

J. MEYER

"Induktionspfeile im Reellen und Komplexen"

Induktionspfeile (I.P.) sollen aus den Registrierungen von nur einer Station erste Aussagen machen über Lage bzw. Streichrichtung einer benachbarten Leitfähigkeitsanomalie. Zur Bestimmung solcher I.P. sind in den vergangenen 20 Jahren im Reellen und im Komplexen verschiedene Verfahren entwickelt worden, die jedoch nicht immer zum gleichen Ergebnis, d.h. zum gleichen I.P. führen. Überhaupt folgt die Brauchbarkeit eines I.P. nicht schon allein aus seiner formalen Definition. Sie muß vielmehr in jedem Falle gesondert untersucht werden. Dabei steht die Frage nach der Aussagekraft eines bestimmten I.P. meist in Zusammenhang mit der Frage nach dessen physikalischer Bedeutung. Im Reellen ist der wesentliche Unterschied zwischen den beiden gebräuchlichsten Verfahren, dem von Wiese und dem von Untiedt, bereits vor 15 Jahren herausgearbeitet worden: Für den Wiese-Pfeil werden mehrere Störungen zum jeweils gleichen Zeitpunkt (Phase)  $t_0$  ausgewertet; der vektographische oder Untiedt-Pfeil dagegen wird aus Einzelstörungen abgeleitet, genauer aus dem linearen Zusammenhang zwischen der Variation der Vertikalkomponente und den gleichzeitigen Variationen der Horizontalkomponenten. Der Wiese-Pfeil, der stets senkrecht auf der Streichrichtung einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsanomalie steht, hat sich als brauchbar, der vektographische I.P., der durch Einflüsse vom induzierenden Feld im gesamten Winkelbereich variieren kann, als nicht brauchbar für Zwecke der Tiefenforschung erwiesen [1].

Im Komplexen ist die Vielfalt der Definitionsmöglichkeiten aber nun noch größer. Und außerdem ist die Rolle der Zeit (ob veränderlich oder im Sinne einer festen Phase) im Komplexen nicht mehr explizit erkennbar. Umso wichtiger ist es, sich auch im Komplexen einen Überblick zu verschaffen über die möglichen und die üblichen Definitionen von I.P. sowie deren Brauchbarkeit im einzelnen zu überprüfen. Im folgenden werden zunächst die aus dem Reellen bekannten Definitionen in erweiterter Form ins Komplexe übertragen und die unterschiedlichen Methoden zur Bestimmung der Koeffizienten der betreffenden linearen Beziehung zusammengestellt. Erst danach wird übergegangen zu der letzten, nämlich der von vornherein komplexen Definition der I.P. und abschließend dann insbesondere das Richtungsverhalten aller I.P. im speziellen Fall einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsanomalie untersucht.

Beim Untiedt-Verfahren wird ausgegangen von der linearen Beziehung zwischen den Variationskomponenten einer harmonischen, im allgemeinen elliptisch polarisierten Störung:

$$H_V^0 \sin(\omega t + \psi_V) = c_{Nu}^V \cdot H_N^0 \sin(\omega t + \psi_N) + c_{Eu}^V \cdot H_E^0 \sin(\omega t + \psi_E)$$

[V, N, E als Indizes kennzeichnen Vertikal-, Nord- und Ostkomponente, eine obere 0 die jeweilige Amplitude;  $\omega$  ist die Kreisfrequenz,  $\psi$  die Phase].

Das Verhältnis der Koeffizienten  $c_{Eu}^V$ ,  $c_{Nu}^V$  ist bekanntlich der Tangens des Richtungswinkels für diejenige Horizontalkomponente, die mit der Vertikalkomponente  $H_V(t)$  in Phase schwingt,

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^V = \frac{c_{Eu}^V}{c_{Nu}^V} ,$$

wobei der Winkel von der Nordrichtung ab positiv nach Osten gerechnet wird. Es ist zugleich die Richtung des vektographischen I.P.  $u_{Re}^V$ . Sein Betrag ergibt sich aus der pythagoreischen Summe der Koeffizienten:

$$|u_{Re}^V| = \sqrt{(c_{Eu}^V)^2 + (c_{Nu}^V)^2} .$$

In der gleichen Weise kann man die Richtung derjenigen Horizontalkomponente, die gegenüber der Vertikalkomponente  $H_V(t)$  um  $90^\circ$  phasenverschoben schwingt, ausdrücken durch ein anderes Koeffizientenpaar in der Beziehung

$$H_V^0 \sin(\omega t + \psi_V) = c_{Nv}^V \cdot H_N^0 \cos(\omega t + \psi_N) + c_{Ev}^V \cdot H_E^0 \cos(\omega t + \psi_E) .$$

Diese Richtung ist also bestimmt durch

$$\operatorname{tg} \alpha_{Im}^V = \frac{c_{Ev}^V}{c_{Nv}^V}$$

und könnte auch hier - obwohl nicht üblich - wieder durch einen I.P.  $u_{Im}^V$  veranschaulicht werden, wobei

$$|u_{Im}^V| = \sqrt{(c_{Ev}^V)^2 + (c_{Nv}^V)^2} .$$

Da die rechten Seiten beider linearer Beziehungen unabhängig voneinander sind, kann man sie in einer Beziehung zusammenfassen:

$$H_V^0 \sin(\omega t + \psi_V) = c_{Nu}^V \cdot H_N^0 \sin(\omega t + \psi_N) + c_{Eu}^V \cdot H_E^0 \sin(\omega t + \psi_E) + c_{Nv}^V \cdot H_N^0 \cos(\omega t + \psi_N) + c_{Ev}^V \cdot H_E^0 \cos(\omega t + \psi_E) .$$

Sie bedeutet, daß  $H_V(t)$  sowohl in Phase mit der durch  $c_{Eu}^V$ ,  $c_{Nu}^V$  bestimmten Horizontalkomponente schwingt als auch um  $90^\circ$  phasenverschoben gegenüber der durch  $c_{Ev}^V$ ,  $c_{Nv}^V$  bestimmten Horizontalkomponente

und stellt demnach eine vollständige Beschreibung der elliptisch polarisierten Störung dar.

