

U. SCHMUCKER

Erfahrungen mit magnetischen Untertageregistrierungen

Schon im Protokoll zum Goslar-Kolloquium 1965 findet sich ein Beitrag von J. MEYER, in dem er auf die Möglichkeit hinweist, Registrierungen des tellurischen Feldes zum Zwecke einer MT Sondierung durch solche der Vertikalgradienten erdmagnetischer Variationen zu ersetzen. Grundlage ist das AMPERESche Durchflutungsgesetz

$$\int_{(F)} \underline{B} \cdot \underline{ds} = \mu_0 \int_F \sigma \underline{E} \cdot \underline{df} \quad .$$

In differentieller Schreibweise für kartesische Koordinaten (z positiv nach unten) lautet es

$$(1) \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_y, \quad \frac{\partial B_y}{\partial z} = - \mu_0 \sigma E_x,$$

wenn Ableitungen der im wesentlichen anomalen Z-Komponente bezüglich x und y weggelassen werden.

Dem Durchflutungsgesetz entnimmt man den unmittelbaren Vorteil des Vertikalgradientenverfahrens. Während das tellurische Feld möglicherweise durch örtliche Leitfähigkeitsanomalien stark verändert wird, findet im Magnetfeld eine Integration über die induzierten Ströme in einem auch seitlich ausgedehnten Tiefenbereich statt.

Gl.(1) zeigt aber auch einen schwerwiegenden Nachteil des Verfahrens. Um nämlich bei der Bestimmung der Impedanz das tellurische Feld durch $\partial B_{x,y}/\partial z$ ersetzen zu können, muß man die Leitfähigkeit σ in dem betreffenden Tiefenbereich kennen. Man könnte zwar über das FARADAYSche Gesetz auch ein tellurisches Vertikalgradientenverfahren formulieren, das die Kenntnis von σ nicht erfordert, doch ist eine experimentelle Bestimmung von $\partial E_{x,y}/\partial z$ wohl aussichtslos.

Diejenige von $\partial B_{x,y}/\partial z$ ist schwierig genug und vermutlich erst dreimal versucht worden, von HARDAM (1974) und R. MEYER (1986) im Erzbergbauggebiet von Salzgitter sowie von BABOUR und MOSNIER (1980) im elsässischen Kalibergbauggebiet. In diesen

Experimenten wurden erdmagnetische Pulsationen und Variationen gleichzeitig übertage (B^+) und untertage (B^-) im Bergwerk aufgezeichnet, und zwar in Tiefen $z = d$ zwischen 600 m und 1000 m unter der jeweiligen Oberfläche.

Da Hardam noch mit analogen Aufzeichnungsgeräten arbeiten mußte, war eine genaue Synchronisation der Über- und Untertage-registrierungen schwierig. Seine Phasenbestimmungen zwischen B^- und B^+ sind daher relativ unsicher, doch gelang es Hardam, den Skineffekt in der Amplitudenabnahme von B^- gegenüber B^+ sicher nachzuweisen.

R. Meyer konnte mit digitaler Aufzeichnung wohl zum ersten Mal eine vollständige Korrelationsanalyse zwischen B^- und B^+ ausführen, dargestellt durch eine 2×2 Matrix A von "Skineffekt-Übertragungsfunktionen" a_{ij} :

$$(2a) \quad \underline{B}^- = \underline{A} \cdot \underline{B}^+$$

mit $\underline{B} = (B_x, B_y)^T$. Außerdem hatte R. Meyer an der Übertagestation auch für eine Registrierung des tellurischen Feldes gesorgt und konnte so zusätzlich die Impedanz Z des Oberflächenfeldes aus

$$(2b) \quad \underline{E} = \underline{Z} \underline{B}^+$$

ableiten. Dies gab die Möglichkeit, eine aus dem Skineffekt abgeleitete Impedanz mit derjenigen der Magnetotellurik zu vergleichen.

Babour und Mosnier umgingen das Problem einer exakten Synchronisation, indem sie sofort die Differenz ($B^+ - B^-$) aufzeichneten, diese allerdings nur mit dem durch den Rheingraben bewirkten anomalen Anteil von B^+ in Beziehung setzten. Ihre Ergebnisse sind also nicht unmittelbar für eine Tiefensondierung geeignet.

