	0.7(2)
2308 I		480(80)	9(1)	1.2			626(7)	
2416 II	480	349(43)	.19(1)	.014	81	8		
2798 I	560	124(7)	74(3)	.44				1.2(2)
2934 II	590				44	1.5	539(2)	1.4(2)
3053 II	610		.004(1)				642(7)	
3257 II	650	408(6)	.27(1)	.015	15	4.1		0.9(2)
Konzen								
68 II							615(5)	3.2(2)
128 II		657(126)	8.3(8)				613(3)	3.0(2)
128 I		200(30)	77(5)					
223 II			.038(7)				431(4)	1.4(2)
223 I							560(3)	
287 II							783(8)	
398 II		900(300)	.25					

(I) bedeutet Kerne senkrecht zur Bohrkernachse

(II) parallel zur Bohrkernachse

Die Kompressibilität wurde bei Raumtemperatur in einer Standardhochdruckzelle ermittelt. Der Druck wurde in Schritten von 1 kbar bis ca. 20 kbar erhöht, wobei die Höhenänderung der Probe gemessen wurde. Der Kompressionsmodul k' wurde durch Fitten der Murnaghan-Gleichung (MURNAGHAN, 1951) an die Daten berechnet. Für k' wurden Werte zwischen 400 und 800 kbar ermittelt. Der Kompressionsmodul der Konzenproben ist anisotrop. Senkrecht zur Schichtung bei der Tiefe 223 m ca. entsprechend einer Orientierung der Probe annähernd parallel zur Bohrlochachse, wurde ein niedrigerer Kompressionsmodul als parallel zur Schichtung gemessen. Ebenso wurde eine Anisotropie des Kompressionsmoduls bei den Urachneisen beobachtet. Der Textureinfluß kann bei den Proben 1950 m und 2308 m beobachtet werden.

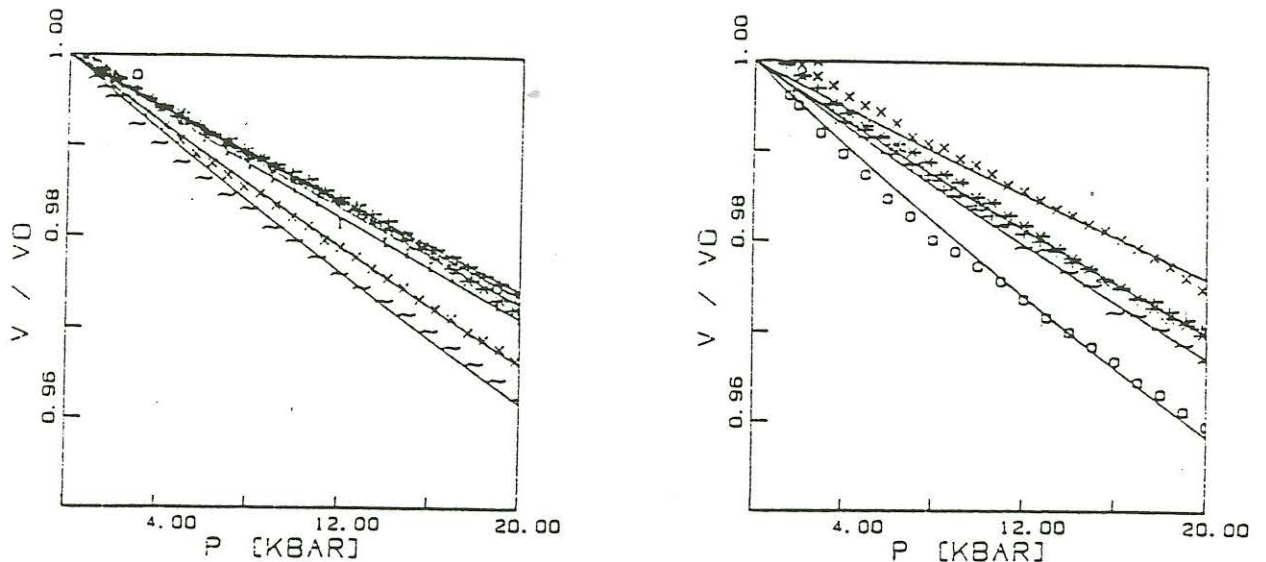


Bild 4a, b: Kompressibilität von trockenen Bohrkernproben. Die Meßwerte wurden nach dem LSQ-Verfahren mit der Murnaghan-Gleichung (verbundene Linie) gefittet.

- a) Urach bei 1635m(*); 1950m(+); 2125m(˜); 2308m(o); 2934m(x); 3053m(I)
b) Konzen bei 68m(*); 128m(+); 223mS(˜); 223mP(o); 287m(x)

Die Porosität wurde mit einem Quecksilberporosimeter (WILL et al., 1983; Becker et al., 1985) gemessen. Die niedrigen Porositätsdaten der Urachneise korrespondieren nicht mit den Permeabilitätsdaten. Es ist also hier nicht möglich die Menge der verbundenen Poren aus Porositätsdaten zu erkennen.

4. VERSUCHSAUFBAU ZUR WIDERSTANDSDISPERSIONSMESSUNG UNTER IN SITU BEDINGUNGEN

4.1 AUTOKLAV UND ELEKTRISCHER VERSUCHSAUFBAU

Die Messung der elektrischen Leitfähigkeit an Bohrkernproben erfolgte in einem speziell für diese Zwecke gebauten Autoklaven. (NOVER et al., 1984).

Der elektrische Widerstand wurde als Funktion der Frequenz im Bereich 10^{-5} bis 10^{+5} Hz ermittelt. Bei vorgegebener Frequenz muß hierzu die komplexe Spannung und der dadurch bewirkte komplexe Strom durch die Probe gemessen werden (siehe Abb. 5).

Im Frequenzbereich von 1 bis 20000 Hz wurde ein Frequenz-Generator verwendet, der die Anregespannung erzeugt. Ein Lock-In-Verstärker (M5206) mißt über einen Vorverstärker (M 178) den komplexen Strom, der durch die Probe fließt.

Bei Frequenzen unter 10 Hz übernimmt eine "Fast Fourier Transform" Technik (FFT) die Messung. Dabei wird in einem Potentiostat eine Superposition von Anregewellen bei verschiedenen Frequenzen erzeugt und die Antwort der Probe registriert. Mit einer inversen FFT wird diese Superposition wieder in diskrete Frequenzdaten zerlegt. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, daß nicht für jede Frequenz die Polarisationszeit abgewartet werden muß.

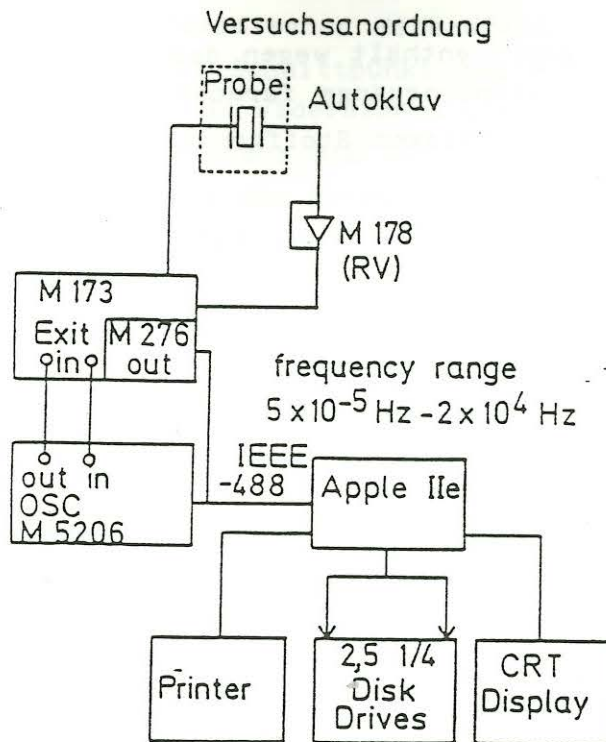


Abb.5 Block-Diagramm des AC Impedance System : (M178) Elektrometer, (M276) Interface, (M173) Potentiostat, (M5206) Lock In Analyser

4.2 Theoretische Betrachtungen zur Widerstandsdispersion von Gesteinen

Die elektrische Leitfähigkeit σ und die Dielektrizitätszahl ϵ sind Materialgrößen, die die durch die elektrische Feldstärke \underline{E} hervorgerufene Stromdichte bzw. Verschiebung \underline{D} bestimmen.

$$\underline{J} = \sigma \underline{E} \quad (4)$$

\underline{E} Elektrische Feldstärke

σ Elektrische Leitfähigkeit

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad (5)$$

\underline{D} Verschiebungsstromdichte

ϵ Dielektrizitätskonstante

ϵ_0 Dielektrizitätskonstante im Vakuum

K Relative Dielektrizitätskonstante des Materials

$$\epsilon = \epsilon_0 K \quad (6)$$

Die gemessene Leitfähigkeit enthält wegen des Ladungstransportes ohmsche und wegen Diffusionsvorgänge faradayische Anteile. Deshalb müssen wir von den komplexen Stoffgrößen σ^* und K^* ausgehen, so daß gilt:

$$(7) \quad \sigma^* = \sigma' + i \sigma''$$

$$(8) \quad K^* = K' - i K''$$

Dadurch wird ein effektiver komplexer elektrischer Leitwert definiert:

$$(9) \quad j = \sigma_{\text{eff}}^* E$$

mit

$$(10) \quad \sigma'_{\text{eff}} = \sigma' + \epsilon_0 K''$$

$$(11) \quad \sigma''_{\text{eff}} = \epsilon_0 K' + \sigma''$$

Der von uns gemessene spezifische elektrische Widerstand entspricht dem komplexen Kehrwert von σ_{eff}^* . Zur Zuordnung weniger charakteristischer Zahlen der Widerstandsdispersion bieten sich elektrische Ersatzschaltbilder an. Die Meßpunkte (P' , P'') einer einfachen Anordnung von einem Widerstand und einem dazu parallelen Kondensator, für ein ganzes Frequenzspektrum durchgemessen, ergeben in der komplexen Zahlenebene, dem s.g. Cole Cole Plot (COLE et al., 1941) einen Halbkreis (siehe Abb.6).

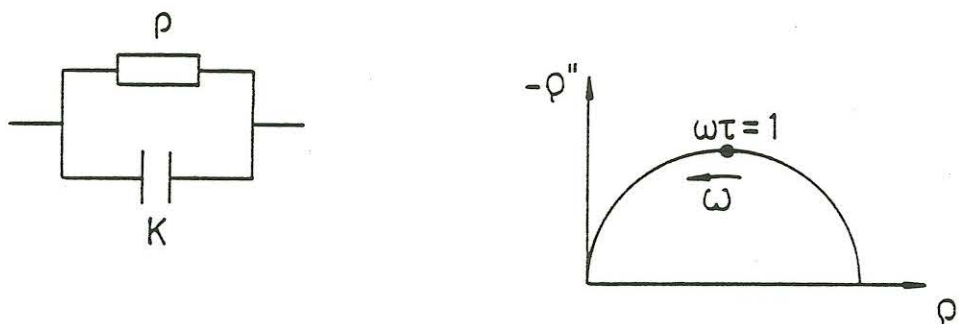


Abb. 6 Ersatzschaltbild und Cole-Cole Plot für eine parallele Anordnung von Widerstand und Kondensator

Hierbei sind P spezifischer Widerstand und K Dielektrizitätskonstante. Der rechte Schnittpunkt des Halbkreises mit der Abszisse hat die Größe des Widerstands und am Maximum läßt sich aus der dazugehörigen Frequenz die Relaxationzeit bestimmen. Das ist die Zeit, die sich aus dem Produkt des Widerstandswertes mit der Kapazität des Kondensators ergibt. Entsprechend ergeben eine Anordnung von drei RC-Gliedern im Cole-Cole-Plot drei Halbkreise. Dabei muß jedoch die Voraussetzung erfüllt sein, daß sich die Relaxationszeiten der einzelnen Glieder stark unterscheiden. Nähern sie sich an, so beginnen sich die Halbkreise zu überlappen, bis ein neuer größerer Halbkreis, entsteht.

Diese Bilder erweisen sich zur Interpretation der elektrischen Eigenschaften von geologischen Proben als nützlich. Bei steigender Frequenz haben wir von links nach rechts in der Hauptsache drei Effekte (MANKO, 1984): Elektroden-, Korngrenzen- und Volumeneffekt.

Jeweils eines der drei RC-Glieder kann dabei als Superposition von mehreren RC-Gliedern betrachtet werden, die sich in ihren Relaxationszeiten nicht stark unterscheiden. Die Halbkreise dieser kleinen Beiträge können sich zu einem großen Halbkreis überlagern. Solange der Unterschied der Relaxationszeiten der drei Effekte groß genug ist, kann man jeden dieser Effekte durch jeweils ein parallelgeschaltetes RC-Glied beschreiben und alle drei hintereinanderschalten.

Bei Mineralen und Gesteine liegen komplizierte Relaxationprozesse vor, da dort die Ladungsverteilung deformiert ist. Als Ursache dieser Polarisation kann z.B. die Coulombabschirmung der Ladungsträger in ihrer Umgebung, welche bei Ladungstransport langsamer nachkommt, angesehen werden. Ferner kommt die sprunghafte Orientierungsänderung der Dipole, die man als einseitig verankert betrachten kann (JONSCHER, 1977), als Polarisationsmechanismus in Frage. Das hat zur Folge, daß der dielektrische Verlust der oben eingezeichneten Kondensatoren frequenzabhängig ist. Damit nimmt das Modell die in Abb.7 gezeigte Form an.

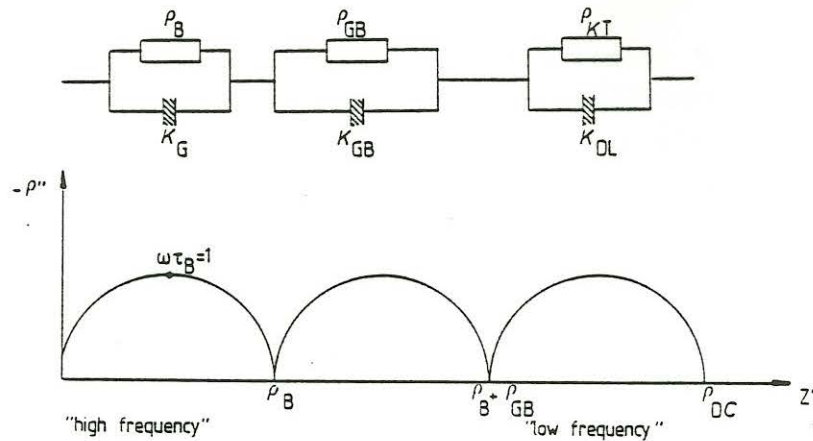


Abb. 7 Theoretisches Ersatzschaltbild und dazugehöriges Cole-Coleplot einer Widerstandsdispersion einer Gesteinsprobe

Jedes der drei Glieder beschreibt im Impedanzdiagramm einen Halbkreis, der jetzt jedoch nicht mehr auf der reellen Achse steht, sondern auf einer Geraden, die mit der ρ' -Achse einen Winkel von $n \frac{\pi}{2}$ mit $0 \leq n \leq 1$ bildet. Der Wert n hängt von dem niederfrequenten Deformationsanteil der Polarisation ab. Rein rechnerisch lassen sich diese Größen nach einem Modell von Jonscher durch Hinzufügen eines von n abhängigen Geometriewertes berechnen.

Für ein RC-Glied gilt:

$$(12) \rho^*_{calc} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{\rho_i} + \frac{\tau_i}{\rho_i} \cot \frac{n \pi}{2} \omega^{n_i} + i \frac{\tau_i \omega^{n_i}}{\rho_i} \right)^{-1}$$

Nach einer Hintereinanderschaltung dreier solcher RC-Glieder können wir jetzt eine Formel für ρ' und ρ'' angeben. Hierzu sind 9 Parameter erforderlich, um das dazugehörige Cole-Cole-Plot zu interpretieren: Die Relaxationszeiten, die Widerstände und die Zahlen n der 3 Effekte an den Übergängen Elektrode Probe, an den Korngrenzen und im Volumen.

Der Begriff Relaxationszeit gilt strenggenommen nur für $n=1$, sonst bekommt diese Größe nicht die Dimension einer Zeit.

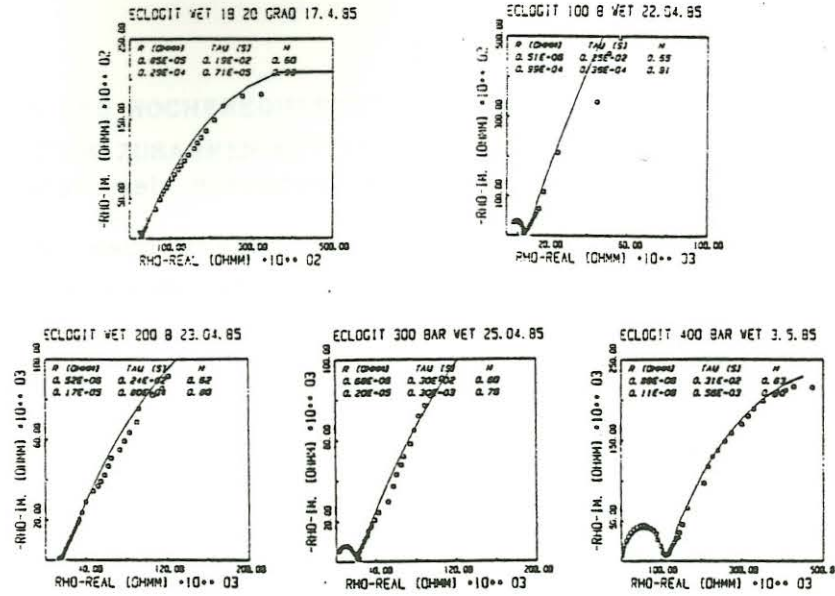


Abb. 8 a-e: Widerstandsdispersionen von 100 % feuchten Eklogit im Frequenzbereich zwischen 10^{-4} bis $2 \cdot 10^4$ Hz in Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck.

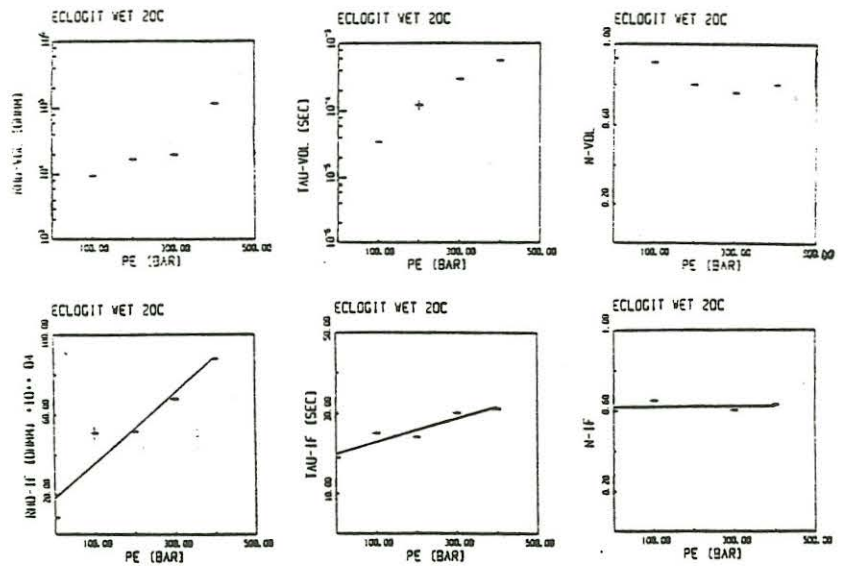


Abb. 9: Anpassungsparameter an Widerstandsdispersionen (in Abb. 8) gemäß Gleichung (12) in Abhängigkeit vom Druck.

5. Programm RHOFIT

Zur Analyse und Interpretation der Meßdaten wurde ein Programm RHOFIT geschrieben. Es minimiert über alle Frequenzen die Summe der Quadrate der Abweichungen der gemessenen Realteile von den mit den o.g. Parametern errechneten Werten zuzüglich der entsprechenden Imaginär-Werte. Da die Widerstandswerte u.U. innerhalb einer Dispersion mehrere Größenordnungen einnehmen können wurden die o.g. Abweichungen durch die Division mit dem Meßwert selber, einem abgeschätzten Fehler, normiert.

$$(13) \quad \sum_w \left(\frac{(\rho'_{\text{obs}} - \rho'_{\text{calc}})^2}{\rho'_{\text{obs}}} + \frac{(\rho''_{\text{obs}} - \rho''_{\text{calc}})^2}{\rho''_{\text{obs}}} \right)$$

Der R-Wert wurde wie folgt definiert:

$$(14) \quad R_{\text{wert}} := \frac{\sum_w ((\rho'_{\text{obs}} - \rho'_{\text{calc}})^2 + (\rho''_{\text{obs}} - \rho''_{\text{calc}})^2)}{\sum_w (\rho'^2_{\text{obs}} + \rho''^2_{\text{calc}})}$$

Das Programm sucht nun nach Vorgabe von sinnvollen Startwerten die besten Parameter im Sinne eines minimalen R-Wertes.

Als Modell wurde das einfache für den Frequenzbereich von DC bis 100000 Hz verwendbare Ersatzschaltbild der Serienschaltung von 3 parallelen RC-Gliedern mit komplexen Kondensatorkapazitäten gewählt (siehe Abb. 7).

Die Auswertung sei am Beispiel einer Messung an einem Eklogit demonstriert. In diesen Cole-Cole-Darstellungen (siehe Abb. 8a-e) sind für 5 Drücke die Frequenzabhängigkeiten der elektrischen Widerstände gezeigt. Die Frequenz variierte von 10^{-4} Hz (letzter Meßpunkt rechts) bis $2 \cdot 10^4$ Hz (erster Meßpunkt links). Es wurden jeweils 2 Halbkreise angepaßt. Die Werte am Minimum zwischen beiden Halbkreisen wurden unter Atmosphärendruck bei ca. 1000 Hz und unter 500 bar bei ca. 10 Hz gemessen (siehe Abb. 8). Für 2 Relaxationsprozesse erhalten wir 6 Zahlen die in Abb. 9 in Abhängigkeit vom Druck aufgetragen sind.

6. INTERPRETATION DES HOCHFREQUENTEN ANTEILS ($10^2 - 2 \cdot 10^4$ HZ) DER WIDERSTANDSDISPERSION ZUSAMMEN MIT PERMEABILITÄTSMESSUNGEN UNTER DRUCK

Die Abbildungen 10, 11 und 12 zeigen den Einfluß, den ein durch Druck verkleinerter Strömungsquerschnitt auf die o.g. Dispersionsparameter hat.

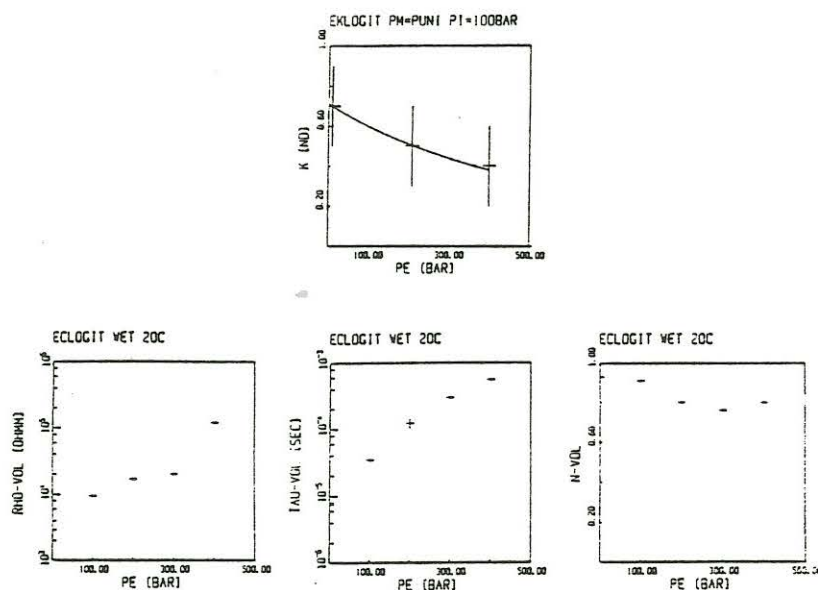


Abb. 10 a-d: Permeabilität und Widerstandsdispersionsparameter von Eklogit unter Druck.

Beim Eklogit wurden sehr niedrige Permeabilitäten unter 1 μD ($=10^{-21} \text{ m}^2$) (siehe Abb. 10 a) und damit übereinstimmend hohe Volumenwiderstände (siehe Abb. 10b) gemessen. Trotzdem muß wegen der zu beobachtenden Druckabhängigkeit davon ausgegangen werden, daß der elektrische Strom vorwiegend im Elektrolyten auf Leitungsbahnen fließt, die stark vom Druck abhängen können. Die Relaxationszeit steigt mit steigendem Druck. Das bedeutet, daß für die Polarisationsvorgänge in der Volumenleitung die Querschnitte der Leitungsbahnen eine Rolle spielen. Somit bietet die Messung der Frequenzabhängigkeit des elektrischen Widerstands an Gesteinen die Möglichkeit zumindestens 2 Größen zur Beschreibung der Leitungskanäle zu liefern.

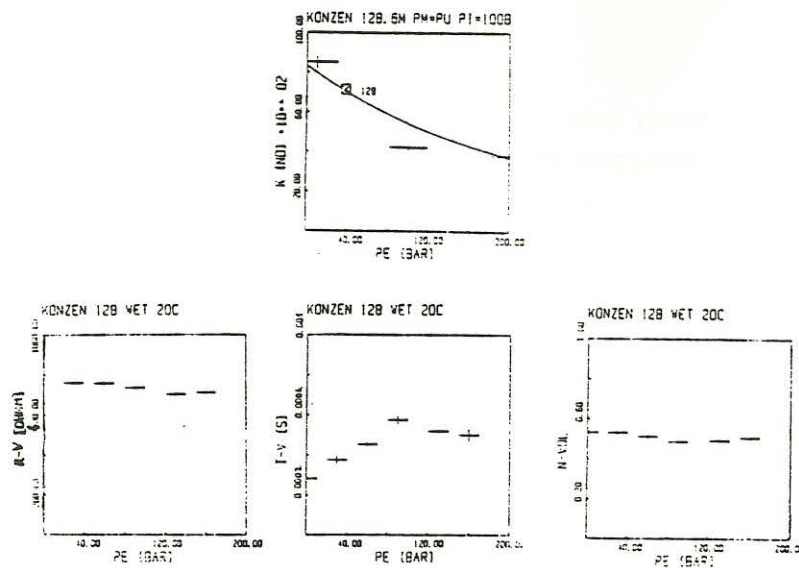


Abb. 11 a-d: Permeabilität und Widerstandsdispersionsparameter von der Bohrkernprobe Konzen 128 m unter Druck

Auch die Probe aus der Bohrung Konzen (NOVER et al., 1985), die höhere Permeabilitäten und niedrigere Volumenwiderstände besitzt, zeigt diesen Anstieg im Widerstand und in der Relaxationszeit wobei schnell ein Sättigungsbereich im Widerstand und bei höheren Drücken in der Relaxationszeit zu beobachten ist.

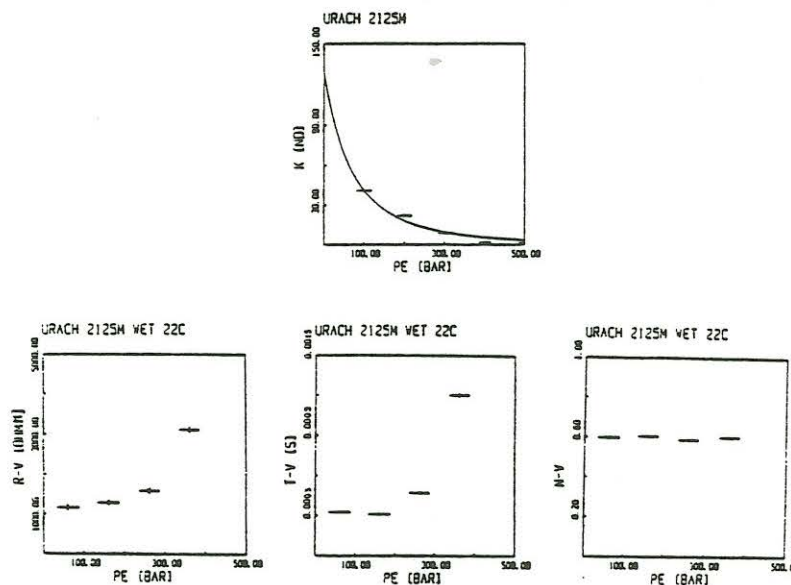


Abb.12 a-d: Permeabilität und Widerstandsdispersionsparameter von der Bohrkernprobe Urach 2125 m unter Druck.

Bei den in Abb. 12 dargestellten Messungen an der Probe Urach 2125m sind wiederum die oben dargestellten Zusammenhänge zu beobachten. Die Relaxationszeit des Volumeneffektes erhöht sich also mit kleiner werdendn Porenquerschnitt. Das bedeutet, daß die Ladungstrennung, die von einem elektrischen Feld erzeugt wird, in engeren Leitungsbahnen langsamer von statten geht.

7. DANKSAGUNG

Diese Arbeit wurde dankeswerterweise durch das Bundesministerium für Forschung und Technologie (BMFT), Bonn, West Germany, unter O3E-6187-A, gefördert.

8. LITERATURE

- AAMODT, R.L., D.W. BROWN, H.N. FISHER, Y.C. HSU, R.G. LAWTON, H.D. MURPHY, R.M. POTTER and I.W. TESTER, Los Alamos Scientific Lab. LA 7109-PR Annual Report, 1977
- BECKER, R., H. LENTZ, E. HINZE, G. NOVER, G.WILL, Ein Quecksilberporosimeter hoher Präzision und seine Anwendung zur Charakterisierung dichter Gesteine, Ber. der Bunsengesellschaft für physikalische Chemie, (in print)
- BRACE, W.F., J.B. WALSH, W.T. FRANGOS, Permeability of Granite under High Pressure, J. Geophys. Res., 73, 2225-2236, 1968
- BRACE, W.F., Permeability of crystalline and argillaceous rocks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 17, 241-251, 1980
- BRACE, W.F., Permeability of crystalline rocks: New in situ measurements, J. Geophys. Res., 89, B6, 4327-4330, 1984
- COLE, K.S., COLE, R.: Dispersion and adsorption in dielectrics I, alternating current characteristics, J. Chem. Phys. V9, 341-351, 1941
- HUENGES, E., NOVER, G., and WILL, G., Einfluß der Temperatur auf die Dispersion des elektrischen Gesteinswiderstandes von Basaltproben im Temperaturbereich von 20 °C bis 1000 °C, Sitzungsberichte der 15. Sitzung der FKPE-Arbeitsgruppe "Ermittlung der Temperaturverteilung im Erdinnern, 82-86, 1985
- JONSCHER, A.K., Physical basis of dielectric loss, Nature, 253, 717-719, 1975

- JONSCHER, A.K., The Interpretation of Non-Ideal Dielectric Admittance and Impedance Diagramms, Phys. Stat. Sol., (a)82, 665-676, 1975
- JONSCHER, A.K., Analysis of the alternating current properties of ionic conductors, J. Mat. Sci., 13, 553-562, 1978
- NOVER, G., E. HINZE AND G. WILL, Elektrische Leitfähigkeitsmessungen an Gesteinen in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Gesteinstatus, BMFT Forschungsbericht T 84-279, 1984
- NOVER, G., E. HUENGES and G. WILL, Petrophysical Properties and Electrical Conductivity of Core Samples from the Research Borehole Konzen, Hohes Venn (West Germany), N. Jb. Geol. Paläont. Abh., 171 (1-3), 169-181, 1985
- MORROW, C., D. LOCKNER, D. MOORE and J. BYERLEE, Permeability of Granite in a Temperature Gradient, J. Geophys. Res., 86, B4, 3002-3008, 1981
- MORROW, C., L.Q. SHI and J.D. BYERLEE, Permeability of Fault Gouge Under Confining Pressure and Shear Stress, J. Geophys. Res., 89, B5, 3193-3200, 1984
- MURNAGHAN, F.D., Finite Deformation of an Elastic Solid, London, (Wiley & Sons), 1951
- WILL, G., L. CEMIC, E. HINZE, K.-F., SEIFERT and R. VOIGT, Electrical Conductivity Measurements on olivines and pyroxenes under defined thermodynamic activities as a function of temperature and pressure, Phys. Chem. Minerals, 4, 139-197, 1979
- WILL, G., E. HINZE, L. CEMIC and M. MANKO, Electrical Conductivity Measurements on Synthetic Olivines at High Pressures and Temperatures under Defined Thermodynamic Conditions. In: W. SCHREYER (Ed.): High Pressure Research in Geoscience, 393-406; Stuttgart (Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung)
- WILL, G., E. HINZE and G. NOVER, Porosity, Electrical Conductivity and Permeability of Rocks from the Deep Drilling Urach 3 and the Hot Dry Rock Project of Falkenberg (West Germany), J. Geomagn. and Geoelectr., 35, 787-804, 1983
- ZOBACK, M.D. and J.D. BYERLEE, The Effect of Microcrack Dilatancy on the Permeability of Westerly Granite, J. Geophys. Res., 80 (5), 752-755, 1975

Gaston FISCHER, P.-A. SCHNEGG und B.V. LE QUANG

Beispiel einer zweidimensionalen Modellisation am Campidano-Graben von Sardinien

I. Einleitung

In einer ausführlichen Arbeit, die anderswo erscheinen soll (Schnegg et al. 1986,a), berichten wir über eine magnetotellurische (MT) Studie des Campidano-Grabens im SW von Sardinien. Hier wollen wir nur über einige Erfahrungen bei der Modellisation der Daten über einem zweidimensionalen (2-D) Profil berichten. Es handelt sich um das Profil Nr. 1 in Fig. 1. Die Streichrichtung des Campidano-Grabens ist etwa identisch mit der Richtung von Profil 3. Obwohl also Profil Nr. 1 schief dazu liegt, haben wir bei allen Stationen (1 bis 10 und 13) die Messachsen nach der Streichrichtung N45°W angelegt.

Der Campidano-Graben bildet ein Sedimentbecken, dessen Umgebungsgestein aus hochohmigen metamorphen Formationen des Paläozoikums besteht. Die Stationen an beiden Grabenrändern zeigten denn auch schon bei kurzen Perioden eine ausgeprägte Anisotropie, wie dies in Fig. 2 verdeutlicht wird. In der Grabenmitte dagegen, zeigt Fig. 3 ein nahezu isotropes Verhalten bis zu Perioden von etwa einer Sekunde. Worauf diese Figur auch noch deutet, ist eine eher dünne hochohmige Zwischenschicht, die sich durch ein leichtes Ansteigen des scheinbaren Widerstandes bei 0.1s bemerkbar macht. Obwohl der daraus entstehende Buckel in den Daten nur als schwache Erscheinung in Fig. 3 auftritt und deshalb leicht als Störung der Messwerte angesehen werden könnte, muss betont werden, dass er bei allen Stationen von 1 bis 7 im Profil Nr. 1 auftritt. Das sieht man z.B. in Fig. 4 bei der Station 13, dessen Daten wiederum klar machen, dass die hochohmige Schicht (Schicht Nr. 2 beim 5-Schichten Modell) auch da nur schwach zum Vorschein kommt. Die Daten der H-Polarisation kann man nämlich fast ebenso gut mit drei wie mit fünf Schichten eindimensional modellisieren. Von einem Bohrloch bis in eine Tiefe von 1700 m (Pala et al. 1982) am Ort unserer Station 4, weiss man jedoch, dass der Campidano-Graben tatsächlich aus fünf Formationsgruppen mit kontrastierenden Leitfähigkeiten besteht. Im Bohrloch wurden bis in eine Tiefe von 1162 m gut leitende Sedimente

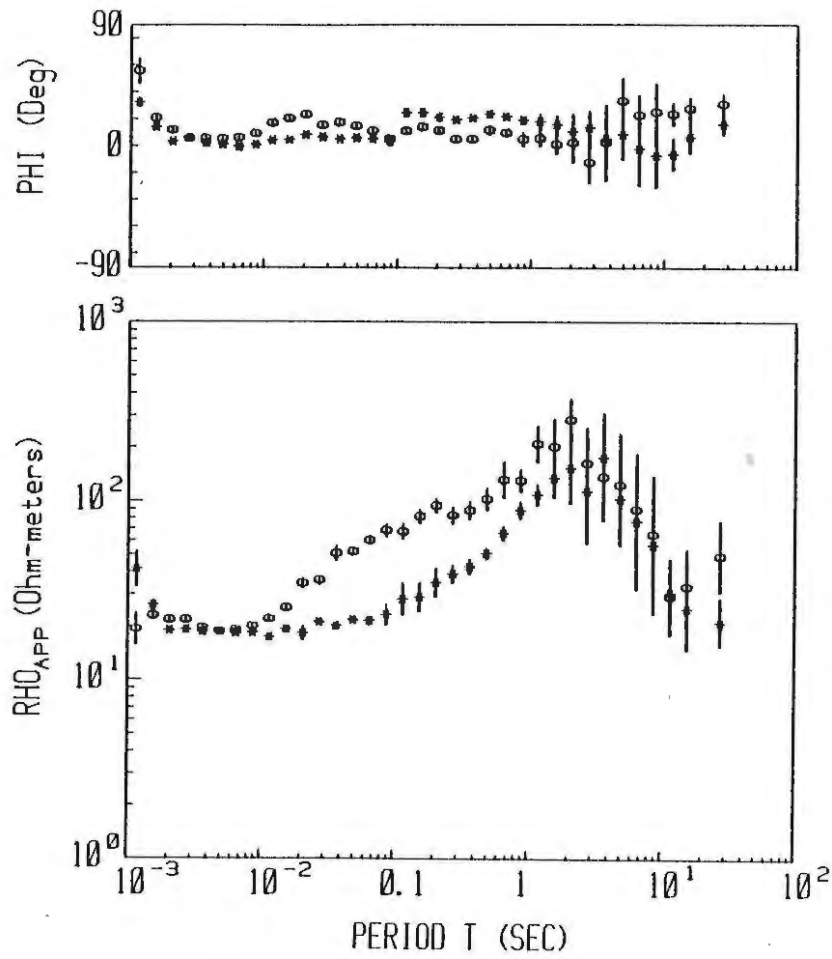


Fig. 2. MT Felddaten bei der Station 10. Sterne: H-POL, Kreise: E-POL.

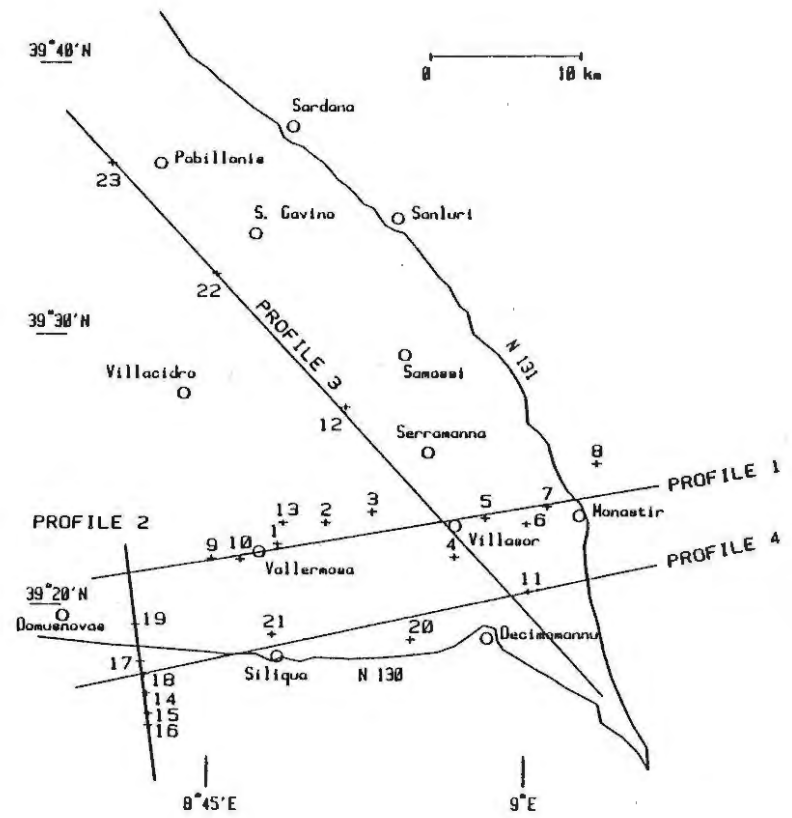


Fig. 1. Lageplan des studierten Gebietes im SW Sardinien.

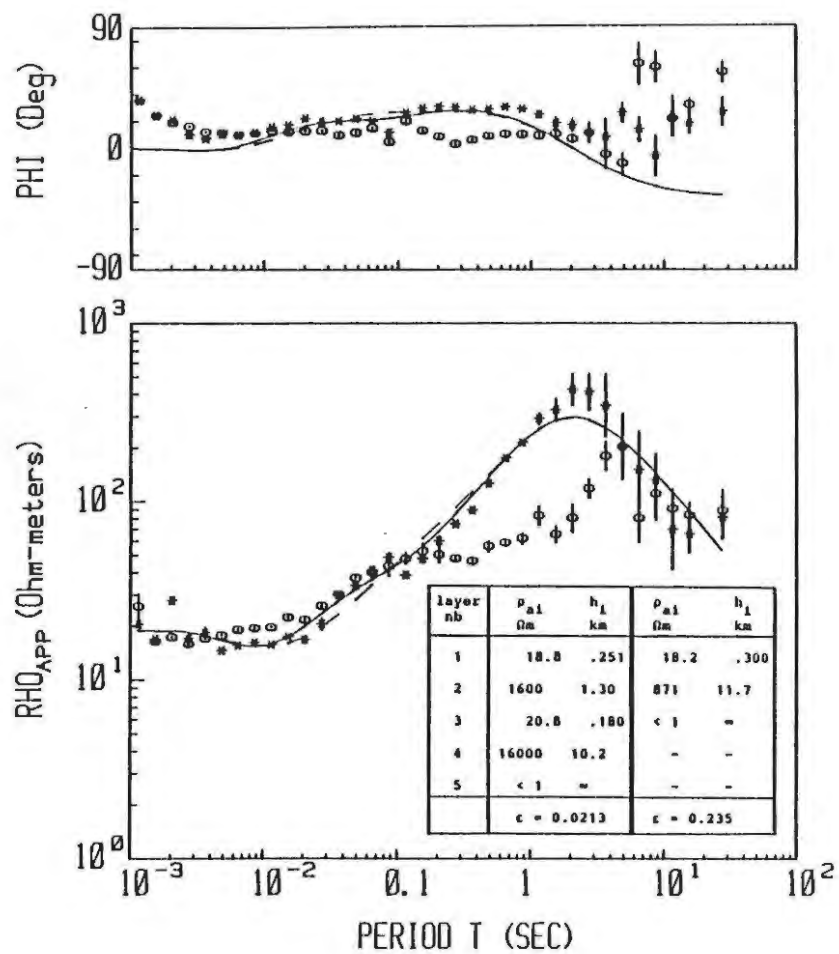


Fig. 4. MT Felddaten bei der Station 13. Die H-POL Daten (*) wurden mit 3 (---) und mit 5 (—) Schichten modelliert. Die Standard Abweichung c bezieht sich auf den Logarithmus des scheinbaren Widerstandes.

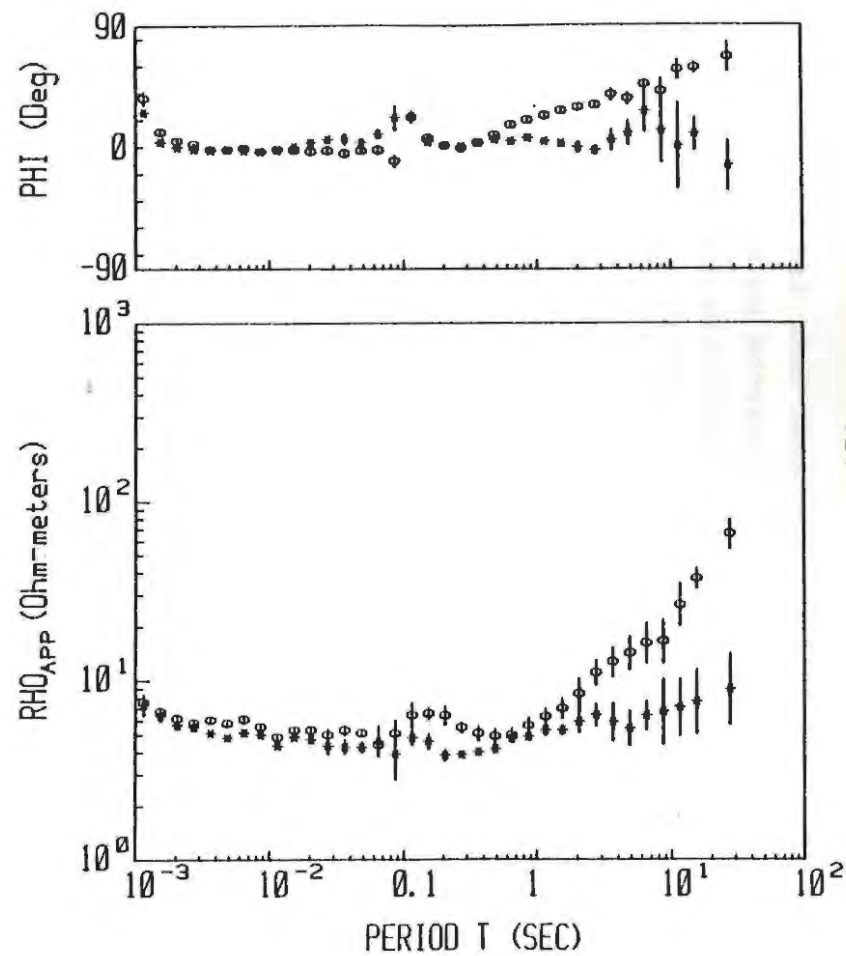


Fig. 3. MT Felddaten bei der Station 6. Sterne: H-POL, Kreise: E-POL.

und alluviale Ablagerungen wie Sand, Lehm und Ton angetroffen. Dann folgen etwa 400 m hochohmige vulkanische Andesite, Ignimbrite und pyroklastische Laven. Diese überdecken die ungefähr 120 m mächtige Cixerri-Formation von gutleitenden Eozän-Sedimenten, die direkt auf dem Paläozoischen Sockel liegen. In viel grösserer Tiefe folgt natürlich der Mantel als guter Leiter, den wir aber mit unseren Daten nicht mit absoluter Sicherheit erfasst haben.

2. Das zweidimensionale Modellisationsverfahren

Schnegg et al. (1986,b) haben kürzlich gezeigt, dass wenn eine 2-D Struktur nicht von hochisolierenden Formationen durchzogen ist, die Anpassungslänge der H-Polarisation (H-POL) sehr kurz sein kann. Davon ausgehend haben wir ein Anfangsmodell aufgestellt, indem wir zuerst für alle Stationen eine 1-D Modellisation der H-POL Daten vorgenommen und die Bereiche ähnlichen spezifischen Widerstandes verbunden haben. In einem ersten Durchgang haben wir versucht, mit dem einfachsten Modell auszukommen, d.h. wir haben das Anfangsmodell aus 1-D Inversionen mit nur 2 oder 3 Schichten aufgebaut. Dieses Anfangsmodell haben wir dann in etwa zwölf Schritten modifiziert bis wir eine gute Übereinstimmung zwischen den H-POL Messdaten und dem Verhalten des 2-D Modelles erhielten. Die Phase, die bei den höheren und niedrigsten Frequenzen etwas weniger sicher ist, haben wir durchwegs ignoriert und immer nur den scheinbaren Widerstand modellisiert. Als wichtiges Nebenziel versuchten wir dabei immer das Modell so einfach wie möglich zu halten und kümmerten uns also überhaupt nicht um die bekannten geologischen Verhältnisse (in der Tat waren uns diese während dieser Arbeitsphase unbekannt).

Nachdem für die H-POL Daten eine befriedigende Anpassung erreicht wurde, konnten wir auch eine gute Wiedergabe der E-POL Daten feststellen. Nur minimale Modelländerungen waren notwendig um für E-POL und H-POL etwa gleiche Übereinstimmungen zu erreichen. Unser Endmodell ist in Fig. 5 dargestellt und die Messdaten werden mit dem 2-D Modellverhalten in Fig. 6 verglichen. Die Güte des Modells kann man mit der mittleren quadratischen Abweichung ϵ der Logarithmen des spezifischen Widerstandes beschreiben. Wir erhalten für die H-POL Daten $\epsilon_H = 0.228$, für die E-POL Daten $\epsilon_E = 0.266$ und für die Gesamtheit der Daten also $\epsilon = 0.246$. Das entspricht einem mittleren Verhältnis der spezifischen Widerstände von 1.76.

STRUCTURE 12

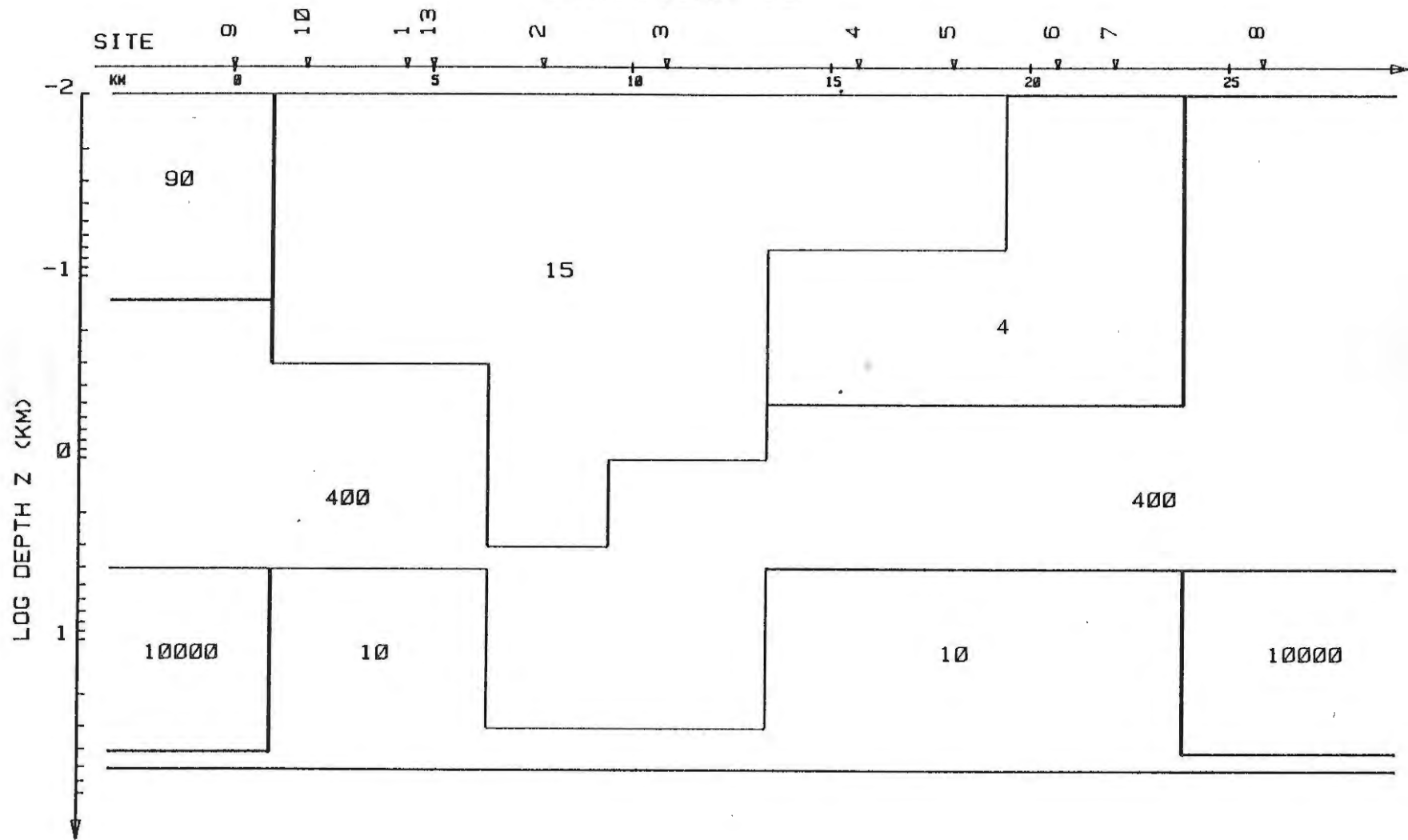


Fig. 5. Das erste, möglichst einfache 2-D Modell. Die Zahlen geben den spezifischen Widerstand in Ωm an. Man beachte die logarithmische Tiefenskala.

H-POL

E-POL

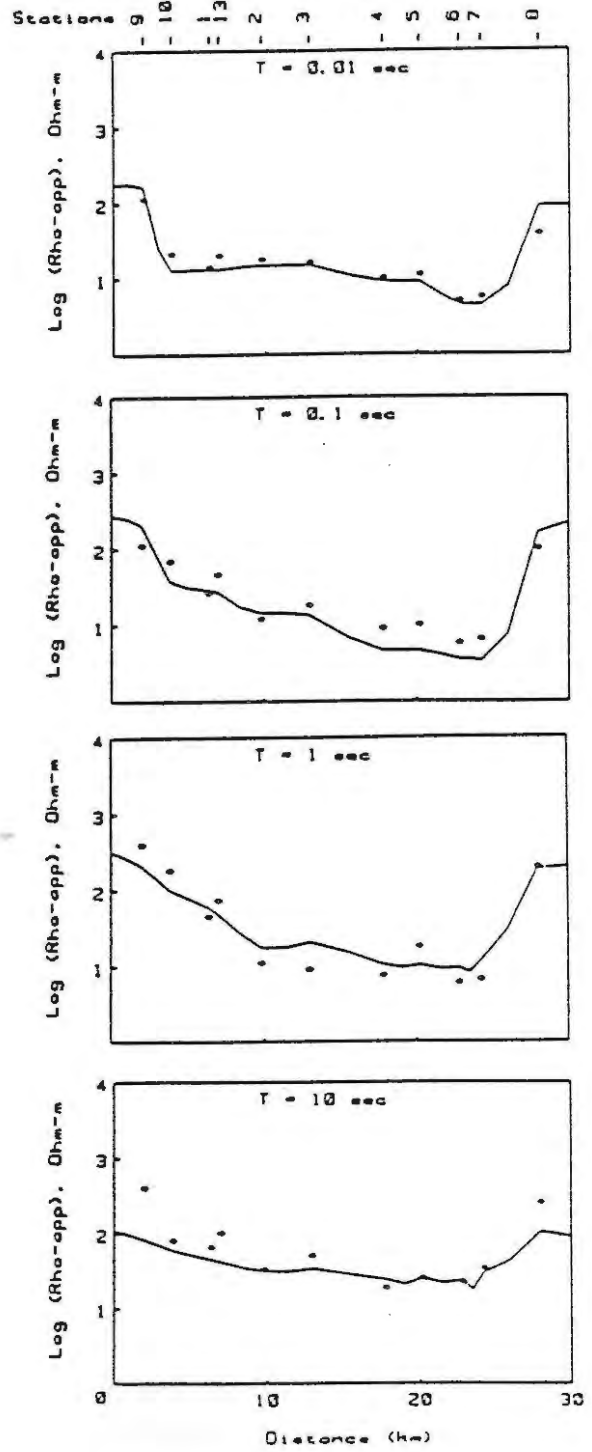
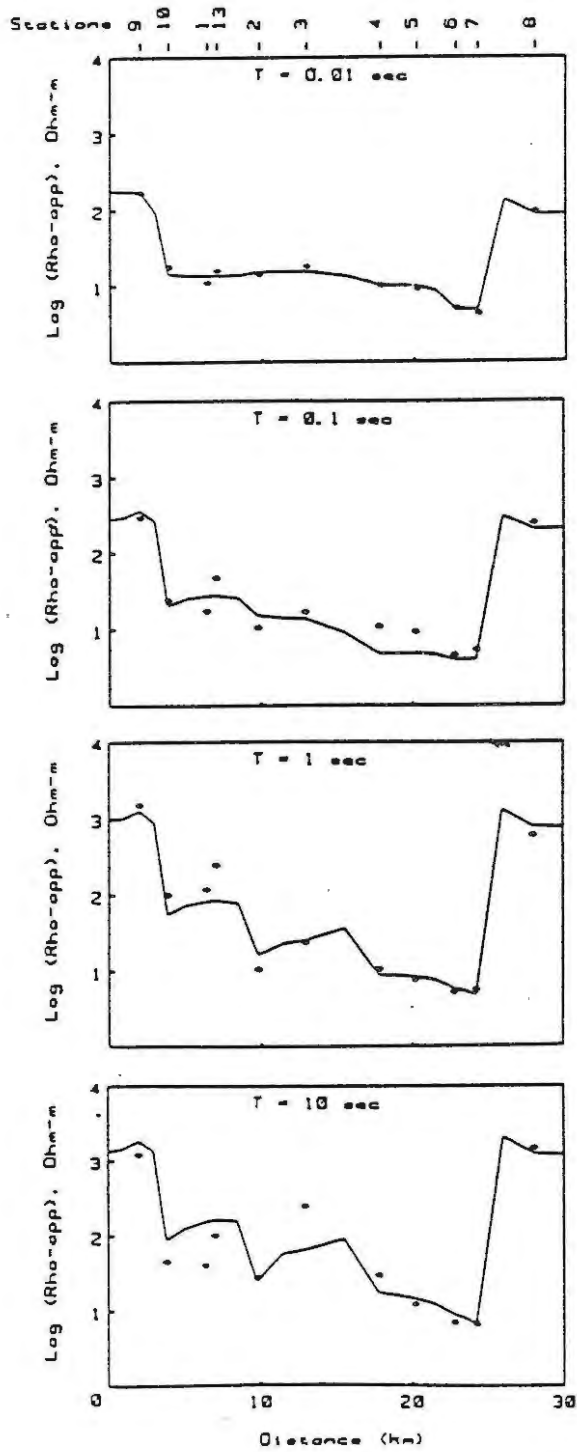


Fig. 6. Das Verhalten des Fig. 5 Modelles (Kurven) verglichen mit den Felddaten bei verschiedenen Perioden.

Hier muss gesagt werden, dass unsere Suche nach einem guten Modell auf rein willkürliche Art ausgeführt wurde. Im Gegensatz zur 1-D Modellisation (Fischer und Le Quang 1981) verfügen wir über kein automatisches Suchverfahren für die 2-D Modelle. Wir können also in keiner Weise behaupten, das Modell der Fig. 5 sei das bestmögliche. Es ist sogar sicher, dass es bessere 2-D Modelle gibt, um unsere Felddaten zu erklären.

Nachdem wir ein möglichst einfaches Modell gefunden hatten und feststellen mussten, dass es mit der bekannten Geologie (Pala et al. 1982) nicht übereinstimmt, haben wir das Modellisationsverfahren neu eingeleitet. Diesmal sind wir von 4- und 5-Schicht 1-D Modellen ausgegangen. Wir haben wiederum versucht, das Modell möglichst einfach zu halten, jedoch immer mit einer hochohmigen Zwischenschicht von Vulkaniten. Ansonsten sind wir gleich verfahren wie beim ersten Modell: zuerst ausgehend von den 1-D Inversionen der H-POL Daten, bis für diese eine gute Übereinstimmung erhalten wurde. Auch hier ergab dieses Modell gleich eine recht gute Wiedergabe sowohl der H-POL wie der E-POL Daten. Nur kleine Abänderungen waren notwendig um für E-POL und H-POL ähnliche Standardabweichungen sicherzustellen: $\epsilon_H = 0.287$, $\epsilon_E = 0.279$, $\epsilon = 0.283$, was ein Verhältnis von 1.92 für die spezifischen Widerstände ergibt.

Obschon die Standardabweichung für dieses neue Modell, welches wir in der Fig. 7 wiedergeben und dessen detailliertes Verhalten der Fig. 6 sehr ähnlich ist, immer noch als sehr gut betrachtet werden darf, müssen wir uns eine gewisse Enttäuschung eingestehen. Wir sind nämlich bei diesem zweiten Modell von geologischen Vorkenntnissen begünstigt worden, haben ein komplizierteres Modell (mit viel mehr frei wählbaren Parametern) zugrunde gelegt und auch der eingesetzte Zeit- und Rechenaufwand waren grösser. Trotzdem ist es uns nicht gelungen, eine kleinere Standardabweichung zu erreichen als beim ersten Modell. Auch hier ist es natürlich klar, dass wir niemals glauben dürfen mit unserer willkürlichen Anpassungsmethode ("trial and error") das bestmögliche Modell, auch eines vorgegebenen Typs, erreicht zu haben.

Auf Grund des 2-D Modelles der Fig. 7 können wir ein geologisches Profil nach Fig. 8 aufstellen, das mit den Profilen von Pala et al. (1982) sehr gut übereinstimmt.

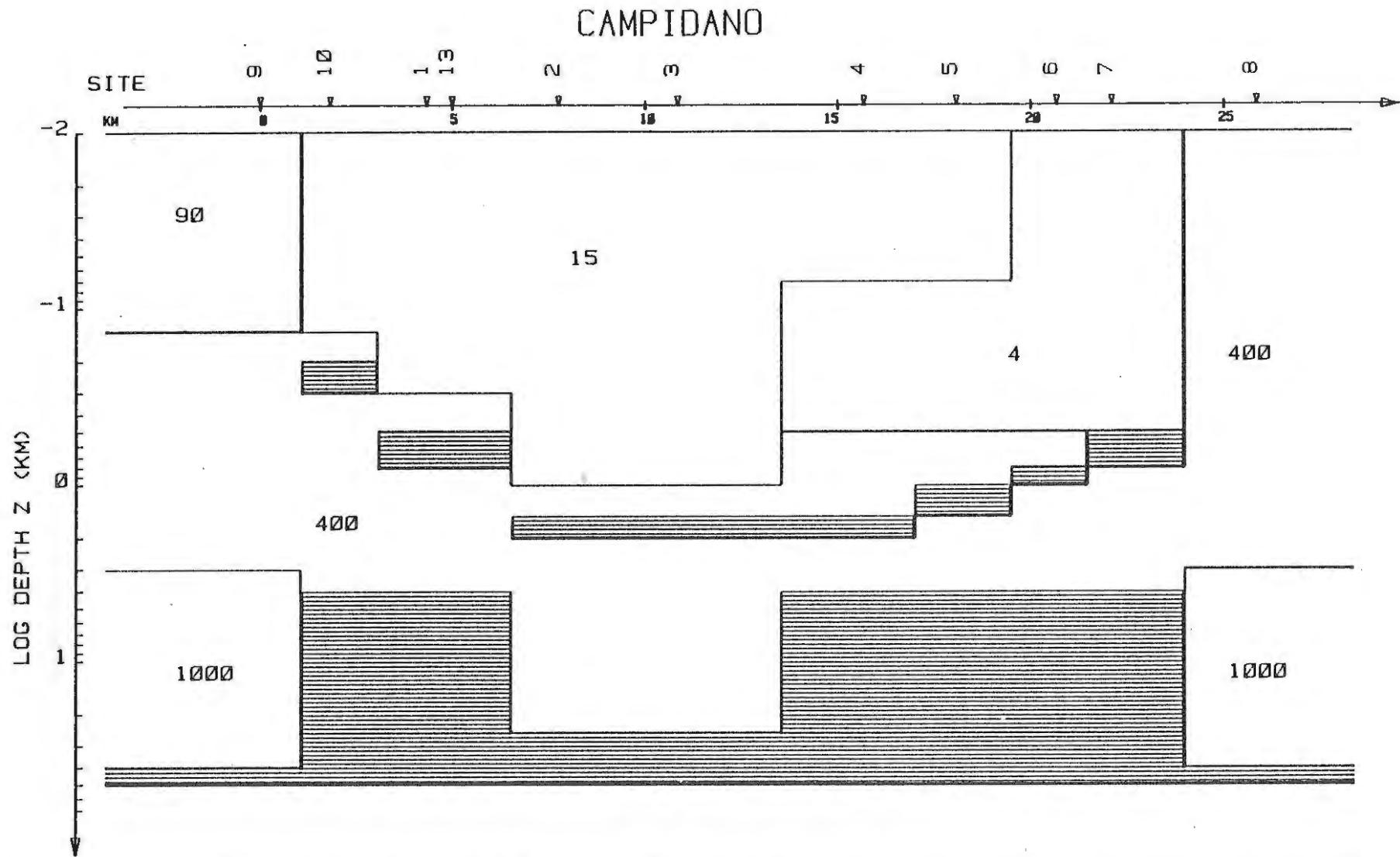


Fig. 7. Geologisch besser fundiertes 2-D Modell. Die Zahlen geben den spezifischen Widerstand in Ωm an. Die oberen schraffierten Gebiete entsprechen der Cixerri Formation, mit $10 \Omega\text{m}$. Man beachte die logarithmische Tiefenskala. Zur Kürzung der Rechenzeit wurde das Modell in einer Tiefe von 50 km mit einem perfekten Leiter begrenzt.

3. Schlussfolgerungen

Am Beispiel des Campidano-Grabens haben wir feststellen können, dass MT-Daten im allgemeinen nicht genügen, um ein geologisches Profil auf eindeutige Weise abzuleiten. Im vorliegenden Fall war es möglich, ein Modell vorzuschlagen, das den geologischen Vorkenntnissen zwar nicht genügt, die gemessenen Daten aber besser wiedergibt als ein geologisch glaubwürdiges Modell, dessen allgemeine Struktur auf diesen Vorkenntnissen beruht. Günstigere Bedingungen wären vielleicht denkbar, wenn wir ein Verfahren zur Verfügung hätten, mit welchem innerhalb eines gewissen vorgegebenen Rahmens (z.B. vorgegebene Anzahl freier Parameter) das bestmögliche Modell ausgewählt werden könnte. Solche Verfahren, wenn sie überhaupt existieren und zufriedenstellend funktionieren, sind aber wohl noch sehr aufwendig. Eine kürzlich beschriebene 2-D Inversionsmethode, die keine Vorkenntnisse in Anspruch nimmt und auf die allgemeine geophysikalische Inversionstheorie von Backus und Gilbert (1967, 1968, 1970) zurückgeht ist von Rodi (1984) beschrieben worden. Diese Methode ist im Handel erhältlich, aber sie ist sehr teuer und sehr aufwendig und, wie ein neueres Beispiel zeigt (Jiracek 1986), besteht auch da keinen Grund zu erwarten, dass sie selbständig geologisch glaubwürdigere Resultate liefert.

Es zeigt sich also, dass auch mit mehreren Messtationen auf einem 2-D Profil die MT im Alleingang üblicherweise nicht im Stande ist, eine geologische Struktur aufzulösen. Eine ähnliche Folgerung wurde schon im Falle der 1-D Modellisation abgeleitet (Fischer und Le Quang 1982). Seine beste Wirkung erhält die MT, wenn sie zusammen mit anderen Methoden angewendet wird, oder wenn sie sich auf gewisse Vorkenntnisse stützen kann.

Diese Arbeit wurde unterstützt vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung und von der Geophysikalischen Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

Referenzen

Backus G. and Gilbert F.: Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. Geophys. J. Roy. astr. Soc., 13, 247-276 (1967).

- Backus G. and Gilbert F.: The resolving power of gross Earth data. *Geophys. J. Roy. astr. Soc.*, 16, 169-205 (1968).
- Backus G. and Gilbert F.: Uniqueness in the inversion of inaccurate gross Earth data. *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A266*, 123-192 (1970).
- Fischer G. and Le Quang B.V.: Topography and minimization of the standard deviation in one-dimensional magnetotelluric modelling. *Geophys. J. Roy. astr. Soc.*, 67, 279-292 (1981).
- Fischer G. and Le Quang B.V.: Parameter trade-off in one-dimensional magnetotelluric modelling. *J. Geophys./Z. Geophysik*, 51, 206-215 (1982).
- Jiracek G.R., Rodi W.L. and Vanyan L.L.: Implications of magnetotelluric modelling on the deep crustal environment in the Rio Grande Rift. In press at *Phys. Earth Planet. Int.* (1986).
- Pala A. Pecorini G., Porcu A. e Serra S.: Schema geologico strutturale della Sardegna. Estratto da "Ricerche Geotermiche in Sardegna con particolare riferimento al Graben del Campidano" CNR-PFE-RF 10, Pisa, settembre 1982,a, pp. 7-24.
- Pala A. Pecorini G., Porcu A. e Serra S.: Geologia e idrogeologia del Campidano. CNR-PFE-RF 10, pisa, settembre 1982,b, pp. 87-103.
- Rodi W.L., Swanger H.J. and Minster J.B.: ESP/MT: An interactive system for two-dimensional magnetotelluric interpretation (abstract). *Geophysics*, 49, 611 (1984) Käuflich für etwa US \$ 60'000.-.
- Schnegg P.-A., Fischer G., Le Quang B.V. and Ranieri G.: A magnetotelluric Study in the Campidano Graben of Sardinia. To be published, probably in *J. Geophysics/Z. Geophysik* (1986,a).
- Schnegg P.-A., Fischer G., Le Quang B.V. and Weaver J.T.: Investigation of a buried vertical fault with natural and controlled source AMT. *Annales Geophysicae* 4B, 139-144 (1986,b).

P.-A. Schnegg¹, G. Fischer¹, M. Burkhard² und I. Müller²

1) Observatoire Cantonal, CH-2000 Neuchâtel, Schweiz

2) Institut de Géologie, CH-2000 Neuchâtel, Schweiz

VLF Studie eines engen Alpentaales

1. Einführung

Die Untersuchung der oberen Kruste entlang zweier Alpenprofile, den sog. Ost- und Westtraversen, steht im Rahmen des schweiz. nationalen Forschungsprojektes Nr. 20 (NP-20). Ursprünglich folgte die Westtraverse der Kander und führte somit oberhalb Kandersteg in das Gasterntal (siehe Fig. 1). Von dort sollte über den Lötschenpass das Rhonetal bei Gampel erreicht werden. Der Zugang zum Gasterntal ist jedoch für die grossen und schweren Fahrzeuge der Vibroseismik nicht möglich. Wir dachten deshalb, dass eine Studie des Gasterntales mittels elektromagnetischen Methoden die entstehende Datenlücke zu einem gewissen Grade auffüllen könnte. Inzwischen ist aber die Westtraverse auf das Simmental und den Rawilpass verlegt worden.

Es gibt jedoch weitere Gründe das Gasterntal mit elektromagnetischen Methoden zu untersuchen. Nach der fürchterlichen Katastrophe von 1908, während des Tunnelbaues (siehe z.B. Heim 1908), bei der die Quartärfüllung des Tales angefahren, und in der Folge 24 Arbeiter verschüttet wurden, ist in der Schweiz eine geologische Kontroverse entstanden über die Frage ob das Gasterntal ein durch die Gletscher übertieftes Tal sei, oder nicht. Heim glaubt die Katastrophe als Beweis anführen zu können, dass das Gasterntal ein offenes Tal sei, welches in der Klus lediglich durch Blöcke und Geröll zugeschüttet wurde. Die These von Heim hat sicher nicht all diejenigen überzeugt, die sich für diese Frage interessieren, und entgegen den Behauptungen von Heim deutet die visuelle Betrachtung der Ortsbeschaffenheit doch eher auf eine Talsperre, die aus anstehendem Fels besteht als auf Gehängeschutt.

Vorerst bestand unser Ziel nicht darin, die Frage zu beantworten ob das Gasterntal übertieft ist oder nicht. Wir wollten einige Talquerschnitte, in der Form von zwei-dimensionalen (2-D) Profilen

untersuchen, um über die Talfüllung Aufschluss zu erhalten. Unser Hauptziel war der breitere mittlere Talabschnitt, etwa zwischen den Profilen 2 und 5 (Fig. 1), und nicht die Talmündung und die Klus, wo wir schwierige 3-D Probleme erwarteten. Wir wollten die Audiomagnetotellurik (AMT) im Bereich von 1 bis 1000 Hz einsetzen, was sich aber aus zwei unerwarteten Gründen als unmöglich erwies. Diese Gründe wollen wir im folgenden Abschnitt näher beschreiben.

2. Der hohe Widerstand der Talfüllung und seine Konsequenzen

Wie oben erwähnt war unser Hauptziel die Untersuchung der quartären Talfüllung. Wir stellten uns eine lockere, wassergetränkte Kiesmasse vor, mit recht niedrigem spezifischen Widerstand, etwa $\rho_1 = 10$ bis $50 \Omega\text{m}$, eingebettet in einem hochohmigen Umgebungsgestein ($\rho_2 = 10^3$ bis $10^4 \Omega\text{m}$) bestehend aus kompaktem Kalk, Schiefer und Granit. Bei 1000 Hz ergibt das eine Eindringtiefe von 50 bis 112 m, die kleiner ist als die minimale Tiefe von 170 m, die man für die Talfüllung aus der Katastrophe von 1908 ableiten kann. Wir mussten jedoch feststellen, dass die Talfüllung viel hochohmiger ist als erwartet, mit ρ_1 Werten zwischen 150 und 600 Ωm . Unsere minimale Eindringtiefe war somit viel zu gross, um mit der AMT die Struktur der Talfüllung zu eruieren. Der hohe spezifische Widerstand dieser Quartärfüllung deutet darauf hin, dass dessen Wassergehalt nur einen geringen Mineralisationsgrad aufweist.

Der hohe spezifische Widerstand der Talfüllung hatte eine weitere Folge. Aus den Querschnitten des Gasterntales in Fig. 1, sieht man wie nahe das Tunnel an den Talboden herankommt. Oft gibt es nur 300 m eines hochohmigen Materials um die starken Felder der $16 \frac{2}{3}$ Hz Ströme der Bahnlinie abzuschirmen, was natürlich niemals gelingt. In der Tat misst man am Talboden in der Bahnfrequenz elektrische Felder mit Amplituden bis zu 1 V/km, während die natürlichen AMT Signale im Bereich von 10 mV/km liegen. Unsere AMT Sondierungen waren also sehr gestört und es ist wohl sinnlos versuchen zu wollen daraus Anhaltspunkte über die tiefere Struktur dieses Gebietes abzuleiten.

Die zwei soeben beschriebenen Tatsachen veranlassten uns die VLF Methode anzuwenden, die sich auf die künstlichen Signale um die 16 kHz von Navigationssendern stützt. Bei diesen für unsere Zwecke hohen Frequenzen beträgt die Eindringtiefe in die lockere Talfüllung

lung nur noch 50 bis 100 m, in den festen Gesteinen der umliegenden Felsen dagegen, mit $\rho_2 \approx 3000 \Omega\text{m}$, liegt diese Tiefe bei etwa 220 m. Diese Eindringtiefen sind zu vergleichen mit den Abmessungen der Talbreite in den verschiedenen Profilen oder Querschnitten der Fig. 1. Siehe dazu die Tabelle und den vorangehenden Bericht (Fischer). Im Profil 0, z.B., ist die Breite nur etwa 30 m und im Profil 1 ist sie etwa 200 m.

3. Messergebnisse

VLF sender findet man nicht unter jedem Azimut. Bei den vorliegenden Messungen haben wir uns auf zwei Sender gestützt, die nahezu in den Richtungen N und N100°W lagen. Beim Profil 0 z.B., das N80°E streicht, ergibt das eine Abweichung von der exakten E-Polarisation von 10° und für die H-Polarisation eine solche von 0° (siehe dazu Fischer et al. 1983). Für Profil 2, welches N70°E liegt, sind diese Abweichungen 20°, beziehungsweise 10°.

Wie man aus Fig. 1 ersieht, liegt Profil 6 direkt über festem Granit. Dort hätte man also ein isotropes Verhalten erwartet. Die beobachtete grosse Anisotropie des scheinbaren Widerstandes (siehe dazu die Tabelle),

$$\rho_H \gg \rho_E$$

lässt sich aber nur als Folge des topographischen Effektes erklären, der in der vorangehenden Arbeit (Fischer) besprochen wurde.

Im Profil 0 sieht man den gleichen Effekt wie im Profil 6, obwohl man hier über Kalkgestein statt Granit liegt, und die sehr hohen Widerstände deuten auf eine äusserst geringe Talfüllung hin. Profil 1 dagegen ist bereits im Teil des Tales gelegen, in dem eine deutlich sichtbare Talfüllung vorhanden ist. Ein gewisser topographischer Effekt ist jedoch immer noch vorhanden. Nimmt man aber mittlere Werte von 200 Ωm für den scheinbaren Widerstand und 35° für die Phase an, so ergibt das bei eindimensionaler Deutung eine Füllung von nur etwa 40 m mit spezifischen Widerständen von etwa 195 Ωm für die Füllung beziehungsweise 1000 Ωm für die felsige Matrix.

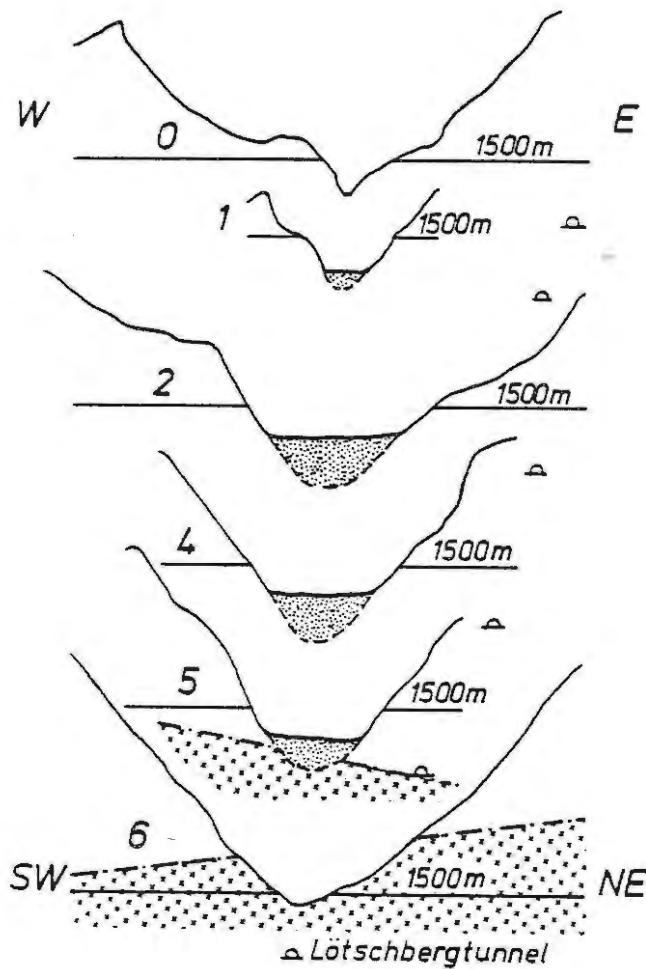
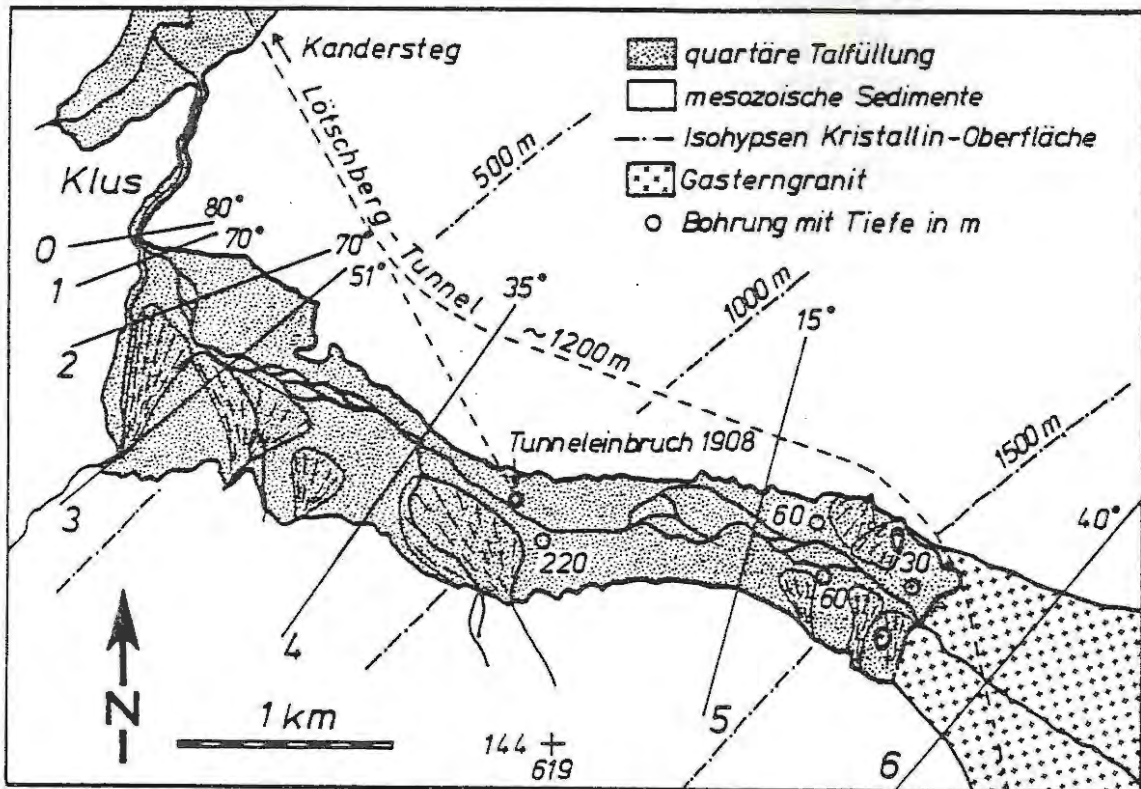


Fig. 1. Lageplan des Gasterntales mit einigen Profilquerschnitten im selben Masstab. Der Punkt 144/619 des schweizerischen Kilometernetzes entspricht den Koordinaten $46^{\circ} 26' 54'' \text{ N} / 7^{\circ} 41' 13'' \text{ E}$. Der Talboden ist nur beim 30 m Bohrloch erreicht worden.

Bei den Profilen 2 bis 5 ist der topographische Effekt nur sehr schwach. Aus den erhöhten scheinbaren Widerständen und Phasen muss man schliessen, dass für die Talfüllung die Mächtigkeit und der spezifische Widerstand ρ_1 von Profil 1 zu Profil 4 ansteigen.

4. Ist das Gasterntal übertieft oder nicht ?

Die Argumente des vorangegangenen Abschnittes lassen eine sehr klar bejahende Antwort auf diese Frage zu. Diese Behauptung wird aber noch erhärtet, wenn man den Verlauf des spezifischen Widerstandes ρ_1 der Talfüllung betrachtet. War am Ende der letzten Eiszeit die Klus geschlossen, so bildete der untere Teil des Gasterntales einen kleinen See, denn man wird annehmen, dass das vorrückende Eis den Talboden völlig ausgehobelt hat. Der Hauptzufluss zu diesem See bildete der Kanderfirn, am Talende. Der See füllte sich nach und nach mit Kies auf, aber mehrheitlich vom Talende weg. Dort lagerten sich die grossen Kieskörner schneller auf dem Seeboden ab als die kleineren, die eher am unteren Ende des Sees angeschwemmt, oder gar durch die Klus weiter transportiert wurden. Obwohl dieser Vorgang in der Tat recht kompliziert gewesen sein mag und sicher keine rein horizontale Gradierung erzeugte, muss man trotzdem erwarten, dass sich dadurch im Talhintergrund eher grobe Körner angesammelt haben, während die feineren vorzugsweise knapp oberhalb der Klus zu liegen kamen. Für wassergesättigtes lockeres Material ist jedoch bekannt, dass der spezifische Widerstand mit der Korngrösse ansteigt, umsomehr weil der Mineralisationsgrad des Wassers ansteigt wenn die Korngrösse sinkt.

Ganz anders wären die Verhältnisse bei einem offenen Tal, ohne Sperre bei der Klus, verlaufen. Das grobe Kies hätte sich gleichmässig am oberen Talende angesammelt, während das feinere Material dauernd ins Unterland geschwemmt worden wäre. Es hätte sich nie ein See gebildet, es sei denn, die Klus wäre vor dem Gasterntal zugeschüttet worden, was unserer Meinung nach unwahrscheinlich ist. Unter diesen Umständen würde man in Längsrichtung des Gasterntales keine Gradierung des spezifischen Widerstandes erwarten.

Referenzen

Fischer G., Le Quang B.V. and Müller I.: VLF ground surveys, a powerful tool for the study of shallow two-dimensional structures. Geophysical Prospecting, 31, 977-991 (1983).

Heim A.: Beweist der Einbruch im Lötschbergtunnel glaciäre Ueber-tiefung des Gasterntales ? Vierteljahrsschrift der Naturforsch. Ges. in Zürich, Sonderdruck aus Jahrgang 53, 471-480 (1908).

Tabelle

Profil Nummer	Breite des Talbodens* [m]	Abw. von E-Pol [Grad]	Scheinb. Widerst. [Ω m]	Phase [Grad]	Abw. von H-Pol [Grad]	Scheinb. Widerst. [Ω m]	Phase [Grad]
0	30	10	680-4800	10-35	0	2600-8600	17-26
1	200	20	119-183	35-42	10	207-248	35-36
2	600	20	101-209	36-38	10	115-175	30-46
3	750	39	191-344	35-45	41	232-503	33-39
4	450	45	190-559	42-52	35	302-635	40-45
5	450	15	340-910	42-51	25	550-905	43
6	400	40	170-400	0-23	40	1150-1410	33-35

* Bei den Profilen 3-5 abgeschätzt, als horizontale Breite bei Vernachlässigung des Gehängeschuttes.

Diese Arbeit wurde unterstützt vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung und von der Geophysikalischen Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

U. Teufel, H. Dittus, A. Berktold

Audio-Magnetotellurik, Magnetotellurik und erdmagnetische Tiefensondierung im mittleren und nördlichen Schwarzwald

Zwischen Oktober 1984 und Oktober 1985 wurde während dreier Meßkampagnen an insgesamt 24 Orten im mittleren und nördlichen Schwarzwald nach der Methode der Magnetotellurik (MT) und der Erdmagnetischen Tiefensondierung (ETS) sowie an 40 Orten auch nach der Methode der Audio-Magnetotellurik (AMT) gemessen. An 19 der 24 Meßorte der MT/ETS wurde auch AMT gemessen.

Für die Magnetotellurik wurden an den meisten Meßorten Induktionsspulen-Magnetometer (Periodenbereich ca. 6 - 1000 s), an einigen Orten auch Fluxgate-Magnetometer (Periodenbereich ca. 40 - 10000 s) eingesetzt. (Passive) Audio-Magnetotellurik wie auch (Audio-) Erdmagnetische Tiefensondierung wurde im Bereich von etwa 1000 Hz bis zu 20 s durchgeführt.

Abb. 1 zeigt die Verteilung der Meßorte, außerdem ist die Vorzugsrichtung des elektrischen Feldes (s.u.) eingezeichnet. Im Zielgebiet Kinzigtal wurde zusätzlich zu den 5 MT/ETS-Meßorten an 15 weiteren Meßorten mit AMT gemessen. Diese Meßorte sind in Abb. 1 nicht eingezeichnet. Außer den MT/ETS-Meßorten im Zielgebiet Kinzigtal sind die Meßorte des Rheingraben-parallel-profiles (Bad Peterstal-Griesbach-Pforzheim) sowie des Rheingraben-senkrechten Profiles (Freudenstadt-Hechingen) eingetragen. Die 3 zusätzlichen AMT-Meßorte im südlichen Schwarzwald sind nicht gesondert in einer Karte dargestellt worden. Diese AMT-Messungen wurden an einigen der Orte durchgeführt, an denen zuvor die Arbeitsgruppe aus Göttingen registriert hatte.

Die Ergebnisse der Magnetotellurik

In Abb. 1 ist die Vorzugsrichtung von E für Perioden größer als etwa 100 s eingetragen. Im Nordschwarzwald ist die Vorzugsrichtung von E an den meisten Meßorten etwa NW-SE. Zu den Meßorten im mittleren Schwarzwald dreht sie mehr in Richtung EW. Für den Südschwarzwald erhält die Arbeitsgruppe in Göttingen ebenfalls eine Polarisation des induzierten elektrischen Feldes etwa in Richtung NW-SE. Dies ist also für den größeren Teil des Schwarzwaldes typisch.

Der Polarisationsgrad des elektrischen Feldes nimmt mit zunehmender Entfernung vom Rheingraben nicht ab, obwohl dies bei einer zweidimensionalen Leitfähigkeits-Struktur zu erwarten wäre.

In den Abb. 2 u. 3 sind für die beiden Meßorte GIE u. KUL die Kurven des scheinbaren spezifischen Widerstandes (ρ -S) und der Phasendifferenz als Funktion der Periode, sowie die aus der Komponente senkrecht zur Vorzugsrichtung berechneten ϕ -z-Kurven dargestellt. In Abb. 4 sind die ρ -S-Kurven für zwei weitere Meßorte (BIM u. JUN) dargestellt. Die ρ -S-Kurven wurden in einem nach der Methode der minimalen-maximalen Kohärenz optimierten Koordinatensystem berechnet. Unabhängig von der Vorzugsrichtung von E hat die zur elektrischen Feldkomponente in Vorzugsrichtung maximal kohärente magnetische Feldkomponente an allen Orten dieselbe Richtung, nämlich die Richtung NE-SW. Die Ursache dafür ist nicht bekannt.

Wegen der Rotation des elektrischen Feldes im Schwarzwald um 20 Grad von der Rheingraben-Richtung im Uhrzeigersinn ist die Auswertung in einem zu mittleren Streichen des Rheingrabens parallelen Koordinatensystem nicht günstig. Der Fehler bei der

Tiefenbestimmung der Leitfähigkeit scheint geringer zu sein, wenn man diese Tiefenverteilung aus der elektrischen Feldkomponente senkrecht zur Vorzugsrichtung von E und aus der dazu maximal kohärenten magnetischen Feldkomponente bestimmt (nur angenähert die TE-Mode bezüglich des Rheingrabens). In den Abb. 2 - 4 sind dies jeweils die RHO-S-Kurven mit den kleineren Werten und die dazu gehörenden Phasenkurven. Die Phasen bei Perioden von 10-40 s liegen zwischen 70° und 85°. Zu längeren Perioden konvergieren die Phasen etwa gegen 45 Grad. Die hohen Phasen bei Perioden um 10-40 s sind ein Hinweis auf die Existenz einer Zone erhöhter elektrischer Leitfähigkeit unter einer Zone geringerer Leitfähigkeit. Aus der Phase und deren Periodenabhängigkeit läßt sich jedoch nur die Existenz dieser Zone erhöhter Leitfähigkeit ablesen. Dagegen läßt sich über die Tiefe bis zur Zone erhöhter Leitfähigkeit keine Aussage machen. Dazu braucht man noch die Informationen der dazu gehörenden RHO-S-Kurve. Man erkennt, daß - passend zur Periodenabhängigkeit der Phasenkurve - der scheinbare spezifische Widerstand von Perioden um 10 s zu Perioden um 100 s abnimmt, um dann bis zu Perioden um 1000 s etwa konstant zu bleiben.

