

T. Hanstein, H. Eilenz, K.-M. Strack

### Einige Aspekte der Aufbereitung von LOTEM Daten

Bei der LOTEM Datenerfassung (Long Offset Transient ElectroMagnetics) wird jeder gemessene Transient als digitale Zeitreihe aufgenommen und abgespeichert (Strack 1985). Dieses Verfahren ermöglicht somit eine umfangreiche Datenaufbereitung, wie sie in der Seismik bereits üblich ist. Es werden drei Techniken vorgestellt, die das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern.

Der periodische Anteil wird mit Hilfe von rekursiven Notch-Filtern herausgenommen. Da die Information über den Untergrund in der Amplitude des Transienten steckt, ist es wichtig, daß der Filter die Verstärkung 1 hat. Hier wird die Konstruktion eines rekursiven Notch-Filters in einer geschlossenen Darstellung mit richtiger Normierung beschrieben. Die in der Literatur beschriebenen und in der Seismik verwendeten Filter sind dagegen nicht auf 1 normiert und ein Normierungsfaktor muß erst durch Probieren ermittelt werden (Shanks 1967, Kulhanek 1976).

Das nichtperiodische Rauschen wird durch Stapeln der Transienten verringert. Da der einfache Mittelwert durch Ausreißer stark verzerrt wird, werden Verfahren gesucht, die diese Ausreißer eliminieren. Der restliche Rauschanteil nach dem Stapeln wird mit einem speziell für die Eigenschaften der Transienten ausgelegten Filter geglättet.

### Rekursiver Notch-Filter

Der rekursive Filter wird durch das Verhältnis zweier Polynome, 2. Ordnung, in  $z$  beschrieben, wobei  $z = \exp(i\omega t)$  die  $z$ -Transformierte ist. Die Konstruktion des Filters mit der Pol-Zero-Technik wird in der komplexen Zahlenebene dargestellt (Abb. 1). Die Frequenz 0 Hz wird bei  $(1,0)$  und die Nyquistfrequenz bei 180 Grad aufgetragen. Die Nullstelle der Filterfunktion liegt auf dem Einheitskreis und wird durch die zu unterdrückenden Frequenz bestimmt.

$$z_n = (\alpha, \beta) = (\cos \psi, \sin \psi) \quad \text{mit} \quad \psi = \frac{f_0}{f_N} \pi$$

Damit der Filter eine möglichst schmale Bandbreite hat, wird ein Pol in die Nähe der Nullstelle gelegt.

$$z_p = (x, y)$$

Der Eingang und Ausgang des Filters sind reell, daher besitzt der Filter zwei konjugiert komplexe Nullstellen.

An die Filtercharakteristik werden nun drei Bedingungen gestellt:

1. Verstärkung 1, d.h. das Signal soll außerhalb der zu sperrenden Frequenz möglichst "exakt" wiedergegeben werden.
2. schmale Bandbreite, d.h. der Filter soll eine hohe Güte haben.
3. keine Phasenverschiebung

Die Normierung des Filters auf 1 läßt nur ganz bestimmte Lagen der Pole zu. Es muß gelten, daß die Filterfunktion bzgl. der Nyquistfrequenz und 0 Hz symmetrisch ist. Die Symmetrie ist nur zu erhalten, wenn das Verhältnis der Strecken  $\frac{|z_n - 1|}{|z_n + 1|}$  und  $\frac{|z_p - 1|}{|z_p + 1|}$  gleich dem Verhältnis der Strecken  $\frac{|z_n^* - 1|}{|z_n^* + 1|}$  und  $\frac{|z_p^* - 1|}{|z_p^* + 1|}$  ist.

$$\frac{|z_n - 1|^2}{|z_n + 1|^2} = \frac{|z_p - 1|^2}{|z_p + 1|^2} = \frac{(1-\alpha)^2 + \beta^2}{(1+\alpha)^2 + \beta^2} = \frac{(1-x)^2 + y^2}{(1+x)^2 + y^2}$$