Unter Benutzung komplexer Amplituden <sup>+) für die Schwingungen der Komponenten läßt sich deren Zusammenhang schreiben in der Form</sup>

$$\begin{aligned} \Im H_V e^{i\omega t} &= c_{Nu}^v \cdot \Im H_N e^{i\omega t} + c_{Eu}^v \cdot \Im H_E e^{i\omega t} \\ &+ c_{Nv}^v \cdot \Re H_N e^{i\omega t} + c_{Ev}^v \cdot \Re H_E e^{i\omega t} \end{aligned}$$

oder wenn man die Koeffizienten  $c_{Nu}^v$ ,  $c_{Eu}^v$  und  $c_{Nv}^v$ ,  $c_{Ev}^v$  auffaßt als Real- bzw. Imaginärteile komplexer Koeffizienten,

$$\begin{aligned} c_N^v &= c_{Nu}^v + i c_{Nv}^v \\ c_E^v &= c_{Eu}^v + i c_{Ev}^v \end{aligned} ,$$

in der Form:

$$\Im H_V e^{i\omega t} = \Im \left\{ c_N^v \cdot H_N e^{i\omega t} + c_E^v \cdot H_E e^{i\omega t} \right\} ,$$

was schließlich zu der komplexen Beziehung führt,

$$H_V = c_N^v \cdot H_N + c_E^v \cdot H_E ,$$

deren Realteil (nach vorheriger Erweiterung mit der fortgelassenen Zeitfunktion  $e^{i\omega t}$ ) eine andere Form der linearen Beziehung im Reellen ergibt (cosinusförmige Zeitabhängigkeit der Vertikalkomponente). Auf die Verwendung der reellen Koeffizienten als Realteile (unterer Zusatzindex u) bzw. Imaginärteile (unterer Zusatzindex v) der komplexen Koeffizienten  $c_N^v$  und  $c_E^v$  sollen auch die Zusätze "Re" und "Im" bei den entsprechenden I.P. hinweisen:

$$\mathcal{U}_{Re}^v = \text{"vektographischer Realpfeil"},$$

$$\mathcal{U}_{Im}^v = \text{"vektographischer Imaginärpfeil"} .$$

Die Bedeutung dieser I.P. ist wie oben erklärt.

[Im Falle einer nicht streng "monochromatischen" Störung mit festem  $\omega$  können anstelle der komplexen Amplituden ohne Einschränkung der Allgemeinheit auch die Fourier-Transformierten (als Funktionen von  $\omega$ ) betrachtet werden. Die allgemeine Bezeichnung "komplexe Komponenten" soll, falls erforderlich, dem Rechnung tragen.]

<sup>+) Komplexe Größen werden hier und im folgenden durch Fettdruck gekennzeichnet.</sup>

Beim Wieseschen Verfahren wird nicht der Zusammenhang zwischen den Variationskomponenten einzelner Störungen betrachtet, sondern der Zusammenhang zwischen gleichzeitigen Komponenten-Tripeln aus verschiedenen Störungen ( $j = 1, 2, \dots$ ), wobei "gleichzeitig" hier bedeutet: zu einem festen Zeitpunkt (Phase)  $t_0$  im relativen Ablauf der Störungen,

$$[H_V^0 \sin(\omega t_0 + \psi_V)]_j = c_{N_u}^w \cdot [H_N^0 \sin(\omega t_0 + \psi_N)]_j + c_{E_u}^w \cdot [H_E^0 \sin(\omega t_0 + \psi_E)]_j .$$

Aus praktischen Gründen wird als  $t_0$  meist der Zeitpunkt des Maximums der Vertikalkomponente genommen. Es ist aber auch jede andere feste Phase möglich. Im Prinzip genügen zur Bestimmung der Koeffizienten zwei verschiedene Störungen. Doch werden, um Unsicherheiten in den Feldkomponenten auszugleichen, gewöhnlich mehrere Störungen ausgewertet und die Koeffizienten durch Ausgleichsrechnung ermittelt. - Wenn man sich über die Behandlung dieser linearen Beziehung im klaren ist, kann der Index  $j$  für die Numerierung der einzelnen Störungen fortgelassen werden:

$$H_V^0 \sin(\omega t_0 + \psi_V) = c_{N_u}^w \cdot H_N^0 \sin(\omega t_0 + \psi_N) + c_{E_u}^w \cdot H_E^0 \sin(\omega t_0 + \psi_E) .$$

In ähnlicher Weise läßt sich ein linearer Zusammenhang angeben zwischen entsprechenden Tripeln aus verschiedenen Störungen, bei dem die Einzeltripel gebildet werden aus der Vertikalkomponente zu einem festen Zeitpunkt  $t_0$  (etwa wieder zu deren Maximum) und den um eine Viertelperiode verschobenen Horizontalkomponenten:

$$H_V^0 \sin(\omega t_0 + \psi_V) = c_{N_v}^w \cdot H_N^0 \cos(\omega t_0 + \psi_N) + c_{E_v}^w \cdot H_E^0 \cos(\omega t_0 + \psi_E) .$$