Sind, wie im Falle von R. Meyers Experiment, sowohl der Skineffekt wie auch die Impedanz bestimmt worden, so kann die Auswertung in folgender Weise geschehen. Dabei sei vorausgesetzt, daß sich die Rechnungen auf optimal gedrehte Koordinaten beziehen, für die $|Z_{xx} + Z_{yy}|$ minimal ist.

Zunächst sei angenommen, daß das oberflächlich gemessene tellurische Feld sich unverändert bis in die Tiefe z fortsetzt. Bezeichnet dann $\tau = \int_0^d \sigma dz$ die tiefenintegrierte Leitfähigkeit zwischen den beiden $^{\circ}$ Stationen, sozusagen den "Leitwert des Deckgebirges", so ergibt die Integration der Gln.(1)

$$(3a) \quad B_x^- - B_x^+ = \mu_0 \tau E_y, \quad B_y^- - B_y^+ = -\mu_0 \tau E_x.$$

Indem \underline{B}^- und \underline{E} noch nach Gl.(2) auf B^+ bezogen werden, erhält man in

$$(3b) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \underline{A} \right\} = \mu_0 \tau \underline{Z}$$

eine Umrechnungsformel, um - wenn τ bekannt ist - die Impedanzen Z_{ij} aus den Skineffekt-Übertragungsfunktionen a_{ij} zu errechnen. Ist aber wie im vorliegenden Fall Z vorgegeben, so kann Gl.(3) auch dazu dienen, den Leitwert τ des Deckgebirges zu bestimmen. Dabei sollten sich, falls die Voraussetzung eines konstanten tellurischen Feldes zutrifft, reelle und frequenzunabhängige Leitwerte ergeben.

Diese Erwartungen werden durch die von R. Meyer angegebenen Übertragungsfunktionen erfüllt, zumindest im Rahmen der Fehlergrenzen, wenn man sich auf die Diagonalelemente von \underline{A} und die Nebendiagonalelemente von \underline{Z} beschränkt. Diese Elemente würden allein den Skineffekt und die Impedanz beschreiben, wenn die Leitfähigkeitsstruktur ein- oder zweidimensional wäre. Sie ergeben die folgenden τ -Werte (in Siemens):

Frequenz	$\tau_{xy} = \frac{1 - a_{yy}}{\mu_0 Z_{xy}}$	$\tau_{yx} = \frac{1 - a_{xx}}{-\mu_0 Z_{yx}}$
1.0 cpm	114 - 69i	197 + 1i
1.5	94 - 22	202 42
2.0	97 - 18	216 26
2.5	106 - 28	213 -28
3.0	119 - 42	207 -54
3.5	145 - 73	237 -86
4.0	196 -112	240 -65 .

Offensichtlich bestehen konsistente Unterschiede je nach Polarisationsrichtung, wobei die τ_{yx} -Werte im Verhältnis kleinere Imaginärteile besitzen und, wie noch gezeigt wird, als zur B-Polarisation gehörig dem wirklichen Leitwert näher sind. Als Mittelwert der Realteile von τ_{yx} erhält man 216 S, woraus sich für das Deckgebirge eine mittlere Leitfähigkeit von $\bar{\sigma} = 216/600 = 0.36\text{S/m}$ errechnet, ein für die durchteuften jungmesozoischen Sedimente plausibler Wert.

Man könnte nun die Rechnung wiederholen, indem man $\bar{\sigma}$ einer homogenen Schicht zwischen $z=0$ und $z=d$ zuordnet und voraussetzt, daß für $z>d$ die Leitfähigkeit zumindest eine reine Funktion der Tiefe ist. Sie braucht hier aber nicht bekannt zu sein. Aus den Fortsetzungsformeln für quasi-homogene Felder in geschichteten Halbräumen läßt sich dann eine verbesserte Näherung für den Zusammenhang des Über- und Untertagefeldes ableiten (Scripps Bulletin Formel 5.48). Sie lautet

$$(4) \quad \begin{aligned} B_x^- - \cosh(Kd) B_x^+ &= K \sinh(Kd)/i\omega \cdot E_y \\ B_y^- - \cosh(Kd) B_y^+ &= -K \sinh(Kd)/i\omega \cdot E_x \end{aligned}$$