Trotz der zum Teil geringen Streuung der RHO-S - und Phasenwerte ist die Tiefe bis zur Oberfläche der Zone erhöhter Leitfähigkeit nicht sehr sicher zu bestimmen, da die Amplitude der elektrischen Felder an den einzelnen Meßorten verfälscht sein kann ("Gleichstrom-Verzerrung"). Dies hat unbekannt Verschiebungen der RHO-S-Kurven in Richtung der Ordinate zur Folge. Bei der Interpretation erhält man dadurch für die einzelnen Meßorte scheinbar unterschiedliche Tiefenlagen für die Zone erhöhter Leitfähigkeit. Die errechneten Teufenwerte variieren zwischen 10 und 17 km (s. Abb. 2 u. 3). Genauer läßt sich die Tiefe bis zur Oberfläche der Zone erhöhter Leitfähigkeit derzeit nicht angeben.

Um u.a. den Einfluß der seitlich gelegenen Anomalie des Rheingrabens auf die induzierten Felder im Schwarzwald zu verstehen, werden zweidimensionale Modelle berechnet. Die MT/ETS-Arbeitsgruppe in Göttingen hat solche Modellrechnungen für den südlichen Schwarzwald bereits durchgeführt. Das best angepaßte Modell kann den größeren Teil der Meßergebnisse erklären. Es kann jedoch z.B. nicht die starke Polarisierung des induzierten elektrischen Feldes im Schwarzwald erklären. Die Ursache dafür ist noch nicht bekannt.

Um die vermutete östliche Begrenzung der Zone erhöhter Leitfähigkeit zu finden, wurde auch entlang eines zum Rheingraben senkrechten Profils gemessen (Abb. 1). Es zeigte sich, daß die auf die Existenz der Zone erhöhter Leitfähigkeit hinweisende Periodenabhängigkeit der Phase nach Osten bis zur Station BIM beobachtet werden kann (s. Abb. 4). Erst am Ort JUN (Abb. 4) erhält man die für den Schwarzwald typische Periodenabhängigkeit der Phase nicht mehr. Die östliche Begrenzung der Zone erhöhter Leitfähigkeit unter dem Schwarzwald würde damit ca. 60 km östlich vom östlichen Rheingrabenrand liegen. Dieses vorläufige Ergebnis muß jedoch durch weitere Geländemessungen abgesichert werden.

Frühere Messungen der Göttinger Arbeitsgruppe für Meßorte im Schwäbischen Jura ergaben ebenfalls keinen Hinweis auf eine Zone erhöhter elektrischer Leitfähigkeit in einer Tiefe von 10 - 17 km unter dem Schwäbischen Jura. Dies ist eines der Ergebnisse, weswegen wir eine östliche Begrenzung der unter dem Schwarzwald gefundenen Zone erhöhter Leitfähigkeit noch westlich des Schwäbischen Jura annehmen.

Die Ergebnisse der Audio-Magnetotellurik

Die Geländemessungen der Audio-Magnetotellurik im Bereich des mittleren Kinzigtales waren schwierig auszuwerten. Die Konzentration von Industriebetrieben im Bereich Haslach - Hausach und die durch das Kinzigtal führende elektrifizierte Bahnstrecke verursachen starke Störströme, die nicht nur auf den Talbereich begrenzt sind. Insbesondere die Netzfrequenzen ($16 \frac{2}{3}$ Hz und 50 Hz) sowie deren Harmonische zeigen sich in den Spektren der elektrischen und magnetischen Felder als markante Spitzen. Um diese starken technischen Störfelder möglichst gut eliminieren zu können, wurden Elektronik und Rechenprogramme der Audio-Magnetotellurik Apparatur immer weiter verbessert. Trotzdem sind die Meßdaten von der größeren Anzahl der Orte nicht genügend genau zu interpretieren.

Abb. 5 zeigt als Beispiel die RHO-S-Kurve für den Meßort HTZ (Hinterzarten im südlichen Schwarzwald). Die Werte des scheinbaren spezifischen Widerstandes betragen für den Frequenzbereich von 1 kHz - 1 Hz (entsprechend einer Eindringtiefe bei 1000 Ohmm von 5 - 10 km) an allen Orten im Bereich des mittleren Kinzigtales 500 bis 2000 Ohmm. Es wurden keine Hinweise auf Zonen stark erhöhter elektrischer Leitfähigkeit in diesem Tiefenbereich gefunden. Die induzierten elektrischen Felder sind in dem genannten Frequenzbereich nur schwach polarisiert; dies deutet nicht auf kräftige zweidimensionale Strukturen hin. Die Ergebnisse der AMT sind für alle Meßorte im Bereich Haslach - Hausach ähnlich. Deutliche Änderungen des Kurventyps vom einen Meßort zum anderen wurden nicht beobachtet.

Die aus den Ergebnissen der Magnetotellurik abgeleitete Zone erhöhter Leitfähigkeit in 10 - 17 km Tiefe läßt sich aus den Ergebnissen der AMT für Perioden T größer als 1 s nicht zweifelsfrei nachweisen. Dies kann zum einen aus der deutlichen Abnahme des Signal/Noise-Verhältnisses in diesem Periodenbereich erklärt werden - bedingt durch die Abnahme der Amplitude des induzierenden natürlichen erdmagnetischen Feldes bei gleichzeitig hohem Noisepegel. Zum anderen wird die Existenz der Zone erhöhter Leitfähigkeit aus der elektrischen Feldkomponente senkrecht zur Vorzugsrichtung - einer Komponente mit kleinerer Amplitude - abgeleitet. Diese Situation sowie die im mittleren und nördlichen Schwarzwald besonders starken Störströme erschweren eine optimale Interpretation.

Mit der Audiomagnetotellurik-Apparatur läßt sich auch erdmagnetische Tiefensondierung durchführen. Länge und Richtung von Real- und Imaginärpfeilen schließt für die meisten Meßorte gut an die Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung im längerperiodischen Bereich an. Im Frequenzbereich zwischen 10-100 Hz werden für die meisten Orte im nördlichen Schwarzwald kleine Induktionspfeile beobachtet. Länge und Richtung der Induktionspfeile für Frequenzen größer als 100 Hz sind für viele Meßorte von lokalen Störströmen bestimmt.

Die Audiomagnetotellurik-Apparatur selbst ist inzwischen voll einsatzfähig. Dies haben viele Geländemessungen in anderen Gebieten Deutschlands gezeigt. Dabei konnten gerade im Periodenbereich von 1 - 10 s brauchbare und konsistente Ergebnisse erhalten werden. Als Beispiel wird die RHO-S-Kurve aus einem technisch weniger gestörten Meßgebiet gezeigt (Abb. 6), in dem sich eine periodenabhängige Aufspaltung der RHO-S-Kurven in dem genannten Periodenbereich ergibt. Dies wird durch eine nahezu zweidimensionale, laterale Leitfähigkeitsgrenze hervorgerufen, die sich ebenso aus den Eigenschaften der Induktionspfeile ableiten läßt. Die Ergebnisse mit den beiden Methoden sind bis zu Perioden von 10 s zueinander konsistent.

Die Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung

In Abb. 7 sind die Realpfeile für Perioden um 500 s eingezeichnet. Man erkennt, daß die Realpfeile für Perioden um 500 s etwa in Richtung SE zeigen. Die Länge der Realpfeile ändert sich entlang des Rheingraben-parallelen Profils kaum. Die Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung im Schwarzwald lassen sich im wesentlichen als das Fernfeld der in den gutleitfähigen Sedimenten des Rheingrabens induzierten Ströme interpretieren. Nur die Richtung der Realpfeile paßt an den meisten Meßorten nicht ganz zu dieser Vorstellung. Die Realpfeile sind, ähnlich wie die Vorzugsrichtung von E, an diesen Meßorten um ca. 20 Grad von der Rheingraben-senkrechten Richtung im Uhrzeigersinn gedreht. Die Ursache für die SE-Richtung der Realpfeile ist nicht sicher bekannt. Ursache könnte zum einen die Existenz einer Streichrichtung oder Anisotropie der Leitfähigkeit unter dem Schwarzwald sein. Die Richtung der Realpfeile könnte jedoch zum anderen auch aus der Überlagerung des Fernfeldes vom Rheingraben und des Fernfeldes einer nördlich vom Schwarzwald gelegenen leitfähigen Struktur (bei evt. erhöhter elektrischer Leitfähigkeit im Saxothuringikum) herrühren. Die im nördlichen Schwarzwald vermutete Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum macht sich kaum, im Gegensatz zum Süddeutschen Dreieck, als lateraler Gradient der integrierten elektrischen Leitfähigkeit bemerkbar. Dies kann man unter der Annahme verstehen, daß sich die unter dem Schwarzwald gefundene Zone erhöhter Leitfähigkeit entlang des Rheingrabens nach Norden fortsetzt.

Aus der Berechnung der Übertragungsfunktionen zueinander kohärenter magnetischer Horizontalkomponenten als Funktion der Periode der Variationen erkennt man, daß sich die horizontalen Magnetfeld-Komponenten, ebenso wie die Länge der Realpfeile, im Schwarzwald entlang des Rheingrabens nicht merklich ändern. Im Schwarzwald existiert somit entlang des Rheingrabens keine deutliche laterale Änderung der integrierten elektrischen Leitfähigkeit.

Der untere Teil der Abb. 8 zeigt drei ähnliche zweidimensionale Modelle. Sie sollen die Verteilung der Leitfähigkeit im Bereich des östlichen Rheingrabens und des Schwarzwaldes beschreiben. Unter dem östlichen Rheingraben und unter dem Schwarzwald wurde in einer Tiefe von 12-15 km eine Zone erhöhter Leitfähigkeit mit einer integrierten Leitfähigkeit von 650 S angenommen. Die östliche Begrenzung der Zone erhöhter Leitfähigkeit ist bei den 3 Teil-Modellen A, B und C unterschiedlich. Bei Modell A endet die gutleitfähige Zone ca. 50 km östlich des östlichen Rheingrabenrandes. Im oberen Teil der Abbildung ist für die Periode von 500 s der Betrag der Übertragungsfunktion zwischen der Vertikalkomponente Z und der zu ihr maximal kohärenten Horizontalkomponente H (Betrag Z/H) entlang eines Profils senkrecht zum mittleren Streichen des Rheingrabens aufgetragen. Man erkennt, daß für Modell A im Bereich der östlichen Begrenzung der gutleitfähigen Zone die Größe Z/H in lateraler Richtung nahezu konstant ist. Dieses Ergebnis stimmt mit den Ergebnissen der Geländemessungen überein. Bei den Modellen B und C, wo die gutleitfähige Zone unter dem Schwarzwald entweder fehlt oder nach Osten unendlich ausgedehnt ist, nimmt die Größe Z/H nach Osten stetig ab. Dies wurde bei den Geländemessungen nicht beobachtet. Die in EW-Richtung relativ konstante Größe Z/H (bzw. relativ konstante Länge der Induktionspfeile bei Perioden um 500 s) wird als ein weiterer Hinweis dafür angesehen, daß die unter dem Schwarzwald gefundene Zone erhöhter elektrischer Leitfähigkeit ca. 60 km östlich des östlichen

Rheingrabenrandes auskeilt.

Die großräumig korrelierten technischen Störungen im Nord-Schwarzwald

Die Geländemessungen haben gezeigt, daß die Amplitude der technischen Störströme vom Südschwarzwald zum Nordschwarzwald deutlich zunimmt. Wie zu erwarten war, haben die technischen Störströme vor allem in den dicht besiedelten Tälern wie dem Kinzigtal große Amplituden. Besonders stark stören die 16 2/3 Hz der Bundesbahn. Diese technischen Störungen sind allerdings meist lokal begrenzt.

Dagegen registriert man im Nord-Schwarzwald im MT-Periodenbereich sehr großräumig korrelierte technische Störungen. Ein Beispiel dafür ist in Abb. 9 gezeigt. Die beiden Registrierintervalle wurden zeitgleich an den beiden ca. 25 km voneinander entfernten Orten KES und ROM gemessen. Dabei wird besonders auf den technisch bedingten Effekt in den elektrischen Feldkomponenten im Anfangsteil der Registrierintervalle aufmerksam gemacht. Der Effekt ist in den elektrischen Feldkomponenten der beiden Meßorte recht gut zu korrelieren. Er hat an der nördlicheren Station KES deutlich größere Amplituden als an der südlicheren Station ROM (s. den jeweiligen Amplituden-Maßstab am Beginn der Intervalle). Der Effekt dieser technischen Störungen läßt sich sogar noch an dem Meßort GIE ca. 60 km südlich von KES nachweisen, allerdings ist die Amplitude in GIE um einen Faktor 50 - 100 geringer als in KES.

Der Effekt ist jedoch auch in den 3 Magnetfeld-Komponenten (vor allem an der nördlicheren Station KES) zu erkennen. Der Effekt wurde an allen Meßorten im nördlichen Profilverteil in jeder Nacht und immer ca. zur selben Zeit registriert. Die Registrierungen des Magnetfeldes an den 6 nördlichen Orten (HEI-KES) zeigen zusätzlich technisch bedingte Impulse, die die Ergebnisse der MT/ETS für Perioden kleiner als ca. 20 s deutlich verfälschen.

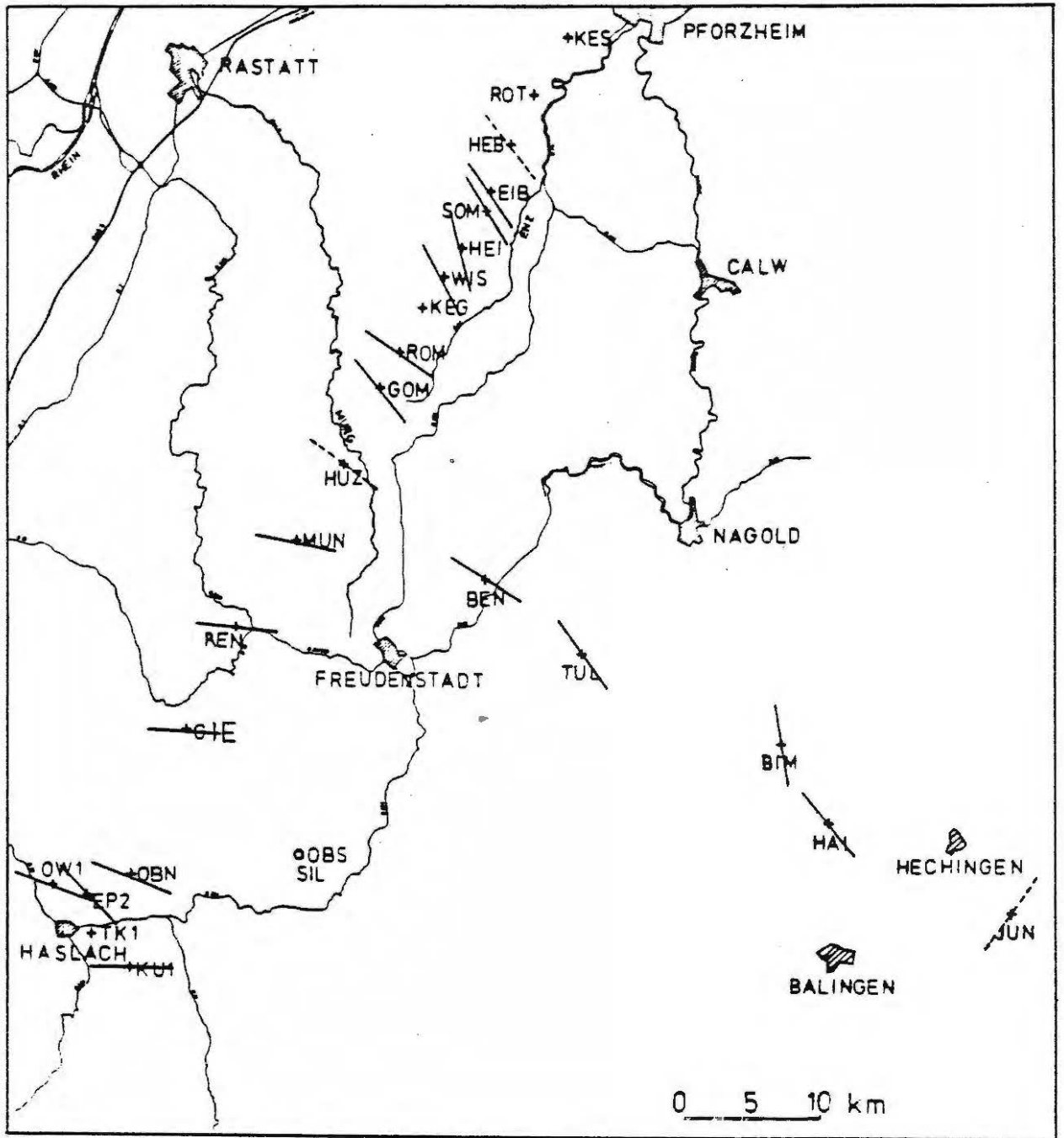
Literatur:

M.L. Richards, U. Schmucker, E. Steveling: Entzerrung der Impedanzkurven von magnetotellurischen Messungen in der Schwäbischen Alb. Protokoll über das Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung in Neustadt/Weinstraße, März 1982.

U. Schmucker, B. Tezkan: Ergebnisse der Magnetotellurik und der erdmagnetischen Tiefensondierung im Süd-Schwarzwald, Institut für Geophysik der Universität Göttingen, interner Bericht, 1985.

Abb. 1

Lage der Meßorte



Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes

$T = 100 \text{ s}$

Rho-Stern - Z-Stern Darstellung der Rhos und Phasenkurve
am Meßort KUI

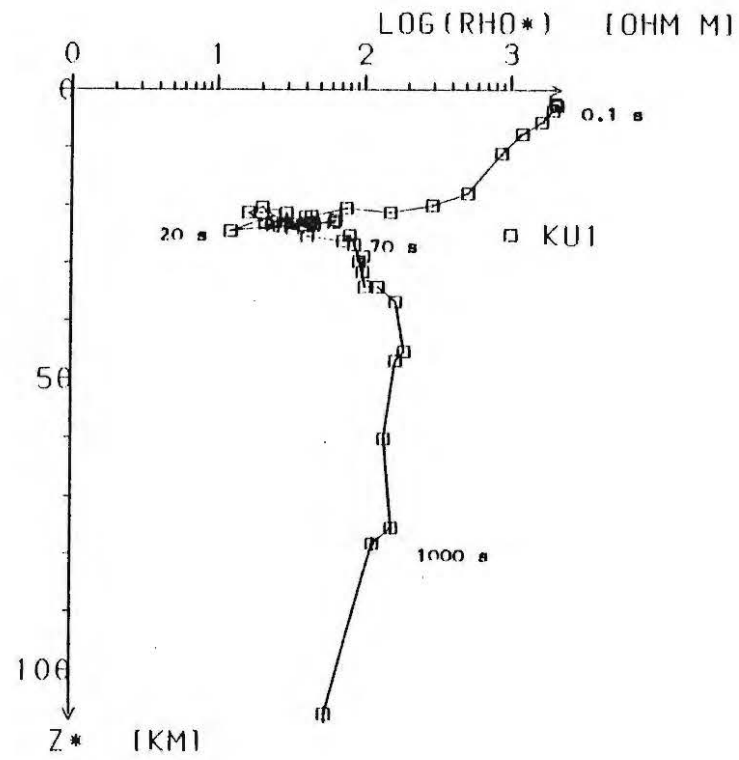
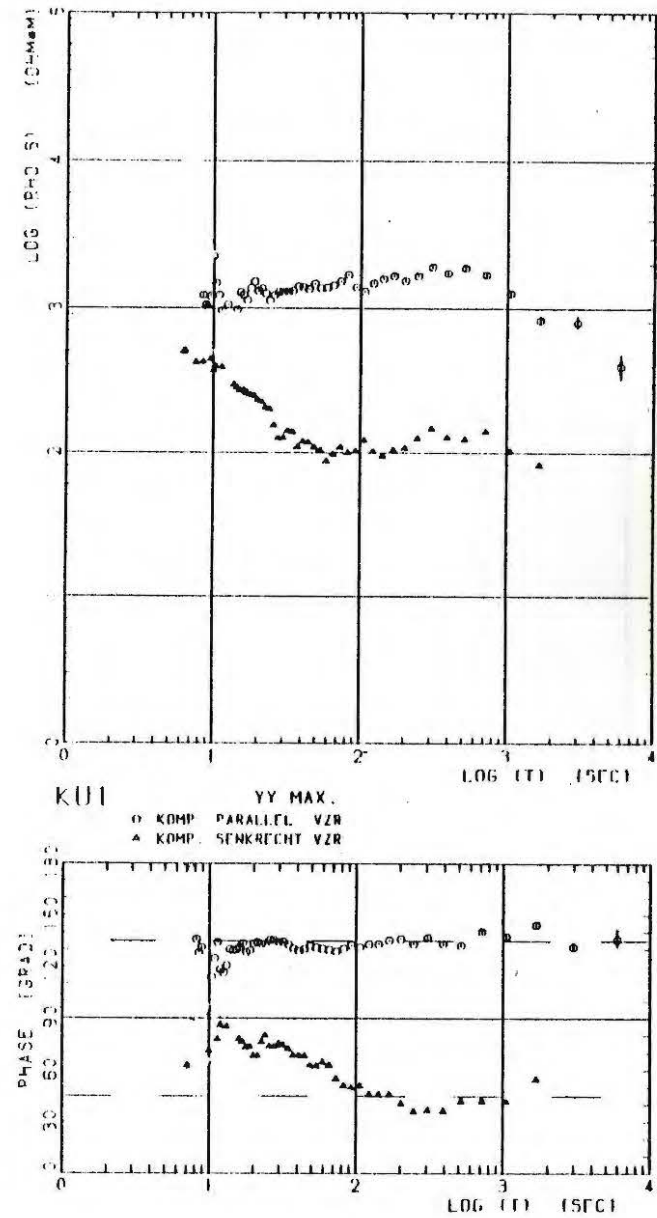


Abb. 2

Rhos- und Phasenkurve



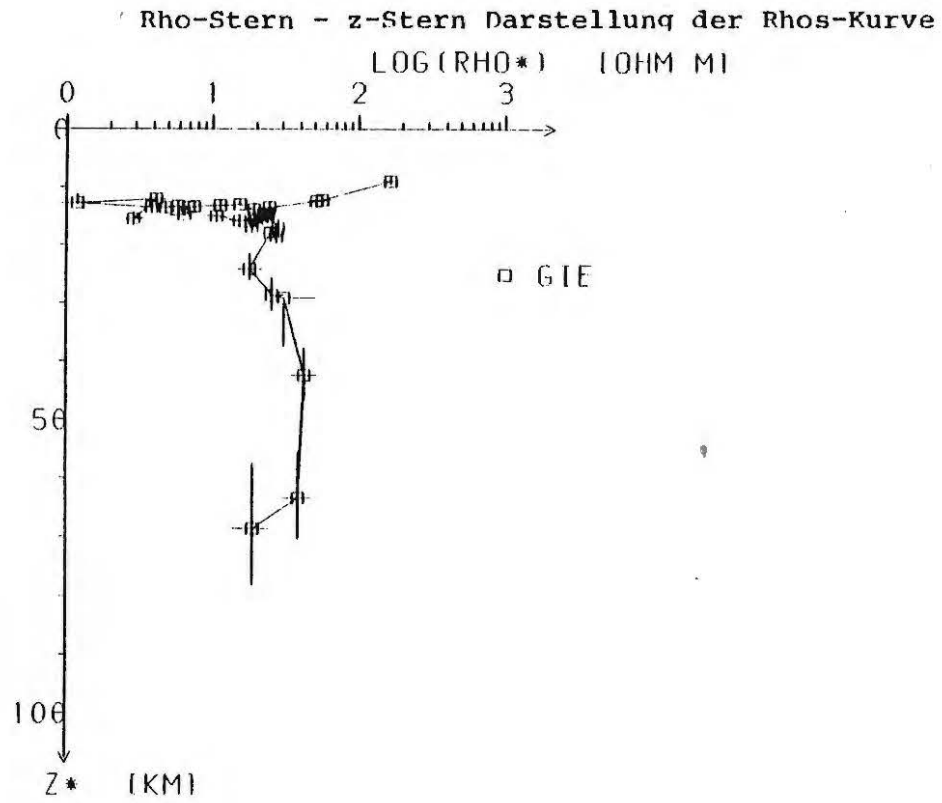
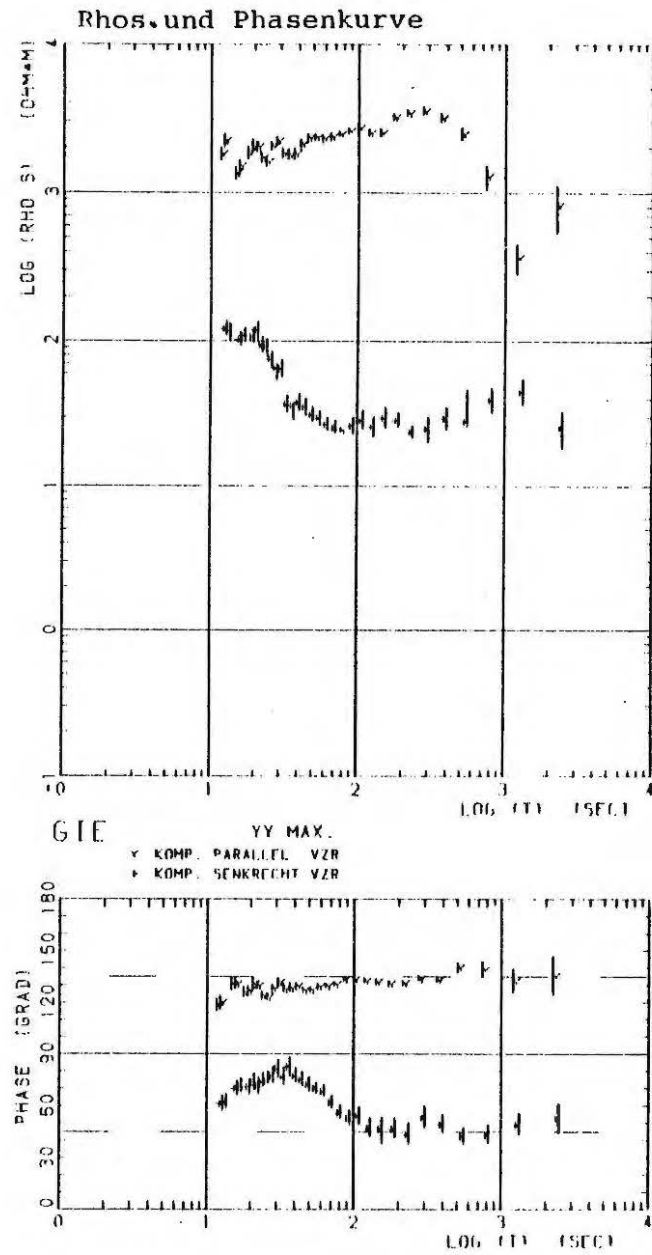
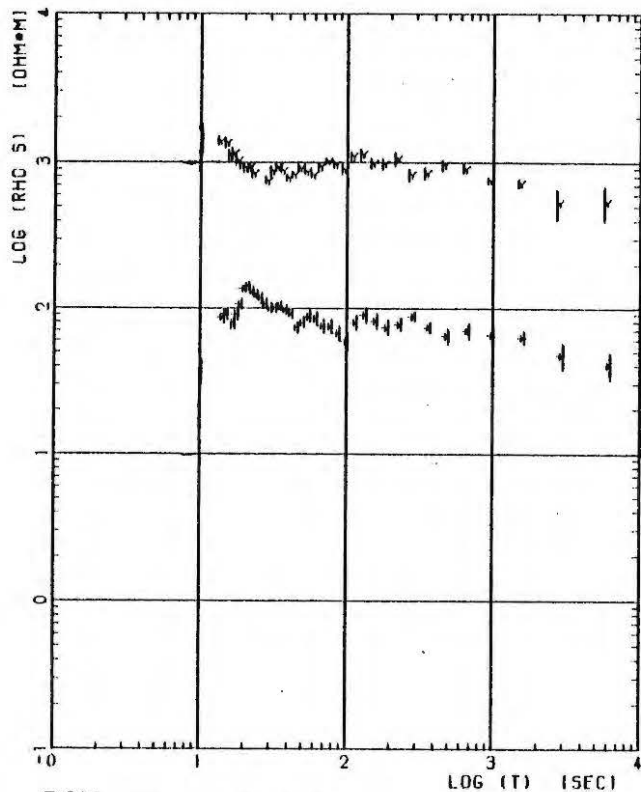


Abb. 3



Rhos- und Phasenkurve



BIM YY MAX.
 y KOMP. PARALLEL VZR
 f KOMP. SENKRECHT VZR

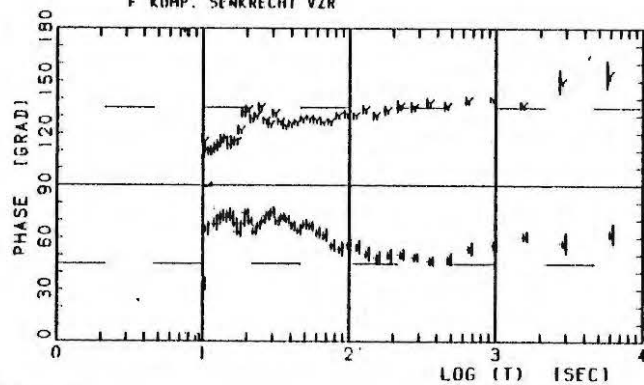
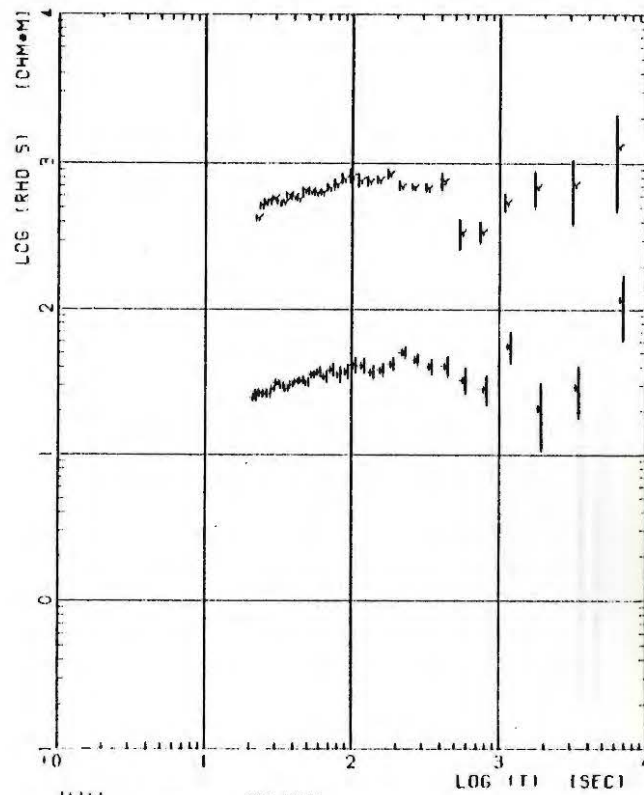
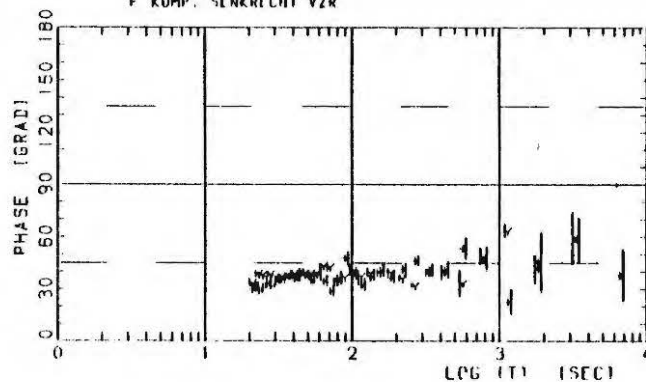


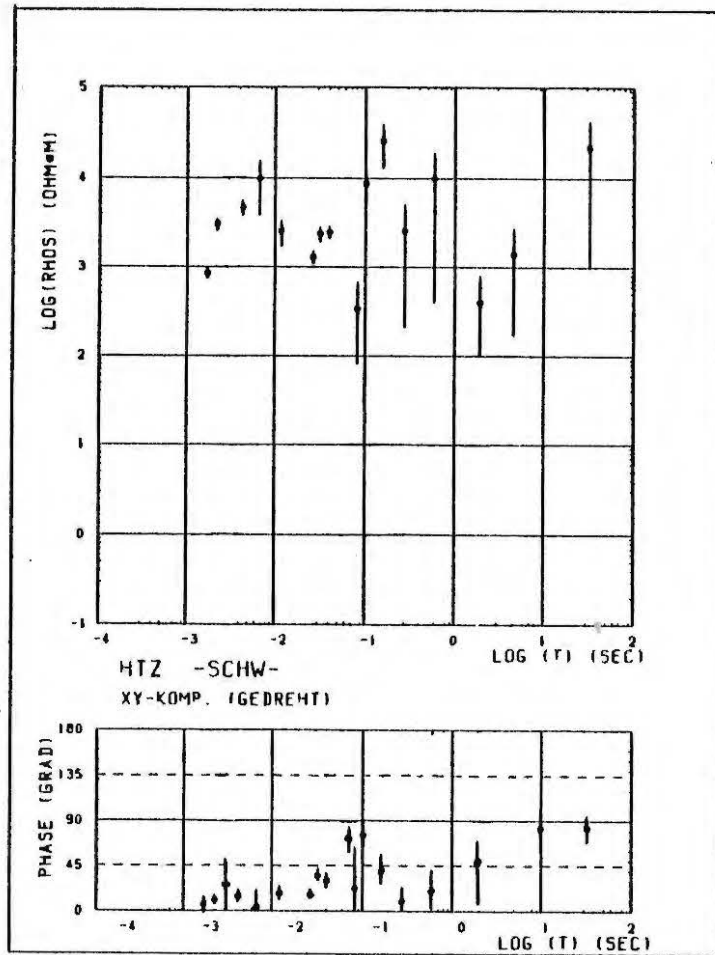
Abb. 4

Rhos- und Phasenkurve



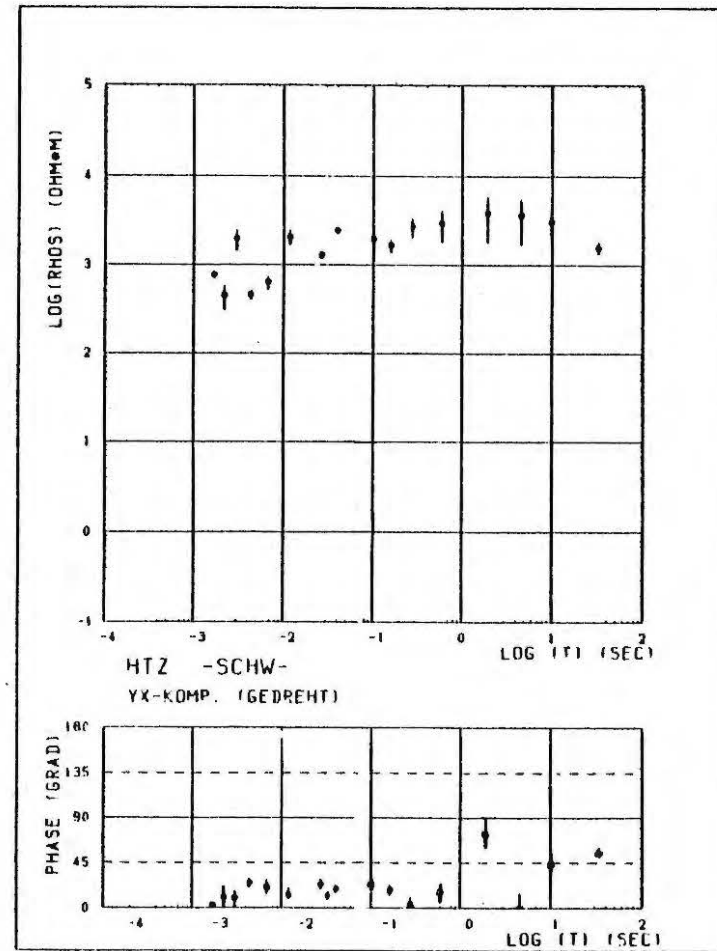
JUN YY MAX.
 y KOMP. PARALLEL VZR
 f KOMP. SENKRECHT VZR





AMT-Rhos- und Phasenkurve aus dem Südschwarzwald

Abb. 5



AMT-Rhos- und Phasenkurve aus dem Südschwarzwald

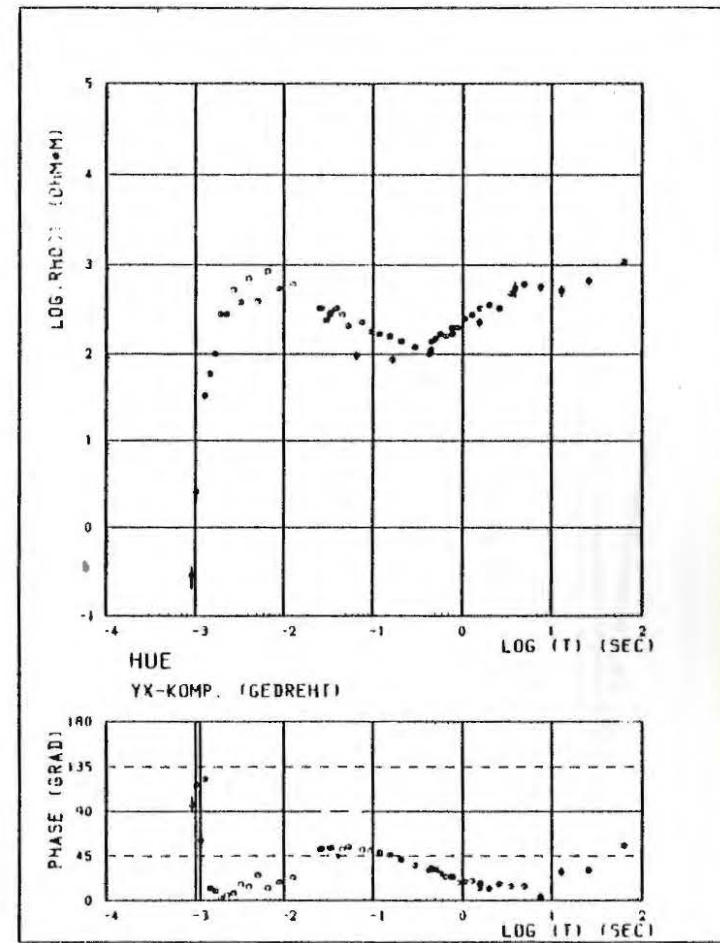
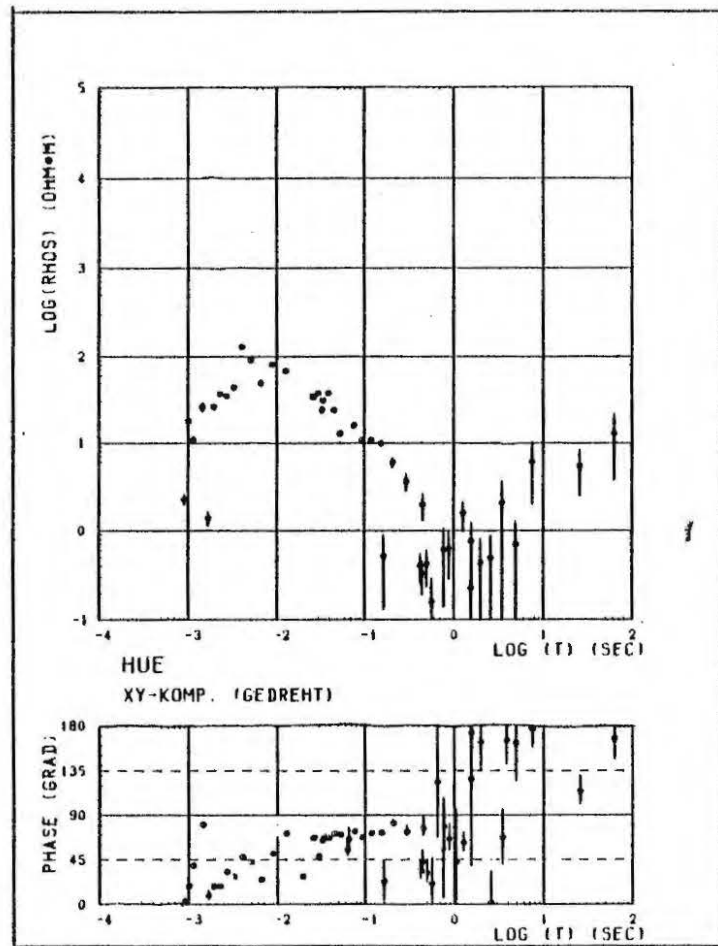
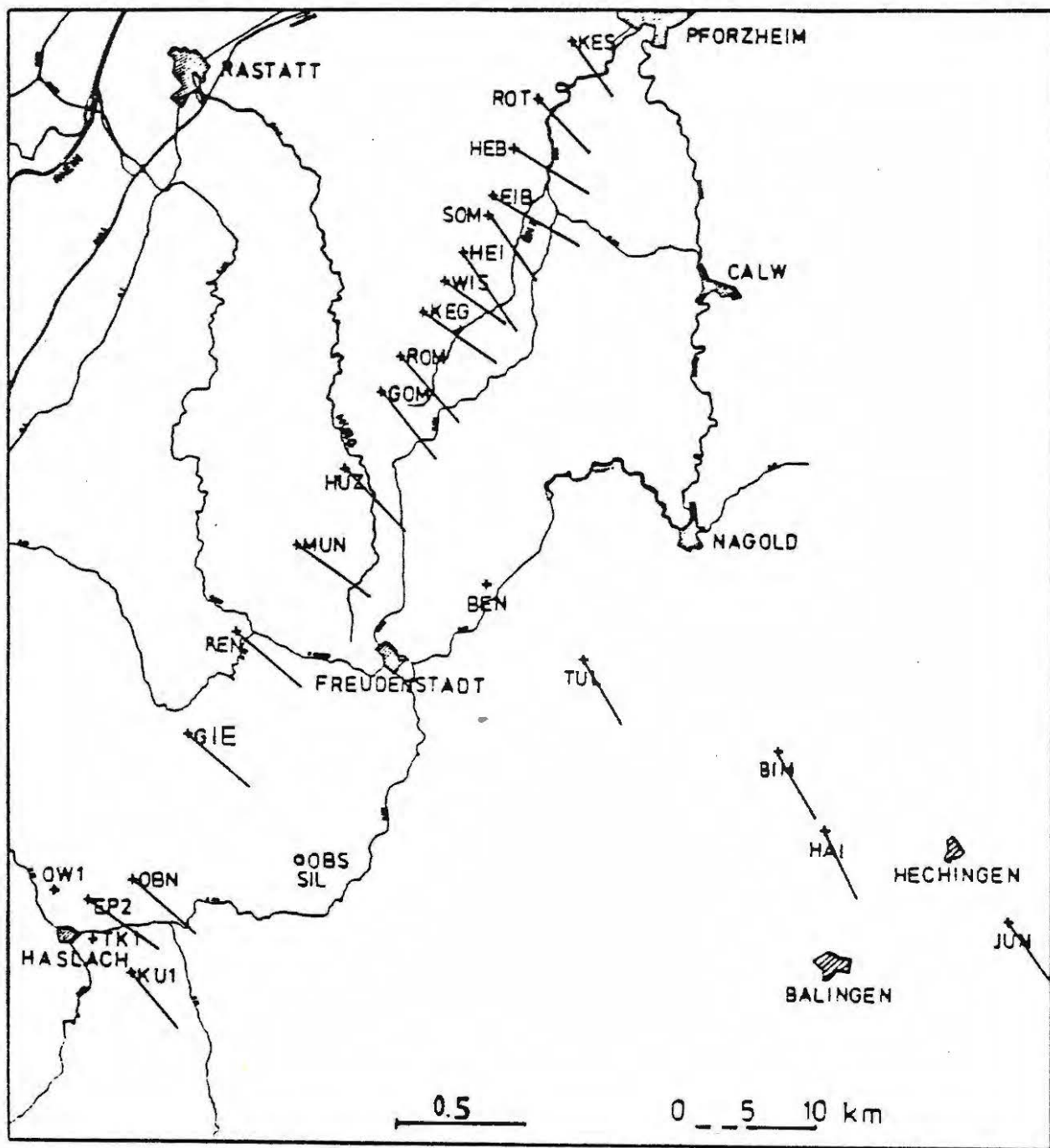


Abb. 6
 Rho- und Phasenkurven aus einem technisch weniger gestörten Gebiet

Abb. 7



Realpfeile

T = 500 s

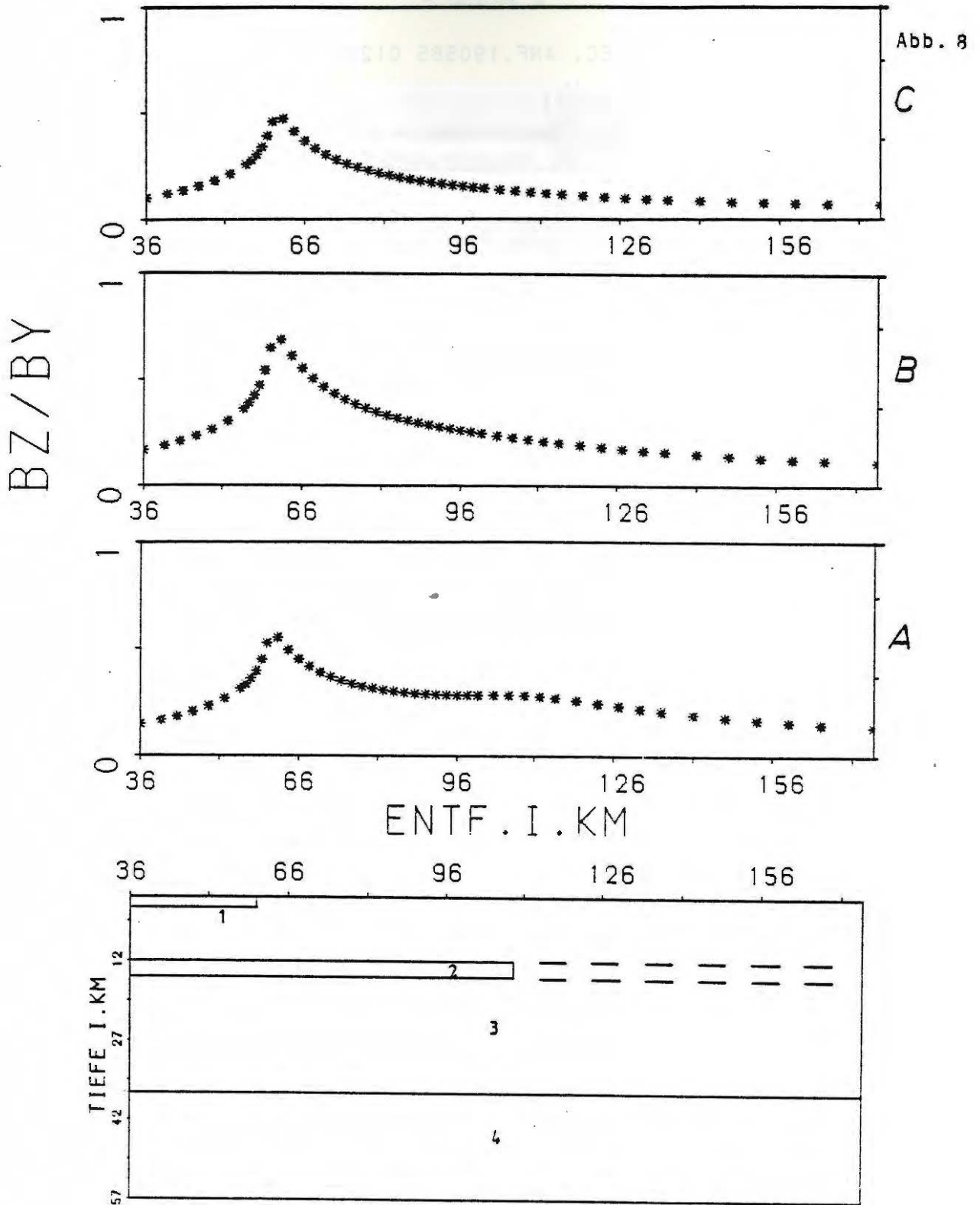


Abb. 8

$T = 500 \text{ s}$

1 = 1.33 OHMM, 2 = 4.6 OHMM, 3 = 1000 OHMM, 4 = 15 OHMM

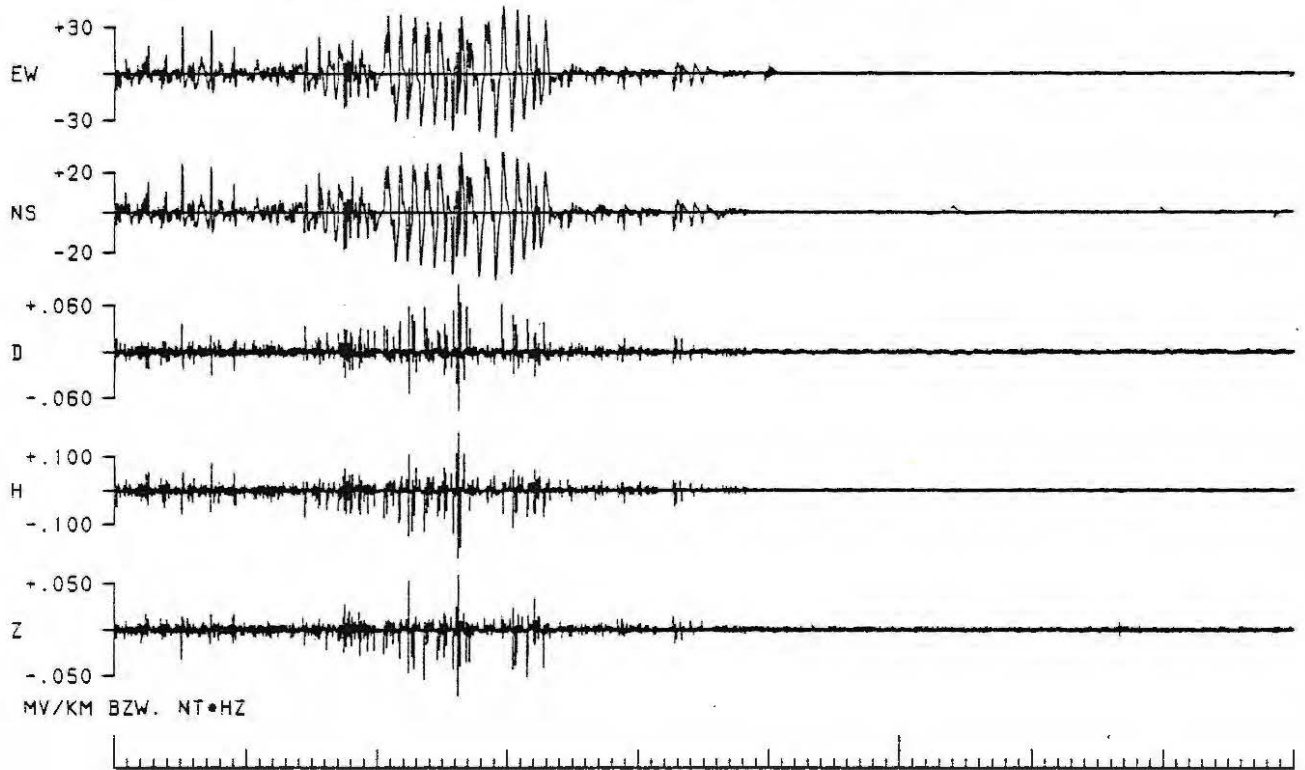
Mod. A : gutleitfähige Zonen endet bei Entf. 109 km

Mod. B : ohne gutleitfähige Zone

Mod. C : gutleitfähige Zone ist unendlich ausgedehnt

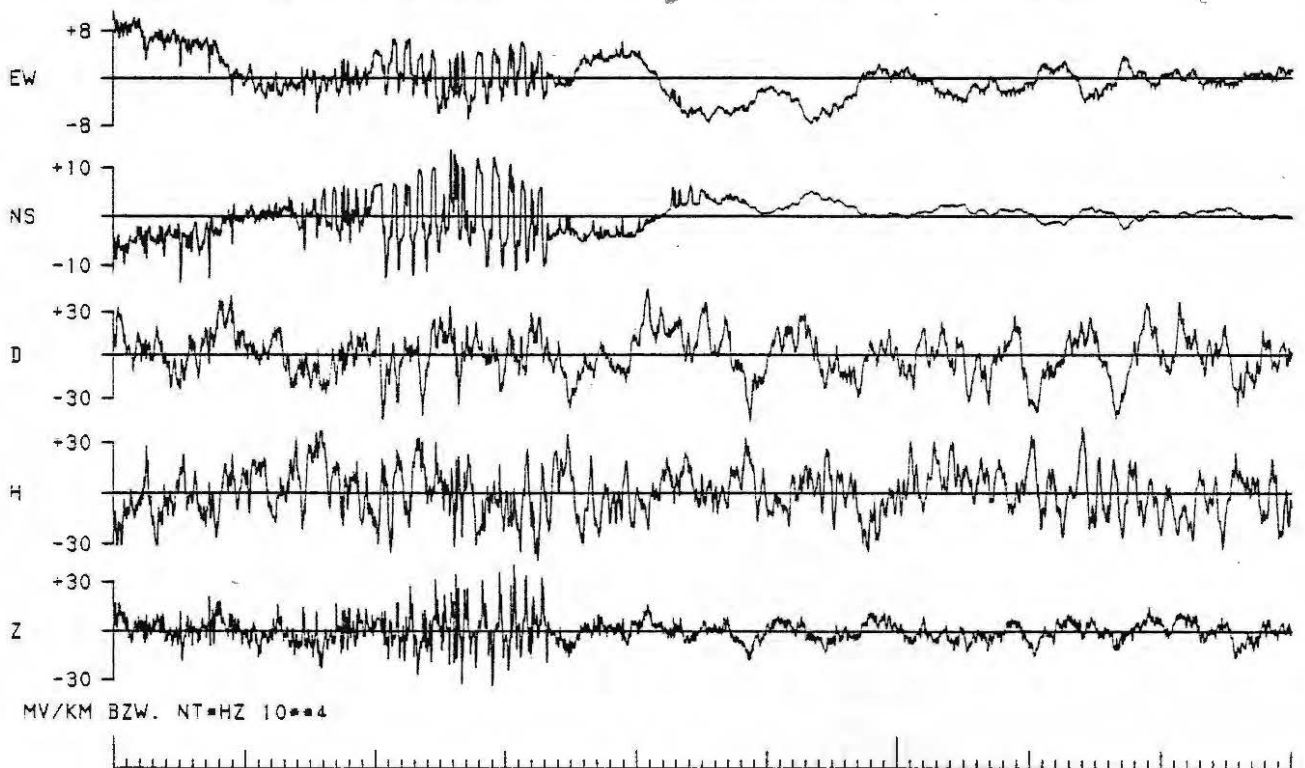
Ergebnisse von Modellrechnungen (Betrag Z/H)

KES07 IL 5400 SEC. ANF.190585 012001 SCAN= 1 SEC



Registrierbeispiel von großräumig korrelierten technischen Störungen

ROM01 IL 5400 SEC. ANF.190585 012002 SCAN= 2 SEC



B. TEZKAN

Die Ergebnisse der EM-Sondierungen im Hochschwarzwald

Im Sommer und Herbst 1984 wurden an 9 Stationen im Hochschwarzwald Pulsationen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes registriert, wobei maximal 4 Stationen gleichzeitig liefen. An 2 Stationen (NEU, TRI) wurden zusätzlich Variationen aufgezeichnet. Die Stationen standen vorzugsweise auf den Gneisen des Hochschwarzwaldes, zwei Stationen (SNH und TRI) sind auf dem Granit von Triberg aufgebaut, um die Richtungsabhängigkeit des tellurischen Feldes zu überprüfen. Die Lage aller Stationen ist der Abbildung 1 zu entnehmen. Für die Stationen HTZ, ENZ und TIE lagen Übertragungsfunktionen vor (Richards et al., 1981), die vor der eigenen Meßkampagne behandelt wurden. Die von diesen Stationen gewonnenen Erkenntnisse waren grundlegend für die Planung des neuen Meßprogramms. Die Station Hinterzarten wurde nur mit einem Induktionsmagnetometer besetzt. Sie sollte sowohl eine Normalstation für die Berechnung der Übertragungsfunktionen zwischen den Stationen als auch eine Anschlußstation zu den alten MT-Messungen im Schwarzwald sein.

Abb. 2 zeigt für die Frequenzanalyse trendbereinigte gleichzeitige Registrierungen von der ersten Schwarzwaldkampagne. Für diese Darstellung sind die Resonanzkurven der Geräte nicht berücksichtigt. Sie werden erst nach der harmonischen Analyse in die Auswertung eingebracht. Man sieht, daß kaum Unterschiede zwischen den Horizontalkomponenten des Magnetfeldes von Station zu Station existieren. Das bedeutet, daß die Schätzung der Übertragungsfunktionen keine signifikante Anomalie des Horizontalfeldes ergeben wird. Hingegen kann man in der Z-Komponente kleine Unterschiede von Station zu Station erkennen. Die größten Z-Variationen wurden wie erwartet bei der Randstation LAN beobachtet. Die Amplituden dieser Variationen nehmen nach Osten hin ab. Man erwartet also nach der Spektralanalyse eine charakteristische Periodenabhängigkeit für Z, deren Ursache auf die Rheingrabensedimente zurückzuführen ist. Trotz der örtlichen Unterschiede in den Amplituden sind die E-Felder der Gneisstationen (BRE, NEU...) korrelierbar,

wobei die Stationen SNH und TRI auf dem Triberger Granit sich durch ihre großen Amplituden von den anderen Stationen unterscheiden (Tezkan, 1986). Die Interpretation der gewonnenen Übertragungsfunktionen durch Modelle wird sich auf Anomalien der Z-Pulsationen und auf die tellurischen Komponenten EN und EO stützen müssen (Schmucker und Tezkan, 1985), da wie oben erwähnt, Anomalien des Horizontalfeldes im Schwarzwald kaum nachweisbar sind.

Die Vorbehandlung der Daten und die anschließende Frequenzanalyse ist nach einem Verfahren von Schmucker (1978) durchgeführt worden. Die Bestimmung der Übertragungsfunktionen geschieht nach dem bivariaten Ansatz (1):

$$\begin{aligned}\tilde{Z} &= Z_H \cdot \tilde{H} + Z_D \cdot \tilde{D} + \delta Z \\ \tilde{E}N &= Z_{xx} \tilde{H} + Z_{xy} \tilde{D} + \delta \tilde{E}N \\ \tilde{E}O &= Z_{yx} \tilde{H} + Z_{yy} \tilde{D} + \delta \tilde{E}O\end{aligned}\quad (1)$$

Als optimale Schätzwerte der Übertragungsfunktionen sollen diejenigen gelten, die die mittlere Summe der Fehlerquadrate minimieren.

Die Ergebnisse der Magnetotellurik

Eine Möglichkeit, alle Elemente des mit

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix}\quad (2)$$

definierten Impedanztensors in komprimierter Form darzustellen, besteht darin, sie bei vorgegebenem B-Feld mit tellurischen Vektoren zu konstruieren. Sie geben Stärke und Richtung der tellurischen Ströme an und sind definiert durch:

$$\begin{aligned}\underline{e}_x &= Z_{xx} \cdot \underline{\hat{x}} + Z_{yx} \cdot \underline{\hat{y}} \\ \underline{e}_y &= Z_{xy} \cdot \underline{\hat{x}} + Z_{yy} \cdot \underline{\hat{y}}\end{aligned}\quad (3)$$

wobei $\underline{\hat{x}}$ und $\underline{\hat{y}}$ Einheitsvektoren in Achsenrichtung bezeichnen. Zunächst beziehen sich alle Elemente des Impedanztensors auf ein nach dem örtlichen Magnetfeld orientiertes Koordinatensystem, also x magnetisch Nord y magnetisch Ost. Es ist aber bei den MT-Messungen auf Kristallinstrukturen oft der Fall, daß der Impedanz-

(1) Tilde bedeutet komplexe Fourieramplitude

tensor mit allen Elementen besetzt ist. In solchen Fällen ist es üblich, die in einem x, y, z Koordinatensystem gemessenen Feldgrößen durch eine Drehung um den Winkel α in das System x', y', z zu transformieren. Das Ziel ist, quasi zweidimensionale Strukturen hervorzuheben. Die Berechnung des Drehwinkels geschieht nach dem Swift-Kriterium. Es hat sich herausgestellt, daß der Drehwinkel für die Gneisstationen ziemlich einheitlich ist und im Mittel über alle Frequenzen 43 ± 7 Grad beträgt. Ausnahmen sind die Stationen auf dem Triberger Granit TRI und SNH sowie die Randstation LAN.

Abb. 3 zeigt den Realteil der mit (3) definierten tellurischen Vektoren von allen Schwarzwaldstationen für eine Periode von 100s. Der Abbildung ist eine große und für alle Stationen einheitliche Richtungsabhängigkeit des tellurischen Feldes zu entnehmen. Die weiträumig induzierten Ströme durchfließen den Schwarzwald in nordwestlicher Richtung (H-Pol) und das dazugehörige tellurische Feld ist fünf bis zehnfach stärker als in nordöstlicher Richtung (E-Pol). Im E-Feld existieren gewisse örtliche Unterschiede und die Anisotropie ist sehr groß und recht einheitlich. Die Richtungsabhängigkeit des tellurischen Feldes ist aber nicht durch den Verlauf des Rheingrabens bestimmt.

Transformiert man die mit (2) gegebenen Nebendiagonalelemente des Impedanztensors in scheinbare Widerstände ($\rho_a(ij) = \mu_0 / \omega \cdot |Z_{ij}|^2$), so erkennt man - wie auch von der Abb. 3 zu erwarten ist - große Unterschiede zwischen den beiden Polarisierungen einzelner Stationen (Tezkan, 1986, Abb. 5.8). Gewisse Unterschiede in scheinbarem Widerstand für die gleichen Polarisationsrichtungen zwischen den Stationen sind auch nicht zu übersehen. Man kann also aus den ρ_a -Kurven keine Absolutwerte der Leitfähigkeit bestimmen, ihre relative Änderung mit der Tiefe läßt sich aber angeben.

Man sieht also, daß es nicht möglich sein wird, die örtliche Variabilität des tellurischen Feldes durch Modelle mit isotroper Leitfähigkeitsverteilung zu erklären. Ganz anders ist das Verhalten der in Abb. 4 dargestellten Phasenkurven für alle Schwarzwaldstationen. In dieser Abbildung ist jede Station mit einem anderen

Kennzeichen symbolisiert und individuell gedreht. Man sieht, daß die Phasenkurven viel konsistenter sind, daß sie für jede Station dieselbe Periodenabhängigkeit haben. Die Phasenwerte zwischen den Stationen liegen ziemlich dicht aneinander, so daß es nahe liegt, eine mittlere Phasenkurve (gestrichelte Kurve in der Abb.) der E- und H-Polarisation für den ganzen Hochschwarzwald auszurechnen. Die Phasenkurven zeigen deutliche Unterschiede für beide Polarisationsrichtungen. Ihr charakteristischer Verlauf ist mit einem 2-D-Modell zu erklären, das die Wirkung der Rheingrabensedimente berücksichtigt (Abb. 6). Der Abfall der Phasenkurven in E-Polarisation von 70° zu 45° zwischen 15 und 100s läßt sich durch eine untere Begrenzung des schlechtleitenden Kristallins durch eine gutleitende Zwischenschicht interpretieren und diese Zwischenschicht läßt die Phase der H-Polarisation unter 45° sinken. Die Tiefe dieser Zwischenschicht kann von den Phasenkurven nicht bestimmt werden. Man muß zusätzlich die Grabenrandanomalie in Z berücksichtigen, um eine Skalierung dieser Tiefe zu gewinnen.

Ähnliche Aussagen kann man auch von den $\rho^*(z^*)$ von den einzelnen Stationen gewinnen. Transformiert man die Nebendiagonalelemente des Impedanztensors nach der Drehung des Koordinatensystems in solche Kurven, so erhält man weit auseinander liegende Tiefenabschnitte für E und H-Polarisation, wobei die ganze Information für die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund in E-Polarisation (entspricht dem kleinen tellurischen Vektor in der Abb. 3) steckt. In dieser Darstellung ist der Einfluß der dünnen leitfähigen Schicht auf die z^* -Werte deutlich sichtbar. Es ergeben sich im Periodenbereich von 10s bis 75s dicht zusammenliegende Eindringtiefen von ca. 20 km mit scheinbaren Widerständen unter $10 \Omega_m$ (Schmucker und Tezkan 1985, Abb. 4).

Die Ergebnisse der Erdmagnetischen Tiefensondierung

Wie es bei der Betrachtung der Abb. 2 angedeutet und nach der Frequenzanalyse klar wurde, lassen sich keine Anomalien in den Horizontalkomponenten des Magnetfeldes im Schwarzwald feststellen. Dazu fehlte eine gleichzeitig laufende Station im Rheingraben. Die Betrachtung sollte sich daher auf die Anomalien der Vertikalkompo-

nente beschränken. In Abb. 5 sind die Übertragungsfunktionen für das lokale Z in Form von Induktionspfeilen für eine Periode von 100s dargestellt worden. Bekannterweise sind diese Pfeile unabhängig von dem Koordinatensystem und stehen senkrecht zum Streichen einer zweidimensionalen Anomalie. Man sieht, daß alle Pfeile an allen Stationen vom Rheingraben wegzeigen, also vom guten Leiter zum schlechten Leiter hin. Die größten Z-Variationen wurden an der Randstation LAN beobachtet. Sie haben ihre größte Amplitude bei den kürzesten analysierten Perioden ($T = 10s$) und mit zunehmender Periode werden sie kleiner. Wie auch der Abbildung zu entnehmen ist, werden die Amplituden der Induktionspfeile mit zunehmender Entfernung vom Rheingraben nach Osten kleiner. Sie stellen mit großer Wahrscheinlichkeit den Grabenrandeffekt dar. Innerhalb des Schwarzwaldes treten im analysierten Periodenbereich keine wesentlichen Leitfähigkeitsänderungen auf (Schmucker und Tezkan, 1985).

Modellrechnungen zur Erklärung der dargestellten Übertragungsfunktionen:

Um zuerst für den Hochschwarzwald eine Vorstellung für die Leitfähigkeitsverteilung zu gewinnen, wurden 1-D-Modelle für die einzelnen Stationen ausgerechnet. Sie sollten als Startmodelle für die zweidimensionale Modellrechnung benutzt werden. Nach diesen Modellen kann man zunächst keine Skalierung der Tiefe feststellen, insbesondere die Tiefe des guten dünnen Leiters, der mit Phasen und $\rho^*(z^*)$ Kurven mehrmals angedeutet wurde, bleibt zunächst unbestimmt. Benutzt man aber die zusätzliche Grabenrandanomalie in Z, so kann man über ihre Tiefe eine Aussage machen (Abb. 6).

Es soll eine grundsätzliche Schwierigkeit für die bevorstehende zweidimensionale Modellrechnung betont werden und zwar, daß die gefundenen magnetischen und tellurischen Übertragungsfunktionen nicht zusammenpassen. Man muß eine unbegründbare Drehung des Impedanztensors aus der Rheingrabenrichtung um ca. 25 Grad auf die tellurische Hauptachsenrichtung im Schwarzwald vornehmen (siehe Tezkan, 1986 S. 48). Eine Stromrichtung zum Streichen des Rheingrabens würde sicherlich noch verständlicher sein.

Abb. 6 faßt die bisher gewonnenen Erkenntnisse zusammen. Dargestellt ist ein Vergleich der in Rheingrabenrichtung projizierten magnetischen Übertragungsfunktionen mit den Modellübertragungsfunktionen. Das Modell betrifft im wesentlichen einen Ost-West-Schnitt durch den Schwarzwald (vergleiche Abb. 1) und kann so die im Schwarzwald beobachtete anders gerichtete Anisotropie nicht erklären (Schmucker und Tezkan, 1985). Nach vielen Versuchen hat sich herausgestellt, daß der Abfall der z'_D Kurve von der Station LAN bis zur Station TRI durch eine andere Induktionsanomalie, nämlich durch den Rheingraben erklärt werden kann. Für die Modellrechnung sind zwei Viertelräume mit unterschiedlichem Leitfähigkeitskontrast benutzt worden. Der eine Viertelraum sollte dem Rheingraben entsprechen. Er war als gegeben betrachtet, dafür wurden Modelle von Winter (1973) und Reitmayr (1974) unverändert übernommen. Für die Schwarzwaldseite sind die von der 1-D-Modellrechnung gewonnenen Kenntnisse benutzt.

Es gelingt durch dieses Modell, auch den konträren Phasenverlauf der beiden Polarisierungen zu erklären (siehe Tezkan, 1986, Abb. 6.7), und zwar durch die Anisotropie bestimmte Richtungen N 43°O und O 47°S im Schwarzwald. Für den konträren Phasenverlauf ist zwar der Rheingraben mitbestimmend, man kann aber daraus die Leitfähigkeitsverteilung unter dem Schwarzwald ableiten.

Es wurden auch numerische Modellversuche zur Untersuchung der dünnen leitfähigen Schicht unter dem Schwarzwald und deren integrierte Leitfähigkeit durchgeführt. Aus diesen Modellversuchen und aus der zweidimensionalen Modellrechnung gewonnenen Kenntnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

a) Das in Abb. 6 dargestellte 2-D-Modell für den Hochschwarzwald kann die Übertragungsfunktionen des lokalen magnetischen Vertikalfeldes z'_D und die Phasen der Impedanz für beide Polarisierungen mit einer unbegründbaren Drehung des Koordinatensystems aus der Rheingrabenrichtung erklären.

b) Nicht erklärt bleibt die große Anisotropie und der von Station zu Station sehr variable scheinbare Widerstand, hauptsächlich in H-Polarisation.

c) Die 2-D-Modellrechnung kann den spez. Widerstand des Schwarzwaldkristallins nicht auflösen, bestätigt aber die dünne leitfähige Schicht unter dem Kristallin. Nach den Modellrechnungen ist die Tiefe dieser Schicht mindestens 12 km und höchstens 18 km. Ihre integrierte Leitfähigkeit ist ca. 650 S.

d) Würde der gute Leiter unter dem Schwarzwald sich auch unter dem Rheingraben fortsetzen, so sind die Modellphasen für die H-Polarisation zwischen 10s und 100s deutlich über 45° und nicht wie beobachtet unter 45° .

Es ist zur Zeit angestrebt, mit zwei gleichzeitig laufenden Stationen im Rheingraben und Schwarzwald die Grabenanomalie für die Horizontalkomponente zu untersuchen, um das in Abb. 6 dargestellte Modell möglicherweise zu verbessern. Es werden auch Langzeitregistrierungen vorgenommen, um die magnetotellurische Impedanz zu entzerren und eine an der Grabenrandanomalie unabhängige Leitfähigkeitsverteilung für den Schwarzwald zu gewinnen.

Literaturverzeichnis

Reitmayr, G.: Elektromagnetische Induktion im Erdinnern, studiert am Rheingraben. Diss. Fak. f. Geowissenschaften der Ludwig-Maximilian Universität München, 1974

Richards, M.L., U. Schmucker, E. Steveling und J. Watermann: Erdmagnetische und magnetotellurische Sondierungen im Gebiet des mitteleuropäischen Driftsystems. Forschungsbericht T81-111. Bundesministerium für Forschung und Technologie, Bonn, 1981

Schmucker, U.: Auswertungsverfahren Göttingen. Protokoll Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung. Neustadt/Weinstraße 163-188, 1978

Schmucker, U. und B. Tezkan: Erdmagnetische und tellurische Untersuchungen im Schwarzwald. Bericht zum Unterantrag der Univ. Karlsruhe zum BMFT Förderungsvorhaben RG 83146, Inst. f. Geophysik, Univ. Göttingen, 1985

Tezkan, B.: Erdmagnetische und magnetotellurische Untersuchungen auf den hochohmigen Kristallinstrukturen des Hochschwarzwaldes und des Bayerischen Waldes bei Passau. Diss. Math.-Nat. Fachb. Univ. Göttingen, 1986

Wimmenauer, W.: The mineral deposits of the Schwarzwald (Black Forest). Erzmetall, 33, 150-152, 1980

Winter, R.: Der Oberrheingraben als Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit, untersucht mit Methoden der erdmagnetischen Tiefensondierung. Diss. Math.-Nat. Fachb. Univ. Göttingen, 1973

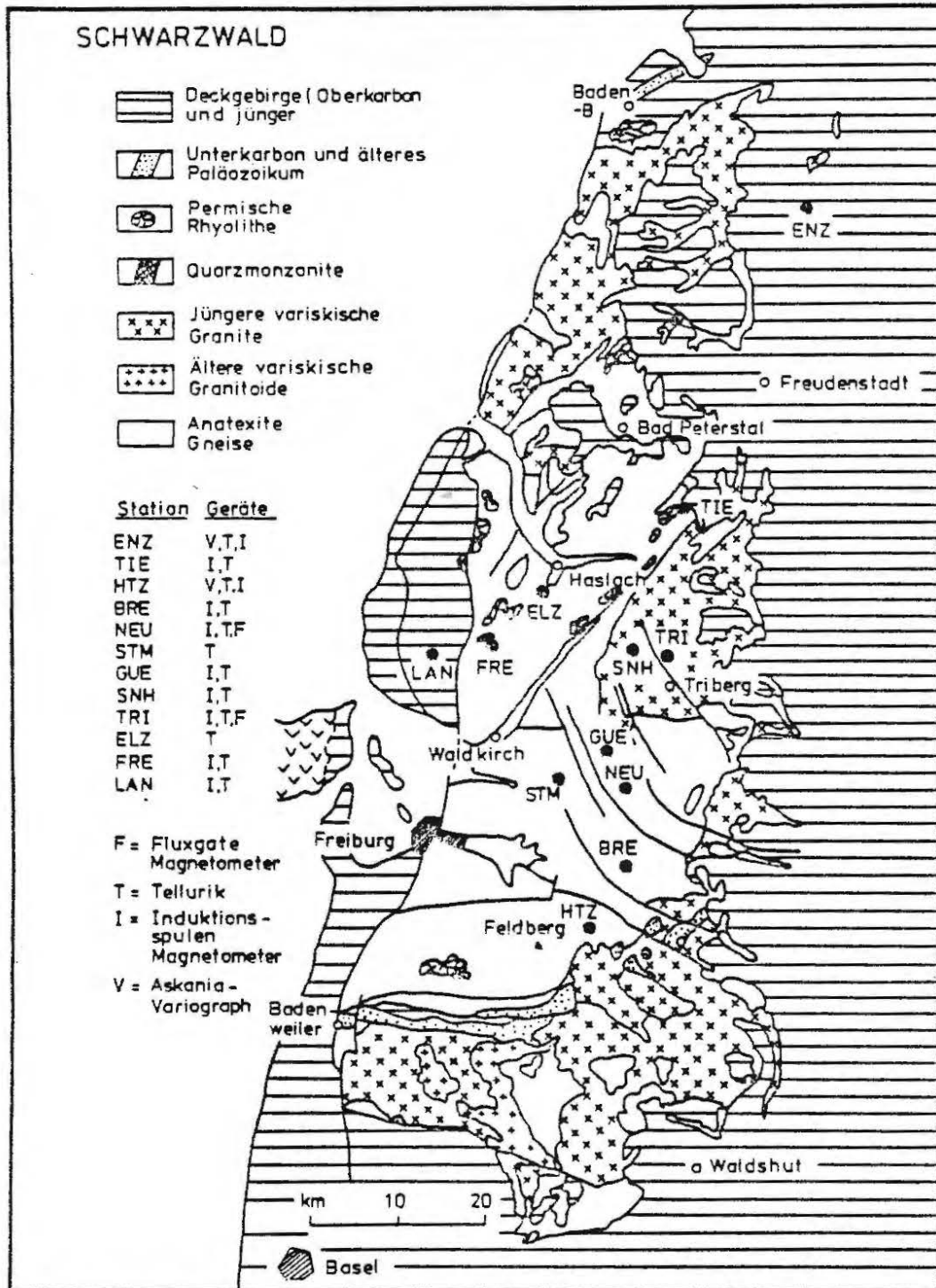


Abb. 1: Geologische Karte des Schwarzwaldes mit Angabe der Magnetotellurikstationen (Wimmenauer, 1980)

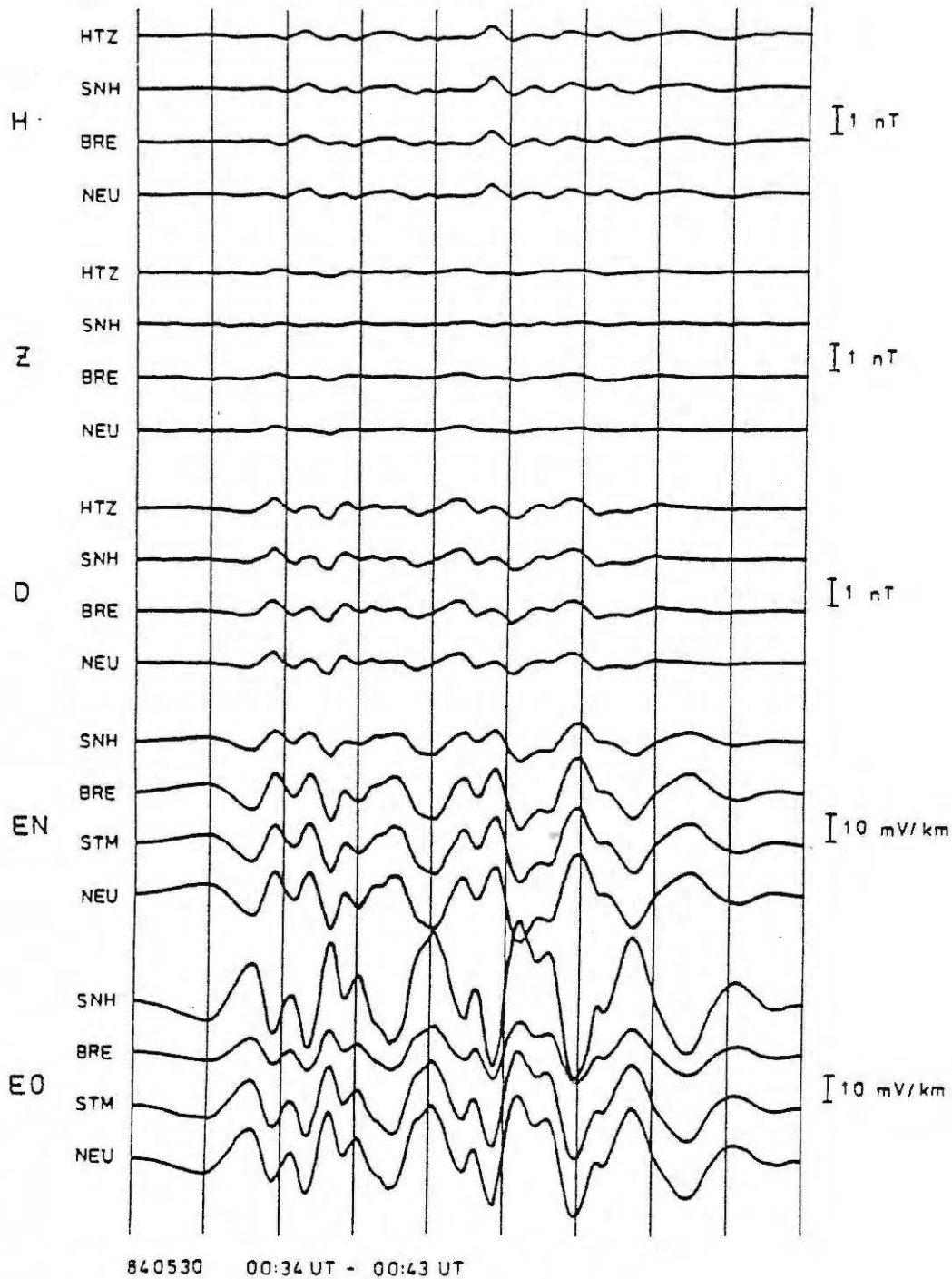


Abb. 2: Gleichzeitige Registrierungen von magnetischen und tellurischen Pulsationen an den 4 Schwarzwaldstationen. Abstand zwischen den Zeitmarken ist 1 min.

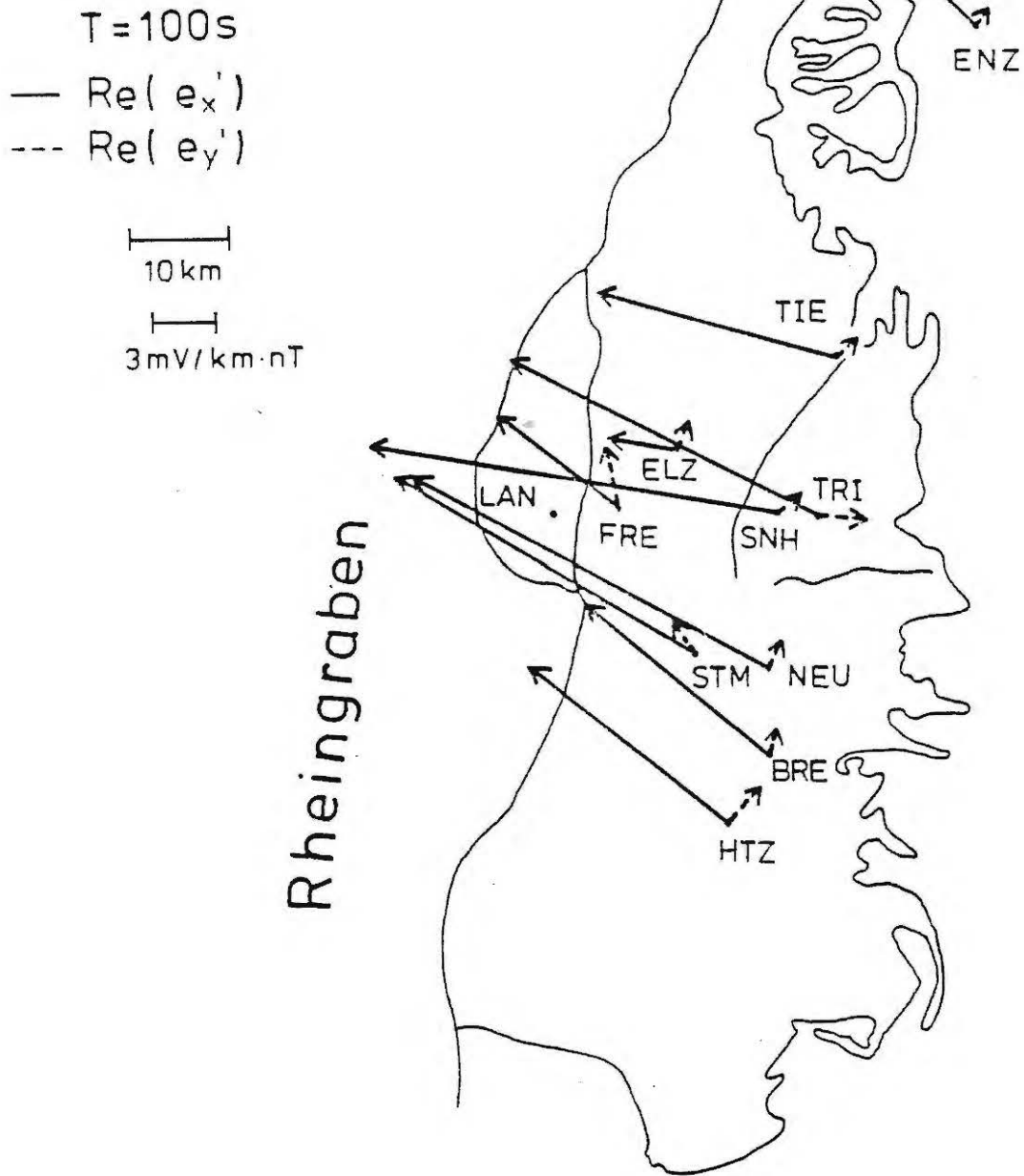


Abb. 3: Realteil von e_x' und e_y' für alle Schwarzwaldstationen für $T = 100s$. Das Koordinatensystem ist mit einem durchschnittlichen Drehwinkel von 43° N über O gedreht.

