

P. NEURIEDER

Zum Einsatz digitaler FIR-Filter mit linearer Phase  
in der elektromagnetischen Tiefenforschung

Bei der Datenaufbereitung für die Auswertung elektromagnetischer Verfahren mit spektralanalytischen Methoden oder im Zeitbereich fällt häufig das Problem des Filterns zu ganz speziellen Zwecken an. Der dazu notwendige Aufwand beim Filter-Entwurf bringt aber leider oft große zeitliche Verzögerungen mit sich.

Im folgenden wird ein allgemein zugängliches, einfaches und verständliches Entwurfs-Verfahren vorgestellt, mit dem für einen breiten Anwendungsbereich sehr flexible Lösungen möglich sind.

FIR-Filter sind nicht-rekursive digitale Filter mit endlicher Impulsantwortlänge (finite impulse response). Gegenüber den Rekursivfiltern haben FIR-Filter den Vorteil, die Phase des Signals nicht linear zu verzerren. FIR-Filter sind darüber hinaus stets stabil, aufwendige Stabilitätsuntersuchungen deshalb entbehrlich (Fischer & Friedsam, 1977, S.2).

Für das Design eindimensionaler FIR-Filter stehen verschiedene Methoden zur Verfügung; viele von ihnen benötigen eine abschließende Optimierung der Impulsantwort unter Einsatz des Remez-Algorithmus' (Mc Clellan, 1979).

Ein Entwurfs-Algorithmus von Rabiner, Mc Gonagal & Paul (1979) hat den Vorteil einer geschlossenen Form und bedarf keiner abschließenden Optimierung. Diese sogenannte Fenster-Methode geht von einem Zeitfenster  $w(n)$  für  $0 < n < N-1$  aus. Die ideale Impulsantwort  $h(n)$  (für  $-\infty < n < +\infty$ ) ist die Fouriertransformierte der idealen Frequenzantwort des Filters. Das benutzte FIR-Filter hat dann die Form:

$$g(n) = \begin{cases} w(n) \cdot h(n) & \text{für } 0 < n < N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Als Zeitfenster sind sowohl einfache Rechteck-, Dreieck-, Hamming- oder Hanning-Fenster möglich als auch kompliziertere wie Kaiser-, Chebyshev- oder verallgemeinerte Hamming-Fenster. Der Entwurf kann für Tiefpaß(TP)-, Hochpaß(HP)-, Bandpaß(BP)- oder Bandstop-Filter durchgeführt werden. Zwei Fenstertypen verdienen erfahrungsgemäß besondere Beachtung:

1. Mit dem Kaiser-Fenster

$$w(n) = \begin{cases} \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - \frac{4n^2}{(N-1)^2}})}{I_0(\beta)} & \text{für } N \text{ ungerade} \\ \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - \frac{4(n+0.5)^2}{(N-1)^2}})}{I_0(\beta)} & \text{für } N \text{ gerade} \end{cases}$$

kann für Abdämpfungswerte der Stopbänder  $\delta_p \approx 20$  dB eine optimal kurze Operatorlänge  $N$  im Zeitbereich erwartet werden ( $\beta = f(\delta_p)$ ;  $I_0$ : Besselfunktion 0-ter Ordnung).

2. Chebyshev-Fenster werden als inverse diskrete Fouriertransformationen des Chebyshev-Polynoms an  $N$  äquidistanten Frequenzen am Einheitskreis erzielt. Sie lassen sich unter großer Flexibilität auch in den hoch- und niederfrequenten Grenzbereichen für die sehr speziellen Abtrennungsverfahren der Sq-Variationen von den z.T. aperiodischen  $D_{St}$ -Störungen verwenden.

Von den 3 Entwurfs-Parametern Filterlänge ( $N$ ), Abschwächungsfaktor ( $\delta_p$ ) und Übergangs-Bandbreite ( $\Delta f_n$ ) bestimmen je zwei vorgegebene den dritten.