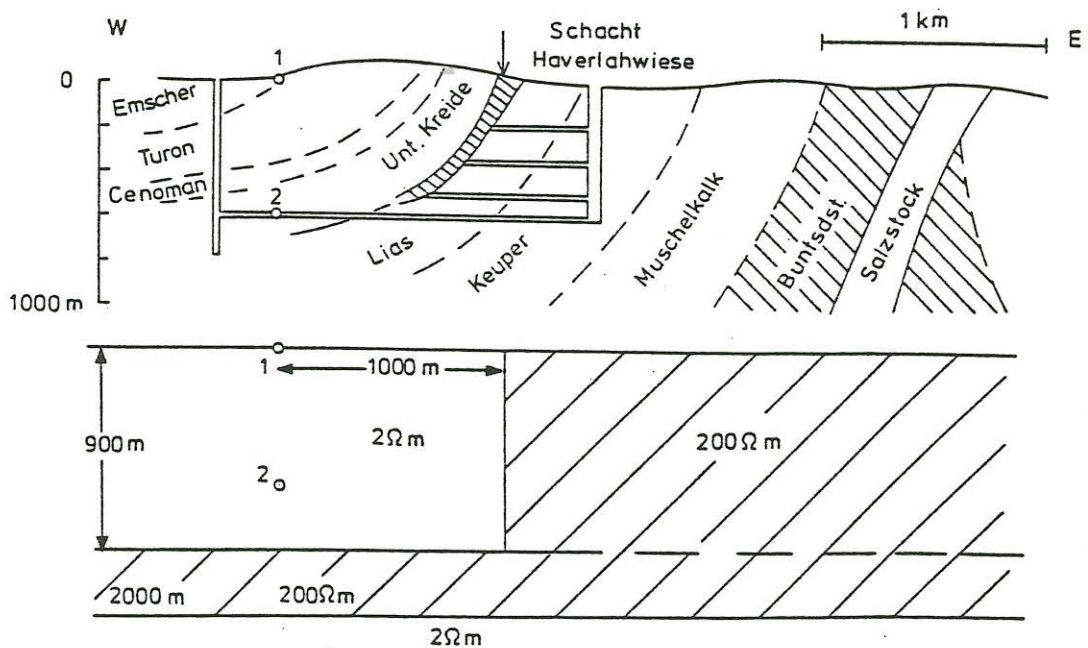
mit $K = \sqrt{i\omega\mu_0\bar{\sigma}}$.

Für $|K|d \ll 1$, wenn also für die betrachtete Frequenz die Skintiefe im Vergleich zu d groß ist, wird wieder die Näherung (3) gültig. Hier beträgt für die höchste Frequenz von 4 cpm die Skintiefe 3.2 km, ist also groß im Vergleich zu 600 m, so daß eine verbesserte Bestimmung von $\bar{\sigma}$ aus (4) nicht viel bringen sollte.

Außerdem verbleibt die Diskrepanz zwischen den τ_{xy} - und τ_{yx} -Werten. Sie besagt, daß in einer mindestens zweidimensionalen Struktur die Tiefenabhängigkeit des tellurischen Feldes in den beiden Polarisierungen durchaus verschieden ist. Eine Korrektur mittels eines 1D-Modells würde die Diskrepanz nicht aufheben.

Anhand eines einfachen 2D-Modells soll gezeigt werden, wie man sich die beobachtete Anisotropie des Skineffektes erklären kann. Das von R. Meyer benutzte Bergwerk liegt in unmittelbarer Nähe des Salzgitterer Hauptsattels, in dessen Kern ältere

und vergleichsweise schlecht-leitende mesozoische Schichten zutage treten. Die Stationen sind nur 1 km von der steil aufgerichteten Trias an der westlichen Sattelflanke entfernt, so daß mit einer deutlichen lateralen Leitfähigkeitsänderung in den Deckschichten zu rechnen ist. Fließen induzierte Ströme parallel zum Sattel nach Norden (x-Richtung), so ist ein dem eindimensionalen Fall sehr ähnlicher Skineffekt zu erwarten. Fließen die Ströme nach Osten (y-Richtung) und damit auf den schlecht-leitenden Sattelkern zu, so werden sie schon im Bereich der Untertagestation in größere Tiefen abtauchen. Dadurch wird der magnetische Skineffekt abgeschwächt, derjenige im tangentialen elektrischen Feld aber erhöht, da ja eine tellurische Vertikalkomponente hinzukommt.