### POL-ZERO-TECHNIQUE

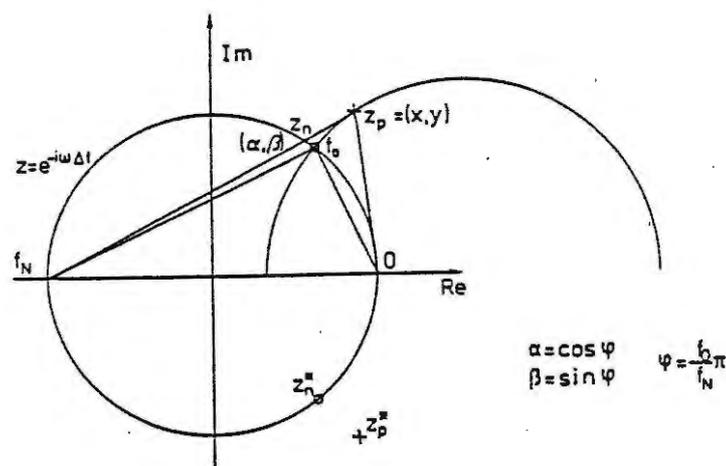


Abb. 1: Darstellung der Pol-zero-Technik in der komplexen Zahlenebene für die Konstruktion des rekursiven Sperrfilters

Die Auflösung der Gleichung nach  $y$  führt zu einer Beziehung zwischen Imaginärteil und dem Realteil des Pols in Abhängigkeit zum Realteil der Nullstelle.

$$y^2 = 2x/k - (1-x^2)$$

Die Symmetrie erfordert, daß die Pole auf einem Kreis liegen, der in der Geometrie auch als Apollonischer Kreis bekannt ist.

Der Abstand zwischen Pol und Nullstelle, d.h. die Bandbreite des Filters, wird durch die Multiplikation eines Faktors mit dem Realteil der Nullstelle definiert.

$$x := \eta \alpha$$

Um die Verstärkung 1 zu erhalten, muß noch ein Normierungsfaktor eingeführt werden, da die Strecken  $\overline{Oz_n}$  und  $\overline{Oz_p}$  nicht gleich lang sind.

$$\frac{|z_p - 1|}{|z_n - 1|} = \eta$$

Mit dem oben eingeführten Faktor  $\eta$  für die Bandbreite ergibt sich gerade wieder als Normierungsfaktor  $\eta$ , mit dem die Filterfunktion multipliziert werden muß.

Setzt man alle Bedingungen und Relationen in die Filterfunktion ein, so erhält man:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \eta \frac{(z - z_n)(z - z_n^*)}{(z - z_p)(z - z_p^*)} = \eta \frac{z^2 - 2\alpha z + 1}{z^2 - 2\eta z + (2\eta - 1)}$$

$$Y(z) [z^2 - 2\eta z + (2\eta - 1)] = X(z) \eta [z^2 - 2\alpha z + 1]$$

Beobachtet man nun, daß die Multiplikation mit  $z$  die Verschiebung um eine digitale Zeiteinheit in die Vergangenheit bedeutet, so erhält man die Rekursionsgleichung.

$$Y_n = \frac{1}{(2\eta - 1)} [\eta X_n - 2\eta X_{n-1} + \eta X_{n-2} + 2\alpha \eta Y_{n-1} - Y_{n-2}]$$

Als Rekursionsstart wählt man am besten

$$Y_{-1} = Y_{-2} = X_0$$

Die Phasenverschiebung des Filters kann man rückgängig machen, in dem man die Rekursion ein zweitesmal von der anderen Seite der Daten startet.

Die Abb. 2 zeigt das Amplituden- und Phasenspektrum für einen 16 2/3 Hz Filter, wobei der Faktor  $\eta$  variiert wurde.

Je näher Pol und Nullstelle zusammenliegen, d.h. je näher  $\eta$  an den Wert 1 kommt, um so schmalbandiger ist der Filter. Setzt man den Betrag der Filterfunktion gleich der Amplitude der  $-3\text{dB}$  Frequenzen und bildet man die Differenz der beiden Eckfrequenzen, so erhält man die Bandbreite des Filters. Nach einigen Umformungen zeigt sich, daß die Bandbreite nur eine Funktion von  $\eta$  ist.

$$\Delta f(\eta) = f_{c_1} - f_{c_2} = \frac{f_w}{\pi} \arccos \left[ \frac{\eta^2 - (\eta-1)^2}{\eta^2 + (\eta-1)^2} \right]$$

Der Kurvenverlauf der Spektren entspricht dem der analogen Notch-Filter.