Ist  $f_n = f/f_s$  die auf die Nyquist-Frequenz  $f_s$  normalisierte Frequenz  $f$ , so können 3 Fälle unterschieden werden:

a) Vorgabe von  $\delta_p$  und  $\Delta f_n$

$$N \geq 1 + \frac{\operatorname{arccosh}((1+\delta_p)/\delta_p)}{\operatorname{arccosh}(1/(\cos(\pi \Delta f_n)))}$$

b) Vorgabe von  $N$  und  $\delta_p$

$$\Delta f_n = \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{\cosh(\operatorname{arccosh}((1+\delta_p)/\delta_p)/(N-1))}\right)$$

c) Vorgabe von  $N$  und  $\Delta f_n$

$$\delta_p = \frac{1}{\cosh((N-1) \operatorname{arccosh}(\frac{1}{\cos(\pi \Delta f_n)}))} - 1$$

Anwendungsbeispiele für einen FIR-TP zur Entfernung kurzperiodischer Störungen aus einer Pulsationsregistrierung zeigen Abb. 1 und 4; für einen FIR-TP zur Abtrennung und

Isolierung des  $D_{St}$ -Kontinuums vom hochfrequenteren Spektrum Abb. 2 und 3. Die Filterung im Zeitbereich dauerte an einer CDC Cyber 175 im ersten Fall für 22096 Punkte 61 cpu-sek, im zweiten Fall für 5808 Punkte 56 cpu-sek. Der Entwurf der beiden Filter nahm etwa 1 Stunde interaktiven Dialogs in Anspruch. Für mehrmalige Anwendung der Filter empfiehlt sich jedoch die Multiplikation des Signal-Amplitudenspektrums mit der Amplituden-Durchlaßcharakteristik, was die Rechenzeit um etwa zwei Größenordnungen vermindert. (bei Berücksichtigung von 2 FFT's zur Hin- und Rücktransformation um etwa den Faktor 5).

Weitere Anwendungen der vorgestellten FIR-Filter finden sich u.a. bei Regner (1983), der damit Sq-Harmonische vom Bayspektrum abtrennte und bei Neurieder (1984), wo ein FIR-HP zur Abtrennung der  $D_{St}$ -Störungen vom Sq-Spektrum vorgenommen wurde.

#### Literatur:

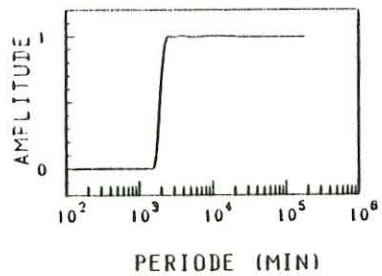
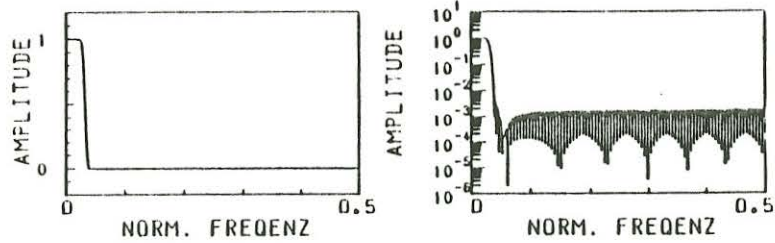
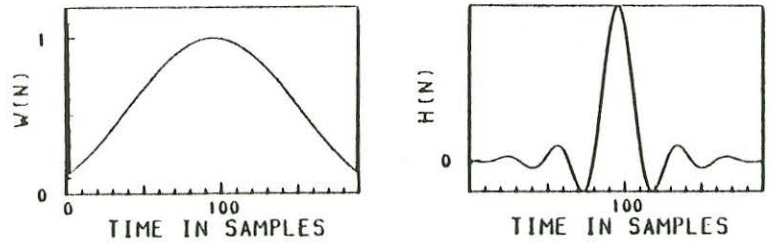
Fischer, E.U. und Friedsam, H.: Optimales Design digitaler FIR-Filter mit linearer Phase. Mitt.Inst.f.Theoret.Geod. Univ.Bonn, Nr. 53, Bonn, 1977.