Im Modell (s. Abb.) erhalten die Kreide- und Juraschichten zwischen den Beobachtungsstationen "1" und "2" einen spez. Widerstand von $2 \Omega\text{m}$, so daß der Leitwert des durchteuften Deckgebirges 300 S beträgt gegenüber dem errechneten mittleren Leitwert $\tau_{yx} = 216 \text{ S}$. Diese Erhöhung soll die nicht berücksichtigte Tiefenabhängigkeit von E_y ausgleichen. Die Trias-Schichten im Sattelkern und von 900 bis 2900 m Tiefe unter den Stationen erhalten $200 \Omega\text{m}$. Es folgt ein Halbraum von $2 \Omega\text{m}$. Diese Widerstandsverteilung ist dem $\rho^* - z^*$ Profil für E-Polarisation

angepaßt und erklärt die oberflächlich an der Station "1" beobachteten Impedanzen Z_{xy} . Der Sattelkern wird vereinfachend durch einen rechteckigen Block wiedergegeben. Das ganze Modell ist symmetrisch bezüglich einer Mittellinie am rechten Rand.

Wie die folgende Tabelle zeigt, ergibt dieses Modell die richtigen Impedanzen zwischen 1 und 4 cpm für beide Polarisationsrichtungen, was angesichts der starken Anisotropie der Impedanz für die grundsätzliche Richtigkeit des Modells spricht. Tabelliert sind nicht die Impedanzen, sondern die Eindringtiefen in km, ρ^* -Werte in Ohm \cdot m, und zwar jeweils zuerst die Modellwerte und darunter in Klammern die aus den Beobachtungen an der Station "1" abgeleiteten Werte. Zur Orientierung ist ganz links die 1D Eindringtiefe C_0 hinzugefügt.

f	C_0	$C_{xy} = Z_{xy}/i\omega$	ρ^*	$C_{yx} = -Z_{yx}/i\omega$	ρ^*
1 cpm	4.03 -3.33i	4.13 -3.54i (4.16 -3.28i)	3.3	1.16 -.69i 1.34 -.74i)	0.12
2	2.89 -2.65	2.87 -3.11 (3.17 -2.63	5.1 3.6	0.75 -.51 1.10 -.59)	0.13
3	2.29 -2.33	2.23 -2.46 (2.59 -2.34	4.8	0.69 -.46 0.97 -.52)	0.17
4	1.90 -2.10	1.64 -1.77 (2.20 -2.15	3.3	0.64 -.42 0.89 -.47)	0.19

Es folgen die berechneten und (in Klammern) die beobachteten 2D Skineffekte für das Magnetfeld am Ort der Untertagestation "2". Zur Ergänzung werden anschließend die berechneten Skineffekte des tellurischen Feldes aufgeführt. In den ersten Spalten stehen wieder die 1D Skineffekte zum Vergleich. Tabelliert sind die mit 1000 multiplizierten Verhältnisse $F(2)/F(1)$ der Felder unter- und übertage.

	1D	2D E-Pol.	2D B-Pol.
f	$B_n(2)/B_n(1)$	$B_y(2)/B_y(1)$	$B_x(2)/B_x(1)$
1 cpm	869 -148i	883 -135i (909 - 30)	971 -42i 982 -30)
2	792 -206	814 -204 (907 - 59)	954 -65 976 -46)
3	727 -239	753 -292 (848 - 65)	940 -82 947 -47)
4	672 -258	699 -265 (721 - 65)	928 -97) 925 -66)
	$E_n(2)/E_n(1)$	$E_x(2)/E_x(1)$	$E_y(2)/E_y(1)$
1	912 -62i	934 -17i	703 -176i
2	888 -81	930 -20	617 -202
3	872 -97	934 - 7	559 -217
4	860 -112	941 - 8	521 -230 .

Wie erwartet unterscheidet sich der magnetische Skineffekt für E-Polarisation nur unwesentlich vom 1D Fall, im tellurischen Feld ist er jedoch vergleichsweise deutlich abgeschwächt. Für B-Polarisation wird in dem verschwindenden magnetischen und dem verdoppelten tellurischen Skineffekt das Abtauchen der induzierten Ströme sichtbar. Die so entstehende Anisotropie des Skineffekts entspricht den Beobachtungen. Insbesondere für B-Polarisation wird der reduzierte magnetische Skineffekt durch das Modell sehr gut wiedergegeben. Für E-Polarisation ist der beobachtete Skineffekt zu klein und die Phase stimmt auch nicht. Der experimentelle Meßfehler sollte bei 0.5% liegen entsprechend einer Phasenauflösung von 1/4 Grad.