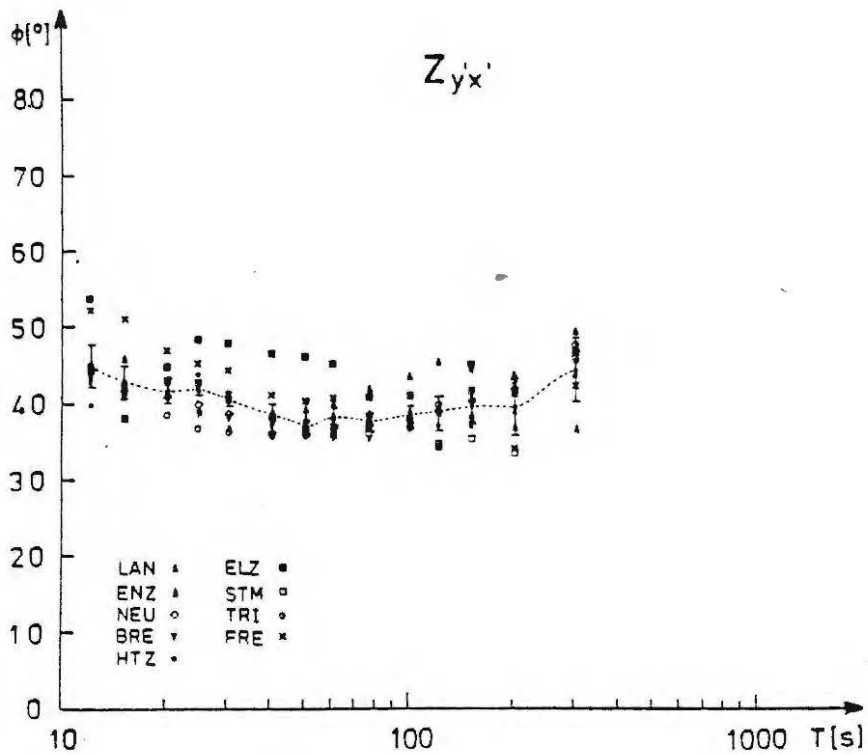
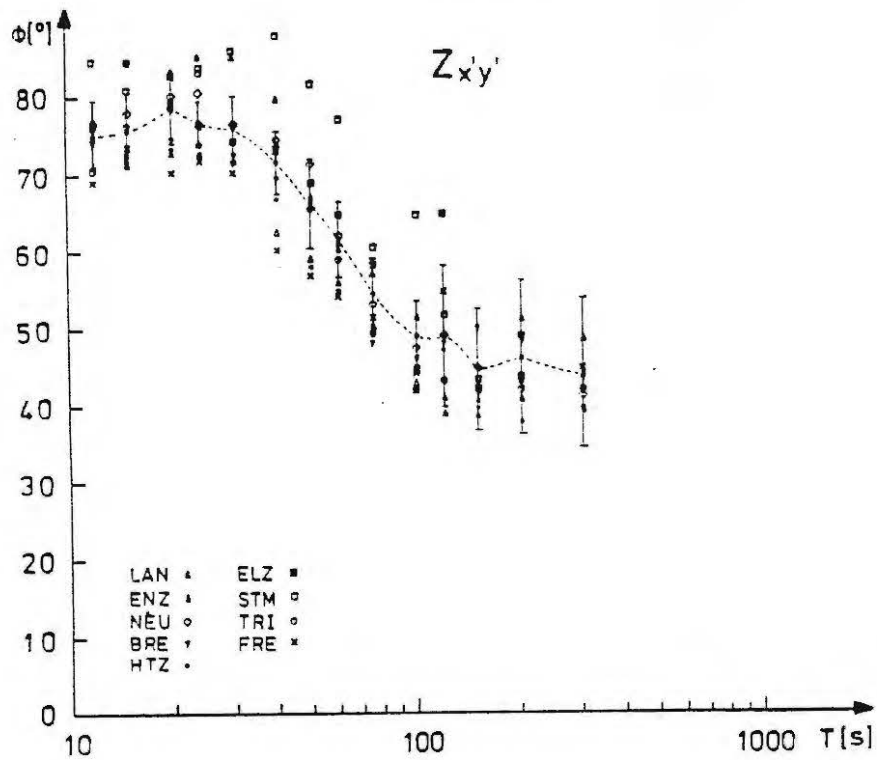


Abb. 4: Phasenkurven für alle Schwarzwaldstationen in gedrehten Koordinaten für E- und H-Polarisation. Der Drehwinkel ist für jede Station anders und optimal

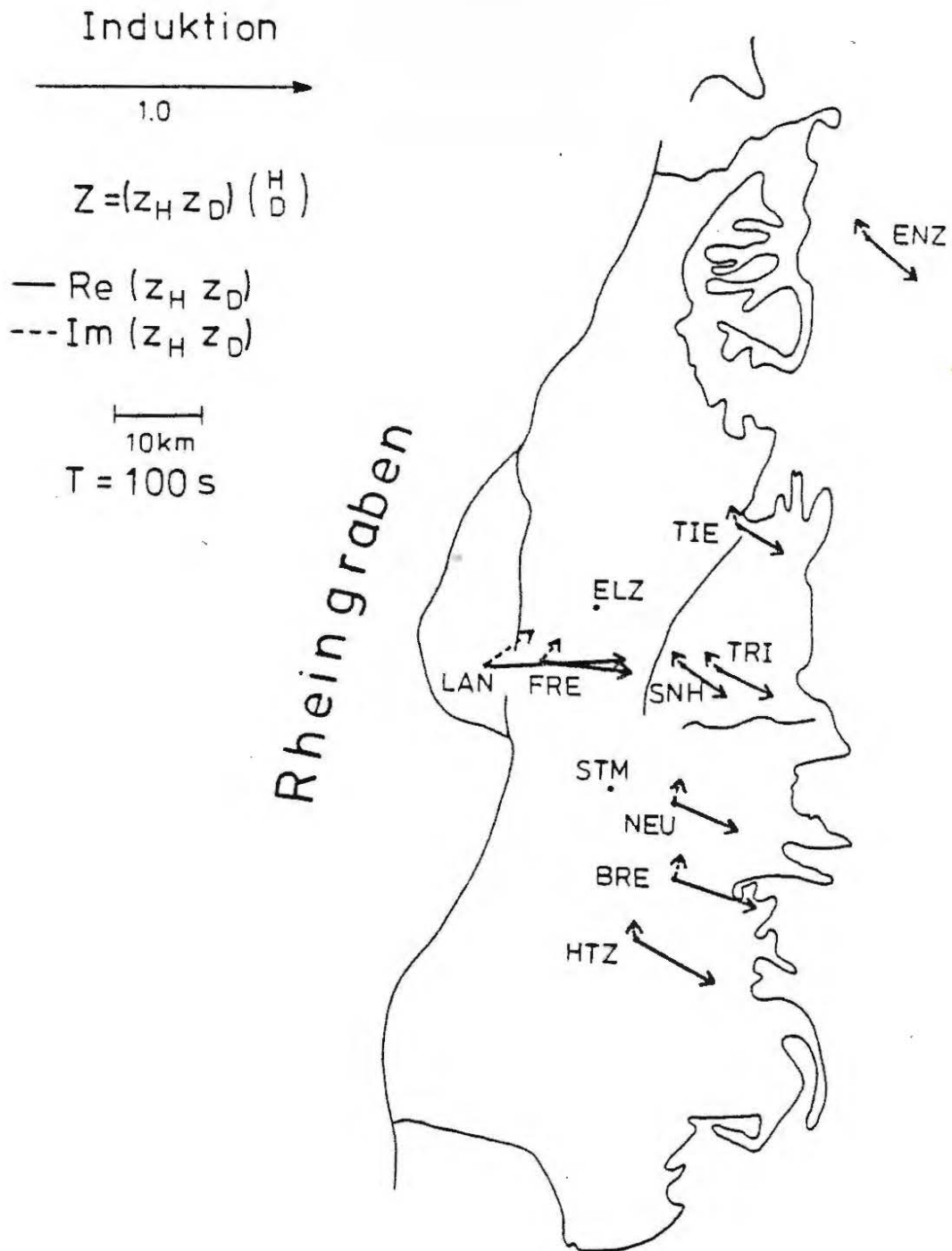


Abb. 5: Induktionspfeile für T = 100s von allen Schwarzwaldstationen

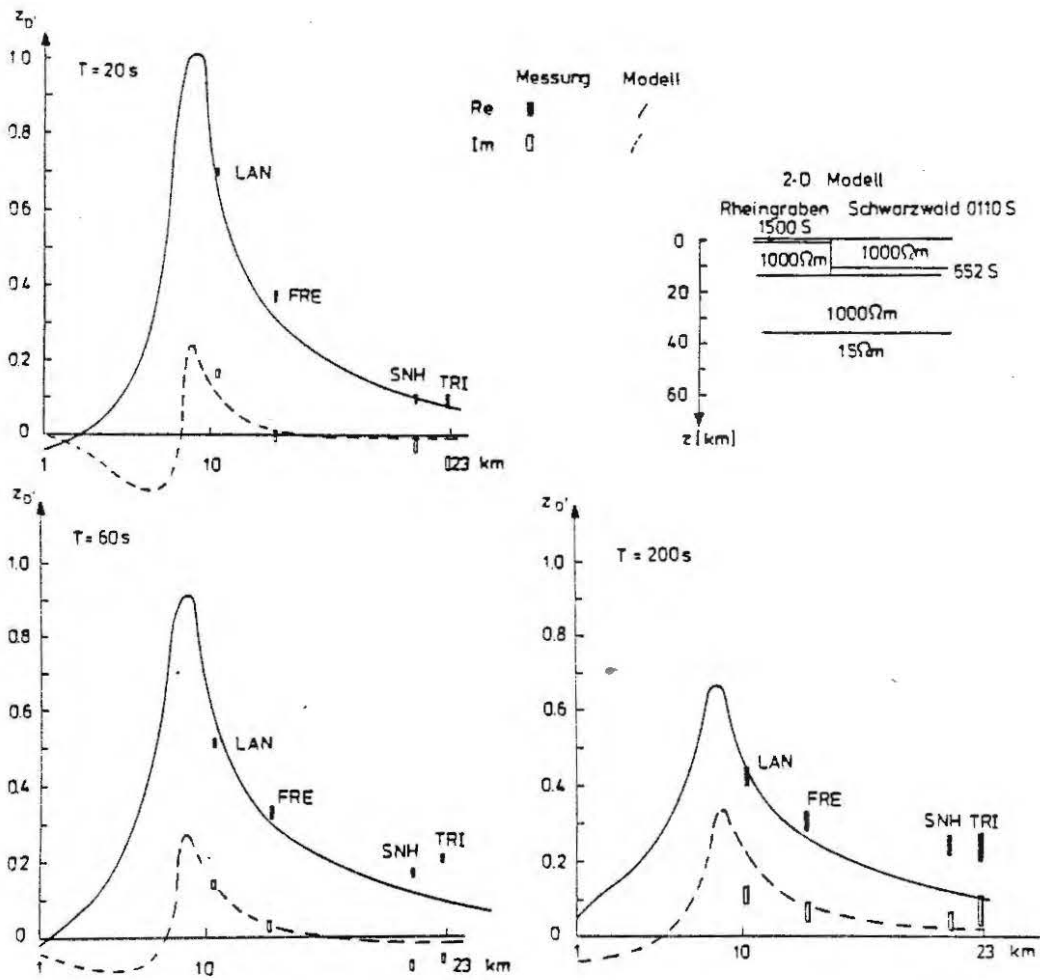


Abb. 6: Zweidimensionales Leitfähigkeitsmodell für den Hochschwarzwald. Die Profillage kann der Abb. 1 entnommen werden.

H. M. Maurer

AAMT-Messungen im mittleren Schwarzwald

Im Oktober 84 und Juni 85 haben wir im mittleren Kinzigtal, dem geplanten KTB-Zielgebiet Schwarzwald, Messungen mit Aktiver Audiomagnetotellurik an 12 Punkten durchgeführt. Den prinzipiellen Aufbau der Meßanlage zeigt Abb. 1. Als Sender dienen zwei etwa orthogonale horizontale elektrische Dipole. Eingespeist wird ein Sinussignal, jeweils 6 Frequenzen pro Dekade. Am Empfänger werden die Horizontalkomponenten des elektrischen Feldes und alle drei Komponenten des Magnetfeldes mit einer Korrelationstechnik gemessen. Die Datenqualität ist gut, die größten Störungen traten im Kinzigtal auf (Eisenbahnlinie, Industrie). Die Lage der Meßpunkte zeigt Abb. 2.

Die Meßkurven wurden mit einem 1-D-Inversionsprogramm nach dem Marquardt-Verfahren ausgewertet. Die Parameterstabilität wurde quantitativ durch die Berechnung von Grenzmodellen abgeschätzt.

Grenzmodelle

$y_{i,m}$ sei der i -te Meßwert (hier Impedanz für die i -te Frequenz). Eine Meßreihe wird zum Meßdatenvektor y_m zusammengefaßt. Die Parameter des Leitfähigkeitsmodells bilden den Parametervektor p (L-Schicht-Modell \rightarrow 2L-1 Parameter). Eine Vorwärtsrechnung berechnet theoretische Daten aus den Parametern, das Ergebnis ist der theoretische Datenvektor $y_t(p)$. Die Vorwärtsrechnung ist nichtlinear, deshalb wird in eine Taylorreihe entwickelt und nach dem linearen Glied abgebrochen. Ziel der Inversion ist es, ausgehend von einem vorgegebenen Startmodell ein verbessertes Modell zu finden:

$$p_{\text{verbessert}} = p_{\text{start}} + \Delta p \quad ; \quad \Delta y = y_m - y_t(p_{\text{start}})$$

Dann ist der Verbesserungsvektor

$$\Delta p(\mu) = (\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{A}} + \mu \underline{\underline{I}}) \underline{\underline{A}}^T \Delta y$$

mit dem Marquardt-Parameter $\mu > 0$. $\underline{\underline{A}}$ ist die Matrix der partiellen Ableitungen der Daten nach den Parametern. Wird eine Eigenwertzerlegung von $\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{A}}$ durchgeführt, erlauben die Eigenwerte und Eigenvektoren eine qualitative Abschätzung der Parameterstabilität. Jeder Komponente eines Eigenvektors ist ein Parameter zugeordnet. Gehört der Eigenvektor zu einem großen Eigenwert, so sind die Parameter, die seinen großen Komponenten zugeordnet

sind, gut aufgelöst; gehört der EV zu einem kleinen Eigenwert, sind sie schlecht aufgelöst.

Abb. 3 zeigt rechts oben synthetische, verrauschte Daten eines Zwei-Schicht-Modells und die Modellkurven des Startmodells (SM) und des besten Modells (BM). Links unten sind die Eigenwerte und Eigenvektoren dargestellt. Die Reihenfolge der Auflösbarkeit ist also ρ_1, ρ_1, d_1 . \underline{y}_{NP} ist der Eigenvektor, der zum kleinsten Eigenwert gehört, der also große Komponenten bei den am schlechtesten aufgelösten Parametern hat. Das beste Modell \underline{p}_{opt} wird verändert:

$$\underline{p}_{Grenz} = \underline{p}_{opt} + k \underline{y}_{NP}$$

Der empirische Faktor k wird solange vergrößert, bis eine vorgegebene Verschlechterung der Anpassung überschritten wird. Das so erhaltene \underline{p}_{Grenz} ist eine quantitative Abschätzung des Bereichs, in dem die zu \underline{y}_{NP} gehörige Parameterkombination variieren kann.

Ergebnisse

Die Meßkurven lassen sich alle durch 2-Schicht- oder 3-Schicht-Modelle erklären. Die Typen der Modelle sind:

- 2-Schicht: mittlerer Deckschichtwiderstand -
hoher Liegendwiderstand
- 3-Schicht: mittlerer Deckschichtwiderstand -
besser leitende Zwischenschicht -
hoher Liegendwiderstand

Die Deckschichtwiderstände sind für kristalline Gesteine erstaunlich niedrig. Es ergeben sich 200 - 500 Ωm bis in ca. 800m Tiefe. Die Abbildungen 4,5,6,7,8 zeigen Meßpunktkurven und Modellkurven für das beste Modell und für Grenzmodelle.

Äquivalente Modelle

Bei der Auswertung stellte sich heraus, daß das Inversionsprogramm bei den südöstlichen Punkten als bestes Modell für die eine Polarisation ein Dreischichtmodell mit einer sehr dünnen gutleitenden Zwischenschicht lieferte, für die andere Polarisation ein Modell mit einer dicken, nicht so gutleitenden Zwischenschicht (Abb.9).

Modellrechnungen mit synthetischen Daten dieser beiden Modelle zeigen, daß sie praktisch nicht unterscheidbar sind (Abb. 10). Es handelt sich aber um zwei getrennte Anpassungsminima, nicht um die Grenzfälle eines mittleren Modells.

Streichrichtung

Da die Messungen der passiven MT in größerer Tiefe eine starke Anisotropie der Leitfähigkeit ergaben, habe ich für die 5-7 Fernfeldfrequenzen der Meßkurven Streichwinkel ausgerechnet. Diese Winkel sind nur auf 90° bestimmt, d.h. man kann nicht entscheiden, ob die größere Leitfähigkeit in der angegebenen Richtung oder senkrecht dazu vorliegt. Die Winkel der Streichrichtung zeigt Abb. 11. Es besteht eine gute Übereinstimmung der Punkte untereinander und mit der Hauptstörungsrichtung SW-NE in diesem Gebiet. Die Richtungsabhängigkeit der Leitfähigkeit zeigt sich also schon in den oberflächennahen Schichten bis ca. 800m Tiefe.

Eine Zusammenfassung der Meßpunkte zu drei Profilen zeigen die Abbildungen 12, 13 und 14. Die Elztalllinie im Südosten scheint sich durch erhöhte Klüftigkeit bemerkbar zu machen, ebenso ein Gebiet nördlich von Haslach. Die niedrigeren Widerstände im Norden treten auch bei den DCR-Messungen auf. Sie könnten eventuell auch durch den erhöhten Graphitgehalt der dort anstehenden Gneise interpretiert werden.

Zusammenfassung

Im mittleren Kinzigtal, dem geplanten Zielgebiet der KTB-Lokation Schwarzwald, sind an 12 Punkten je 4 Meßkurven aufgenommen worden. In den weniger gestörten Seitentälern ist die Datenqualität sehr gut, und auch die Messungen im Kinzigtal selbst liefern trotz der großen technischen Störungen ausreichende Ergebnisse, sofern der Abstand zwischen anregendem Dipol und Empfangsstation nicht zu groß ist.

Messungen am gleichen Empfangsstandort bei verschiedenen Standorten des Dipols zeigen z.T. gute Übereinstimmung. Die Meßkurven lassen sich durch 1-dimensionale Modelle mit 2 oder 3 Schichten erklären. Mit Hilfe von Grenzmodellen wurde versucht, die Stabilität der Parameter dieser Modelle abzuschätzen. Die Messungen ergaben erstaunlich niedrige spezifische Widerstände für das kristalline Grundgebirge. Vermutlich beruhen diese niedrigen Widerstände auf einer erhöhten Klüftigkeit und damit verbunden einem größeren Wassergehalt der Gneise. Eine Streichrichtung SW-NE ist auch für Tiefen kleiner 800 m feststellbar. Eventuell stimmt eine Schicht mit erniedrigtem Widerstand mit einer Struktur in den reflexionsseismischen Profilen des DE-KORP-Programms überein. Für eine weitergehende Auswertung wäre es notwendig, 2-dimensionale Leitfähigkeitsverteilungen theoretisch behandeln zu können. In Bezug auf die kontinentale Tief-

bohrung scheint im engeren Zielgebiet direkt bei Haslach bis in eine Tiefe von 4 km, abgesehen von einer kontinuierlichen Widerstandszunahme, keine Veränderung der Gesteine aufzutreten, die sich in der elektrischen Leitfähigkeit bemerkbar macht.

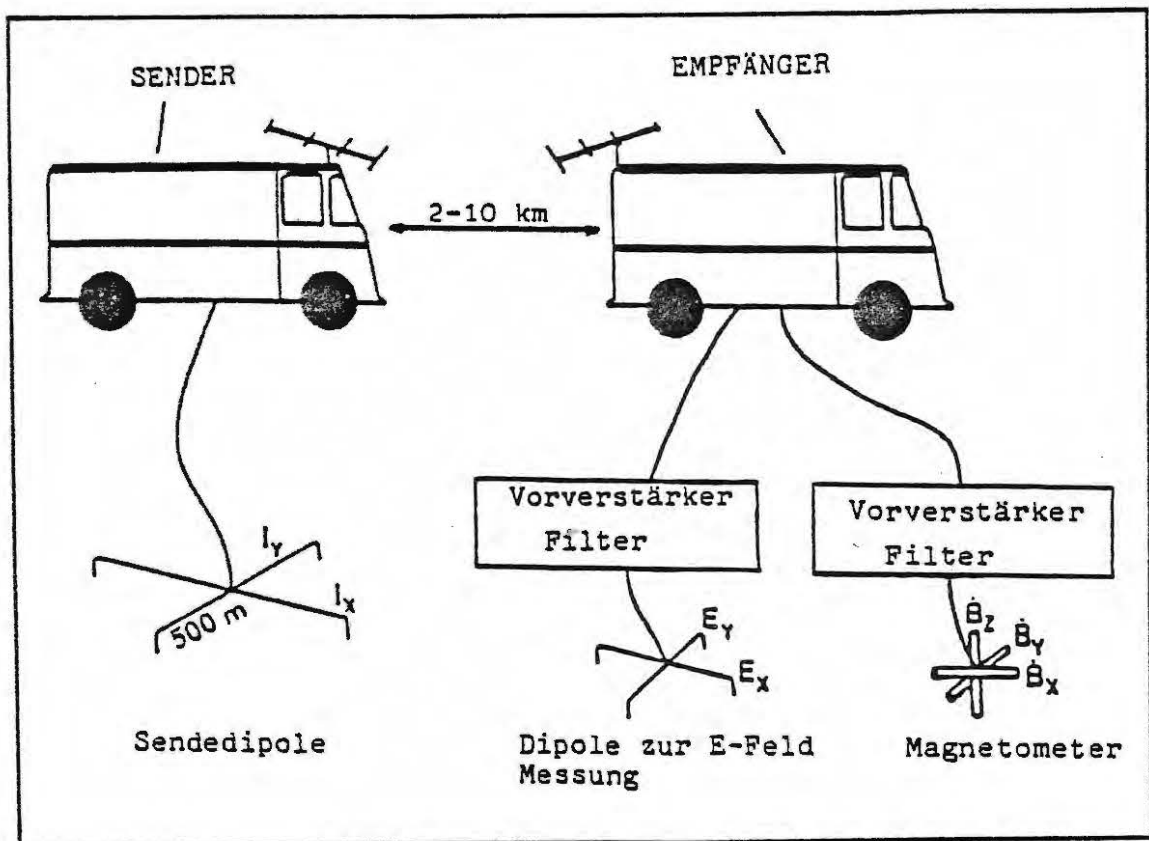
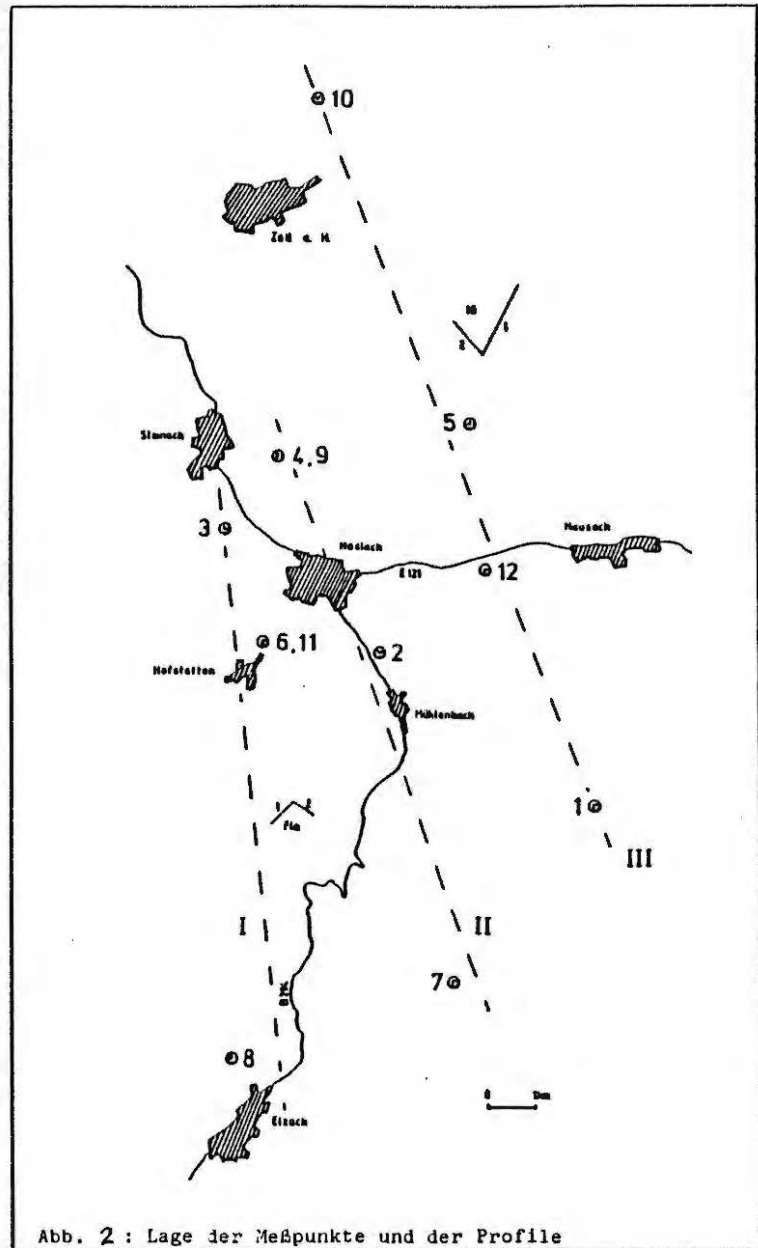


Abb. 1 : Skizze der Meßanlage



Synt. Modell 2

PSI-R-KOMPONENTE

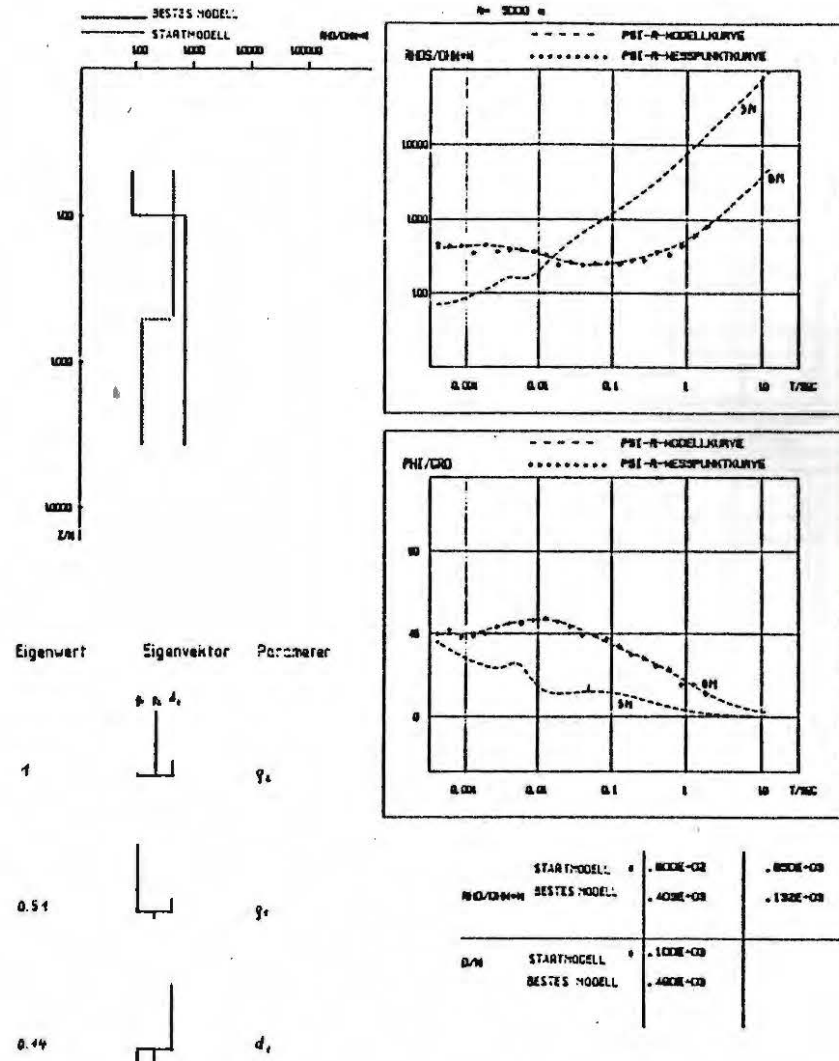
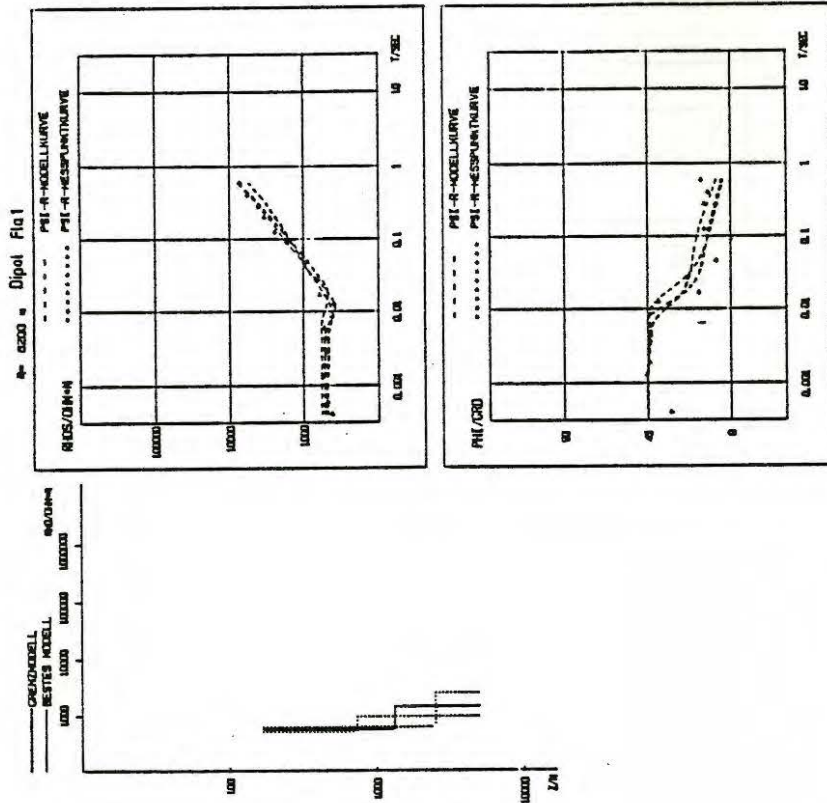


Abb. 3

3
SARACH

PSI-R-KOMPONENTE

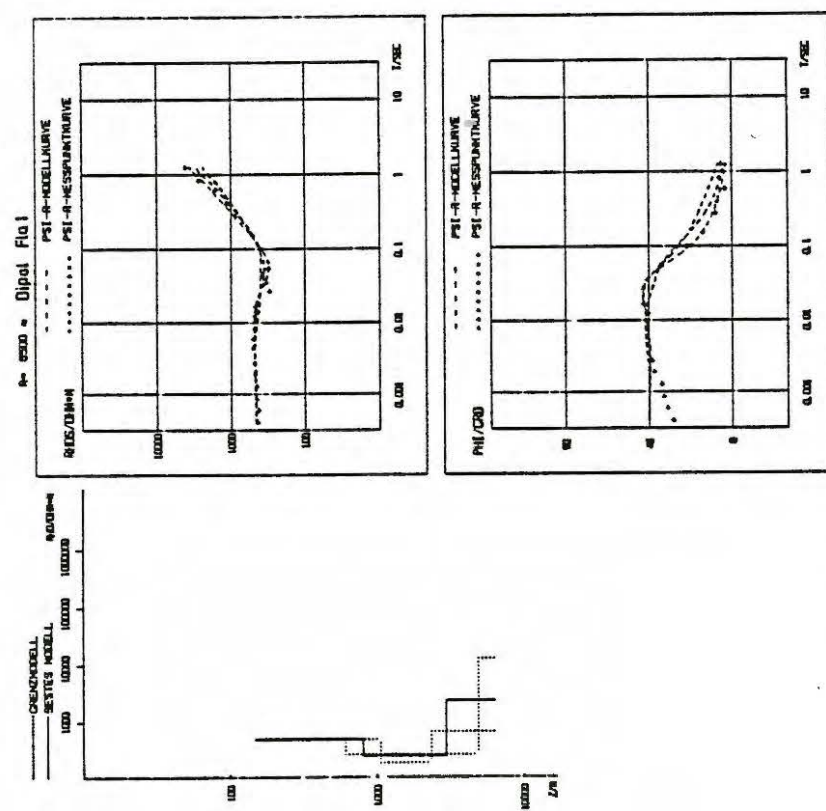


BESTES MODELL	.512E-03	.110E-04
CRENZMODELL	.562E-03	.108E-04
R(t)/D(t)-M	.470E-03	.840E-03
D/W		
BESTES MODELL	.112E-04	
CRENZMODELL	.840E-04	
CRENZMODELL	.720E-03	

Abb.: 5

1
BUCHJOCKENHOF

PSI-R-KOMPONENTE

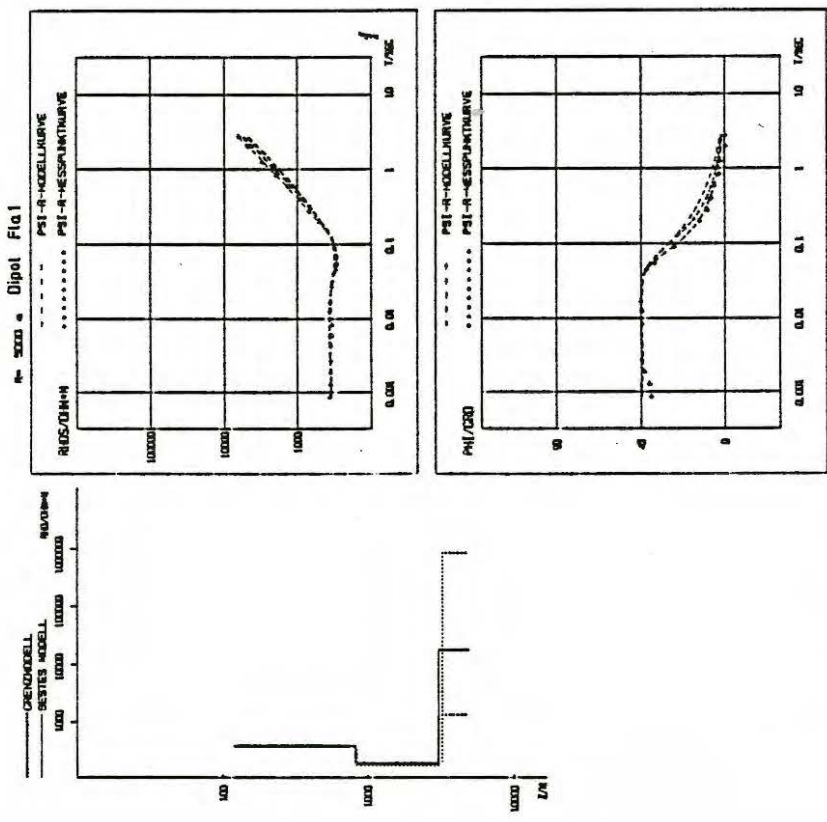


BESTES MODELL	.454E-03	.212E-04
CRENZMODELL	.457E-03	.118E-03
R(t)/D(t)-M	.200E-03	.960E-03
D/W		
BESTES MODELL	.810E-03	.210E-04
CRENZMODELL	.800E-03	.404E-04
CRENZMODELL	.102E-04	.130E-04

Abb.: 4

7
BREHMBACH

PSI-R-KOMPONENTE

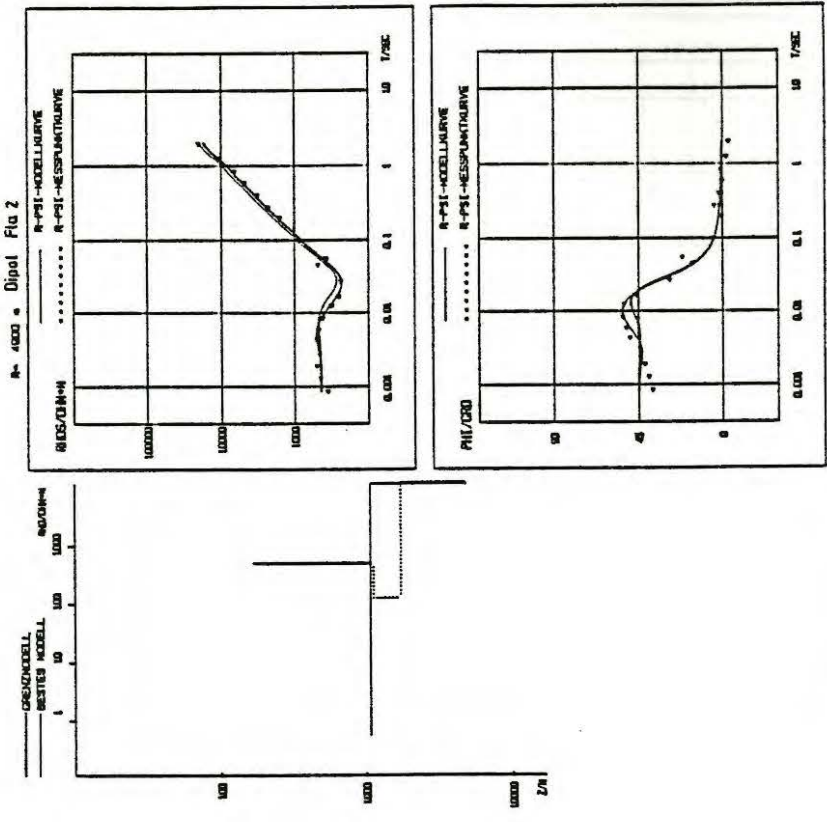


BESTES MODELL :	3.40E-03	.172E-03	.154E-03
R(DS/DH+H) GRENZMODELL :	3.40E-03	.172E-03	.740E-03
GRENZMODELL :	3.40E-03	.174E-03	.110E-04
D/N	.827E-03	.222E-04	.247E-04
BESTES MODELL :	.800E-03	.108E-04	.214E-04
GRENZMODELL :	.654E-03		

Abb.: 8

7
BREHMBACH

R-PSI-KOMPONENTE

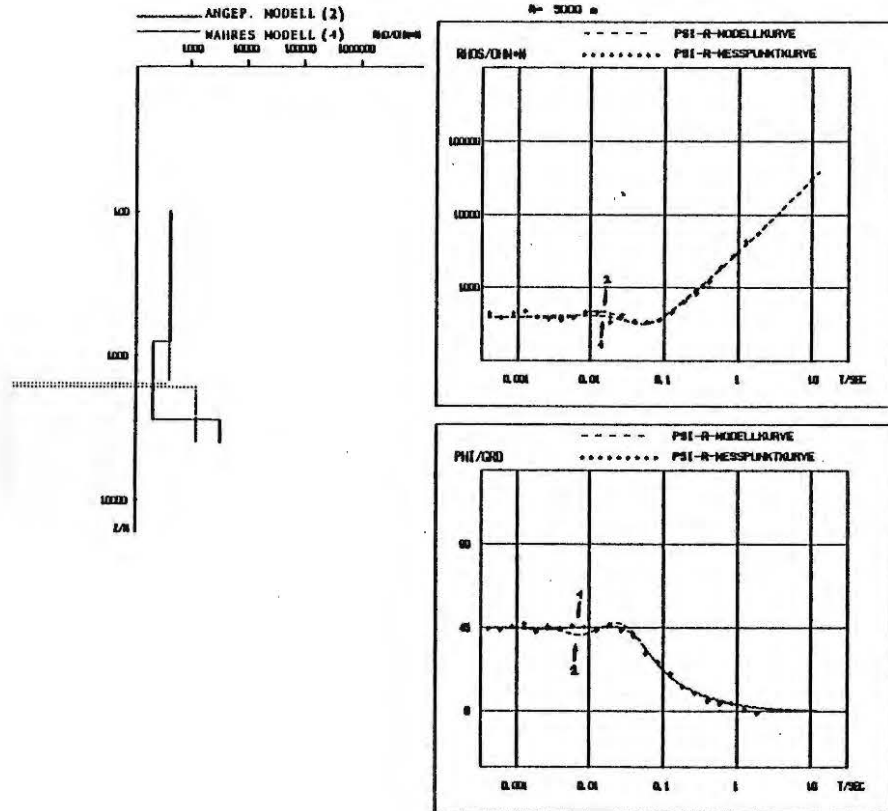


BESTES MODELL :	.482E-03	.437E-03	.104E-03
R(DS/DH+H) GRENZMODELL :	.110E-03	.437E-03	.102E-03
D/N	.270E-01	.108E-04	.010E-03
BESTES MODELL :		.108E-04	
GRENZMODELL :		.108E-04	

Abb.: 9

Synt. Modell 3

PSI-R-KOMPONENTE



WAHRES MODELL	.400E+03	.200E+03	.300E+04	(4)
N102/D101-N ANGEF. MODELL	.387E+03	.400E+03	.100E+04	(1)
<hr/>				
WAHRES MODELL	.800E+03	.200E+04		(4)
ANGEF. MODELL	.152E+04	.290E+01		(2)

Abb. 10 Äquivalente Modelle für M3

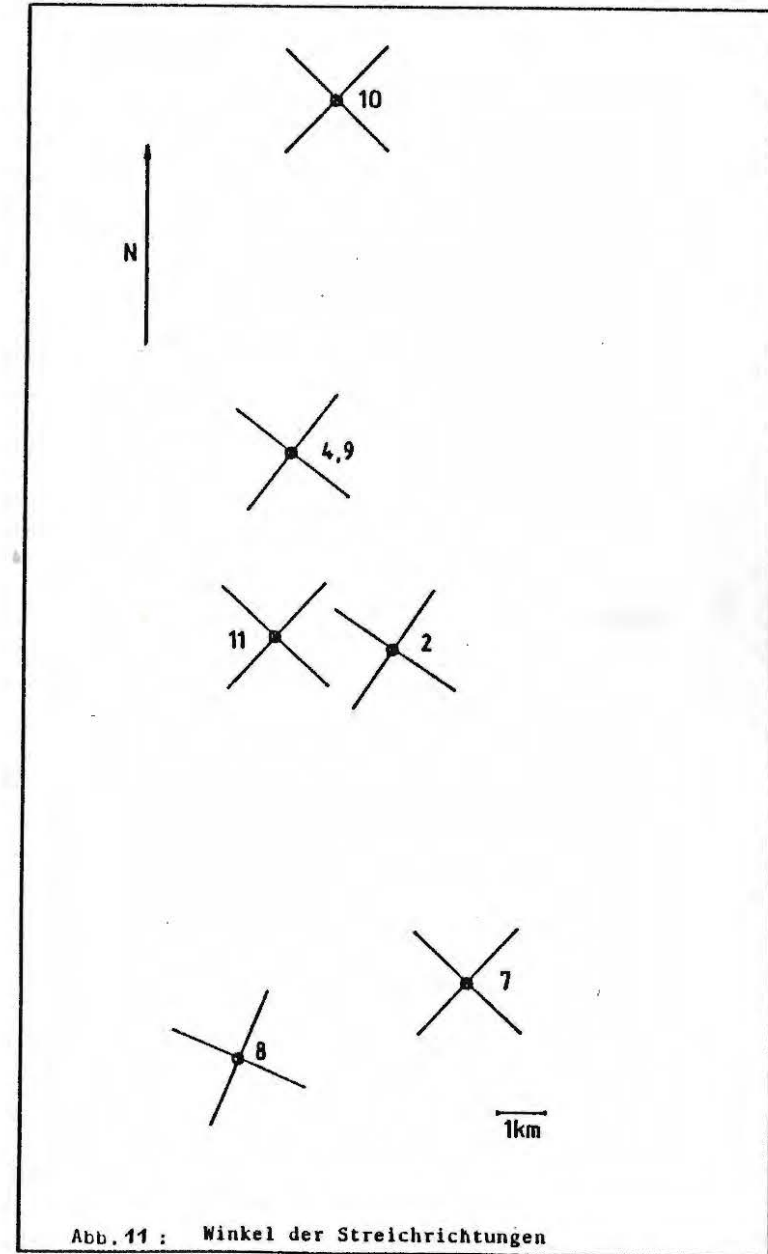


Abb. 11 : Winkel der Streichrichtungen

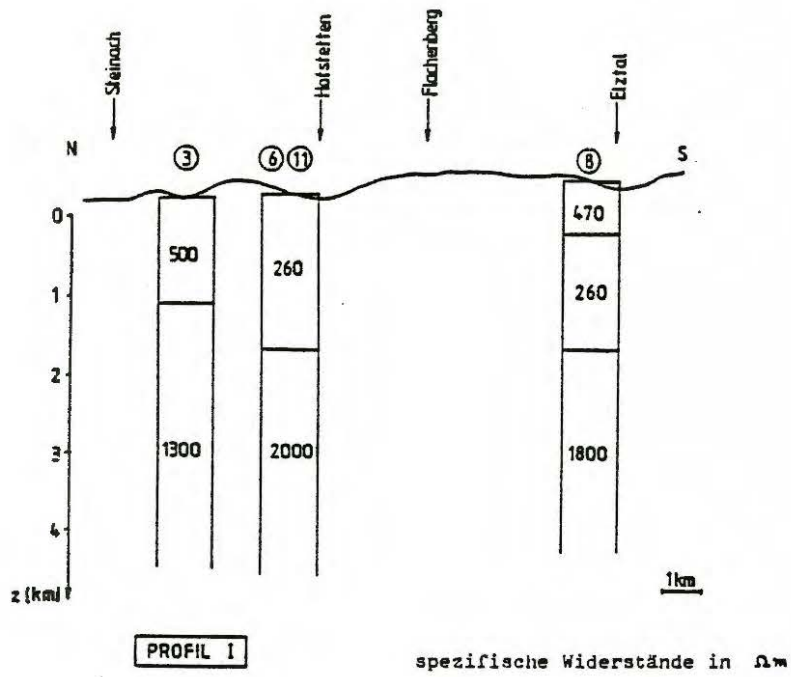


Abb. 12: Widerstands-Tiefen-Profil I

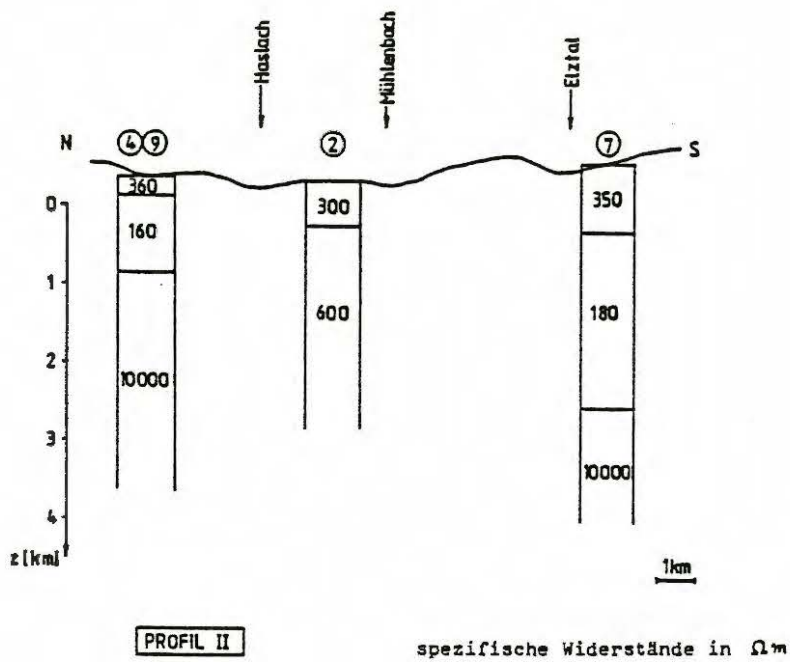


Abb. 13: Widerstands-Tiefen-Profil II

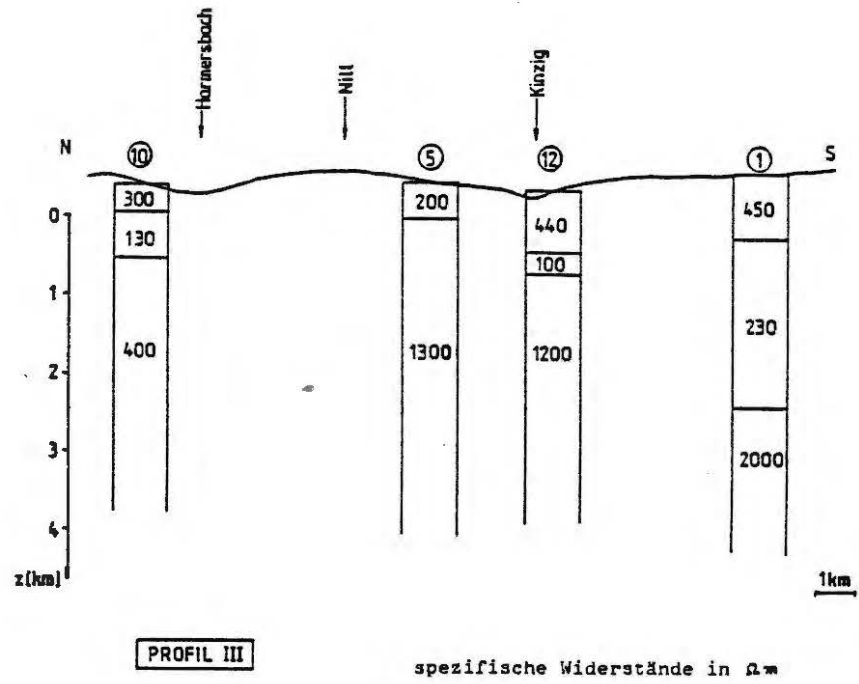


Abb. 14 : Widerstands-Tiefen-Profil III

Jürgen Untiedt, Münster

"Die elektrische Leitfähigkeit in der Erdkruste in den Zielgebieten Oberpfalz und Schwarzwald - Zusammenfassung der Ergebnisse der elektromagnetischen Voruntersuchungen"

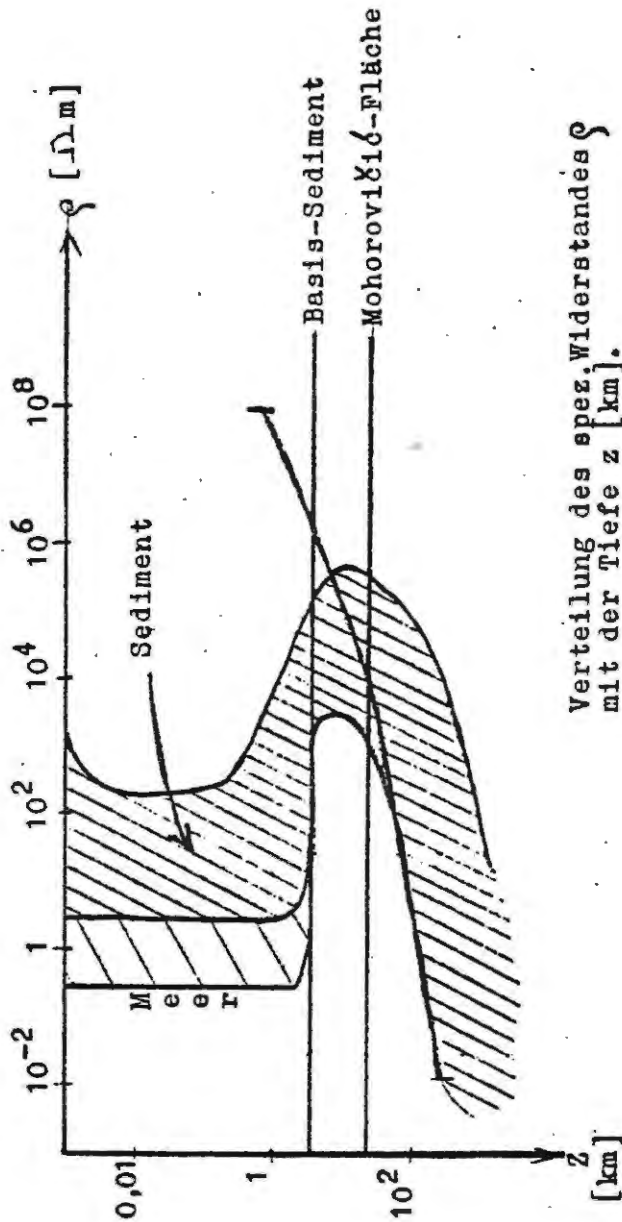
Unter diesem Titel wurde im 2. Kolloquium des Kontinentalen Tiefbohrprogramms der Bundesrepublik Deutschland, das vom 19. bis 21. September 1986 in Seeheim / Odenwald stattfand, auf Bitte des Veranstalters Prof. Emmermann ein Überblicksvortrag gehalten, dessen Abbildungen im folgenden wiedergegeben sind. Abgesehen vom Einleitungsteil beruhen die Darstellungen auf den Ergebnissen, die die verschiedenen Arbeitsgruppen, die in der Oberpfalz und im Schwarzwald gemessen hatten (vgl. Abb. 8), dem Vortragenden zur Verfügung stellten und erläuterten. Allen Beteiligten sei an dieser Stelle noch einmal sehr für ihre Hilfsbereitschaft und Zusammenarbeit während der Vorbereitung des Vortrags gedankt. Entsprechend dem Zweck des Vortrags konnten nur wenige Beispiele von Einzelergebnissen gezeigt werden. Die Auswahl erfolgte vor allem nach methodischen Gesichtspunkten.

Die Abbildungen sprechen im allgemeinen wohl für sich selbst. Soweit vielleicht nötig, haben die Herausgeber dieses Bandes kurze Erläuterungen hinzugefügt. Die einleitenden Abbildungen sollten den Wandel in unserer Vorstellung von der elektrischen Leitfähigkeit in der Erdkruste im Laufe der vergangenen 20 Jahre kurz beleuchten.

Die Darstellung der TDEM (LOTEM) - Ergebnisse für den Schwarzwald ist in folgender Beziehung fehlerhaft (was im Vortrag, jedoch nicht mehr in den Abbildungen korrigiert werden konnte): Die in Abb. 16 angegebenen 100 - 400 Ωm sind wohl als Mehrwerte der mittleren Horizontalleitfähigkeit für die Tiefen oberhalb des guten Leiters zu verstehen, jedoch wahrscheinlich nicht als typische " $\rho_{\text{Kristallin}}$ " - Werte für diesen Tiefenbereich, wie in Abb. 24 angegeben. Wahrscheinlich sind vielmehr auch hier - ähnlich wie in der Oberpfalz - ρ -Werte in der Größenordnung 1000 - 2000 Ωm vorherrschend (vgl. auch AAMT und AMT). Hierfür sprechen Messungen mit relativ kleinem Sender-

Empfänger-Abstand, d.h. geringerer Eindringtiefe (x-Symbole in Abb. 14). Die in Abb. 16 angegebenen 100 - 400 Ωm entsprechen den ρ_1 - Werten in Abb. 15, d.h. Messungen mit relativ großem Sender-Empfänger-Abstand, bei denen die oberen km nicht weiter aufgelöst werden konnten.

In Vortrag und späterer Diskussion wurde auch darauf hingewiesen, daß aus verschiedenen sachlichen Gründen (u.a. verschieden komplizierter Untergrund) die angegebenen Resultate für größere Tiefe für den Schwarzwald gesicherter sind als für die Oberpfalz.



Verteilung des spez. Widerstandes ρ mit der Tiefe z [km].

dick eingezeichnet: Kleinster, möglicher spez. Widerstand der nicht-elektrolytischen Leitung.

Fig. 1: Bis in die 80er Jahre hielt sich die Vorstellung, daß die Krustengesteine einen hohen spezifischen Widerstand haben. Hier eine bereits von ANGENHEISTER (1962) in einem der ersten Protokollbände angegebene Tiefenverteilung des elektrischen spezifischen Widerstandes für Kruste und Mantel, die lange Zeit für repräsentativ gehalten wurde.

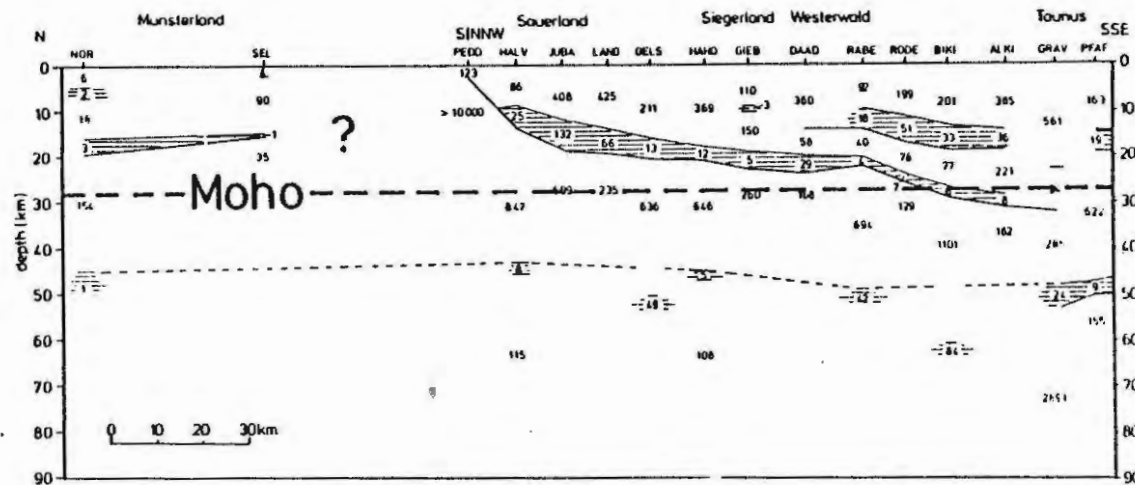
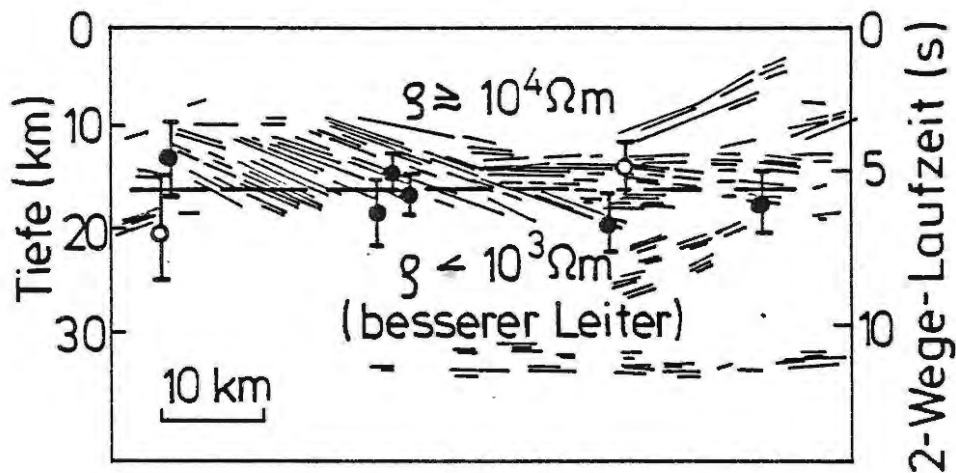
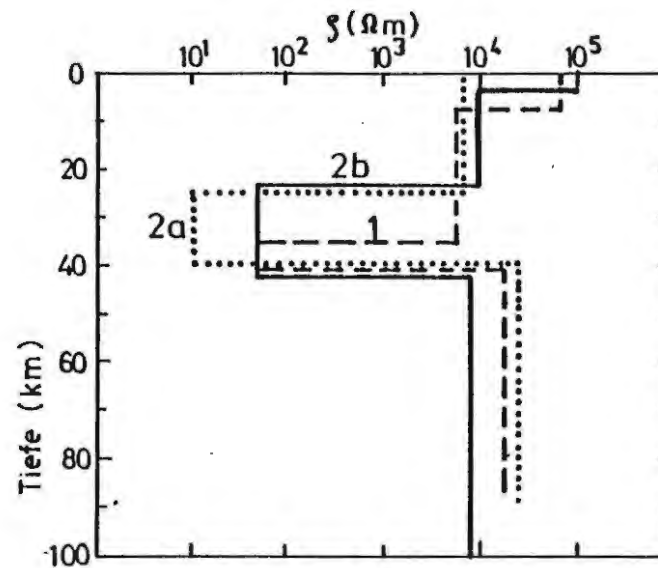
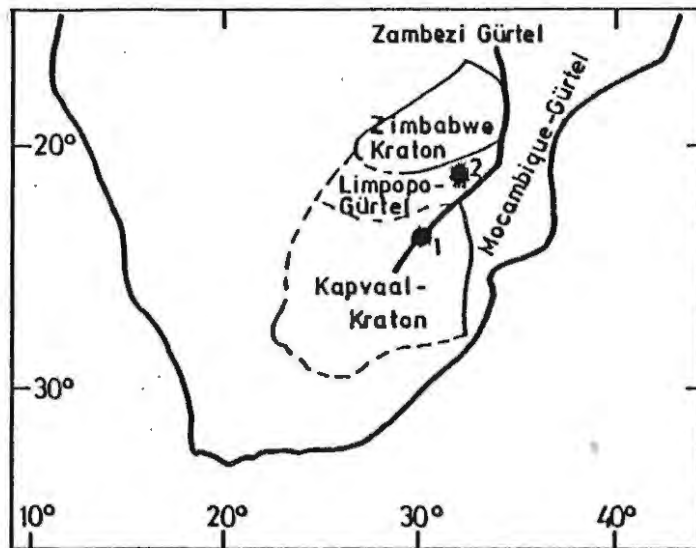


Fig. 2: Diese von JÖDICKE et al. (1983) entdeckten elektrisch gut leitende Schichten unter dem Rheinischen Schiefergebirge (100 - 500 S) zeigen exemplarisch, daß die kontinentale Kruste auch in der elektrischen Leitfähigkeit interessante Strukturen besitzt.



○ Magnetotellurik, ● Induktionsverfahren
mit künstlicher Quelle (Stromschleife)

Fig. 3: Ergebnisse von COCORP und elektromagnetischen Untersuchungen in den südlichen Appalachen (Georgia, Piedmont). ○ Magnetotellurik, ● Induktionsverfahren mit künstlicher Quelle (Stromschleife), THOMPSON et al. 1983. Auch dieses Ergebnis der Korrelation von Zonen hoher seismischer Reflektivität und hoher elektrischer Leitfähigkeit ist exemplarisch für andere Gebiete der kontinentalen Kruste.



1	Van Zijl (1977)	} Maximale Elektrodenauslage	450 km
2a	" " "		1200 km
2b	Blohm et al. (1977)		

Fig. 4: Bereits VAN ZIJL (1, 2a, 1977) und BLOHM et al. (2b, 1977) haben Zonen hoher elektrischer Leitfähigkeit in der kontinentalen Kruste, hier in Südafrika mithilfe der geoelektrischen Tiefensondierung, entdeckt.

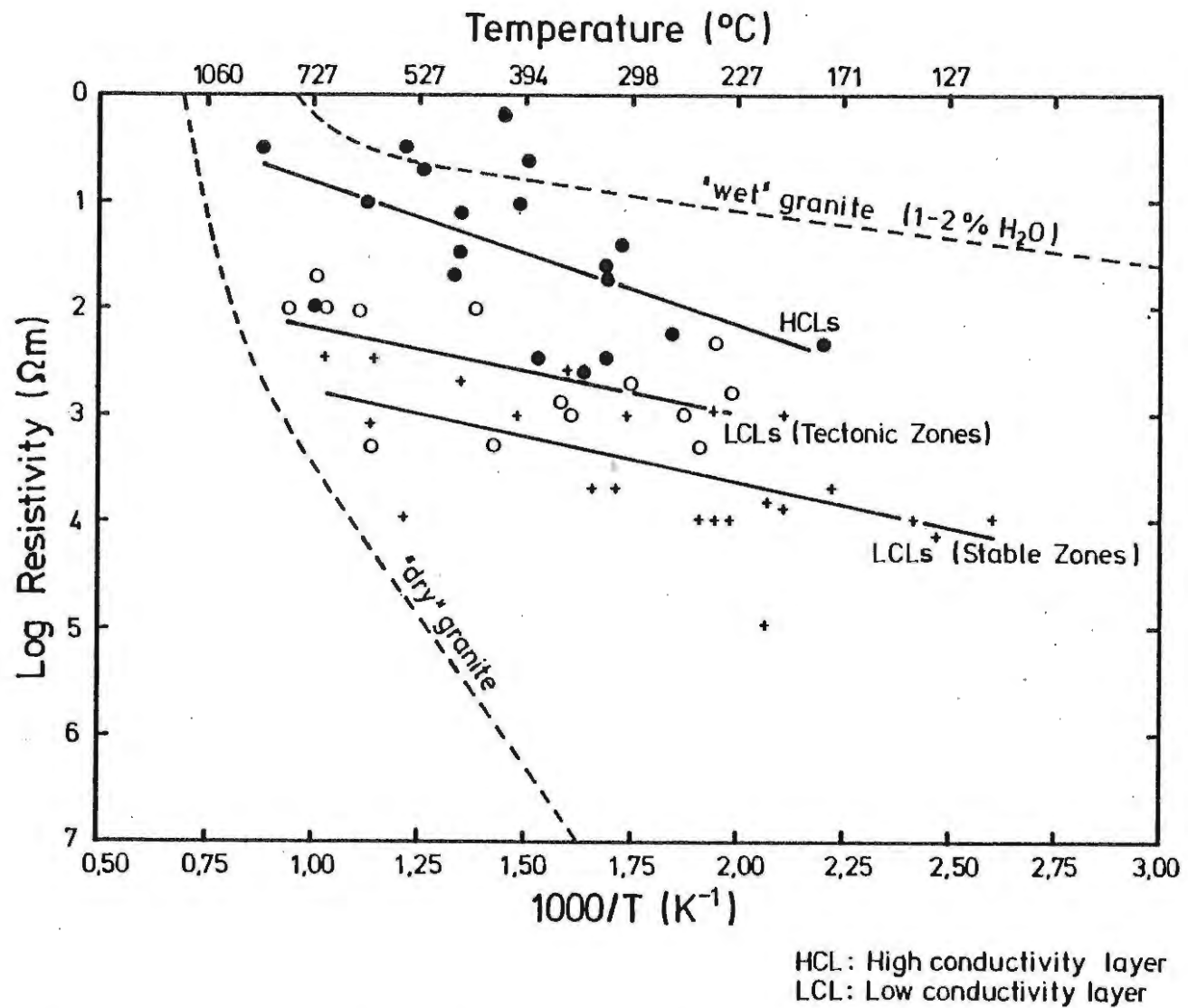
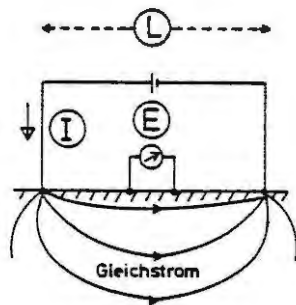


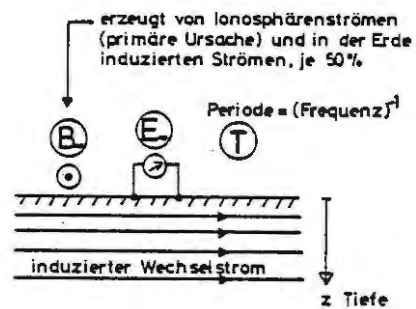
Fig. 5: SHANKLAND & ANDER (1983) haben mit dieser Untersuchung darauf hingewiesen, daß Fluide (salinare Flüssigkeiten) die Ursache der hohen elektrischen Leitfähigkeit in der kontinentalen Kruste sein könnten.

Goelektrische Tiefensondierung **Magnetotellurik**



$$\rho_s = \pi \frac{L^2 E}{I}$$

ρ_s "scheinbarer spez. Widerstand"



$$\rho_s = \frac{\mu_0 T}{2\pi} \left| \frac{E_w}{B_w} \right|^2$$

φ = Phase (E_w/B_w)

Sondierungskurven:

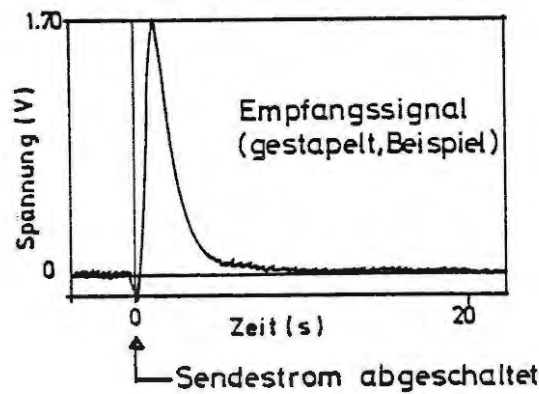
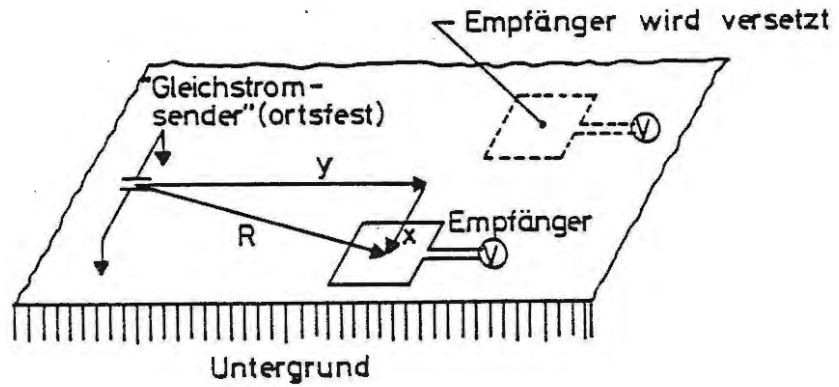
$\rho_s(L)$ $\rho_s(T), \varphi(T)$

(Inversion)

$\rho(z)$

Spez. Widerstand = (Leitfähigkeit)⁻¹ als Funktion der Tiefe

Fig. 6: Erläuterung der verwendeten geoelektrischen Methoden.



Transient-elektromagnetische Tiefensondierung (Time domain electromagnetics = TDEM)

Fig. 7: Erläuterung der verwendeten Transientenmethode. Insbesondere wurde die LOTEM-Methode verwendet, Long Offset Transient Electromagnetic = Großer Abstand zwischen Sender und Empfänger.

KTB - Voruntersuchungen der elektrischen Leitfähigkeit

Meßgruppen	Oberpfalz	Schwarzwald
Aachen, Tech. Hochschule (Wohlenberg)	GTS	GTS
Berlin, Freie Universität (Haak)	GTS,AMT,MMT,MT,ETS	
" , Techn. Univ. (Brasse, Leonhardt)	AMT	
Braunschweig, Techn. Univ. (Drews, Maurer)	AAMT	AAMT
" , GEOMETRA (Bahr)	MMT,MT	
Göttingen, Univ. (Tezkan, Schmucker)		MT, ETS
Köln, Universität (Strack)	TDEM	TDEM
München, Universität (BerktoId)	AMT,MMT	AMT, MMT, MT, ETS
Neuchâtel, Observatoire Cantonal (Fischer)	AMT	AMT

Methoden*

GTS	Geoelektrische Tiefensondierung	TDEM	Transient-elektromagn. Tiefensondierung
AMT	Audio-Magnetotellurik	MMT	Mittelfrequente Magnetotellurik
AAMT	Aktive Audio-Magnetotellurik	MT	Magnetotellurik (nieder-frequent)
		ETS	Erdmagnetische Tiefensondierung

*grob nach wachsender Eindringtiefe geordnet

Fig. 8: Aufstellung der beteiligten Gruppen und der verwendeten Methoden in den beiden Untersuchungsgebieten. Die in Klammern stehenden Namen sind stellvertretend für eine große Anzahl von Mitarbeitern genannt worden:

Aachen, RWTH: G. Voigt, C. Wendel, J. Wohlenberg; Berlin, FU: Th. Blümecke, V. Haak, M. Martinez, U. Seidel, V. Rath, P. Rüdinger; Berlin, TU: H. Brasse, F. Leonhardt; Braunschweig, TU: Ch. Drews, H.-M. Maurer; Braunschweig, GEOMETRA: K. Bahr, U. Czarkowski, U. Jensen; Göttingen, U: B. Tezkan, U. Schmucker; Köln, U: H.N.Eilenz, T. Hanstein, C.H.Kalle, K.-M.Strack; München, U: A. BerktoId, H. Dittus, U. Teufel; Neuchatel, Observatoire Cantonal: Gaston Fischer, P.-A. Schnegg.

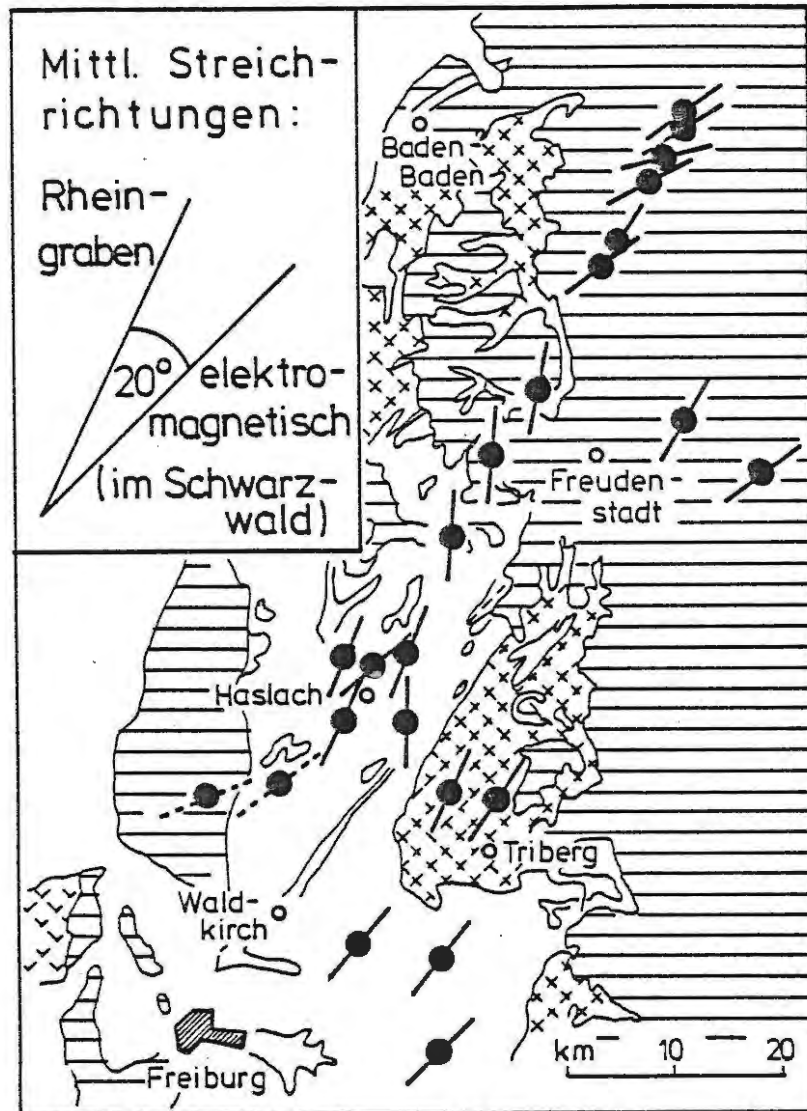


Fig. 9: MT-Stationen Schwarzwald (Göttingen, München) mit lokalen magnetotellurischen Streichrichtungen (Hauptimpedanzen). TEZKAN, 1986; TEUFEL et al., 1986).

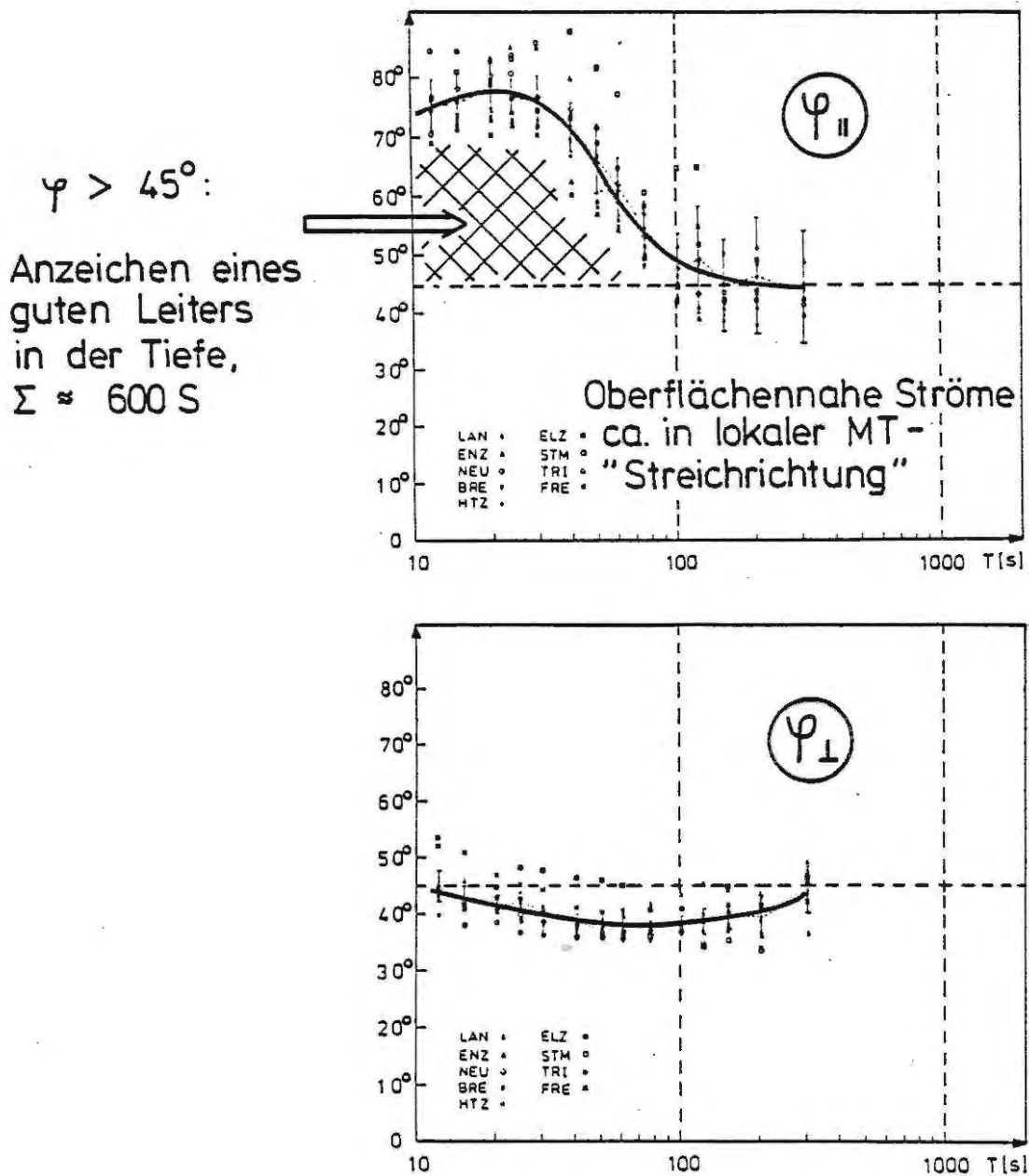
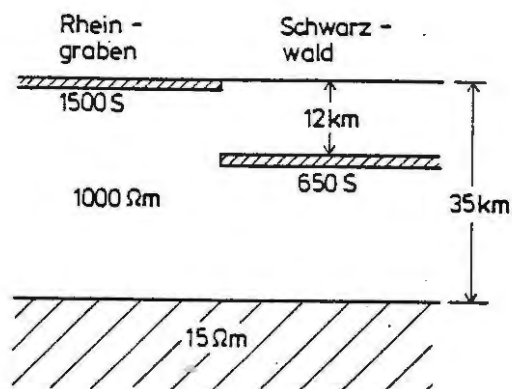


Fig. 10: MT-Phasenkurven für alle Göttinger Schwarzwaldstationen jeweils im lokal an der MT-Streichrichtung orientierten Koordinatensystem (TEZKAN, 1986).



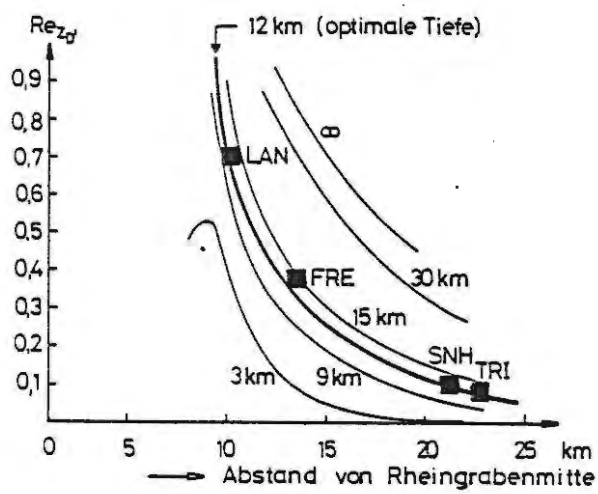
Optimales 2-D-Modell der elektrischen Leitfähigkeit unter dem Schwarzwald nach Tezkan und Schmucker.

Das Modell erklärt φ_+ , φ_- und z_T ($T \approx 10^1 - 10^3$ s).

Unerklärt: - Große Werte von $\rho_{\pm} / \rho_{\parallel}$ im Schwarzwald (Anisotropie)
- Abweichungen der lokalen MT-"Streichrichtungen" von der Rheingrabenrichtung

(nach Diss. Tezkan)

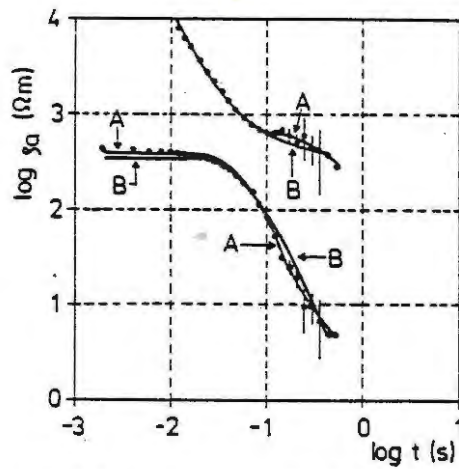
Fig. 11: Modell der elektrischen Leitfähigkeit für Rheingraben und Schwarzwald (nach TEZKAN 1986).



Normierte Vertikalkomponente erdmagnetischer Variationen im Schwarzwald ($T=20s$) und Modellkurven für verschiedene Tiefen zum guten Leiter; ansonsten optimales 2D-Modell (nach Diss. Tezkan)

Fig. 12

TDEM (LOTEM) Schwarzwald
Meßdaten mit Modellanpassung
Meßstation 43



Modell A
(bestangepaßt)

Modell B
(Halbraum ohne guten Leiter)

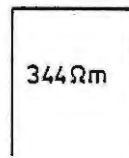
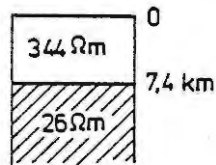
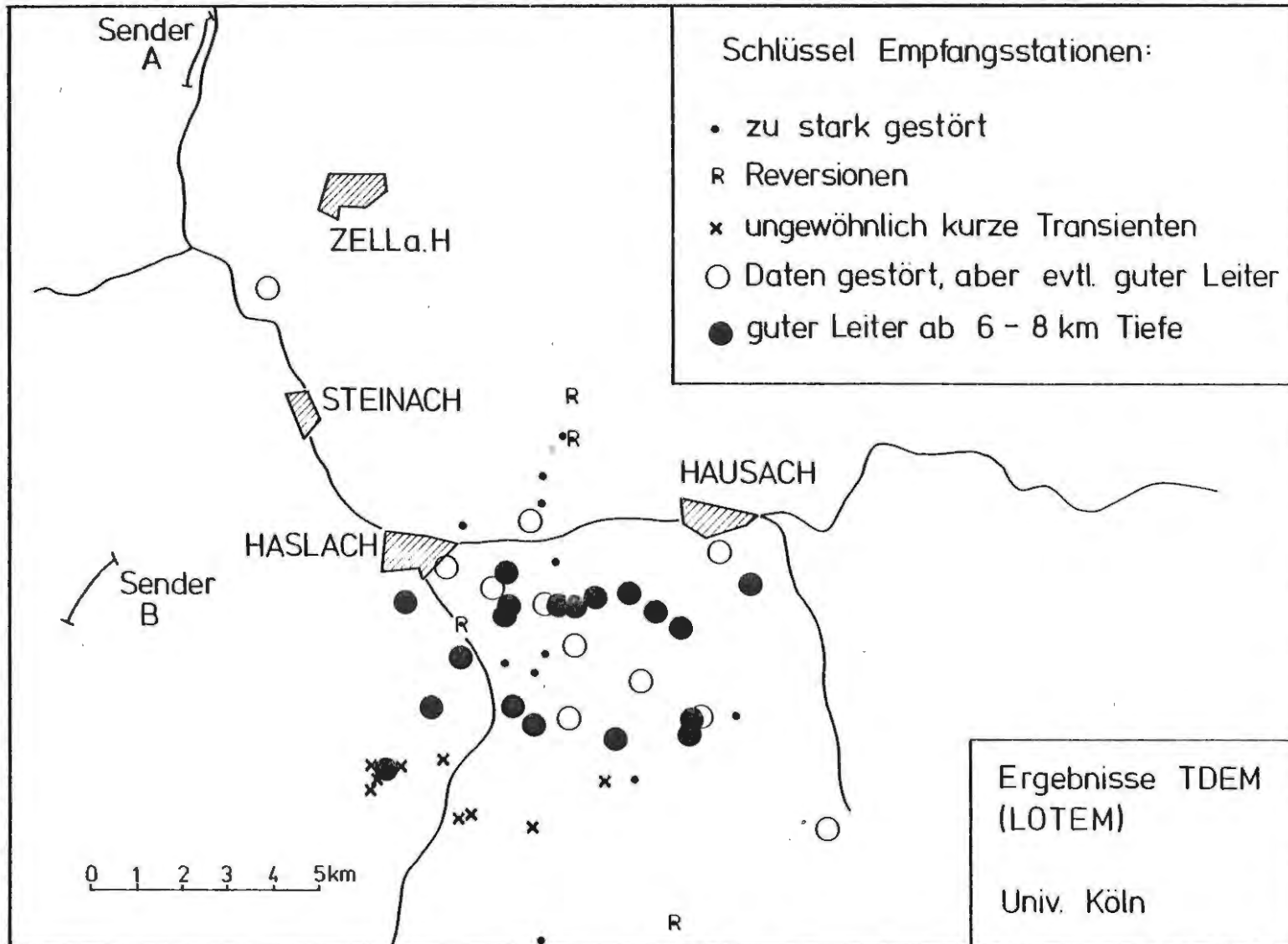
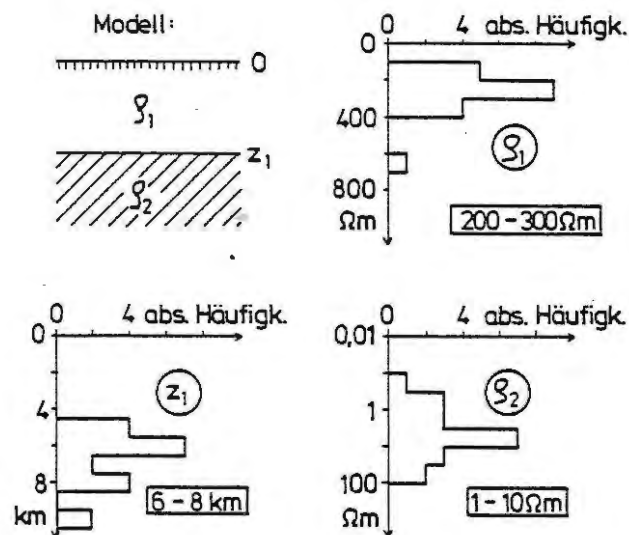


Fig. 13: Meßergebnis der LOTEM-Gruppe (1986), dargestellt als Early-(=unten) und Late-(=oben)-Time Kurven für eine Schwarzwaldstation und Demonstration für den Unterschied zwischen einem Modell mit einem gutem Leiter in 7.4km Tiefe und einem Modell mit homogener Leitfähigkeit.

Fig. 14



Zielgebiet Schwarzwald
TDEM - Interpretationsergebnisse für die
Messpunkte vom Typ "●"



Minimale Mächtigkeit des guten
Leiters einige 100m,
⇒ Leitwert $\Sigma \approx 100 S$

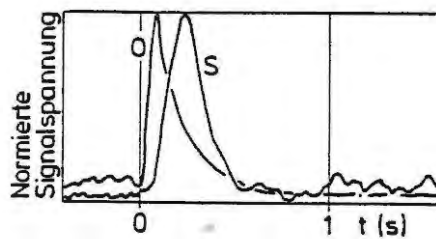
Fig. 15: Statistische Betrachtung für den jeweils wahrscheinlichsten Wert der drei Parameter des 2-Schichtenmodells, das mit dem LOTEM-Verfahren bestimmt wurde.

Zielgebiet Schwarzwald
 -Elektrische Leitfähigkeit -

Tiefe	GTS	AAMT	AMT	TDEM	MT, ETS
km	400 - 9000 Ωm (Zonen $\approx 400 \Omega m$)				
0.5		200 bis 500 Ωm	ca. 200 bis		
1.0		größer als 1000 Ωm	2000 Ωm dabei wahr- scheinlich mit Tiefe wachsend	100 bis 400 Ωm	
4					(1000 Ωm)
8				1 - 10 Ωm ($\Sigma \approx 50 S$)	
12					500 - 700 S
Anisotropie		Bis 30 % ca. variszisch orientiert	Bei $10^{-1} - 10^{-2} s$ gering, mit Periode dann zunehmend		Bei $10^1 - 10^2 s$ ca. Faktor 10, ca. variszisch orientiert
Besonderheiten			Daten stark gestört, für 10^{-1} bis $10^{-1} s$ unbrauchbar		Daten im ganzen Schwarzwald einheitlich

Fig. 16: Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse für das Zielgebiet Schwarzwald

Typische TDEM (LOTEM)- Signale



S Schwarzwald, Station SA 27, $r = 14,4$ km

O Oberpfalz, Station OA 12, $r = 15,2$ km

Fig. 17: Demonstration für den charakteristischen Unterschied zwischen den Transienten in der Oberpfalz und im Schwarzwald: In der Oberpfalz sind die Transienten signifikant kürzer als im Schwarzwald. Dieser Unterschied weist auf den hohen Widerstand der Gesteine der Oberpfalz in den obereren 10 km hin im Vergleich zu den Gesteinen des Schwarzwalds im gleichen Tiefenbereich.

TDEM (LOTEM) Oberpfalz, Station 15
 Meßdaten und Modellanpassung

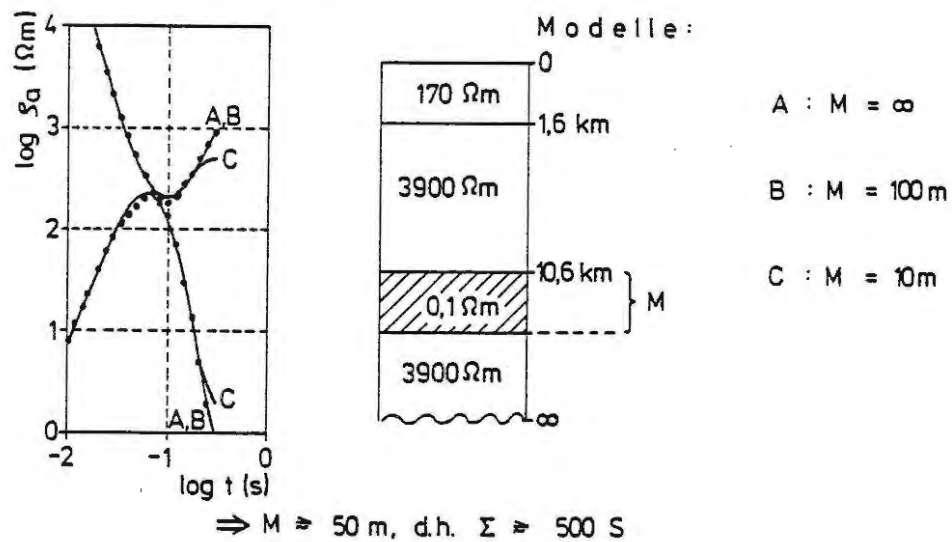


Fig. 18: Early (unten) und Late (oben)-Time Meßkurven für eine Station in der Oberpfalz. Im Gegensatz zu den LO-TEM-Kurven vom Schwarzwald (siehe Fig.13) sind diese Kurven noch mit der Impulsantwort des Meßsystems gefaltet. Die Dekonvolution konnte hier aufgrund numerischer Schwierigkeiten, bedingt durch die extrem kurzen Transienten, nicht durchgeführt werden. Für den Vergleich von Meß- und Modell-Kurven wurden auch die gerechneten Modellkurven mit der (bekannten) Impulsantwort des Meßsystems gefaltet. Es wird mit drei Modellvarianten demonstriert, welchen Spielraum die Meßdaten der extrem gutleitenden Schicht in etwa 10 km Tiefe lassen.