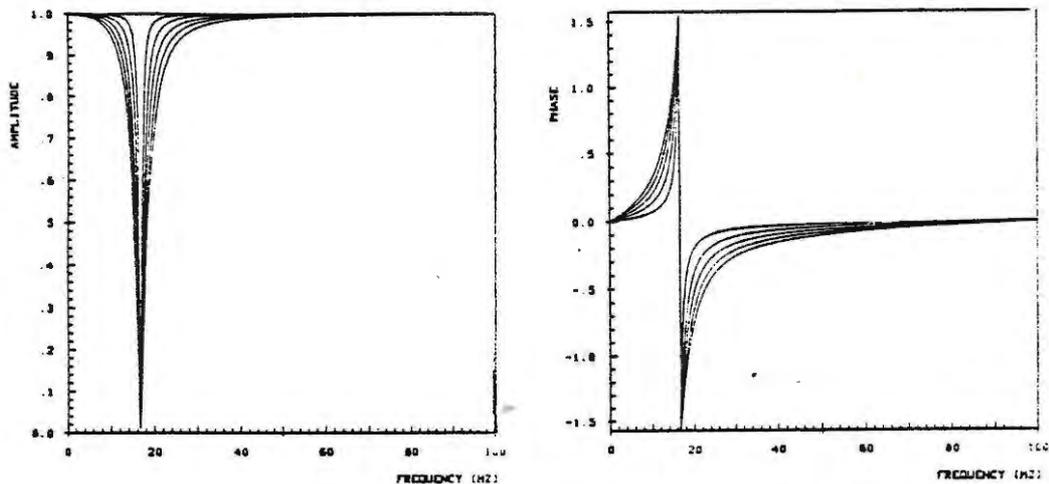


Abb. 2: Amplituden- und Phasenspektrum des rekursiven Notch-Filters

Die Abbildung 3 zeigt die Wirkungsweise des rekursiven Filters am Beispiel eines plötzlich einsetzenden Sinus überlagert mit einer  $16 \frac{2}{3}$  Hz Störung. Es wurde einmal mit einem Faktor  $\eta = 1.02$  und  $1.08$  gefiltert. Dargestellt ist einmal das Nutzsignal und die gefilterten Daten. Zwischen Nutzsignal und gefiltertem Signal ist kein Unterschied zu erkennen, d.h. die gefilterten Daten geben das eigentliche Signal sehr gut wieder.

Der Einschwingvorgang zu Beginn hängt ab vom Faktor  $\eta$ , je schmalbandiger je länger der Einschwingvorgang, und von der Amplitude der Störfrequenz. Bei der ersten Filterrekursion wird die Störfrequenz herausgenommen und übrig bleibt eine Phasenverschiebung. Bei der zweiten Rekursion von der anderen Seite der Datenreihe ist keine Störfrequenz mehr da, und es gibt auch keinen Einschwingvorgang.

In der Abbildung 4 wird die Wirkungsweise des rekursiven Filters nochmal anhand von gemessenen Felddaten dargestellt.

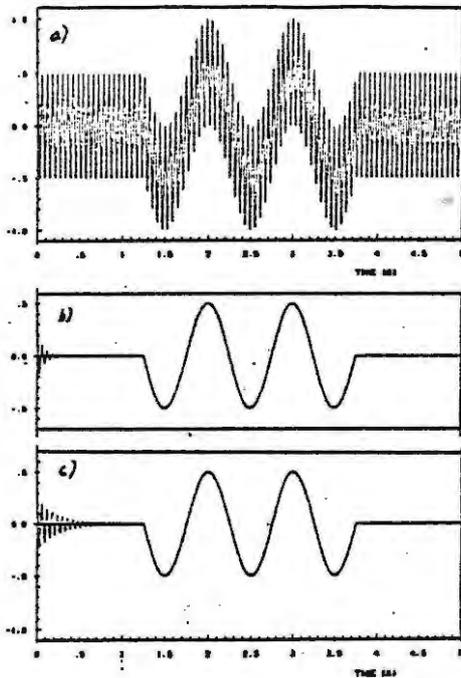


Abb. 3: Anwendung des rekursiven Sperrfilters an synthetischen Daten

- a) Plötzlich einsetzender Sinus mit  $16 \frac{2}{3}$  Hz  
Störung als Eingangssignal
- b) Nutzsinal Sinus und gefilterte Daten mit  $\eta = 1.08$
- c) Nutzsinal Sinus und gefilterte Daten mit  $\eta = 1.02$