Zum Abschluß werden nach Gl.(3) mit den Modellwerten Leitwerte für das durchteufte Deckgebirge berechnet, also unter der Annahme eines tiefenunabhängigen tellurischen Feldes innerhalb eines Deckgebirges:

$$\tau_{xy} = \frac{1 - B_y(2)/B_y(1)}{i\omega\mu_0 C_{xy}}, \quad \tau_{yx} = \frac{1 - B_x(2)/B_x(1)}{i\omega\mu_0 C_{yx}} .$$

In der ersten Spalte steht wieder der aus den 1D-Werten berechnete Leitwert $\{1 - B_n(2)/B_n(1)\}/i\omega\mu_0 C_0$ zum Vergleich. Es ergeben sich folgende Leitwerte in Siemens:

f	$\tau - 1D$	τ_{xy}	τ_{yx}
1	287 -10i	250 - 1i	286 -19i
2	283 -14	247 +21	334 - 6
3	281 -16	264 +10	310 -13
4	279 -19	316 - 8	299 -17

Sie erweisen sich als im wesentlichen reell und frequenzunabhängig. Für B-Polarisation erhält man nahezu den richtigen Wert von 300 S, für E-Polarisation deutlich geringere Werte, was den Beobachtungen entspricht.

Die bisherigen Rechnungen konzentrieren sich ganz auf die dominierenden Diagonalelemente der Skineffekt-Matrix und die Nebendiagonalelemente der Impedanz. Nun liegt das benutzte Bergwerk gerade dort, wo der Salzgitterer Hauptsattel nach Westen umbiegt. Die Leitfähigkeitsstruktur sollte also deutlich dreidimensional sein. Tatsächlich werden auch signifikante Nebendiagonalelemente in A und Diagonalelemente in Z beobachtet.

Es ist versucht worden, sie in ähnlicher Weise aufeinander zu beziehen, indem man nach Gl.(3b) die Leitwerte

$$\tau_{xx} = - a_{yx}/\mu_0 Z_{xx} \quad , \quad \tau_{yy} = + a_{xy}/\mu_0 Z_{yy}$$

berechnet. Dieser Versuch ist gänzlich fehlgeschlagen. Es ergaben sich stark variierende und stets komplexe Leitwerte, teilweise sogar mit negativem Realteil.

Erfahrungen und Ausblick: Das von R. Meyer durchgeführte Bergwerksexperiment ergab einen nach Amplitude und Phase nachweisbaren Skineffekt für Pulsationen, der sich - wie zu fordern - mit wachsender Frequenz stetig vergrößert. Nimmt man die oberflächlich gemessenen Impedanzen hinzu, so läßt sich unter vereinfachenden Annahmen ein Leitwert für die durchteuften Deckschichten (200-300 S) angeben, der den zu erwartenden in-situ Widerständen (2-3 Ω m) entspricht.

Unter den gegebenen Umständen erwies sich der Skineffekt als richtungsabhängig entsprechend der beobachteten Anisotropie der Impedanz. Es läßt sich aber ein 2D Modell angeben, das die beobachteten Felder über- und untertage als Funktion der Frequenz richtig wiedergibt. Dies bedeutet, daß die oberflächlich gemessenen tellurischen Felder tatsächlich repräsentativ sind, wenigstens bis zur Tiefe der Untertage-Station (600 m). Diese Aussage ist aber nur gültig für diejenigen tellurischen Feldanteile, die sich auf die jeweils orthogonalen Magnetfelder beziehen lassen, dargestellt durch die Tensorelemente Z_{xy} und Z_{yx} in optimal gedrehten Koordinaten.

Es ist nicht gelungen, den durch die verbliebenen Diagonalelemente Z_{xx} und Z_{yy} beschriebenen tellurischen Feldanteil im magnetischen Skineffekt wiederzufinden. Möglicherweise besitzt dieser Feldanteil eine kompliziertere Tiefenabhängigkeit von ganz lokalem Charakter, was durch 3D Modelle geprüft werden müßte.

Betrachtet man diese Ergebnisse in Hinblick auf das Tiefbohrprogramm, so ist festzustellen, daß die Untertagemessungen keine verbesserte Bestimmungen der Impedanz erbrachten. Sie haben aber wohl zum ersten Mal gezeigt, daß die aus dem tellurischen Oberflächenfeld abgeleiteten Erdströme tatsächlich in der erwarteten Stärke und Phase existieren, zumindest bis zur Tiefe der Untertagestation. Bohrungen würden, im Unterschied zu Bergwerken, eine kontinuierliche Messung des Skineffekts als Funktion der Versenkungstiefe des Untertage-Magnetometers ermöglichen. Hierzu gibt es eine ausführliche Studie von STEVELING (1982). Möglicherweise könnte man sogar eine echte Gradientenmessung durch Versenkung beider Magnetometer vornehmen und sich so von unerwünschten Oberflächeneffekten be-

freien. Diese Möglichkeit ist von HAAK (1986) untersucht worden.