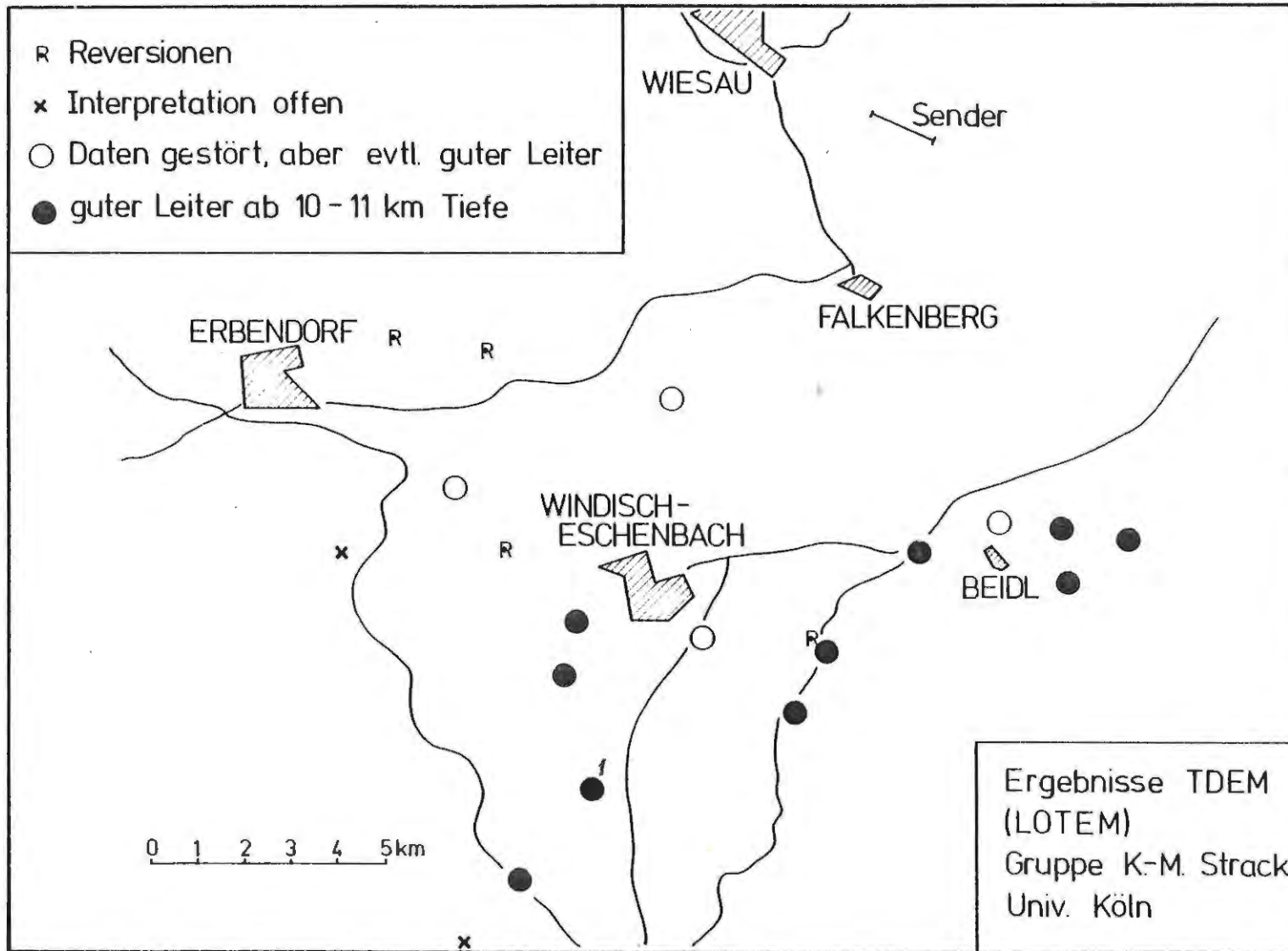
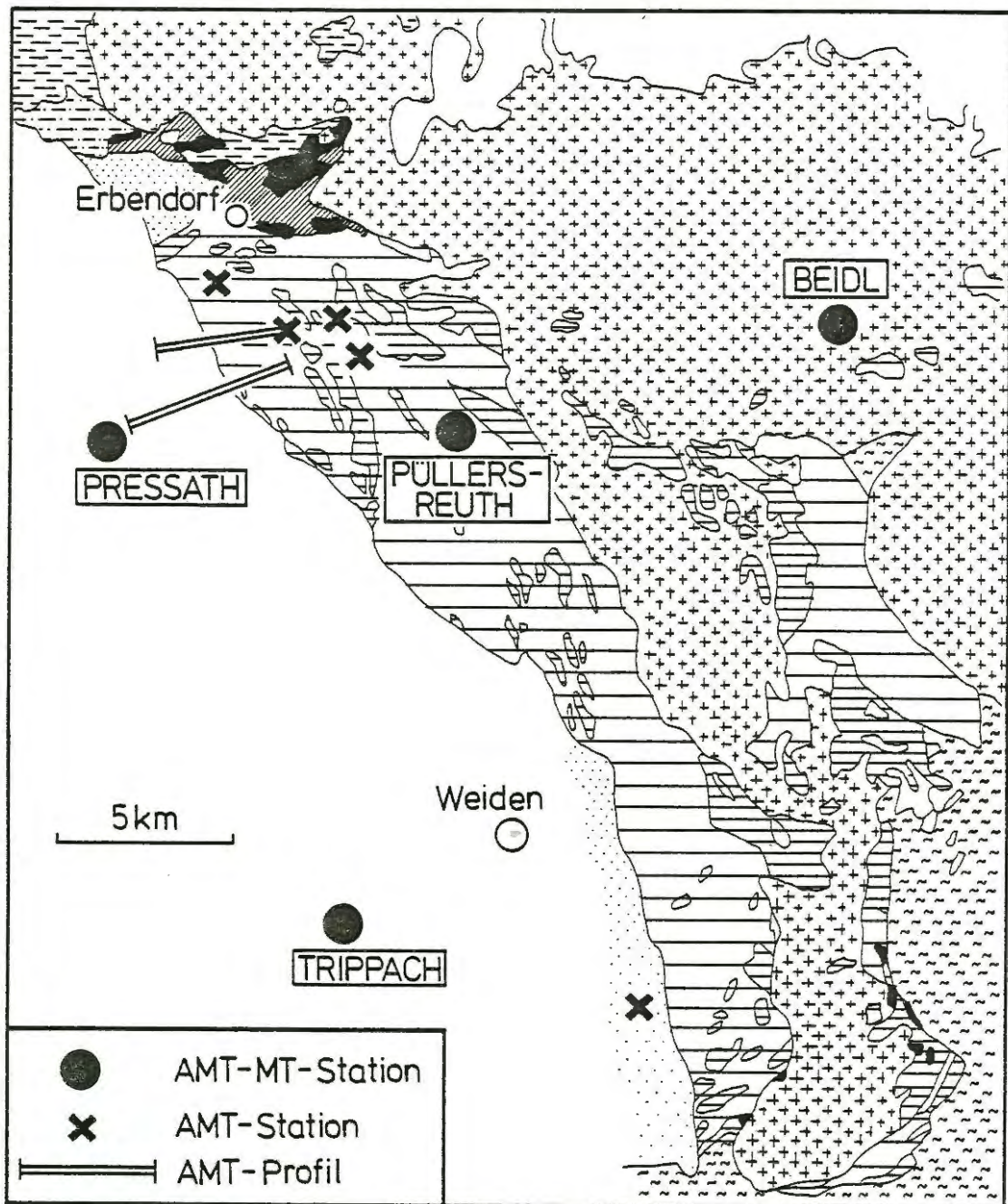
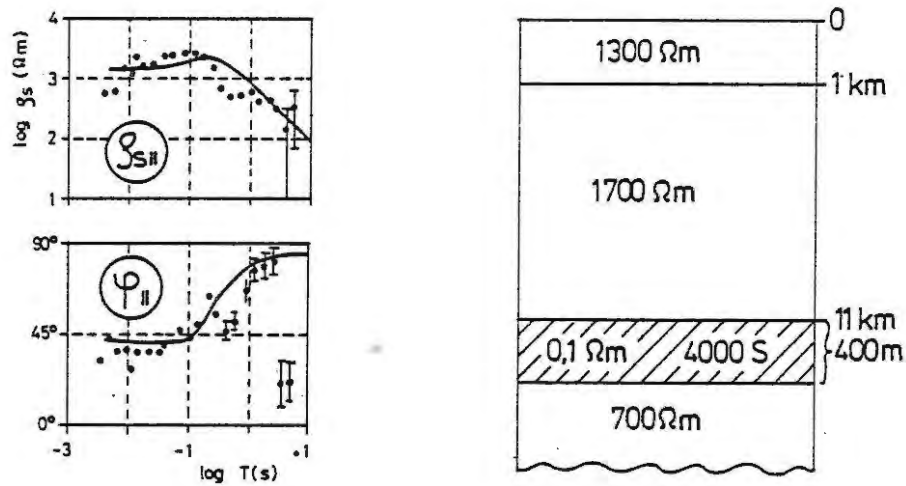


Fig. 19



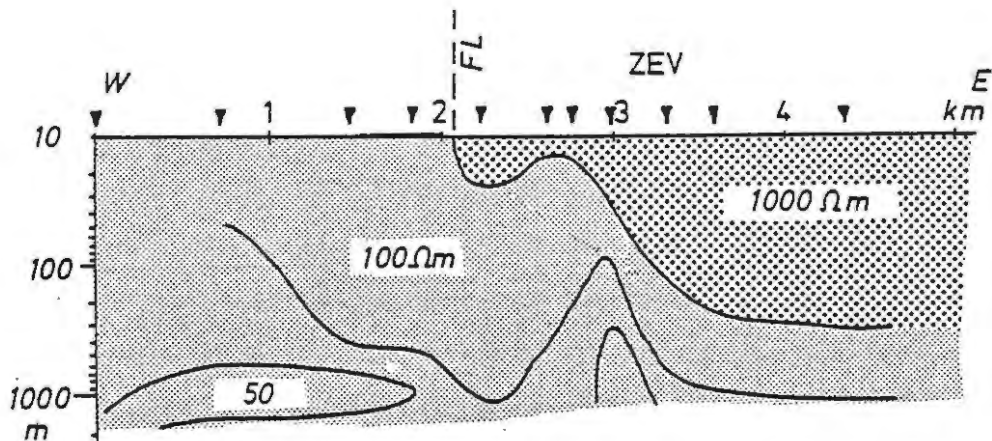
Magnetotellurik - Meßstationen im Zielgebiet Oberpfalz

Fig. 20: Da das engere Zielgebiet erst Ende Mai 86 bestimmt wurde, konnten nur wenige Stationen der weiträumig im Moldanubikum und Saxothuringikum angelegten MT-Messungen für die Erstellung eines Leitfähigkeitsmodelles im Zielgebiet benutzt werden. Der Bohrpunkt wird wenige km NW von Püllersreuth liegen.



Station BEIDL

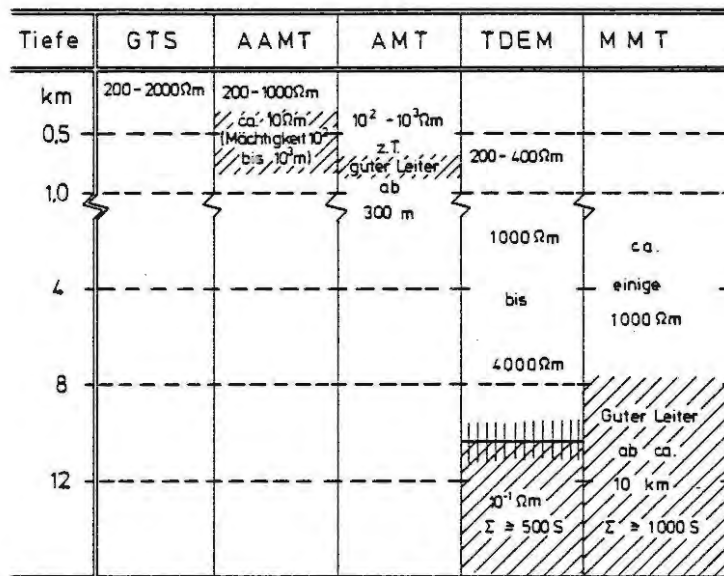
Fig. 21: Demonstration für die Verträglichkeit der MT-Daten, registriert von GEOMETRA (1986), mit dem LOTEM-Modell: Mit einer Inversionsmethode, entwickelt von M. MARTINEZ (1986), wurde als a-priori Information ein extrem guter Leiter vorgegeben: Spez. Widerstand 0.05 bis 0.15 Ohm-m, Tiefe der Oberkante zwischen 9.5 und 10.5 km. Alle anderen Parameter waren frei. Trotz der streuenden Daten ist eine Übereinstimmung von MT-Daten und LOTEM Modell zu erkennen.



Ergebnisse eines AMT-Profiles, das die Fränkische Linie 3,5 km südlich von Erbdorf kreuzt. Spezifische Pseudowiderstände ζ^* als Funktion der Pseudotiefe z^*

Fig. 22: Dieses noch sehr rezente Ergebnis, inzwischen nach Osten verlängert, zeigt deutlich die Existenz von gutleitendem Material unter den hochohmigen Gneisen der Zone von Erbdorf-Vohenstrauß (ZEV). Es ist unklar, welches Material diesen geringen spezifischen elektrischen Widerstand hat. Es wird vermutet, daß dieses Ergebnis nur auf den nördlichen Teil der ZEV zutrifft, in dem allerdings der Bohrpunkt liegen wird. Die Tiefenerstreckung dieses gutleitenden Materials ist gegenwärtig noch unbekannt. (LEONHARDT und BRASSE, 1986).

Zielgebiet Oberpfalz
-Elektrische Leitfähigkeit-



MT/ETS: Die Meßergebnisse für Perioden ≥ 10s sind von 2D- und 3D-Anomalien der elektrischen Leitfähigkeit stark beeinflusst, so daß eine Interpretation schwierig ist.

Fig. 23

Hauptergebnisse der KTB - Voruntersuchungen zur elektrischen Leitfähigkeit

Oberpfalz	Schwarzwald
<ul style="list-style-type: none"> ● $\rho_{\text{Kristallin}} \approx 1000 - 4000 \Omega\text{m}$ (ab 1-2 km Tiefe) ● Guter Leiter ab 10 - 11 km $10^{-1} \Omega\text{m}$, $\geq 1000 \text{ S}$ (TDEM, MMT) ● Oberflächennaher guter Leiter ab ca. 300m, $10^2 - 10^3 \text{ m}$ mächtig ca. $10 \Omega\text{m}$ beschränkt auf nördliche ZEV 	<ul style="list-style-type: none"> ● $\rho_{\text{Kristallin}} \approx 100 - 400 \Omega\text{m}$ ● TDEM: Guter Leiter ab 6-8 km $1 - 10 \Omega\text{m}$, $\geq 50 \text{ S}$ ● MT/ETS: Guter Leiter ab ca. 12 km 600 - 700 S unter ges. Schwarzwald ● Anisotropie der AMT-MT-Ergebnisse ca. variszisch streichend gering bis zu Eindringtiefen $\sim 1 \text{ km}$ maximal (≈ 10) für Perioden 10-100s

Fig. 24

- Angenheister, G.: Prot. Erdmagnet. Tiefensondierung, Kassel, 1962
- Blohm, E.-K., Worzyk, P., & Scriba, H.: Geoelectrical Deep Sounding in Southern Africa using the Cabora Bassa power line. J. Geophys., 43, 665-679, 1977
- Jödicke, H., J. Untiedt, W. Olgemann, L. Schulte, V. Wagenitz: Electrical conductivity structure of the Crust and Upper Mantle beneath the Rhenish Shield.- In Plateau Uplift, ed. by K. Fuchs et al., 288-302, 1983
- Leonhardt, F. und H. Brasse: Vorläufige Meßergebnisse, pers. Mitt., 1986
- LOTEM-Gruppe: Posterprogramm, 2.KTB-Kolloquium Seeheim, 1986
- Martinez, M: Eindimensionale Inversionsverfahren mit gezielter Zufallssuche (Monte Carlo). FU Berlin, pers. Mitt. 1986.
- Shankland, T.J, Ander, M.E. (1983): Electrical conductivity, temperatures and fluids in the lower crust. J. Geophys. Res., 88, 9475-9484
- Strack, K.-M.: Das Transient-Elektromagnetische Tiefensondierungsverfahren, angewandt auf die Kohlenwasserstoff- und Geothermie-Exploration.-Mitt. Inst. Geophysik und Meteorologie Univ. Köln, Heft 42, 1985.
- Teufel, U., H.-J. Dittus, A. Berktold: Koll. EM-Tiefenforschung, Lerbach, 1986
- Tezkan, B., Dissertation, Univ. Göttingen, 1986
- Thompson, B.G., Nekut, A. & Kuckes A.F.: Deep crustal electro magnetic sounding in the Georgian Piedmont. J. Geophys. Res., 1983
- Van Zijl, J.S.V.: Electrical studies in the deep crust in various tectonic provinces in southern Africa. In A.G.U. Monogr., 20, Heacock, J.G., ed., 470 - 500, 1977

St. Hofer, A. Berktold

Magnetotellurik und erdmagnetische Tiefensondierung entlang
des DEKORP-2-Süd Profils

Im Oktober/November 1985 wurde an 12 Orten im südlichen Teil von DEKORP-2-Süd (etwa zwischen Dinkelsbühl im Süden und Rothenburg ob der Tauber im Norden) Magnetotellurik und erdmagnetische Tiefensondierung durchgeführt (Fig.1). Die Länge des Meßprofils betrug etwa 45 km. Die etwa SW-NE verlaufende strichlierte Linie in Figur 1 soll die unter der mesozoische Sedimentbedeckung vermutete Grenze zwischen dem Moldanubikum im Süden und dem Saxothuringikum im Norden andeuten. Das Meßprofil verläuft damit je zur Hälfte im Moldanubikum und im Saxothuringikum. Bei der Registrierung der Variationen des Erdmagnetfeldes kamen Induktionsspulen (Periodenbereich 6-1000 s) und Förstersonden (Periodenbereich 80-10000 s) zum Einsatz. Die Förstersonden erwiesen sich im Periodenbereich unter 100 s als zu unempfindlich. Dadurch entstanden in diesem - wie man sehen wird - interessanten Periodenbereich an manchen Orten Informationslücken, die die Interpretation erschweren. In den Abbildungen sind die Ergebnisse, die mit Induktionsspulen erhalten wurden mit einem "J" gekennzeichnet, die der Förstersonden mit einem "F".

Frühere Messungen der erdmagnetischen Tiefensondierung lassen vermuten (Berktold 1978,1985), daß im Bereich der geologischen Grenze Saxothuringikum/Moldanubikum ebenfalls eine Grenze, oder ein Übergangsbereich der elektrischen Leitfähigkeit existiert, wobei die integrierte Leitfähigkeit im Saxothuringikum höher ist als im Moldanubikum. Mit Hilfe der neuen Messungen sollte geklärt werden, ob sich diese Vermutung bestätigen läßt und welche Struktur die Leitfähigkeitsgrenze hat.

Die Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung:
Ein Ergebnis der erdmagnetischen Tiefensondierung ist die komplexe Übertragungsfunktion zwischen der Vertikalkomponente und der dazu maximal kohärenten Horizontalkomponente der erdmagnetischen Variationen. Einige Eigenschaften der Pfeile werden nachfolgend besprochen.

Die Richtung der Realpfeile:

Aus den früheren Messungen ist bekannt, daß die Realpfeile in Süddeutschland (östlich des Rheins) etwa nach SE bis S zeigen. Im nördlichen Teil Süddeutschlands (zwischen Main und der Grenze Saxothuringikum/Moldanubikum) zeigen sie etwa nach Süden während sie südlich davon mehr in Richtung SSE bis SE zeigen (Regner 1983). Wie aus Abbildung 2 zu ersehen ist, wurden diese Ergebnisse auch entlang des neuen Profils erhalten.

Die Richtung der Pfeile ist - wie auch an anderen Orten in Süddeutschland - nahezu periodenunabhängig. Aus diesen beiden Ergebnissen kann man vermuten, daß die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit unter Süddeutschland von leitfähigen Strukturen mit regionaler Ausdehnung und variszischer Streichrichtung bestimmt wird.

Die Länge der Realpfeile:

Aus früheren Messungen ist ferner bekannt, daß sich die Länge der Realpfeile von N nach S (vor allem bei Perioden um 500 s) systematisch ändert. Die Länge der Pfeile nimmt von 0.40 nahe der Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum auf einen Wert von weniger als 0.10 im Alpenvorland und in den Zentralalpen ab. Daraus läßt

sich folgern, daß nahe der Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum eine Grenze (oder ein Übergangsbereich) zwischen einer höheren integrierten Leitfähigkeit nördlich der Grenze und einer geringeren integrierten Leitfähigkeit südlich der Grenze existieren muß. Die längs des Meßprofils erhaltenen Ergebnisse bestätigen die genannten Vorstellungen. Dies erkennt man besonders gut anhand der Figur 3. Dort ist für die Stationen entlang des Profils der Betrag des Quotienten zwischen der Vertikalkomponente (Z) und der zu ihr maximal kohärenten Horizontalkomponente (HC) als Funktion der Periode der Variationen aufgetragen. Man erkennt, daß für Perioden um 500 s der Betrag von Z/HC an den Meßorten GEI, RUP und WAK nahe der vermuteten Grenze Saxothuringikum/Moldanubikum mit einem Wert von etwa 0.40 etwas größer ist als an den Meßorten am südlichen (GAX) und nördlichen (BAE) Ende des Profils mit Werten von Z/HC um 0.30.

Man erkennt außerdem eine deutliche Periodenabhängigkeit der Länge der Realpfeile mit einem Maximum bei Perioden um 500 s. Bei diesen Perioden zeigen die Imaginärpfeile - wie zu erwarten - einen Nulldurchgang. In den Diagrammen der Figuren 2 und 3 erkennt man zudem größere Werte von Z/HC für die Perioden zwischen 10 und 100 s, vor allem an den Orten RUP, GEI und ROT. Die Richtung der Realpfeile für diese kürzeren Perioden stimmt gut mit der Richtung für die längeren Perioden überein. Man erkennt ferner für denselben Gerätetyp (z.B. Typ "J" für Induktionsspulen), daß die Länge der Realpfeile von Ort zu Ort stark variieren kann. So ist die Länge der Realpfeile am Ort BRI deutlich kleiner als am Ort ROT und sie ist am Ort GAX kleiner als am Ort RUP. Um dieses Ergebnis zu verstehen, ist es sinnvoll, weitere Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung zu betrachten. In der Figur 4 sind die Beträge der komplexen Übertragungsfunktionen zwischen den Horizontalkomponenten der erdmagnetischen Variationen an den einzelnen Meßorten und an der Basisstation GAX dargestellt. Die Meßkoordinatensysteme wurden so gedreht, daß sich für die Zeitreihen an Basis- und Wanderstation maximale Kohärenz ergab. Die Drehwinkel sind in der Figur 4 ebenfalls dargestellt. Man erkennt, daß es an allen gezeigten Orten ein ausgezeichnetes Koordinatensystem gibt, dessen Achsen parallel bzw. senkrecht zum Streichen der Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum orientiert sind. Die Beträge der Übertragungsfunktion zeigen, daß die zum mittleren Streichen der Grenze senkrecht gerichtete Magnetfeldkomponente an den Orten BRI und ROT vor allem bei den kürzeren Perioden von 10 - 100 s deutlich größer ist als an den südlich davon gelegenen Orten KLO, GEI und RUP. Die Magnetfeldkomponente parallel zum mittleren Streichen der Grenze ändert sich entlang des Profils fast nicht.

Diese Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung lassen sich unter der Annahme verstehen, daß nahe der Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum in Streichrichtung dieser Grenze schmale und hochleitfähige Strukturen existieren. Es könnte sich zum Beispiel um Graphitschiefer o.ä. handeln. Trifft diese Vorstellung zu, so könnte man die Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum unter den mesozoischen Sedimenten des Süddeutschen Dreiecks bis auf wenige Kilometer genau verfolgen.

Die Ergebnisse der Magnetotellurik:

Die Vorzugsrichtung des induzierten erdelektrischen Feldes - als Funktion der Periode der Variationen in Figur 5 abgebildet - ist an den südlichen Orten des Profils (GAX bis KLO) sehr viel deutlicher ausgeprägt als an den nördlichen Orten. Sie ist an den südlichen Orten nahezu unabhängig von der Periode. Sie zeigt an

den Orten GAX und BUC etwa in Richtung NS und dreht an den nördlichen Orten mehr in Richtung NW - SE, also senkrecht zum Streichen der Grenze Moldanubikum/Saxothuringikum.

Der scheinbare spezifische Widerstand und die Phasendifferenz, ihre Periodenabhängigkeit und laterale Variation:
Bei der Auswertung der Magnetotellurik ergibt sich in Übereinstimmung mit der erdmagnetischen Tiefensondierung ein ausgezeichnetes Koordinatensystem, das parallel bzw. senkrecht zum Streichen der Grenze Saxothuringikum/Moldanubikum gerichtet ist. Die Ergebnisse in der Figur 6 sind in diesem Koordinatensystem berechnet. Bei den Kurven des scheinbaren spezifischen Widerstandes erkennt man - bezüglich der Streichrichtung der Grenze - eine deutliche Aufspaltung in eine E-Polarisation (Kurven mit den kleineren Werten) und eine B-Polarisation. Die Ergebnisse an den Orten RAN und GEI sind durch die Bahnlinie Stuttgart-Nürnberg stark gestört. Die Kurven an den Orten nördlich der vermuteten Grenze (BRI und ROT) zeigen eine etwas andere Periodenabhängigkeit als die Kurven für die Orte südlich dieser Grenze (RUP und GAX). In Übereinstimmung mit diesem Ergebnis ist die Periodenabhängigkeit der Phasen zwischen den elektrischen und magnetischen Variationsfeldern. Der scheinbare spezifische Widerstand wurde in Figur 7 mit Hilfe des g^*-z^* -Verfahrens für einige Orte als Funktion der Schwerpunktstiefe des induzierenden Stromsystems dargestellt. Die Zahlen neben den Kurven geben die Perioden der Variationen an, für die die Schwerpunktstiefen berechnet wurden. Man erkennt als ein erstes qualitatives Ergebnis, daß an den Orten ROT und BRI im Saxothuringikum der scheinbare spezifische Widerstand in der Oberkruste deutlich geringer ist als an den Orten RUP und GAX im Moldanubikum. Dieses Ergebnis braucht jedoch nicht typisch für die beiden Teilbereiche des Variscikums zu sein. Während die Ergebnisse für die beiden Orte im Moldanubikum durch die Ergebnisse an ca. 10 weiteren Orten im Moldanubikum (im Schwäbischen Jura) abgesichert sind, existieren für das Saxothuringikum bisher keine guten Ergebnisse. In Hinblick auf Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung muß angenommen werden, daß die Verringerung des scheinbaren spezifischen Widerstandes in der Oberkruste von den bereits vorhergenannten schmalen und gutleitfähigen Strukturen an der Oberfläche des Grundgebirges herrühren. Eine Zone deutlich erhöhter elektrischer Leitfähigkeit in der mittleren/deuteren Erdkruste - wie sie in ähnlicher Weise unter dem Schwarzwald (Teufel 1986, Dittus 1986) oder dem Rheinischen Schild (Jödicke et. al. 1983) gefunden wurde - existiert zumindest unter dem südlichsten Teil des Saxothuringikums bzw. im Bereich der Grenze Saxothuringikum/Moldanubikum nicht.

Literatur:

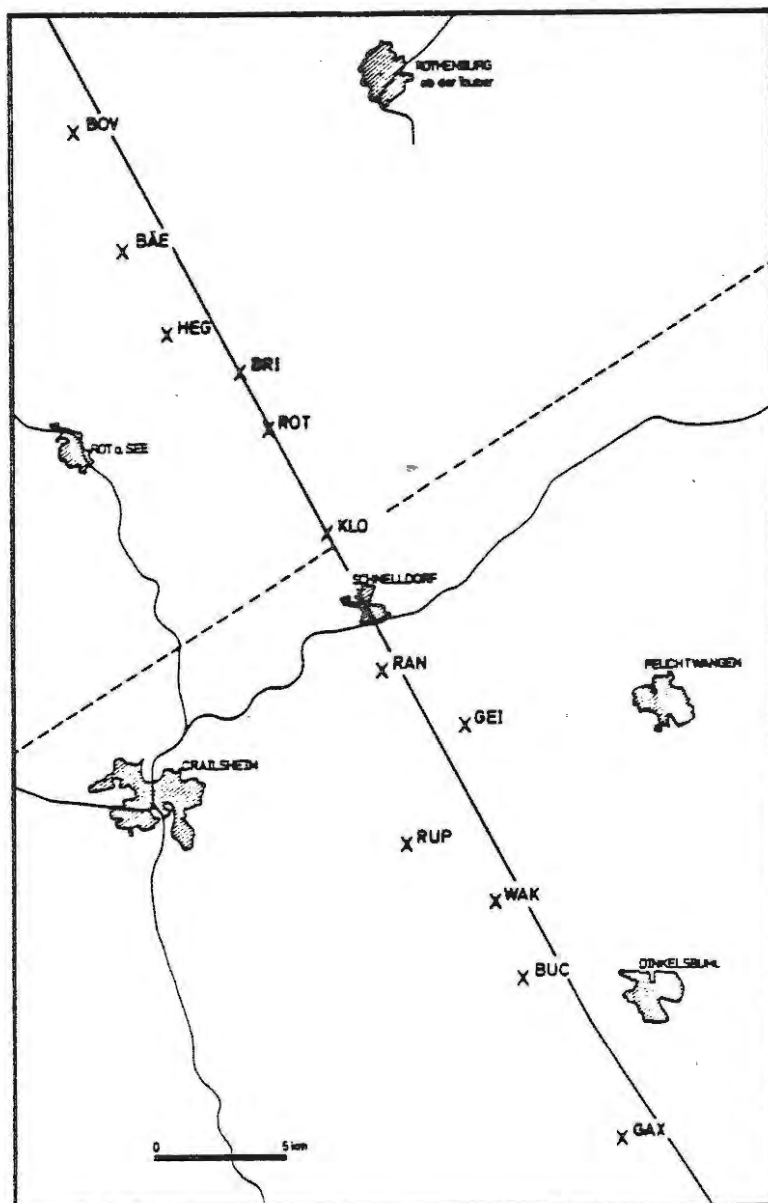
- Berkthold A.: On the Distribution of the Electrical Conductivity in the Area between the Rhinegraben, the Bohemian Massif and the Central Alps; Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung., Tomus 13 (3-4), S. 437-440, 1978.
- Dittus H.-J.: Beitrag zur Audiomagnetotellurik im Schwarzwald in diesem Protokollband.
- Jödicke H., Untiedt J., Olgemann W., Schulte L., Wagenitz V.: Electrical Conductivity Structure of the Crust and Upper Mantle beneath the Rhenish Massif, S. 288-302, in: Plateau

Uplift, The Rhenish Shield - A Case History; Herausgeber: K. Fuchs, K. v. Gehlen, H. Mälzer, H. Murawski, A. Semmel, Springer Verlag 1983.

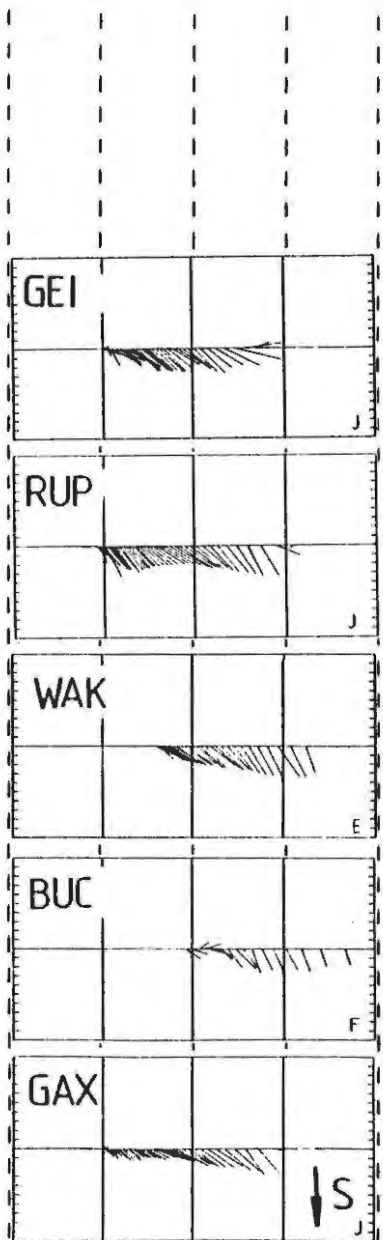
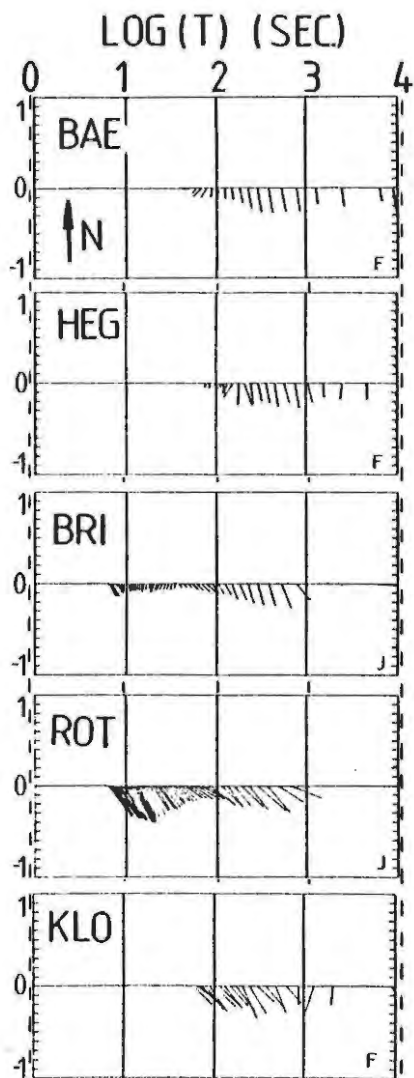
Regner P.: Neuauswertung der Messungen erdmagnetischer Variationen entlang zweier Profile vom Main bis zu den Alpen; Diplomarbeit, angefertigt am Inst. f. Allg. u. Angw. Geophysik der Universität München, 1983.

Teufel U.: Beitrag zur Magnetotellurik und erdmagnetischen Tiefensondierung im Schwarzwald in diesem Protokollband.

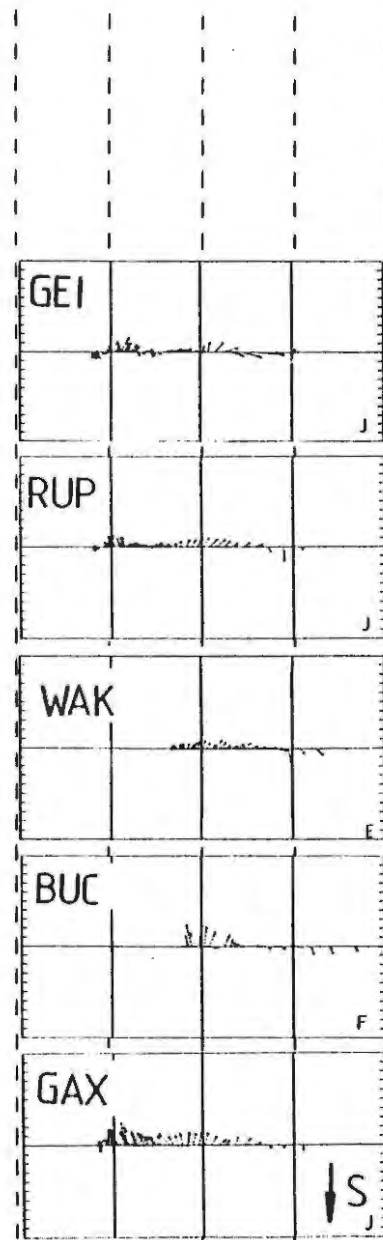
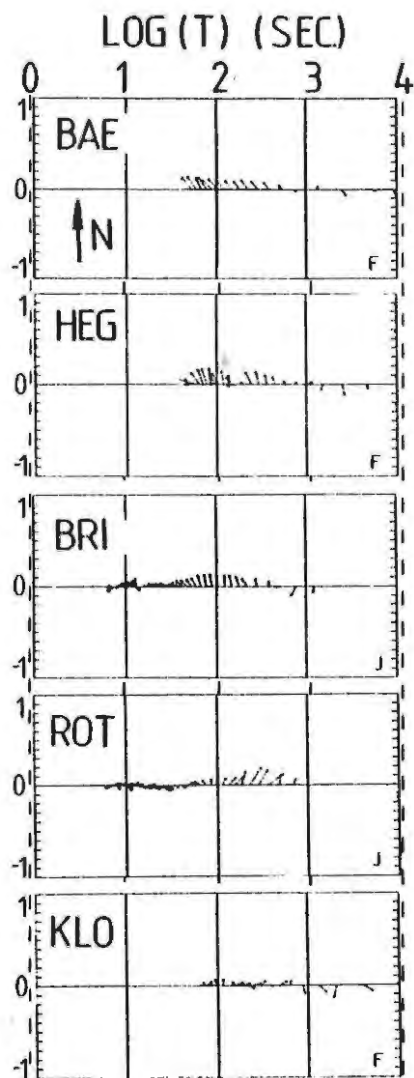
Figur 1: Lage der Meßorte



REALPFEIL

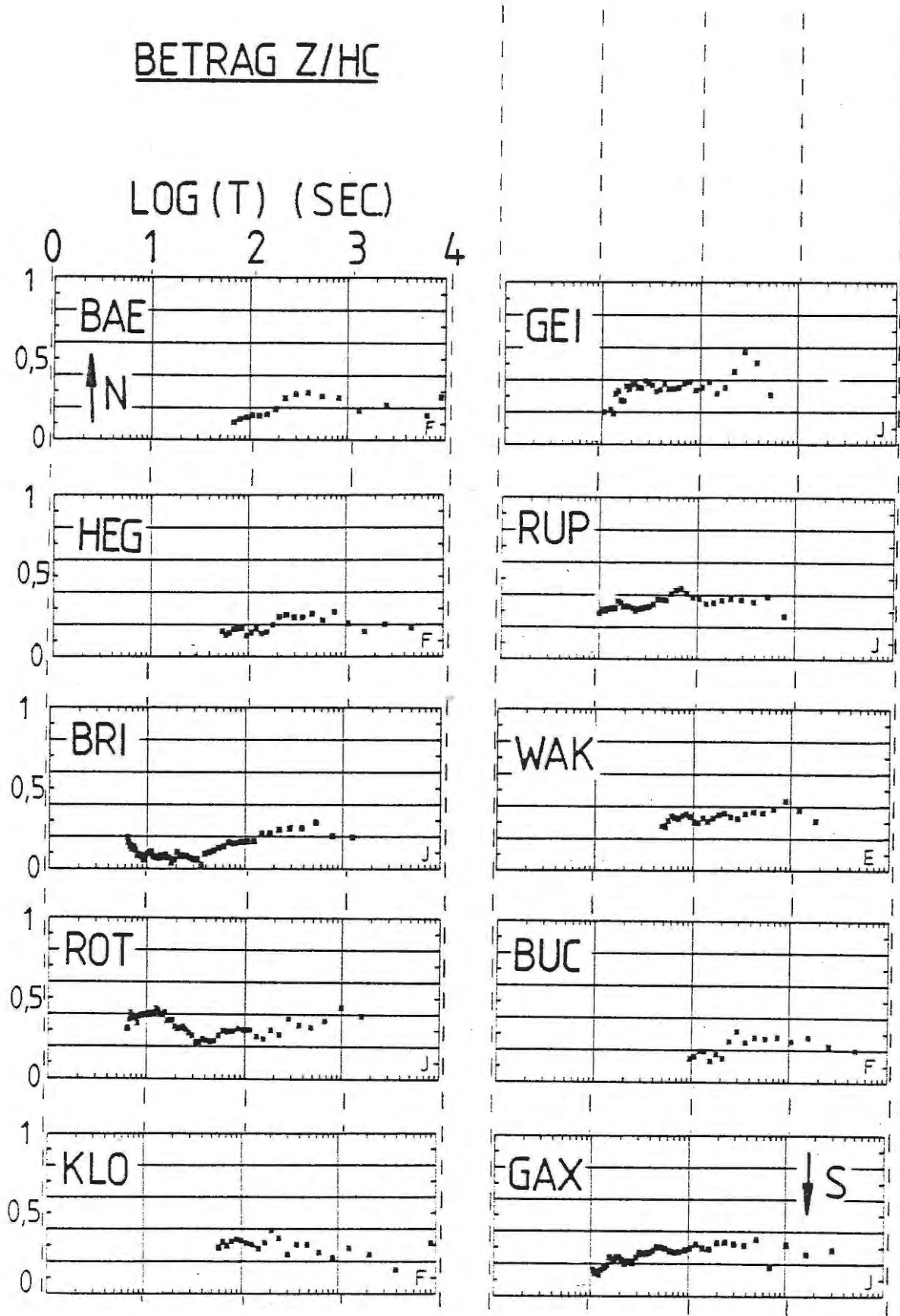


IMAGINÄRPFEIL

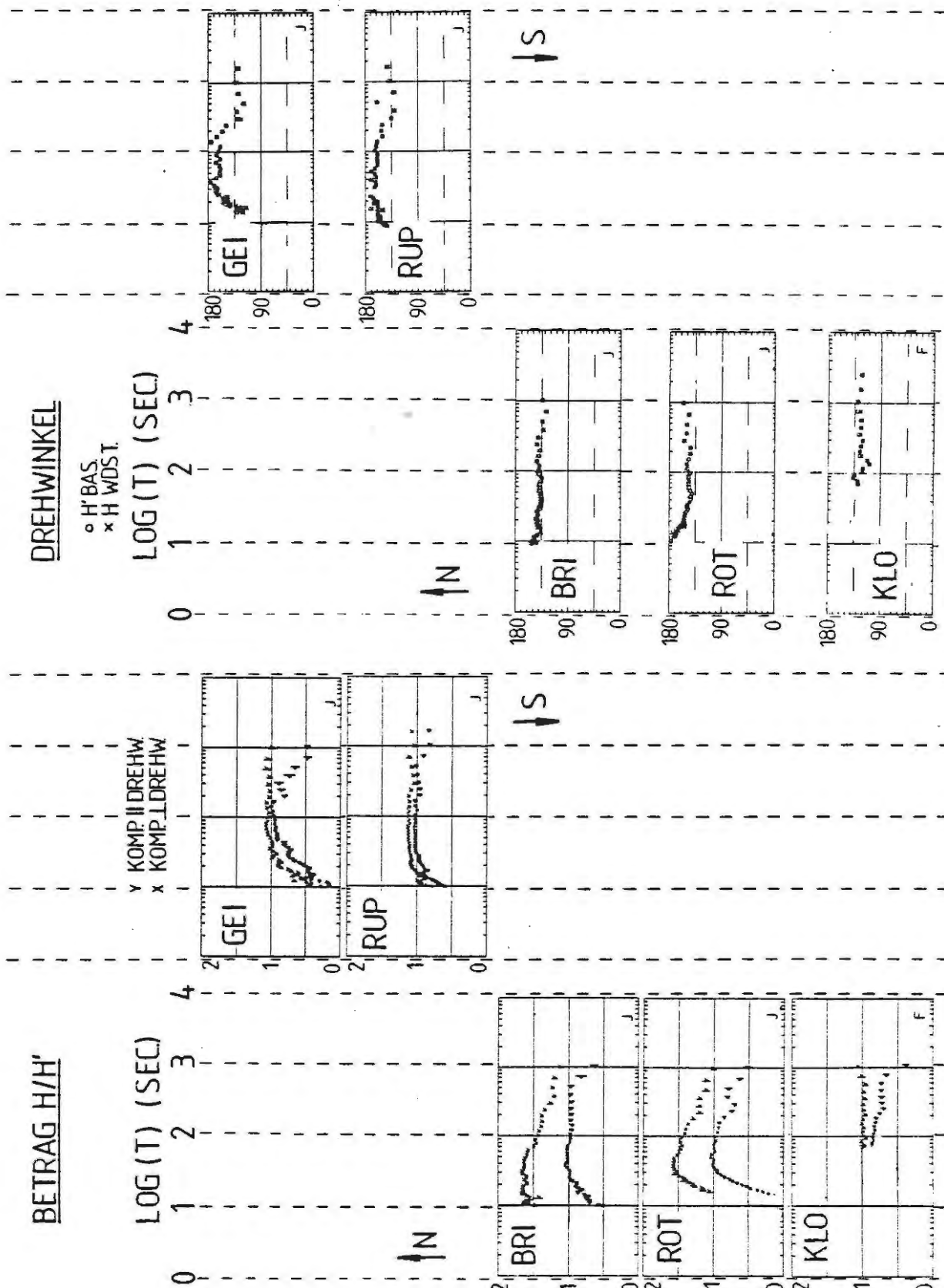


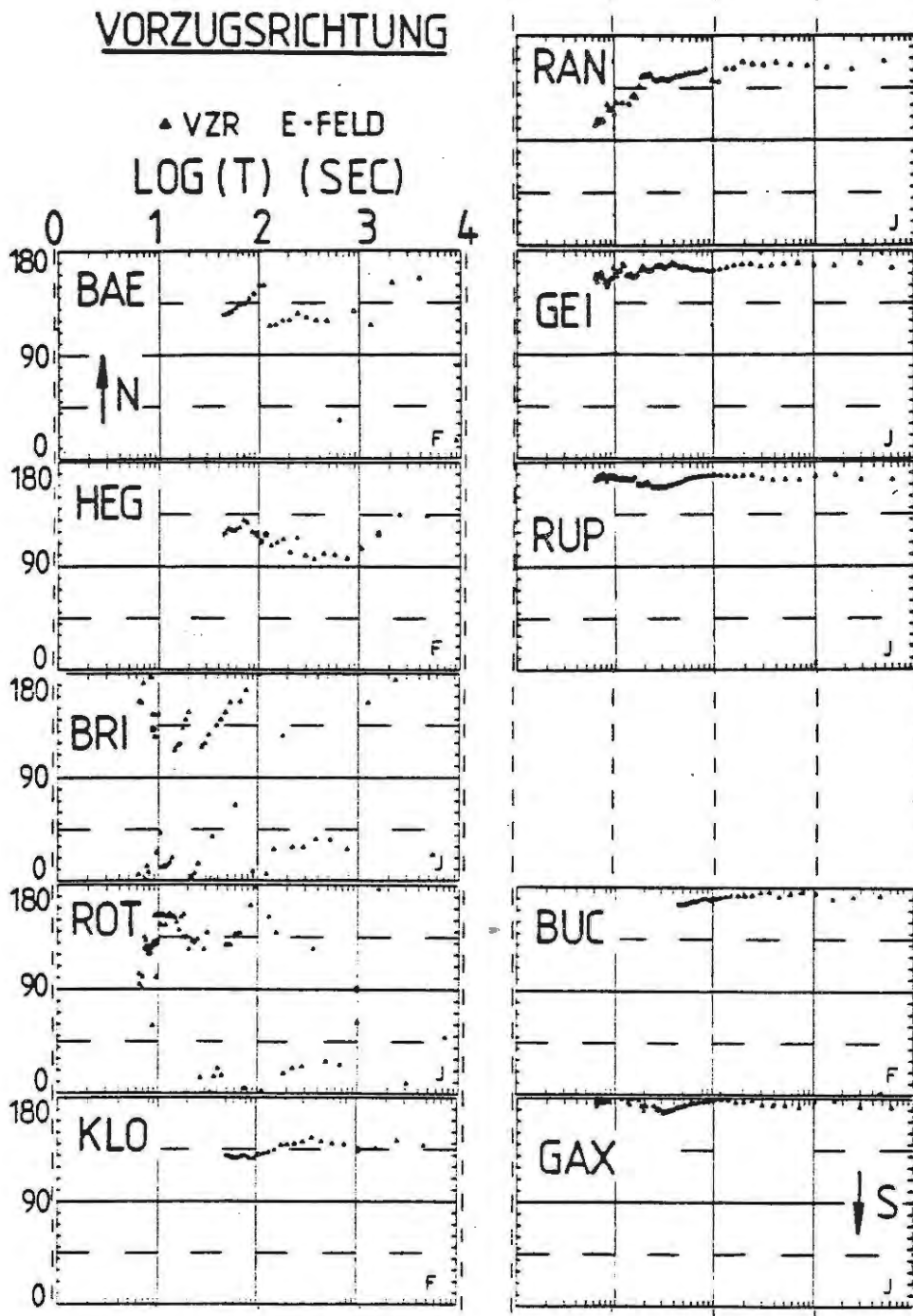
Figur 2: Perioden- und Ortsabhängigkeit der Real- und Imaginärpfeile

Figur 3: Betrag des Quotienten der Vertikalkomponente Z zur maximal kohärenten Horizontalkomponente HC der Variationen des Erdmagnetfeldes



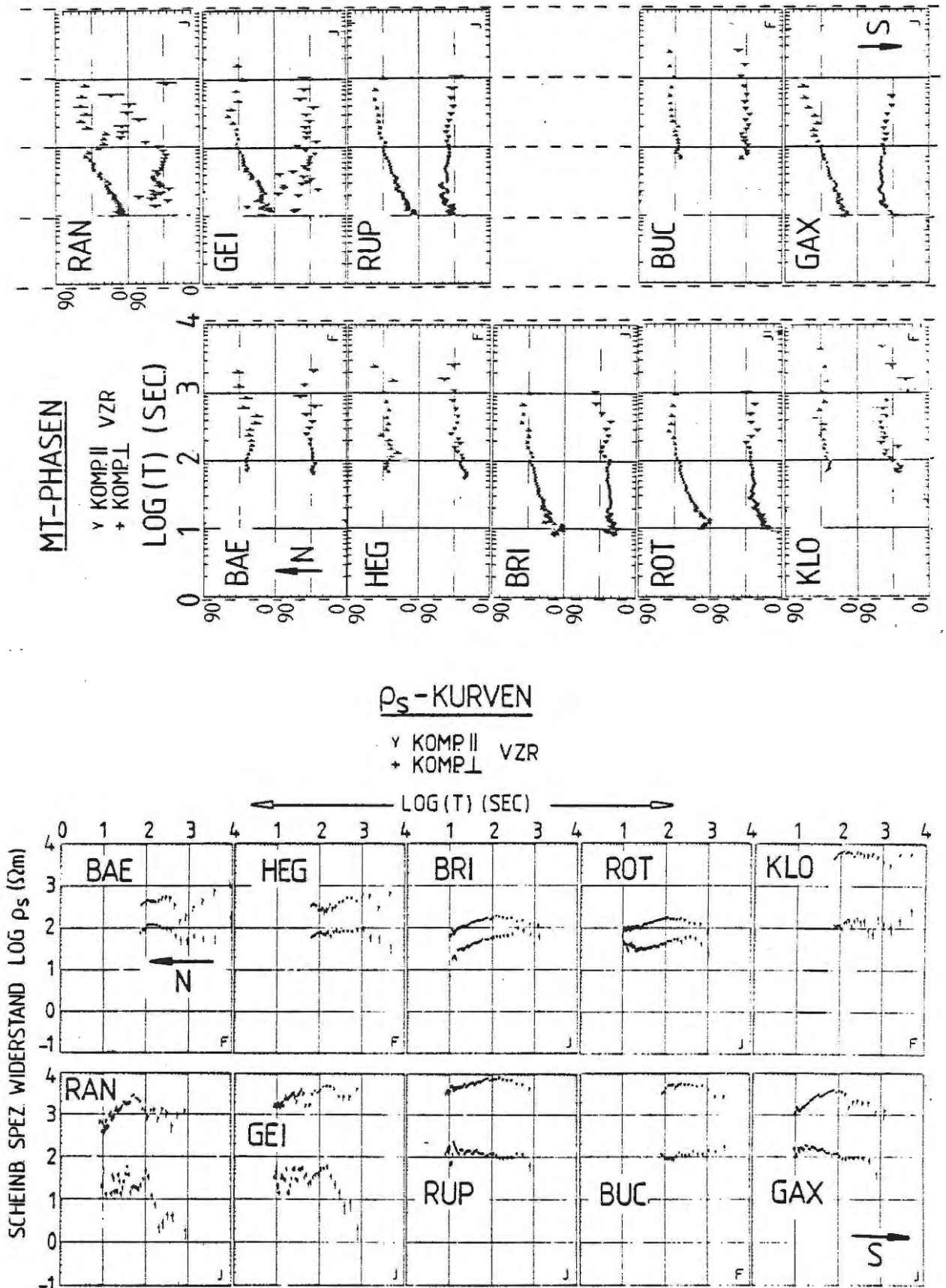
Figur 4: Perioden- und Ortsabhängigkeit der Beträge der Übertragungsfunktionen zwischen den Horizontal-Komponenten des Erdmagnetfeldes an den einzelnen Stationen und der Basisstation GAX, sowie die Drehwinkel für die Koordinatensysteme der maximalen Kohärenz





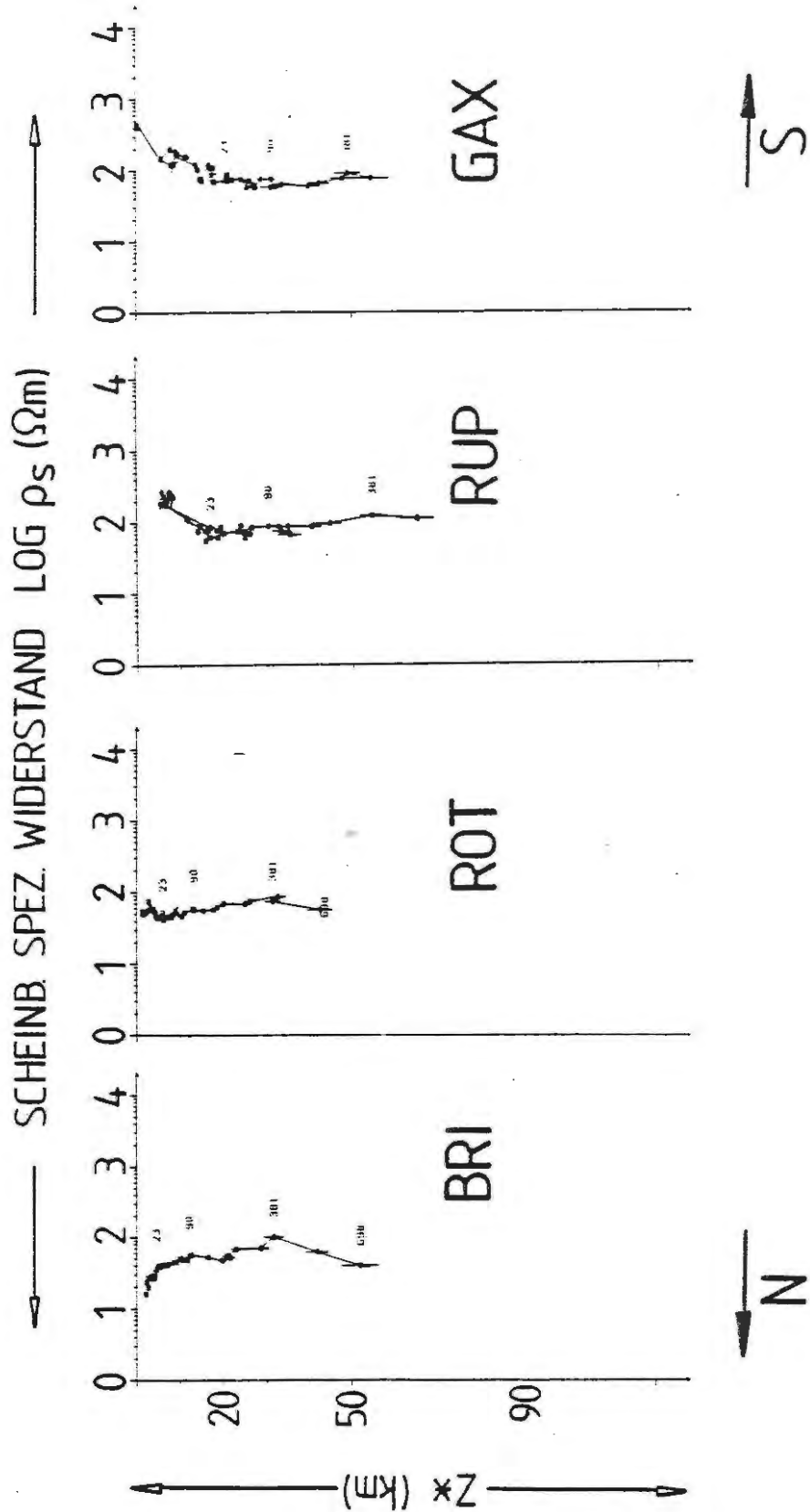
Figur 5: Vorzugsrichtung des induzierten erdelektrischen Feldes

Figur 6: Kurven des scheinbaren spezifischen Widerstandes - 213 -
und der Phasen



Figur 7: Scheinbarer spezifischer Widerstand als Funktion der Schwerpunkstiefe des induzierten Stromsystems an vier ausgewählten Meßpunkten

$\rho^* - z^* - \text{KURVEN}$



K. SPITZER

Zeitabhängigkeit des Impedanztensors

Vom 2.11.-16.12.84 und vom 23.4.-28.5.85 wurden in der Nähe von Hassloch/Pfalz (Stationsname: HAS, Koordinaten $49^{\circ}19.2'N$, $8^{\circ}16.8'E$), im nördlichen Rheingraben und Grasellenbach/Odenwald (GRA, $49^{\circ}37.9'N$, $8^{\circ}52.7'E$) zwei Meßkampagnen durchgeführt. Ziel dieser Messungen war es, die zeitliche Konstanz des Impedanztensors zu untersuchen und mit DC-Widerstandsmessungen, seismischen Aktivitäten und dem Einfluß von Niederschlägen zu vergleichen. Im Jahre 1979 z.B. stellte D. Beamish einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Auftreten eines Erdbebens (Boxing Day Earthquake, Carlisle, Scotland) und bestimmten magnetischen Übertragungsfunktionen fest. Dieser Bericht soll den momentanen Stand meiner Ergebnisse und tendenziell das weitere Vorgehen aufzeigen.

Aufbau der Meßstationen

Die Meßstationen waren mit jeweils einem Induktionsspulenmagnetometer, einer digitalen Kassettenaufzeichnungsapparatur, einer Tellurikapparatur und einer 12V-Gleichspannungsversorgung ausgerüstet. Zusätzlich wurde eigens für diese Messungen

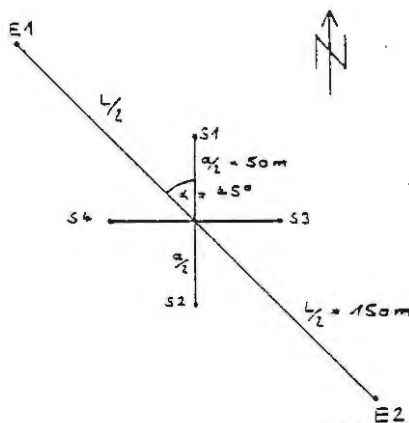


Abb.1: Prinzipieller Aufbau der Meßstationen. S1-S4: Telluriksonden, E1, E2: Einspeiserelektroden für Gleichstrom.

eine Gleichstromquelle entwickelt, die einen konstanten Strom mit der Genauigkeit von etwa 1% lieferte. Sie konnte mit Hilfe der Stationsuhr zu bestimmten Tageszeiten automatisch ein-, ausgeschaltet und umgepolt werden. Der Strom wurde über zwei Elektroden in den Boden eingespeist und das entstehende E-Feld mit den Telluriksonden gemessen. Abbildung 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau dieser Stationen.

Der Vorteil dieser Anordnung ist, daß mit nur einer Apparatur die natürlichen Pulsationen und die künstlich eingespeisten Felder aufgezeichnet werden konnten. Die relativ hohe Konstanz der Stromquelle machte es überflüssig, die Stromstärke mitzuregistrieren, so daß im Endeffekt fünf Aufzeichnungskanäle (H, D, Z, E_{EW}, E_{NS}) ausreichten. Abbildung 2 zeigt ein Registrierbeispiel. Zwischen 13:00 und 13:10 Uhr erkennt man die Potentialsprünge, die durch den eingespeisten Gleichstrom hervorgerufen wurden (Umpolung nach jeder Minute).

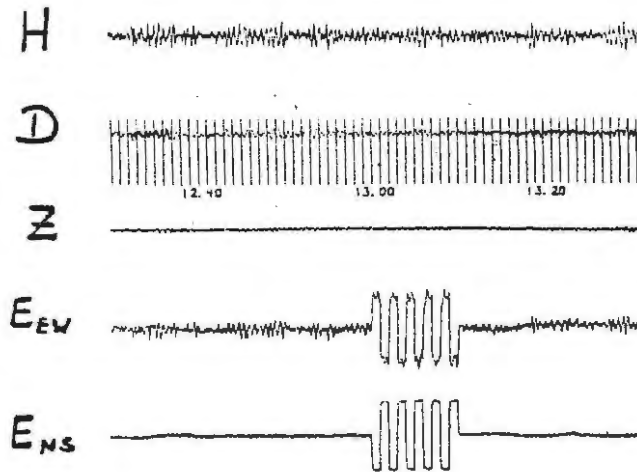


Abb.2: Registrierbeispiel mit Potentialsprüngen der DC-Einspeisung (zwischen 13:00 und 13:10 Uhr).

Stichpunktartige Auswertung zweier nahe beieinanderliegender Tage und Einführung eines Kohärenzkriteriums

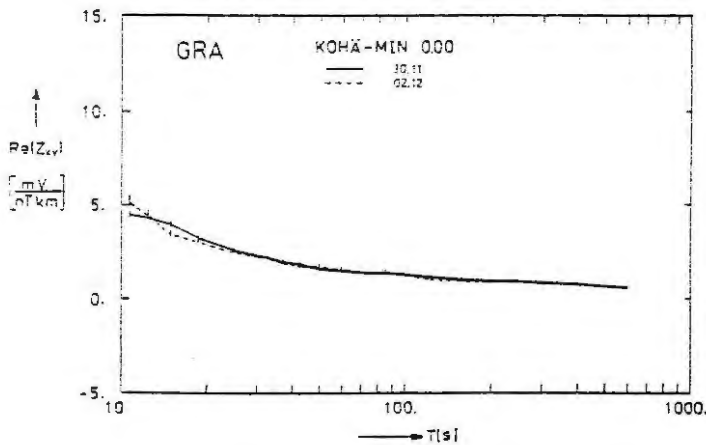
Ziel dieser Arbeit ist es, den Impedanztensor für jeden Tag zu bestimmen und den zeitlichen Verlauf zu untersuchen. Hier möchte ich der Frage nachgehen, inwieweit es möglich ist, die Impedanz mit dem Datenmaterial von 24 Stunden hinreichend genau zu berechnen. Deshalb habe ich stichpunktartig zwei Tage mit mittlerer Aktivität (K_p zwischen 3 und 6) herausgegriffen

und in gleichlange Zeitintervalle unterteilt. Analysiert wurde nach dem von Schmucker (1978) angegebenen und in Göttingen üblichen Verfahren in vier verschiedenen Frequenzbereichen. Tabelle 1 enthält einige wichtige Analysedaten.

Analysebereich	I	II	III	IV
Δf (CPM)	0.8	0.2	0.1	0.05
Bandbreite (CPM)	6.4-1.6	1.8-0.6	0.8-0.2	0.3-0.05
Intervalllänge (min)	~ 10	~ 20	~ 60	~ 120
Anzahl der Intervalle	~ 144	~ 72	~ 24	~ 12

Tab.1: Analysiert wurde in 4 Frequenzbereichen. Δf ist der Frequenzabstand der mit dem Parzenfenster geglätteten aufsummierten Fourier-Produkte und entspricht der spektralen Breite des Parzenfensters.

Die Vorbehandlung der Daten umfaßte eine Hoch- und Tiefpaßfilterung im Zeitbereich. Das Ergebnis der Analyse sollte bei



beiden Tagen annähernd das gleiche sein. Abbildung 3 und 4 vergleicht $Re(Z_{xy})$ vom 30.11.84 mit $Re(Z_{xy})$ vom 2.12.84 an beiden Stationen.

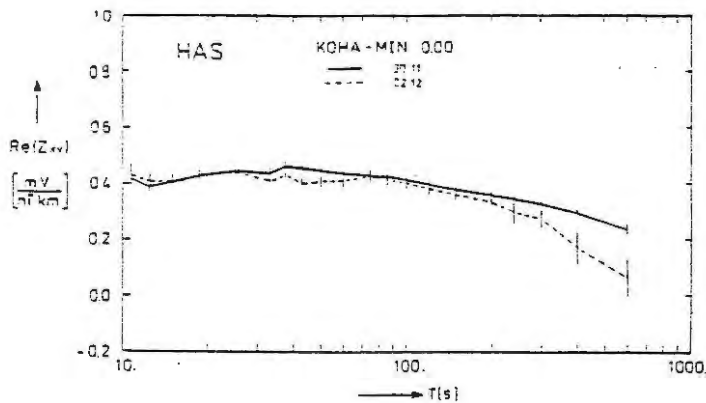


Abb.3 und 4: Realteil von Z_{xy} vom 30.11.84 und 2.12.84 von beiden Stationen aufgetragen gegenüber der Periode. Analyse ohne Kohärenzkriterium.

Vor allem bei der Station HAS treten deutliche Diskrepanzen im langperiodischen Bereich auf. Eine Einzeleffektanalyse der Station GRA zeigt, daß die Werte des Impedanztensors mit abnehmender Kohärenz zunehmend streuen. In Abb.5 ist $\text{Re}(Z_{xy})$ der Station GRA vom 30.11. und 2.12.84 für eine Anzahl Einzeleffekte und 4 stellvertretende Analysefrequenzen gegen die Kohärenz aufgetragen. Man erkennt deutlich die mit der Kohärenz zunehmend sicherer werdende Bestimmung des Tensor-elementes.

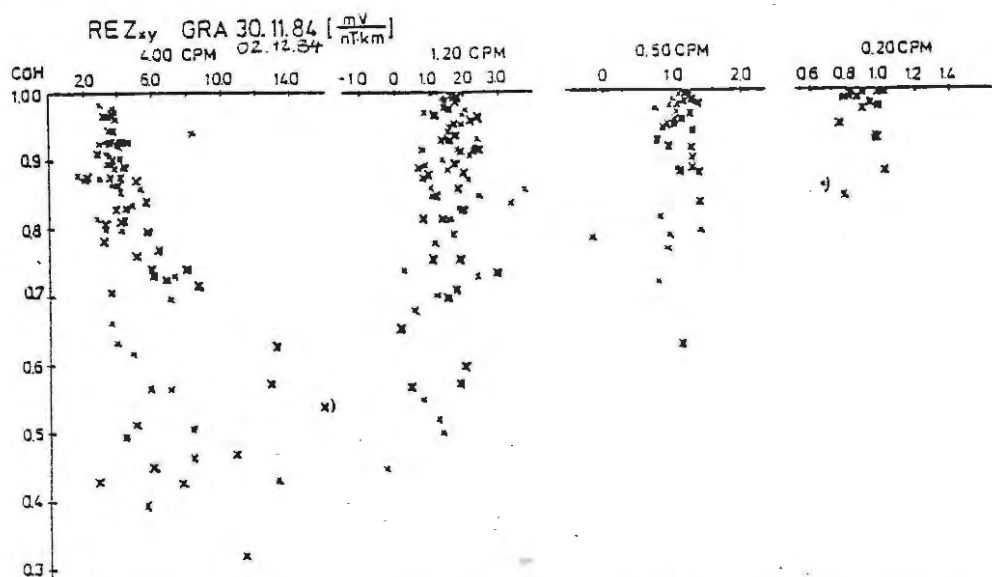


Abb.5: Realteil von Z_{xy} vom 30.11. und 2.12.84. Station GRA, aufgetragen gegenüber der Kohärenz für 4 Analysefrequenzen. Jedes Kreuz entspricht einem Effekt.

Die Einführung eines Kohärenzkriteriums bringt eine geringere Anzahl von Freiheitsgraden mit sich (größere Fehler), jedoch fallen die in Abb.5 stark gestreuten Effekte heraus. Eine zweite Analyse mit einer Kohärenzschwelle von $\text{Coh} = 0.8$ läßt die Analyseergebnisse der beiden Tage tatsächlich näher aneinanderrücken. Besonders bei Station HAS erkennt man eine deutlich bessere Übereinstimmung und sogar kleinere Fehler (Abb.6 und 7). Für die Berechnung der Kohärenzen wurden die Spektralwerte über den gesamten Frequenzbereich des jeweiligen Frequenzbandes gemittelt, so daß jedem Effekt eindeutig eine bestimmte Kohärenz für das ganze Band zugeordnet werden konnte.

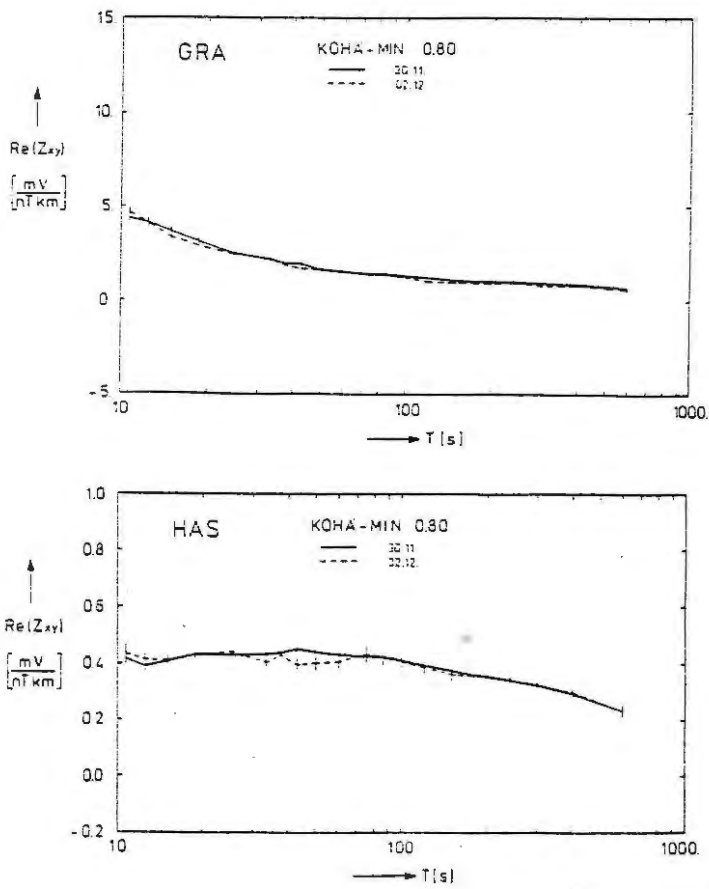


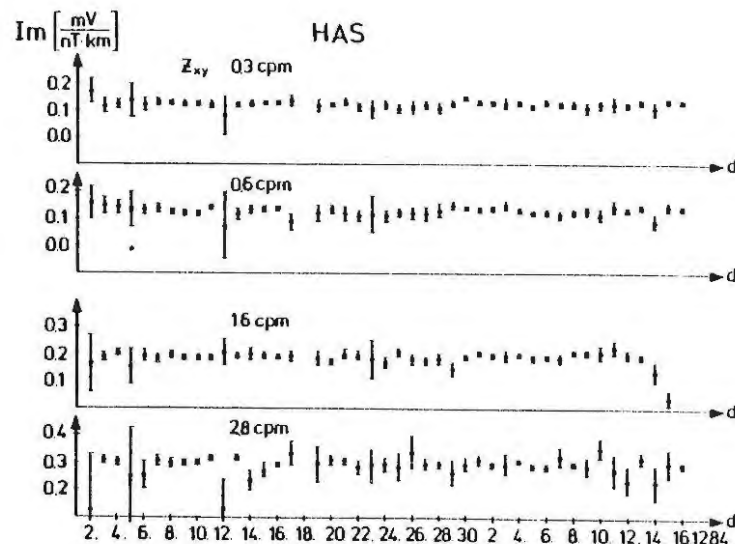
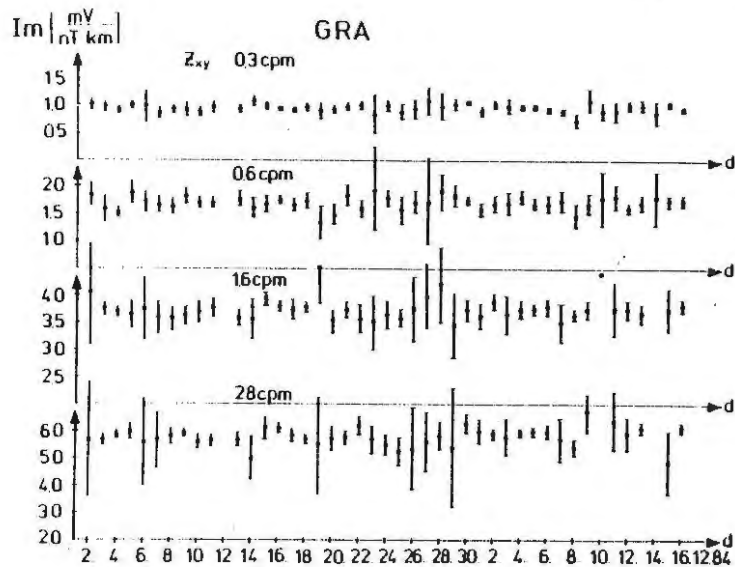
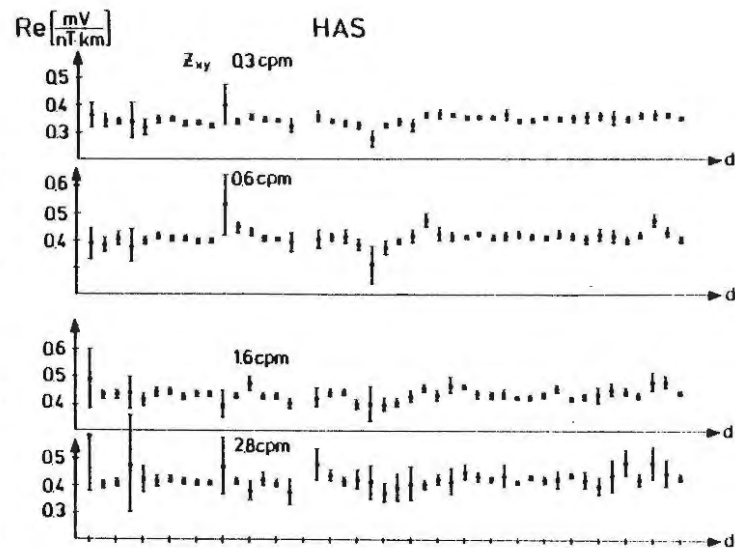
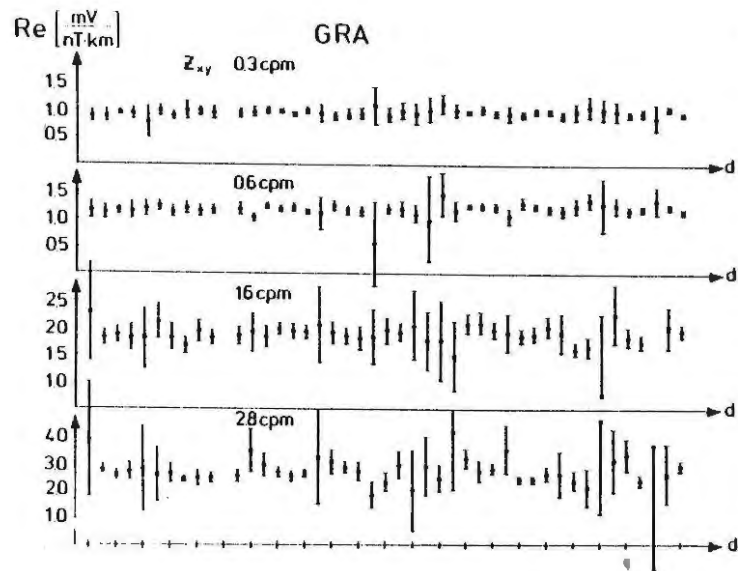
Abb.6 und 7:
Realteil von Z_{xy} vom
30.11. und 2.12.84
nach Einführung ei-
nes Kohärenzkrite-
riums. Deutlich bes-
sere Annäherung der
Analyseergebnisse.

Auswertung der Gleichstrommessungen

Mit Hilfe des bekannten konstanten Gleichstromes I , der an den Telluriksonden gemessenen Spannung U_M und eines Geometriefaktors f_g läßt sich der scheinbare Widerstand ρ_a bestimmen:

$$\rho_a = \frac{U_M}{I} \cdot f_g \quad .$$

Er erfaßt nur sehr oberflächennahe Schichten im Bereich von einigen zehn Metern und ist äußeren Einflüssen, wie z.B. Niederschlägen ausgesetzt. In Abb.12 und 13 ist ρ_a gegen die Zeit der 1. Meßkampagne aufgetragen. Da nur eine DC-Apparatur vorhanden war, konnten jeweils nur an einer Station Gleichstrommessungen durchgeführt werden (HAS: vom 2.11.-21.11.84, GRA: vom 22.11.-16.12.84). Ein Vergleich mit den Niederschlägen gestaltet sich schwierig, da bisher nur die Niederschlagsmengen für Speyer in der Nähe der Station HAS bekannt sind und



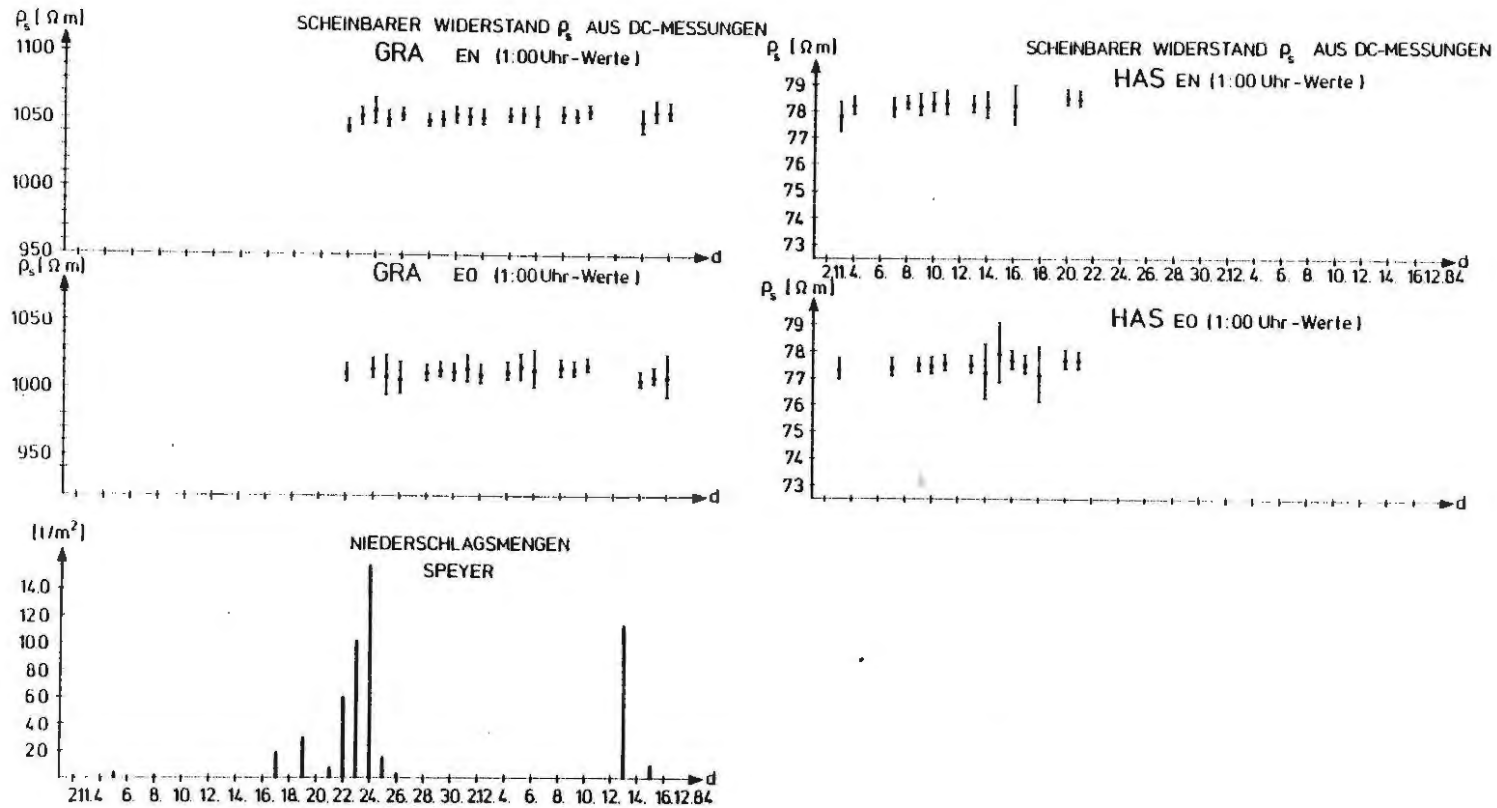


Abb. 8-11: Real- und Imaginärteil von Z_{xy} von beiden Stationen für die Analysefrequenzen 0.3, 0.6, 1.6 und 2.8 CPM.

Abb. 12-13: Aus DC-Messungen ermittelter scheinbarer Widerstand für beide Stationen.

Abb. 14: Niederschlagsmengen für Speyer (8 km östlich von Hassloch). (Wetteramt Trier).

bis zum Umbau der Einspeisungsapparatur am 21.11.84 in Speyer kaum Niederschläge gefallen sind. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung des Mittelwertes der 10 Einzelmessungen (jede Minute zwischen 1:00 und 1:10 Uhr) an.

Endgültige Analyse

Die endgültige Analyse beschränkt sich auf 2 Frequenzbänder. In Tabelle 2 sind die wichtigsten Daten zusammengestellt:

Analysebereich	I	II
Δf (CPM)	0.2	0.1
Bandbreite (CPM)	3.2-0.6	0.8-0.2
Intervalllänge (min)	30	60
Anzahl der Intervalle	48	24

Die Kohärenzschwelle ist $\text{Coh}^2 = 0.64$. Die Abbildungen 8-11 zeigen jeweils $\text{Re } Z_{xy}$ und $\text{Im } Z_{xy}$ von beiden Stationen in der Zeit vom 2.11.-16.12.84 für die Frequenzen 0.3, 0.6, 1.6 und 2.8 CPM. Lücken in der Kurve sind hauptsächlich durch

1. zu geringe Aktivität
2. defekte Apparaturen
3. Fehler in den Aufzeichnungen und künstliche Störungen entstanden.

Die Fehlerbalken beruhen auf einem Vertrauensbereich von 68%. Die Impedanz verhält sich über die gesamte Zeit der 1. Meßkampagne jedoch sehr konstant (vor allem in den langperiodischen Bereichen 0.3 und 0.6 CPM). Einige Schwankungen sind in den hochfrequenten Teilen des Impedanztensors zu erkennen (1.6 und 2.8 CPM). Ein Vergleich mit den Ergebnissen der 2. Meßkampagne und mit seismischen Aktivitäten in dieser Region steht noch aus. Abb.14 zeigt die Niederschlagsmengen für Speyer (HAS) während dieses Zeitraumes. Die Niederschlagsmengen für GRA und die Analyseergebnisse der 2. Meßkampagne liegen noch nicht vor.

Literatur:

- Schmucker, U.: Auswertungsverfahren Göttingen, Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefenforschung", Neustadt, 1978, 163-188 .
- Beamish, D.: Geophys. J.R. astr. Soc. (1982) 68, 531-543 .

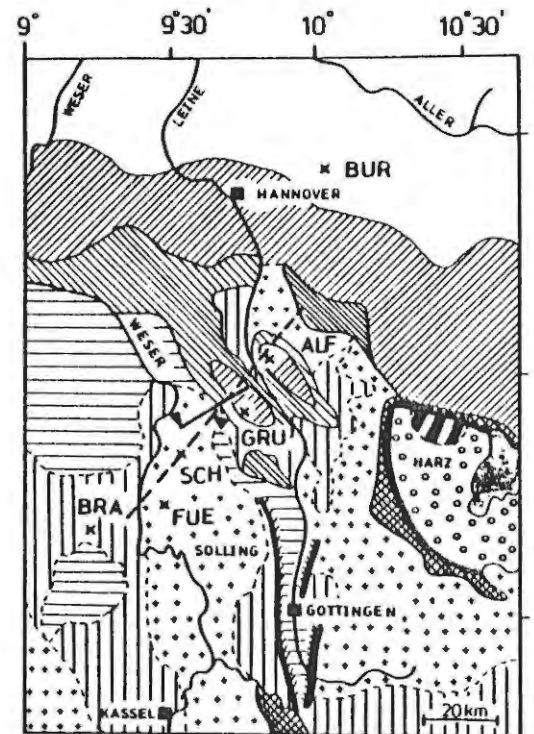
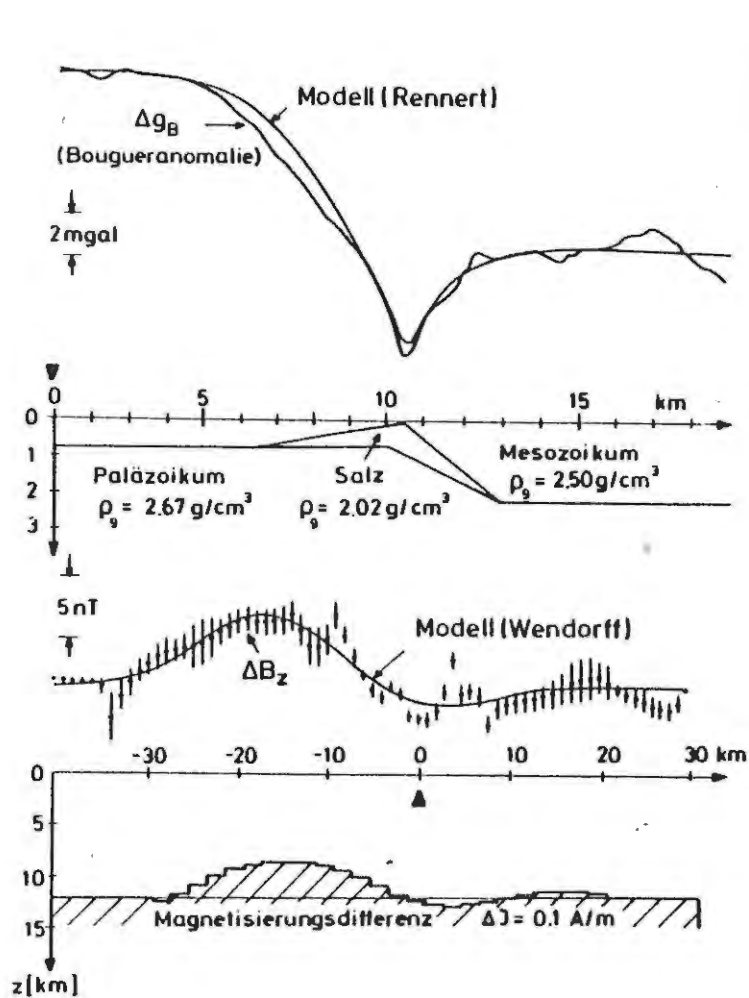
B. Siemon

"Mit MT & ETS auf einem Profil vom Solling bis nach Hannover"

1) Meßgebiet

Die Wahl des Meßprofils von Burgdorf (BUR) bei Hannover nach Brakel (BRA) westlich des Sollings geht auf vorhergehende Messungen der Schwere und des statischen Magnetfeldes zurück. Im Rahmen zweier Diplomarbeiten am Institut für Geophysik der Univ. Göttingen wurden von RENNERT (1982) und WENDORFF (1984) Profile vermessen, die etwa senkrecht zum herzynischen Streichen stehen, also NO-SW-wärts verlaufen. Beide Autoren stellten einen Niveau-Unterschied in ihrer Meßgröße auf beiden Seiten der NW-SO-wärts verlaufenden Elfas-Achse fest. Während RENNERT das niedrigere Niveau der BOUGUER-Schwere im Hils durch einen Staffelbruch im Paläozoikum parallel zur Elfas-Achse mit nordöstlich hiervon mächtigeren mesozoischen Sedimenten deutet, nimmt WENDORFF eine Aufwölbung des Kristallinen Grundgebirges unterhalb des Sollings zur Interpretation des höheren Niveaus der Vertikalintensität südöstlich der Elfas-Achse an. Zwangsläufig stellt sich die Frage, ob diese Niveau-Unterschiede mit den Methoden der MT und ETS auch festgestellt werden können.

In zwei Meßkampagnen im Frühjahr und Herbst 1984 wurden 6 MT-Stationen betrieben, von denen eine (BUR) in beiden Kampagnen registrierte, so daß diese als Bezugsstation gewählt wurde. Die Registrierung der Magnetfelder wurde durch WATERMANN-Induktionsspulenmagnetometer und die der tellurischen Felder durch HEMPFLING-Sonden realisiert und auf eine Kassettenaufzeichnungsapparatur aufgezeichnet. Die Auswertung der Zeitreihen fanden im Bereich von $T=12 - 667s$, also im Periodenbereich der Pulsationen statt. Das hierbei verwendete Verfahren ist bei SCHMUCKER (1978) beschrieben.



- Stationen:
- BUR (Burgdorf)
 - ALF (Alfeld)
 - GRU (Grünenplan)
 - SCH (Schießhaus)
 - FUE (Fürstenberg)
 - BRA (Brakel)

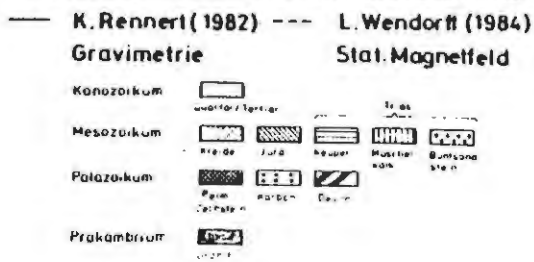


Abb.1: Geologische Karte des Meßgebietes mit eigenen Stationen (x) und Profilverlauf von RENNERT und WENDORFF sowie deren Ergebnisse.

2) Ergebnisse der MT

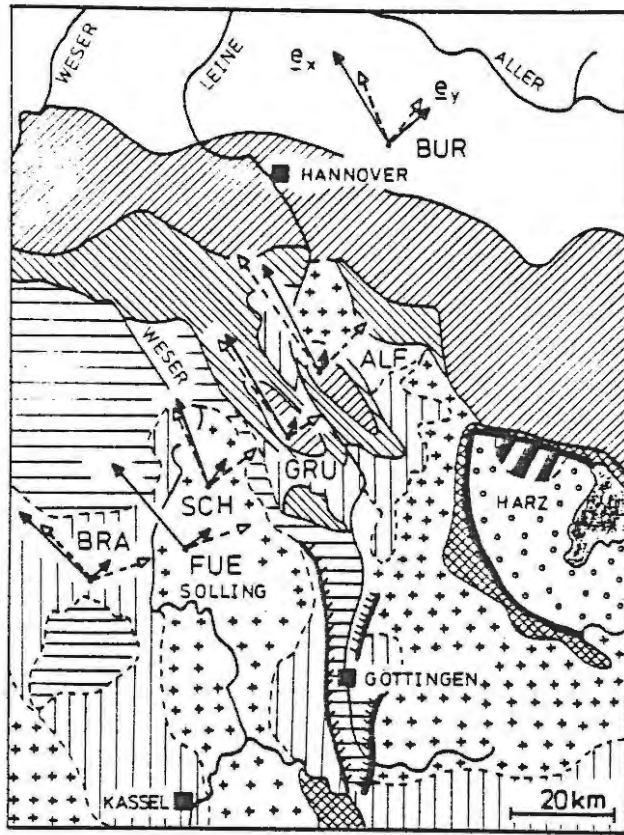
Durch eine geeignete Koordinatentransformation läßt sich der Impedanztensor \underline{Z}

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix}}_{\underline{Z}} \cdot \begin{pmatrix} H \\ D \end{pmatrix}$$

oft auf eine einfache Form bringen (Hauptdiagonalkomponenten verschwinden). Dazu werden zunächst für jede Station die Vorzugsrichtungen des tellurischen Feldes nach dem SWIFT-Kriterium bestimmt. Bei den vorliegenden Daten ergeben sich recht einheitliche Drehwinkel um $\phi = 55^\circ$ von N nach O. Die Streichrichtung wird so festgelegt, daß sie in etwa mit dem Streichen der geologischen Strukturen zusammenfällt, also von NW nach SO verläuft.