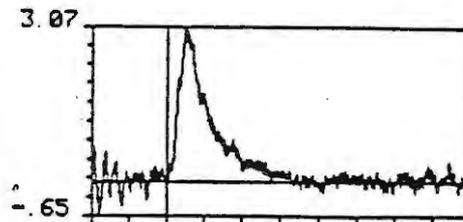
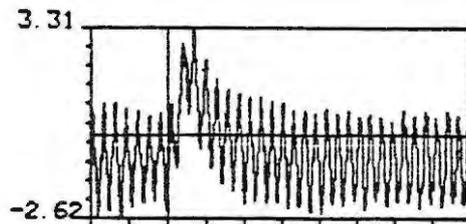


Abb. 4: Wirkungsweise des rekursiven Sperrfilters an gemessenen Transienten  
a) ungefiltert  
b) gefiltert

### Selektives Stapeln

Unter selektivem Stapeln verstehen wir das Stapeln von Daten bei denen schlechte Datenpunkte unterdrückt werden. Es wurden verschiedene Methoden der Unterdrückung von Ausreißern getestet (s. Tabelle). Die, unserer Meinung nach, vielversprechendste Methode soll nun genauer erläutert werden.

Der erste Schritt beim selektiven Stapeln ist, die Daten der Größe nach in aufsteigender Reihenfolge zu ordnen. Dann wird symmetrisch auf jeder Seite der sortierten Datennummer ein vorgegebener Prozentanteil der Daten herausgenommen (Abb. 5). Von den übriggebliebenen Daten wird nun der Mittelwert bestimmt. Wichtig hierbei ist, daß das Abschneiden der "schlechten" Daten symmetrisch und unabhängig von der Amplitude ist.

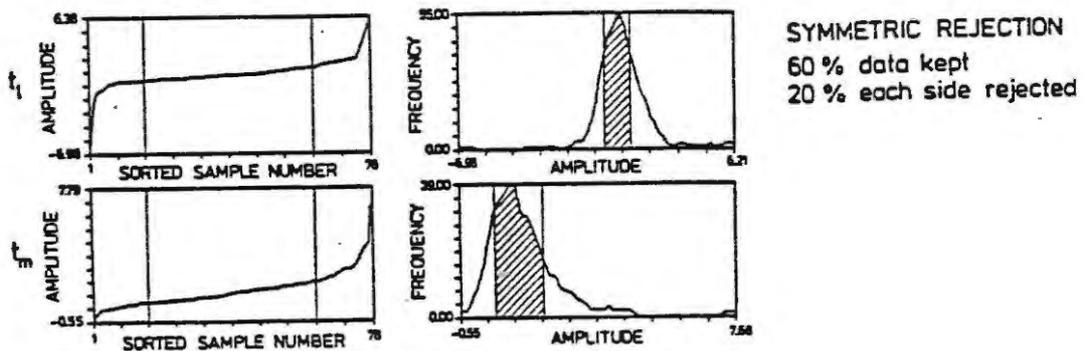


Abb. 5: Nach Größe sortierte Amplitudenverteilung und die dazugehörige Häufigkeitsverteilung für zwei verschiedene Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_m$ . Die Intervalle und die schraffierte Fläche geben den Datenbereich an, über den gemittelt wurde.

Dieses Verfahren ist relativ unabhängig von der Prozentangabe, d.h. die Prozentzahl kann über einen größeren Bereich variiert werden ohne merkliche Veränderungen im Ergebnis. Andere Kriterien des Abschneidens zeigten sich empfindlich gegenüber der vorgegebenen Prozenteingabe. Die Qualität des jeweiligen Stapelalgorithmus wird nach der visuellen Glätte des gestapelten Transienten beurteilt, da der Transient von der Theorie her einen glatten Kurvenverlauf ergeben soll.