Die Koeffizienten sind hierbei natürlich andere als oben. Da die rechten Seiten der beiden linearen Beziehungen wieder voneinander unabhängig sind, können sie auch hier in einer einzigen Beziehung zusammengefaßt werden:

$$H_V^0 \sin(\omega t_0 + \psi_V) = c_{N_u}^w \cdot H_N^0 \sin(\omega t_0 + \psi_N) + c_{E_u}^w \cdot H_E^0 \sin(\omega t_0 + \psi_E) \\ + c_{N_v}^w \cdot H_N^0 \cos(\omega t_0 + \psi_N) + c_{E_v}^w \cdot H_E^0 \cos(\omega t_0 + \psi_E) .$$

Sie bedeutet, daß ein linearer Zusammenhang besteht sowohl zwischen den gleichzeitigen Komponenten-Tripeln aus verschiedenen Störungen als auch zwischen den entsprechenden Tripeln, die unter Berücksichtigung der um  $90^\circ$  phasenverschobenen Horizontalkomponenten gebildet werden, faßt also gewissermaßen zwei unabhängige Korrelationen zusammen.

Bei Benutzung komplexer Amplituden läßt sich dieser allgemeine Zusammenhang schreiben in der Form

$$\begin{aligned} \text{Im } H_Y e^{i\omega t_0} &= c_{Nu}^w \cdot \text{Im } H_N e^{i\omega t_0} + c_{Eu}^w \cdot \text{Im } H_E e^{i\omega t_0} \\ &+ c_{Nv}^w \cdot \text{Re } H_N e^{i\omega t_0} + c_{Ev}^w \cdot \text{Re } H_E e^{i\omega t_0} \end{aligned}$$

oder wenn man die Koeffizienten  $c_{Nu}^w$ ,  $c_{Eu}^w$  und  $c_{Nv}^w$ ,  $c_{Ev}^w$  wieder auffaßt als Real- bzw. Imaginärteile komplexer Koeffizienten,

$$\begin{aligned} c_N^w &= c_{Nu}^w + i c_{Nv}^w \\ c_E^w &= c_{Eu}^w + i c_{Ev}^w \end{aligned} ,$$

in der Form

$$\text{Im } H_Y e^{i\omega t_0} = \text{Im} \left\{ c_N^w \cdot H_N e^{i\omega t_0} + c_E^w \cdot H_E e^{i\omega t_0} \right\} .$$

Dies führt schließlich, unter Fortlassung von  $e^{i\omega t_0}$ , zu der komplexen Beziehung

$$H_Y = c_N^w \cdot H_N + c_E^w \cdot H_E ,$$

die formal gleich aussieht wie die entsprechende komplexe Beziehung beim Untiedt-Verfahren, die sich in ihrer Bedeutung und ihren Koeffizienten jedoch grundlegend von dieser unterscheidet.

Die aus den Wiese-Koeffizienten bestimmten I.P. sind nach Richtung und Betrag

$$\text{tg } \alpha_{Re}^w = \frac{c_{Eu}^w}{c_{Nu}^w} ; \quad |u_{Re}^w| = \sqrt{(c_{Eu}^w)^2 + (c_{Nu}^w)^2}$$

$$(u_{Re}^w = \text{„Wiesescher Realpfeil“}) ,$$

$$\text{tg } \alpha_{Im}^w = \frac{c_{Ev}^w}{c_{Nv}^w} ; \quad |u_{Im}^w| = \sqrt{(c_{Ev}^w)^2 + (c_{Nv}^w)^2}$$

$$(u_{Im}^w = \text{„Wiesescher Imaginärpfeil“}) ,$$

wobei die Zusätze "Re" und "Im" wieder anzeigen sollen, daß sie sich auf die Real- bzw. Imaginärteile der komplexen Koeffizienten beziehen. Der Wiesesche Realpfeil ist, wie unmittelbar aus der Definitionsgleichung hervorgeht, mit dem reellen Wiese-Pfeil identisch.

Der unterschiedlichen Bedeutung der zwei linearen Beziehungen entspricht eine unterschiedliche Bestimmung der Koeffizienten. Die Fest-

stellung, daß in beiden Fällen die komplexe Beziehung zwei voneinander unabhängige Korrelationen beschreibt, besagt zunächst, daß die reellen und die imaginären Koeffizientenpaare auch jeweils unabhängig voneinander zu bestimmen sind, d.h. anstelle der komplexen Koeffizienten entweder deren reale oder deren imaginäre Teile einzusetzen sind.

1) Realteile der Koeffizienten

Dividiert man beide Seiten der komplexen Gleichung durch den Ausdruck für die Vertikalkomponente,  $H_v = H_v^0 e^{i\psi_v}$ , so erhält man für beide linearen Beziehungen (kenntlich gemacht durch Fortlassen des oberen Index "w" bzw. "v") die Form

$$1 = c_{Nu} \frac{H_N^0}{H_v^0} e^{i(\psi_N - \psi_v)} + c_{Eu} \frac{H_E^0}{H_v^0} e^{i(\psi_E - \psi_v)}$$

bzw.

$$1 = c_{Nu} \underbrace{\left( \frac{H_N^0}{H_v^0} \cos(\psi_N - \psi_v) \right)}_A + c_{Eu} \underbrace{\left( \frac{H_E^0}{H_v^0} \cos(\psi_E - \psi_v) \right)}_C$$

$$+ i \left[ c_{Nu} \underbrace{\left( \frac{H_N^0}{H_v^0} \sin(\psi_N - \psi_v) \right)}_B + c_{Eu} \underbrace{\left( \frac{H_E^0}{H_v^0} \sin(\psi_E - \psi_v) \right)}_D \right]$$