Eine anschauliche Darstellung der Impedanzen gelingt durch die tellurischen Vektoren. Über den gesamten Periodenbereich sehen sie sich recht ähnlich. Für eine mittlere Periode ($T=100s$) sind sie in Abb.2 graphisch dargestellt. Die tellurischen Vektoren \underline{e}_x (\underline{e}_y) aller Stationen zeigen recht einheitlich parallel (senkrecht) zur Streichrichtung nach NW (NO), so daß sich eine zweidimensionale Interpretation des Meßgebiets anbietet. Die E-Polarisation kann demnach durch $Z_{y'x'}$ und die B-Polarisation durch $Z_{x'y'}$ dargestellt werden.

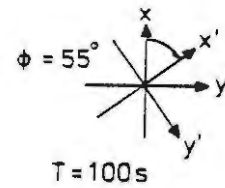
Die Sollingstationen SCH und FUE heben sich in den Amplituden des tellurischen Feldes von den anderen Stationen ab. So sind die Vektoren \underline{e}_x im Solling etwa zweimal größer als bei der Station BRA und etwa fünfmal größer als bei den drei nördlichen Stationen. Eine mögliche Erklärung hierfür wird weiter unten geliefert.



Tellurische Vektoren
in rotierten Koordinaten

$$\underline{e}_x = Z_{xx} \hat{x} + Z_{yx} \hat{y}$$

$$\underline{e}_y = Z_{xy} \hat{x} + Z_{yy} \hat{y}$$



1.0 mV/nT·km

SCH } 5 fach verkleinert
 FUE }
 BRA 2.5 fach ..
 —→ Re - - - → Im

Abb.2: In einem um $\phi = 55^\circ$ rotierten Koordinatensystem (Kennzeichnung x', y') nehmen die tellurischen Vektoren sehr ähnliche Richtungen ein und stehen nahezu senkrecht aufeinander.

Einen ersten Aufschluß über die vertikale Widerstandsverteilung erhält man durch die Transformationen der tellurischen Impedanz in scheinbare Widerstandsfunktionen. Das ρ^*-z^* -Verfahren von SCHMUCKER (1970) liefert für die vorliegenden Daten folgende Ergebnisse.

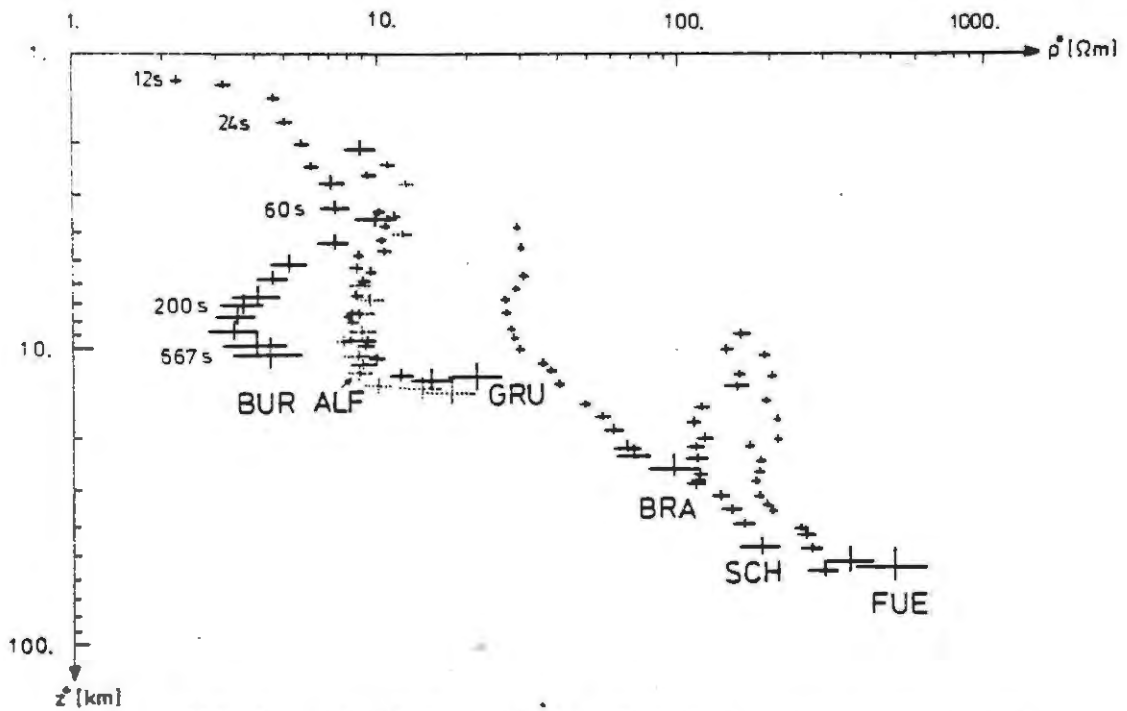


Abb. 3: ρ^* - z^* -Kurven der E-Polarisation. Deutlich sichtbar ist ein Widerstandsminimum in 6-10 km Tiefe (bei SCH und FUE erscheint es tiefer).

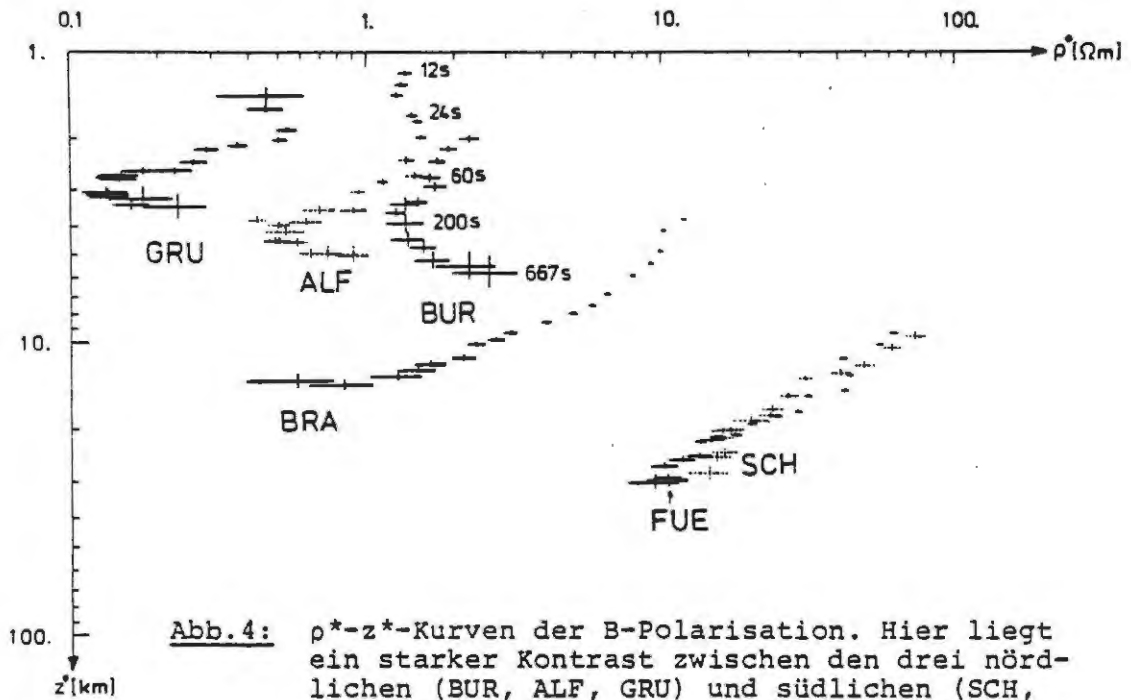


Abb. 4: ρ^* - z^* -Kurven der B-Polarisation. Hier liegt ein starker Kontrast zwischen den drei nördlichen (BUR, ALF, GRU) und südlichen (SCH, FUE, BRA) Stationen vor. Die in der Mitte des Profils benachbarten Stationen (GRU und SCH) liegen in dieser Darstellung extrem weit auseinander.

Die ρ^*-z^* -Kurven der E-Polarisation (Abb.3) zeigen in ihrer vertikalen Richtung für alle Stationen eine ähnliche Struktur, die eine gut-schlecht-gut-schlecht-leitende Schichtenfolge vermuten läßt. Die Kurven deuten auf ein Minimum des spezifischen Widerstandes in ca. 6-10 km Tiefe und ein Ansteigen des spezifischen Widerstandes von NO nach SW hin. Die beiden Sollingstationen unterscheiden sich von den anderen sowohl in der Lage des Widerstandsminimums als auch in der Höhe des scheinbaren Widerstandes. Für die B-Polarisation lassen sich die ρ^*-z^* -Kurven in zwei Gruppen unterteilen. Die drei nördlichen Stationen BUR, ALF und GRU weisen wieder deutlich auf ein Widerstandsminimum hin, allerdings in 3-4 km Tiefe. Bei den drei südlichen Stationen SCH, FUE und BRA geht die vertikale Strukturierung nahezu verloren. Der scheinbare Widerstand nimmt mit zunehmender Tiefe stark ab. Auch hier heben sich die beiden Sollingstationen stark von den übrigen ab.

Die Sonderstellung der Sollingstationen ist nur in den Amplituden nicht aber in den Phasen der magnetotellurischen Impedanz zu sehen. Dies deutet darauf hin, daß eine Gleichstromverzerrung des tellurischen Feldes anzunehmen ist. Die Entzerrung wird über eine Parallelverschiebung der ρ^*-z^* -Kurven des Sollings durchgeführt. Dies ist möglich, da $\rho^* \sim \rho_a$ und $z^* \sim \sqrt{\rho_a}$ ($\rho_a = \text{CAGNIARD-Widerstand}$) ist. Vorausgesetzt wird an dieser Stelle, daß nur die Sollingstationen durch oberflächennahe laterale Leitfähigkeitskontraste verzerrt sind und daß der gute Leiter, der von diesen Leitfähigkeitskontrasten mindestens durch eine schlecht-leitende Zwischenschicht getrennt ist, im Meßgebiet in der gleichen Tiefe liegt.

Dieses Verfahren, das in Abb.5 skizziert ist, liefert für die $Z_{y,x}$ -Komponente Verzerrungsfaktoren von 3.0 für die Station SCH und 3.7 für die Station FUE. Für die B-Polarisation ist eine Entzerrung seiner Art nicht möglich.

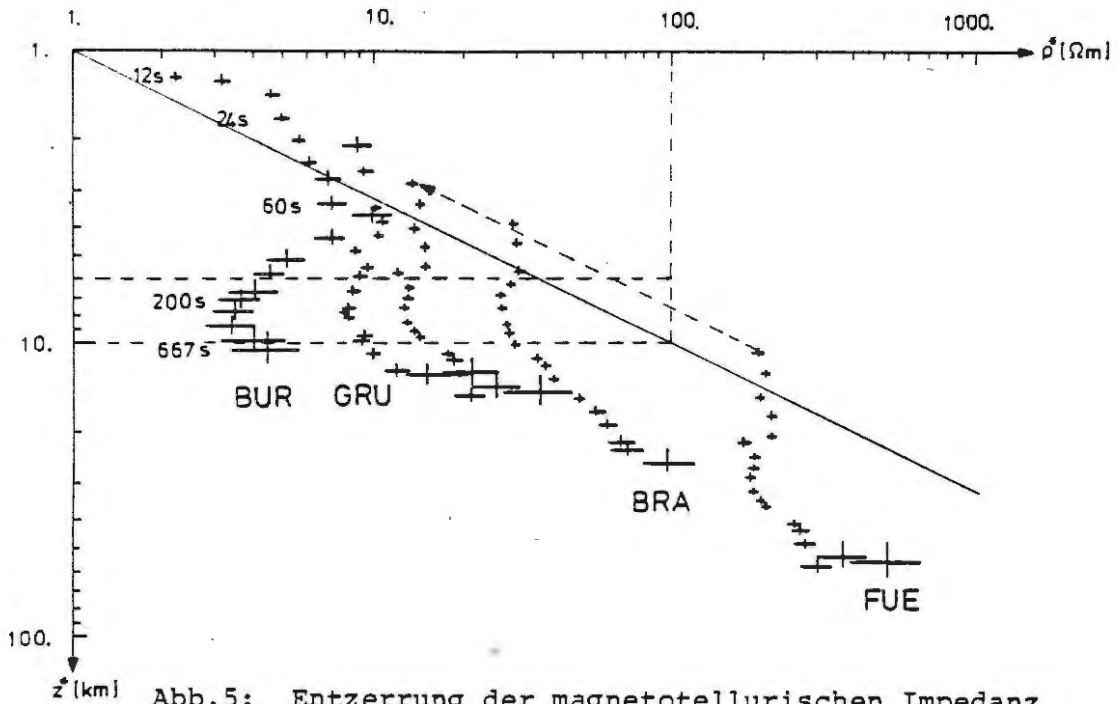


Abb.5: Entzerrung der magnetotellurischen Impedanz der E-Polarisation anhand der ρ^* - z^* -Kurven am Beispiel der Station FUE. Die Verschiebung im ρ^* - z^* -Diagramm entlang der eingezeichneten Geraden bewirkt nur eine Änderung der Amplitude.

Die 1-D-Inversionsmodelle aller Stationen, die mit dem ψ -Algorithmus (SCHMUCKER, 1974) für die entzerrten Impedanzen berechnet worden sind, bestätigen die Ergebnisse des ρ^* - z^* -Verfahrens. Es bietet sich ein Vierschichtfall an, dessen beiden oberen Schichten etwa 6 km (außer bei BUR) mächtig sind. Die dritte Schicht stellt einen sehr guten Leiter in etwa 12-15 km Tiefe dar.

Ausgehend von den 1-D-Inversionsmodellen ist ein 2-D-Modell für die MT-Daten berechnet worden, bei dem die Schichtmächtigkeiten der oberen drei Schichten fest vorgegeben wurden. Die übrigen Schichtmächtigkeiten und die Schichtwiderstände sind derart variiert worden, daß sich eine bestmögliche Anpassung an die Daten ergeben hat. Dabei ergibt sich die untere Begrenzung der inhomogenen Schichtung aus numerischen Gründen. Die Schichtenfolge der homogenen Schichtung

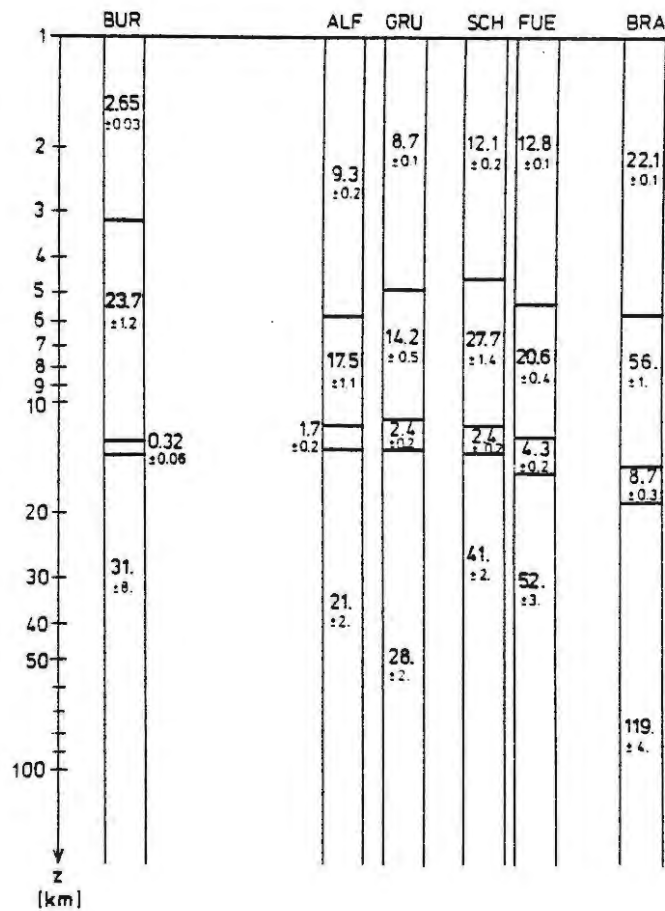


Abb. 6: 1-D-Inversionsmodelle für die entzerrten Impedanzen der E-Polarisation. Deutlich hebt sich ein guter Leiter in 12-15 km Tiefe hervor.

muß gefordert werden, um die Phasen wiedergeben zu können. Die Anpassung für Amplitude und Phase der magnetotellurischen Impedanz $Z_{y,x}$, ist zumindest für die mittleren Stationen des Profils gut gelungen. Bei den Randstationen BUR und BRA ergeben sich geringfügige Abweichungen (vgl. Abb. 8).

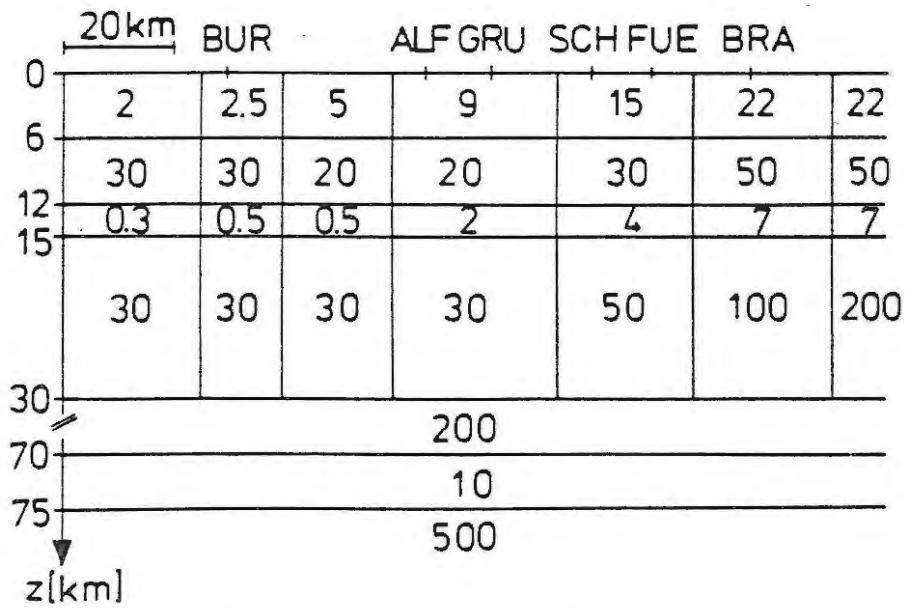


Abb.7: 2-D-Modell für die MT (Profilrichtung: NO-SW).

3) Ergebnisse der ETS

Die MT-Daten können durch ein 2-D-Modell gut interpretiert werden. Ist dies auch für die ETS-Daten möglich? Die ETS beschreibt ein Verfahren, bei dem magnetische Vertikal- oder Horizontalkomponenten auf ein Normalfeld (horizontales Magnetfeld der Bezugsstationen) bezogen werden:

$$\begin{pmatrix} H_a \\ D_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_H & h_D \\ d_H & d_D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_n \\ D_n \end{pmatrix}$$

$$H_a = H - H_n$$

$$D_a = D - D_n$$

$$z = \begin{pmatrix} z_H^l & z_D^l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H \\ D \end{pmatrix}$$

$$l = \text{lokal}$$

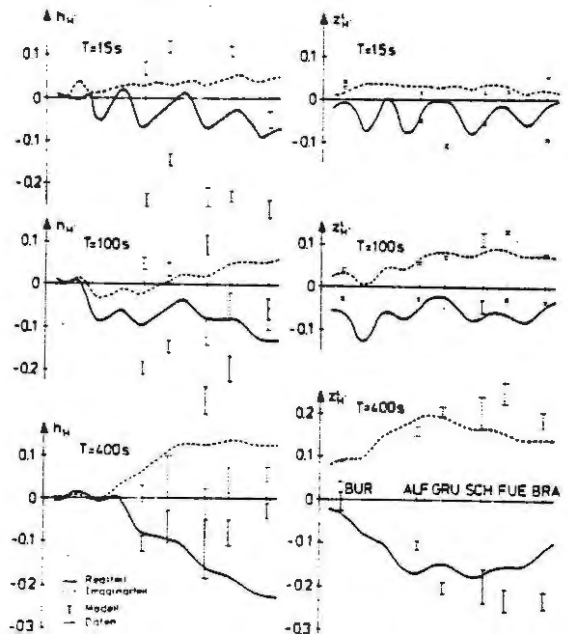


Abb.9: Vergleich der magnetischen Übertragungsfunktionen mit denen die sich aus dem MT-Modell ergeben.

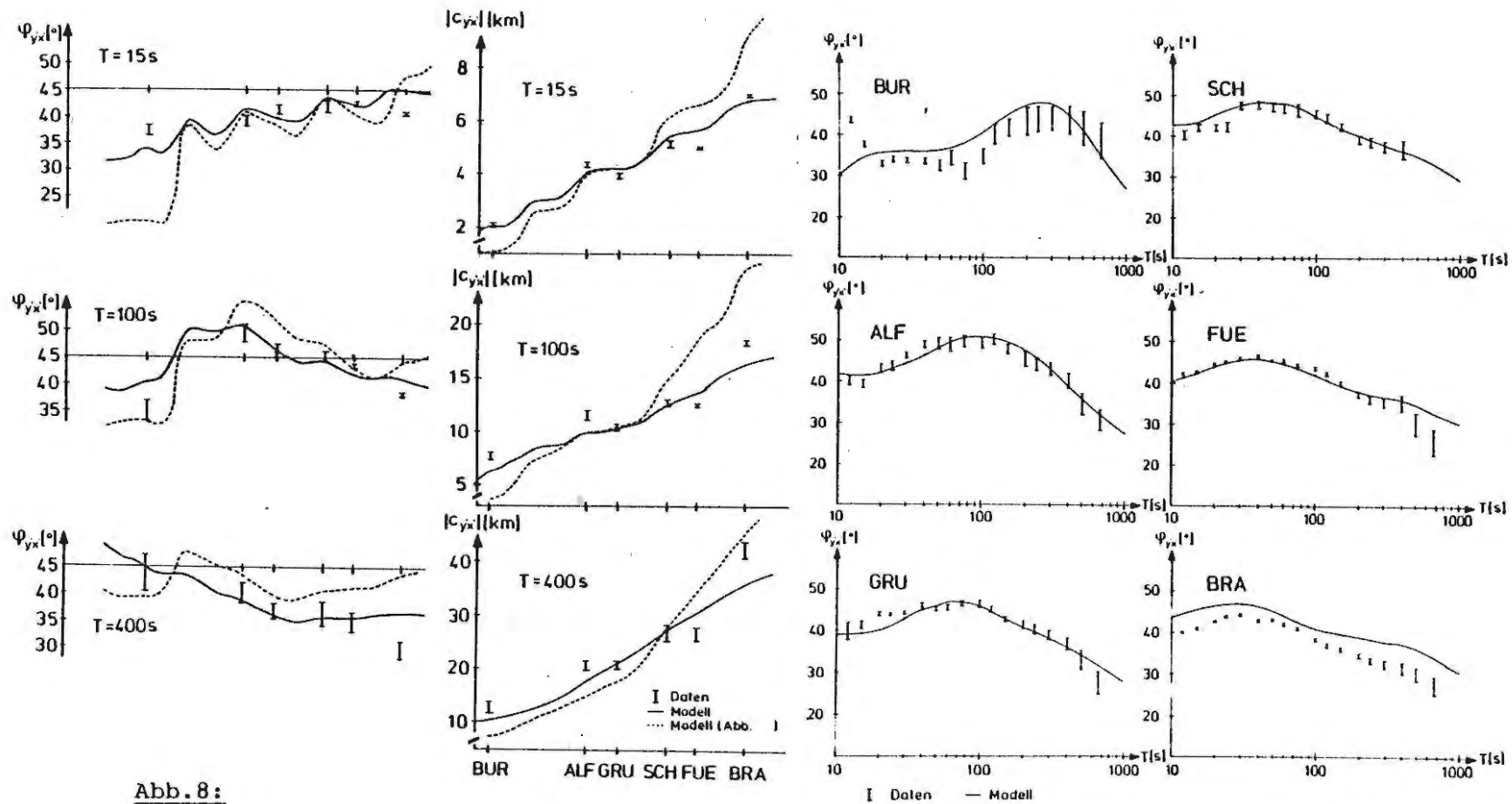
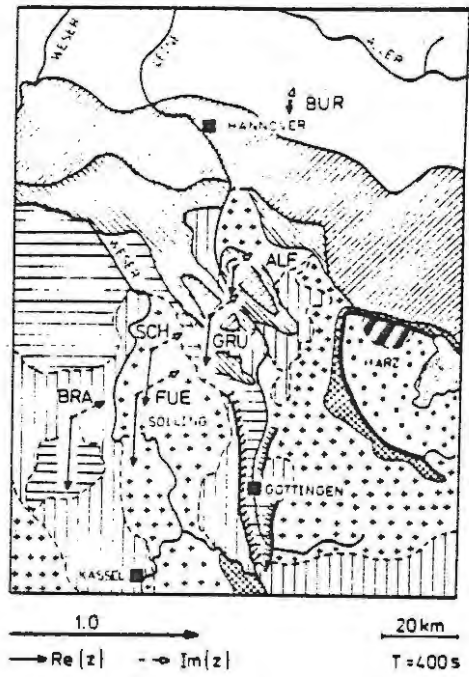
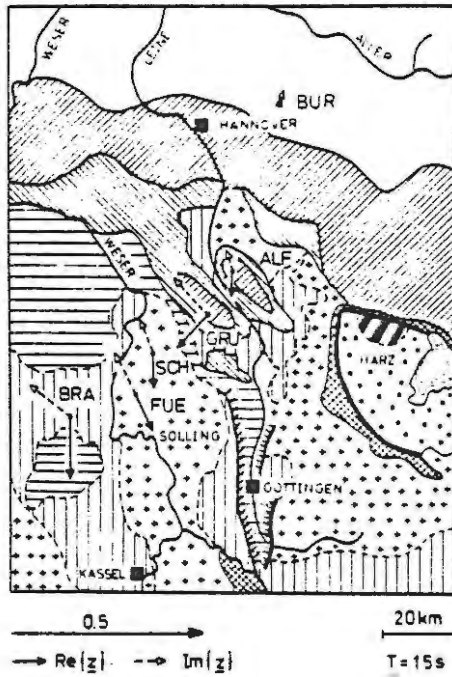
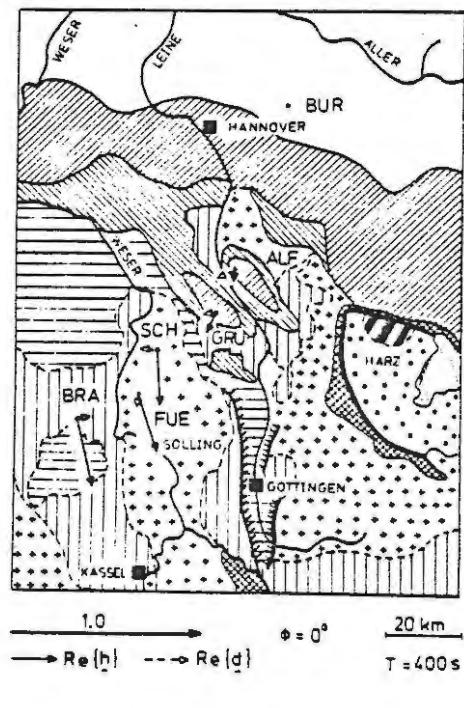
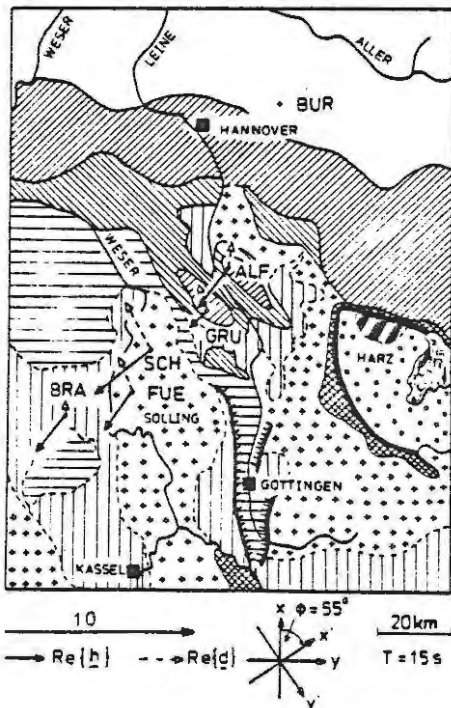


Abb. 8:

Vergleich von Modell- und Meßdaten der magnetotellurischen Impedanz. In der linken Bildhälfte sind die Phasen $\varphi_{y'x'}$ und die Amplituden $|C_{y'x'}|$ als Funktion des Ortes und in der rechten Bildhälfte ist $\varphi_{y'x'}$ als Funktion der Periode aufgetragen. Die gestrichelte Linie stellt die Impedanz dar, die sich aus dem ETS-Modell berechnet. (Abb.11).



Induktionspfeile : $\underline{z} = z_u \cdot \hat{x} + z_v \cdot \hat{y}$



Perturbationspfeile : $\underline{h} = h_u \cdot \hat{x} + h_v \cdot \hat{y}$
 $\underline{d} = d_u \cdot \hat{x} + d_v \cdot \hat{y}$

Abb.10: Induktions- und Perturbationspfeile am Beispiel zweier Perioden ($T = 15s$ und $T = 400s$).

Die Bezugsstation für die Horizontalkomponente ist die nördlichste Station BUR. Sie wurde ausgewählt, da bei ihr die Z-Komponente sehr klein ist. Das vertikale Magnetfeld wird auf das Horizontalfeld der gleichen Station bezogen.

Für das 2-D-Modell der MT sind die Übertragungsfunktionen h_H und z_H berechnet worden. Ein Vergleich mit den Daten h_H und z_H zeigt, daß die Übereinstimmung teilweise sehr schlecht ist (vgl. Abb.9). Es muß daher angenommen werden, daß das MT-Modell die Daten der ETS nicht erklären kann, daß also die angenommene einfache zweidimensionale Leitfähigkeitsstruktur des Meßgebietes die wirklichen Verhältnisse nicht befriedigend wiedergibt.

Die komplexen Übertragungsfunktionen lassen sich graphisch durch die rotationsinvarianten SCHMUCKER'schen Induktionspfeile darstellen. Zweidimensionale Leitfähigkeitsstrukturen können durch die Induktionspfeile offengelegt werden, da sie senkrecht zum Streichen dieser Strukturen stehen. Für die gegebenen Daten zeigen sie mehr oder weniger nach Süden. In Abb.10 sind sie für zwei Perioden in die geologische Karte eingezeichnet worden.

Die NW-SO-Streichrichtung der MT kann nicht bestätigt werden, allenfalls bei der Station GRU für $T = 15s$. Doch auch hier steht der Imaginärpfeil nicht senkrecht zu seiner Streichrichtung. Für lange Perioden, z.B. für $T = 400s$ ergibt sich ein sehr einheitliches Bild, die reellen Pfeile zeigen nach Süden, die imaginären nach Nordosten. Es ist daher anzunehmen, daß zumindest für längere Perioden ($T > 100s$) eine Leitfähigkeitsstruktur mit O-W-Streichrichtung vorliegt.

Die komplexen Übertragungsfunktionen des anomalen horizontalen Magnetfeldes werden durch die Perturbationspfeile \underline{h} und \underline{d} dargestellt. Liegt eine zweidimensionale Leitfähigkeitsstruktur vor, so läßt sich bei einer geeigneten Wahl des Koordinatensystems das anomale Magnetfeld durch einen Perturbationspfeil (\underline{h} oder \underline{d}) beschreiben, dieser steht dann senkrecht zur Streichrichtung. Sowohl in dem um $\phi = 55^\circ$ rotierten als auch in dem unrotierten Koordinatensystem bei kurzen

Perioden ($T < 100s$) wird das anomale Magnetfeld durch beide Pfeile dargestellt. Nur für längere Perioden ist hier \underline{d} gegenüber \underline{h} zu vernachlässigen. Auch hier zeigt \underline{h} nach Süden, so daß eine O-W-Streichrichtung für längere Perioden angenommen werden kann.

An die Daten der ETS (unrotierte Übertragungsfunktionen h_H und z_H^l) ist ein 2-D-Modell angepaßt worden, das die Realteile von h_H und z_H^l recht gut reproduziert. Die Imaginärteile und für $T < 100s$ auch der Realteil von h_H lassen sich mit diesem Modell nicht befriedigend wiedergeben.

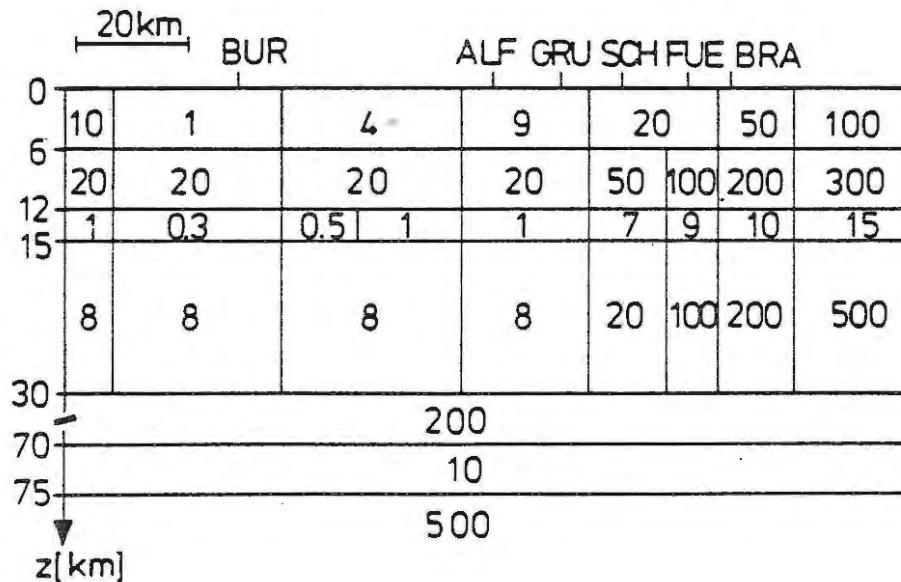


Abb.11: 2-D-Modell für die ETS (Profilrichtung: N-S).

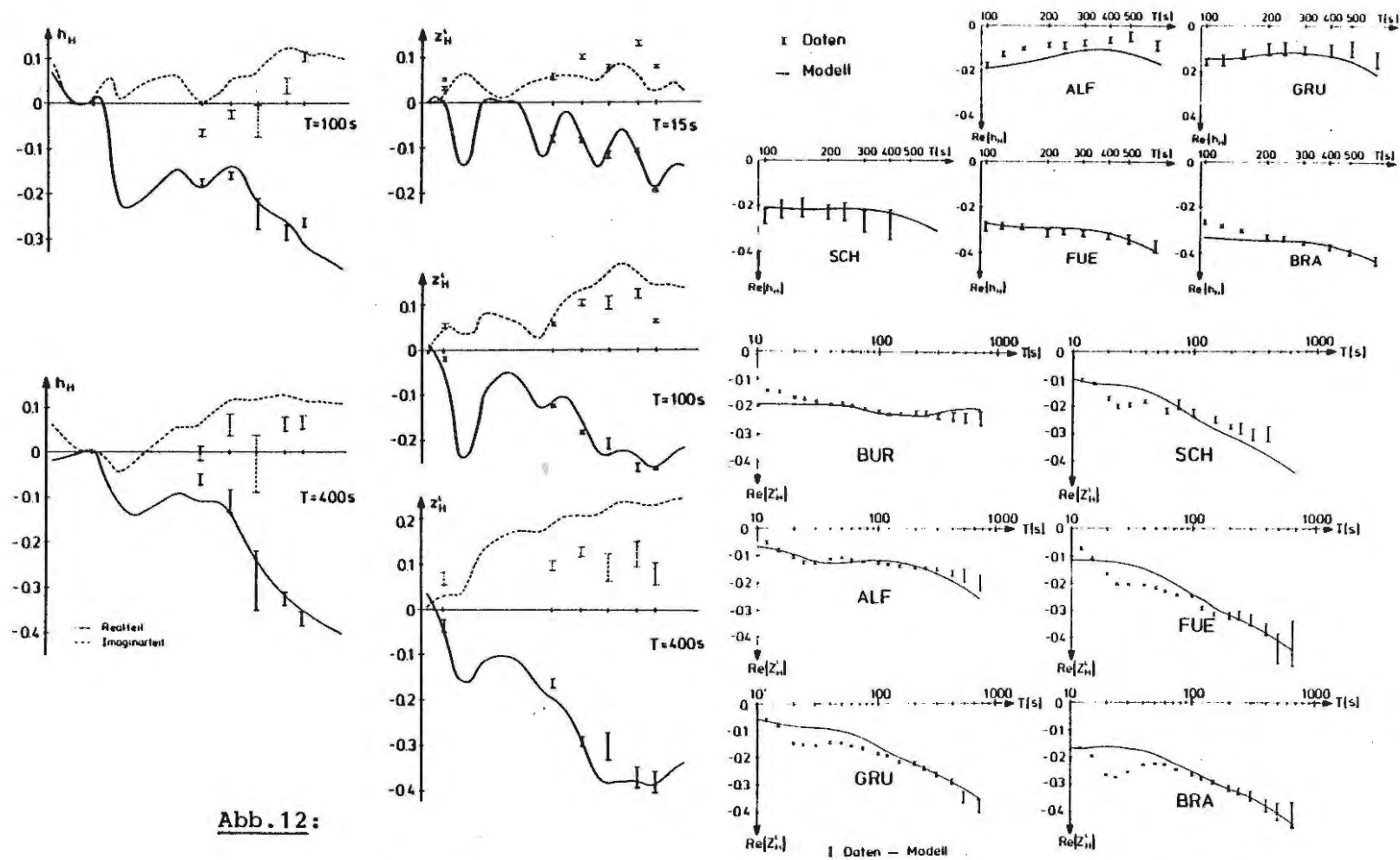


Abb. 12:

Vergleich der auf N-S-Profilrichtung projizierten unrotierten magnetischen Übertragungsfunktionen mit den Modelldaten. Links sind h_H , z_H als Funktion des Ortes und rechts als Funktion der Periode aufgetragen.

4) Zusammenfassung

Die Ergebnisse der MT erlauben es, das Meßgebiet als zweidimensional in einem um $\phi = 55^\circ$ rotierten Koordinatensystem mit NW-SO-Streichrichtung anzusehen. Amplitude und Phase der magnetotellurischen Impedanz lassen sich durch ein 2-D-Modell im Periodenbereich $12s \leq T \leq 667s$ gut reproduzieren. Dieses Modell erklärt die magnetischen Übertragungsfunktionen nicht befriedigend, so daß ein weiteres 2-D-Modell berechnet werden mußte. Das ETS-Modell kann die Realteile der unrotierten magnetischen Übertragungsfunktionen zumindest für den Periodenbereich $100s \leq T \leq 667s$ erklären.

Es liegt also nahe eine Überlagerung zweier Anomalien für das Meßgebiet anzunehmen, eine oberflächennahe, die vor allem die tellurischen Felder beeinflusst (MT-Modell) und eine tiefer liegende, die sich für Perioden $T \geq 100s$ in den magnetischen Feldern (ETS-Modell) widerspiegelt. Beide Modelle haben eine ähnliche Struktur, vier inhomogene Schichten mit - in der Regel - von Norden nach Süden zunehmenden spezifischen Widerständen und einen guten Leiter in 12 - 15 km Tiefe.

Ein Niveau-Unterschied auf beiden Seiten der Elfas-Achse im spezifischen Widerstand wird ebenso wie im Schwerfeld und statischen Magnetfeld beobachtet, jedoch sind weitere Niveau-Unterschiede an den Rändern des MT/ETS-Profiles teilweise noch größer. Ein direkter Vergleich der Widerstandsmodelle mit dem Dichte- und dem Magnetisierungsmodell ist nicht möglich. Zum einen kann der Tiefenbereich des Dichtemodells (bis 3 km) durch die Widerstandsmodelle nicht zufriedenstellend aufgelöst werden (erste Schicht = 6 km), zum anderen wird hier aus numerischen Gründen mit horizontalen Schichten gearbeitet, so daß die Aufwölbung des Kristallinen Grundgebirges in 10 - 12 km Tiefe unterhalb des Sollings (Magnetisierungsmodell) nicht modelliert werden konnte.

Literatur

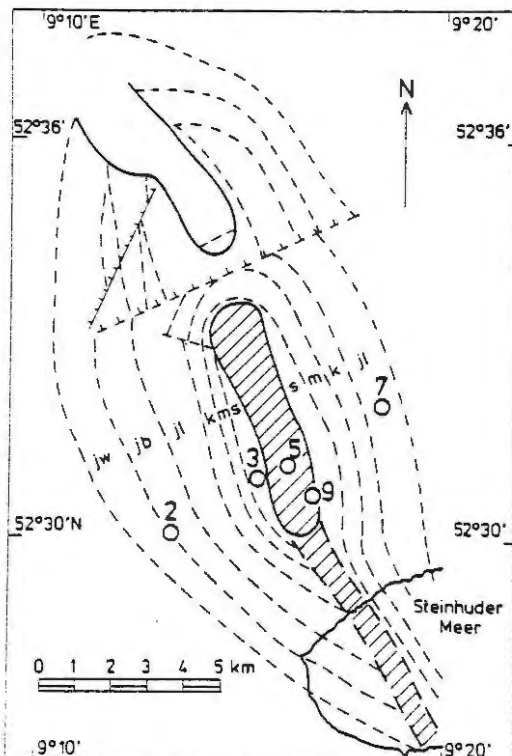
- HEMPFLING, R.: Beobachtung und Auswertung tagesperiodischer Variationen des erdelektrischen Feldes in der Umgebung von Göttingen. Diss. Math.-Nat. Fak., Univ. Göttingen, 1977
- RENNERT, K. : Untersuchung des Schwerfeldes an der Elfas-Achse (Weserbergland). Diplomarbeit, Inst. für Geophysik, Univ. Göttingen, 1982
- SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. Univ. of California Press, 1970
- SCHMUCKER, U.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit langperiodischen Variationen. ETS Kolloquium, Grafrath, 1974
- SCHMUCKER, U.: Neue Rechenmethoden zur Tiefensondierung. ETS Kolloquium, Rothenberge, 1971
- SWIFT, C.M. : A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Project report M.I.T., 1967
- WATERMANN, J. : Konstruktion eines Drei-Komponenten-Induktionsspulenmagnetometers für den Feldeinsatz und erste Vergleichsmessungen. Diplomarbeit, Inst. für Geophysik, Univ. Göttingen, 1976
- WENDORFF, L. : Ein erdmagnetisches Profil über die Elfas-Achse (Weserbergland) mit einer Anwendung der Schwarz-Christoffel-Transformation. Diplomarbeit, Inst. für Geophysik, Univ. Göttingen, 1984

E. STEVELING, B. FLUCHE

Test einer vertikalen Gradientensondierung in der Bohrung Mardorf

Nachdem vom Institut für Geophysik Göttingen in den letzten Jahren mit einigen Experimenten der vertikale Gradient des horizontalen magnetischen Variationsfeldes in Bergwerkschächten gemessen wurde und während des Kolloquiums in Neustadt 1982 über Ergebnisse entsprechender Modellrechnungen vorgetragen worden ist, soll hier nun über erstmalige Variationsmessungen in einem Bohrloch berichtet werden.

Durch Absprache innerhalb der Gruppe "Bohrlochmagnetometer" der ARGE2 des Kontinentalen Tiefbohrprogramms wurden uns von der BGR Hannover für die Experimente ein Bohrlochmagnetometer und die Bohrung Mardorf 9 am Steinhuder Meer (nordwestlich Hannover) samt Winde und Bohrlochkabel überlassen. Dadurch konnten diese ersten Testmessungen sehr kostengünstig durchgeführt werden, so daß trotz schwieriger geologischer Verhältnisse - die Bohrung ist über einem Salzstock abgeteuft - Mardorf eine gute Wahl war.



Die Ergebnisse der Gradientensondierung sollten mit magnetotellurischen Messungen verglichen werden. Deshalb wurden auf einem Profil etwa senkrecht zum Streichen des Salzstocks Husum (Abb.1) die gleichzeitig digital auf Kassetten registrierenden Stationen MA2, MA3, MA5, MA7 und MA9 eingerichtet. In der Zeit vom 14.3.-19.4.1985 wurde an allen Punkten

Abb.1: Salzstock Husum (aus Geol. LA Hannover, CLOSS 1946). Die mit 2-9 markierten Kreise geben die Lage der MT-Stationen MA2-MA9 an. Die Bohrung Mardorf 9 liegt 100-200 m südlich von MA9.

mit Induktionsmagnetometern und Tellurikverstärkern und vom 24.6. bis zum 22.8.1985 als langperiodische Ergänzung mit einem Fluxgatemagnetometer und Tellurikverstärkern bei MA2 gemessen.

Für den Vergleich ist es besonders wichtig, die Leitfähigkeit der oberflächennahen Schichten zu kennen. Das NLFb Hannover hat unser Vorhaben daher mit Geoelektrischen Tiefensondierungen (Auslagen bis zu 6,8 km Länge) unterstützt. Außerdem wurden an den Stationen MA2, MA5 und MA9 vom Institut für Geophysik der TU Berlin AMT-Messungen durchgeführt.

Nach dem in Göttingen üblichen Verfahren wurden aus den MT-Registrierungen gute gleichzeitige Einzeleffekte ausgewählt, analysiert und dann im Frequenzbereich Übertragungsfunktionen zwischen den Feldkomponenten bestimmt. Für den Vergleich zwischen den Stationen wurde MA2 als Normalstation angenommen, da MA2 außerhalb des Salzstocks liegt und die beste Datenqualität sowie den weitesten Periodenbereich aufweist.

Eine Rotation des Koordinatensystems in Vorzugsrichtungen nach dem SWIFT-Kriterium ergab die nahezu periodenunabhängigen Ergebnisse in Tabelle 1.

	MA2	MA3	MA5	MA7	MA9
α	45°	5°	-5°	40°	-5°

Tabelle 1: Rotationswinkel α (nach SWIFT) .

Es ist also nicht gelungen, für die 5 Stationen eine einheitliche Vorzugsrichtung zu finden. Dies wird auch in Abb.2 deutlich. Für die Darstellung von Perturbationspfeilen wurde das Koordinatensystem in die Streichrichtung des Salzstocks rotiert. Für eine durch den Salzstock verursachte zweidimensionale Anomalie hätte die oberste Zeile der Perturbationspfeile verschwinden müssen. Dagegen passen die Vektoren (h_D , d_D) recht gut zu der vermuteten Salzstockanomalie. An den Randstationen MA2 und MA7 ist das anomale D-Feld praktisch Null, an den drei anderen Stationen im unmittelbaren Bereich des schlechtleitenden Salzstockes wird d_D negativ und es gilt $|d_D| \gg |h_D|$. Von der Vertikalkomponente paßt

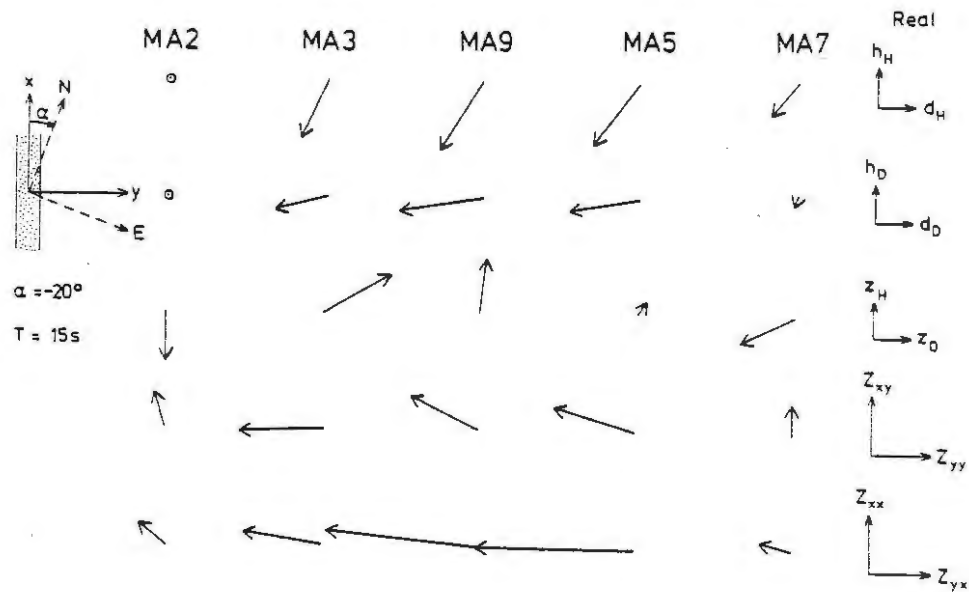


Abb.2: Realteil der Übertragungsfunktionen für die Periode $T = 15s$ als Perturbationspfeile (obere 3 Zeilen) bzw. tellurische Vektoren (untere 2 Zeilen) dargestellt. Die x-Richtung ist die Streichrichtung des Salzstocks und ist gegenüber Nord um 20° gedreht. Die in der rechten Spalte dargestellten Vergleichskomponenten sind für das Magnetfeld 0.1 Einheiten und für das tellurische Feld $2 \text{ mV}/(\text{nT} \cdot \text{km})$ lang.

nur der z_D -Anteil einigermaßen zu dieser Anomalie. Ebenso wie der große (h_H, d_H) -Vektor spricht auch die z_H -Komponente für eine deutliche Dreidimensionalität der Anomalie.

An Hand der tellurischen Vektoren ist eine starke Verzerrung des elektrischen Feldes zu vermuten. Zwar sind die elektrischen Felder, wie zu erwarten, über dem Salz am stärksten, doch stehen die Vektoren (z_{xy}, z_{yy}) und (z_{xx}, z_{yx}) nicht senkrecht aufeinander. Wiederum "richtig" ist der Befund $|z_{yx}| \gg |z_{xx}|$.

Aus den Messungen an den beiden Randstationen MA2 und MA7 läßt sich am ehesten ein für das Meßgebiet typisches eindimensionales Widerstandsmodell ableiten. Auf die nach Tabelle 1 rotierten Daten wurde SCHMUCKER's ψ -Algorithmus angewandt und 4-, 5- und 6-Schichtmodelle gewonnen. Als Beispiel ist der Verlauf der integrierten Leitfähigkeit von 4-Schichtmodellen rechts in Abb.3 wiedergegeben. In dieser Darstellungsart weichen die Modelle mit höherer Schichtenzahl kaum von den 4-Schichtmodellen ab.

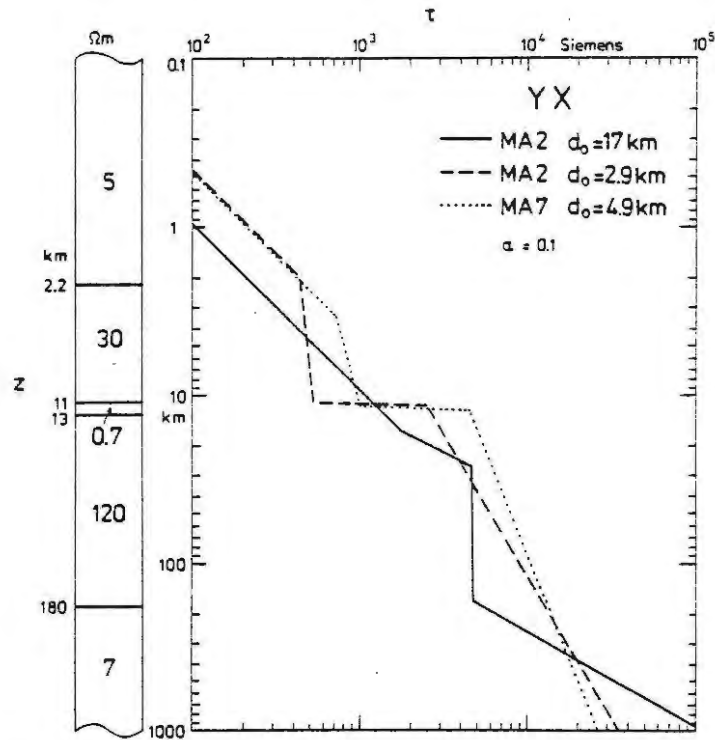


Abb.3: Aus Registrierungen in MA2 und MA7 mit dem ψ -Algorithmus bestimmte eindimensionale Widerstandsverteilung. Der Glättungsparameter ist $\alpha = 0.1$, d_0 sind die Schichtparameter. Rechts ist als Funktion der Tiefe z die integrierte Leitfähigkeit τ ab der Oberfläche dargestellt.

Die Steigung der Kurven ist hier ein Maß für den spez. Widerstand. Die Widerstandssäule links ist ungefähr als Mittelwert der Kurven für MA2 und MA7 anzusehen. Entsprechend der beiden Minima bei $d_0 = 2.9\text{ km}$ und $d_0 = 17\text{ km}$ gibt es für MA2 zwei Modelle. Im ersten wird der obere Bereich besser aufgelöst, im zweiten der untere. Entsprechend zugeordnet sind die beiden guten Leiter von 11-13 km und ab 180 km Tiefe.

Abb.4 ist ein Versuch, Ergebnisse der MT-, AMT- und GTS-Messungen zusammenzustellen. Das ganz links angegebene Widerstandsmodell soll für die Bohrlochlokation bei MA9 gelten. Der Widerstandsbereich von der Erdoberfläche bis zum Salz (1000 Ωm) ist das Ergebnis einer Geoelektrik-Sondierung längs des Salzstocks. Der nach unten anschließende Bereich ist ab 2.2 km Tiefe identisch mit dem Modell in Abb.3, stammt also von MT-Messungen. Für das Gesamtmodell wurde die als fette Kurve dargestellte $\rho^*(z^*)$ -Kurve berechnet.

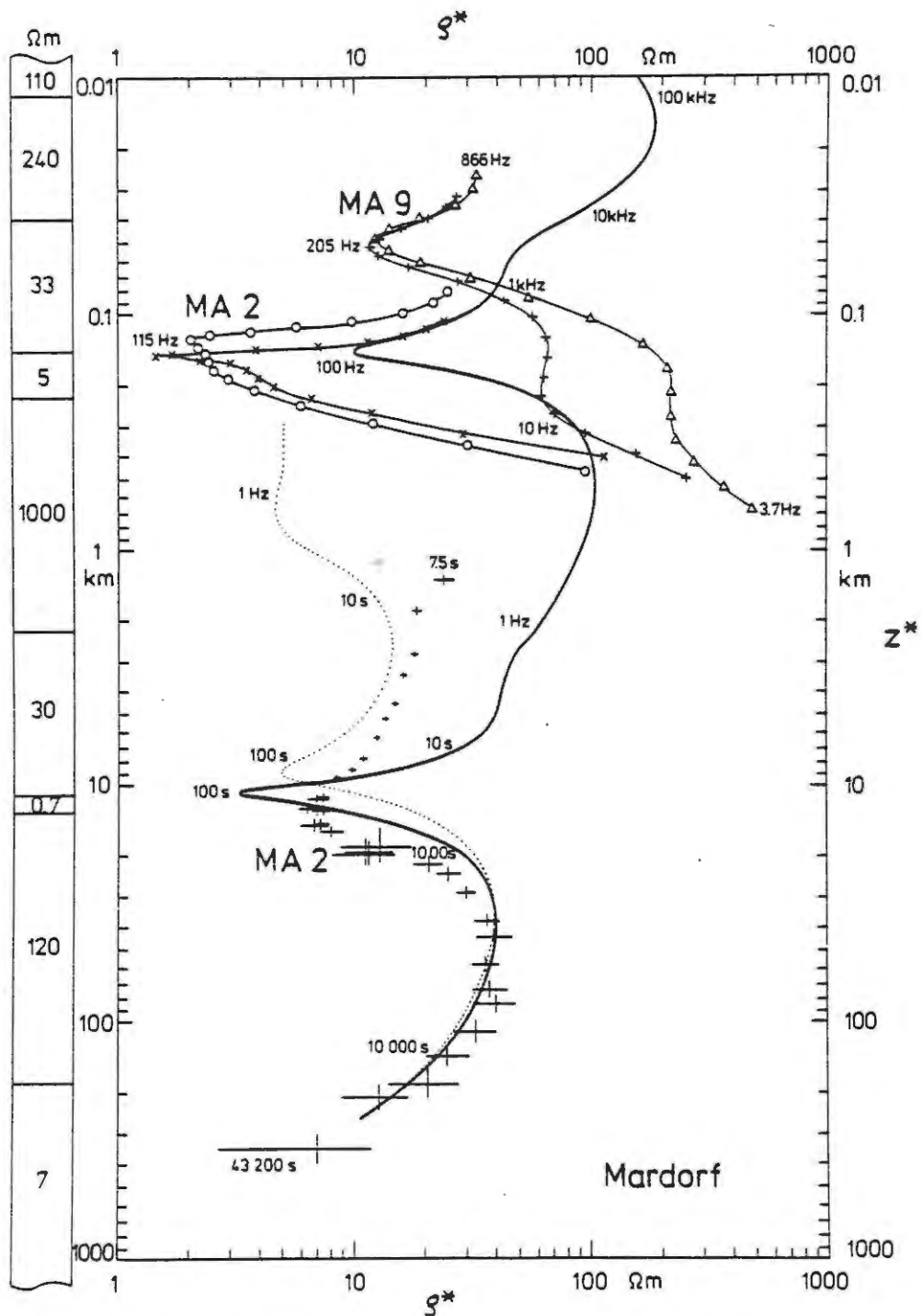


Abb.4: Gemeinsames Modell aus Messungen der Magnetotellurik, Audiomagnetotellurik und Geoelektrischen Tiefensondierung abgeleitet. Die fette Kurve ist die aus dem links angegebenen Widerstandsmodell berechnete $\rho^*(z^*)$ -Verteilung. Im oberen Drittel sind für beide Polarisierungen Bostick-Transformationen von AMT-Messungen in MA2 und MA9 angegeben. Die Fehlerkreuze in der unteren Hälfte sind MT-Messungen der um 45° rotierten YX-Komponente von MA2. Die gestrichelte Kurve gehört zum Widerstandsmodell der Abb.3 .

Im oberen Bilddrittel kann man beurteilen, ob AMT und GTS zu ähnlichen Ergebnissen kommen. Die durchgezogenen Kurven für den Frequenzbereich 3.7 - 866 Hz sind Bostick-Transformationen der AMT-Messungen in MA2 und MA9. Mit x bzw. + sind die xy-, mit 0 bzw. Δ die yx-Elemente markiert. Die Kurven von MA2 treffen die Tiefe des guten Leiters sehr gut, doch liegt MA2 ca. 4 km westlich der Bohrung. MA9 liegt an der Bohrung; hier wird der gute Leiter mit dem richtigen Widerstand, aber in geringerer Tiefe gesehen. Möglicherweise wird die Kurvenverschiebung durch eine Verzerrung des tellurischen Feldes verursacht. Die AMT-Kurven von MA5 sind hier nicht dargestellt. Sie sind gegenüber MA2 und MA9 in größere Tiefen und zu höheren Widerständen verschoben. Ein guter Leiter ist dort nicht ganz so deutlich zu erkennen.

Die gestrichelte Kurve gehört zum Modell in Abb.3. Sie stimmt nicht sehr gut mit den unten im Bild durch Kreuze dargestellten MT-Messungen von MA2 überein, da das Modell eine Mittelung der Ergebnisse von MA2 und MA7 ist.

Die Lage des Meßprofils senkrecht zum Streichen einer Anomalie legt es nahe, die Daten auch mit einer zweidimensionalen Modellrechnung zu interpretieren. Benutzt wurde dazu ein neu entwickeltes Programmpaket für inhomogene Schichten von SCHMUCKER (siehe Beitrag in diesem Protokoll).

Grundlage des Modells ist das Inversions-Modell aus Abb.3. Dorthinein wurde als symmetrische Aufwölbung der schlechtleitende Salzstock gelegt (Abb.5). In vielen Versuchen wurden die Breite der Aufwölbung und der Deckschichtwiderstand solange variiert, bis die Übertragungsfunktionen d_D , C_{xy} und C_{yx} im Periodenbereich 9.4 - 150s mit den gemessenen möglichst gut übereinstimmten. Im Rahmen der Möglichkeiten kann die Anpassung als gelungen angesehen werden. Eine weitere Verfeinerung des Modells ist nicht sinnvoll, da wir in Abb.2 gesehen hatten, daß eigentlich eine 3D-Interpretation nötig wäre. Wohl aus diesem Grunde ist die hier nicht gezeigte Anpassung der anomalen Vertikalkomponente weniger gut gelungen.

Das Modell zeigt über dem hochohmigen Salz (1000 Ω m) eine 200 m mächtige gutleitende Deckschicht mit 10 Ω m spez. Widerstand, d.h. einer integrierten Leitfähigkeit von 20 S.

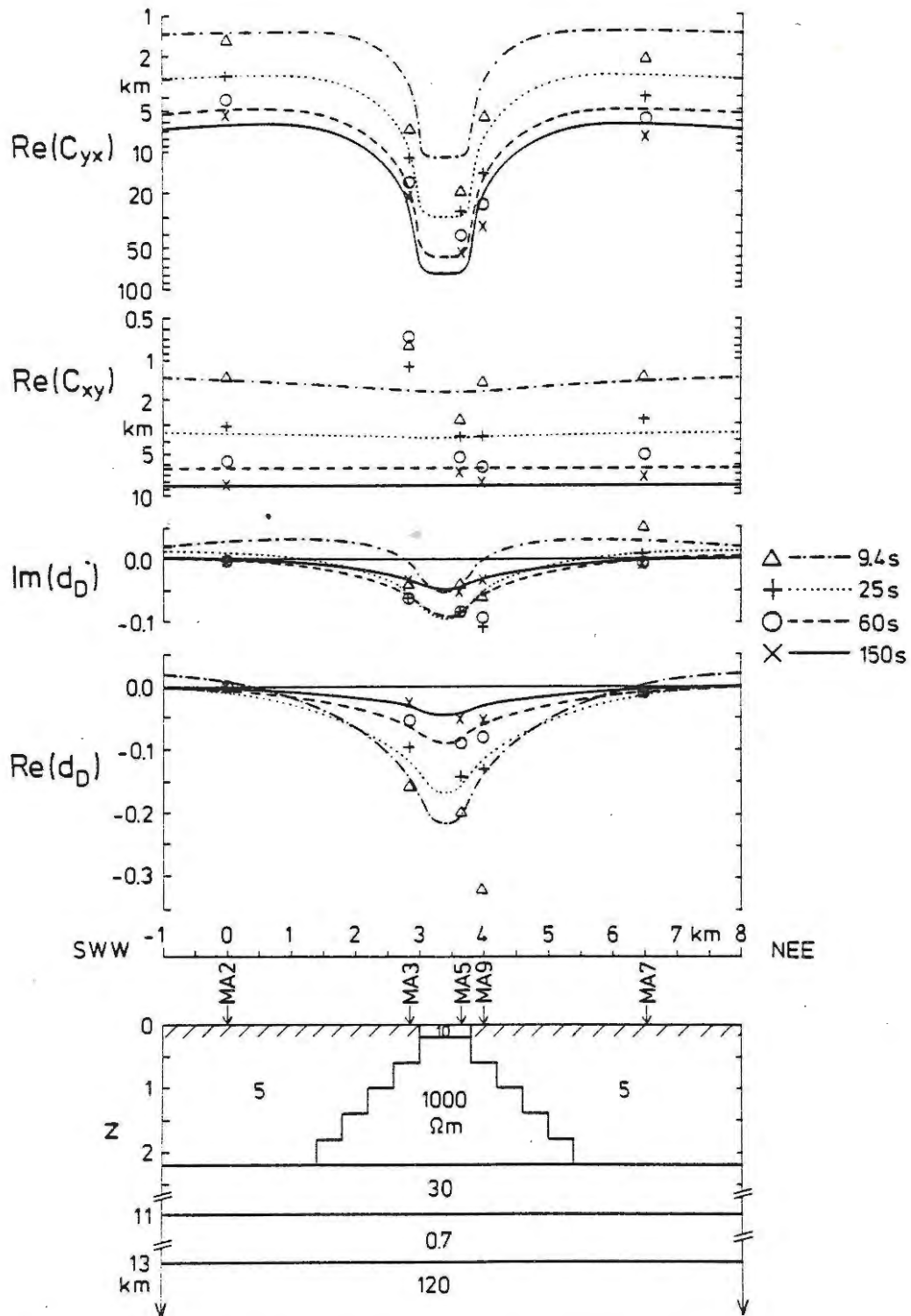


Abb.5: 2D-Widerstandsmodell des Salzstocks Husum. Für 4 Perioden von 9.4s bis 150s werden gemessene Übertragungsfunktionen (mit Symbolen markierte Punkte) mit aus dem Modell berechneten (Linien) verglichen.

Die Geoelektrische Tiefensondierung (vgl. Abb.5) ergab eine integrierte Leitfähigkeit von 19.4 S, also eine gute Übereinstimmung. Außerdem passen die integrierten Leitfähigkeiten der normalen Deckschicht bis in 2.2 km Tiefe und des guten Leiters in 11-13 km Tiefe gut zu Ergebnissen eines Magnetotellurik-Profiles südlich des Steinhuder Meeres von LOSECKE und KNÖDEL.

Soviel zu den begleitenden Messungen zur Erkundung der elektrischen Leitfähigkeit in der Umgebung des Bohrlochs. Das benutzte Bohrlochmagnetometer der BGR enthält u.a. ein triaxiales Fluxgatemagnetometer der Firma Förster mit einer Auflösung von 1.5 nT, einen Kreisel zur Messung des Azimuts und 2 Neigungsmesser. Die Meßdaten dieser Komponenten können über das Bohrlochkabel digital abgefragt werden. Als Vergleichsinstrument an der Erdoberfläche wurde ein EDA-Fluxgatemagnetometer benutzt. Zur gleichzeitigen Aufzeichnung der Bohrlochmagnetometer- und der Oberflächenmagnetometer-Daten ist von uns unter Benutzung eines digitalen 7-Spur Magnetbandgerätes eine mikroprozessorgesteuerte Registrierapparatur gebaut worden.

Am 8.7.1985 begann das Experiment zur vertikalen Gradientensondierung. Das Bohrlochmagnetometer wurde auf 350 m Teufe abgesenkt, legte sich dort wegen einer Neigung der Bohrung an die Bohrlochwand und blieb während der gesamten kontinuierlichen Meßzeit von 46 Stunden in dieser Lage. Das Salz wurde bei Mardorf 9 in 205 m Tiefe erbohrt. Nur die oberen 242 m der Bohrung sind verrohrt. Das Magnetometer befand sich also unverrohrt im Salz.

Die 6 Kanäle des Bohrlochmagnetometers und die 4 Kanäle (einschließlich Temperatur) des Oberflächenmagnetometers wurden mit einer Taktrate von 6s aufgezeichnet. Der technische Ablauf verlief problemlos ohne Zwischenfälle. Wegen eines fehlenden Ersatzkreisels konnte eine ursprünglich geplante, deutlich längere Meßzeit nicht realisiert werden. Insbesondere fiel der wegen einer genauen Kalibrierung der Systeme vorgesehene Parallel-Lauf beider Magnetometer an der Erdoberfläche aus.

Während der Meßzeit war die erdmagnetische Aktivität recht gering. So gab es für die Datenanalyse nur 3 auswertbare Effekte. Das beste dieser Zeitintervalle ist in Abb.6 wiedergegeben. Für diese Darstellung wurden die Daten des Bohrlochmagnetometers mit Hilfe der mitregistrierten Lageinformation (Neigungsmesser und Kreisel) auf die üblichen H, D, Z-Richtungen transformiert. Ohne Analyse ist rein visuell die gute Übereinstimmung zwischen MA9 und MAB zunächst einmal erfreulich.

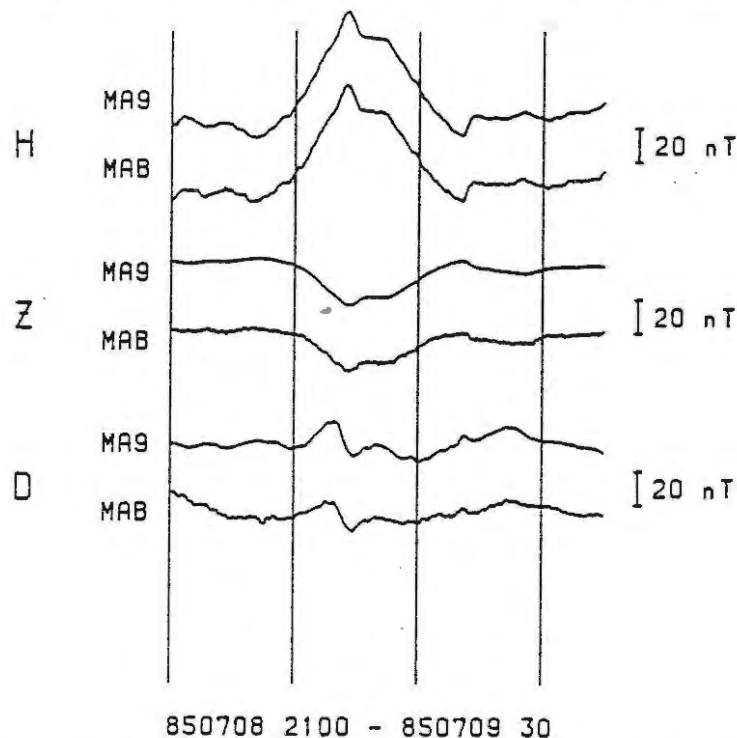


Abb.6: Gleichzeitige dreieinhalbstündige Registrierung von Variationen in einem Bohrloch (MAB) und darüber auf der Erdoberfläche (MA9).

Wegen der zu geringen Anzahl der Effekte kam nur eine mono- und bivariate Analyse im Zeitbereich in Frage. Die bivariaten Ergebnisse weichen nicht signifikant von den monovariaten ab. Im Mittel über die 3 Effekte ergibt die monovariante Rechnung:

$$H_u = 0.94 \cdot H_o \quad D_u = 0.49 \cdot D_o \quad Z_u = 0.90 \cdot Z_o \quad (u=\text{unten}, o=\text{oben})$$

Die verhältnismäßig starke Abschwächung der D-Komponente könnte darauf beruhen, daß die Orientierung des Bohrlochmagnetometers

nicht mit ausreichender Genauigkeit bekannt war. Mögliche Korrekturen lohnen sich aber nicht, denn es zeigt sich, daß der hier scheinbar beobachtete Skineffekt viel zu groß ist. Die ausgewerteten Effekte haben eine überwiegende Grundperiode von ca. 1 Stunde. Mit dem Modell der Abb.5 erhält man für diese Periode am Ort des Bohrlochmagnetometers nur eine Abschwächung im Promillebereich. Sicher nachweisbare Abschwächungen $>5\%$ erhält man erst für Perioden $<100s$.

Die beobachtete Abschwächung kann also nicht reell sein und ist vermutlich auf eine nicht ausreichend genaue Kenntnis der Skalenfaktoren der Magnetometer zurückzuführen. Variationsperioden $<100s$ mit ausreichenden Amplituden wären höchstens während eines magnetischen Sturms beobachtbar gewesen.

Obwohl wir also das Endziel unserer Messungen nicht erreicht haben, ermöglichen uns nun die gewonnenen Erkenntnisse den Bau eines speziell für die vertikale Gradientensondierung geeigneten Bohrlochmagnetometers. Damit soll dann das Bohrlochexperiment in Mardorf wiederholt werden.

Herrn Prof. Dr. Bosum danken wir für die Überlassung des Bohrlochmagnetometers, Herrn Dr. Thierbach für die Bereitstellung der Bohrung, Herrn Dr. Worzyk für die GTS-Ergebnisse, Herrn Brasse für die AMT-Messungen und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung des Vorhabens.

P. Worzyk, Hannover

"Eine geoelektrische Tiefensondierung auf dem Salzstock bei Mardorf/Steinhuder Meer"

Angeregt durch MT-Messungen, die vom Institut für Geophysik der Universität Göttingen unter Leitung von Herrn Dr. Staveling im Bereich des Mardorfer Salzstockes durchgeführt wurden, sollte eine geoelektrische Tiefensondierung genaueren Aufschluß darüber geben, welche elektrischen Widerstände die Sedimente über dem Salzstock aufweisen.

Die Anfangsbedingungen für eine geoelektrische Tiefensondierung waren aus der Bohrung Mardorf 9 (Abb. 1) bekannt; diese hatte etwa 150 m Sedimente und einen 50 m mächtigen Gipshut durchteuft, bevor sie bei etwa 205 m das Steinsalz erreichte. Danach sollte eine Meßkurve mit einer AB-Auslage von 1.000 m ausreichen, um die Sedimente und den Gipshut zu durchdringen und den Anstieg zum hochohmigen Steinsalz zu belegen. Die Platzierung des Meßpunktes wurde möglichst nahe der Bohrung Mardorf 9 vorgenommen, die Auslagerichtung konnte fast parallel der Salzstockachse gewählt werden (Abb. 1).

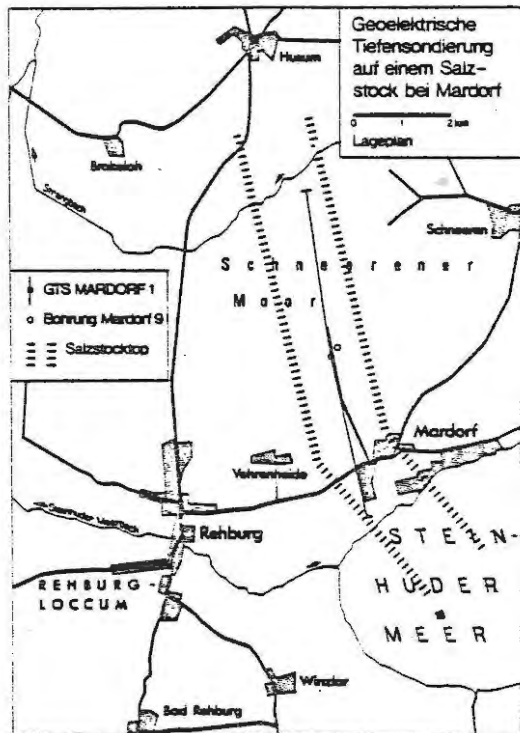


Abb. 1: Lage der geoelektrischen Tiefensondierung (GTS) im Bereich des Mardorfer Salzstockes

Die Meßkurve nahm bis $AB/2 = 600$ m den erwarteten Verlauf, obgleich der ab $AB/2 = 400$ m einsetzende Anstieg nicht so steil ausfiel, wie vermutet wurde (Abb. 2). Umso überraschender war dann der weitere Verlauf der Kurve: die gemessenen scheinbaren

Widerstände ρ_a nahmen mit zunehmender Elektrodenentfernung ab, obwohl die Aussagetiefe längst im Bereich des hochohmigen Salzes liegen sollte.

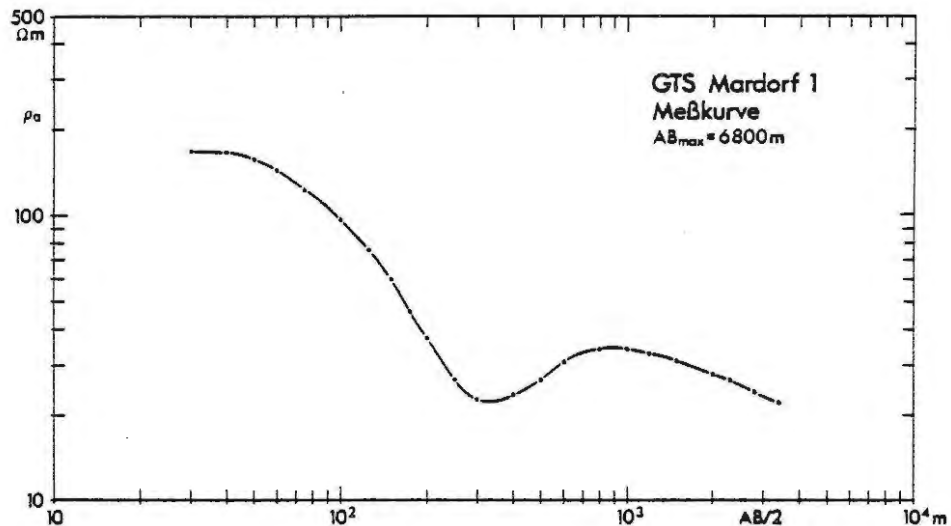


Abb. 2: GTS-Meßkurve Mardorf 1

Es lag nahe, daß aufgrund des geometrischen Verhältnisses von Salzstockbreite (PLAUMANN 1980) zu Elektrodenentfernung (1:5) die Meßkurve nicht mit einem eindimensionalen Modell interpretiert werden kann. Deshalb wurde in einem 2D-Modell der Salzstock zu einer rechteckigen Aufwölbung schematisiert, umgeben von Sedimenten mit einem mittleren Widerstand von 30 Ohm.m (Abb. 3). Eine gewisse Auslaugungszone mit dem niedrigen Widerstandswert $\rho_a = 6.5$ Ohm.m wird nicht nur auf dem Salzstock liegend (Gipshut), sondern auch an seinen Flanken gleichsam als Ummantelung angenommen. Der oberflächennahe Wert von 200 Ohm.m kennzeichnet eine etwa 40 m mächtige Deckschicht. Ab 3.000 m Teufe wird eine horizontal verlaufende Salzschieht mit dem gleichen spezifischen Widerstand von 3.000 Ohm.m wie im Salzstock selbst angenommen (LOSECKE 1972).

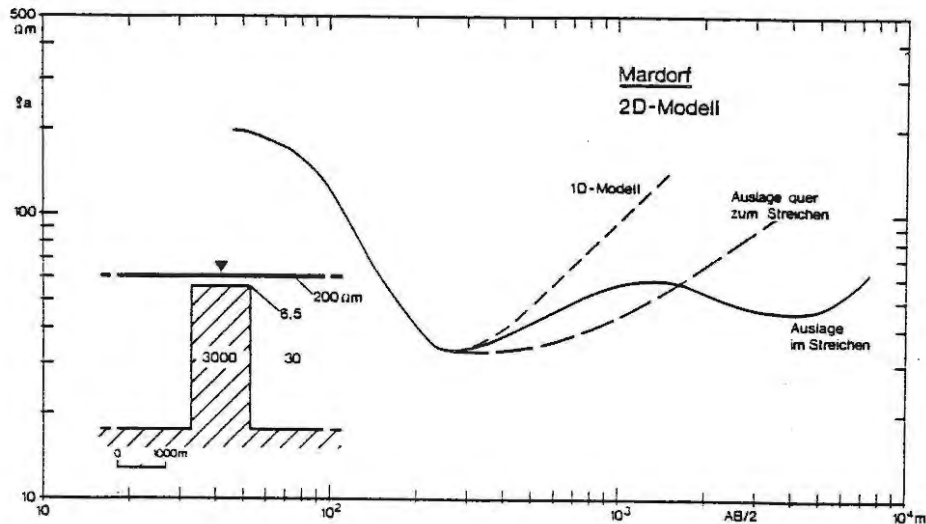


Abb. 3: 2D-Modell zur GTS Mardorf 1

Die Berechnung dieses Modells geschah mit Hilfe eines speziellen Diskretisierungsverfahrens (MUNDRY 1981) und ist in Abb. 3 graphisch dargestellt. Augenfällig für die Auslage im Streichen ist -- im Gegensatz zum 1D-Modell -- der weniger steile Anstieg und die Abnahme der Widerstandswerte bei größeren Elektrodenentfernungen. Die tiefliegende, horizontal verlaufende Salzschieht bedingt den zweiten Anstieg am Ende der Modellkurve.

Ermutigt durch diese zunächst qualitative Übereinstimmung zwischen der Meßkurve und der Modellkurve sind weitere GTS-Messungen östlich und westlich der jetzigen Meßstelle außerhalb der Salzaufwölbung geplant. Es ist anzunehmen, daß die den Salzstock umgebenden Sedimente nicht unbedingt -- wie hier in einem ersten Modell angenommen -- homogen sind, sondern sehr wahrscheinlich eine vertikale Widerstandsschichtung aufweisen.

Mit den aus diesen GTS-Messungen gewonnenen S_a -Werten können die Randbedingungen für Modellrechnungen so verbessert werden,

daß aus der Meßkurve nicht nur qualitative Schlüsse zu ziehen, sondern auch quantitative Parameter des Untergrundes zu bestimmen sind.

Schriften

LOSECKE, W.: Über die Ortung von Salzstöcken mit Hilfe der Magnetotellurik. - BGR, Arch.Nr. 7548, Hannover 1972.

MUNDRY, E.: Zweidimensionale geoelektrische Modelle. - NLFb, Arch.Nr. 91 170, Hannover 1981.

PLAUMANN, S.: Schweremessungen im Raum Mardorf (Steinhuder-Meer-Linie). - NLFb, Arch.Nr. 84 871, Hannover 1980.

A. Junge

"Zum Einfluß der M2-Tide der Nordsee auf das erdelektrische Feld in Nord- und Westdeutschland"

In diesem Beitrag soll ein kausaler Zusammenhang zwischen der M2-Tide der Nordsee und dem räumlichen Verhalten der entsprechenden zeitlichen Variation des tellurischen Feldes, das an sechs Meßstationen in Nord- und Westdeutschland beobachtet wurde, aufgezeigt werden. Der Nachweis erfordert für jede Station die Abspaltung desjenigen Anteils im erdelektrischen Feld, der durch zeitliche magnetische Variationen induziert wird, sowie die Berücksichtigung der Verzerrung des elektrischen Feldes durch kleinräumige oberflächennahe, laterale Leitfähigkeitsanomalien.

Theoretische Überlegungen

Schon Faraday (1832) erkannte, daß in strömendem Wasser elektromotorische Kräfte wirken, wenn die Bewegung geladener Teilchen magnetische Kraftflußlinien schneidet. Sie entsprechen einem senkrecht zur Teilchengeschwindigkeit \underline{v} und zur magnetischen Kraftflußdichte \underline{B} gerichteten elektrischen Feld $\underline{E} = \underline{v} \times \underline{B}$. Das strömende Medium besitze die Leitfähigkeit σ , dann gilt das OHM'sche Gesetz in der Form

$$\underline{j} = \sigma (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \quad (1)$$

wobei \underline{j} die elektrische Stromdichte darstellt. Unter stationären Verhältnissen läßt sich das elektrische Feld in Bereichen konstanter Leitfähigkeit durch das Potential ϕ ausdrücken (LONGUET-HIGGINS, 1949, Abs. 8)

$$\underline{E} = -\text{grad } \phi = \frac{1}{\sigma} \underline{j} - \underline{v} \times \underline{B} \quad (2)$$

Die Flüssigkeit sei inkompressibel, d.h. $\text{div } \underline{v} = 0$, und es gelte $\text{rot } \underline{B} = 0$. Dann ergibt die Divergenzbildung von Gl. (2)

$$\text{div grad } \phi = \underline{B} \text{ rot } \underline{v} \quad (3)$$

An der Grenzfläche zweier Medien unterschiedlicher Leitfähigkeit σ_1 und σ_2 gilt die Stetigkeitsbedingung für die

Normalkomponente der Stromdichte $\underline{j} \cdot \hat{n}$ mit \hat{n} als Einheitsvektor senkrecht zur Grenzfläche

$$\left[\frac{1}{\sigma} \underline{n} \cdot (\text{grad } \phi \underline{v} \times \underline{B}) \right]_1^2 = 0 \quad (4)$$

Die Gleichungen (3) und (4) stellen die Ausgangsgleichungen zur Berechnung des Potentials von elektrischen Feldern bei stationären Strömungen dar.

Für einen in y-Richtung unendlich langen Kanal elliptischen Querschnitts an der Oberfläche eines homogenen Halbraums gibt LONGUET-HIGGINS (1949) die Lösung für das elektrische Feld im Kanal und außerhalb an der Erdoberfläche an:

$$\text{im Kanal: } E_{x1} = \frac{-v_y B_z}{1 + \frac{\sigma_2 a}{\sigma_1 b}} = \text{konst.} \quad (5a)$$

$$\text{außerhalb: } E_{x2}(x) = \frac{v_y B_z a}{\left[1 + \frac{\sigma_2 a}{\sigma_1 b}\right] [a-b] \left[\left(\frac{x^2}{c^2} - 1\right) + \frac{x}{c} \sqrt{\frac{x^2}{c^2} - 1}\right]} \quad (5b)$$

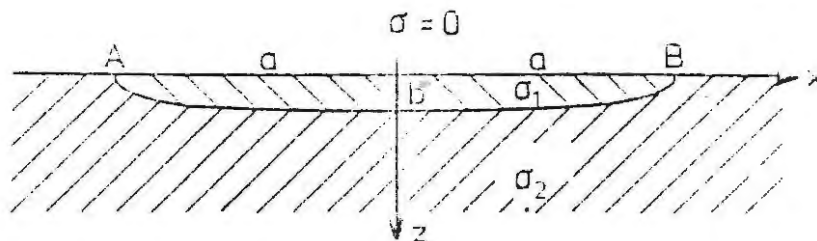


Abb.1: Zur Geometrie des Kanals

Das vertikale Magnetfeld B_z und die Strömungsgeschwindigkeit v_y seien konstant, σ_1 sei die Leitfähigkeit des strömenden Mediums und σ_2 die des Halbraumes. Der Koordinatenursprung befindet sich an der Oberfläche in der Kanalmitte. Mit den Zahlenwerten $a=50$ km, $b=50$ m, $\sigma_1=4$ S/m, $\sigma_2=0.004$ S/m, $v_y=0.5$ m/s und $B_z = 40\ 000$ nT, die in etwa für den Ärmelkanal zu Zeiten maximaler Gezeitenströmung zutreffen, berechnet sich das elektrische Feld im Kanal in $E_{x1} = -10$ mV/km und in 300 km Abstand von der Küste zu $E_{x2} = 0.1$ mV/km. Der Vorzeichenwechsel zwischen E_{x1} und E_{x2} entsteht durch die Wirkung von $\underline{v} \times \underline{B}$ in Gl.(2).

Den qualitativen Verlauf der elektrischen Stromlinien gibt der Vertikalschnitt in Abb.2 wieder. Die Ströme umfassen einen Tiefenbereich von der Größe der Kanalbreite, in dem die Leitfähigkeit mit der Tiefe stark abnimmt. Es ist deshalb zu erwarten, daß sich die Stromdichte im oberen Bereich des Halbraumes erhöht und deshalb E_{x2} größer als in Gl.(5b) ist. Die Gezeitenströmungen im Ärmelkanal und längs der deutschen Nordseeküste können näherungsweise durch eine von West nach Ost fortschreitende Welle beschrieben werden. Demnach ist die Geschwindigkeit v_y eine periodische Funktion des Ortes längs der y-Achse und der Zeit. Die Zeitabhängigkeit führt zu einer harmonischen Variation des erdelektrischen Feldes mit der halbmondentägigen Gezeitenperiode M2 ($T = 12.4206$ h). Der Einfluß der Selbstinduktion wird im Folgenden nicht berücksichtigt. Die Ortsabhängigkeit von v_y erzeugt eine im allgemeinen von Null verschiedene y-Komponente der Stromdichte j bzw. des tellurischen Feldes an der Erdoberfläche im Landesinnern (Abb.2).

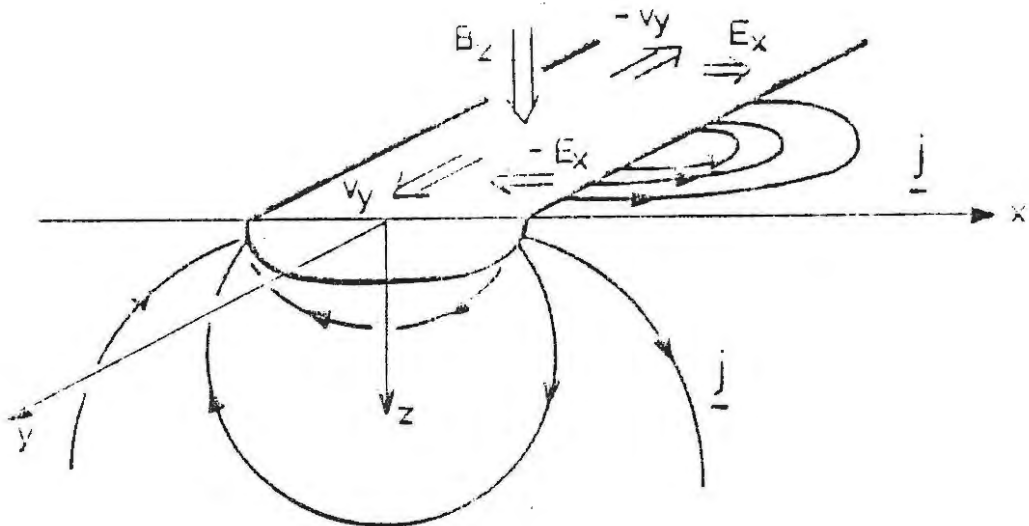


Abb.2: Schematischer Verlauf der Stromdichte j bei einer längs des Kanals fortschreitenden Wasserwelle. B_z ist die Vertikalkomponente des erdmagnetischen Hauptfeldes. E_x ist entgegengesetzt zur x-Komponente von $\underline{v} \times \underline{B}$ (Gl.(5a)).