Vertauscht man bei der sortierten Amplitudenverteilung die Achsen und drückt die sortierte Datennummer in Prozent aus, so erhält man die kumulative Summenhäufigkeit. Diese besagt, daß ein gewisser Prozentanteil der Daten kleiner ist als der Amplitudenwert dieser Prozentangabe. Für diese kumulative Summenhäufigkeit existiert in der analytischen Statistik ein Streumaß. Die Daten werden in 4 gleichstark besetzte Gruppen eingeteilt. Derjenige Wert  $Q$ , der die Grenze zwischen den einzelnen Gruppen bildet, wird Quartil genannt. Das 1., 2. und 3. Quartil besagen, daß 25%, 50% und 75% der Daten kleiner sind als dieser Quartilswert. Das 2. Quartil ist zugleich der Median. Der Quartilsabstand, die Differenz zwischen dem 3. und 1. Quartil, wird als Streumaß definiert. Dieses Streumaß gibt an, daß 50% der Daten innerhalb dieses Amplitudenbereiches liegen. Bei dem oben gezeigten Beispiel wurde eine Streuung für 60% der Daten vorgegeben. Dieses Streumaß ist analog zur Standardabweichung bei der Gaussverteilung. Der Vorteil des Quartilsabstandes ist, daß auch nichtsymmetrische Verteilungskurven behandelt werden können.

METHOD	RESULTS	CPU TIME	% STABILITY
AVERAGE	POOR	$\sim N$ FAST	—
AVERAGE $\in [-2\sigma, 2\sigma]$	GOOD	$> 2N$	—
MEDIAN	GOOD	$N \ln N$	—
a) SYMMETRIC REJECTION	EXCELLENT	$N \ln N$	50 - 80%
b) AUTO REJECTION	GOOD	$\approx N \ln N$	90%
c) AREA DEFINED REJECTION	VERY GOOD to EXCELLENT	$> N \ln N$	60 - 80%

Tabelle: Vergleich der selektiven Stapelalgorithmen mit unterschiedlichen Abschneidekriterien

- a) Ein vorgegebener Prozentanteil der Daten symmetrisch zum Median wird gemittelt.
- b) Ein vorgegebener Prozentanteil der Daten mit der geringsten Steigung der sortierten Amplitudenverteilung wird gemittelt.
- c) Die Daten innerhalb eines vorgegebenen Flächenanteils der Häufigkeitsverteilung mit der größten Wahrscheinlichkeit werden gemittelt.

Besitzt die Verteilungskurve monoton fallende Flanken, so liegt der selektiv gestapelte Mittelwert zwischen dem Median und dem Mittelwert. Der Median unterteilt die Häufigkeitsverteilung in zwei gleiche Flächenanteile. Der Mittelwert dagegen bestimmt den Schwerpunkt der Verteilung und wird daher von den Seiten der Häufigkeitsverteilung stärker beeinflußt.

Ist die Statistik der Daten nicht ausreichend, so können bei der Medianbildung sprunghafte Änderungen in der Amplitude zu zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten des Transienten auftreten. Ursache hierfür ist die grobe Bestimmung der Flächenhalbierende der Häufigkeitsverteilung bei einer nicht hinreichend großen Datenmenge. Das selektive Stapeln glättet nun diesen Wert, indem die Daten in der Umgebung des Mittelwertes gemittelt werden.

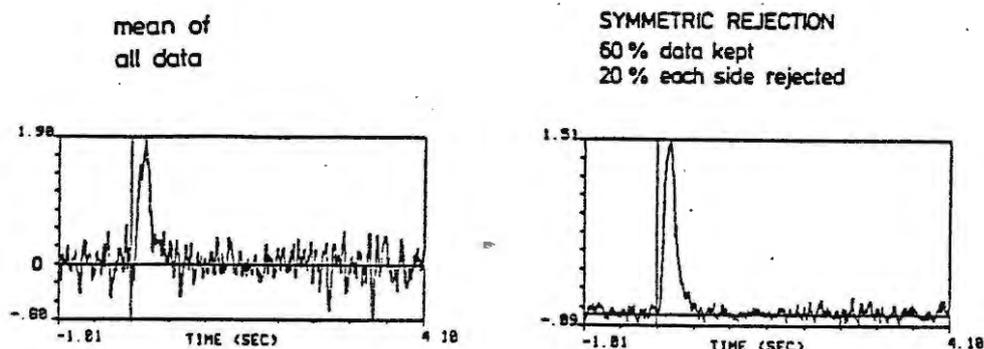


Abb. 6: Ergebnis des Mittelwertstapelns und des selektiven Stapelalgorithmus mit dem symmetrischen Abschneidekriterium

#### Zeitvariabler rekursiver Tiefpass

Nach dem Stapeln sind die Transienten meist noch leicht verrauscht. Bevor die Transienten als scheinbare Widerstandskurve dargestellt werden, müssen sie noch geglättet werden. Hierfür machen wir uns die Tatsache zunutze, daß beim Transienten zu frühen Zeiten nur hohe Frequenzen eine Rolle spielen und zu späten nur niedrige Frequenzen.