Der Imaginärteil auf der rechten Seite dieser komplexen Gleichung muß natürlich verschwinden, kann also ebenso gut auch fortgelassen werden. Je nachdem, ob das Verschwinden des Imaginärteils als zweite Gleichung zur Bestimmung der zwei reellen Koeffizienten  $c_{Nu}$ ,  $c_{Eu}$  benutzt wird, oder ob unter Fortfall des verschwindenden Imaginärteils die Werte aus einer zweiten Störung herangezogen werden, unterscheiden sich aber nun die Ergebnisse. Und dieser Unterschied entspricht genau dem, wie er auch zwischen den zwei linearen Beziehungen besteht. Im ersten Fall ergeben sich die Koeffizienten der Untiedt-Beziehung, die mit dem vektographischen I.P. (Realpfeil; oberer Index v) verknüpft sind, im zweiten Fall die der Wiese-Beziehung, die mit dem Wiese-Pfeil (Wieseschen Realpfeil; oberer Index w) verknüpft sind. (Zur Abkürzung werden die Magnetfeldausdrücke in den runden Klammern mit A, B, C, D bezeichnet und zwei verschiedene Störungen durch Indizes "1" und "2" unterschieden).

Vektographischer Realpfeil:

$$1 = c_{NM}^v A_1 + c_{EM}^v C_1$$

$$0 = c_{NM}^v B_1 + c_{EM}^v D_1$$

$$c_{NM}^v = \frac{D_1}{A_1 D_1 - B_1 C_1}$$

$$c_{EM}^v = \frac{-B_1}{A_1 D_1 - B_1 C_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^v = \frac{c_{EM}^v}{c_{NM}^v} = -\frac{B_1}{D_1}$$

$$= -\left( \frac{H_N^0}{H_E^0} \frac{\sin(\psi_N - \psi_V)}{\sin(\psi_E - \psi_V)} \right)_1$$

Wiescher Realpfeil:

$$1 = c_{NM}^w A_1 + c_{EM}^w C_1$$

$$1 = c_{NM}^w A_2 + c_{EM}^w C_2$$

$$c_{NM}^w = \frac{C_2 - C_1}{A_1 C_2 - A_2 C_1}$$

$$c_{EM}^w = \frac{A_1 - A_2}{A_1 C_2 - A_2 C_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^w = \frac{c_{EM}^w}{c_{NM}^w} = \frac{A_1 - A_2}{C_2 - C_1}$$

$$= \frac{\left( \frac{H_N^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right)_1 - \left( \frac{H_N^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right)_2}{\left( \frac{H_E^0}{H_V^0} \cos(\psi_E - \psi_V) \right)_2 - \left( \frac{H_E^0}{H_V^0} \cos(\psi_E - \psi_V) \right)_1}$$

Die Beträge der I.P. gehen indirekt aus den Koeffizientenpaaren hervor und sollen hier nicht explizit betrachtet werden.

## 2) Imaginärteile der Koeffizienten

Die für beide linearen Beziehungen geltende Form der komplexen Gleichung ist nun

$$1 = i c_{NV} \frac{H_N^0}{H_V^0} e^{i(\psi_N - \psi_V)} + i c_{EV} \frac{H_E^0}{H_V^0} e^{i(\psi_E - \psi_V)}$$

bzw.

$$1 = -c_{NV} \underbrace{\left( \frac{H_N^0}{H_V^0} \sin(\psi_N - \psi_V) \right)}_B - c_{EV} \underbrace{\left( \frac{H_E^0}{H_V^0} \sin(\psi_E - \psi_V) \right)}_D$$

$$+ i \left[ c_{NV} \underbrace{\left( \frac{H_N^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right)}_A + c_{EV} \underbrace{\left( \frac{H_E^0}{H_V^0} \cos(\psi_E - \psi_V) \right)}_C \right]$$

Die Berechnung der unterschiedlichen Koeffizientenpaare für die beiden linearen Beziehungen erfolgt wie bei den Realteilen. Zur Vereinfachung werden wieder die gleichen Abkürzungen benutzt:

Vektographischer Imaginärpfeil:

$$1 = -c_{Nv}^v B_1 - c_{Ev}^v D_1$$

$$\sigma = c_{Nv}^v A_1 + c_{Ev}^v C_1$$

$$c_{Nv}^v = \frac{C_1}{A_1 D_1 - B_1 C_1}$$

$$c_{Ev}^v = \frac{-A_1}{A_1 D_1 - B_1 C_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Im}^v = \frac{c_{Ev}^v}{c_{Nv}^v} = -\frac{A_1}{C_1}$$

$$= -\left( \frac{H_N^0 \cos(\psi_N - \psi_v)}{H_E^0 \cos(\psi_E - \psi_v)} \right)_1$$

Wiesecher Imaginärpfeil

$$1 = -c_{Nv}^w B_1 - c_{Ev}^w D_1$$

$$1 = -c_{Nv}^w B_2 - c_{Ev}^w D_2$$

$$c_{Nv}^w = \frac{D_2 - D_1}{B_2 D_1 - B_1 D_2}$$

$$c_{Ev}^w = \frac{B_1 - B_2}{B_2 D_1 - B_1 D_2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Im}^w = \frac{c_{Ev}^w}{c_{Nv}^w} = \frac{B_1 - B_2}{D_2 - D_1}$$

$$= \frac{\left( \frac{H_N^0}{H_v^0} \sin(\psi_N - \psi_v) \right)_1 - \left( \frac{H_N^0}{H_v^0} \sin(\psi_N - \psi_v) \right)_2}{\left( \frac{H_E^0}{H_v^0} \sin(\psi_E - \psi_v) \right)_2 - \left( \frac{H_E^0}{H_v^0} \sin(\psi_E - \psi_v) \right)_1}$$