Feldmessungen

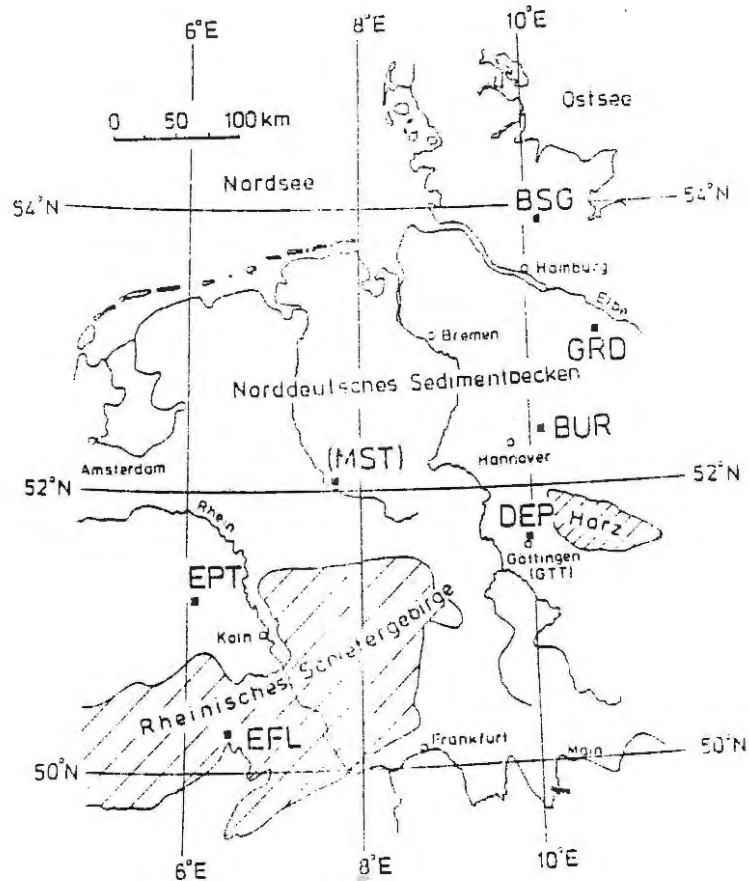


Abb.3: Lage der Meßstationen. Die Station MST ist eingeklammert, da die dort gemessenen Daten für eine Analyse nicht ausreichen.

Zur Auswertung lagen stündliche Mittelwerte zeitlicher Variationen des Nord-Süd- und Ost-West-gerichteten erdelektrischen Feldes aus den Jahren 1980/81 und 1984/85 an sechs Meßstationen vor. Vier Stationen befanden sich im Norddeutschen Sedimentbecken (BSG, GRD, BUR, EPT), eine etwas südlich davon bei Göttingen (DEP) und eine in der Schnee-Eifel im Rheinischen Schiefergebirge (EFL) (Abb.3). Die Registrierung des elektrischen Feldes erfolgte über rauscharme Ag-AgCl/KCl-Sonden (HEMPFLING, 1977) mit Auslagen von etwa 200 m. Die Länge der auswertbaren Zeitreihen variiert zwi-

schen 66 und 204 Tagen; mit einer Ausnahme betragen die Datenausfälle bei den einzelnen Aufzeichnungen weniger als 17%. Während der gesamten Meßdauer wurden zeitliche Variationen des erdmagnetischen Feldes in Göttingen registriert.

Gang der Analyse

In diesem Bericht werden die Auswerteverfahren nur schematisch dargestellt; eine ausführliche Beschreibung liefert JUNGE-TIERSCH (1986). Abb.4 zeigt die wesentlichen Schritte der Analyse, die für jede E-Feldstation getrennt nach dem selben Schema erfolgt.

Als Meßgrößen liegen stündliche Mittelwerte der horizontalen Komponenten E_x und E_y des erdelektrischen Feldes an jeder Station sowie der H- und D-Komponente (bzw. B_x und B_y) des erdmagnetischen Feldes in Göttingen vor. Möglichst lange lückenlos und simultan registrierte Zeitintervalle werden hochpaßgefiltert (Abschneidefrequenz $f_0 = 0.5$ cpd) und FOURIER-transformiert; im Frequenzbereich zwischen 0.5-8 cpd werden über einen linearen, bivariaten Ansatz Übertragungsfunktionen (Impedanztensoren) zwischen elektrischem und magnetischem Feld mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung geschätzt. Jede Übertragungsfunktion wird dabei im angegebenen Frequenzbereich durch eine Summe orthogonaler Polynome dargestellt, wobei die Orthogonalitätseigenschaft die Angabe eines frequenzabhängigen Vertrauensbereiches zur jeweiligen Übertragungsfunktion ermöglicht. Der magnetisch induzierte Anteil des beobachteten elektrischen Feldes kann damit im hier interessierenden Frequenzbereich aus den magnetischen Variationen vorhergesagt und subtrahiert werden.

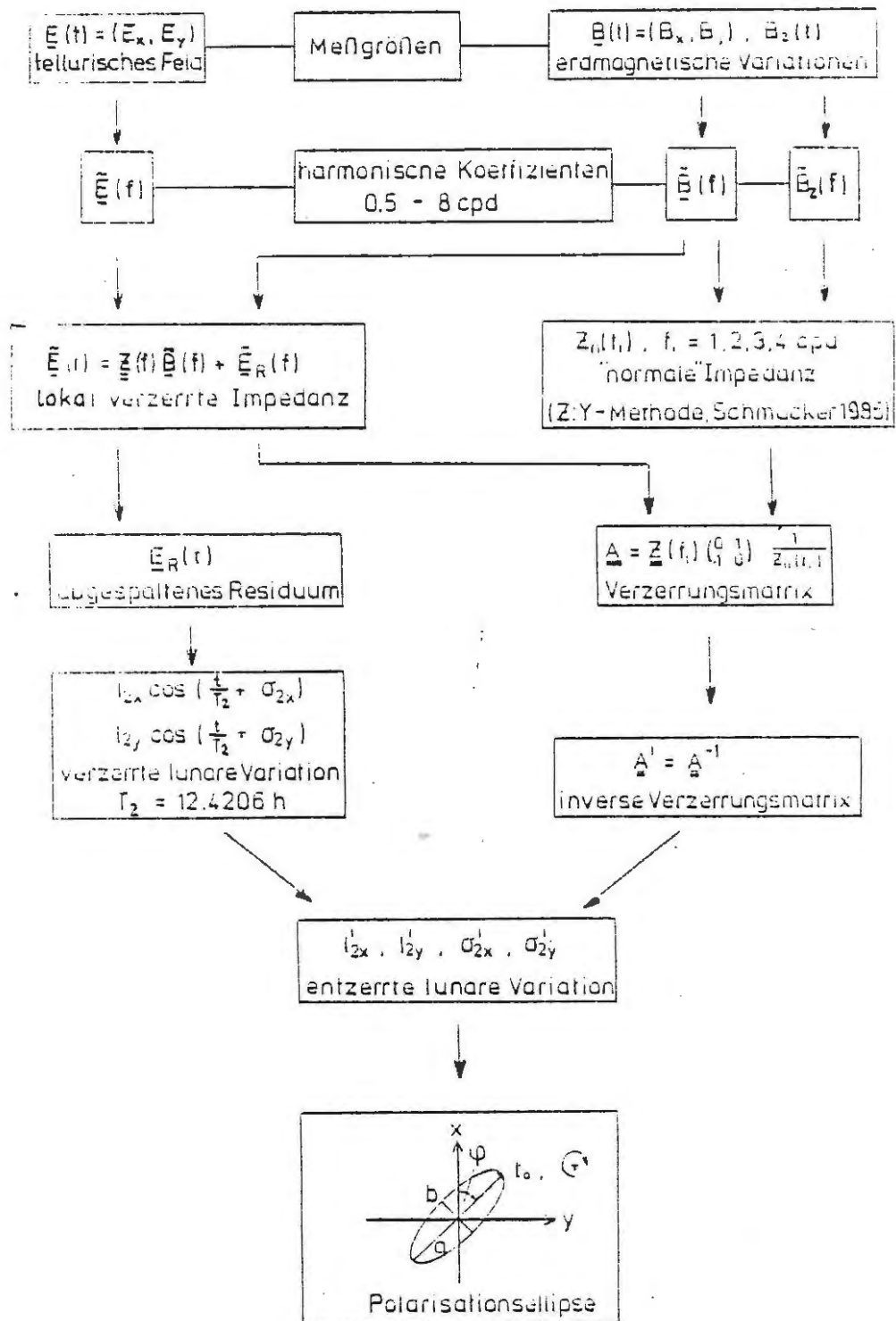


Abb. 4: Schematische Darstellung der Auswerteschritte

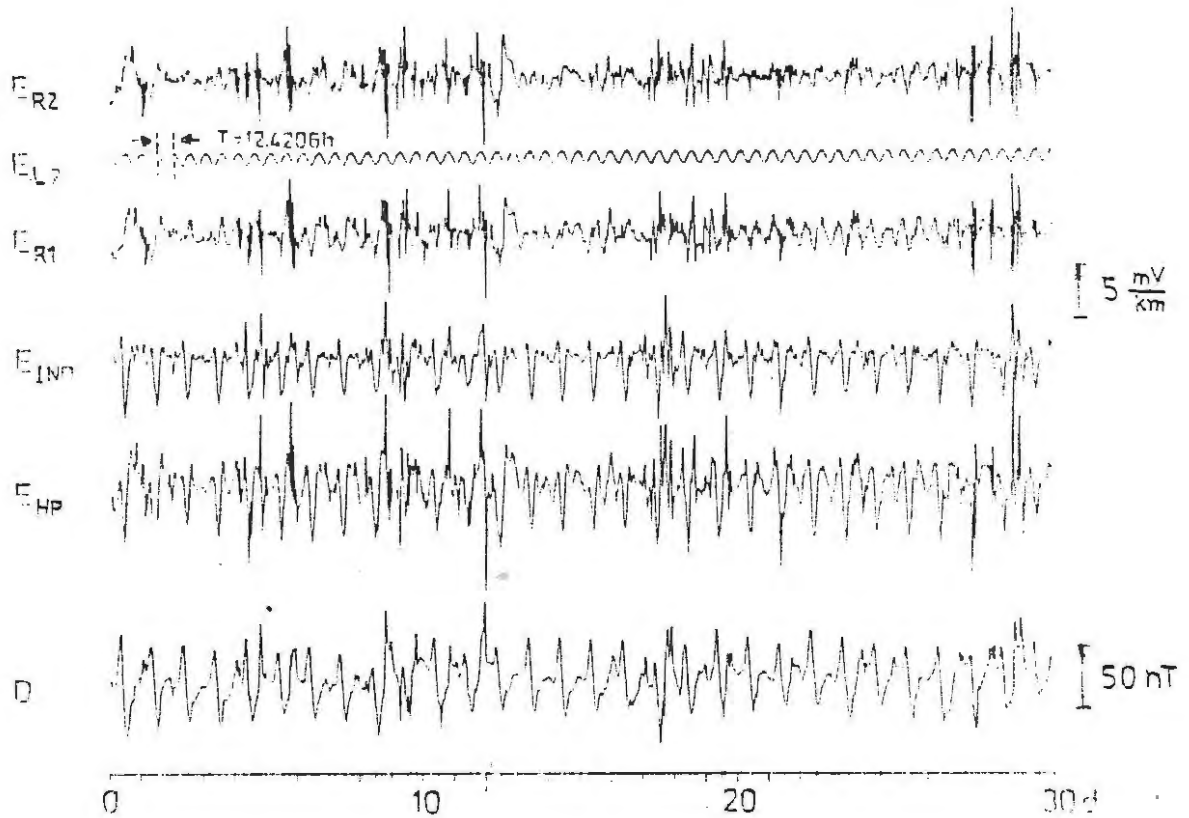


Abb.5: 30-tägiger Ausschnitt (14.10.80-12.11.80) aus der Registrierung der magnetischen D-Komponente von GTT und des elektrischen Nord-Süd-Feldes von DEP. E_{HP} ist hochpaßgefiltert ($T_o = 2$ Tage), E_{IND} der induzierte Anteil und E_{R1} das Residuum nach Abzug von E_{IND} . E_{L2} ist die aus dem Residuum berechnete, halbmondentägige Schwingung und E_{R2} die Differenz $E_{L1} - E_{L2}$.

Abb.5 illustriert die Vorgehensweise anhand eines 30-tägigen Ausschnitts der magnetischen D-Komponente in Göttingen (GTT) und des hochpaßgefilterten elektrischen Nord-Süd-Feldes E_{HP} an der Station DEP. Die täglichen Variationen treten deutlich hervor und werden zeitweilig von kurzperiodischen, magnetisch induzierten Schwingungen überlagert. Das aus den magnetischen Variationen berechnete elektrische Feld E_{IND} stimmt in seinen zeitlichen Variationen, besonders im täglichen Gang, sehr gut

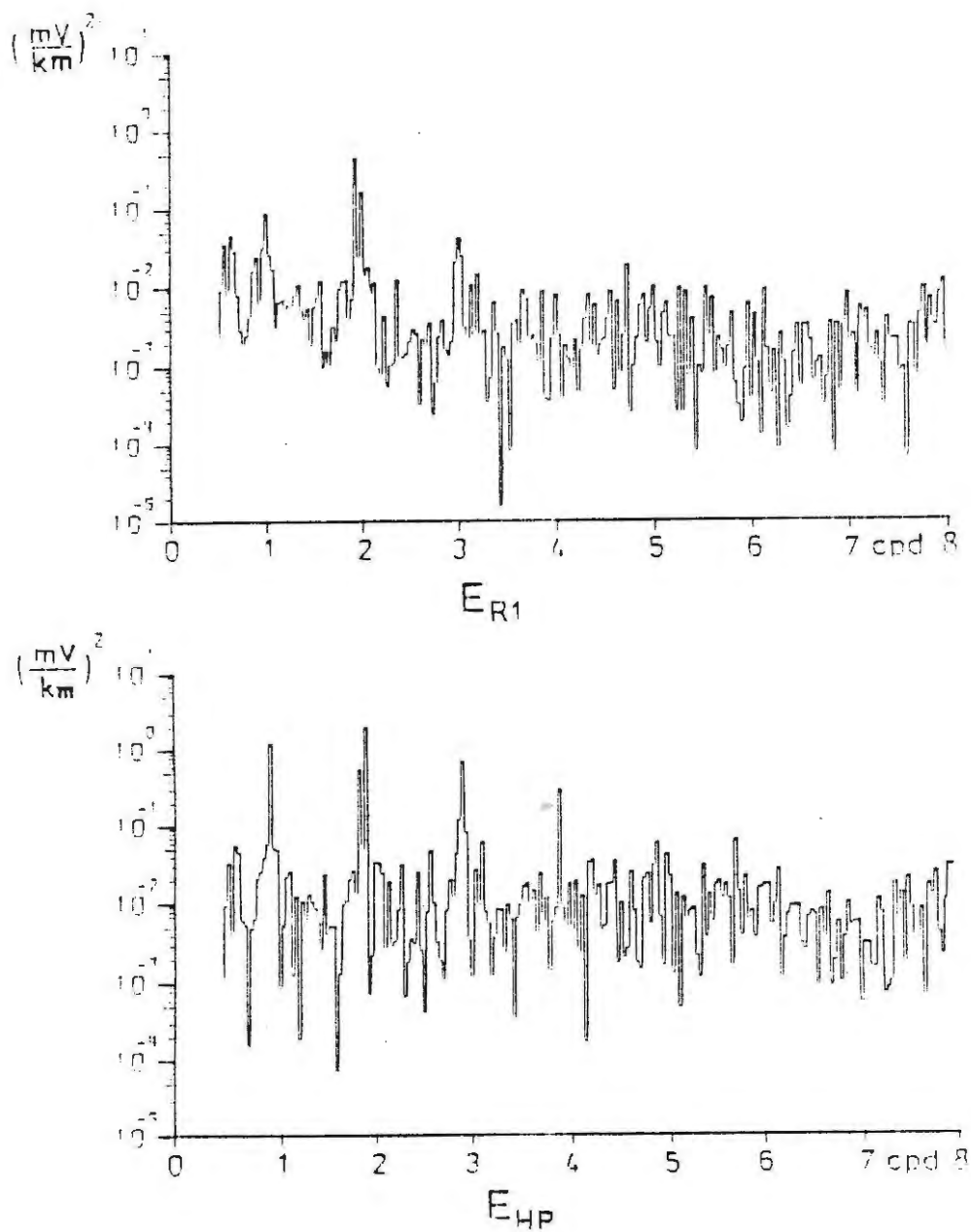


Abb.6: Quadratische Amplituden nach einer harmonischen Analyse der stündlichen Mittelwerte aus Abb.5 für den Frequenzbereich zwischen 0.5 und 8 cpd. Hochpaßgefiltertes (E_{HP}) und residuales (E_{R1}) Nord-Süd-elektrisches Feld bei DEP.

mit E_{HP} überein. Nach Abzug des induzierten E-Feldes weist das Residuum (E_{R1}) vor allem in den täglichen Variationen merklich geringere Amplituden auf. Diesen Eindruck bestätigt Abb.6, in der nach einer harmonischen Analyse der Zeitreihen von E_{HP} und E_{R1} aus Abb.5 die quadratischen Amplituden von 0.5 - 8 cpd aufgetragen sind. Das Spektrum von E_{HP} ist annähernd weiß und wird von den ersten vier Sq-Harmonischen um Größenordnungen übertroffen. Zusätzlich erscheint die 58. Harmonische der Grundperiode von der Größenordnung der Sq-Harmonischen. Das Niveau des Kontinuums im Spektrum von E_{R1} hat sich gegenüber dem von E_{HP} merklich verringert, jedoch konnten die ersten drei Sq-Harmonischen nicht vollständig beseitigt werden. Sie werden jedoch deutlich von der unverändert gebliebenen 58. Harmonischen überragt, die damit signifikant auf eine nicht durch magnetische Variationen induzierte periodische Schwingung im erdelektrischen Feld hinweist.

Als Ursache wird die halbmondentägige Variation des elektrischen Feldes, E_{L2} , mit $T = 12.4206$ h angenommen. Die CHAPMAN-MILLER-Methode (CHAPMAN and MILLER, 1940) eignet sich besonders gut zur Bestimmung von Amplitude und Phase, ℓ_2 und σ_2 , der lunaren Variation, da sie sich auf die stündlichen Mittelwerte von Einzeltagessegmenten beschränkt; Tage, an denen das jeweilige elektrische Feld künstlich gestört ist oder an denen starke magnetische Aktivität auftritt, werden nicht mit in die Analyse einbezogen. In Abb.5 ist die lunare Variation E_{L2} abgebildet, die aus E_{R1} berechnet wurde. E_{R2} entsteht aus der Differenz von E_{R1} und E_{L2} . An magnetisch ruhigen Tagen ist eine deutliche Reduktion der Amplituden zu beobachten.

Die Amplituden der lunaren Variation beider E-Feldkomponenten an den einzelnen Stationen sind in der Regel stark durch lokale Verzerrungen des erdelektrischen Feldes beeinflusst. Eine Möglichkeit zur Beseitigung dieses Einflusses zeigt die rechte Seite von Abb.4: Es wurde die Hypothese einer lokalen, frequenzunabhängigen Verzerrung (Gleichstromverzerrung) großräumiger, langperiodischer elektrischer Variationen für die ersten vier Sq-Harmonischen durch den

Vergleich der lokalen Impedanztensoren mit der aus der Z:Y-Methode gewonnenen unverzerrten (= "normalen") Impedanz für Mitteleuropa (SCHMUCKER, 1985) überprüft. Sie trifft näherungsweise für die solare und damit auch für die lunare halbtägige Variation zu und gestattet die Berechnung einer für jede Feldstation unterschiedlichen Verzerrungsmatrix \underline{A} . Mit Hilfe der inversen Verzerrungsmatrix \underline{A}' können von lokalen Verzerrungen unbeeinflusste Amplituden und Phasen der M2-Variation des tellurischen Feldes, λ'_{2x} , λ'_{2y} , σ'_{2x} , σ'_{2y} an jeder Station ermittelt werden. Sie werden zweckmäßigerweise in Form von Polarisationsellipsen dargestellt.

Ergebnisse

Das räumliche Verhalten und die Phase der entzerrten M2-Variation der beobachteten tellurischen Felder sind zusammen mit dem Strömungsbild der M2-Tide in der südlichen Nordsee in Abb.7 dargestellt. Die Ellipsen der tellurischen Felder sind mit Ausnahme von EFL zur Deutschen Bucht hin orientiert. Zwischen 1.4 und 2.4 Mondstunden nach dem Durchgang des Mondes durch den Greenwich-Meridian nimmt das E-Feld einen maximalen Wert an und zeigt von der Deutschen Bucht weg. Das elektrische Feld in EFL ist möglicherweise durch die exponierte Lage auf hochohmigem Untergrund (Abb.3) beeinflusst. Die maximalen Amplituden variieren zwischen 0.66 und 0.32 mV/km; sie entsprechen damit der theoretisch abgeschätzten Größenordnung der M2-Variation des elektrischen Feldes. Ein Zusammenhang mit der Entfernung zur Küste tritt jedoch nicht auf. Der Drehsinn verhält sich uneinheitlich, ist jedoch besonders bei den fast linear polarisierten Schwingungen (DEP, BUR, EPT) von untergeordneter Bedeutung.

Das zeitliche Verhalten und die Richtung der tellurischen Felder an den vier Stationen im Norddeutschen Sedimentbecken und bei DEP lassen als Ursache eine M2-periodische Stromquelle in der Deutschen Bucht vermuten, die durch die horizontale Wasserbewegung der Gezeitenströmung im vertikalen erdmagnetischen Hauptfeld entsteht. Es wurden deshalb zusätzlich

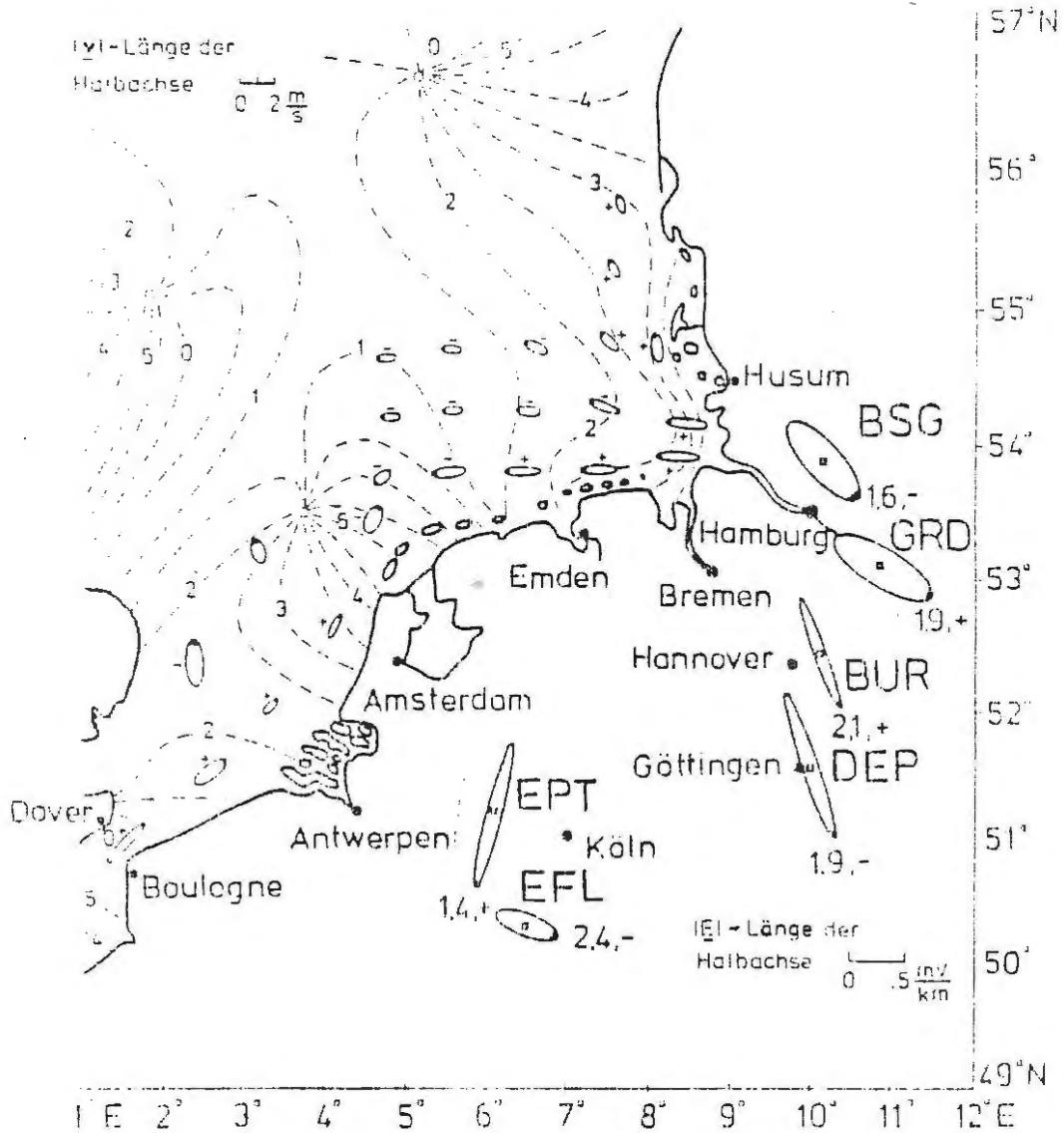


Abb.7: Polarisationsellipsen für die M2-Periode des beobachteten elektrischen Feldes und der Meereszeitenströmung nach HANSEN (1952) und SAGER (1964). Die Zahlenangaben beziehen sich auf die Zeit in Mondstunden nach Durchgang des Mondes durch die Greenwich-Meridianebene. Die Vorzeichen geben den Drehsinn der Ellipse an (Rechtsdrehung positiv). Die Verdickung des Ellipsenrandes kennzeichnet den Ort des Fahrstrahls zur zugehörigen Mondzeit, die Länge der großen Halbachse ist ein Maß für das maximale elektrische Feld bzw. die maximale mittlere Geschwindigkeit der Gezeitenströmung.

in Abb.7 Gezeitenstromellipsen aus den Arbeiten von HANSEN (1952) und SAGER (1964) eingetragen. Die gestrichelten Linien weisen auf Orte gleicher Eintrittszeit der maximalen Strömung hin, bezogen auf die Anzahl der Mondstunden nach dem O° -Durchgang des Mondes. Nahe der Küste ist die Gezeitenströmung fast linear polarisiert und erreicht dort die größte Geschwindigkeit von fast 1 m/s. Die Abfolge der Eintrittszeiten der Strömungsmaxima weist auf eine vom Ärmelkanal in die Deutsche Bucht fortschreitende Welle hin.

Abb.8 zeigt den qualitativen Verlauf der elektrischen Stromlinien an der Erdoberfläche sowie der mittleren Meeresströmung entlang der Küste in der stationären Näherung für 2 h und 5 h nach dem O° -Durchgang des Mondes. Das gleichzeitig gemessene elektrische Feld an den Meßstationen ist zusammen mit 68%-Vertrauensbereichen angegeben. 2 h nach dem O° -Durchgang des Mondes liegen die Maxima der Meeresströmungen in der Deutschen Bucht und am Eingang des Ärmelkanals. Innerhalb der Fehlergrenzen passen sich die Vektoren des elektrischen Feldes mit Ausnahme von EFL gut dem Verlauf der Stromlinien an. Drei Mondstunden später ist das Geschwindigkeitsmaximum vor die holländische Küste gewandert. Die elektrischen Felder sind entsprechend klein, korrespondieren jedoch bei den westlichen Stationen in ihren Richtungen mit dem zugehörigen elektrischen Stromlinienbild.

Die gute Übereinstimmung der Richtungen von gezeiteninduzierten Strömen und gemessenen elektrischen Feldern tragen zur Annahme bei, daß die in der stationären Näherung nicht berücksichtigten induktiven Beiträge eine untergeordnete Rolle spielen. Eine quantitative Untersuchung der halbmondentägigen Variation des elektrischen Feldes in Norddeutschland ist zur Zeit noch nicht möglich; sie erfordert die genaue Kenntnis des räumlichen und zeitlichen Verhaltens der Stromquellen sowie umfangreiche Programme zur Messung des elektrischen Feldes im Landesinnern.

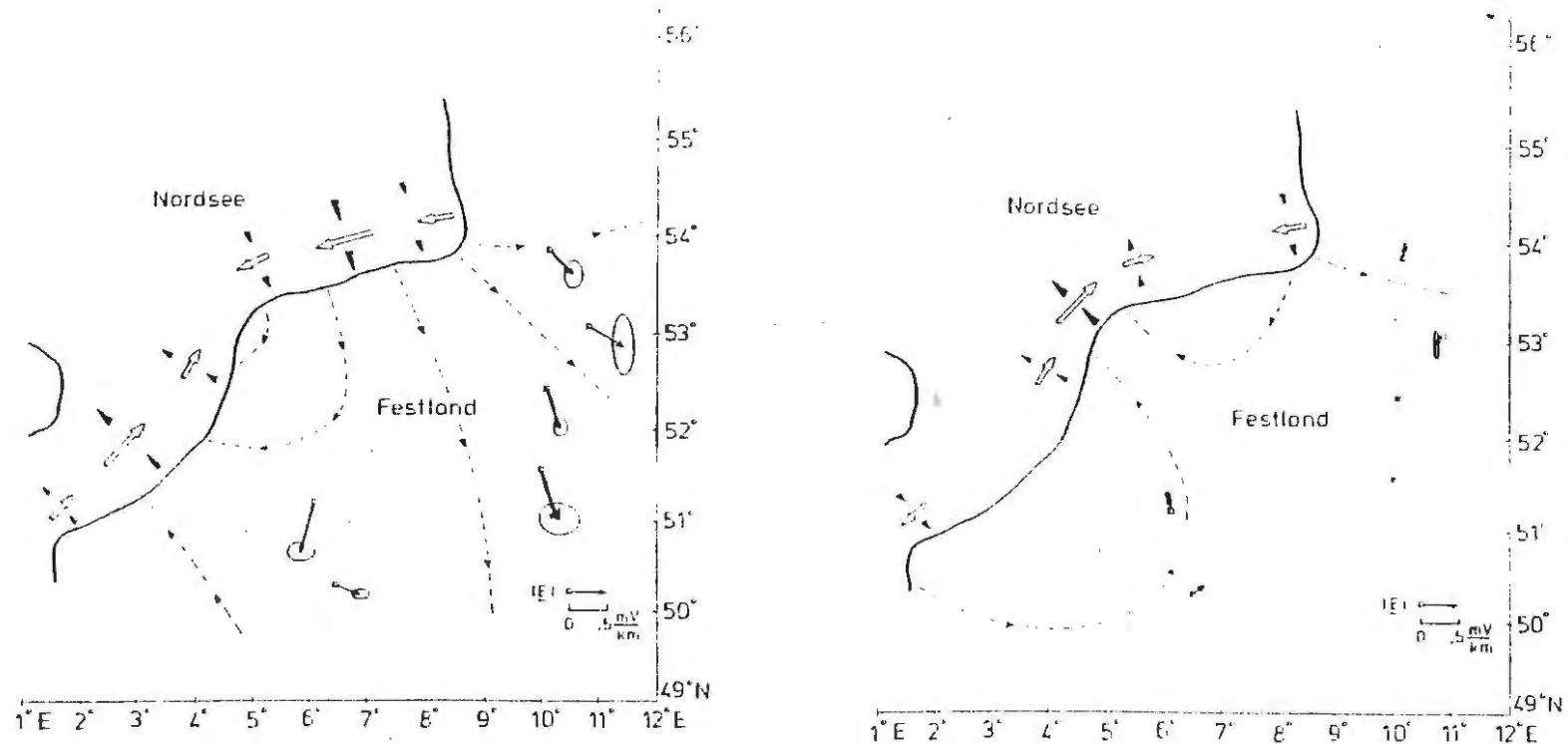


Abb.8: Linke Seite: 2 h nach O° -Durchgang des Mondes.
 Rechte Seite: 5 h nach O° -Durchgang des Mondes. Qualitativer Verlauf der mittleren Meeresströmung entlang der Küste (offene Pfeile) und der induzierten elektrischen Ströme an der Erdoberfläche im Landesinneren (gestrichelte Linien). In der Nordsee markiert die Größe der Pfeilspitzen in etwa den Betrag der elektrischen Stromdichte im Meerwasser, der proportional zur Wassergeschwindigkeit gesetzt wurde. Die Pfeile auf dem Festland an den Meßstationen beschreiben Betrag und Richtung des beobachteten elektrischen Feldes mit 68%-Verteausbereich.

Literatur

- Chapman, S. and J.C.P. Miller: The statistical determination of lunar daily variations in Geomagnetic and meteorological elements. Mon. Not. R. Ast. Soc., geophys. suppl. 4, 649-669, 1940
- Faraday, M.: Experimental Researches in Electricity - Bakerian Lectures. Phil. Trans. Roy. Soc., London, 1832
- Hansen, W.: Gezeiten und Gezeitenströme der halbtägigen Hauptmond tide M2 in der Nordsee. Dtsche. Hydrogr. Z., Ergänzungsheft 1, 1952
- Hempfling, R.: Beobachtung und Auswertung tagesperiodischer Variationen des erdelektrischen Feldes in der Umgebung von Göttingen. Diss. math.-nat. Fak. Univ. Göttingen, 1977
- Junge-Tiersch, A.: Zur Messung und Deutung der halbmondentägigen Variation in Nord- und Westdeutschland. Diss. Math.-Nat. Fachb., Univ. Göttingen, 1986
- Longuet-Higgins, M.S.: The electrical and magnetic effects of tidal streams. Mon. Not. Roy. Astr. Soc., geophys. Suppl. 5, 285-307, 1949
- Sager, G.: Das Regime der Gezeiten und der Gezeitenströme in der Nordsee, dem Kanal und der Irischen See, Teil II. Habil. math.-nat. Fak. Univ. Leipzig, 1964
- Schmucker, U.: Depth distribution of the electrical conductivity. In: Landolt-Börnstein, New Series, 5/2b, 2.3.1 Springer-Verlag Berlin-Heidelberg, 1985

H. Brasse

Audiomagnetotellurik im Rahmen eines geowissenschaftlichen
Gemeinschaftsprojekts zur Erforschung des Nubischen Aquifersystems

Seit Mitte des Jahres 1985 existiert auch am Institut für Angewandte Geophysik der Technischen Universität Berlin eine Apparatur zur Aufzeichnung und Bearbeitung audiomagnetotellurischer Signale, die im Rahmen des Sonderforschungsbereiches (SFB) 69 "Geowissenschaftliche Probleme Arider Gebiete" eingesetzt wird. Im folgenden Beitrag sollen dieses Projekt kurz dargestellt und erste Erfahrungen eines Geländeaufenthaltes in Ägypten im Januar/Februar 1986 geschildert werden.

Eine der wesentlichen Aufgaben des SFB, der seit 1981 an der TU und der FU Berlin eingerichtet ist, besteht in der Erforschung des Nubischen Aquifersystems, welches sich über eine Fläche von 2 Mill. km² in den Ländern Ägypten, Sudan, Libyen und Tschad in der Ostsahara erstreckt. Die Geophysik führt dabei Untersuchungen in kleinräumigen, exemplarisch ausgewählten Gebieten mit verschiedenen Methoden unter dem Aspekt der gemeinsamen Interpretation der gewonnenen Daten durch (Behrens et al., 1984). Eingesetzt werden Fallgewichtsseismik, Geoelektrik, Bodenmagnetik und, seit neuerem, Audiomagnetotellurik. Ziel ist vor allem die Bestimmung von Aquiferoberfläche und -mächtigkeit sowie von Tiefenlage und Struktur des Grundgebirges. Dazu werden auch von der General Petroleum Company of Egypt (GPC) durchgeführte aeromagnetische und gravimetrische Messungen ausgewertet. Ebenso konnten die Ergebnisse von Bohrungen der GPC - die zur Erkundung der Grundwassersituation in SW-Ägypten abgeteuft wurden und jeweils das Basemant erreichten - benutzt werden.

Im Januar/Februar 1986 kam erstmalig die neue Audiomagnetotellurik (AMT)-Apparatur zum Einsatz. Sie wurde vom Observatoire Cantonal in Neuchâtel erstellt und ist baugleich mit der dort schon seit längerem eingesetzten Anlage (Schnegg and Fischer, 1980). Als Magnetfeldsensoren werden Induktionsspulen-Magnetometer der Fa. ECA, Frankreich, benutzt. Die Aufzeichnung der Daten erfolgt Mikrocomputer-gesteuert, eine Vorauswertung findet gleich im Gelände statt; die Zeitreihen werden auf Disketten gespeichert. Die Anlage arbeitet im Frequenzbereich ~4-1000 Hz, so daß der hauptsächlichliche Anwen-

dungsbereich in der Erkundung der Tiefenlage des Basements bis etwa $z \approx 1$ km liegt. Zur Erfassung der Aquiferoberfläche wird die Geoelektrik herangezogen - eine gemeinsame Interpretation der Ergebnisse beider Verfahren ist angestrebt.

Die zurückliegende Feldkampagne in Südägypten diente dazu, die Eignung der AMT unter den dortigen geologischen und geographischen Bedingungen zu prüfen, einen Überblick über das Signalangebot der Atmosferics zu erhalten und Testmessungen an Bohrungen der GPC durchzuführen, in denen das Kristallin in 420 m, 205 m und 700 m Tiefe angetroffen wurde und resistivity logs vorhanden waren. Messgebiet im engeren Sinne war ein System Ost-West streichender Störungen, die aus Satellitenbildinterpretationen und früheren Geländeaufnahmen des hydrogeologischen Teilprojekts lokalisiert waren (Schneider, 1985). Es interessierte nun der Versatzbetrag in der Tiefenlage des Basements, welcher vor allem die Vorstellung eines Grundwasserzustroms vom Niltal in die Libysche Wüste bewerten sollte.

In der Abb. 1 ist ein Registrierbeispiel für die erdmagnetischen und die tellurischen Horizontalkomponenten B_x, B_y, E_x, E_y dargestellt. Bemerkenswert ist das gänzliche Fehlen von technischen Störsignalen, wie sie in Mitteleuropa das Bild fast jeder AMT-Aufzeichnung dominieren. Auffällig ist ein stärkeres hochfrequentes Rauschen im E_y -Kanal; es hat seine Ursache offensichtlich in einer mangelhaften Ankopplung an den Untergrund, die auch nicht durch sehr tiefes Eingraben und Befeuchten der Sonden - wie im anderen tellurischen Kanal - beseitigt werden konnte. Allgemein stellen die extrem hohen Oberflächenwiderstände im vollariden Klima ein großes Problem - auch für die Geoelektrik - dar. Liegt der Grundwasserspiegel tiefer als etwa 10 m, ergeben sich Übergangswiderstände von $R \gg 1 \text{ M}\Omega$. Ein weiteres Problem schafft der nur selten ruhende, starke Wind, wie er für die Wendekreiswüsten charakteristisch ist; in Verbindung mit der sehr geringen Luftfeuchte führt er zu starken elektrostatischen Aufladungseffekten. Alle Sensoren und Kabel mußten soweit als möglich vergraben werden.

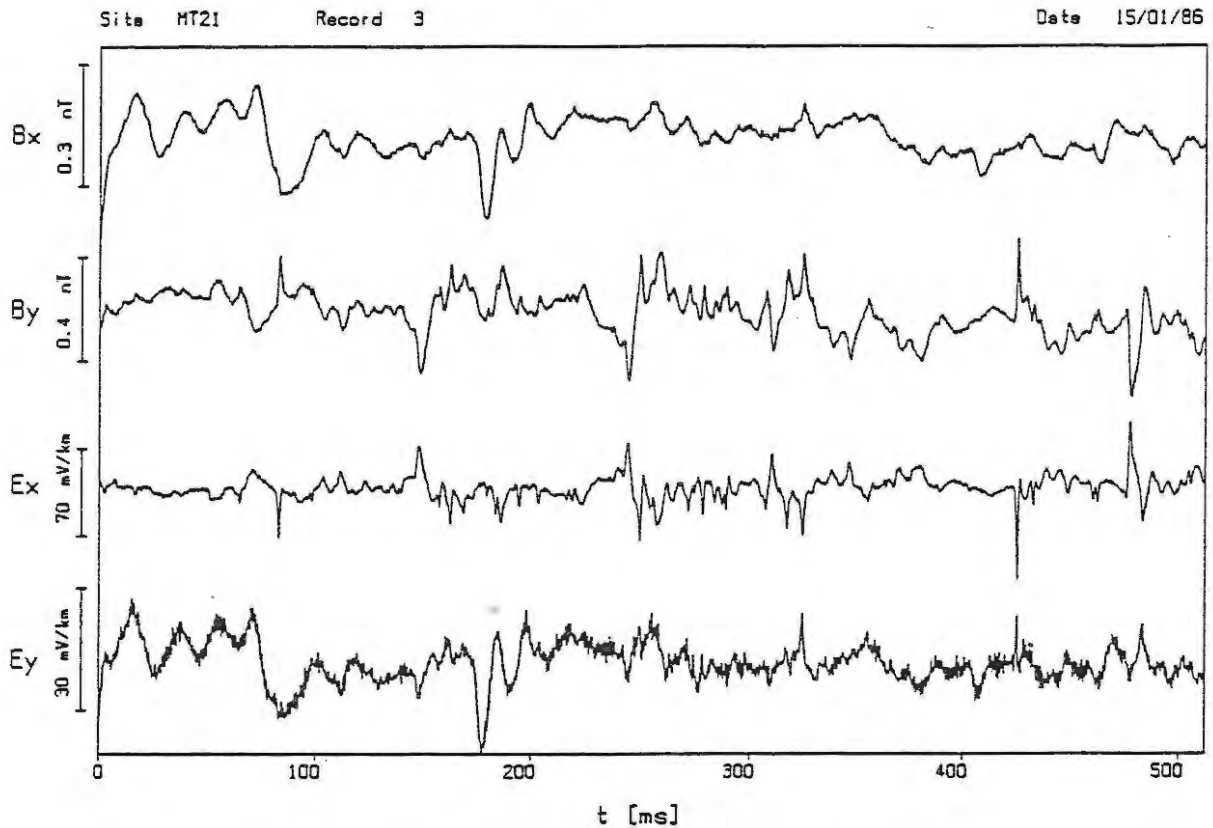


Abb.1: Beispiel einer AMT-Registrierung in der Oase Bir Tarfawi (MT21), Süd-Ägypten

In der Abb. 2 sind der scheinbare spezifische Widerstand und die Phase φ der Impedanz als Funktion der Periode T für den Oasenmeßpunkt Bir Tarfawi aufgetragen; dabei sind ρ_a und φ aus der Invarianten \bar{Z} des Impedanztensors \underline{Z} berechnet:

$$\bar{Z} = (Z_{xy} - Z_{yx}) / 2 .$$

Dargestellt ist die Phase $\varphi = \pi/4 - \psi$, wobei ψ die übliche in der Magnetotellurik verwendete Phase bedeutet (Fischer et al., 1981).

Die $\rho_a(T)$ -Kurve zeigt hier einen beinahe modellhaften Verlauf, lediglich für die kürzeste Periode weicht der scheinbare spez. Widerstand stark ab. Hier erkennt man den Einfluß der schlechten Ankopplung im E_y -Kanal (vgl. Abb. 1). Die Phase

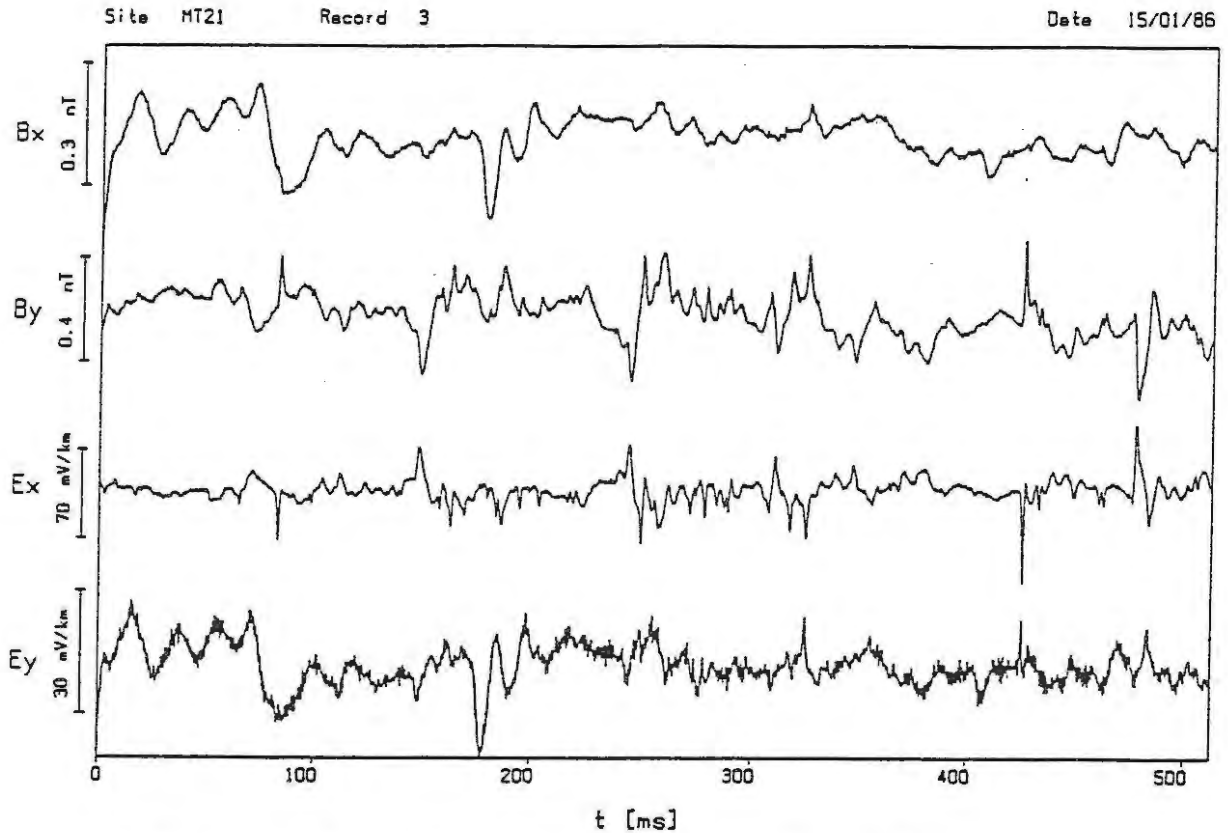


Abb.1: Beispiel einer AMT-Registrierung in der Oase Bir Tarfawi (MT21), Süd-Ägypten

In der Abb. 2 sind der scheinbare spezifische Widerstand und die Phase φ der Impedanz als Funktion der Periode T für den Oasenmeßpunkt Bir Tarfawi aufgetragen; dabei sind ρ_a und φ aus der Invarianten \bar{Z} des Impedanztensors \underline{Z} berechnet:

$$\bar{Z} = (Z_{xy} - Z_{yx}) / 2 .$$

Dargestellt ist die Phase $\varphi = \pi/4 - \psi$, wobei ψ die übliche in der Magnetotellurik verwendete Phase bedeutet (Fischer et al., 1981).

Die $\rho_a(T)$ -Kurve zeigt hier einen beinahe modellhaften Verlauf, lediglich für die kürzeste Periode weicht der scheinbare spez. Widerstand stark ab. Hier erkennt man den Einfluß der schlechten Ankopplung im E_y -Kanal (vgl. Abb. 1). Die Phase

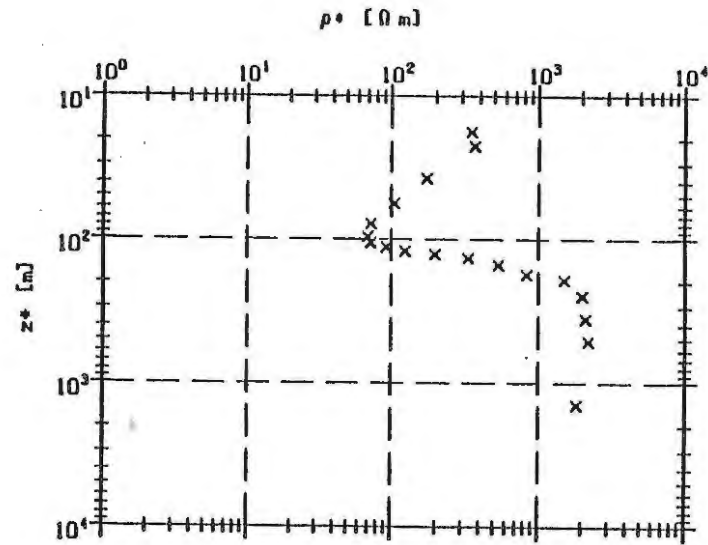
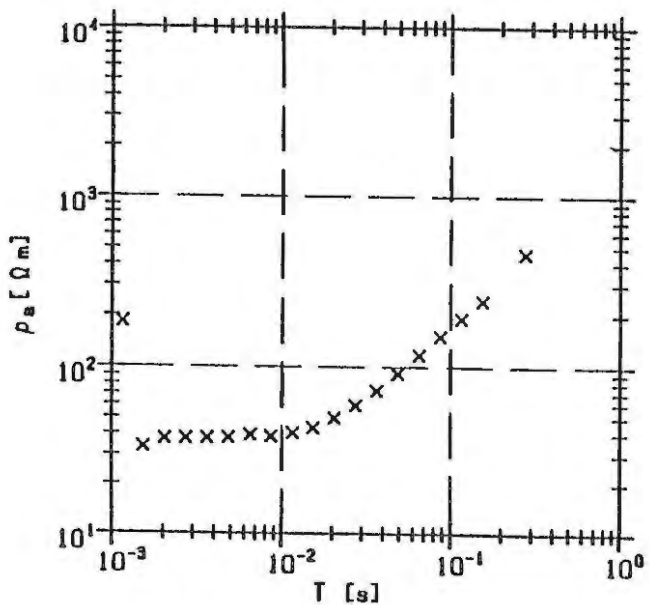
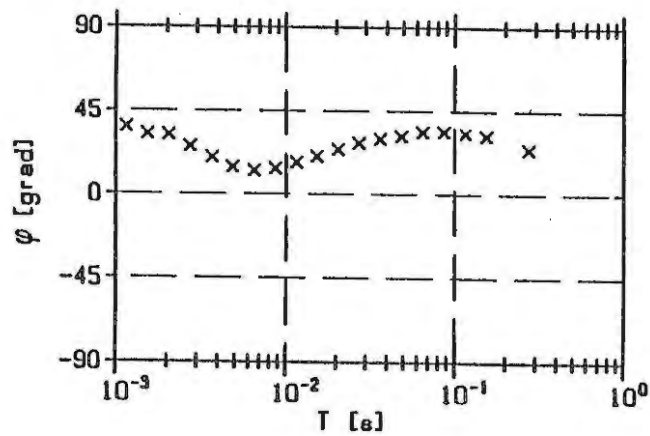


Abb.2 (links): Scheinbarer spez. Widerstand ρ_a und Phase φ als Funktion der Periode T für die Station Bir Tarfawi (MT21)

Abb.3 (rechts): Scheinbares Widerstands-Tiefen-Profil ρ^*-z^* für die Station Bir Tarfawi. Die kürzeste Periode ist nicht eingetragen.

Dargestellt sind jeweils die aus der Drehinvarianten \bar{Z} berechneten Größen. Der Untergrund konnte hier in guter Näherung als eindimensional betrachtet werden.

deutet auf eine hochohmige Bedeckung hin. Da die Werte für φ bei kurzen Perioden an fast allen Stationen zu hoch erschienen, wobei die Ursache dafür noch nicht klar ist, sollte sie in diesem Zusammenhang nicht überinterpretiert werden.

Eine erste Annäherung an die gesuchte Widerstands-Tiefen-Verteilung gibt die ρ^*-z^* -Transformation (Schmucker und Weidelt, 1975). Für die Station Bir Tarfawi (Abb. 3) erkennt man den starken Anstieg von ρ^* für $z > 100$ m, der den Einfluß des hochohmigen Basements wiedergibt - er stellte sich als typisch für die meisten der untersuchten Gebiete dieser Meßkampagne heraus. Nach Abb. 2 ist allein die Phase verantwortlich für den Widerstandsabfall bis in Tiefen von $z \approx 100$ m.

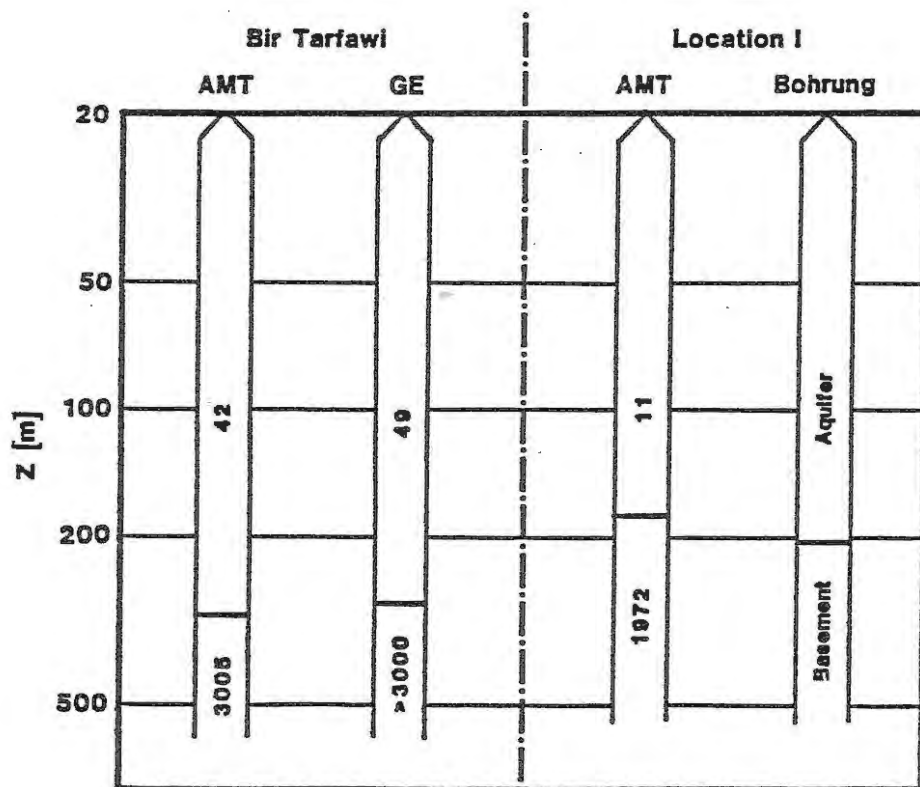


Abb.4: Vergleich von ersten 1-D Modellen der AMT mit einer Geoelektrik-Tiefensondierung (GE) in Bir Tarfawi (links) und einer Bohrung (rechts). Die Zahlen bedeuten die spez. Widerstände in Ωm .

Schließlich wurden für einige der Meßpunkte 1-D Modelle gerechnet, und zwar zunächst nur mit der Invarianten des spezifischen Widerstandes ohne Berücksichtigung der Phase. Abb. 4 zeigt 2-Schichtmodelle, welche die beste Anpassung ξ an die Daten ergaben (Fischer and Le Quang, 1981b), einmal für die Station Bir Tarfawi und zum anderen für eine Messung neben der GPC-Bohrung Location I, welche etwa 50 km von Bir Tarfawi entfernt liegt. Sie traf das Basement in 205 m Tiefe an, für die AMT ergeben sich Tiefen von $z \approx 180$ m. Der recht niedrige Widerstand des Aquifers erklärt sich aus dem Abpumpen des Grundwassers und Bewässerung einer mittlerweile dort angelegten Plantage, was eine leichte Versalzung des Grundwassers nach sich zog. Der ungestörte Grundwasserspiegel wurde bei Abteufen der Bohrung bei $z = 11$ m gefunden.

In Bir Tarfawi wurde die AMT-Registrierung mit den Ergebnissen einer früheren Gleichstromgeoelektrik-Sondierung verglichen (Behrens et al., 1984). In sehr guter Übereinstimmung liefern beide Verfahren eine Basement-Tiefe von $z \approx 300$ m. Der Grundwasserspiegel wurde von der Geoelektrik bei $z = 4$ m ermittelt, was auch die hohe Qualität der AMT-Daten an einer solchen Oasen-Station erklärt. Die Messungen an dem Eingangs erwähnten Störungssystem sind noch nicht vollständig ausgewertet; in einem weiteren Geländeeinsatz gegen Ende 1986 soll es weiter mit den Methoden der Seismik, Geoelektrik und AMT erkundet werden.

Literatur

- Behrens, J., Burkhardt, H., Erbas, K., Fiedler-Volmer, R., Kalkbrenner, M., Lorenz, B. und Schulz-Ohlberg, J.: Geophysical investigations in the arid region of SW-Egypt and NW-Sudan, Berliner geow. Abh., A, 50, 441-457, 1984
- Fischer, G., Schnegg, P.-A., Peguiron, M. & Le Quang, B.V.: An analytic one-dimensional magnetotelluric inversion scheme, Geophys. J. R. astr. Soc., 67, 257-278, 1981
- Fischer, G. and Le Quang, B.V.: Topography and minimization of the standard deviation in one-dimensional magnetotelluric modelling, Geophys. J. R. astr. Soc., 67, 279-292, 1981
- Schmucker, U. and Weidelt, P.: Aarhus Lecture Notes, 1975
- Schnegg, P.-A. and Fischer, G.: On-line determination of apparent resistivity in magnetotelluric sounding, Protokoll Kolloquium ET Berlin-Lichtenrade, 173-184, 1980
- Schneider, M.: Hydrogeologie des Nubischen Aquifersystems am Südrand des Dakhla-Beckens, Südägypten/Nordsudan, Diss. TU Berlin, 1985

F. Kuhnke, E.-K. Blohm

Sondierungen mit vertikal-magnetischem Dipol auf dem Campbell-Gletscher (GANOVEX IV)

Im Folgenden soll von einem während der GANOVEX IV - Expedition zum ersten Male in der Antarktis eingesetzten aktiven elektromagnetischen Verfahren berichtet werden.

Für Sondierungen in vereisten Regionen lassen sich elektrische Dipole nicht einsetzen. Die hohen spezifischen elektrischen Widerstände des Eises würden bei handhabbaren Spannungen keinen nennenswerten Strom fließen lassen; das künstlich erzeugte Feld wäre für Sondierzwecke viel zu schwach. Erfolgversprechende Messungen erwartet man daher nur bei induktiver Ankopplung durch den magnetischen Dipol. Für unsere Messungen in der Antarktis wurde deshalb die Einspeisung mit vertikalem magnetischen Dipol vorgesehen.

Ein Blockdiagramm der gesamten Meßeinrichtung für elektromagnetische Sondierungen mit vertikal-magnetischem Dipol (VMD) zeigt Fig. 1 .

Der Sender besteht aus einer horizontal liegenden quadratischen

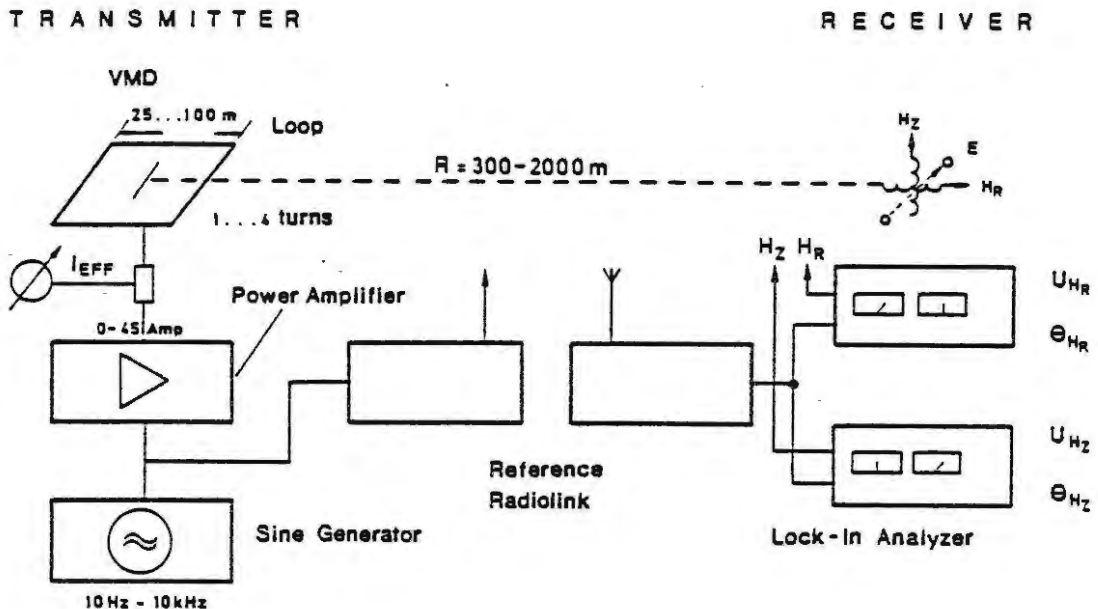


Fig. 1 Das Meßprinzip der VMD-Sondierungen

Spule von 25 bis 100 Metern Kantenlänge und ein bis vier Windungen. Die Spule wird an einem Leistungsverstärker betrieben (I_{\max} : 42A), den ein Sinusgenerator ansteuert. Der typische Arbeitsfrequenzbereich beträgt 10Hz bis 8kHz.

Da die Spulenfläche und vor allem der aktuelle elektrische Spulenstrom das Dipolmoment und damit das Quellenfeld bestimmen, wird vorab die Geometrie der Spule sowie der jeweils aktuelle Strom gemessen und registriert.

Zur Korrelation der Empfangssignale mit dem Sendesignal wird während des Sendebetriebs die Steuerfrequenz als Referenzfrequenz durch eine VHF (FM) Funkverbindung im Zeitbereich an die Empfangsstation übertragen.

Am Empfangsort werden wenigstens die Vertikal- und Radialkomponente des herrschenden magnetischen Wechselfeldes aufgenommen. Als Sensoren dienen breitbandige Induktionsspulen-Magnetometer. Ihre Ausgangsspannungen werden mit nachgeschalteten Lock-in-Analysen, das sind sehr schmalbandige Wechselspannungsmeßgeräte, nach Betrag und Phase gemessen. Die Bezugsphase stellt die per Funk übermittelte Referenzfrequenz mit ihren Nulldurchgängen dar.

Für die Aufnahme des Elektrischen Feldes auf Eis gelten ähnliche Überlegungen wie für dessen Erzeugung. Lediglich zu Versuchszwecken wurde deshalb eine eigentlich redundante Meßstrecke für das tangentielle elektrische Feld mit Auslagen von +25m vorgesehen. Als Elektroden benutzten wir engmaschiges Drahtgeflecht von jeweils etwas mehr als einem Quadratmeter Fläche.

In der Fig. 1 nicht eingetragen ist die jeweilige Energieversorgung der Sende- bzw. Empfangsstation. Gerade auf der Senderseite ist wegen der großen bereitzustellenden Energien hierfür ein nicht zu unterschätzender technischer und logistischer Aufwand nötig.

Die Auswahl und Zusammenstellung der Bausteine des Senders sowie dessen Betrieb besorgte Dr. E.-K. Blohm vom Niedersächsischen Landesamt für Bodenforschung (NLfB), Hannover.

Die Induktionsmagnetometer (SCM5) sind Sonderanfertigungen des Instituts für Nachrichtentechnik der TU Braunschweig mit 400mm Kernlänge; zugeschnitten auf den gewählten Arbeitsfrequenzbereich von 10Hz bis 10kHz.

Als E-Feld-Vorverstärker wurde ein für die Audiomagnetotellurik-Messungen entwickelter benutzt. Die zu erwartende Störraum in der Antarktis ließ uns auf Eingangsfilterschaltungen verzichten; lediglich Schutzdioden gegen Überspannung am Eingang, die wegen der geringen Luftfeuchtigkeit und der damit verbundenen hohen statischen Elektrizität zu erwarten war, wurden beibehalten.

Als eigentliche Meßgeräte waren pro Empfangsstation jeweils zwei Lock-in-Analysen der Firma EG&G Brookdeal Electronic (Princeton Applied Research) Typ 5206 vorgesehen; so konnten simultan zwei Komponenten erfaßt werden. Die Meßwerte können analog oder digi-

tal, wahlweise auch über einen Rechner mit IEC-Bus, ab- bzw. ausgelesen werden.

Desweiteren stand zur Beobachtung der magnetischen Aktivität im genannten Frequenzbereich noch ein Niederfrequenz-Spektrum-Analysator der Firma Nicolet (Typ 440B) zur Verfügung.

Insgesamt nahmen wir 31 Sondierungen vor. Als die Empfangsstationen im eigentlichen Meßgebiet, auf dem Campbell-Gletscher, betrieben wurden, fielen sie nacheinander aus. Nach ersten Versuchsmessungen verzichteten wir schließlich ganz auf die Lock-in-Analyser und benutzten statt dessen den Nf-Analyser in Verbindung mit den SCM5-Sensoren. Die mit dieser Meßgerätekonfiguration durchgeführten Sondierungen lieferten sehr saubere Meßergebnisse, die sich später auch gut auswerten ließen.

Alle auf dem Gletscher gewonnenen Meßergebnisse wurden noch vor Ort einer vorläufigen Auswertung unterzogen. Dadurch sollten fehlerhafte Messungen rechtzeitig erkannt bzw. vermieden werden. Diese Auswertung bestand im Wesentlichen aus der sogenannten q_a/z_a - Transformation, MUNDY u. BLOHM (1984). Dabei wird der Quotient der Beträge von z- und r-Komponente des magnetischen Feldes am Empfangsort für jede Meßfrequenz mit der entsprechenden theoretischen Kurve für den homogenen Halbraum gefaltet. Letztere ist aber nicht über der Frequenz, sondern über dem dimensionslosen Induktionsparameter r/p (Sender-Empfänger-Abstand dividiert durch Skin-Eindringtiefe) aufgetragen. Diesen Funktionsverlauf hatten wir für die Handauswertung im Bereich: $\text{Hz}/\text{Hr}=200 \dots 0.1$ bzw. $r/p=0.1 \dots 19.46$ hinreichend fein tabelliert.

Die derart invertierten Kurven ließen sich zusammenfassend in drei Gruppen einteilen. Während die der Gletschermittte zugewandten einen mehr oder weniger konstanten q_a -Wert bis in große Tiefen zeigten, wichen die mehr am östlichen Gletscherrand gemessenen Kurven davon ab und wiesen auf einen besseren Leiter in der Tiefe hin, dazwischen gab es Mischformen. Entgegen allen Erwartungen stimmte das Tiefenmaß jedoch nicht mit der aus Radio-Echo-Sounding-Messungen (RES, Gruppe Engelhard, Münster) bekannten Eisdicke überein. Üblicherweise waren die durch die Transformation ermittelten Tiefen durchweg um den Faktor zwei bis drei größer.

Lediglich die Anfangswiderstände deuteten bereits auf einen spezifischen elektrischen Widerstand des Eises von etwa $24\text{k}\Omega$ hin.

Die endgültige Auswertung der Meßdaten erfolgte dann mit Hilfe eines Inversionprogrammes nach der Marquardt-Methode, MARQUARDT (1963), an der Institutsrechenanlage. Es ist dies eine Methode der verallgemeinerten Matrixinversion mit Stabilisierung der oftmals fast singulären Matrix durch eine additive Größe bei den Hauptdiagonalelementen. Eine umfassende Beschreibung der zugehörigen Theorie findet man bei MENKE (1984); eine auf ein transient-elektromagnetisches Verfahren zugeschnittene Arbeit, in der eben diese Inversionsstrategie ausführlich dargelegt ist, stammt von WEIDELT (1984).

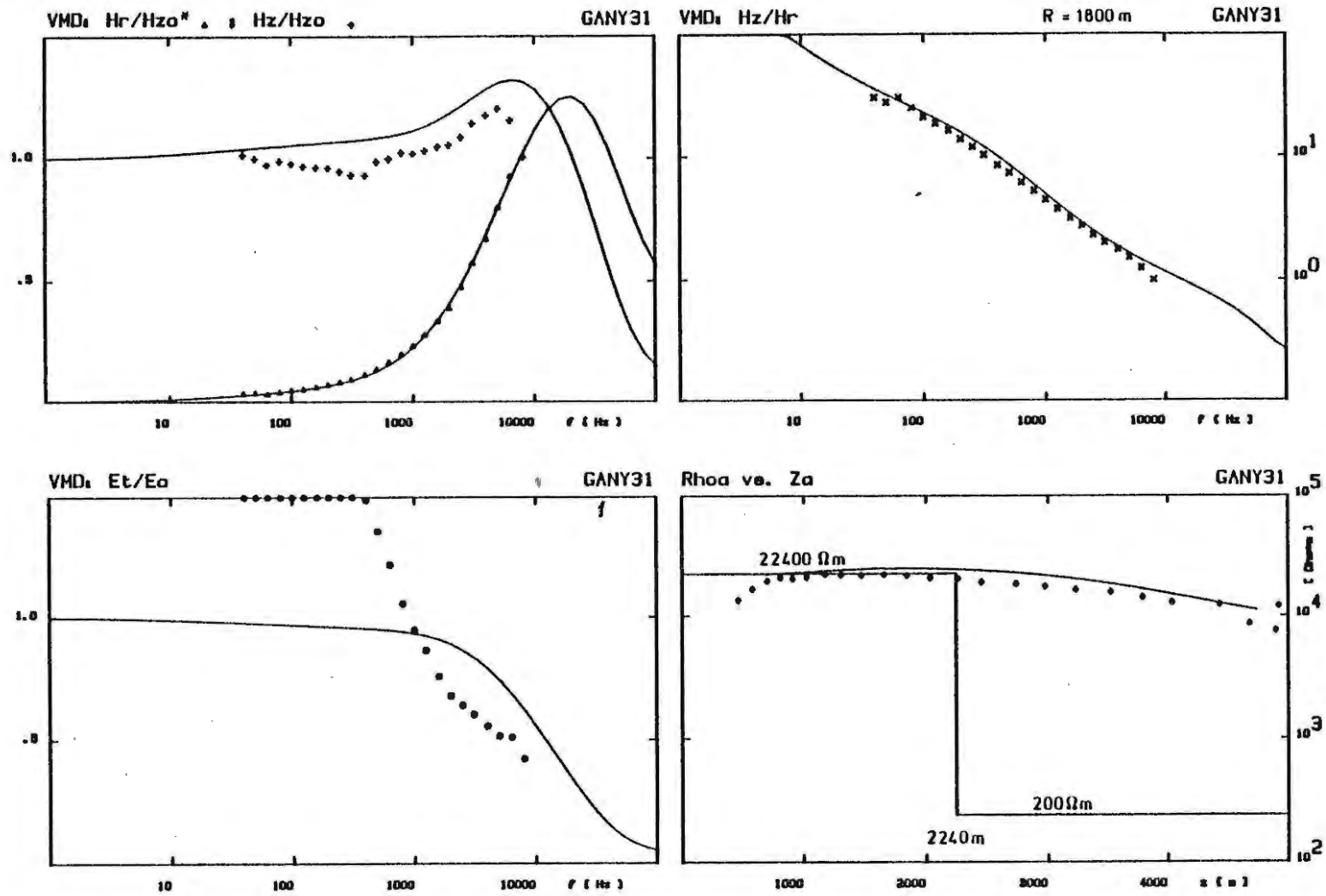


Fig. 2 Zusammenschau der Meßkurven aus Messung No. 31

Im Gegensatz zu der vorab beschriebenen Felddauswertung der relativen Größe Hz/Hr konnte jetzt durch Berücksichtigung der Magnetometer-Übertragungsfunktion jede Komponente auch absolut bzw. normiert auf das Quellenfeld (Hzo) am Empfangsort ausgewertet werden. Dadurch ließen sich zu jeder bisherigen Hz/Hr-Kurve jeweils noch zwei weitere, eigentlich redundante Kurven nämlich: Hz/Hzo und Hr/Hzo berechnen. Von Messung No.18 ab liegt zusätzlich noch die versuchsweise gemessene Kurve des tangentiellen elektrischen Feldes: Et/Eto vor.

Eine Zusammenschau all' dieser Meßwerte (Symbole Δ , +, x) inklusive theoretischer Modellkurven für die Messung No.31 zeigt beispielhaft die Fig. 2 .

Oben links sind in einem Diagramm die jeweils auf das Quellenfeld bezogenen Feldkomponenten Hz/Hzo (+) und Hr/Hzo (Δ) über der Frequenz aufgetragen. Während die erstgenannte Größe für niedrige Frequenzen gegen eins geht, beginnt die zweite für ebensolche Abszissenwerte nahe Null. Sie weicht umso mehr von Null ab, je mehr "Induktion" oberflächennah stattfindet. Oder bildlich gesprochen, je näher der "gespiegelte" Sendedipol mit zunehmender Frequenz an die Erdoberfläche rückt.

Im oberen rechten Diagramm ist die für die ga/za-Transformation nötige Größe Hz/Hr dargestellt. Nicht nur aufgrund der logarithmischen Ordinate wirkt diese Kurve wesentlich glatter als es die beiden erstgenannten tun. Die Einzelkomponenten streuen auch wegen eines meßtechnischen Umstandes stärker: Den als Meßinstrument benutzten Niederfrequenz-Analyser kann man auch als eine große Filterbank verstehen. Deren einzelne Durchlaßbereiche schließen sich bei ca. -1.4dB aneinander an. Da die Mittenfrequenz eines jeden Filters durch die Wahl der oberen Analysator-Frequenzgrenze festliegt, muß die jeweilige Meßfrequenz exakt in die Filtermitte fallen, um fehlerfrei gemessen zu werden. Das konnte aber wegen der am Sender manuell einzustellenden Arbeitsfrequenz nicht immer erreicht werden. Der maximale Fehler kann, sofern die Meßfrequenz genau zwischen zwei Filtermittenfrequenzen zu liegen kommt, bis zu 15% betragen ($-1.4\text{dB} \approx U^*/U = 10\exp(-1.4/20) = 0.85$). Für die Relativgröße Hz/Hr treffen die vorgenannten Überlegungen nicht zu. Der geschilderte systematische Fehler tritt ja in beiden nacheinander gemessenen Komponenten gleichermaßen auf und fällt deshalb bei der Division heraus!

Für die Inversion solchermaßen gewonnener Meßkurven mit einem automatisch arbeitenden Programm ist die Anpassung der Relativgröße Hz/Hr demnach am besten geeignet. Die damit ermittelten Parameter: spezifische Widerstände und Schichtmächtigkeiten, werden weiter unten mitgeteilt.

Die Fig. 2 zeigt aber nicht nur die Magnetfeldkomponenten bzw. ihren Quotienten, sondern auch das tangentielle elektrische Feld (unten links). Nach Auswertung aller vorliegenden Kurven mußten wir feststellen, daß die E-Feldkomponenten mit zunehmendem Sender-Empfänger-Abstand immer schlechter bestimmt wurden. Die ermittelten Meßwerte lagen zwar immer in der richtigen Größenordnung, eine quantitative Auswertung wurde aber nicht vorgenommen. Grundsätzlich wurden die Meßwerte bei tiefen Frequenzen

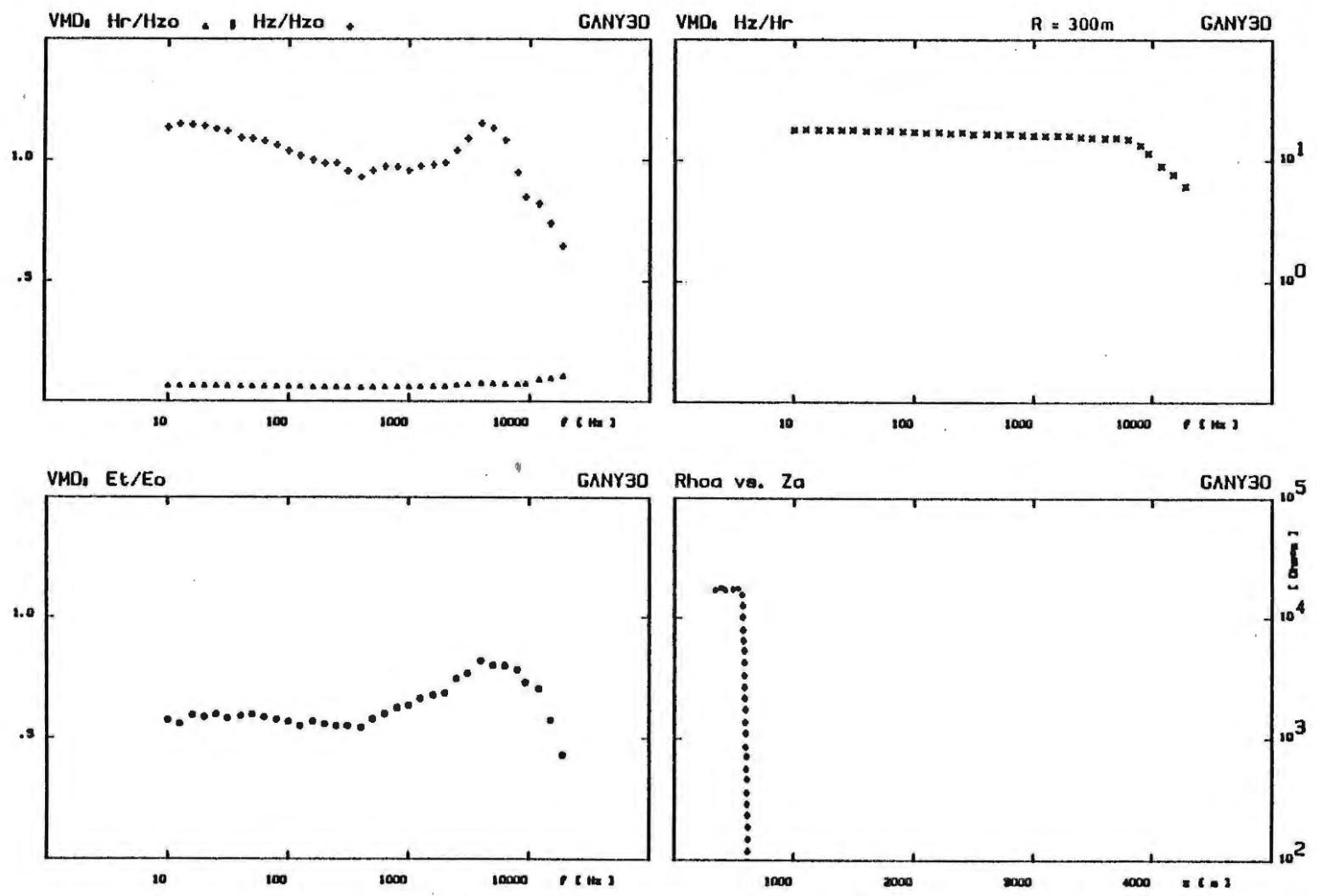


Fig. 3 Beispiel für die Überkopplung von Hz auf Hr bei Messung No. 30

stets über-, bei hohen Frequenzen jedoch unterbewertet. Letzteres mag noch als Tiefpaßverhalten der hochohmigen Quelle und der unvermeidbaren Eingangskapazitäten des Verstärkers verstanden werden; für das ungewöhnliche tieffrequente Verhalten kann noch keine Lösung angeboten werden.

Bei geoelektrischen Sondierungen nach Schlumberger, allerdings mit tieffrequentem Wechselstrom (45Hz), traten ähnliche Effekte auf, BLOHM, pers. Mitteilung. Hier ließen sich für kleine Auslagen noch vernünftige spezifische elektrische Widerstände ermitteln, bei großen Auslagen wuchs die Meßspannung jedoch so stark an, daß sich eine übersteile Sondierungskurve ergab. Möglicherweise hängt das mit den Spalten und Klüften im Gletschereis zusammen. Bei kurzen Meßdistanzen sind wenige oder keine zwischen Sender und Empfänger anzutreffen, mit größerem Abstand wächst ihre Zahl an.

Diese wenig ermutigenden Ergebnisse der E-Feld-Messungen machen deutlich, wie problematisch der Einstaz der Magnetotellurik auf Eis sein kann. Denn gegenüber der von uns angewandten VMD-Methode ist die MT auf die korrekte Erfassung des E-Feldes angewiesen.

Das letzte Teilbild der Fig. 2 (unten rechts) zeigt schließlich die g_a/z_a -transformierte Hz/Hr-Kurve. Im Nachhinein läßt sich sagen, daß diese Transformation den spezifischen Widerstand der obersten Schicht eigentlich durchweg gut bestimmt hat, Mächtigkeiten wie in diesem vorliegenden Beispiel aber nicht erkennt oder anzeigt.

Zusätzlich sind in dieses Diagramm die der theoretischen Berechnung zugrundeliegenden Schichtmodelle eingetragen. Hier ein Zweischichtfall mit 2240 und 200 Ohmm spez. elektr. Widerstand sowie 2240m Mächtigkeit.

Bei der Durchsicht aller gewonnenen Meßkurven fiel auf, daß besonders die bei geringer Sender-Empfänger-Distanz gemessenen nicht den charakteristischen Abfall der Hz/Hzo- bzw. Anstieg der Hr/Hzo-Kurve zeigten. Ursache ist der in diesen Fällen kleinere Induktionsparameter, vergl. auch MUNDY (1983):

$$\left(\frac{r}{\Lambda}\right)^2 = r^2 \frac{\omega \mu_0}{8\pi^2 g} = r^2 \frac{\mu_0}{4\pi g} f = (2\pi \frac{r}{p})^2$$

r Sender-Empfänger-Abstand

Λ Wellenlänge der ebenen harmonischen Welle der Frequenz f im homogenen Halbraum mit dem spez. Widerstand g

μ_0 Vacuumpermeabilität

p Skineindringtiefe $\sqrt{2/\omega\mu\sigma} = \sqrt{g/\pi f\mu}$

Er ist das Quadrat der auf die Skineindringtiefe (im Halbraum) normierten Sender-Empfänger-Entfernung; proportional der Frequenz f aber auch proportional dem Quadrat des S-E-Abstandes r.

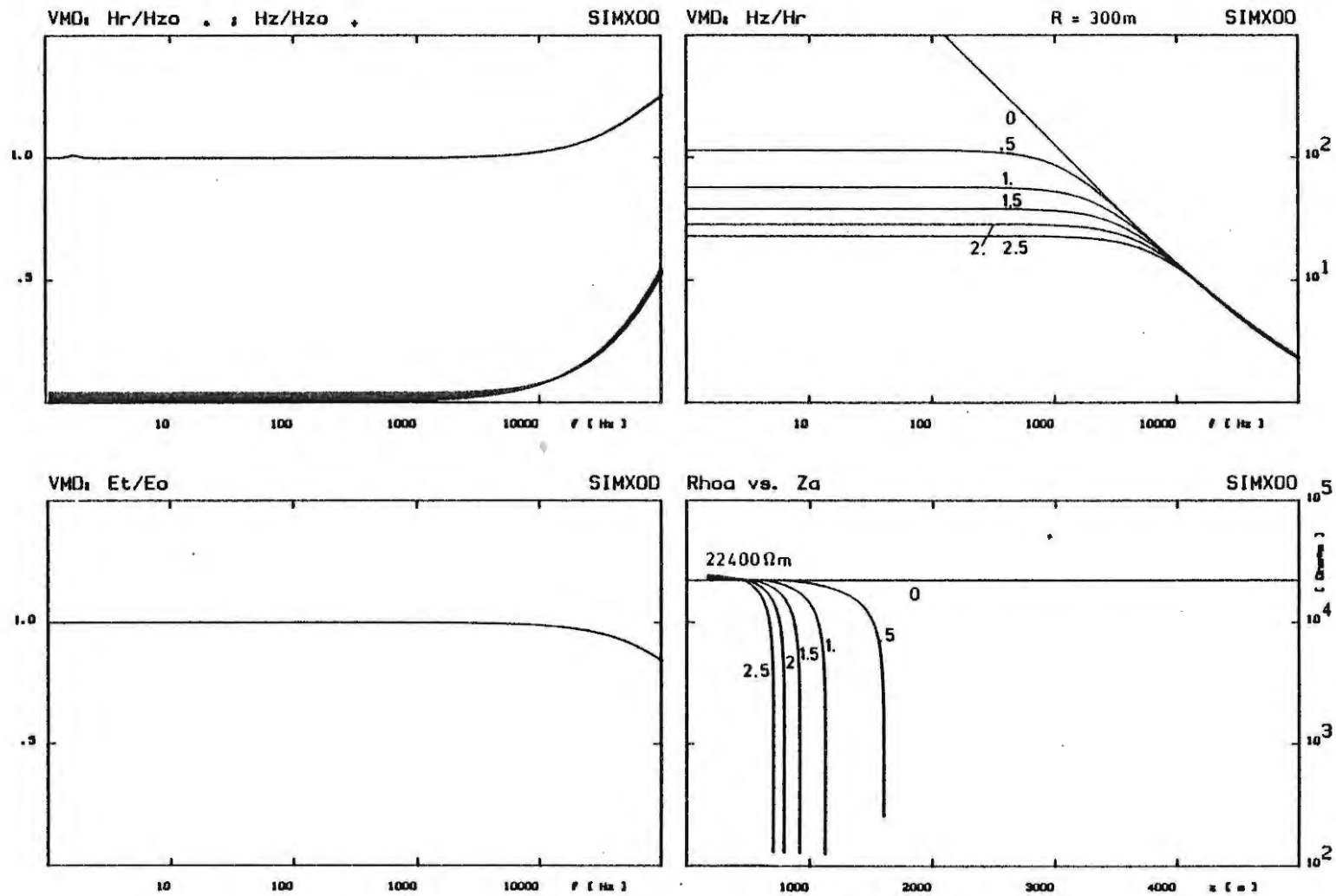


Fig. 4 Modellkurven bei Neigung der Empfangsmagnetometer
Parameter: Drehwinkel in Grad

Verkleinert man den Abstand, z.B. den der Fig. 2 zugrundeliegenden von $r=1800\text{m}$ auf $r=600\text{m}$, so verschieben sich die Kurven bei gleichen Skalen um etwa eine Dekade nach rechts, bzw. müßten bei festen Kurven die Skalen um eine Dekade nach links verschoben werden.

Diese "neuen", verschobenen Kurven geben den Befund der Meßkurven exakt wieder: Wegen des geringen S-E-Abstandes überwiegt das primäre Quellenfeld, d.h. H_z/H_{z0} ist nahezu konstant gleich eins. Effekte der Induktion des tiefliegenden besseren Leiters ($d > r!$) treten nicht auf oder werden durch den auch für den Halbraumfall üblichen Anstieg der H_r/H_{z0} -Kurve überdeckt. Aus solchen Meßkurven, bei denen $H_z/H_{z0} \sim 1$ bzw. $H_r/H_{z0} \ll 1$ ist, kann bestenfalls ein Halbraumwiderstand ermittelt werden.

Leider ist ein großer Teil der Messungen von diesem Typ; d.h. ist der Sender-Empfängerabstand zu klein gewählt worden. Als Mindestabstand sollten bei ähnlichen, zukünftigen Messungen deshalb 1000m nicht unterschritten werden.

Den Sondierungskurven kurzer S-E-Distanz kann noch ein weiterer Effekt entnommen werden: Die normalerweise stetig fallenden H_z/H_r -Kurven zeigen im Bereich tiefer Frequenzen ein z.T. über mehrere Dekaden sich erstreckendes Plateau ($H_z/H_r = \text{const.}$) Fig. 3.

Ursache dafür ist ein ebenfalls über einen weiten Frequenzbereich konstanter, deutlich erhöhter Wert für H_r/H_{z0} , eine Art Offset. Es ist dies ein kleiner übergekoppelter Anteil der großen H_z -Komponente. Hervorgerufen wird dieses Übersprechen durch einen kleinen Fehlwinkel, z.B. zwischen den Vertikalachsen der Instrumente. Als Instrumente sind hier die Empfängermagnetometer, aber auch der Sendedipol gemeint. Gerade der Dipol schafft aber die Probleme. Während die Magnetometer dank eingebauter Libellen hinreichend genau horizontal bzw. vertikal ausgerichtet werden können, ist das beim Dipol gar nicht durchführbar. Die Dipolachse ist mit der Normalen auf die vom Spulenkabel umschlossene Fläche gleichzusetzen. Die Lage der Kabel wird aber vorwiegend durch die Topographie am Sendeort bestimmt: Je nach Blickrichtung sind Mißweisungen bis nahezu vier Grad aufgetreten.

Zu den durch Geländeunebenheiten verursachten Ausrichtungsfehlern treten noch solche durch Einschmelzvorgänge hinzu. Die Sendekabel erwärmen sich nicht nur wenn sie vom elektrischen Strom durchflossen werden. Da sie gegenüber dem Eis eine geringere Reflektivität besitzen, heizen sie sich auch bei Sonneneinstrahlung auf. Beides bewirkt ein Einschmelzen der Kabel bis zu einigen Dezimetern innerhalb weniger Betriebstage.

Intensive Sonneneinstrahlung kann auch das Magnetometer-Stativ treffen und so das anfänglich horizontalisierte Instrument dejustieren.