Ergänzend seien hier zwei einfache Abschätzungen für den zu erwartenden Skineffekt in tiefen Bohrungen vorgenommen, wenn in einer Tiefe h entweder ein vergleichsweise sehr guter oder sehr schlechter Leiter erwartet wird. Der Vergleich bezieht sich auf die Leitfähigkeit σ einer homogenen Deckschicht der Mächtigkeit h . Gemessen wird in einer Tiefe z_1 und einer Tiefe $z_2 = z_1 + d < h$ innerhalb dieser Schicht.

Für den Fall eines sehr guten Leiters für $z \geq h$ ist die Eindringtiefe für $z < h$ näherungsweise

$$C(z) = \tanh \{K(h-z)\} / K$$

mit $K^2 = i\omega\mu_0\sigma$. Die Skineffektgleichung (4) lautet also

$$B(z_2)/B(z_1) = \cosh(Kd) - \sinh(Kd) \cdot \tanh\{K(h-z_1)\} .$$

Der Skineffekt des Magnetfeldes ist in diesem Fall besonders klein, da ja die induzierten Ströme vorzugsweise unterhalb der Deckschicht fließen. Ist $|K|(h-z_1) \ll 1$, so wird daraus

$$B(z_2)/B(z_1) = 1 - i\omega\mu_0\sigma d (h-z_1) .$$

Der Skineffekt besteht dann also in einer reinen Phasendrehung des Magnetfeldes um den Winkel $\phi = \omega\mu_0\sigma d (h-z_1)$, der proportional zur Frequenz und zur Leitfähigkeit anwächst. Für eine Bohrung im Kristallin mit $\sigma=10^{-3}$ S/m, $h-z_1=10$ km und $d=1$ km etwa würde der in Grad gemessene Winkel $4.5 f$ betragen, für $f = 0.1$ Hz also nur kaum meßbare 0.45 Grad.

Im gegenteiligen Fall eines sehr schlechten Leiters in $z \geq h$ gilt die Näherung

$$C(z) = (\tanh \{K(h-z)\} \cdot K)^{-1}$$

und somit

$$B(z_2)/B(z_1) = \cosh(Kd) - \sinh(Kd) / \tanh\{K(h-z_1)\} \approx 1 - \frac{d}{h-z_1} .$$

Der Skineffekt bezüglich des Magnetfeldes ist jetzt besonders groß, da die Ströme sich auf die durchteufte Deckschicht konzentrieren. Er besteht für $|K|(h-z_1) \ll 1$ in einer reinen Ampli-

tudenreduktion, unabhängig von Frequenz und Leitfähigkeit. Im obigen Beispiel würde sie 10% betragen, also gut meßbar sein. In jedem Falle aber läßt sich die gesuchte Tiefe h in einfacher Weise aus der Meßgröße $B(z_2)/Bz_1$ ableiten.

Literatur

- K. Babour und J. Mosnier: Direct determination of the characteristics of the currents responsible for the geomagnetic anomaly of the Rhinegraben. Geophys. J. 60 (1980), 327 .
- V. Haak: Ein vertikales magnetotellurisches Profil. In: Geophysikalische Schlüsselexperimente im kontinentalen Tiefbohrprogramm. Forschungskollegium Physik des Erdkörpers. Institut für Geophysik der Univ. Bochum, 1986 .
- W. Hardam: Direkter Nachweis des Skineffekts anhand von Aufzeichnungen erdmagnetischer Pulsationen über und unter Tage. Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1974 .
- J. Meyer: Übertragung des Cagniardschen Verfahrens auf den Fall der Beobachtung nur magnetischer Größen. Protokoll Symposium "Erdmagnetische Tiefensondierung", Goslar (1965), 133.
- R. Meyer: Direkter Nachweis des Skineffekts. Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1986.
- E. Steveling: Vertikale Gradientensondierung erdmagnetischer Variationen in einem Bohrloch. Studie zum "Kontinentalen Tiefbohrprogramm". Institut für Geophysik der Univ. Göttingen, 1982 .