Auch hier sollen die Beträge der I.P. nicht explizit betrachtet werden. Bei der obigen Lösung für  $c_{Nu}^v$ ,  $c_{Eu}^v$  und  $c_{Nv}^v$ ,  $c_{Ev}^v$  ist vorausgesetzt, daß die Horizontalkomponente des Gesamtfeldes nicht linear polarisiert ist ( $\psi_N \neq \psi_E$ ), da in diesem Fall der Ausdruck im Nenner der Lösungen für die Koeffizienten verschwindet. Das vektographische Verfahren ist in diesem Fall nicht anwendbar. - Der Spezialfall eines linear polarisierten Horizontalfeldes wird im Anhang behandelt. Der vektographische Induktionspfeil zeigt in diesem Fall in die Richtung des Horizontalfeldes.

Um den Übergang zum komplexen Verfahren von Schmucker einzuleiten, seien hier noch einmal die allgemeinen linearen Beziehungen (in normierter Form) und die daraus berechneten Koeffizienten unter Verwendung der komplexen Komponenten zusammengestellt. (Der Stern kennzeichnet die konjugiert komplexe Vertikalkomponente, mit der die Feldquotienten erweiter worden sind, damit der Nenner jeweils reell ist):

$$1 = c_{Nu} \frac{H_N H_v^*}{H_v H_v^*} + c_{Eu} \frac{H_E H_v^*}{H_v H_v^*}$$

$$1 = i c_{Nv} \frac{H_N H_v^*}{H_v H_v^*} + i c_{Ev} \frac{H_E H_v^*}{H_v H_v^*}$$



Vektographische Induktionspfeile (aus nur einer Störung):

$$C_{N\mu}^v = \frac{\Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

$$C_{E\mu}^v = \frac{-\Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

$$C_{N\nu}^v = \frac{\Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

$$C_{E\nu}^v = \frac{-\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

Wiesesche Induktionspfeile (aus zwei Störungen):

$$C_{N\mu}^w = \frac{\Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 - \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 - \Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

$$C_{E\mu}^w = \frac{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2}{\Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 - \Re\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 \Re\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}$$

$$C_{N\nu}^w = \frac{\Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 - \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1}{\Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2}$$

$$C_{E\nu}^w = \frac{\Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2}{\Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 - \Im\left(\frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_1 \Im\left(\frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}\right)_2}$$

Die von Schmucker eingeführte lineare Beziehung mit von vorn-  
herein komplexen Koeffizienten (oberer Index s),

$$H_V = c_N^s \cdot H_N + c_E^s \cdot H_E$$

lautet in der gleichen normierten Form:

$$1 = c_N^s \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} + c_E^s \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*}$$

Ihre Bedeutung, die aus der komplexen Gleichung allein nicht ersicht-  
lich ist, gewinnt sie aus der Weise, wie die Koeffizienten bestimmt  
werden. Werden diese in komplexer Form aus mehreren (im Prinzip wie-  
der aus zwei verschiedenen) Störungen abgeleitet, so bedeutet die  
komplexe Schmucker-Beziehung offenbar wieder - ähnlich wie bei der  
Wiese-Beziehung - einen Zusammenhang zwischen komplexen Komponenten-  
Tripeln aus verschiedenen Störungen, nicht aber - wie bei der Untiedt-  
Beziehung - einen Zusammenhang zwischen den komplexen Variations-  
komponenten.

Die aus zwei verschiedenen Störungen gewonnenen Bestimmungsglei-  
chungen für  $c_N^s$  und  $c_E^s$  sind:

$$1 = c_N^s \left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1 + c_E^s \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1$$

$$1 = c_N^s \left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 + c_E^s \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2$$

Aus ihnen ergeben sich die komplexen Koeffizienten zu

$$c_N^s = \frac{\left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 - \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1}{\left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1 \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 - \left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1}$$

$$c_E^s = \frac{\left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1 - \left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2}{\left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1 \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 - \left( \frac{H_N H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_2 \left( \frac{H_E H_V^*}{H_V H_V^*} \right)_1}$$

Für die Real- und Imaginärteile von  $c_N^S$  und  $c_E^S$  ergibt sich daraus (mit den gleichen Abkürzungen wie früher):

$$c_{N\mu}^S = \frac{(C_2 - C_1) + (D_2 - D_1) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(A_1 C_2 - A_2 C_1) + (B_2 D_1 - B_1 D_2) + \frac{(A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2)^2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

$$c_{E\mu}^S = \frac{(A_1 - A_2) + (B_1 - B_2) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(A_1 C_2 - A_2 C_1) + (B_2 D_1 - B_1 D_2) + \frac{(A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2)^2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

$$c_{N\nu}^S = \frac{(D_2 - D_1) - (C_2 - C_1) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(D_1 B_2 - D_2 B_1) + (A_1 C_2 - A_2 C_1) + \frac{(A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2)^2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

$$c_{E\nu}^S = \frac{(B_1 - B_2) - (A_1 - A_2) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(D_1 B_2 - D_2 B_1) + (A_1 C_2 - A_2 C_1) + \frac{(A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2)^2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

Ein Vergleich mit den entsprechenden vier Koeffizienten beim erweiterten Wiese-Verfahren zeigt, daß sie mit diesen dann übereinstimmen, wenn alle Ausdrücke nach dem ersten Term in Zähler und Nenner verschwinden. Im allgemeinen ist dies nicht der Fall. Für eine Richtungsübereinstimmung der Schmuckerschen und der Wieseschen I.P. ist zwar weniger zu fordern, da nur die Zähler in den obigen Ausdrücken betrachtet zu werden brauchen. (Die Nenner sind paarweise die gleichen und heben sich deshalb heraus). So genügen für eine Richtungsübereinstimmung der jeweiligen Real- bzw. Imaginärpfeile beispielsweise die Bedingungen