Auf die Interpretationsschwierigkeiten bei Messungen mit gegeneinander geneigten Achsen hat schon SINHA (1980) hingewiesen. So ist es z.B. möglich, aus einem Halbraumfall durch Einführung

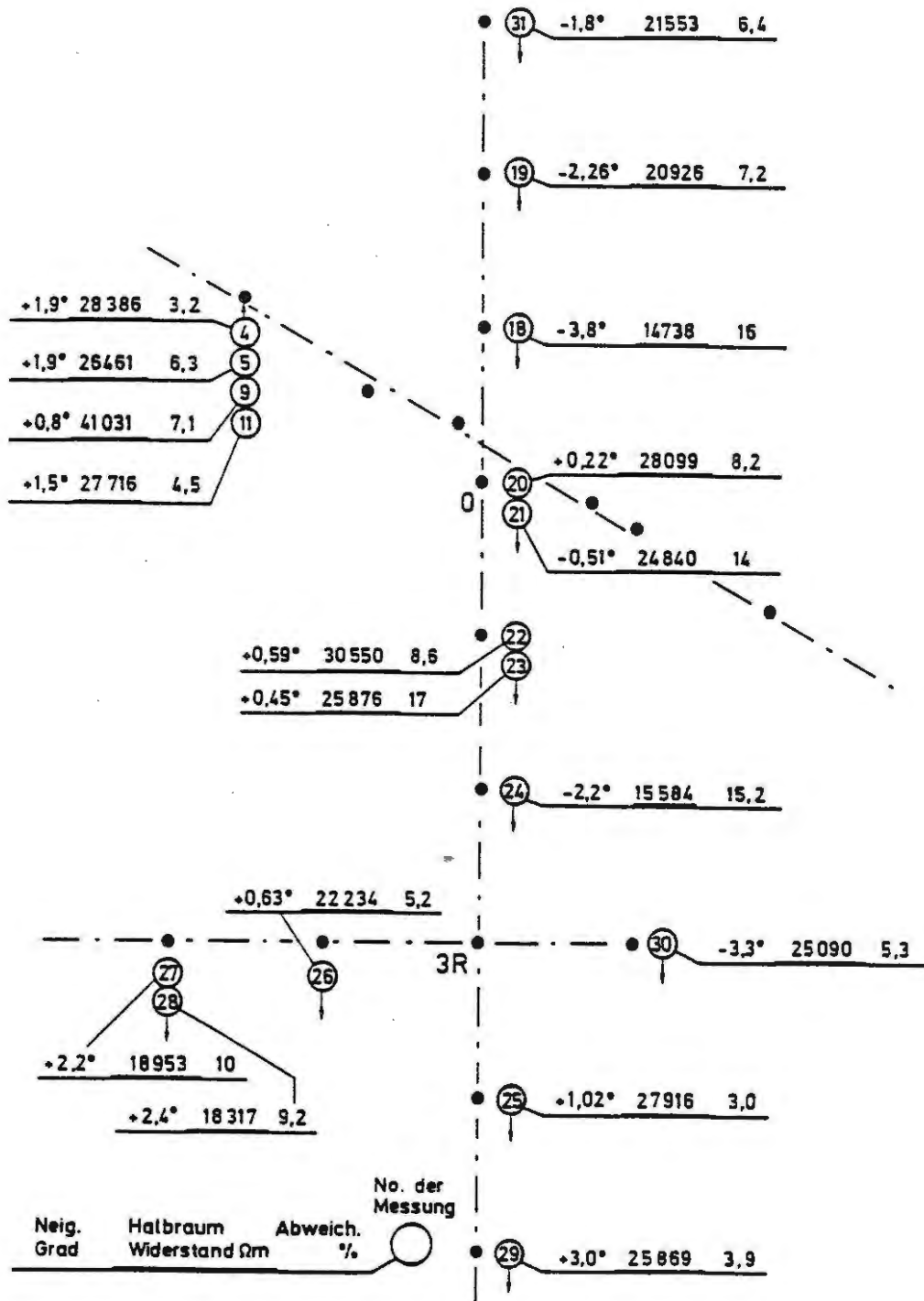


Fig. 5 Halbraum- und Neigungswinkelanpassung sämtlicher auswertbarer Meßkurven vom Campbell-Gletscher

eines kleinen Neigungswinkels einen scheinbaren Zweischichtfall zu erzeugen.

Als Beispiel für den Einfluß eines kleinen Neigungswinkels der Empfangsstation mag, korrespondierend zu Fig. 3, Fig. 4 dienen.

In bekannter Form sind Halbraum-Modellkurven ($\sigma_H=22400\text{Ohmm}$) dargestellt; Parameter ist der Drehwinkel in Grad der z- und r-Komponente um die Verbindungslinie Sender-Empfänger als Drehachse.

Deutlich ist die Plateau-Bildung bei den Hz/Hr-Kurven (oben rechts) zu erkennen, ebenso die Indikation für einen Zweischichtfall großen Widerstandskontrastes bei den σ_a/σ_z -Transformierten (unten rechts). Naturgemäß zeigt die Hz/Hzo-Kurve (oben links) keine, die Hr/Hzo-Kurve eine geringe Veränderung mit dem Neigungswinkel.

Wir haben deshalb davon abgesehen, die Kurven kleinen S-E-Abstandes als Zwei- oder Mehrschichtfall auszuwerten. Statt dessen haben wir in das Inversionsprogramm (VMD1) einen weiteren anzu-passenden Parameter, den Neigungswinkel der Magnetometer-Komponenten, eingeführt (VMD2; Drehachse = Senkrechte zu Hz und Hr). Diese nullte Näherung an das Problem gibt schon eine sehr gute Anpassung der Modellkurven an die Meßkurven. Eine weitergehende Annäherung, d.h. Berücksichtigung der tatsächlichen Neigung der Sendedipolachse in beliebige Richtungen etc. konnte aus Zeitgründen nicht mehr vorgenommen werden. Es hätte nämlich bedeutet, nun auch horizontale Dipolkomponenten in die Vorwärtsrechnung sowie deren partielle Ableitungen nach den Parametern in die Inversion einzubeziehen.

Die mit der Neigung um nur eine Achse aus den Meßdaten berechneten Winkel stimmen qualitativ recht gut mit den geodätisch ermittelten überein. Sämtliche Ergebnisse dieser Halbraum- und Winkelanpassung zeigt Fig. 5.

Darin sind für jeden Meßpunkt der Neigungswinkel, der spezifische Halbraumwiderstand und das quadratische Mittel der Abweichungen aller Meßwerte von den Modellkurven in Prozent angegeben. Tendenziell erkennt man bei den späten Messungen (18-31) mit Senderaufstellung am Punkt 3R (sonst Sender bei O!) jeweils den Vorzeichenwechsel des Neigungswinkels bei in Opposition gelegenen Meßpunkten. Lesebeispiel: Messung No.30, Neigung -3.3 Grad, Messungen No.27 und No.28, Neigungen +2.2 und + 2.4 Grad.

Es darf nicht verwundern, daß hierbei auch Ausreißer auftreten. Schließlich ist der Untergrund kein idealer Halbraum, gibt es einfallende unter dem Eis sich fortsetzende Gebirgsgrate des Mt. Queensland und die schon erwähnten unkontrollierbaren Einschmelzprobleme bei Sender und Empfänger während der Messungen.

Wenn auch das großräumig angelegte Programm eines Profiles vom Ross-Meer über das transantarktische Gebirge hinweg bis auf das Polarplateau während der Expedition aus logistischen Gründen nicht verwirklicht werden konnte, haben wir bei kleinräumigen Messungen auf dem Campbell-Gletscher viele Erkenntnisse und Er-

fahrungen für zukünftige Messungen dieser Art gewonnen; zusammengefaßt sind dies:

- o Der spezifische elektrische Widerstand des Eises kann für die Lokation auf dem Campbell-Gletscher mit 20-30kOhmm, typisch etwa 22400 Ohmm angegeben werden. Er liegt damit durchaus innerhalb der Werte, die vom Ross-Ice-Shelf oder Roosevelt Island bekannt sind, LANDOLT-BÖRNSTEIN (1982).
- o Die Eisunterkante bzw. ein Leitfähigkeitskontrast Eis/Gestein wurde auch bei den größten Sender-Empfänger-Abständen nicht gefunden. Der spez. elektr. Widerstand des Gesteins muß also hier gleich dem des Eises sein.
- o Eine Schichtgrenze zum Liegenden ergab sich erst in ca. 2.2km Tiefe. Der spez. Widerstand des Liegenden ist etwa zwei Größenordnungen kleiner als der des Hangenden. Er wird bei der Inversion am schlechtesten aufgelöst und beträgt ca. 2200hmm.
- o Der Versuch gleichzeitig auch das redundante elektrische Feld auf dem hochohmigen Eis zu messen, muß speziell bei großen S-E-Abständen als Fehlschlag gewertet werden. Man sollte deshalb bei Magnetotellurik-Messungen auf Gletschern bzw. Eis große Umsicht walten lassen.
- o Ferner wurde festgestellt, daß das VMD-Verfahren besonders bei geringen S-E-Abständen sehr empfindlich auf kleine Ausrichtungsfehler der Instrumente reagiert. Hier können bereits kleine Neigungswinkel (>0.5 Grad) aus einem Halbraumfall einen Zweischichtfall entstehen lassen.

Literatur:

- Landolt-Börnstein, neue Serie V, Band Ib, Physikalische Eigenschaften der Gesteine, Kapitel 8, Springer, Berlin 1982.
- Marquard, Donald W., An Algorithm for least-squares Estimation of Nonlinear Parameters, J.Soc.Appl.Math., II, No.2, p.431f, 1963.
- Menke, William, Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory, Academic Press Inc. Ltd., London, 1984.
- Mundry, E. Zweischicht-Modellkurven für einen quasi-stationären vertikalen magnetischen Dipol, NLFb-Bericht 95142, Aug. 1983.
- Mundry, E. und E.-K. Blohm, Frequency Electromagnetic Soundings using a vertical magnetic dipole, paper held on EAEG-Assembly London, June 1984; proceedings in preparation (Geophys. Prosp. 1986).

Sinha, A.K., A study of topographic and misorientation effects in multifrequency electromagnetic soundings, Geoexploration, Vol. 18, p. 111-133, 1980.

Weidelt, P., Bericht über die Inversion transient-elektromagnetischer Messungen über geschichtetem Untergrund, BGR-Bericht 96720, Juli 1984.

Mein Dank gilt der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die dieses Projekt unter der Nummer KE 83/58 gefördert hat. Ferner der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe, Hannover, die mich zur Teilnahme an der GANOVEX IV-Expedition einlud. Dem Alfred-Wegener-Institut für Polarforschung, Bremerhaven, das mich mit einer exzellenten Polarausrüstung versah. Herrn Prof. Kertz, der sich stets für das Projekt einsetzte. Ebe-Karsten Blohm, ohne dessen Sender keine der Messungen möglich gewesen wäre.

Schließlich gilt mein Dank unseren hilfreichen ausländischen Expeditions-Gästen, unserem Field-Guide Jack McConchie, dem Field-Assistent Richard Kellet und überhaupt allen anderen Kollegen vom GANOVEX-Team, der NSF und NZARP in McMurdo und Scott Base, die irgendwo am Zustandekommen und dem Ablauf der Expedition beteiligt waren.

Bedanken möchte ich mich auch bei all den Kollegen im Institut, die mich bei der Auswertung der Daten so tatkräftig unterstützt haben; allen voran Frl. Drews, Herr Maurer und natürlich Prof. Weidelt.

Gaston FISCHER

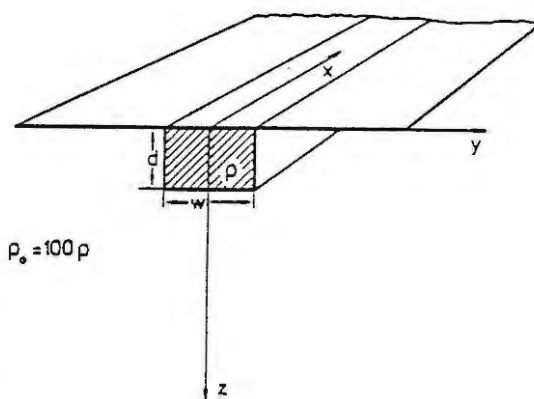
Ein topographischer Effekt bei MT, AMT und VLF Messungen

Ueber einem gutleitenden schmalen Graben, in flachem Gelände, zeichnen sich elektromagnetische Sondierungen durch eine wohlbekannte Anomalie aus. Dies versteht sich an Hand von Fig. 1 sehr leicht. Bei E-Polarisation bleibt das elektrische Feld E über dem schmalen Graben fast unverändert (Kontinuität des tangentialen E-Feldes). Das magnetische Feld H, dagegen, wird durch den erhöhten Strom im Graben leicht angehoben (siehe z.B. Fischer 1985), bleibt aber meistens von der gleichen Grössenordnung wie das Feld H_0 über der ungestörten Matrix. Somit bleibt auch der scheinbare Widerstand ρ_E über dem Graben von der gleichen Grössenordnung wie über der einbettenden Matrix, also

$$\rho_E = 0.2 T |E/H|^2 \approx \rho_0 \quad (1)$$

wo T für die Periode steht.

Fig. 1. Querschnitt durch ein gutleitendes rechteckiges Grabenmodell, mit horizontaler Oberfläche. Der Graben soll schmal sein. Dies bedeutet, dass die Breite w höchstens von der selben Grösse ist wie die Eindringtiefe in Grabenmaterial, und also viel kleiner als die Eindringtiefe in der Matrix [siehe Gl.(4)].



Ganz anders sind die Verhältnisse bei der H-Polarisation. Hier ist bekanntlich H über dem Graben konstant. Andererseits wird bei einem schmalen Graben das Strombild kaum verzerrt: die Stromlinien fliessen praktisch horizontal durch den Graben. Da jedoch der spezifische Widerstand des Grabens sehr niedrig ist, bedarf es für den gleichen Strom wie in der Matrix nur eines kleinen Feldes:

$$E_0/\rho_0 \approx E/\rho \quad (2)$$

Für den scheinbaren Widerstand ρ_H bewirkt die Verminderung des elektrischen Feldes einen noch grösseren Abfall des spezifischen Widerstandes ρ_H :

$$\rho_H = 0.2 T |E/H|^2 \approx 0.2 T |E_0/H_0|^2 (\rho/\rho_0)^2 \ll \rho_0 \quad (3)$$

Beispiele dieses Verhaltens haben wir im langperiodischen MT-Fall (Fischer 1984) sowie bei den kurzen VLF-Perioden diskutiert (Fischer et al. 1983).

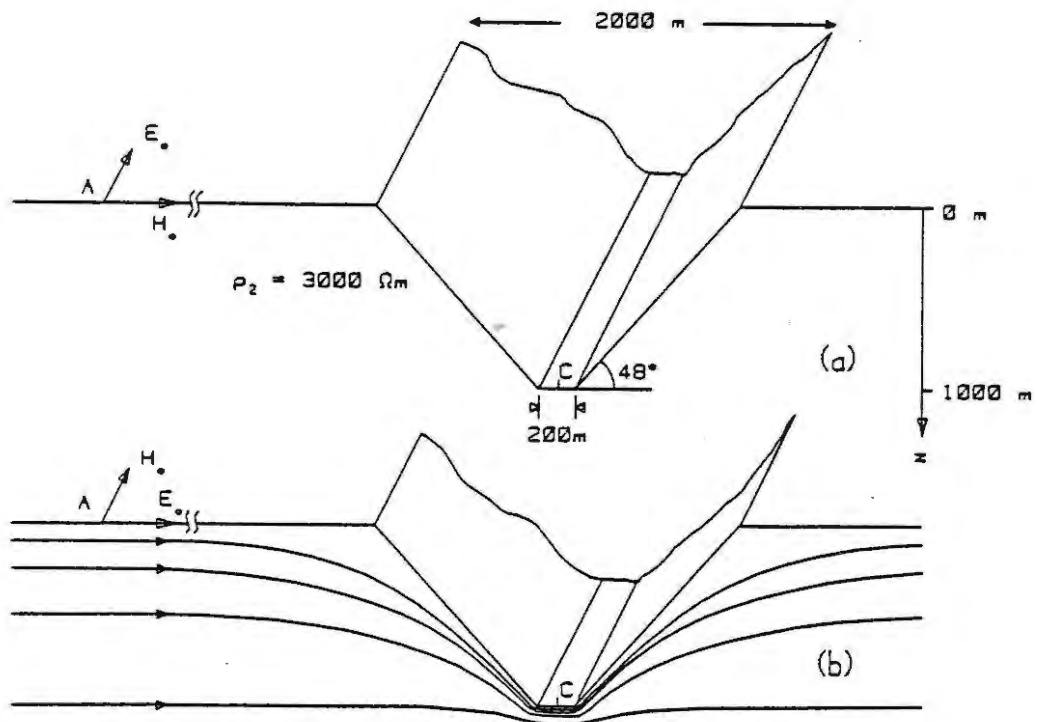


Fig. 2. Querschnitt einer Perspektivdarstellung durch ein enges Tal.

(a) Geometrische Anordnung der Felder bei Induktion mit E-Polarisation.

(b) Feldgeometrie bei H-Polarisation.

In (a) sind die Stromlinien parallel zur Streichrichtung und wurden nicht gezeichnet. In (b) führen die Stromlinien um den Talboden herum, wo sie konzentriert werden und ein hohes elektrisches Feld erzeugen.

In einem engen Alpental haben wir kürzlich eine Anisotropie des spezifischen Widerstandes beobachtet, die gerade entgegengesetzt zu derjenigen steht, die wir soeben geschildert haben (siehe nächster Beitrag von Schnegg et al.). Dieser Effekt lässt sich nur verstehen, wenn wir die Topographie berücksichtigen. Fig. 2(a) stellt einen Schnitt durch das eingekesselte Tal dar. Die angegebenen Abmessungen sind zu vergleichen mit der Eindringtiefe δ_2 in der ungestörten Matrix,

$$\delta_2 \approx 503.3 \sqrt{\rho_2 T} \quad , \quad (4)$$

wie sie etwa im entfernten Punkt A gemessen würde. Bei den VLF-Frequenzen im Bereich von 16 kHz und mit $\rho_2 \approx 3000 \Omega\text{m}$, erhält man für die Eindringtiefe den folgenden Wert:

$$\delta_2 \approx 218 \text{ m} \quad . \quad (5)$$

Im Falle der E-Polarisation, der in Fig. 2(a) geschildert wird, ist das E-Feld zwar stetig, aber im Talboden bei Punkt C ist es sicher viel schwächer als am entfernten Referenzpunkt A. In der Matrix wäre das E-Feld in einer Tiefe von 1000 m um einen Faktor von nahezu 100 gegenüber dem Oberflächenwert abgeschwächt. Im Punkt C gilt wahrscheinlich kein so hoher Faktor, aber die Abschwächung von E ist sicher dennoch sehr stark. Beim H-Feld, dagegen, darf man bei C keine grosse Variation gegenüber A erwarten, denn im Taleinschnitt fließen keine Leitungsströme. Am Talboden beim Punkt C wird man also annehmen müssen, dass

$$\rho_E(C) \ll \rho_2 \quad . \quad (6)$$

Bei der H-Polarisation, die in Fig. 2(b) geschildert wird, müssen alle Stromlinien stetig von der einen Talseite zur anderen hinüber führen, und zwar um den Talboden herum. Dies führt beim Punkt C zu einer stark erhöhten Stromdichte, und also zu einem entsprechend starken elektrischen Feld,

$$E(C) \gg E(A) \quad (7)$$

Das Magnetfeld H dagegen ist über der Bodenoberfläche konstant, da ja der gesamte Bodenstrom auch konstant ist. Somit muss man erwarten, dass am Punkt C der scheinbare Widerstand bei der H -Polarisation sehr hoch liegt:

$$\rho_H \gg \rho_2 \quad (8)$$

Bei gleicher geologischer Streichrichtung erhält man also für die Anisotropie im Talboden [Beziehungen (6) und (8)] genau das entgegengesetzte Verhalten als über dem schmalen gutleitenden Graben im flachen Gelände [Beziehungen (1) und (3)].

Der Talboden ist jedoch im allgemeinen mit gutleitenden Sedimenten aufgefüllt. Bei der E -Polarisation hat dies kaum Folgen, da die E -Feld Komponente stetig verlaufen muss. Die Beziehung (6) bleibt also erhalten. Im Falle der H -Polarisation wird jedoch $\rho_H(C)$ laut Fig. 3 um einen Faktor $(\rho_1/\rho_2)^2$ verkleinert und die Beziehung (8) kann verletzt werden. Was dann noch gilt, ist die folgende Ungleichung,

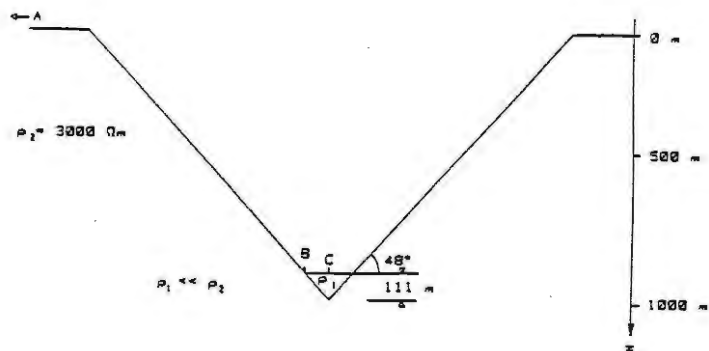


Fig. 3. Querschnitt durch ein enges Tal, dessen Talboden mit gutleitenden Sedimenten (spez. Widerstand ρ_1) aufgefüllt ist.

$$\rho_H(C) \gg \rho_2 (\rho_1/\rho_2)^2 = \rho_1 (\rho_1/\rho_2) \quad , \quad (9)$$

die darauf deutet, dass $\rho_H(C)$ wohl von der gleichen Ordnung oder grösser ist als ρ_1 .

Im folgenden Bericht (Fischer et al.) werden Beispiele für diesen topographischen Effekt gebracht, welche die vorausgesagten Anisotropien völlig bestätigen.

Die abgeleiteten Beziehungen sind frequenzabhängig, weil sie von den Dimensionen der Struktur im Masstab der Eindringtiefe δ [Gl. (4)] abhängen. Am grössten ist der Effekt wahrscheinlich, wenn der Taleinschnitt mehrere Eindringtiefen beträgt und das Tal eng ist (Talbreite $\leq \delta$). Ist δ klein gegenüber der Talbreite, so wird die Anisotropie schwächer, wie das am Beispiel des nächsten Berichtes zu sehen ist. Bei langen Perioden muss erwartet werden, dass die Anisotropie auch zurückgeht. Ganz verschwinden wird sie jedoch nicht, denn bei E-Polarisation bewirkt der Taleinschnitt immer noch

$$\rho_E(C) < \rho_2 \quad . \quad (10)$$

Bei der H-Polarisation werden die obersten Stromlinien weiterhin am Talboden konzentriert, sodass in Abwesenheit von gutleitenden Sedimenten, die folgende Beziehung bestehen bleibt:

$$E(C) > E(A) \quad . \quad (11)$$

Und somit gilt immer noch

$$\rho_H(C) > \rho_2 \quad . \quad (12)$$

Wir sind dabei mittels Modellrechnungen diesen topographischen Effekt quantitativ zu studieren. Diese Rechnungen sollen auch Aufschluss über das Verhalten der Phase liefern.

Referenzen

Fischer G., Le Quang B.V. und Müller I.: VLF ground surveys, a powerful tool for the study of shallow two-dimensional structures. Geophysical Prospecting, 31, 977-991, 1983.

Fischer G.: The North Pyrenean magnetic anomaly reexamined. Annales Geophysicae, 2, 181-186, 1984. Siehe auch das Protokollband "Grafrath 1984", Seiten 131-132.

Fischer G.: Some remarks on the behavior of the magnetotelluric phase. Geophysical Prospecting, 33, 716-722, 1985. Die gleiche Abhandlung steht auch im Protokollband "Grafrath 1984", Seiten 237-244.

Diese Arbeit wurde unterstützt vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung, sowie von der Geophysikalischen Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

H.-M. Maurer

Das Nahfeld eines horizontalen elektrischen Dipols an der Grenze eines homogenen Halbraums

Das Koordinatensystem sind Zylinderkoordinaten (r, ψ, z) mit dem Ursprung in der Mitte des Sendedipols, z zeigt positiv in den Halbraum hinein. Die Länge des Sendedipols dx sei klein gegenüber R , dem Abstand Sender-Empfänger. Die Definition der Geometrie zeigt Abb. 1.

Die Feldkomponenten eines horizontalen elektrischen Dipols an der Grenze eines homogenen Halbraums für die beiden Grenzfälle $R/|C| \gg 1$ (Fernfeld) und $R/|C| \ll 1$ (Nahfeld) zeigt die Tabelle. Dabei ist C die Schumuckersche Übertragungsfunktion; für den homogenen Halbraum ist $1/|C| = \sqrt{\omega\mu_0/\rho}$.

Näherungen für die Feldkomponenten eines horizontalen elektrischen Dipols über homogenem Halbraum:

- $D = I \cdot dx$ Dipolmoment (Strom · Länge)
- ρ spezifischer Widerstand
- R Entfernung Sender-Empfänger
- ψ Winkel zwischen Dipolachse und Verbindungslinie S-E
- $T = 2\pi/\omega$ Periodendauer der Schwingungen

Kompon.	Nahfeld	Fernfeld
E_r	$\frac{D}{\pi R^3} \rho \cos \psi$	$\frac{D}{2\pi R^3} \rho \cos \psi$
E_ψ	$\frac{D}{2\pi R^3} \rho \sin \psi$	$\frac{D}{\pi R^3} \rho \sin \psi$
H_r	$-\frac{D}{4\pi R^2} \sin \psi$	$-\frac{D}{\pi \sqrt{i\omega\mu_0} R^3} \sqrt{\rho} \sin \psi$
H_ψ	$\frac{D}{4\pi R^2} \cos \psi$	$\frac{D}{2\pi \sqrt{i\omega\mu_0} R^3} \sqrt{\rho} \cos \psi$
H_z	$\frac{D}{4\pi R^2} \sin \psi$	$\frac{3D}{2\pi i\omega\mu_0 R^4} \rho \sin \psi$

Die Entfernungsabhängigkeit ist im Fernfeld für die Horizontal-komponenten R^{-3} , für H_z R^{-4} ; im Nahfeld für die E-Komponenten R^{-3} und die H-Komponenten R^{-2} . Die H-Komponenten sind im Nahfeld unabhängig vom Widerstand des Untergrundes. Der Übergang Fernfeld-Nahfeld läßt sich auch bei geschichtetem Leiter daran erkennen, daß das Verhältnis H_z/H_r auf 1 ansteigt.

Die Impedanz Z , der scheinbare spezifische Widerstand ϱ_s und die Phase ϕ sind folgendermaßen definiert:

$$Z := \frac{E_r}{H_\psi} = - \frac{E_\psi}{H_r} \quad \varrho_s := \frac{1}{\omega \mu_0} |Z|^2 \quad \phi := \arg(Z)$$

Fernfeld:

$$\frac{E_r}{H_\psi} = \frac{D \varrho \cos \psi}{2 \pi R^3} \frac{2 \pi \sqrt{i \omega \mu_0} R^3}{D \sqrt{\varrho} \cos \psi} = \sqrt{i \omega \mu_0 \varrho} = \sqrt{\omega \mu_0 \varrho} e^{i \frac{\pi}{4}}$$

$$\frac{E_\psi}{H_r} = - \frac{D \varrho \sin \psi}{\pi R^3} \frac{\pi \sqrt{i \omega \mu_0} R^3}{D \sqrt{\varrho} \sin \psi} = - \sqrt{i \omega \mu_0 \varrho} = \sqrt{\omega \mu_0 \varrho} e^{i \frac{5}{4} \pi}$$

Damit ist $\varrho_s = \varrho$ und $\phi = 45^\circ$. ϱ_s ist also unabhängig von R und T .

Nahfeld:

$$\frac{E_r}{H_\psi} = \frac{D \varrho \cos \psi}{\pi R^3} \frac{4 \pi R^2}{D \cos \psi} = \frac{4 \varrho}{R}$$

$$\frac{E_\psi}{H_r} = - \frac{D \varrho \sin \psi}{2 \pi R^3} \frac{4 \pi R^2}{D \sin \psi} = - \frac{2 \varrho}{R}$$

Die ϱ_s -Kurve spaltet in 2 Äste auf:

$$\varrho_{sT\psi} = \frac{8 \varrho^2}{\pi \mu_0 R^2} T \quad \varrho_{s\psi T} = \frac{2 \varrho^2}{\pi \mu_0 R^2} T$$

$\varrho_{sT\psi}$ und $\varrho_{s\psi T}$ sind proportional T und proportional R^{-2} . Bei der doppeltlogarithmischen Auftragung von $\varrho_s(T)$ ergibt das einen 45° Anstieg. Z ist reell, also $\phi = 0$. Der Aufspaltungsfaktor zwischen $\varrho_{sT\psi}$ und $\varrho_{s\psi T}$ ist 4. Die Fernfeldnäherung gilt für $\text{Re } C < 1/12 \cdot R$, die Nahfeldnäherung für $\text{Re } C > 2 \cdot R$. Eine Halb-raummodellkurve zeigt Abb.2.

Die Abbildungen 3 und 4 zeigen 2-Schicht-Modellkurven mit abfallendem und ansteigendem Widerstandskontrast. Liegt der Übergangsbereich Fernfeld-Nahfeld gerade dort, wo auch die Cagniard-Kurve (gepunktet) anfängt, auf den Widerstandskontrast zu reagieren, wird der Aufspaltungsfaktor größer für niederohmiges Liegendes und kleiner für hochohmiges Liegendes. Informationen über Leitfähigkeitsänderungen im Untergrund sind nur im Fernfeldteil und im Übergangsbereich der Kurven enthalten. Die maximale Aussagetiefe ergibt sich empirisch etwa als $0.7 \cdot R$.

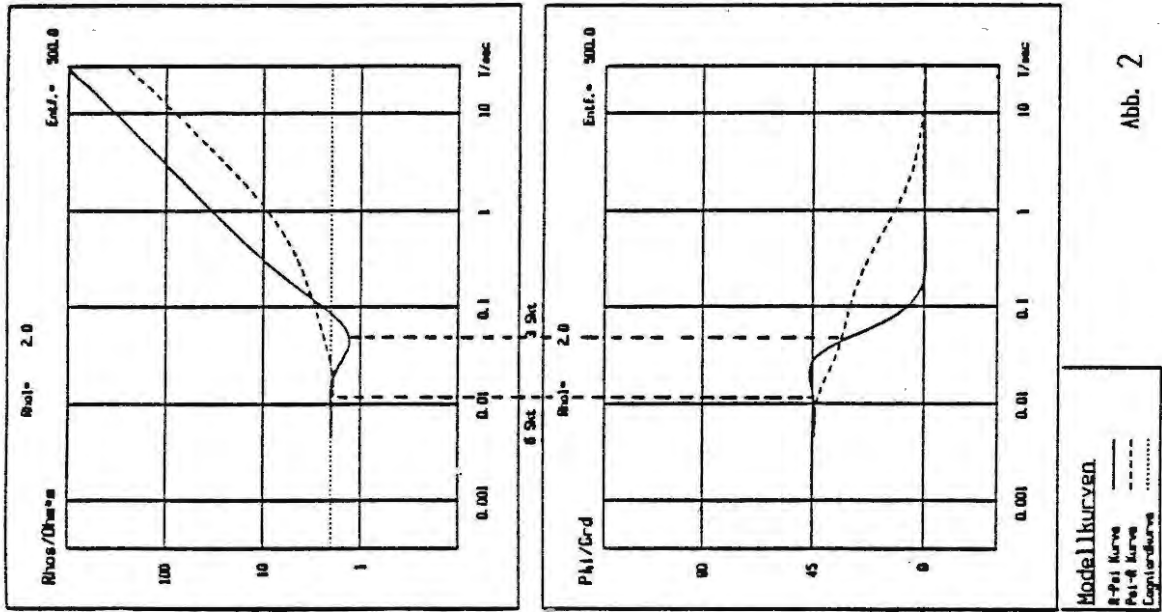
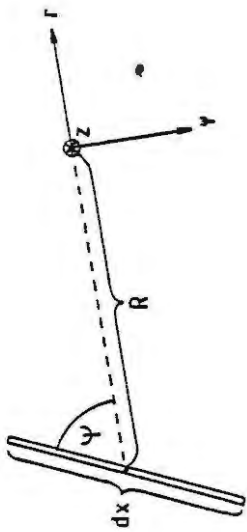


Abb. 2

Beginn des Nahfeldes bei 6 Skintiefen



$\varphi = \infty$

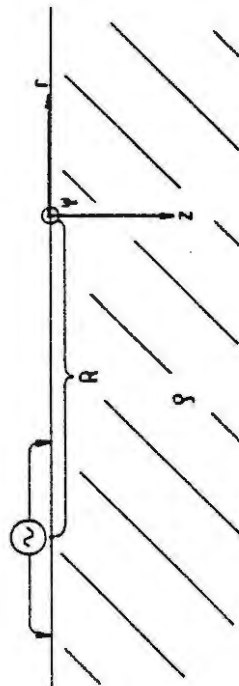


Abb. 1: Geometrie von Sender und Empfänger

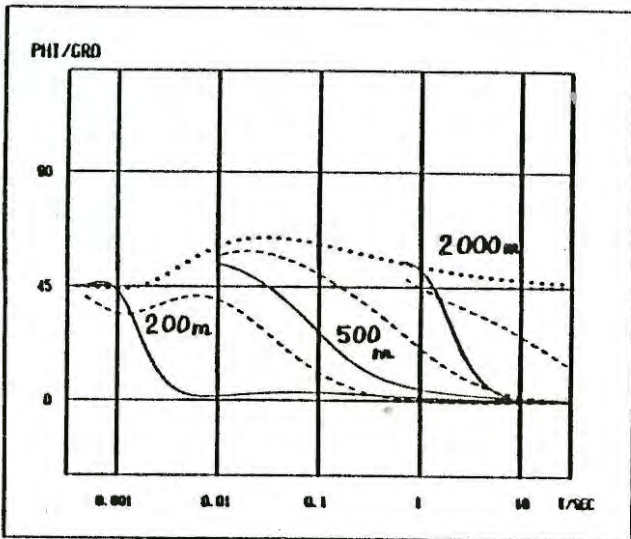
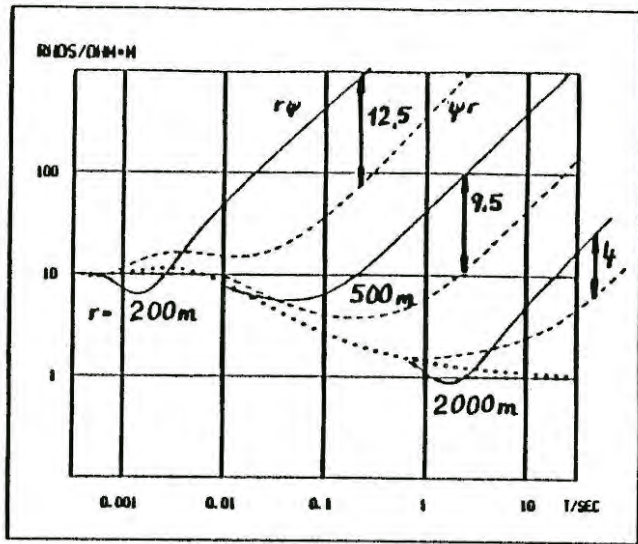


Abb.3

AAMT-Modellkurven, Zweischichtfall
 Modell: $\varrho_1 = 10 \Omega m$, Unterkante bei 100m
 $\varrho_2 = 1 \Omega m$
 Parameter $r = 200m, 500m, 2000m$

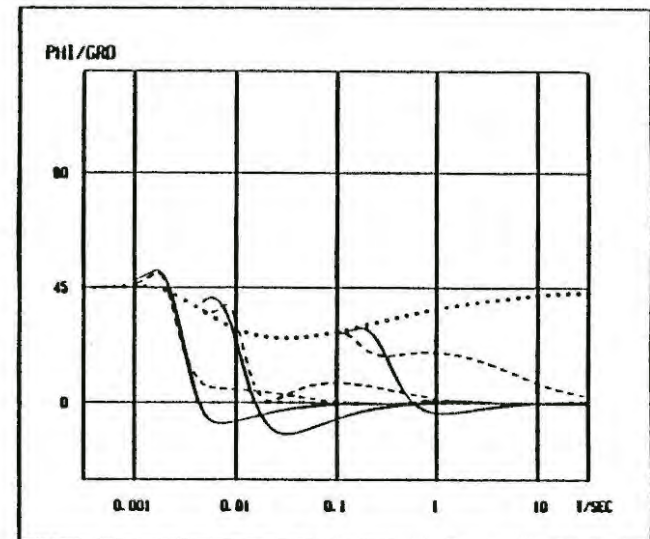
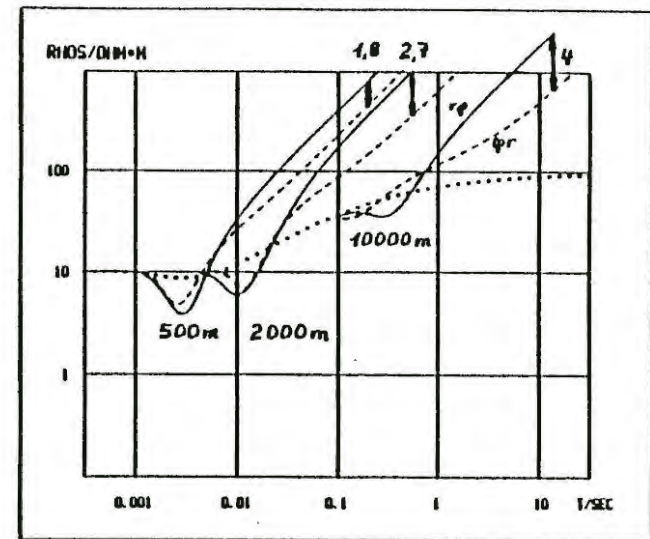


Abb.4

AAMT-Modellkurven, Zweischichtfall
 Modell: $\varrho_1 = 10 \Omega m$, Unterkante bei 100m
 $\varrho_2 = 100 \Omega m$
 Parameter $r = 500m, 2000m, 10000m$

R. Volbers

Zum Einsatz verschiedener Auswerteverfahren bei verschiedenartig gestörten MT-Daten

Magnetotellurische Messungen in industrialisierten Gebieten stellen wegen künstlicher Störungen bekanntlich besondere Anforderungen an die Auswertetechniken. Im folgenden soll gezeigt werden, wie durch den Einsatz verschiedener Verfahren verschiedenartig gestörte MT-Daten ausgewertet werden können. Angewendet auf ein Profil vom Münsterland zum Ostsauerland wurden hierzu Verfahren der Einzeleffektauswertung (EEA) (Jödicke, 1978) und der Statistischen Frequenzanalyse (SFA) (Schmucker, 1978; Bahr, 1985). Neben der Auswertung von Daten einer einzelnen Station (Single-Site-Auswertung) wurde zusätzlich die Remote-Reference-Technik (Gamble et al., 1978), die sich durch die Hinzunahme von möglichst ungestörten Daten einer Bezugsstation als wirkungsvolle Methode zur Bias-Reduzierung erwiesen hat, als Erweiterung der EEA und SFA eingesetzt.

Die EEA und die SFA unterscheiden sich im wesentlichen dadurch, daß bei der EEA aus dem gesamten Datenmaterial sehr gezielt solche Abschnitte (sog. Einzeleffekte) herausgesucht werden, die sich durch ein erhöhtes Signal-/Rauschverhältnis auszeichnen. Diese Einzeleffekte machen im allgemeinen nur 10-20% des gesamten Datenmaterials aus.

Bei der SFA wird hingegen das gesamte Datenmaterial (nachdem offensichtliche Datenfehler, wie z.B. der Ausfall eines Registrierkanals, eliminiert wurden) nach Aufteilung in Abschnitte der Länge $\Delta t \cdot 2^n$ (z.B. $n=11$) bearbeitet. Einer zeitlich aufwendigen Handauswahl von Einzeleffekten mit großem Signal-/Rauschverhältnis bei verhältnismäßig geringer Anzahl von Freiheitsgraden steht also eine automatische Verarbeitung großer Datenmengen mit geringerem Signal-/Rauschverhältnis, jedoch mit großer Anzahl von Freiheitsgraden gegenüber.

Abb.1 stellt die einzelnen Schritte der Datenbearbeitung mit EEA und SFA in Form eines Flußdiagramms gegenüber. Ausgangsmaterial beider Verfahren sind die Zeitreihen, bestehend aus den Komponenten des magnetischen ('B') und des elektrischen Feldes ('E') einer Basis-Station, und, falls erforder-

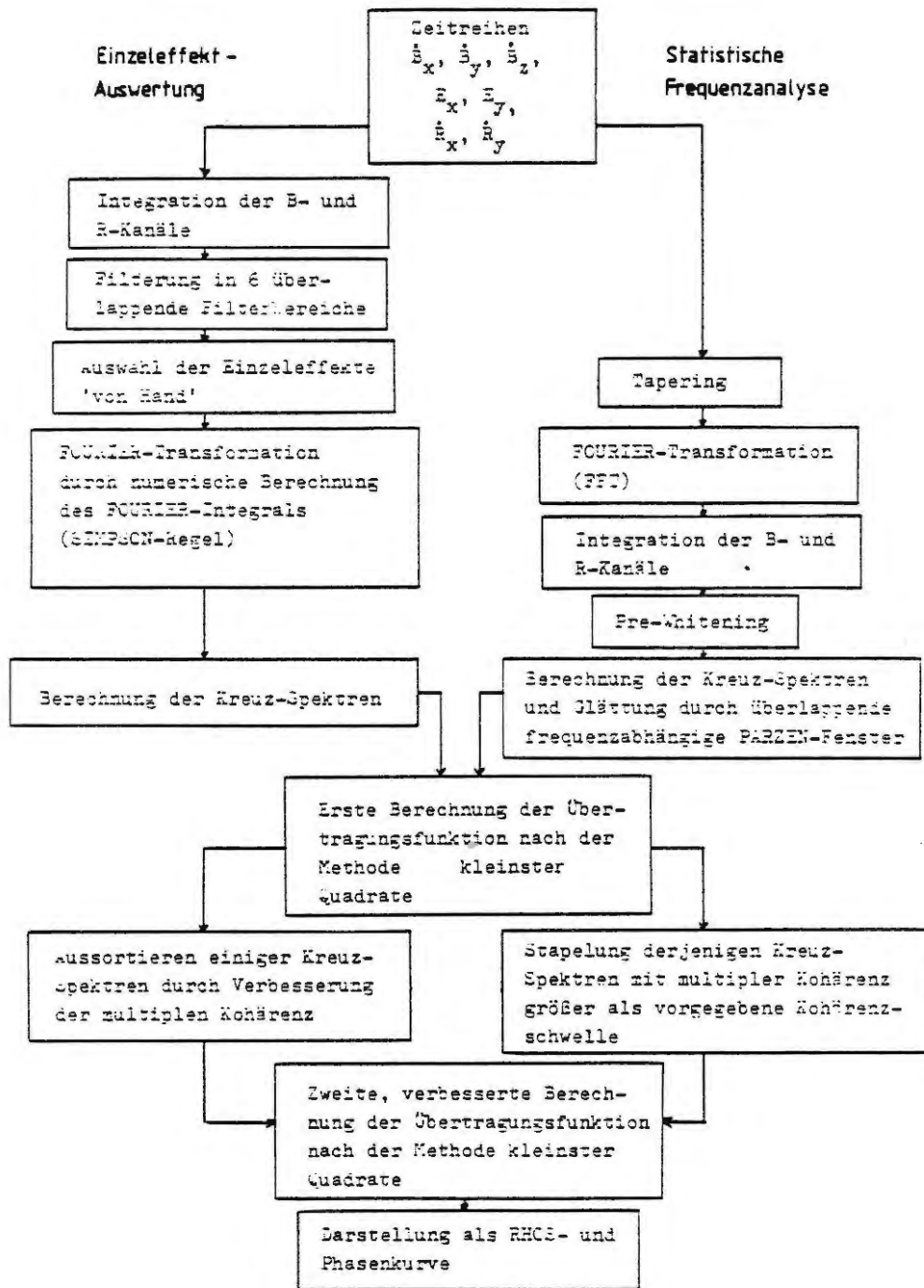


Abb.1: Flußdiagramm zur Datenbearbeitung mit EEA und SFA

lich, die für die Anwendung der Remote-Reference-Technik benötigten zeitgleichen Komponenten des magnetischen Feldes ('R') einer Remote-Station. Als Basis-Station wird die Station bezeichnet, die unter Hinzunahme der Remote-Station ausgewertet werden soll.

Der Vergleich beider Verfahren zeigt, daß die Berechnung der Übertragungsfunktionen (z.B. Z_{xx} , Z_{xy}) bei beiden Verfahren identisch ist, unterschiedlich ist nur der Weg, auf dem die erforderlichen Spektren gewonnen werden:

In den ersten Rechengang zur Berechnung der Übertragungsfunktionen gehen zunächst alle Einzeleffekte bzw. Zeitreihen ein. Die im logarithmischen Maßstab äquidistanten Werte der Übertragungsfunktionen der EEA sind dabei im Gegensatz zu denen der SFA ungeglättet und annähernd unabhängig voneinander. Je nach Breite der frequenzabhängigen, überlappenden Parzen-Fenster sind die entsprechenden Werte der SFA mehr oder weniger stark geglättet. Wegen der normalerweise im Datenmaterial enthaltenen Störungen in E und B liefert die erste Berechnung der Übertragungsfunktionen erfahrungsgemäß nur einen durch Bias mehr oder weniger stark verzerrten Schätzwert. Durch die Berücksichtigung der multiplen Kohärenz zwischen zwei Eingängen (zum Beispiel den Horizontalkomponenten des magnetischen Feldes) und einem Ausgang (zum Beispiel der Nord-Süd-Komponente des elektrischen Feldes) als Gütekriterium kann ein verbesserter Schätzwert bestimmt werden. Bei der Single-Site-Auswertung kann durch ein solches Kohärenzkriterium nur der Einfluß unkorrelierten Rauschens minimiert werden (vgl. z.B. Jödicke & Grinat, 1985). Der Einfluß korrelierten Rauschens kann unter Hinzunahme einer Remote-Station verringert werden, sofern die Störungen zwischen Basis- und Remote-Station nicht miteinander korreliert sind. Auch im Fall der Remote-Reference-Technik kann eine Verbesserung durch Anwendung des Kohärenzkriteriums erreicht werden (Volbers, 1986). Notwendigerweise wird in diesem Fall die Kohärenz nicht zwischen dem lokalen E und B der Basis-Station, sondern zwischen dem vorhergesagten $B'=K \cdot R$ und dem lokalen E berechnet. Hierbei ist K die Übertragungsfunktion zwischen B und R, zu deren Berechnung zusätzlich ein Kohärenzkriterium angewendet werden kann.

Um von den ersten Schätzwerten der Übertragungsfunktionen über das Gütekriterium zu einem zweiten, verbesserten Schätzwert zu gelangen, wird bei EEA und SFA unterschiedlich vorgegangen (vgl. Abb.1). Bei der EEA werden aus allen Spektren durch einfaches Nacheinanderausrechnen diejenigen Sätze von Fourier-Koeffizienten ermittelt, die durch ihr Weglassen die multiple Kohärenz am meisten verbessern. Die Anzahl der auszusortierenden Sätze von Fourier-Koeffizienten wird vorgegeben, erfahrungsgemäß wird durch eine Reduzierung von 10-20% pro Filterbereich eine deutliche Verbesserung erreicht. Bei dem Kohärenzkriterium der SFA wird getrennt für jede Zeitreihe und jeden Periodenwert überprüft, ob die mit dem Parzen-Fenster geglätteten Spektren eine vorgegebene Kohärenzschwelle (erfahrungsgemäß 0.6-0.8) überschreiten. Nur diejenigen Spektren, deren multiple Kohärenz den vorgegebenen Schwellwert überschreiten, werden aufsummiert und zur Berechnung des verbesserten Schätzwertes herangezogen (vgl. Bahr, 1985).

Im Gegensatz zum Nacheinanderausrechnen bei der EEA stellt das Stapeln nach Überschreiten einer Kohärenzschwelle eine weniger rechenzeitaufwendige Vorgehensweise dar. Eine zu hoch angesetzte Kohärenzschwelle kann aber dazu führen, daß für einige Periodenwerte die Spektren keiner Zeitreihe (der Länge $\Delta t \cdot 2048$) die Kohärenzschwelle überschreiten und damit die Übertragungsfunktionen für diese Periodenwerte unbestimmt bleiben. Eine geeignete Kohärenzschwelle muß also gegebenenfalls für jeden Periodenwert neu ermittelt werden.

Die Wirkung des Kohärenzkriteriums soll am Beispiel der ρ_{psyx} - und ϕ_{yx} -Werte des relativ schwach gestörten MT-Meßpunktes TINN, ca. 12km SW von Münster, für die EEA (Abb.2) und die SFA (Abb.3) demonstriert werden. Fehlerbalken sind zur besseren Übersichtlichkeit weggelassen. Das Symbol 'x' markiert das Ergebnis 'Minimaler Fehler in E', das Symbol '⊗' das Ergebnis 'Minimaler Fehler in H_x '. Die Lösung 'Minimaler Fehler in H_y ' wird hier nicht betrachtet, da sie wegen angenäherter Eindimensionalität des Untergrundes instabil ist. Die durchgezogene Linie stellt das Ergebnis einer mit den Fehlern der Einzellösungen gewichteten Mittelung aus 'x' und '⊗' dar. Die gewichtete Mittelung ist ein Versuch, aus den

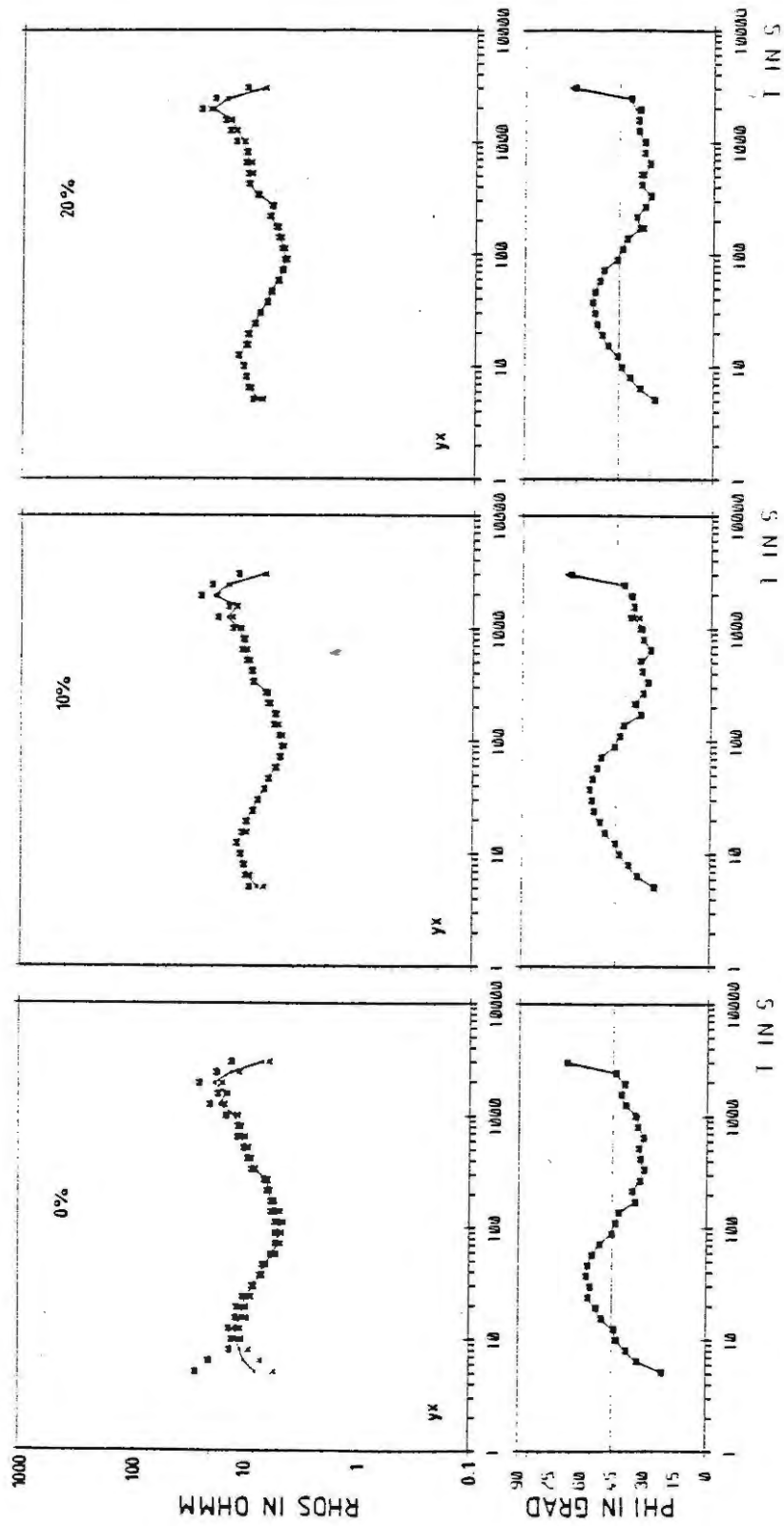


Abb.2: Wirkung des Kohärenzkriteriums der EEA (Meßpunkt TINN)
 Signatur: x \triangle Minimaler Fehler in E; \boxtimes \triangle Minimaler Fehler in H_x ; durchgez. Linie \triangle gewichtete Mittelung

beiden gegensinnig verzerrten Einzellösungen ein möglichst unverzerrtes Ergebnis zu erzielen (vgl. Gundel, 1977).

Deutlich ist in Abb.2 und 3 bei 0% bzw. Schwelle 0.0 (d.h. alle Sätze von Fourier-Koeffizienten bzw. alle Zeitreihen berücksichtigt) die Wirkung unkorrelierten Rauschens auf die ρ_S -Kurve zu erkennen: Das Vorhandensein von Rauschen in den jeweils als fehlerfrei angenommenen Eingängen wirkt sich für den 'Minimalen Fehler in E' in zu kleinen, für den 'Minimalen Fehler in H_X ' in zu großen Werten der Übertragungsfunktionen aus (vgl. Schmucker, 1984). Besonders deutlich ist dies bei den kürzesten und längsten Perioden zu erkennen. Dabei ist der Bias bei der EEA etwas geringer als bei der SFA. Offensichtlich wirkt sich das durch die Auswahl der Einzeleffekte von Hand erhöhte Signal-/Rauschverhältnis bias-reduzierend aus.

Werden 'schlechte' Sätze von Fourier-Koeffizienten aussortiert (10% oder 20% in Abb.2) oder nur Spektren mit einer genügend großen Kohärenz zur Auswertung herangezogen (0.4 oder 0.8 in Abb.3), wird die angestrebte Verringerung des Bias tatsächlich auch erreicht, was der geringer werdende Abstand zwischen den beiden Kurven belegt.

Auffällig ist, daß der Verlauf der mit Fehlern gewichteten ρ_S -Kurve (durchgezogene Linie in Abb.2 und 3) nahezu unabhängig von der Anwendung der Kohärenzkriterien bleibt. Dies bedeutet, daß durch die gewichtete Mittelwertbildung auch ohne Anwendung von Kohärenzkriterien bei dieser relativ ungestörten Station eine gute Näherung für die bias-freie Lösung erreicht werden kann, wie insbesondere der Vergleich mit 20% Datenreduktion (Abb.2) oder der Kohärenzschwelle 0.8 (Abb.3) zeigt.

Im Gegensatz zu den ρ_S -Werten sind die Phasen vom 'Minimalen Fehler in E' und 'Minimalen Fehler in H_X ' identisch, d.h. bias-frei, wie in Abb.2 (0%) und Abb.3 (0.0) zu erkennen ist. Nach Anwendung der Kohärenzkriterien treten kleine Abweichungen der Phasenwerte voneinander auf. Hier handelt es sich offensichtlich um Streuungen als Folge statistischer, nicht systematischer Fehler. Insgesamt ändern sich die Phasenwerte aber nur wenig. Dies ist ein wichtiges Ergebnis, denn nach Anwendung des Kohärenzkriteriums sind die Datensätze für 'Minimalen Fehler in E' und 'Minimalen Fehler in H_X ' nicht

mehr identisch, da zum Teil unterschiedliche Sätze von Fourier-Koeffizienten bzw. Spektren aussortiert werden. Vergleicht man die ρ_s - und Phasenkurven der EEA (Abb.2) mit denen der SFA (Abb.3), so kann man eine gute Übereinstimmung feststellen. Dabei zeigen die Ergebnisse der SFA einen glatteren Verlauf als die der EEA, was vermutlich auf die größere Anzahl der Freiheitsgrade durch eine bessere Ausschöpfung des Datenmaterials und zum Teil auf die Glättung aufgrund der Verwendung überlappender Parzen-Fenster zurückzuführen ist. Die Gesamtanzahl der Freiheitsgrade liegt bei der EEA zwischen ca. 1200(0%) und 960(20%), bei der SFA zwischen 180000(0.0) und 45000(0.8) !

Nach diesem ersten Beispiel einer relativ schwach gestörten Station sollen in einem zweiten Beispiel die Ergebnisse der relativ stark gestörten Station DAVE (20km südlich von Münster) aus EEA, SFA und dazu jeweils das Ergebnis mit Anwendung der Remote-Reference-Technik gegenübergestellt werden. 'Kurzperiodisch' ($\Delta t=1s$) und 'langperiodisch' ($\Delta t=32s$) (Betriebsmoden der verwendeten Metronix-Apparatur) registrierte Zeitreihen von DAVE sind in Abb.4 und 5 zusammen mit den zeitgleichen Zeitreihen der als Remote-Station verwendeten Station HULS dargestellt. Der Abstand HULS - DAVE beträgt etwa 20km.

In der kurzperiodischen Zeitreihe von DAVE (Abb.4) sind in den E- und B-Kanälen starke, den Signalen überlagerte korrelierte Störungen zu erkennen, daneben aber auch relativ schwach gestörte Abschnitte. Das gleiche Bild zeigt sich in der langperiodischen Zeitreihe (Abb.5). Besonders auffällig sind die zwischen den als Markierung eingezeichneten Pfeilen auftretenden Störungen in allen fünf Kanälen. Die Zeitreihen der Station HULS sind praktisch störungsfrei. Betrachtet man die Signalanteile, so kann man eine gute Korrelation zwischen HULS und DAVE feststellen.

In Abb.6 sind die Ergebnisse aus EEA, SFA und Remote-Reference-Technik zusammen dargestellt. Aufgebaut ist Abb.6 nach folgendem Schema: In jedem einzelnen Bild ist die Signatur für die EEA ein 'x', für die SFA ein '⊗'. Die obere Bildreihe enthält die Ergebnisse ρ_{sxy} und ϕ_{xy} von links nach rechts in der Reihenfolge 'Minimaler Fehler in E_x ', 'Minimaler Fehler

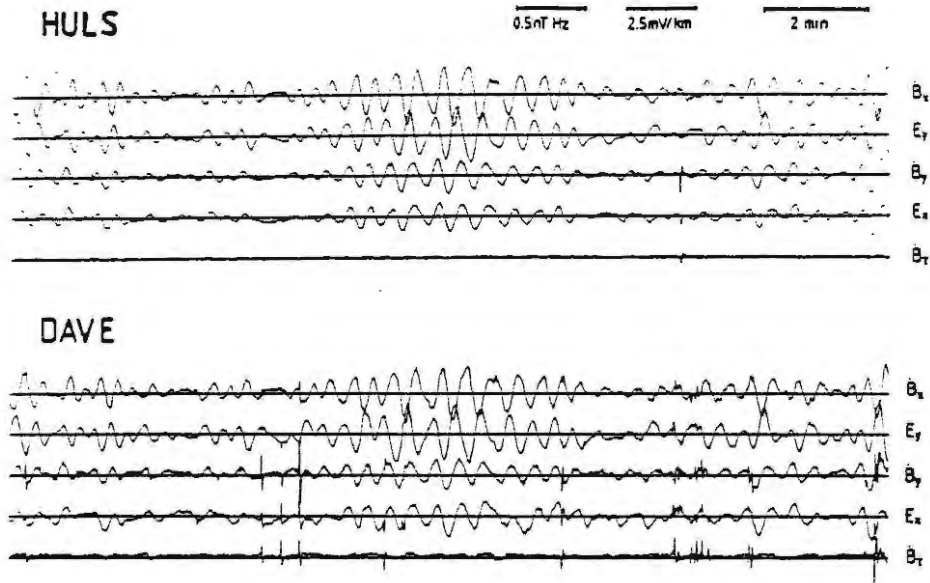


Abb.4: Zeitgleiche kurzperiodische Registrierung der Meßpunkte HULS und DAVE vom 21.09.84, Beginn 10:57:04 MEZ

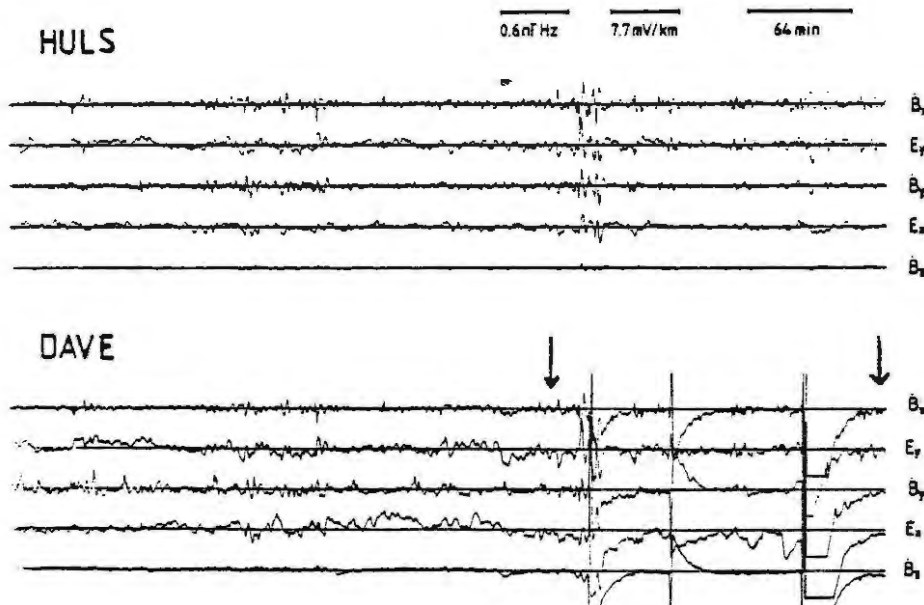


Abb.5: Zeitgleiche langperiodische Registrierung der Meßpunkte HULS und DAVE vom 13.09.84, Beginn 21:00:32 MEZ

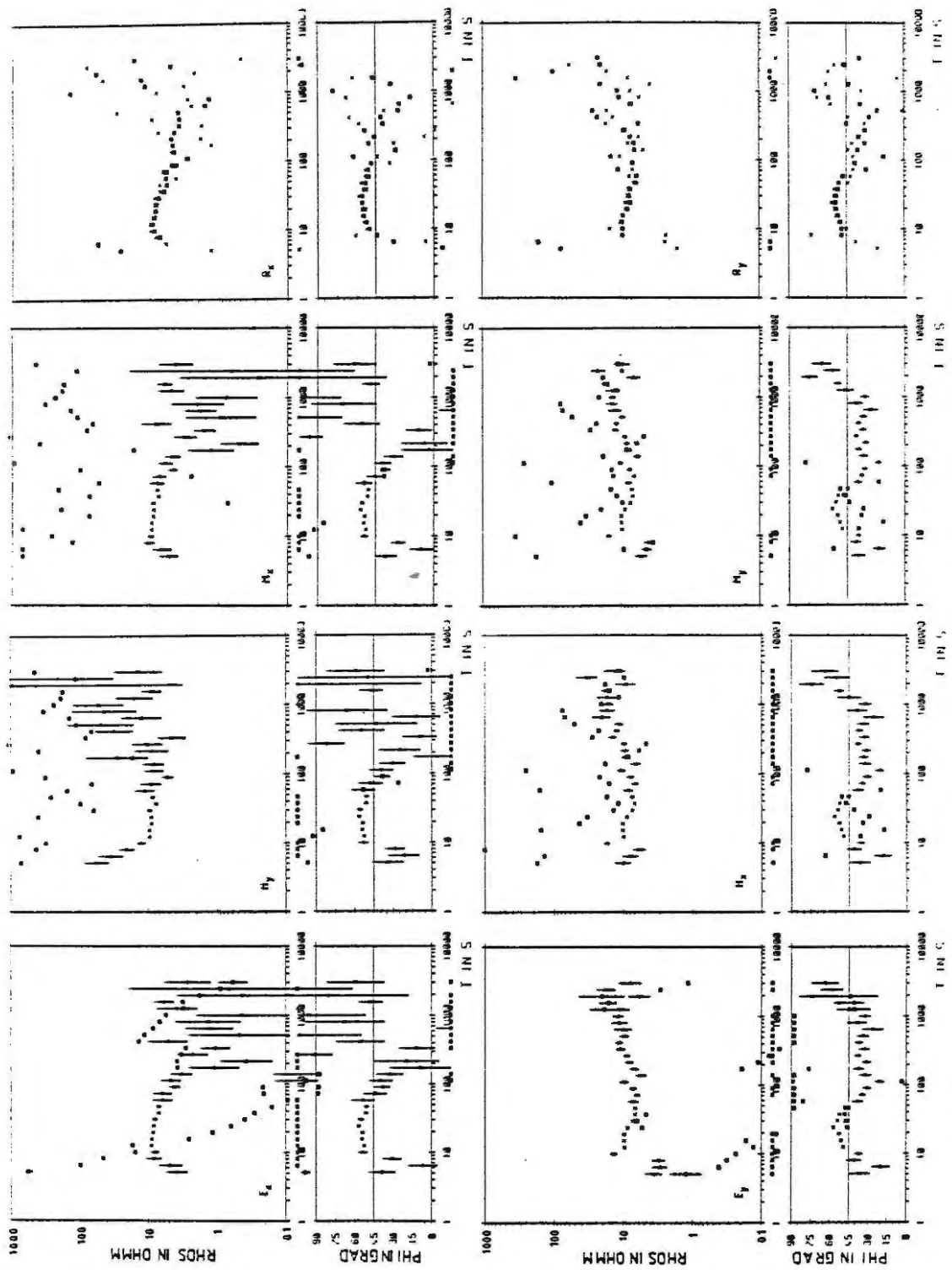


Abb.6: Ergebnisse der EEA, SFA und Remote-Reference-Technik für DAVE Signatur: x \triangle EEA; \boxtimes \triangle SFA; weitere Bezeichnungen vgl. Text

in H_y' , die mit Fehlern gewichtete Mittelung (M_x) und die Anwendung der Remote-Reference-Technik (R_x). Analog dargestellt sind in der unteren Bildreihe die Ergebnisse ρ_{syx} und ϕ_{yx} in der Reihenfolge 'Minimaler Fehler in E_y ', 'Minimaler Fehler in H_x ', der Mittelwert aus beiden (M_y) und Remote-Reference-Technik (R_y). Eine Verbesserung durch Anwendung des Kohärenzkriteriums ist bereits durchgeführt, und zwar wurden bei der EEA 20% der Sätze von Fourier-Koeffizienten aussortiert, bei der SFA und der SFA mit Remote-Reference wurden nur Spektren mit einer multiplen Kohärenz größer 0.6 zugelassen. Bei der EEA mit Remote-Reference wurde das Kohärenzkriterium bislang noch nicht angewendet.

Mit der EEA wird in der xy-Komponente in allen Lösungen von 10-140s, in der yx-Komponente von 10-3000s (außer R_y) ein einigermaßen glattes Ergebnis erzielt. Dagegen versagt die SFA in den Lösungen 'Minimaler Fehler in E', 'Minimaler Fehler in H' und damit auch in der gewichteten Mittelung fast völlig. Einzelne ρ_s - und Phasenwerte (z.B. in E_y bei 20-40s oder zwischen 1000-2000s) stimmen zwar mit denen der EEA überein, ein z. B. mit Modellrechnung auswertbares Ergebnis wird aber nicht erreicht. Dieses sehr schlechte Ergebnis der SFA im gesamten Periodenbereich kann damit begründet werden, daß die starken Störungen ein sehr breitbandiges Spektrum aufweisen. Außerdem sind sie in E und B korreliert, so daß sie durch das verwendete Kohärenzkriterium nicht als Störung erkannt werden. Erst die Anwendung von Remote-Reference gibt für die SFA ein überzeugend verbessertes Ergebnis.

Vergleicht man die theoretisch bias-freien Remote-Reference-Ergebnisse mit den Ergebnissen der gewichteten Mittelung der EEA, so zeigt die gute Übereinstimmung im Bereich von 10-100s, daß auch bei dieser sehr stark gestörten Station die mit Fehlern gewichtete Mittelung bei der EEA eine gute Näherung an ein bias-freies Ergebnis darstellt.

Vergleichende Untersuchungen der vorausgegangenen Art wurden auf einem längeren Profil mit verschiedenen stark gestörten Stationen durchgeführt (Volbers, 1986). Zusammenfassend kann dabei folgendes festgehalten werden:

Die EEA erweist sich gegenüber der SFA als bedeutend flexibleres Auswerteverfahren. Die gezielte Auswahl von Abschnitten

mit erhöhtem Signal-/Rauschverhältnis aus dem gesamten Datenmaterial ist zwar mit einem größeren Arbeitsaufwand verbunden, ist aber in Einzelfällen sicherlich gerechtfertigt. Relativ ungestörte Meßpunkte lassen sich durch die SFA mit geringem Aufwand auswerten. In diesen (seltenen) Fällen ist eine EEA nicht angemessen und führt dann zum Teil zu schlechteren Ergebnissen.

Die Anwendung der Remote-Reference-Technik ist ebenfalls mit einem erhöhten Arbeitsaufwand verbunden, da zu einer Basis-Station eine zweite Station zeitgleich betrieben werden muß. Aber erst durch diese Remote-Station sind korrelierte Störungen im Datenmaterial der Basis-Station als solche zu erkennen. Ist die Anwendung der Remote-Reference-Technik nicht möglich, kann durch die Verwendung einer mit Fehlern gewichteten Mittelung in vielen Fällen eine brauchbare Näherung für ein bias-freies Ergebnis erzielt werden.

Literatur:

- Bahr, K.: Magnetotellurische Messungen des elektrischen Widerstandes der Erdkruste und des oberen Mantels in Gebieten mit lokalen und regionalen Leitfähigkeitsanomalien, Diss. Math.-Naturw. Fak., Universität Göttingen, 1985
- Gamble, T.D., Goubau, W.M., Clarke, J.: Magnetotellurics with a remote magnetic reference, *Geophysics* 44: p.53 - 68, 1978
- Gundel, A.: Erdmagnetische Induktion einer dreidimensionalen Salzstruktur, Diss. Math.-Naturwiss. Fak., Universität Göttingen, 1977
- Jödicke, H.: Auswerteverfahren Münster, Protokoll über das Kolloquium 'Elektromagnetische Tiefenforschung', Neustadt/W., 1978
- Jödicke, H., Grinat, M.: Magnetotelluric measurements at the SE flank of the Stavelot-Venn anticline using the remote-reference-technique, *N. Jb. Geol. Paläont. Abh.* 171: p.425 - 440, 1985

U. SCHMUCKER

Dr. LARSENs Interpretation des "Remote Reference" Verfahrens

In diesem von GAMBLE et al. (1979) vorgeschlagenen Verfahren geht es im wesentlichen darum, von systematischen Fehlern befreite Absolutwerte der Impedanzen Z_{ij} zu gewinnen. Die Bestimmungsgleichungen dürfen also keine power Spektren enthalten - da diese bezüglich ihrer Erwartungswerte stets überschätzt werden - sondern ausschließlich Kreuzspektren ohne systematischen Fehler. Es ist dann aber nicht mehr unmittelbar einsichtig, auf welches Ausgleichsproblem sich die resultierenden Schätzwerte beziehen, falls sie dies überhaupt tun. Hier sei eine von LARSEN gefundene Deutung mitgeteilt. Sie wird vereinfachend am univariaten Problem erläutert. Eine Erweiterung auf den bivariaten Fall bereitet keine Schwierigkeit.

Es seien E_1, B_1 und E_2, B_2 die aus Registrierungen an zwei getrennten Stationen abgeleiteten komplexen FOURIER Amplituden des tellurischen und dazu orthogonalen magnetischen Feldes für eine feste Frequenz. Eine Ausgleichsrechnung bezüglich der univariaten Ansätze

$$E_1 = Z_1 B_1 + \delta E_1, \quad E_2 = Z_2 B_2 + \delta E_2$$

$$B_1 = A B_2 + \delta B_1,$$

welche die power Spektren $\langle |\delta E_1|^2 \rangle$ etc. der Residuen minimiert, ergibt als Schätzwerte

$$Z_1 = \langle E_1 B_1^* \rangle / N_1, \quad Z_2 = \langle E_2 B_2^* \rangle / N_2$$

$$A = \langle B_1 B_2^* \rangle / N_2$$

mit $N_i = \langle |B_i|^2 \rangle$, $i = 1, 2$; $\langle \rangle$ bedeutet Mittelwert, z.B. über viele Registrierungen.

Bezieht man in entsprechender Weise das tellurische Feld der einen Stationen auf das Magnetfeld der anderen, setzt man also etwa

$$E_1 = Z_{12} B_2 + \delta E_{12},$$

so erhält man für die gemischte Impedanz den Schätzwert

$$Z_{12} = \langle E_1 B_2^* \rangle / N_2.$$

Aus der Identität $Z_1 A = Z_{12}$ folgt der nur aus Kreuzspektren abgeleitete Schätzwert

$$Z_1' = Z_{12} A^{-1} = \langle E_1 B_2^* \rangle / \langle B_1 B_2^* \rangle$$

des remote reference Verfahrens. Sein systematischer Fehler sollte Null sein, während sich sein zufallsbedingter Fehler additiv aus den Fehlern von Z_{12} und A zusammensetzen sollte.

In diesem Sinne wäre Z_1' (und entsprechend Z_2') ein Schätzwert, der sowohl $\langle |\delta E_{12}|^2 \rangle$ als auch $\langle |\delta B_1|^2 \rangle$ minimiert. Es gibt aber noch eine andere, direktere Deutung: Man bilde die Kovarianz der Residuen δE_1 und δE_2 ,

$$\text{cov}\{\delta E_1, \delta E_2\} = \langle \delta E_1 \delta E_2^* \rangle = \langle (E_1 - Z_1 B_1) (E_2 - Z_2 B_2)^* \rangle$$

und Sorge dafür, daß ihr Realteil (oder ihr Imaginärteil)

$$\langle \text{Re}\{\delta E_1\} \text{Re}\{\delta E_2\} + \text{Im}\{\delta E_1\} \text{Im}\{\delta E_2\} \rangle$$

durch die richtige Wahl von Z_1 und Z_2 minimiert wird. Aus den Normalgleichungen

$$\frac{\partial}{\partial Z_1} \{ \langle \dots \rangle \} = \text{Re} \{ - \langle B_1 E_2^* \rangle + \langle B_1 B_2^* \rangle Z_2^* \} = \text{Im} \{ \dots \} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Z_2} \{ \langle \dots \rangle \} = \text{Re} \{ - \langle E_1 B_2^* \rangle + Z_1 \langle B_1 B_2^* \rangle \} = \text{Im} \{ \dots \} = 0$$

folgen Bestimmungsgleichungen, die mit denjenigen für das remote reference Verfahren identisch sind.

Die Schätzwerte Z_1' und Z_2' sind also so bestimmt, daß die nicht mit dem örtlichen Magnetfeld korrelierten tellurischen Feldanteile auch möglichst wenig untereinander korreliert sind. Die Residuen werden so gewissermaßen in einen räumlich kohärenten und einen räumlich nicht-kohärenten Anteil aufgespaltet, wobei der erstgenannte Anteil so klein wie möglich gehalten wird. Aus der Bedingung, daß die Kohärenz dieser Residuen höchstens gleich Eins ist, folgt ferner die Ungleichung

$$\langle |\delta E_1|^2 \rangle \cdot \langle |\delta E_2|^2 \rangle \geq |\langle \delta E_1 \delta E_2^* \rangle|^2$$

Das Produkt der bei einer einfachen Ausgleichsrechnung minimierten power Spektren der Residuen ist also mindestens so groß wie der quadrierte Absolutwert der Kovarianz beider Residuen.

Literatur

Gamble, T.D., W.M. Goubau, J. Clarke: Magnetotellurics with a remote magnetic reference. Geophysics 44 (1979), 53.

Larsen, J.: Smooth robust one dimensional EM response functions. Vortrag Neuchâtel workshop 1986 (4-1) .

Zahid A. Malik

SIGNIFIKANZTEST FUER FOURIER-KOEFFIZIENTEN

Es werden oft alle Fourierkoeffizienten (nach eventueller Mittelbildung) zur Berechnung der Uebertragungsfunktionen herangezogen. Die Spektren der erdmagnetischen Stoerungen enthalten nur wenige energiereiche Baender. Eine Bestimmung der Uebertragungsfunktionen ist nur fuer diese Frequenzbaender sinnvoll. Die Suche nach den geeigneten Frequenzbaender (bzw. Fourierkoeffizienten) erfolgt in zwei Schritten. Erstens muessen die Fourierkoeffizienten innerhalb des Spektrums signifikant sein. Zweitens eine signifikante Kohaerenz mit den entsprechenden Koeffizienten der anderen Zeitreihe, die fuer die Bestimmung der Uebertragungsfunktion herangezogene worden ist, aufweisen. Im folgenden werden sehr einfache Methoden, diese Signifikanztests durchzufuehren, beschrieben.

Die Signifikanz der Fourieramplituden kann mit einem von FISCHER (1929) angegebenen Test untersucht werden. Die Fourierkoeffizienten einer Reihe aus Zufallszahlen sind im Mittel gleich gross. Will man testen, ob sich etwa der i-te Fourierkoeffizient vom Hintergrund abhebt, so bildet man das Verhaeltnis der Energie in der i-ten Harmonischen zur mittleren Energie

$$g_i = |F_i|^2 / (1/N \sum_{k=1}^N |F_k|^2).$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass F_i aus einer Analyse von Zufallszahlen stammt, ist dann gegeben durch

$$P_i = (1 - g_i)^{N/2}.$$

Als Signifikanzschranke kann $P_i=1\%$ bzw. 5% gewaehlt werden.

Der zweite Test ist von SCHMUCKER (1970 S. 17) vorgeschlagen worden. Dieser Test prueft die Kohaerenz zwischen zwei Zeitreihen anhand der signifikanten Fourierkoeffizienten. Die Signifikanzschranke ist in diesem Fall durch

$$(4/n)^{1/2}$$

gegeben, n ist die Anzahl der Freiheitsgrade.

Fischer, R.A.: Proc. Roy. Soc. London Ser. A125, 54-59, 1929
Schmucker, U.: Anomalies South-western United States Bull. Scripps Inst. Ocean. Univ. Calif., 13, 1970

T. Hanstein, H. Eilenz, K.-M. Strack

Einige Aspekte der Aufbereitung von LOTEM Daten

Bei der LOTEM Datenerfassung (Long Offset Transient ElectroMagnetics) wird jeder gemessene Transient als digitale Zeitreihe aufgenommen und abgespeichert (Strack 1985). Dieses Verfahren ermöglicht somit eine umfangreiche Datenaufbereitung, wie sie in der Seismik bereits üblich ist. Es werden drei Techniken vorgestellt, die das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern.

Der periodische Anteil wird mit Hilfe von rekursiven Notch-Filtern herausgenommen. Da die Information über den Untergrund in der Amplitude des Transienten steckt, ist es wichtig, daß der Filter die Verstärkung 1 hat. Hier wird die Konstruktion eines rekursiven Notch-Filters in einer geschlossenen Darstellung mit richtiger Normierung beschrieben. Die in der Literatur beschriebenen und in der Seismik verwendeten Filter sind dagegen nicht auf 1 normiert und ein Normierungsfaktor muß erst durch Probieren ermittelt werden (Shanks 1967, Kulhanek 1976).

Das nichtperiodische Rauschen wird durch Stapeln der Transienten verringert. Da der einfache Mittelwert durch Ausreißer stark verzerrt wird, werden Verfahren gesucht, die diese Ausreißer eliminieren. Der restliche Rauschanteil nach dem Stapeln wird mit einem speziell für die Eigenschaften der Transienten ausgelegten Filter geglättet.

Rekursiver Notch-Filter

Der rekursive Filter wird durch das Verhältnis zweier Polynome, 2. Ordnung, in z beschrieben, wobei $z = \exp(i\omega t)$ die z -Transformierte ist. Die Konstruktion des Filters mit der Pol-Zero-Technik wird in der komplexen Zahlenebene dargestellt (Abb. 1). Die Frequenz 0 Hz wird bei $(1,0)$ und die Nyquistfrequenz bei 180 Grad aufgetragen. Die Nullstelle der Filterfunktion liegt auf dem Einheitskreis und wird durch die zu unterdrückenden Frequenz bestimmt.

$$z_n = (\alpha, \beta) = (\cos \psi, \sin \psi) \text{ mit } \psi = \frac{f_0}{f_N} \pi$$

Damit der Filter eine möglichst schmale Bandbreite hat, wird ein Pol in die Nähe der Nullstelle gelegt.

$$z_p = (x, y)$$

Der Eingang und Ausgang des Filters sind reell, daher besitzt der Filter zwei konjugiert komplexe Nullstellen.

An die Filtercharakteristik werden nun drei Bedingungen gestellt:

1. Verstärkung 1, d.h. das Signal soll außerhalb der zu sperrenden Frequenz möglichst "exakt" wiedergegeben werden.
2. schmale Bandbreite, d.h. der Filter soll eine hohe Güte haben.
3. keine Phasenverschiebung

Die Normierung des Filters auf 1 läßt nur ganz bestimmte Lagen der Pole zu. Es muß gelten, daß die Filterfunktion bzgl. der Nyquistfrequenz und 0 Hz symmetrisch ist. Die Symmetrie ist nur zu erhalten, wenn das Verhältnis der Strecken $\frac{|z_n - 1|}{|z_n + 1|}$ und $\frac{|z_p - 1|}{|z_p + 1|}$ gleich dem Verhältnis der Strecken $\frac{|1 - \alpha|}{|1 + \alpha|}$ und $\frac{|1 - x|}{|1 + x|}$ ist.

$$\frac{|z_n - 1|^2}{|z_n + 1|^2} = \frac{|z_p - 1|^2}{|z_p + 1|^2} = \frac{(1 - \alpha)^2 + \beta^2}{(1 + \alpha)^2 + \beta^2} = \frac{(1 - x)^2 + y^2}{(1 + x)^2 + y^2}$$

POL-ZERO-TECHNIQUE

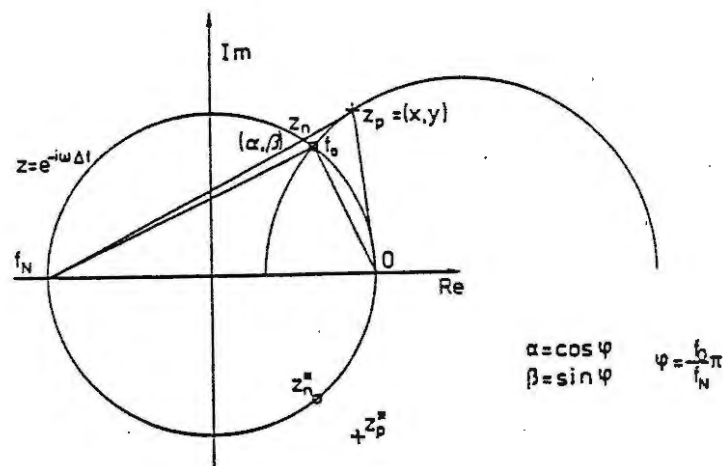


Abb. 1: Darstellung der Pol-zero-Technik in der komplexen Zahlenebene für die Konstruktion des rekursiven Sperrfilters

Die Auflösung der Gleichung nach y führt zu einer Beziehung zwischen Imaginärteil und dem Realteil des Pols in Abhängigkeit zum Realteil der Nullstelle.

$$y^2 = 2x/k - (1-x^2)$$

Die Symmetrie erfordert, daß die Pole auf einem Kreis liegen, der in der Geometrie auch als Apollonischer Kreis bekannt ist.

Der Abstand zwischen Pol und Nullstelle, d.h. die Bandbreite des Filters, wird durch die Multiplikation eines Faktors mit dem Realteil der Nullstelle definiert.

$$x := \eta \alpha$$

Um die Verstärkung 1 zu erhalten, muß noch ein Normierungsfaktor eingeführt werden, da die Strecken $\overline{Oz_n}$ und $\overline{Oz_p}$ nicht gleich lang sind.

$$\frac{|z_p - 1|}{|z_n - 1|} = \eta$$

Mit dem oben eingeführten Faktor η für die Bandbreite ergibt sich gerade wieder als Normierungsfaktor η , mit dem die Filterfunktion multipliziert werden muß.

Setzt man alle Bedingungen und Relationen in die Filterfunktion ein, so erhält man:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \eta \frac{(z - z_n)(z - z_n^*)}{(z - z_p)(z - z_p^*)} = \eta \frac{z^2 - 2\alpha z + 1}{z^2 - 2\eta z + (2\eta - 1)}$$

$$Y(z) [z^2 - 2\eta z + (2\eta - 1)] = X(z) \eta [z^2 - 2\alpha z + 1]$$

Beobachtet man nun, daß die Multiplikation mit z die Verschiebung um eine digitale Zeiteinheit in die Vergangenheit bedeutet, so erhält man die Rekursionsgleichung.

$$Y_n = \frac{1}{(2\eta - 1)} [\eta X_n - 2\eta X_{n-1} + \eta X_{n-2} + 2\alpha \eta Y_{n-1} - Y_{n-2}]$$

Als Rekursionsstart wählt man am besten

$$Y_{-1} = Y_{-2} = X_0$$

Die Phasenverschiebung des Filters kann man rückgängig machen, in dem man die Rekursion ein zweitesmal von der anderen Seite der Daten startet.

Die Abb. 2 zeigt das Amplituden- und Phasenspektrum für einen 16 2/3 Hz Filter, wobei der Faktor η variiert wurde.

Je näher Pol und Nullstelle zusammenliegen, d.h. je näher η an den Wert 1 kommt, um so schmalbandiger ist der Filter. Setzt man den Betrag der Filterfunktion gleich der Amplitude der -3dB Frequenzen und bildet man die Differenz der beiden Eckfrequenzen, so erhält man die Bandbreite des Filters. Nach einigen Umformungen zeigt sich, daß die Bandbreite nur eine Funktion von η ist.

$$\Delta f(\eta) = f_{c_1} - f_{c_2} = \frac{f_w}{\pi} \arccos \left[\frac{\eta^2 - (\eta-1)^2}{\eta^2 + (\eta-1)^2} \right]$$

Der Kurvenverlauf der Spektren entspricht dem der analogen Notch-Filter.

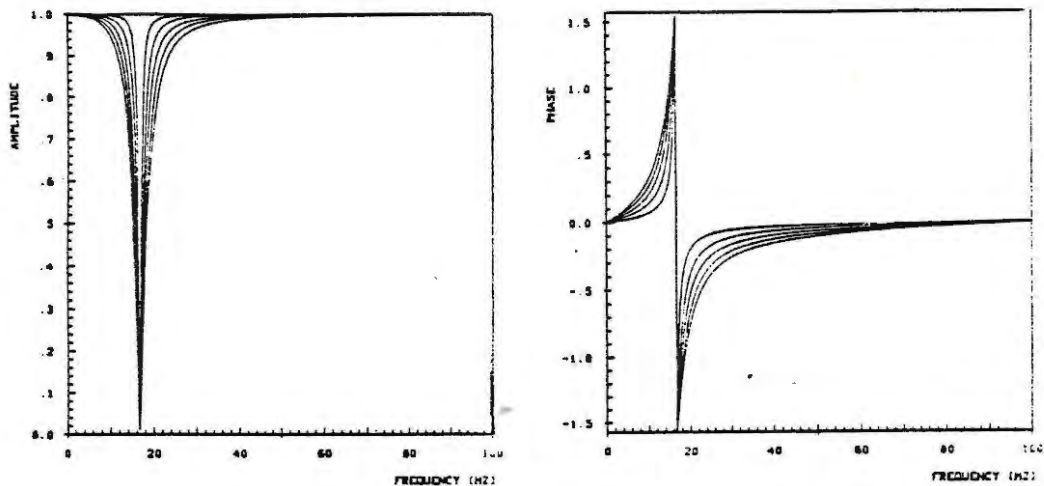


Abb. 2: Amplituden- und Phasenspektrum des rekursiven Notch-Filters

Die Abbildung 3 zeigt die Wirkungsweise des rekursiven Filters am Beispiel eines plötzlich einsetzenden Sinus überlagert mit einer $16 \frac{2}{3}$ Hz Störung. Es wurde einmal mit einem Faktor $\eta = 1.02$ und 1.08 gefiltert. Dargestellt ist einmal das Nutzsignal und die gefilterten Daten. Zwischen Nutzsignal und gefiltertem Signal ist kein Unterschied zu erkennen, d.h. die gefilterten Daten geben das eigentliche Signal sehr gut wieder.

Der Einschwingvorgang zu Beginn hängt ab vom Faktor η , je schmalbandiger je länger der Einschwingvorgang, und von der Amplitude der Störfrequenz. Bei der ersten Filterrekursion wird die Störfrequenz herausgenommen und übrig bleibt eine Phasenverschiebung. Bei der zweiten Rekursion von der anderen Seite der Datenreihe ist keine Störfrequenz mehr da, und es gibt auch keinen Einschwingvorgang.

In der Abbildung 4 wird die Wirkungsweise des rekursiven Filters nochmal anhand von gemessenen Felddaten dargestellt.

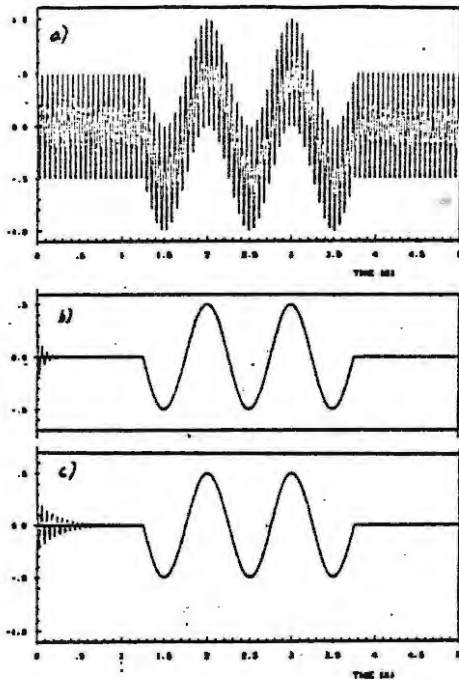


Abb. 3: Anwendung des rekursiven Sperrfilters an synthetischen Daten

- a) Plötzlich einsetzender Sinus mit $16 \frac{2}{3}$ Hz
Störung als Eingangssignal
- b) Nutzsinal Sinus und gefilterte Daten mit $\eta = 1.08$
- c) Nutzsinal Sinus und gefilterte Daten mit $\eta = 1.02$

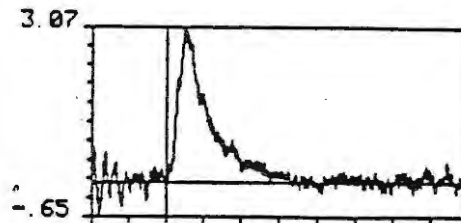
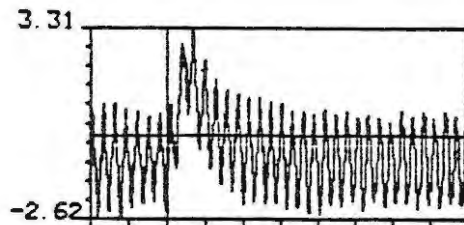


Abb. 4: Wirkungsweise des rekursiven Sperrfilters an gemessenen Transienten
a) ungefiltert
b) gefiltert

Selektives Stapeln

Unter selektivem Stapeln verstehen wir das Stapeln von Daten bei denen schlechte Datenpunkte unterdrückt werden. Es wurden verschiedene Methoden der Unterdrückung von Ausreißern getestet (s. Tabelle). Die, unserer Meinung nach, vielversprechendste Methode soll nun genauer erläutert werden.