Mc Clellan, J.H.: FIR-Filter Design and Synthesis. In: Programs for Digital Signal Processing. IEEE Press, N.Y., 1979.

Rabiner, L.R., C.A. Mc Gonegal and D. Paul: FIR Window Filter Design Program - WINDOW. ebenda.

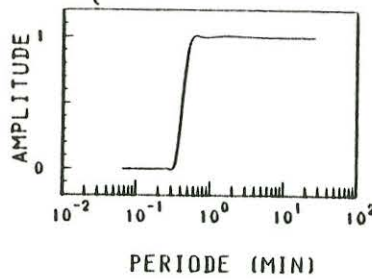
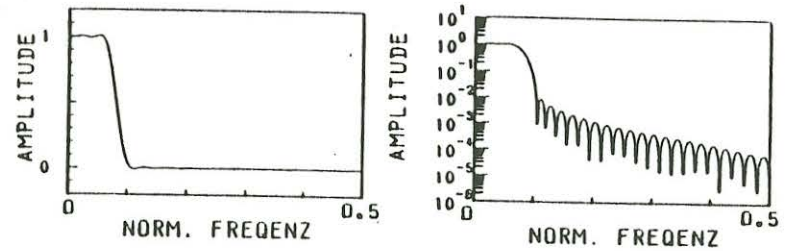
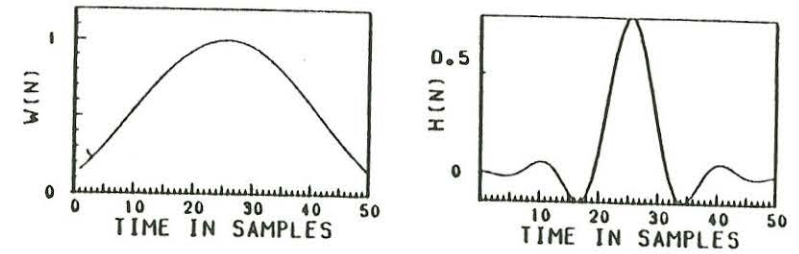
Regner, P.: Neuauswertung der Messungen erdmagnetischer Variationen entlang zweier Profile vom Main bis zu den Alpen. Dipl.Arb.Inst.f.Allg.u.Angew.Geophysik Univ. München, 1983.

Neurieder, P.: Die elektrische Leitfähigkeit des Oberen Mantels unter Mitteleuropa, abgeleitet aus langperiodisch variierenden, natürlichen elektromagnetischen Wechselfeldern. Diss.Fak.Geowiss.Univ.München, 1984.



Filtercharakteristik:  
 TP (0.75 cpd) Chebyshev  
 Dämpfung - 47.2 dB  
 Filterlänge 190 Punkte  
 Flanke 1.08 - 1.75 d

Abb. 2 FIR-TP zur Isolierung des  $D_{St}$ -Kontinuums  
 Filter-Charakteristika  
 $W(N)$  Fenster-Funktion;  $H(N)$  Impulsantwort  
 Durchlaß-Kurven in verschiedener Darstellung  
 (Filterungsbeispiel in Abb. 3)



Filtercharakteristik:  
 TP (0.04 Hz) Kaiser  
 Dämpfung - 40 dB  
 Filterlänge 50 Punkte  
 Flanke 22.8 - 44.3 sek

Abb. 1 FIR-TP-Filter zur Entfernung kurzperiodischer Störungen  
 Filter-Charakteristika  
 $W(N)$  Fenster-Funktion;  $H(N)$  Impulsantwort  
 Durchlaß-Kurven in verschiedener Darstellung  
 (Filterungsbeispiel in Abb. 4)