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = B_2 \\ \text{und} \\ D_1 = D_2 \end{array} \right. \quad \text{bzw.} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = A_2 \\ \text{und} \\ C_1 = C_2 \end{array} \right.$$

$$\text{d.h.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{H_N^0}{H_V^0} \sin(\psi_N - \psi_V) \right]_1 = \left[ \frac{H_N^0}{H_V^0} \sin(\psi_N - \psi_V) \right]_2 \\ \text{und} \\ \left[ \frac{H_E^0}{H_V^0} \sin(\psi_E - \psi_V) \right]_1 = \left[ \frac{H_E^0}{H_V^0} \sin(\psi_E - \psi_V) \right]_2 \end{array} \right.$$

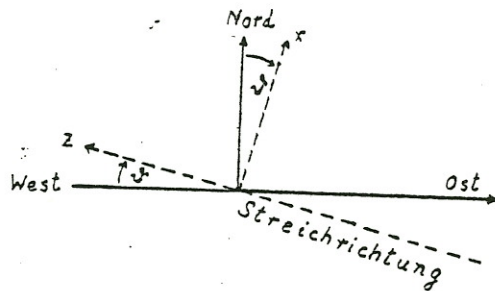
$$\text{bzw.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{H_N^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right]_1 = \left[ \frac{H_N^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right]_2 \\ \text{und} \\ \left[ \frac{H_E^0}{H_V^0} \cos(\psi_E - \psi_V) \right]_1 = \left[ \frac{H_E^0}{H_V^0} \cos(\psi_N - \psi_V) \right]_2 \end{array} \right.$$

Doch ist in diesem Fall der jeweils andere der beiden Wieseschen Pfeile nicht mehr zu bestimmen, da die Störungen nicht mehr in allen Punkten voneinander verschieden sind. Und eine gleichzeitige Übereinstimmung der Real- und der Imaginärpfeile läßt sich auf diese Weise ebenfalls nicht erreichen, da eine gleichzeitige Erfüllung beider Paare von Bedingungen identische Störungen bedeuten würde (abgesehen von einem konstanten Amplitudenfaktor). Es bleibt die Feststellung, daß die Wieseschen und die Schmuckerschen I.P. (Real- und Imaginärpfeile) im allgemeinen weder dem Betrage nach noch in der Richtung übereinstimmen, d.h. daß sie nicht identisch sind.- Auf zwei Sonderfälle, bei denen entweder

$$\frac{B_1 - B_2}{A_1 - A_2} = \frac{D_2 - D_1}{C_2 - C_1}$$

ist oder aber der in allen Zählerausdrücken gleiche Quotient verschwindet, wird weiter unten eingegangen.

Zuvor soll untersucht werden, wie die verschiedenen I.P. sich verhalten im Falle einer vorgegebenen zweidimensionalen Leitfähigkeitsanomalie (z.B. unendlich langer Zylinder). Hierzu wird ein kartesisches Koordinatensystem  $x, y, z$  so gelegt, daß die  $z$ -Achse mit der Anomalie-Achse (Streichrichtung) und die  $y$ -Achse mit der Vertikalrichtung (positiv nach unten) zusammenfällt. Der Winkel zwischen



der Ost-West-Richtung und der  $z$ -Achse bzw. zwischen der Nordrichtung und der  $x$ -Achse (positiv rechtsherum) sei  $\psi$ . Er kennzeichnet die Streichrichtung der Anomalie und ist demnach der zu bestimmende Winkel.

Das induzierende Feld einer beliebigen Störung sei homogen und horizontal, aber beliebig polarisiert:

$$H_{0x} \sin \omega t + H_{0z} \sin(\omega t + \psi_0) .$$

Die Komponenten des Gesamtfeldes in reeller Form sind dann:

$$H_x(t) = H_{0x} C_x \sin(\omega t + \psi_x)$$

$$H_y(t) = H_{0x} C_y \sin(\omega t + \psi_y)$$

$$H_z(t) = H_{0z} \sin(\omega t + \psi_0) ,$$

wobei die Amplituden- und Phasen-Induktionsfunktionen  $C_x, C_y, \psi_x, \psi_y$  deren Abhängigkeit von den Modellparametern einschließlich der Frequenz beschreiben, also von der genauen Form des Modells abhängen, die hier offengelassen werden soll.

Die komplexe Nordkomponente  $H_N$  läßt sich ausdrücken durch die unabhängigen Transversal- und Longitudinalkomponenten  $H_z$  und  $H_x$  :

$$H_N = H_z \sin \vartheta + H_x \cos \vartheta .$$

Daraus folgt

$$\frac{H_N}{H_y^0} e^{-i\psi_y} = \frac{H_z^0}{H_y^0} e^{i(\psi_0 - \psi_y)} \sin \vartheta + \frac{H_x^0}{H_y^0} e^{i(\psi_x - \psi_y)} \cos \vartheta ,$$

und mit

$$\begin{cases} H_x^0 = H_{0x} C_x \\ H_y^0 \equiv H_y^0 = H_{0x} C_y \\ H_z^0 = H_{0z} \end{cases}$$

folgt:

$$\frac{H_N^0}{H_y^0} e^{i(\psi_N - \psi_y)} = \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\sin \vartheta}{C_y} e^{i(\psi_0 - \psi_y)} + \frac{C_x}{C_y} \cos \vartheta e^{i(\psi_x - \psi_y)} .$$

