U. Schmucker

EM Übertragungsfunktionen aus Beobachtungen mit mehreren gleichzeitig registrierenden Stationen

Wird die Übertragungsfunktion zwischen den Fourier-Transformierten von Zeitreihen gesucht, so verlangt die Durchführung einer Ausgleichsrechnung, daß eine von ihnen zur fehlerbehafteten Ausgabe und die anderen zu fehlerfreien Eingaben erklärt werden. Enthalten auch die Eingaben nicht-korrelierbare Anteile, so ergeben sich systematische Fehler. Sind im univariaten Fall etwa E_1 und B_1 tellurische und magnetische Variationen am Ort "1" und wird E_1 als fehlerbehaftete Ausgabe gewählt, so gilt

$$E_1 = Z_1 B_1 + \delta E_1 \quad , \qquad Z_1^{(o)} = [E_1 B_1^*]/[B_1 B_1^*] . \qquad (1)$$

Jeder nicht-korrelierte Anteil δB_1 bewirkt eine systematische Unterschätzung von $|Z_1|$, da sich das power Spektrum im Nenner um $[\delta B_1 \ \delta B_1^*]$ vergrößert.

Durch magnetische Beobachtungen B_2 mit einem zweiten Gerät am gleichen Ort oder in einer gewissen Entfernung - Variationen und Pulsationen sind in mittleren Breiten über viele 100 km gut korreliert! - lassen sich solche Fehlschätzungen vermeiden oder zumindest verringern. Zunächst wird die Übertragungsfunktion $A = (1+h_H)^{-1}$ eingeführt, die B_1 mit B_2 verbindet:

$$B_1 = A B_2 + \delta B_1 \quad , \qquad A = [B_1 B_2^*]/[B_2 B_2^*] . \qquad (2)$$

In der "remote reference" Methode wird nun E_1 mit B_2 korreliert:

$E_1 = Z_1' B_2 + \delta E_1$ mit $Z_1' = [E_1 B_2^*]/[B_2 B_2^*]$. Aus $Z_1 A = Z_1'$ folgt in

$$Z_1^{(1)} = Z_1'/A = [E_1 B_2^*]/[B_2 B_1^*]$$

eine Bestimmungsgleichung für Z_1, die nur noch Kreuzspektren enthält. Damit wird der neue Schätzwert frei von systematischen Fehlern, doch es addieren sich jetzt die statistischen Fehler der Kreuzspektren im Zähler und Nenner, so daß die Bestimmung insgesamt ungenauer wird.

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, die zusätzlichen magnetischen Beobachtungen an einem zweiten Ort wie folgt zu nutzen:

Die Eingabe B_1 wird durch Mittelwertbildung von statistischen Fehlern so gut es geht befreit. Hierzu wird B_2 mittels der explizit bestimmten Übertragungsfunktion A auf B_1 umgerechnet, ein mittleres $\bar{B}_1 = (B_1 + A\,B_2)/2$ bestimmt und aus ihm mit E_1 ein Schätzwert

$$Z_1^{(2)} = [E_1\ \bar{B}_1^*]/[\bar{B}_1\ B_1^*]$$

abgeleitet, der die Genauigkeit von $Z_1^{(o)}$ hat und zugleich wie $Z_1^{(1)}$ zumindest reduzierte systematische Fehler haben sollte.

Dieses Verfahren läßt sich auf bivariate Ansätze erweitern. Ebenso können in ähnlicher Form auch die statistischen Fehler von E_1 unterdrückt werden, wenn gleichzeitige tellurische Variationen an mehreren Orten vorliegen.