Der erste Schritt beim selektiven Stapeln ist, die Daten der Größe nach in aufsteigender Reihenfolge zu ordnen. Dann wird symmetrisch auf jeder Seite der sortierten Datennummer ein vorgegebener Prozentanteil der Daten herausgenommen (Abb. 5). Von den übriggebliebenen Daten wird nun der Mittelwert bestimmt. Wichtig hierbei ist, daß das Abschneiden der "schlechten" Daten symmetrisch und unabhängig von der Amplitude ist.

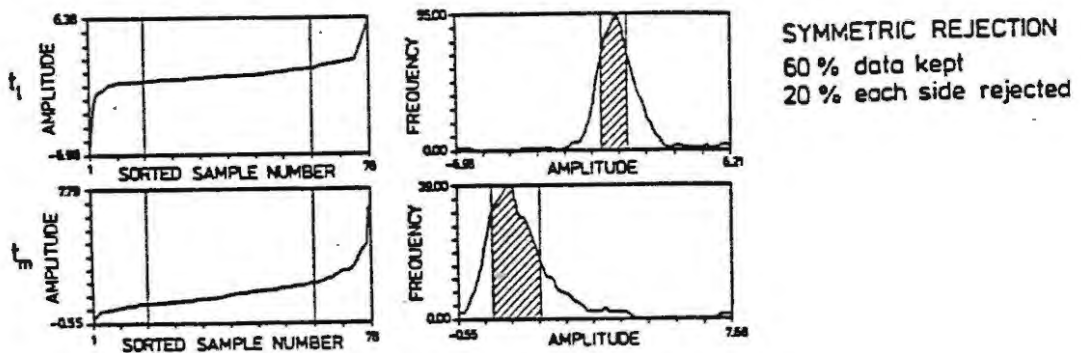


Abb. 5: Nach Größe sortierte Amplitudenverteilung und die dazugehörige Häufigkeitsverteilung für zwei verschiedene Zeitpunkte t_1 und t_m . Die Intervalle und die schraffierte Fläche geben den Datenbereich an, über den gemittelt wurde.

Dieses Verfahren ist relativ unabhängig von der Prozentangabe, d.h. die Prozentzahl kann über einen größeren Bereich variiert werden ohne merkliche Veränderungen im Ergebnis. Andere Kriterien des Abschneidens zeigten sich empfindlich gegenüber der vorgegebenen Prozenteingabe. Die Qualität des jeweiligen Stapelalgorithmus wird nach der visuellen Glätte des gestapelten Transienten beurteilt, da der Transient von der Theorie her einen glatten Kurvenverlauf ergeben soll.

Vertauscht man bei der sortierten Amplitudenverteilung die Achsen und drückt die sortierte Datennummer in Prozent aus, so erhält man die kumulative Summenhäufigkeit. Diese besagt, daß ein gewisser Prozentanteil der Daten kleiner ist als der Amplitudenwert dieser Prozentangabe. Für diese kumulative Summenhäufigkeit existiert in der analytischen Statistik ein Streumaß. Die Daten werden in 4 gleichstark besetzte Gruppen eingeteilt. Derjenige Wert Q , der die Grenze zwischen den einzelnen Gruppen bildet, wird Quartil genannt. Das 1., 2. und 3. Quartil besagen, daß 25%, 50% und 75% der Daten kleiner sind als dieser Quartilswert. Das 2. Quartil ist zugleich der Median. Der Quartilsabstand, die Differenz zwischen dem 3. und 1. Quartil, wird als Streumaß definiert. Dieses Streumaß gibt an, daß 50% der Daten innerhalb dieses Amplitudenbereiches liegen. Bei dem oben gezeigten Beispiel wurde eine Streuung für 60% der Daten vorgegeben. Dieses Streumaß ist analog zur Standardabweichung bei der Gaussverteilung. Der Vorteil des Quartilsabstandes ist, daß auch nichtsymmetrische Verteilungskurven behandelt werden können.

METHOD	RESULTS	CPU TIME	% STABILITY
AVERAGE	POOR	$\sim N$ FAST	—
AVERAGE $\in [-2\sigma, 2\sigma]$	GOOD	$> 2N$	—
MEDIAN	GOOD	$N \ln N$	—
a) SYMMETRIC REJECTION	EXCELLENT	$N \ln N$	50 - 80%
b) AUTO REJECTION	GOOD	$\approx N \ln N$	90%
c) AREA DEFINED REJECTION	VERY GOOD to EXCELLENT	$> N \ln N$	60 - 80%

Tabelle: Vergleich der selektiven Stapelalgorithmen mit unterschiedlichen Abschneidekriterien

- a) Ein vorgegebener Prozentanteil der Daten symmetrisch zum Median wird gemittelt.
- b) Ein vorgegebener Prozentanteil der Daten mit der geringsten Steigung der sortierten Amplitudenverteilung wird gemittelt.
- c) Die Daten innerhalb eines vorgegebenen Flächenanteils der Häufigkeitsverteilung mit der größten Wahrscheinlichkeit werden gemittelt.

Besitzt die Verteilungskurve monoton fallende Flanken, so liegt der selektiv gestapelte Mittelwert zwischen dem Median und dem Mittelwert. Der Median unterteilt die Häufigkeitsverteilung in zwei gleiche Flächenanteile. Der Mittelwert dagegen bestimmt den Schwerpunkt der Verteilung und wird daher von den Seiten der Häufigkeitsverteilung stärker beeinflußt.

Ist die Statistik der Daten nicht ausreichend, so können bei der Medianbildung sprunghafte Änderungen in der Amplitude zu zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten des Transienten auftreten. Ursache hierfür ist die grobe Bestimmung der Flächenhalbierende der Häufigkeitsverteilung bei einer nicht hinreichend großen Datenmenge. Das selektive Stapeln glättet nun diesen Wert, indem die Daten in der Umgebung des Mittelwertes gemittelt werden.

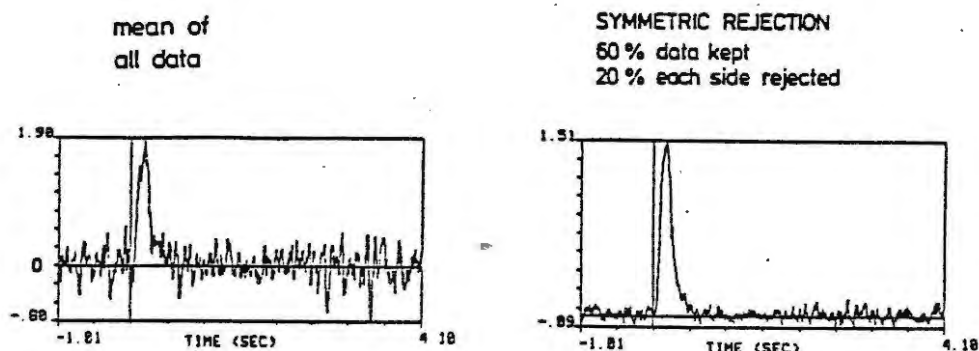


Abb. 6: Ergebnis des Mittelwertstapelns und des selektiven Stapelalgorithmus mit dem symmetrischen Abschneidekriterium

Zeitvariabler rekursiver Tiefpass

Nach dem Stapeln sind die Transienten meist noch leicht verrauscht. Bevor die Transienten als scheinbare Widerstandskurve dargestellt werden, müssen sie noch geglättet werden. Hierfür machen wir uns die Tatsache zunutze, daß beim Transienten zu frühen Zeiten nur hohe Frequenzen eine Rolle spielen und zu späten nur niedrige Frequenzen.

Um die Transienten nun zu glätten, wurde ein rekursiver Tiefpass konstruiert, dessen Amplitudencharakteristik sich mit jedem Zeitschritt ändert (Abb. 7). Dieser zeitvariable Tiefpass läßt zu frühen Zeiten alle Frequenzen durch und zu späten nur noch niedrige Frequenzen. Die Geschwindigkeit, mit der die Eckfrequenzen variiert werden, kann vorgegeben werden.

Die Abbildung 8 zeigt den Vergleich zwischen einem ungeglätteten und einem geglätteten Transienten. Dieser Filter berücksichtigt die Problematik des steilen Anstieges bei der Glättung und gewährleistet eine möglichst geringe Beeinflußung des eigentlichen Signals durch die Filteroperation.

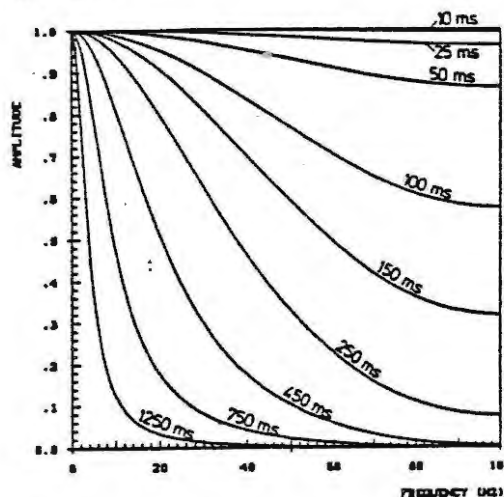


Abb. 7: Amplitudenspektrum des zeitvariablen rekursiven Tiefpasses nach verschiedenen Zeitschritten

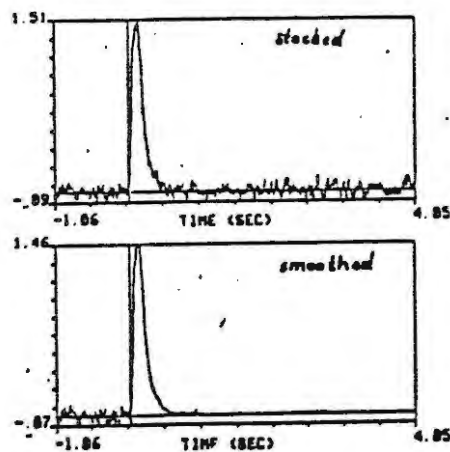


Abb. 8: Wirkungsweise des zeitvariablen rekursiven Tiefpasses demonstriert an Transienten

Zusammenfassung

Die rekursiven digitalen Filter, das selektive Stapeln und der zeitvariable Tiefpassfilter sind eine wesentliche Verbesserung der Daten mit minimaler Verzerrung. Sie wurden entwickelt, da die "Standardmethoden" bei den sehr starken antropogenen Störungen in der BRD nur instabile Inversionsergebnisse lieferten. Leider bedeutet die erhöhte Datenaufbereitung auch, daß der Auswerterechner mindestens die Leistungsfähigkeit einer Mikrovax haben muß, wenn Datenerfassung und Datenaufbereitung im Gleichschritt (Zeitverzögerung 24h), während einer Messkampagne durchgeführt werden soll.

Literatur

- Kulhanek, O., 1976, Introduction to Digital Filtering in Geophysics, Elsevier Scientific Publishing Company, p.168.
- Shanks, J.L., Recursive filters for digital processing, Geophysics, 32, 33-51.
- Strack, K.-M., 1985, Das Transient-Elektromagnetische Tiefensondierungsverfahren angewandt auf die Kohlenwasserstoff- und Geothermie Exploration, Mitteilungen aus dem Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln, Heft 42, p. 188.

Petry, H., Strack, K.-M.

Das Auflösungsvermögen von LOTEM-Sondierungen

Anhand von Modellrechnungen soll die Anwendbarkeit von LOTEM auf elektromagnetische Tiefensondierungen besprochen werden. LOTEM steht für Long Offset Transient ElectroMagnetics und gehört zu den Time Domain ElectroMagnetic (TDEM) Methoden.

Im Feld wird bei LOTEM-Messungen ein ca. 1km langer geerdeter elektrischer Dipol als Sender benutzt. Der Empfänger, eine Induktionsspule, wird in 4 bis über 10 km Entfernung vom Sender von Meßstation zu Meßstation bewegt (Abb.1). Dabei ist zu beachten, daß der Abstand zwischen Sender und Empfänger für die Gültigkeit der LOTEM Definition größer sein muß als die angestrebte Sondierungstiefe.

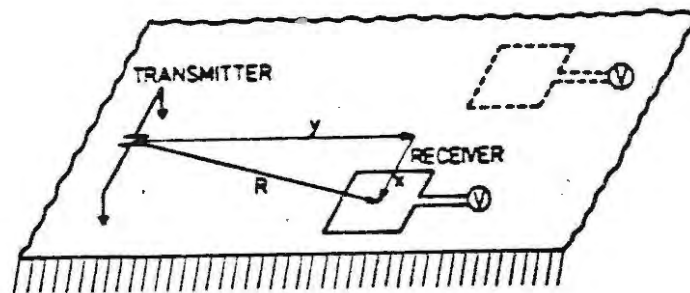


Abb. 1: LOTEM-Feldkonfiguration mit einem geerdeten horizontalen elektrischen Dipol als Sender und einer Induktionsspule als Empfänger (nach Strack, 1984a)

Nur in diesem Fall spricht man von Long Offset Transient ElectroMagnetics. Das Signal wird von einem Generator erzeugt (Abb.2), in einer Switchbox gleichgerichtet und umgeschaltet, so daß Rechteckströme von bis zu über 100 Ampere in den Boden eingespeist werden. Der Umschaltvorgang induziert sekundäre Stromsysteme (Nabighian, 1979), die sich in die Erde hinein fortpflanzen und dabei abklingen. Das dadurch entstehende Magnetfeld, bzw. dessen Veränderung wird als zeitlich abklingendes, also transientes Signal mit der Induktionsspule aufgefangen, verstärkt und zur weiteren Verarbeitung digitalisiert.

Diese Sender-Empfängerkombination ist, wenn auch nicht die einzige, so doch die für größere Eindringtiefen günstigste, wie im folgenden gezeigt wird. Man kann sowohl einen anderen Sender verwenden, als auch andere Komponenten der elektromagnetischen Felder aufzeichnen.

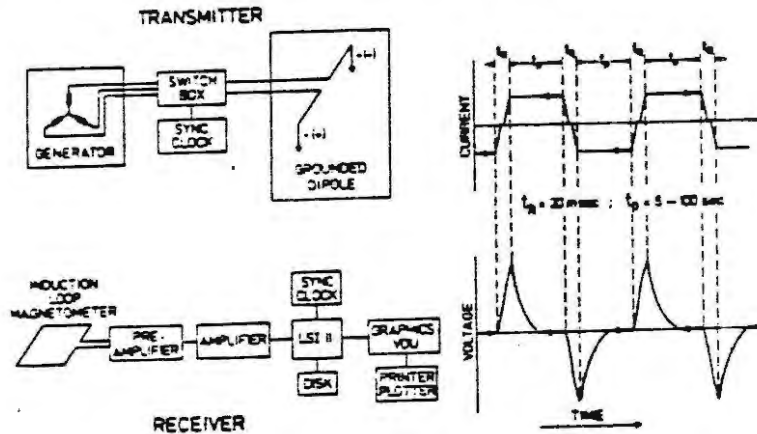


Abb. 2: LOTEM Sende- und Empfangsapparatur mit den entsprechenden Signalformen (nach Strack, 1985)

Benutzt man einen vertikalen magnetischen Dipol (VMD), im Prinzip eine auf der Erde liegende Spule mit Spannungsquelle, als Sender, so lassen sich in Zylinderkoordinaten

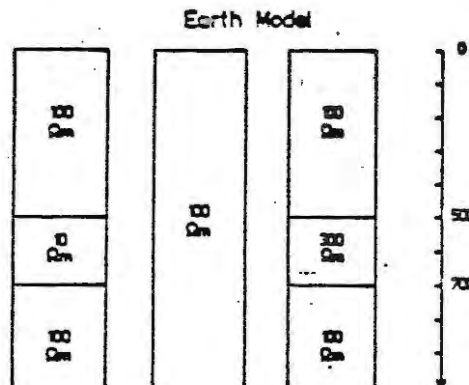


Abb. 3: Gerechnete Modelle

die vertikale und die radiale Komponente des Magnetfeldes, bzw. dessen Änderung bestimmen, sowie die phi-Komponente des E-Feldes. Beim oben beschriebenen horizontalen elektrischen Dipol (HED) lassen sich alle drei Magnetfeldkomponenten sowie die radiale und die phi-Komponente des

elektrischen Feldes bestimmen.

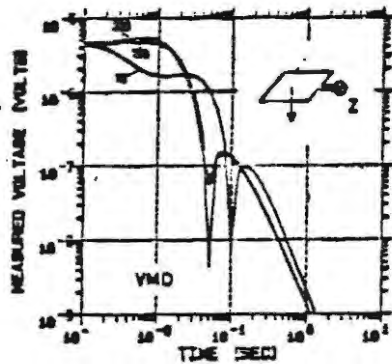
Für alle diese Komponenten werden Modellrechnungen durchgeführt. Die verwendeten Modelle sind in Abb.3 dargestellt. Zunächst wird ein homogener Halbraum mit einem spezifischen Widerstand von 100 Ohm-m gerechnet. In diesen wird dann in 500 m Tiefe einmal eine gut leitende Schicht (10 Ohm- m, 200 m mächtig) und einmal eine schlecht leitende Schicht (300 Ohm-m, 200 m mächtig) eingebettet, um zu erkennen, wie diese Schichten im Signal aufgelöst werden.

Um aus den benutzten Formeln direkt etwas über den erwarteten Verlauf der Kurven aussagen zu können, werden sie hier nur für den homogenen Halbraum angeschrieben, und zwar als Grenzwert für große und kleine Zeiten. Diese Näherungen hängen außer von der Zeit noch von der Geometrie ab, und zwar derart, daß die early-time Näherung für große Sender-Empfänger Abstände länger gültig ist, was für LOTEM ja zutrifft. Die Diskussion dieser Gleichungen ist dennoch auch für den geschichteten Halbraum gerechtfertigt. Die Aussagen, die man damit für die Dynamik der Kurven, die sich in deren Zeitverhalten ausdrückt, die Abhängigkeit des Signals vom Abstand zwischen Sender und Empfänger R, sowie die Ankopplung an den Untergrund, die man an der Potenz, mit der rho auftritt, erkennt, treffen kann, lassen sich nämlich in fast allen Fällen auf die geschichtete Erde übertragen.

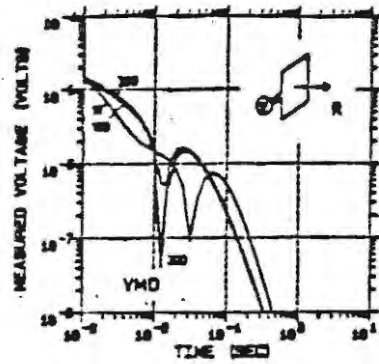
Für die Änderung des Magnetfeldes beim VMD (Abb.4) erkennt man folgendes in den Gleichungen und auch auf den Plots: Bei der R-Komponente ist die Abhängigkeit des Signals vom Abstand günstiger als bei der vertikalen Komponente. Zu kleinen Zeiten sorgt außerdem die Zeit im Nenner für ein starkes radiales Signal. Diese Zeitabhängigkeit, die zu frühen Zeiten beim vertikalen Signal ganz fehlt, gibt der Spannung jedoch eine Dynamik, die bei der digitalen Aufzeichnung ungünstig ist, da die Empfindlichkeit des A/D-Wandlers (zur Zeit 19 bit für LOTEM Apparaturen) eine obere Grenze für die Dynamik setzt. Während die Spannung der einen Komponente also über mehrere Dekaden abfällt und sogar ihr Vorzeichen wechselt, befindet sich die die Spannung der anderen Komponente immer noch in der ersten Dekade. Man erkennt auch die bessere Auflösung der eingelagerten

Schicht im vertikalen Signal, wo ρ für den homogenen Halbraum linear in der Gleichung steht, beim radialen Signal jedoch unter der Wurzel. Hier zeigt sich auch die qualitative Übertragbarkeit der Aussagen von der homogenen Näherung auf den geschichteten Fall.

VMD



$$|\mu_0 \dot{A} \ddot{H}_Z|$$



$$|\mu_0 \dot{A} \ddot{H}_R|$$

Receiver components of $\frac{\partial H}{\partial t}$ for VMD-Source

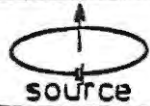


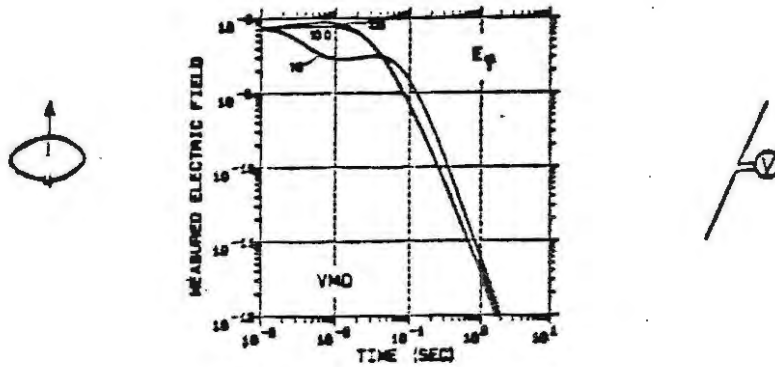
Receiver component	early time	 source	late time
Z 	$\frac{-9M}{2\pi\mu_0}$	$\frac{\rho}{R^5}$	$\frac{M\mu_0^{3/2}}{20\pi^{3/2}}$ $\frac{1}{t^{5/2}\rho^{3/2}}$
R 	$\frac{3M}{2\mu_0^{1/2}\pi^{3/2}}$	$\frac{\rho^{1/2}}{R^4 t^{1/2}}$	$\frac{-M\mu_0^2}{64\pi}$ $\frac{R}{t^3 \rho^2}$

Abb. 4: Vergleich der Änderung der Magnetfeldkomponenten beim vertikalen magnetischen Dipol als Sender

Wegen des geringen Dynamikbereichs und der besseren Ankopplung an den Untergrund ist also die Messung der vertikalen Komponenten der radialen vorzuziehen. Außerdem ist die

Handhabung der Empfängerspule im Feldeinsatz einfacher, da man sie auf der Erde auslegen kann, während man sie bei Messung der radialen Komponente vertikal befestigen muß.

VMD $|E_\varphi|$



received E_φ for VMD - source

source	early time	late time	receiver
	$\frac{+3M}{2\pi} \frac{\rho}{R^4}$	$\frac{+M\mu_0^{5/2}}{40\pi^{3/2}} \frac{R}{t^{5/2}\rho^{3/2}}$	x

Abb. 5: Zeitverhalten des elektrischen Feldes beim vertikalen magnetischen Dipol als Sender

In Abb.5 sind die entsprechenden Formeln und Plots für die phi-Komponente des elektrischen Feldes angegeben. Die early-time Halbraumformel ähnelt der für die z-Komponente der Magnetfeldänderung. Sie enthält allerdings den Abstand in günstigerer Form. Die gemessene Spannung hier ist dennoch geringer, da sie proportional zur Separation der Empfängerelektroden ist. Diese sind typisch 100 m auseinander, so daß man auf einige 10 Volt als Anfangssignal kommt. Die gemessene Spannung der Magnetfeldänderung hingegen geht mit der Windungsfläche der Empfängerspule. Daher auch das stärkere Meßsignal (bei nicht zu großem Abstand).

Beim horizontalen elektrischen Dipol als Sender lassen sich alle Magnetfeldkomponenten bestimmen, sowie die radiale und die phi-Komponente des elektrischen Feldes (Abb.6). Wegen der ausgezeichneten Richtung, die sich durch die Anordnung des Senderdipols ergibt, sind die Feldkomponenten jetzt winkelabhängig. Um die Ergebnisse der Modellrechnungen besser miteinander vergleichen zu können, werden die Empfänger jeweils so positioniert, daß diese Abhängigkeit überall gleich eins wird.

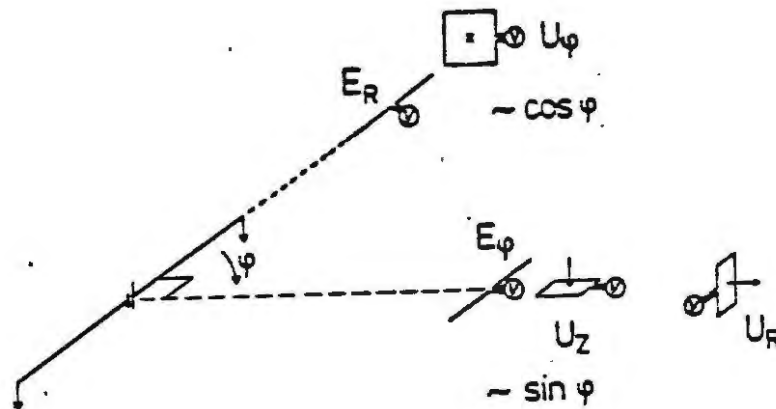
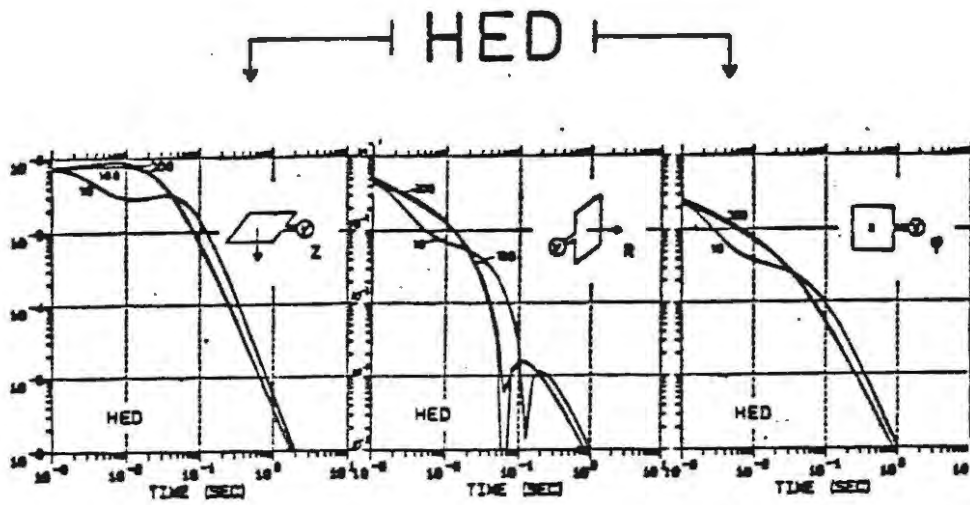


Abb. 6: Sender- und Empfängerkonfiguration für den horizontalen elektrischen Dipol als Sender

Zunächst soll wieder die Änderung der Magnetfeldkomponenten besprochen werden (Abb. 7). Sieht man von der Winkelabhängigkeit ab, so unterscheiden sich die radiale und die phi-Komponente im frühen Zeitbereich nur um einen konstanten Faktor, der auch das Vorzeichen einschließt. Da beide die Zeit explizit im Nenner enthalten, beginnen sie sehr hoch und haben eine sehr große Dynamik. Die vertikale Komponente, die den Offset um eine Potenz günstiger enthält, befindet sich noch in der ursprünglichen Dekade, wenn die phi-Komponente schon in der dritten dargestellten ist und die radiale schon das Vorzeichen gewechselt hat. Außerdem erkennt man in den Plots auch die in der homogenen Halbraumnäherung stehende bessere Auflösung des Untergrundes. Der Widerstand im Zähler impliziert das Abfallen der Spannung bei einem guten Leiter im Untergrund. Wegen dieser Ankopplung und wegen der anfänglichen Unabhängigkeit von der Zeit ist die Messung der z-Komponente vorzuziehen. Wie bei



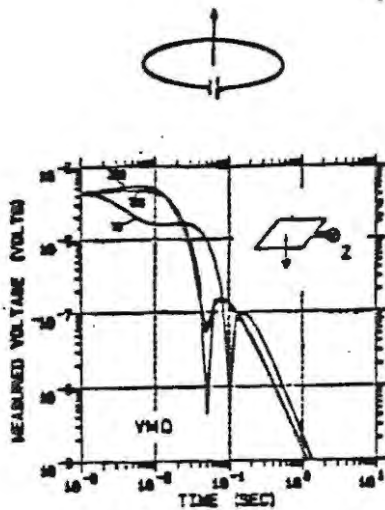
Receiver components of $\frac{\partial H}{\partial t}$ for HED - Source

Receiver component	early time	source	late time
Z	$\frac{3D}{2\pi\mu_0} \frac{\rho}{R^4} \sin \varphi$		$\frac{D\mu_0^{3/2}}{40\pi^{3/2}} \frac{R}{\rho^{3/2} t^{5/2}} \sin \varphi$
R	$-\frac{D}{R^3} \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0 \pi^3 t}} \sin \varphi$		$\frac{D\mu_0}{64\pi} \frac{1}{\rho t^2} \sin \varphi$
φ	$\frac{D}{2R^3} \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0 \pi^3 t}} \cos \varphi$		$\frac{D\mu_0}{64\pi} \frac{1}{\rho t^2} \cos \varphi$

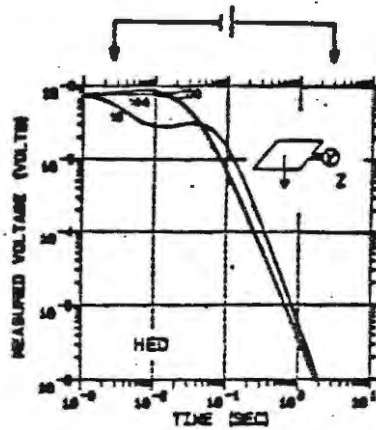
Abb. 7: Vergleich der Änderung der einzelnen Magnetfeldkomponenten beim horizontalen elektrischen Dipol als Sender. Oben ist die gemessene Spannung (in Volt) als Funktion der Zeit dargestellt

der vertikalen Komponente des VMD ist auch hier die Handhabung der Empfängerspule am einfachsten. Bei beiden Senderarten, VMD wie HED, hat man also dieselbe bevorzugte Magnetfeldkomponente. Daher ist es angebracht, diese miteinander zu vergleichen (Abb.8). Dabei fällt zunächst beim HED die Winkelsabhängigkeit im Meßsignal auf, wofür sich beim VMD das Vorzeichen im zeitlichen Verlauf umkehrt. Hier soll jedoch das early-time-Verhalten betrachtet werden. In

$$1 \mu A H_z$$



VMD



HED

$\frac{\partial H_z}{\partial t}$ for VMD and HED source





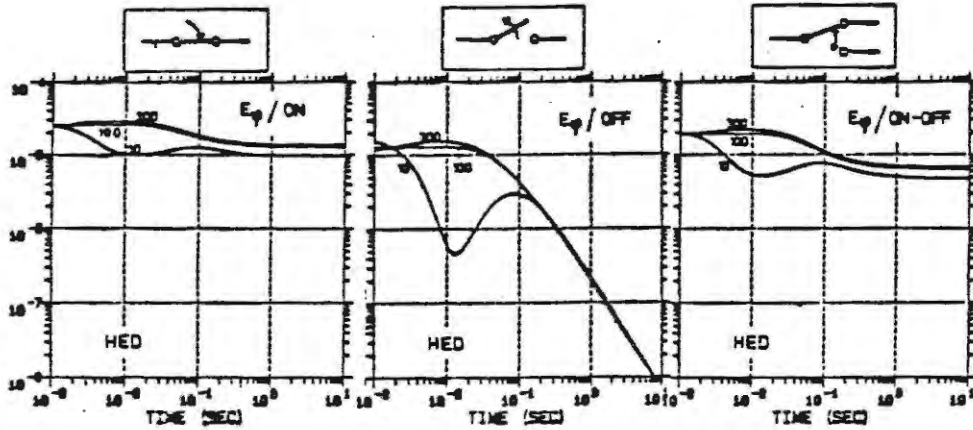
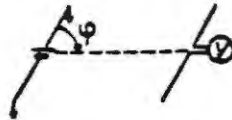
source	early time		late time		receiver
	$\frac{-9M}{2\pi\mu_0}$	$\frac{\rho}{R^5}$	$\frac{M\mu_0^{3/2}}{20\pi^{3/2}}$	$\frac{1}{\rho^{3/2}t^{5/2}}$	
	$\frac{3D}{2\pi\mu_0} \sin \varphi$	$\frac{\rho}{R^4}$	$\frac{D\mu_0^{3/2}}{40\pi^{3/2}} \sin \varphi$	$\frac{R}{\rho^{3/2}t^{5/2}}$	

Abb. 8: Vergleich der Änderung der Vertikalkomponente des Magnetfeldes beim vertikalen magnetischen und beim horizontalen elektrischen Dipol als Sender

diesem Zeitbereich enthalten beide Formeln den Widerstand linear und sind unabhängig von der Zeit. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden liegt in ihrer Abhängigkeit vom Offset, der beim HED um eine Potenz günstiger im Nenner steht. Deshalb erhält man das viel stärkere Meßsignal bei sonst ähnlichem Kurvenverhalten. Somit wird es verständlich, daß wir bei Feldmessungen die Veränderung der z-Komponenten des Magnetfeldes beim HED-Sender aufzeichnen. Wegen der fehlenden Winkelabhängigkeit wäre der VMD-Sender höchstens bei Array-Messungen vorzuziehen, wenn man nicht allzutief in die Erde hinein blicken will.

HED

$$|E_\varphi|$$



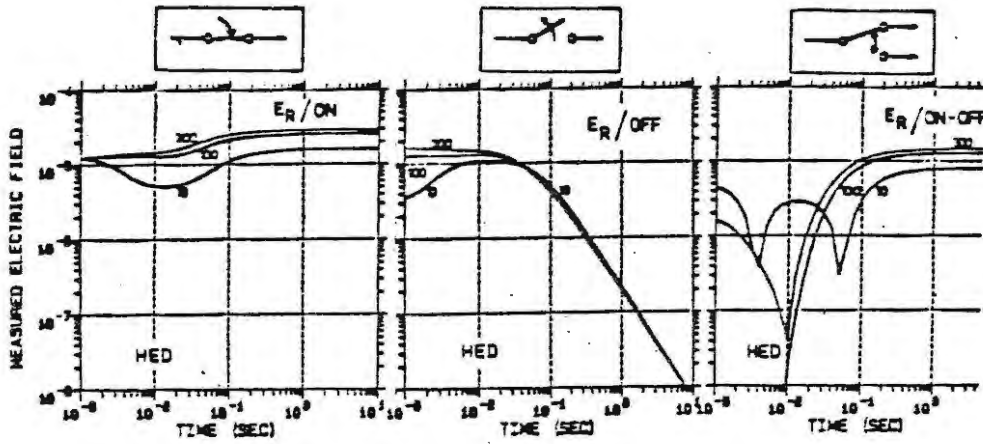
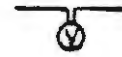
Dependence of E_φ on the switching process for HED-source

Source \longleftrightarrow Receiver \times		
Switching process	early time	late time
in	$\frac{D}{\pi} \frac{\varrho}{R^3} \sin \varphi$	$\frac{D}{2\pi} \frac{\varrho}{R^3} \sin \varphi$
out	$-\frac{D}{2\pi} \frac{\varrho}{R^3} \sin \varphi$	$\frac{D\mu_0^{3/2}}{12\pi^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{\varrho t^3}} \sin \varphi$
over	$-\frac{3D}{4\pi} \frac{\varrho}{R^3} \sin \varphi$	$-\frac{D}{4\pi} \frac{\varrho}{R^3} \sin \varphi$

Abb. 9: Näherungsgleichungen für die über einem homogenen Halbraum zu erwartende phi-Komponente des E-Feldes sowie Ergebnisse von Modellrechnungen

Der Vollständigkeit halber sollen jetzt noch die beiden meßbaren Komponenten des elektrischen Feldes besprochen werden. Bei der Messung des elektrischen Feldes ist, im Gegensatz zu den bisher besprochenen Komponenten, das Primärfeld des Senders im Signal mitenthalten. Deshalb muß man zwischen Ein-, Aus- und Umschalten des Senderstromes unterscheiden. Im frühen Zeitbereich unterscheiden sich die in Abb. 9 aufgetragenen Feldstärken der phi-Komponenten nur um einen

$$|E_R|$$



Dependence of E_R on the switching process for HED-source

Switching process	early time	late time
in	$\frac{D}{2\pi} \frac{\rho}{R^3} \cos \varphi$	$\frac{D}{\pi} \frac{\rho}{R^3} \cos \varphi$
out	$\frac{D}{2\pi} \frac{\rho}{R^3} \cos \varphi$	$\frac{D\mu_0^{3/2}}{12\pi^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{t^3\rho}} \cos \varphi$
over	$\frac{-D\mu_0^{3/2}}{2\sqrt{\pi}} \cos \varphi \frac{1}{\sqrt{\rho t^3}} e^{-\frac{\mu_0 R^2}{4\rho t}}$	$\frac{-D}{2\pi} \frac{\rho}{R^3} \cos \varphi$

Abb. 10: Näherungsgleichungen für die über einem homogenen Halbraum zu erwartende Radialkomponente des E-Feldes sowie Ergebnisse von Modellrechnungen

konstanten Faktor, enthalten den Offset und den Widerstand des Halbraumes gleichermaßen, wohingegen die Zeitabhängigkeit im Grenzwert fehlt. Im späten Zeitbereich geht das Ausschaltensignal verständlicherweise gegen Null, die beiden anderen gegen einen konstanten Wert. Außerdem ist die homogene Näherung nicht mehr auf den geschichteten Fall übertragbar, was besonders beim Ausschalten auch qualitativ auffällt: die Kurven schneiden sich, wo sie es nach der homogenen Formel nicht sollten und das Signal wird auch schwächer als das halbe Einschaltensignal, wie es die Formel des homogenen Halbraumes verlangt.

Wegen der besseren Ausnutzung des Generators (Totzeiten !) ist der Umschaltvorgang in der Praxis vorzuziehen. Die beste Information steht auch da im frühen Signal, d.h. vor etwa 0.1 Sekunden. Dasselbe gilt auch für die auf Abb. 10 dargestellte radiale Komponente. Da im frühen Zeitbereich die homogenen Gleichungen für das Ein- und Ausschalten exakt gleich sind, geht das Signal beim Umschalten, das sich aus der Differenz der beiden oben genannten berechnet, sehr deutlich gegen Null. Das erkennt man auch auf dem Plot, wo das Signal tatsächlich bis zu ca. 1/100 sec. nicht zu sehen ist. Ferner erkennt man auf dem Bild, daß dies nicht für den geschichteten Halbraum zutrifft, dort unterscheiden sich die Signale sehr deutlich voneinander. Deshalb, und weil der Generator besser genutzt wird, ist der Umschaltvorgang bei der Messung trotz der etwas größeren Dynamik des Signals vorzuziehen.

Zusammenfassend kann man also sagen, daß wegen der geringen Dynamik der A/D-Wandler, der guten Auflösung des Untergrundes sowie der einfachen Handhabung des Empfängers die von uns angewandte Messung der z-Komponenten der Magnetfeldänderung beim HED als Sender vorzuziehen ist. Das gilt insbesondere für Profilmessungen. Will man einen Array vermessen und nicht in zu große Tiefen vordringen, so ist evtl. die Verwendung des VMD mit verstärktem Senderdipolmoment sinnvoll, da man den Offset R nicht zu groß werden lassen muß und auch die Winkelabhängigkeit fehlt.

Ist im Untergrund eine dünne, schlecht leitende Schicht anzunehmen, so empfiehlt es sich, E-Feldmessungen mit dem HED als Sender durchzuführen. Bei Profilmessung sollte man wegen dem geringen Dynamikbereich und der dennoch guten Auflösung des Untergrundes die phi-Komponente des E-Feldes beim Umschalten messen. Interessiert einen ein ganzes Array, so sollte man bei einer gegebenen Senderlokation beide Komponenten des E-Feldes ebenfalls beim Umschalten messen, da beide unterschiedlich vom Winkel abhängen und man daher den gesamten Winkelbereich abdecken kann.

Vor einer konkreten Meßkampagne sollte man, wenn man Vorinformationen über den Untergrund besitzt, auf jeden Fall mehrere Komponenten modellieren und anhand der Ergebnisse dann festlegen, welche Sender- und Empfängerkombination für diesen speziellen Fall vorzuziehen ist.

Literatur:

Kaufman, A.A., Keller, G.V., 1983, Frequency and Transient Soundings, Elsevier, Amsterdam

Nabighian, M.N., 1979, A quasi-static transient response of a conducting half-space - An approximate representation, Geophysics 44(10), 1706-1721

Sheriff, R.E., 1973, Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa

Strack, K.-M., 1985, Das transient-elektromagnetische Tiefensondierungsverfahren angewandt auf die Kohlenwasserstoff- und Geothermie-Exploration, Mitteilungen aus dem Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln, Heft 42, Dissertation

Strack, K.-M., 1984a, The deep transient electromagnetic sounding technique: First field test in Australia, Exploration Geophysics, Bull. Austr. Soc. Explor. Geophys., 15 (4)

Strack, K.-M., 1984b, Transient Elektromagnetische Tiefensondierungen mit Anwendungsbeispielen der Kohlenwasserstoffexploration, Protokoll über das 10. Kolloquium "ELEKTROMAGNETISCHE TIEFENFORSCHUNG" in Grafrath

Strack, K.-M., Tasci, M.T., Harthill, N., 1984c, Exploration with the deep time-domain sounding method in the United States and in Australia, paper presented at the 46th EAEG meeting in London, paper 404

Stoyer, Ch.H., Strack, K.-M., 1984, The deep transient electromagnetic sounding technique, paper presented at the 46th EAEG meeting in London, paper 401

Walker, R.C., Harthill, N., Strack, K.-M., Lee, D.S., 1982, Sensitivity analysis for transient electromagnetic sounding inversions, paper presented at the 52nd annual meeting, Society of Exploration Geophysicists, paper NS.8.

Zahid A. Malik

GEDANKEN ZUM EINSATZ DER AUF MIKROCOMPUTERBASIERENDEN MESSGERAETE

Im folgenden wird ein Versuch unternommen, die Diskussion um die Geraeteentwicklung und den Einsatz von Mikrocomputern im Gelaende aus der Sicht des Autors zusammenzufassen. Es werden folgende Punkte angesprochen:

- 1) Art der Messung
- 2) Interaktion Rechner-Messgeraet
- 3) Rechnertypen

Art der Messung

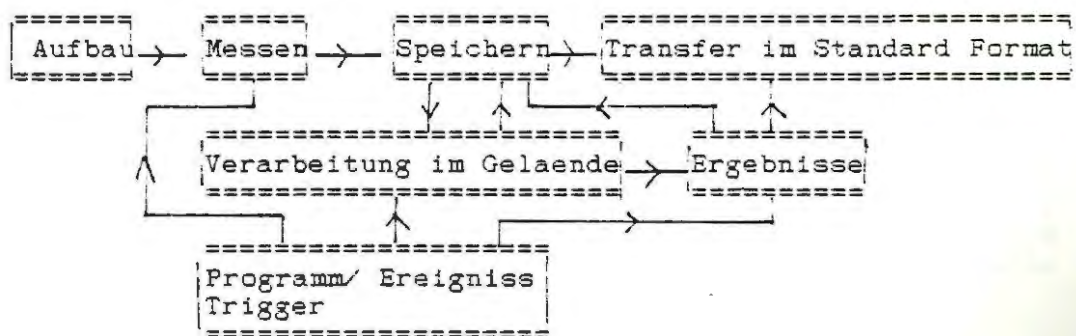
Die Messungen erfolgen auf folgenden drei Arten:

- a) Ueberwacht = Aktiv
- b) Unueberwacht = Passiv
- c) *Unueberwacht Programmgesteuert*

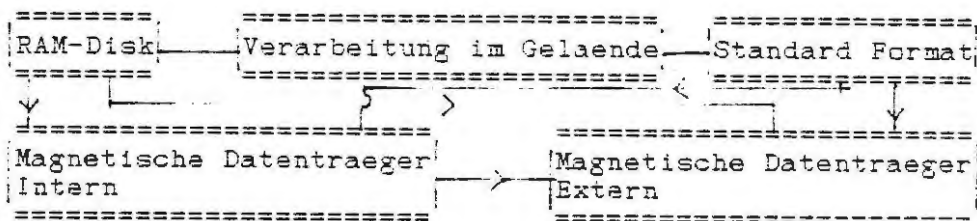
Ueberwachte Messung bedeutet, dass das Geraet im Gelaende eingesetzt wird und eine Person immer dabei ist und kann unter Umstaenden eingreifen um z.B. das Geraet zu justieren.

Unueberwachte passive Messung wird mit Geraeten durchgefuehrt, die im Gelaende stehen gelassen werden und nach bestimmter Zeit werden die Datentraeger und Batterien ausgetauscht. Die Justierung bzw. "Trouble-shooting" ist nur zum Zeitpunkt des Batterienaustausches (Kontrollgangs) moeglich.

Durch den Einbau eines Mikrocomputers im Messgeraet sind auch programmgesteuerte Messungen und autonome Justierungen moeglich. Das folgende Schema zeigt die verschiedenen Moeglichkeiten.



Datenspeicherung



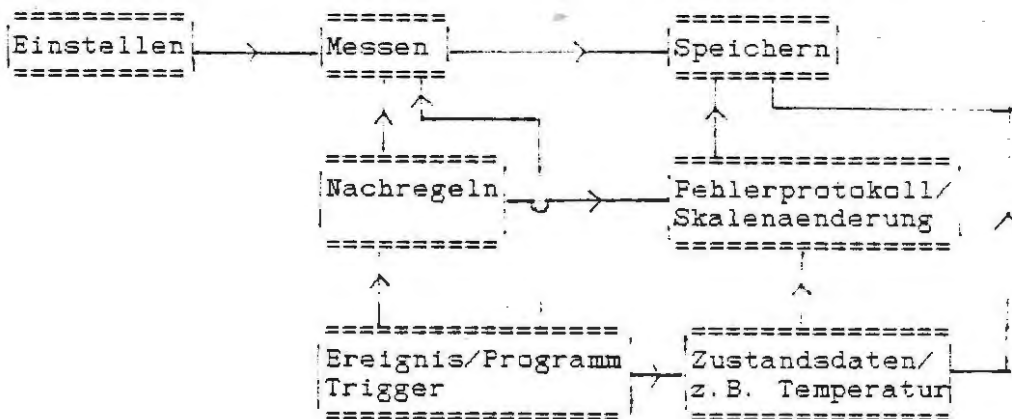
Die Messdaten bzw. Ergebnisse sollen, in einem unter verschiedenen Instituten vereinbarten Standard-Format, gespeichert werden sodass der Datenaustausch leicht zu bewaeltigen ist.

Interaktion Rechner-Messapparatur

Die Interaktion zwischen dem Messgeraet und dem Rechner beinhaltet folgende Funktionen:

- a) Datentransfer
- b) Ereigniss bzw. vorprogrammiertes Ein- und Ausschalten
- c) Nachregeln

Diese Funktionen sind im folgenden Schema dargestellt.



Fuer die Verbindung externer Datentraeger-Rechner und fuer die Verbindung Messgeraet-Rechner soll eine der Standard Bus-Konfigurationen gewaehlt werden, damit die Geraete untereinander und unter den Instituten austauschbar sind.

Die bekannten Bus-Konfigurationen sind die folgenden:

- a) IEEE 488 (H.P.) b) RS 232 c) RS 432 d) Multibus
(Intel) e) VME (DEC)

Rechner-Typen

Es wurden mehrere Vorstellungen diskutiert, diese kann man nach folgendem Schema klassifizieren:

- a) Bau nach eigenem Entwurf
- b) IBM-PC kompatible tragbare
- c) Bau nach eigenem Entwurf auf der Basis von IBM-PC
Motherboard moeglichst mit 80286 Prozessor
- d) weitere auf Motorola 68000 basierende Gerate

Der Autor ist der Ansicht, dass die Variante c vielversprechend ist. In diesem Fall faellt die Entwicklung des Rechnerteils weg. Die Bemuehungen koennen auf das Messgeraet und die Steuerung konzentriert werden. Fuer eine numerische Auswertung kann ein 8087 Coprozessor installiert werden. Eine breite Palette von preiswertem Zubehoer ist verfuegbar. Fuer die Datenspeicherung koennen nach Bedarf Floppydisk, Harddisk, RAM-Disk eingesetzt werden. Fuer den Anschluss des Messgeraets sind Karten fuer alle Standardschnittstellen vorhanden. Umfangreiche Softwaretools stehen zur Verfuegung.

K.-M. Strack

'All Time' Definition des scheinbaren spezifischen Widerstandes für die LOTEM-Methode

Bei der ersten Betrachtung der LOTEM-Methode taucht immer wieder die Frage nach einer Definition des scheinbaren spezifischen Widerstandes, die für alle Zeiten gültig ist, auf. In diesem Beitrag möchte ich die Bedeutung und Möglichkeiten einer solchen Definition aufzeigen, insbesondere da ich glaube, daß die eigentliche Bedeutung einer eindeutigen Funktion des scheinbaren spezifischen Widerstandes für alle Zeiten in den Veröffentlichungen von Cheng (1986) und Spies (1986) überbewertet wird. Dieses liegt hauptsächlich daran, daß die Interpretation zum größten Teil mit Inversionsverfahren durchgeführt wird. Bei der Inversion werden jedoch exakt berechenbare Spannungen (bzw. die direkt proportionalen 'early time' scheinbaren Widerstände) angepaßt, und dem Programm ist es somit 'egal', welche Größen miteinander verglichen werden. Vorteil einer scheinbaren Widerstandsdefinition für alle Zeiten wäre die Erstellung von Pseudoprofilschnitten bzw. direkten Tiefendarstellungen in Form von Konturdiagrammen bzw. Sektionen ähnlich seismischer Sektionen.

Sheriff's (1984) Definition des scheinbaren Widerstandes kann auch folgendermaßen ausgedrückt werden:

Der scheinbare spezifische Widerstand ist der Widerstand eines homogenen Halbraums, der unter den gleichen geometrischen Bedingungen die gemessene Spannung liefert.

Generell gilt diese Definition für alle geoelektrischen Verfahren. Für die LOTEM-Methode ist jedoch die Spannung des Halbraums in einer höheren Potenz als 1 abhängig vom Widerstand des Untergrundes.

$$V(t) = \frac{3 M_o A y}{2 \pi r^5} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{u}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} u \left(1 + \frac{u^2}{3} \right) e^{-u^2/2} \right] \quad (1)$$

$$u = \frac{2 \pi r}{\tau} \quad \text{und} \quad \tau^2 = \frac{8 \pi^2 \rho t}{\mu_o}$$

Hierbei ist M_0 das Dipolmoment (Strom x Dipollänge), A die äquivalente Spulenfläche des Empfängers, y und r sind die Ortskoordinaten des Empfängers und t die Zeit.

Obwohl $V(t)$ eindeutig lösbar ist für alle Widerstandswerte und alle Zeiten t , kann man jedoch den Widerstand ρ als Funktion der Zeit nicht eindeutig für alle Zeiten bestimmen, was mit der oben erwähnten Abhängigkeit der Meßspannung vom Widerstand abhängt. Daher bildet man die zeitlichen Grenzwerte obiger Gleichung für Zeiten $t \rightarrow 0$ und $t \rightarrow \infty$ ('early time' und $t \rightarrow \infty$ 'late time'). Man erhält somit zwei asymptotische scheinbare Widerstandsformeln, die obige Definition erfüllen.

$$\frac{\rho_a^{\text{E.T.}}}{\rho_1} = \frac{V(t)_m}{V(t)_{\text{E.T.}}^{\text{H.S.}}} \quad \text{oder} \quad \rho_a^{\text{E.T.}} = \frac{2\pi r^5}{3M_0 A y} V(t)_m \quad (2)$$

$$\frac{\rho_a^{\text{L.T.}}}{\rho_1} = \left(\frac{V(t)_{\text{L.T.}}^{\text{H.S.}}}{V(t)_m} \right)^{2/3} \quad \text{oder} \quad \rho_a^{\text{L.T.}} = \left(\frac{M_0 A y}{40\pi\sqrt{\pi} V(t)_m} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_0}{t} \right)^{5/3} \quad (3)$$

wobei $\rho_a^{\text{E.T.}}$ = 'early time' scheinbarer Widerstand und

$\rho_a^{\text{L.T.}}$ = 'late time' scheinbarer Widerstand,

$V(t)_m$ = Meßspannung

Für die scheinbare Widerstandsdefinition, die für alle Zeiten gültig ist, sollen die gleichen Randbedingungen wie für obige Definition gelten, nämlich: $\rho_a \rightarrow \rho_1$ für $t \rightarrow 0$ und $\rho_a \rightarrow \rho_n$ für $t \rightarrow \infty$, wobei ρ_n der Widerstand der n-ten Schicht ist.

Definition I:

Die unmittelbarste Definition ist die von Kaufman (Kaufman und Keller, 1983)

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = \left(\frac{V_{\text{H.S.}}^{\text{H.S.}}(t)}{V_m(t)} \right)^{2/3}, \quad \text{wobei } \rho_1 \text{ der Widerstand der ersten Schicht ist.} \quad (4)$$

Da diese Definition für $t \rightarrow \infty$ gleich der 'late time' ρ_a -Formel ist, ergibt sich für $t \rightarrow \infty$, $\rho_a = \rho_n$. Für $t \rightarrow 0$ nähert sich die gemessene Spannung der Halbraumspannung mit dem Widerstand der ersten Schicht. Die erste Randbedingung ist somit auch erfüllt. Sollte t jedoch nur in der Nähe von 0 oder die erste Schicht sehr dünn sein, so ist es notwendig, den Widerstand der ersten Schicht zu wissen, da aufgrund des Exponenten ρ_1 nicht aus der Formel verschwindet. Dies ist ein wesentlicher Nachteil, da man bei Feldmessungen in der Regel den Widerstand der ersten Schicht nicht kennt.

Definition II:

Eine weitere Methode, eine ρ_a -Formel für den gesamten Zeitraum zu erhalten, basiert auf dem von Stoyer (1982) vorgeschlagenen Verfahren:

Der scheinbare Widerstand ist das Verhältnis einer Funktion der gemessenen Spannung zu der gleichen Funktion der Spannung eines homogenen Halbraumes mit dem Widerstand ρ_H multipliziert mit ρ_H .

$$\rho_a = \rho_H \frac{F(\rho_a^{E.T.}, \rho_a^{L.T.})}{F(\rho_a^{E.T.}, \rho_a^{L.T.})_H} \quad (5)$$

wobei $F(\rho_a^{E.T.}, \rho_a^{L.T.}) = \rho_a^{E.T.} \frac{t_c^2}{t^2 + t_c^2} + \rho_a^{L.T.} \frac{t^2}{t^2 + t_c^2}$

mit $\rho_a^{E.T.}, \rho_a^{L.T.}$ = Scheinbarer Widerstand nach Gleichung
und

t_c = Zeitpunkt des kleinsten Abstandes zwischen
der 'early time'- und 'late time'-Kurve

Diese Definition erfüllt ebenso wie die erste beide Randbedingungen. Nachteil ist jedoch, daß 'early' und 'late time' ρ_a -Werte ausgerechnet werden müssen.

Definition III:

Für die dritte Definition kann man die ursprüngliche Definition des scheinbaren Widerstandes ansetzen. Ohne jegliche Kenntnis obiger Widerstandsformeln kann man mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate den ρ -Wert bestimmen, der in Gleichung (1) (Spannung über dem Halbraum) eingesetzt, eine Halbraumspannung liefert, die gleich der Meßspannung ist. Für die Zeiten, für die zwei oder gar kein Widerstandswert zu finden ist, kann mittels einer Splineinterpolation ein entsprechender Wert erhalten werden.

$$\rho_a = \rho^{H.S.}(t) \text{ mit } V(t)^{H.S.} = V(t)_m \quad (6)$$

Auch diese Definition erfüllt die Randbedingungen.

Der Vorteil aller Definitionen ist, daß sie eine kontinuierliche scheinbare spezifische Widerstandskurve liefern. Definition I ist aufgrund der benötigten Vorkenntnis des Widerstandes der ersten Schicht unbrauchbar. Definition II und III erfordern diese Vorkenntnisse nicht, da sie auf numerischen Interpolationsverfahren beruhen. Beide haben jedoch den Nachteil, der in den Abbildungen 1 und 2 deutlich wird. Es ergibt sich für manche Widerstandskontraste eine zusätzliche Kurvenkrümmung in den scheinbaren Widerstandskurven. Diese scheinbare Kurvenkrümmung hat zwei Ursachen, die eine liegt darin, daß die scheinbare Widerstandskurve auf einem numerischen Interpolationsverfahren basiert, wo kein eindeutiger Widerstandswert für den Halbraum zu finden ist. Andererseits gibt es Zeitbereiche, in denen das Feldverhalten der Induktionsströme vom Frühzeitbereich in den Spätzeitbereich überwechselt und in denen keine exakte Lösung gefunden werden kann. Sheng (1986) und Spies (1986) haben eine andere Art der Normierung als bei der ursprünglichen 'early' und 'late time'-Formel genommen und im Prinzip das gleiche erhalten wie mit Definition III.

Für die Definitionen II und III gilt, daß sie nur zu einer normierten Darstellung der Felddaten verwendet werden können. Es ist jedoch gefährlich, anhand dieser Kurven ein Startmodell für die Inversion abzuleiten, da durch die eventuelle zusätzliche Kurvenkrümmung ein Startmodell ausgewählt wird, was vom falschen Typus

ist. So sind zum Beispiel in Abbildung 2 zwei Kurven mit der Definition III aufgetragen für einen Vierschichtfall vom K-H-Typ. Die obere Kurve gibt jedoch ohne Kenntnis des Modelles ein H-K-H-Modell wieder. Dies ist sehr gefährlich für die Wahl eines Startmodelles, da man nach unseren Erfahrungen für eine stabile und schnelle Inversion zumindest den richtigen Modelltypus als Startmodell eingeben muß.

Aus diesem Grunde rate ich davon ab, die scheinbaren spezifischen Widerstandskurven für LOTEM-Messungen als wichtigste Darstellung der Daten zu benutzen. Ich halte es daher für wichtiger, eine völlig neue Darstellung der Meßergebnisse zu entwickeln, die ein ungefähres Widerstandsverteilungsbild des Untergrundes liefern.

Literatur:

Kaufman, A.A., Keller, G.V., 1983, Frequency and transient soundings, Elsevier, 685 pp.

Sheng, Y., 1986, A single apparent resistivity expression for long-offset transient electromagnetics, Geophysics 51(6), 1291-1297.

Sheriff, R.E., 1984, Encyclopedic dictionary of exploration geophysics, Society of Exploration Geophysics.

Spies, B.R. and Eggers, D.E., 1986, The use and misuse of apparent resistivity in electromagnetic methods, Geophysics 51(7), 1462-1471.

Stoyer, C.H., 1982, GP671-T, TDEM processing principles, Colorado School of Mines, Golden, CO.

Ähnliche Diskussion auch in:

Strack, K.-M., 1985, Das Transient-Elektromagnetische Tiefensondierungsverfahren angewandt auf die Kohlenwasserstoff- und Geothermie-Exploration, Mitt. d. Inst. f. Geophysik u. Met. Uni Köln, 42, 188 pp.

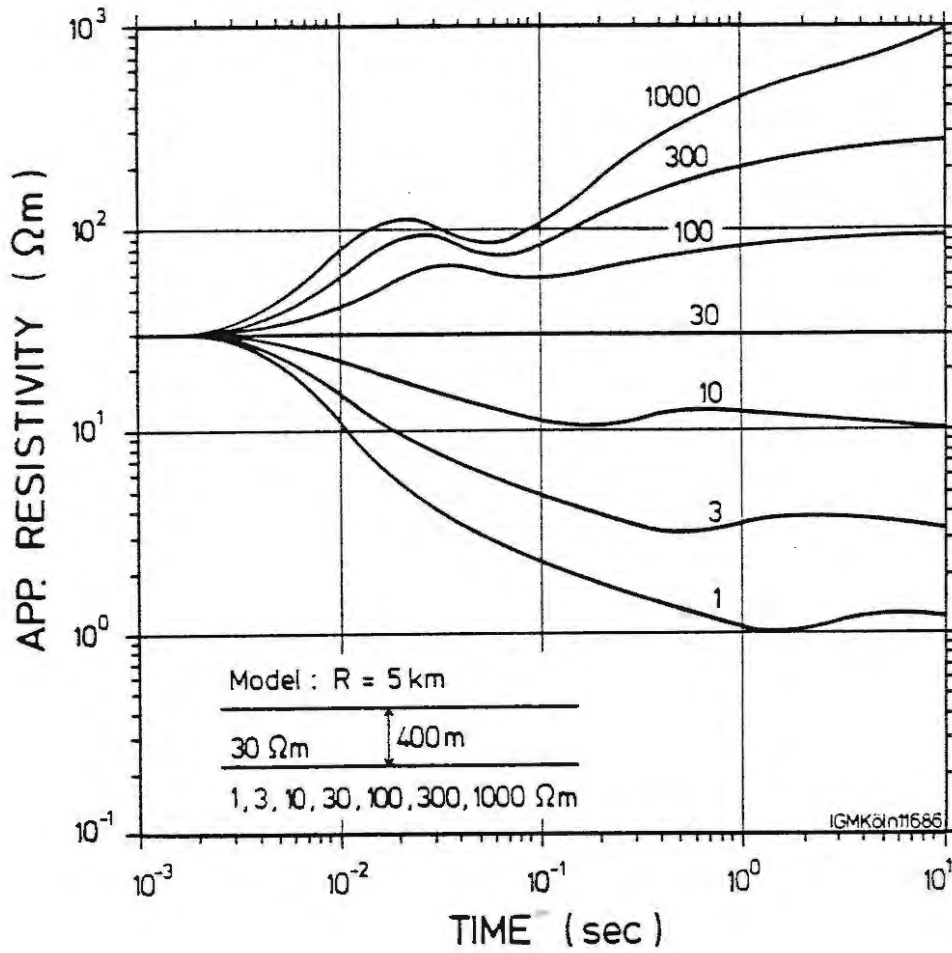


Abb. 1: Scheinbare Widerstandskurven für einen Zwei-Schicht-Fall für Definition II (nach Stoyer, 1982).

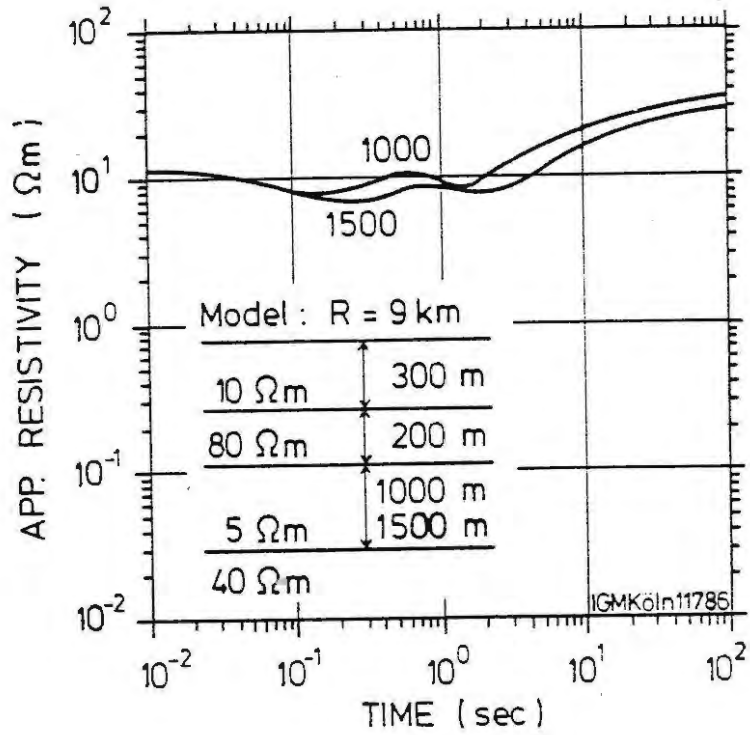


Abb. 2: Scheinbare Widerstandskurven für einen Vier-Schicht-Fall für Definition III.

M. Beblo und St. Hofer:

Überlegungen und Versuche auf dem Weg
zum neuen "Münchener Elektrographen"

Seit dem Entwurf der "Münchener Elektrographen" in den frühen 70-er Jahren (Beblo 1971, 1972, Greinwald 1972) ist die Entwicklung der Elektronik mit rasanten Schritten vorangekommen. Aber auch der Übergang von analoger- zu digitaler Registriertechnik hat nichts am grundlegenden technologischen Konzept der Beobachtung der Variationen des erdelektrischen Feldes geändert.

Wesentliche Baugruppe der "alten" Elektrographen sind diskret aufgebaute Transistor-Chopper-Verstärker, deren technische Daten wie Rauschen, Linearität und Langzeitkonstanz auch heute noch aktuell sind. Geringe Nachteile der "alten" Verstärker liegen in heutiger Sicht im Eingangswiderstand, der Baugröße und dem Stromverbrauch.

Diese "Nachteile" wurden aber sehr bedeutsam, als wir uns 1984 mit den Möglichkeiten magnetotellurischer Messungen in der Antarktis befassten. Es war zu erwarten, daß die Messungen in der Antarktis nicht mit solchen "bei uns zu Hause" zu vergleichen sind. Zu den methodischen Problemen mußte auch das technologische Umfeld überarbeitet werden.

Die Meßapparatur sollte

- a) sparsam im Energieverbrauch
- b) klein und leicht, sowie einfach zu bedienen sein,
- c) der Elektrograph muß einen hohen Eingangswiderstand besitzen wegen der hohen elektrischen Widerstände von Eis und Schnee.

Leider konnten bis zum Polarsommer 1984/85 nicht mehr alle technologischen Probleme gelöst werden. Während der Expedition GANOVEX IV konnte aber gezeigt werden, daß die Methode der Magnetotellurik in der Antarktis erfolgreich eingesetzt werden kann (Liebig und Beblo 1986, Liebig 1986). Die hier gemachten "guten und schlechten" Erfahrungen sind bei der Entwicklung zum neuen "Münchener Elektrographen" wesentlich.

	neu	alt
a) Energiebedarf	12 V / 20 mA / 0.24 W	12 V / 150 mA / 1.8 W
b) Baugröße	1 Platine 100*160 mm	5 Platinen je 100*160 mm
c) Eingangswiderstand	10 ¹² Ohm	10 ⁸ Ohm

Wesentliche Neuerung am Elektrographen ist die Verwendung anderer Vorverstärker. Dies führte vor allem zur Reduzierung in Baugröße und Energiebedarf.

An Stelle der alten Chopper-Verstärker machen wir Versuche mit Instrumentenverstärkern hoher Qualität (Analog Devices AD 524, AD 624, Burr Brown INA 102) und testen Chopper-Verstärker neuer Technologie (Intersil ICL 7652).

Wie früher hat auch der neue Elektrograph Baugruppen zur Eichung der Gesamtapparatursowie zur Kompensation von Sondenpotentialen. Neu ist die Gewinnung der hierzu notwendigen Spannungen aus hochpräzisen Spannungsreferenzdioden, welche aus langlebigen Lithium-Batterien gespeist werden.

Leider kann im neuen Elektrograph im Eingangskreis "eigentlich" kein passives Filter zur Unterdrückung der technischen Störströme schon vor dem Vorverstärker eingebaut werden, da der Leckwiderstand der notwendigen Kapazitäten kleiner oder gleich ist zum Eingangswiderstand der Vorverstärker. Dies kann in unseren Breiten zu Übersteuerung der Vorverstärker durch Störströme führen. Es dürfte daher ratsam sein, lieber den Eingangswiderstand etwas zu verringern (auf den Leckwiderstand der Kapazitäten) aber das Signal vorzufiltern. In der heute noch "noise-freien" Antarktis stellt sich das Problem nicht.

Die hohe Dynamik der digitalen Registrierung und die heute große Kapazität von Massenspeichern (Beblo und Liebig 1986) erlaubt es, auf variable Bandpassfilter zu verzichten. Je nach Kombination Elektrograph - Magnetometer werden die Filter fest verdrahtet:

- a) Elektrograph - Fluxgate-Magnetometer (Förster-Sonde)
Hochpass 3000 sec, Tiefpass 10 sec,
- b) Elektrograph - Induktionsspule
Hochpass 1000 sec, Tiefpass 3 sec.

Die beiden Meßkanäle (NS, EW) müssen vollständig entkoppelt sein. Dies erreicht man durch galvanische Trennung der Meßkreise. Hierzu benutzen wir Trennverstärker (Analog Decices AD 284), welche jeweils eine isolierte Stromversorgung für die Meßkreise erzeugen. Die Trennverstärker sind in ihrer Verstärkung einstellbar, sodaß der Aussteuerungsbereich jedes handelsüblichen Analog-Digital-Wandlers eingestellt werden kann.

Der Elektrograph ist in einem wasserdichten Gehäuse (IP 67) untergebracht. Die Stromversorgung erfolgt über 12 V Akkus, welche mit Solarmodulen geladen werden. Die Ausgangsleitungen sind gegen Überspannungen (Blitzschutz) geschützt.

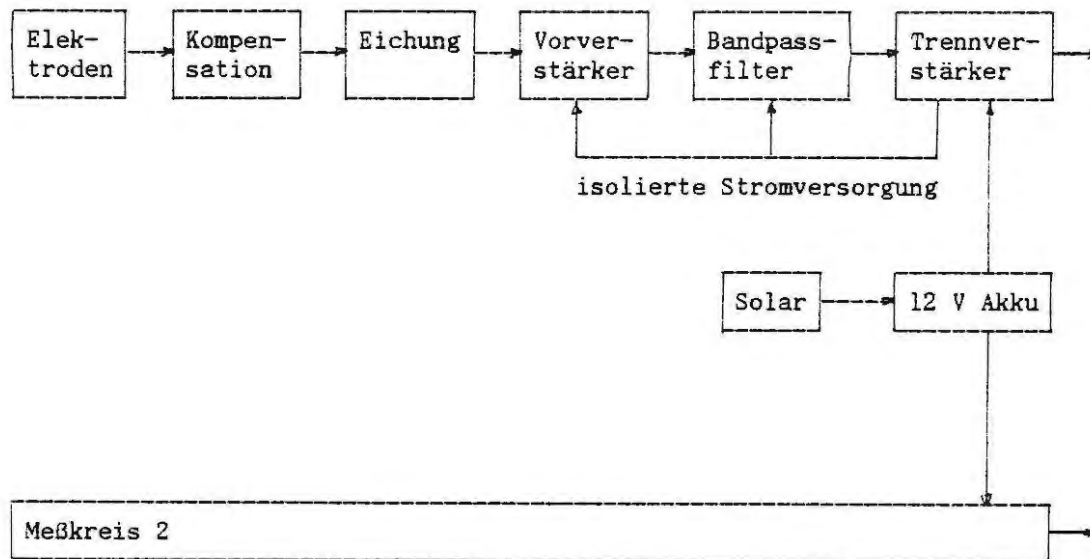
Literatur:

- Beblo, M.: Ein neuer Elektrograph zur Registrierung der natürlichen Variationen des induzierten erdelektrischen Feldes. Dipl.Arbeit, Univ. München 1971
- Beblo, M.: Ein transportabler, netzunabhängiger Elektrograph für Dauerregistrierungen des induzierten erdelektrischen Feldes. Zeitschr. f. Geophysik, 38, 133-143, 1972
- Beblo, M., Liebig, V.: Datenerfassung mit CMOS-Halbleiterspeicher. In: Prot. Erdmag. Tiefenforschung, Köln, 1986
- Greinwald, S.: Ein Gerät zur Registrierung der Variationen des erdmagnetischen und erdelektrischen Feldes und die Bearbeitung der damit gewonnenen Meßwerte, demonstriert an zwei Stationen aus der Afarsenke. Diss., Univ. München, 1972
- Liebig, V.: Untersuchungen zur Durchführbarkeit magnetotellurischer Messungen in der Antarktis unter Benutzung mikroprozessorgesteuerter Datenerfassungssysteme. Diss. Univ. München, im Druck, 1986
- Liebig, V. und Beblo, M.: Magnetic and magnetotelluric measurements in North Victoria Land, Antarctica. In: Geologisches Jahrbuch B, im Druck, 1986

Technische Daten des Elektrographen

Schutzart/Gehäuse	IP 67 (schwallwasserdicht)
Schutzart/Stecker	IP 67
Überspannungsschutz	Überspannungsableiter für Stromversorgung und analoge Ausgänge
Temperaturbereich	-20 bis +80 Grad Celcius
Stromversorgung	12 V Gleichspannung (8 - 15,5 V) gepuffert durch Solarmodule
Stromverbrauch	20 mA
Analoge Meßkanäle	2, galvanisch getrennt
Kompensation	+/- 50 mV
Eichung	0.2 mV / 1 mV über alles
Eingangswiderstand	10^{12} Ohm
Verstärkung	variabel, je nach ADC
Bandpassfilter	HP 3000 sec, TP 10 sec (Förster-Sonde) HP 1000 sec, TP 3 sec (Induktionsspule)

Blockschaltbild des Elektrographen



M. Beblo und V. Liebig:

Mobile Datenerfassung

mit CMOS-Halbleiterspeicher

Im Rahmen des Schwerpunktprogrammes "Antarktisforschung" der Deutschen Forschungsgemeinschaft arbeiten wir derzeit am Prototyp einer digitalen Datenerfassungsanlage, welche den harten klimatischen Bedingungen beim Einsatz in Polargebieten genügt.

Obwohl dieser Datenlogger in Hinsicht auf Messungen nach der Methode der Magnetotellurik in der Antarktis entwickelt wird, ist es wichtig herauszustellen:

Der Datenlogger ist kein spezielles Gerät für die Magnetotellurik.

Im Gegenteil:

Der Datenlogger kann für alle heute üblichen geophysikalischen Messungen im Gelände eingesetzt werden.

Früher von uns durchgeführte Messungen der Magnetotellurik in der Antarktis (Liebig und Beblo 1986, Liebig 1986) haben ergeben, daß eine Datenabspeicherung auf die derzeit üblichen Massenspeicher (Magnetband, Magnetplatte) hier nicht zuverlässig eingesetzt werden kann. Schwachpunkt dieser "klassischen" Massenspeicher sind die notwendigen mechanisch bewegten Bauteile, welche bei tiefen Temperaturen immer wieder Störungen bzw. Systemausfälle verursachten. Auch das Speichermedium selbst (Band, Platte) ist für Temperaturen unterhalb +5 Grad Celcius nicht mehr tauglich.

Als Fazit ergibt sich:

Die derzeit üblichen (und billigen) Massenspeicher sind in Polargebieten nur dann zuverlässig einsetzbar, wenn das Gerät geheizt werden kann. Zum Heizen ist die Bereitstellung von unverhältnismäßig viel Energie notwendig, was unter den logistischen Bedingungen in Polargebieten meist nicht gewährleistet werden kann.

Wesentliche Punkte für die neue Datenerfassung sind:

Verwendung von Massenspeicher ohne mechanisch bewegte Bauteile, sicherer Betrieb bis mindestens -20 Grad Celcius ohne Heizung der Apparatur.

Die rapide Entwicklung elektronischer Komponenten hat dazu geführt, daß heute Halbleiterspeicher (CMOS-RAM) preiswert erworben werden können, die sich durch große Speicherkapazität, geringe Baugröße, großen Temperaturbereich (-40 bis +85 Grad Celcius) und geringen Energiebedarf auszeichnen.

Diese CMOS-RAM Speicher sind wesentlicher Bestandteil des Datenloggers. Eingebunden sind die Speicher in ein Mikroprozessorsystem.

Die ganze Anlage basiert auf einem Standard-Rechner-Bus-System (ECB-Bus) und dem international weit verbreiteten Standard-Betriebssystem CP/M.

Durch die Verwendung eines offenen Bus-Systemes, das den Einsatz von Zusatzelektronik einer großen Anzahl von Herstellern gestattet, kann der Datenlogger schnell und einfach erweitert werden, z.B. auf :
Beliebig viele analoge Kanäle Input/Output,
Steigerung der Auflösung auf 16 bit (mehr in Zukunft),
Beliebig viele digitale Kanäle Input/Output,
Ausbau des RAM-Speichers auf 16 MB.

Ein in der Hochsprache Pascal erstelltes Programm steuert die Digitalisierung, regelt die Speicherverwaltung, überwacht die Energieversorgung u.a.m. Die Wahl der im wissenschaftlichen Bereich weit verbreiteten Hochsprache "Pascal" für das Steuerprogramm ermöglicht dem Anwender ein leichtes Eingreifen/Ändern. Programmierung auf Maschinenebene (Assembler) ist nur bei sehr schneller Analog-Digitalwandlung (oberhalb etwa 2 kHz) notwendig.

Der Datenlogger ist in ein schwallwasserdichtes Gehäuse (1/2 19") der Schutzart IP 67 (dicht bis 1 m Wassertiefe) untergebracht. Das Gehäuse wirkt als Faraday'scher Käfig. Im Normalbetrieb muß das Gehäuse nicht geöffnet werden, sodaß durch Zugabe von Trockenmittel (Silika Gel) eine Betauung der Elektronik verhindert werden kann. Alle Steckverbindungen sind ebenfalls wasserdicht.

Die Eingangs- und Ausgangsleitungen des Datenloggers sind mit Überspannungsableitern bzw. Schutzdioden gegen statische Aufladungen geschützt. Dies wirkt gleichzeitig als Blitzschutz.

Die Energieversorgung des Datenloggers wird durch eine unterbrechungsfreie Stromversorgung (USV) mit 12 V Backup-Akku sichergestellt. Der Backup-Akku wird im Feldbetrieb mit Solarmodulen geladen. Die USV überwacht Auf- und Entladung des Backup-Akkus elektronisch. Als Tiefentladeschutz werden die Ausgangsspannungen der USV bei Erreichen der Entladeschlussspannung des Backup-Akku abgeschaltet.

Zentrales Bauteil der Stromversorgung ist ein optimierter Schaltregler, welcher je nach Gesamtstromverbrauch einen Wirkungsgrad von 70-85 Prozent erreicht.

Der Datenlogger benötigt derzeit etwa 150 mA bei 12 V (1,8 W). Der Stromverbrauch läßt sich aber noch weiter reduzieren (siehe unten).

Die Stromversorgungseinheit erzeugt ein Power-Down-Signal. Das ist unbedingt notwendig, da bei An- und Abschaltung der Versorgungsspannungen auf dem Rechner-Bus undefinierte Zustände herrschen. Das Power-Down-Signal schützt dann den Inhalt der batteriegepufferten Speicher vor Zugriffen. Alle CMOS-Speicher sind durch eigene NiCd-Akkumulatoren bei Ausfall der Stromversorgung vor Datenverlust geschützt. Bei den derzeit eingesetzten RAM-Speichern beträgt die Speicherautonomie 2200 Tage = 6 Jahre. Steht nach einem Stromausfall wieder ausreichend Energie zur Verfügung, überprüft der Mikroprozessor die Directory-Einträge der einzelnen RAM-Laufwerke. Er erkennt dabei "sinnvolle" Daten, welche weiterhin vor Zugriffen geschützt bleiben. Noch freie RAM-Laufwerke werden neu initialisiert, das Steuerprogramm arbeitet an dem Punkt weiter, an dem vorher das Power-Down-Signal erschien.

Als Datenspeicher werden kaskadierbare Platinen mit 128 kB bzw. 1 MB (ab Herbst 1986) Speicherkapazität eingesetzt. Im Betriebssystem ist ein maximaler Ausbau auf 16 MB CMOS-RAM-Speicher möglich.

Der Analog-Digitalwandler muß mit stabilen +/- 12 V bzw. +/- 15 V betrieben werden, da derzeit nur Wandler der "klassischen" Bauart kostengünstig zur Verfügung stehen. Das bedingt eine eigene Stromversorgung für den ADC. In Zukunft dürften reine CMOS-ADC mit erweiterten Bereichen der Stromversorgung erhältlich sein. Dann kann der ADC aus der USV, welche u.a. +11 V und -8 V erzeugt, versorgt werden, wodurch der Energiebedarf des Datenloggers geringer wird.

In der derzeitigen Entwicklungsstufe arbeitet der Datenlogger in Digitalisierpausen im stand-by-Betrieb. Vom Betriebssystem her ist es möglich, in solchen Pausen alle Baugruppen - bis auf die Uhr - zu deaktivieren. Dadurch kann der Stromverbrauch um deutlich mehr als den Faktor 10 gesenkt werden. Vorallem bei langen Digitalisierabständen (1 min oder mehr) ist das zweckmäßig.

Aus der Kanalzahl, der Digitalisiertrate sowie Größe des RAM-Speichers errechnet sich die jeweils maximale Standzeit des Datenloggers, welcher sich nach Beschreiben aller vorhandenen Speicher selbstständig abschaltet. Nach Ablauf der Registrierzeit müssen die Daten aus dem Speicher auf einen anderen Datenträger ausgelesen werden. Hierzu benützen wir zwei 3,5" Floppy-disk-Laufwerke mit jeweils 720 kB Speicherplatz.

Die Floppy-Laufwerke sind in einen externen wasserdichten Gehäuse untergebracht und werden nur zum Auslesen der Daten beim Datenlogger benötigt. Der Datentransfer erfolgt quasi DMA und ist daher sehr schnell. Im Floppygehäuse ist eine eigene Stromversorgung für etwa 1 Tag Betriebszeit untergebracht. Die Innentemperatur des stark wärmeisolierten Floppygehäuses wird durch eine elektrische Heizung auf etwa +10 Grad Celcius gehalten, da Floppies nicht unter +5 Grad betrieben werden sollten.

Nach dem Programmstart arbeitet der Datenlogger im stand-alone-Betrieb. Zum Auslesen der Daten bzw. zu Kontrollzwecken u.a.m. wird ein Terminal angeschlossen.

Als Terminal benutzen wir einen tragbaren, batteriebetriebenen hand-held-Computer. Wie der Datenlogger benutzt auch das Terminal einen Mikroprozessor der Z80-Familie und das Betriebssystem CP/M 2.2. Das hat den Vorteil das alle Programme des Datenloggers auch auf dem Terminal-Rechner ablaufen können, vorallem aber hat der Benutzer für Datenlogger und Terminal denselben "Sprachumfang", er muß in der Bedienung nicht umdenken.

Literatur:

- Liebig, V.: Untersuchungen zur Durchführbarkeit magnetotellurischer Messungen in der Antarktis unter Benutzung mikroprozessorgesteuerter Datenerfassungssysteme. Diss. Univ. München, im Druck 1986
Liebig, V. und Beblo, M.: Magnetic and magnetotelluric measurements in North Victoria Land, Antarctica. In: Geologisches Jahrbuch B, im Druck, 1986

Technische Daten des Datenloggers (Ausbaustufe Prototyp MT-Antarktis)

Hardware

Schutzart/Gehäuse	IP 67 (Schwallwasserdicht)
Schutzart/Stecker	IP 67
Überspannungsschutz	Schnelle Klemmdioden für alle CMOS Ein- und Ausgänge Überspannungsableiter für Stromversorgung und analoge Eingänge
Temperaturbereich	-20 bis +80 Grad Celcius
Stromversorgung	12 V Gleichspannung (10,5 - 20V) unterbrechungsfrei durch Backup-Akku 12 V, beliebiger Kapazität
Tiefentladeschutz	für $U < 9,3$ V, Entladestrom < 4 mA für Backup-Akku
Analoge Meßkanäle	8 differentiell oder 16 single ended
Wandlungsrate/Wortbreite	25 kHz bei 12 bit Auflösung
CPU	Z 80 A CMOS, 4 MHz
RAM-Speicher	64 KB bei CP/M 2.2 1 MB (auf 16 MB ausbaubar)
Seriell I/O	V 24 / RS 232, synchron-asynchron
Parallel I/O	2*16 bit + Handshake
Zähler/Zeitgeber	4 Kanäle
Floppy-Controller/abschaltbar	4 Laufwerke max

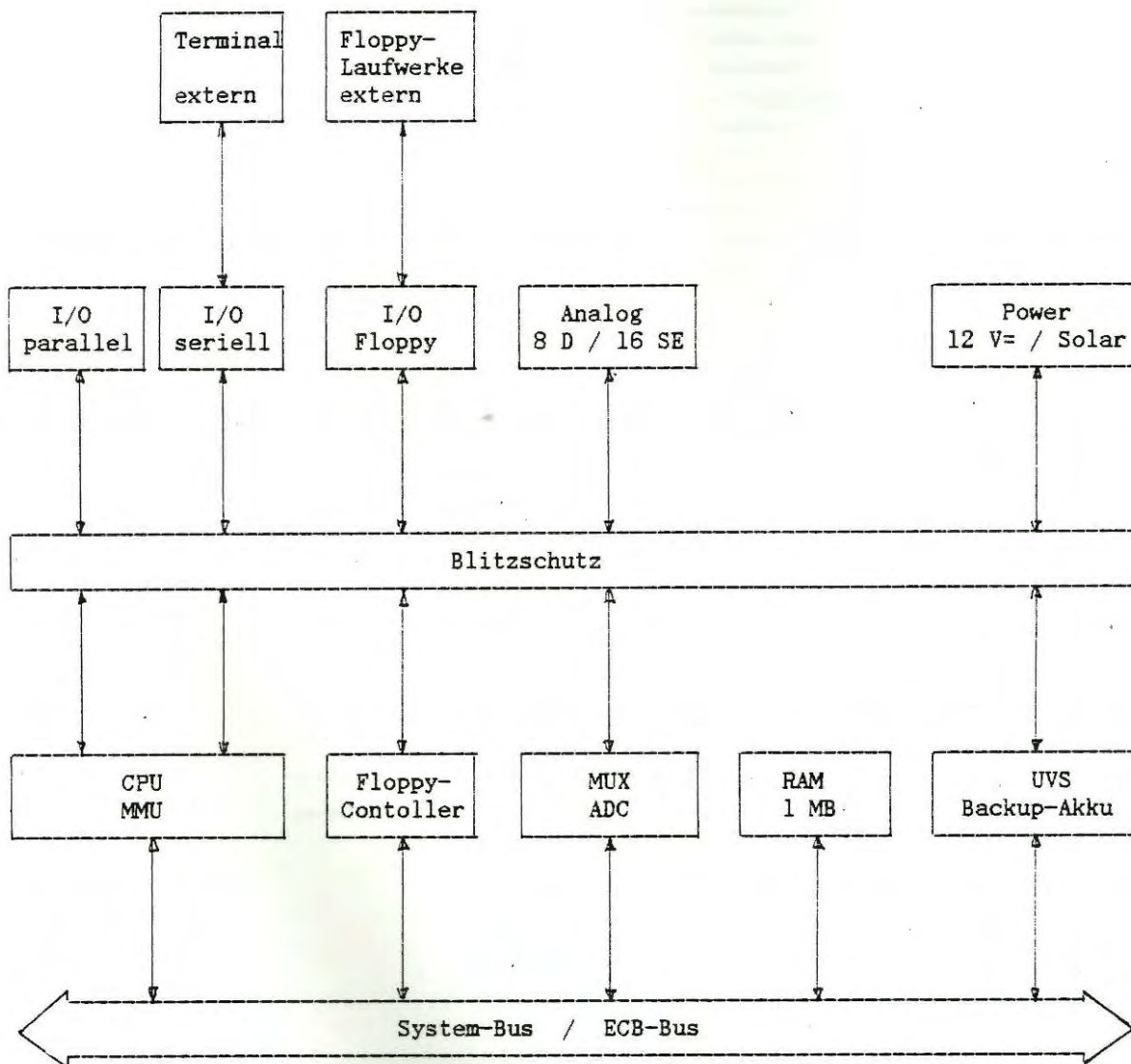
Externe Hardware

Floppy-Laufwerke	3,5", 720 kB/Laufwerk (Floppy-Laufwerke in externem Gehäuse (IP 67) werden nur zum Auslesen der RAM-Speicher benutzt. Floppy-Laufwerke werden geheizt auf etwa +5 Grad Celcius)
Terminal	Hand-held-Computer Z80, 2.5 MHz, CP/M 2.2 512 kB-RAM, 360 kB-Floppy, 3.5"

Software

Betriebssystem	CP/M 2.2
Programmiersprachen	Pascal, (Basic), Assembler
Programme	Datenerfassung: 1-8 Kanäle diff, 1-00 sec scanrate Datenkontrolle: Darstellung der Meßreihen auf Graphik-Terminal Datenauswertung: Vereinfachte Standard-Auswertung der Magnetotellurik

Blockschaltbild des Datenloggers



IAGA-Resolution

n° 3

L'AIGA, reconnaissant les succès obtenus par les méthodes sismiques dans l'identification des structures de la lithosphère, grâce à une coopération internationale intensive s'appuyant sur des équipements de mesure et des techniques de traitement des données uniformes, et anticipant que les méthodes d'induction électromagnétique mises en oeuvre dans des conditions comparables produiront des succès similaires, recommande aux agences compétentes de soutenir financièrement les projets de recherche associés au Programme International sur la Lithosphère, tels que le Programme Européen sur la Géotraverse, d'aider à la constitution de parcs importants d'équipements magnétotelluriques répondant autant que possible à des spécifications uniformes, et d'apporter leur soutien aux programmes favorisant la normalisation des échanges de données.

IAGA, recognizing the success of seismic methods in elucidating structures in the lithosphere, arising from intensive international cooperation with uniform measuring equipment and processing techniques, and anticipating a similar success of electromagnetic induction methods under comparable conditions, recommends funding agencies to support projects associated with the International Lithosphere Programme, such as the European Geotraverse Project, to support the creation of large pools of magnetotelluric equipments preferably with uniform specifications and to support projects that work towards standardization in data exchange.