Real- und Imaginärteil dieser komplexen Gleichung sind:

$$\frac{H_N^0}{H_y^0} \cos(\psi_N - \psi_y) = \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\sin \vartheta}{C_y} \cos(\psi_0 - \psi_y) + \frac{C_x}{C_y} \cos \vartheta \cos(\psi_x - \psi_y) ,$$

$$\frac{H_N^0}{H_y^0} \sin(\psi_N - \psi_y) = \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\sin \vartheta}{C_y} \sin(\psi_0 - \psi_y) + \frac{C_x}{C_y} \cos \vartheta \sin(\psi_x - \psi_y) .$$

Desgleichen für die Ostkomponente:

$$H_E = -H_z \cos \vartheta + H_x \sin \vartheta ,$$

$$\frac{H_E^0}{H_y^0} e^{i(\psi_E - \psi_y)} = -\frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\cos \vartheta}{C_y} e^{i(\psi_0 - \psi_y)} + \frac{C_x}{C_y} \sin \vartheta e^{i(\psi_x - \psi_y)} ,$$

bzw. getrennt für Real- und Imaginärteile:

$$\frac{H_E^0}{H_y^0} \cos(\psi_E - \psi_y) = -\frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\cos \vartheta}{C_y} \cos(\psi_0 - \psi_y) + \frac{C_x}{C_y} \sin \vartheta \cos(\psi_x - \psi_y) ,$$

$$\frac{H_E^0}{H_y^0} \sin(\psi_E - \psi_y) = -\frac{H_{0z}}{H_{0x}} \frac{\cos \vartheta}{C_y} \sin(\psi_0 - \psi_y) + \frac{C_x}{C_y} \sin \vartheta \sin(\psi_x - \psi_y) .$$

Mit diesen für zweidimensionale Anomalien geltenden Formeln wird eingegangen in die allgemeinen Ergebnisse für die Richtungen der verschiedenen I.P.

Vektographischer Induktionspfeil:

$$a) \quad \operatorname{tg} \alpha_{Re}^v = \frac{H_{0z} \sin(\psi_0 - \psi_v) \sin \vartheta + H_{0x} C_x \sin(\psi_x - \psi_v) \cos \vartheta}{H_{0z} \sin(\psi_0 - \psi_v) \cos \vartheta - H_{0x} C_x \sin(\psi_x - \psi_v) \sin \vartheta}$$

( $\alpha$ ) rein induktiver Widerstand,  $\psi_x = \psi_v = 0$  ( $\psi_0 \neq 0$ ):

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^v = \operatorname{tg} \vartheta \quad \Longrightarrow \quad \underline{\underline{\alpha_{Re}^v = \vartheta}}$$

Der I.P. zeigt senkrecht zur Streichrichtung.

( $\beta$ ) linear polarisiertes induzierendes Feld,  $\psi_0 = 0$  ( $\psi_x \neq \psi_v$ ):

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^v = \frac{H_{0z} \sin \vartheta + H_{0x} \cos \vartheta}{H_{0z} \cos \vartheta - H_{0x} \sin \vartheta} = - \frac{H_{0N}}{H_{0E}} = \underline{\underline{- \operatorname{ctg} \vartheta_0}},$$

wobei  $H_{0N}$  die Amplitude der Nordkomponente und  $H_{0E}$  die der Ostkomponente des induzierenden Feldes und  $\vartheta_0$  dessen Richtungswinkel ist. Der vektographische Realpfeil steht in diesem Falle senkrecht auf der Richtung des induzierenden Feldes. Die Ergebnisse entsprechen den früheren [1].

$$b) \quad \operatorname{tg} \alpha_{Im}^v = \frac{H_{0z} \cos(\psi_0 - \psi_v) \sin \vartheta + H_{0x} C_x \cos(\psi_x - \psi_v) \cos \vartheta}{H_{0z} \cos(\psi_0 - \psi_v) \cos \vartheta - H_{0x} C_x \cos(\psi_x - \psi_v) \sin \vartheta}$$

Einzig sinnvoller Spezialfall ist der eines rein induktiven Widerstandes ( $\psi_x = \psi_v = 0$ ) und größtmöglicher Elliptizität des induzierenden Feldes ( $\psi_0 = 90^\circ$ , entsprechend zirkularer Polarisation für  $H_{0x} = H_{0z}$ ):

$$\psi_x = \psi_v = 0 \quad \underline{\text{und}} \quad \psi_0 = 90^\circ : \quad \operatorname{tg} \alpha_{Im}^v = \underline{\underline{- \operatorname{ctg} \vartheta}}$$

Der I.P. zeigt in diesem Fall parallel zur Streichrichtung.

Wiesescher Induktionspfeil:

Da die Vertikalkomponente als rein induziert angenommen wird (ohne induzierenden Feldanteil), ist  $\psi_v$  für alle Störungen das gleiche. Damit fallen die zweiten Terme der einzusetzenden Ausdrücke überall fort und es bleibt:

$$a) \quad \operatorname{tg} \alpha_{Re}^w = \frac{\frac{\sin \vartheta}{C_y} \left[ \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \cos(\psi_0 - \psi_v) \right)_1 - \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \cos(\psi_0 - \psi_v) \right)_2 \right]}{- \frac{\cos \vartheta}{C_y} \left[ \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \cos(\psi_0 - \psi_v) \right)_2 - \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \cos(\psi_0 - \psi_v) \right)_1 \right]}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^w = \operatorname{tg} \vartheta \quad \Longrightarrow \quad \underline{\underline{\alpha_{Re}^w = \vartheta}}$$

$$b) \quad \operatorname{tg} \alpha_{\text{Im}}^w = \frac{\frac{\sin \vartheta}{C_y} \left[ \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \sin(\psi_0 - \psi_V) \right)_1 - \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \sin(\psi_0 - \psi_V) \right)_2 \right]}{-\frac{\cos \vartheta}{C_y} \left[ \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \sin(\psi_0 - \psi_V) \right)_2 - \left( \frac{H_{0z}}{H_{0x}} \sin(\psi_0 - \psi_V) \right)_1 \right]}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Im}}^w = \operatorname{tg} \vartheta \quad \Longrightarrow \quad \underline{\underline{\alpha_{\text{Im}}^w = \vartheta}}$$