Um die Transienten nun zu glätten, wurde ein rekursiver Tiefpass konstruiert, dessen Amplitudencharakteristik sich mit jedem Zeitschritt ändert (Abb. 7). Dieser zeitvariable Tiefpass läßt zu frühen Zeiten alle Frequenzen durch und zu späten nur noch niedrige Frequenzen. Die Geschwindigkeit, mit der die Eckfrequenzen variiert werden, kann vorgegeben werden.

Die Abbildung 8 zeigt den Vergleich zwischen einem ungeglätteten und einem geglätteten Transienten. Dieser Filter berücksichtigt die Problematik des steilen Anstieges bei der Glättung und gewährleistet eine möglichst geringe Beeinflußung des eigentlichen Signals durch die Filteroperation.

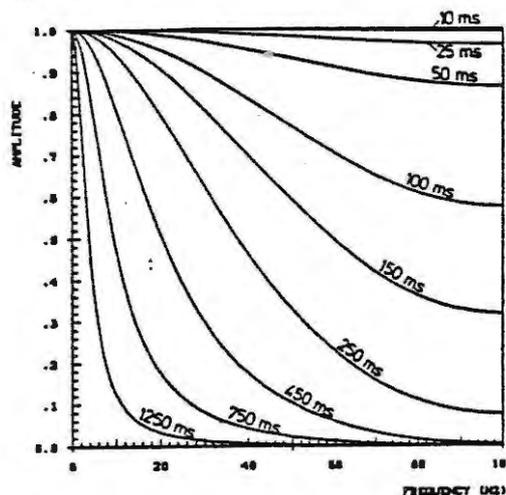


Abb. 7: Amplitudenspektrum des zeitvariablen rekursiven Tiefpasses nach verschiedenen Zeitschritten

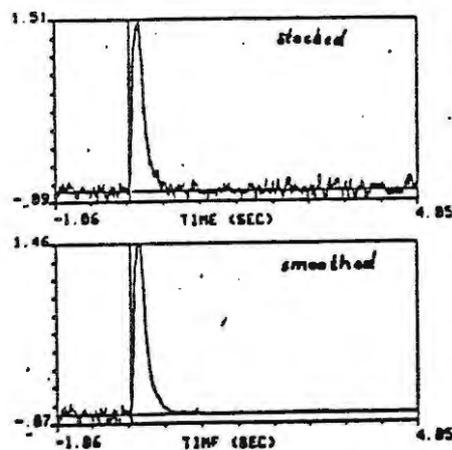


Abb. 8: Wirkungsweise des zeitvariablen rekursiven Tiefpasses demonstriert an Transienten

#### Zusammenfassung

Die rekursiven digitalen Filter, das selektive Stapeln und der zeitvariable Tiefpassfilter sind eine wesentliche Verbesserung der Daten mit minimaler Verzerrung. Sie wurden entwickelt, da die "Standardmethoden" bei den sehr starken antropogenen Störungen in der BRD nur instabile Inversionsergebnisse lieferten. Leider bedeutet die erhöhte Datenaufbereitung auch, daß der Auswerterechner mindestens die Leistungsfähigkeit einer Mikrovax haben muß, wenn Datenerfassung und Datenaufbereitung im Gleichschritt (Zeitverzögerung 24h), während einer Messkampagne durchgeführt werden soll.

#### Literatur

- Kulhanek, O., 1976, Introduction to Digital Filtering in Geophysics, Elsevier Scientific Publishing Company, p.168.
- Shanks, J.L., Recursive filters for digital processing, Geophysics, 32, 33-51.
- Strack, K.-M., 1985, Das Transient-Elektromagnetische Tiefensondierungsverfahren angewandt auf die Kohlenwasserstoff- und Geothermie Exploration, Mitteilungen aus dem Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln, Heft 42, p. 188.