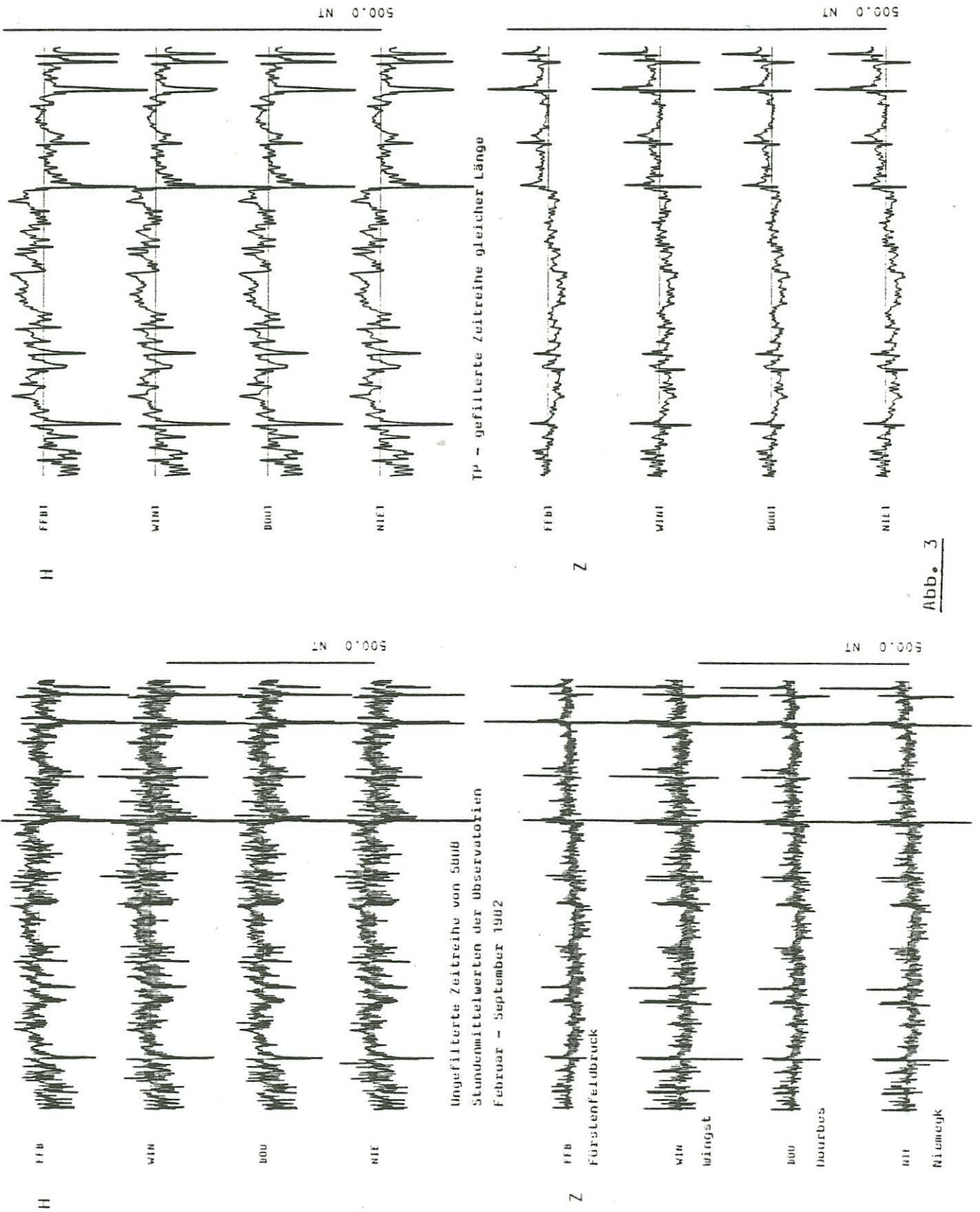


Abb. 3