Beide Wieseschen I.P. stehen senkrecht auf der Streichrichtung der Anomalie. Hinsichtlich ihrer Aussagekraft sollten die Pfeile deshalb eigentlich gleichwertig sein. Und doch ist ein Unterschied. Der Imaginärpfeil versagt, wenn für beide Störungen  $\psi_0 = \psi_V$  ist. In der Praxis bedeutet dies, daß der Pfeil mit einer erheblichen Unsicherheit behaftet sein wird, wenn sich die Phasen der Störungen dieser Bedingung nähern. Andererseits dürfte der Realpfeil dann gerade besonders genau sein. Der umgekehrte Fall liegt vor, wenn zwischen der Longitudinal- und der Vertikalkomponente eine Phasendifferenz von  $90^\circ$  besteht. In diesem Fall versagt der Realpfeil, und der Imaginärpfeil dürfte besonders genau sein. Obwohl Unsicherheiten dieser Art durch Auswertung mehrerer Störungen (Ausgleichung) gemindert werden, können die Effekte bei den genannten Phasenbedingungen auch vermieden werden, indem man die Koeffizienten für Real- und Imaginärpfeil zusammenfaßt, beide Pfeile sozusagen kombiniert:

$$c) \quad \operatorname{tg} \alpha_{\text{K}+}^w = \frac{(A_1 - A_2) + (B_1 - B_2)}{(C_2 - C_1) + (D_2 - D_1)} \quad \text{„Kombinierter Wiese-Pfeil“}.$$

Da bei einer zweidimensionalen Anomalie, wie gezeigt, gilt

$$\frac{A_1 - A_2}{C_2 - C_1} = \frac{B_1 - B_2}{D_2 - D_1}$$

zeigt in diesem Falle auch der kombinierte Wiese-Pfeil in die Richtung senkrecht zur Streichrichtung. Dabei werden die jeweils kleineren Differenzausdrücke in Zähler und Nenner vom Tangens des Richtungswinkels von selbst geringer bewichtet. Statt mit der Summe kann man die Kombination aber ebenso gut auch mit der Differenz der entsprechenden Koeffizienten für Real- und Imaginärpfeil bilden:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{K}-}^w = \frac{(A_1 - A_2) - (B_1 - B_2)}{(C_2 - C_1) - (D_2 - D_1)}$$

Obwohl von unterschiedlichem Betrage, sind beide kombinierten Wiese-Pfeile insofern äquivalent, als sie bei einer Umkehr des Vorzeichens der Phasendifferenz  $\psi_0 - \psi_V$  für beide Störungen wechselseitig ineinander übergehen.

Allerdings kommt es auch hier wieder zu einem Versagen von jeweils einem der beiden kombinierten Pfeile unter einer bestimmten Phasenbedingung, nämlich für  $\psi_0 = \psi_V \pm 45^\circ$ . Letztlich dürften damit für die Praxis alle Wieseschen I.P. gleichwertig sein, zumal wenn zur Ausgleichung eine größere Anzahl verschiedener Störungen ohne bevorzugtes Phasenverhalten herangezogen wird.

Das Richtungsverhalten der Schmuckerschen Induktionspfeile folgt unmittelbar aus den Ergebnissen für die Wieseschen I.P.:

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^s = \frac{C_{EU}^s}{C_{NU}^s} = \frac{(A_1 - A_2) + (B_1 - B_2) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(C_2 - C_1) + (D_2 - D_1) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

„Schmuckerscher Realpfeil“

$$\operatorname{tg} \alpha_{Im}^s = \frac{C_{EV}^s}{C_{NV}^s} = \frac{(B_1 - B_2) - (A_1 - A_2) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}{(D_2 - D_1) - (C_2 - C_1) \frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1}}$$

„Schmuckerscher Imaginärpfeil“

Schreibt man zur Abkürzung

$$\frac{A_1 D_2 + C_2 B_1 - A_2 D_1 - C_1 B_2}{A_1 C_2 - B_1 D_2 - A_2 C_1 + B_2 D_1} = G$$

so nimmt der Tangens des Richtungswinkels eine Form an, die derjenigen beim kombinierten Wiese-Pfeil gleicht, wobei lediglich der konstante Faktor G als Gewichtsfunktion zum jeweils ersten oder zweiten Term in Zähler und Nenner hinzutritt:

$$\operatorname{tg} \alpha_{Re}^s = \frac{(A_1 - A_2) + (B_1 - B_2) G}{(C_2 - C_1) + (D_2 - D_1) G}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Im}^s = \frac{(A_1 - A_2) G - (B_1 - B_2)}{(C_2 - C_1) G - (D_2 - D_1)}$$

Daraus ist ersichtlich, daß für eine zweidimensionale Leitfähigkeitsanomalie auch die Schmuckerschen I.P. in die Richtung senkrecht zum Streichen zeigen. (Die Beträge sämtlicher Pfeile sind natürlich weiterhin unterschiedlich). Aber auch hier gibt es wieder ein Versagen von jeweils einem der beiden Schmucker-Pfeile bei einer bestimmten Phasenbedingung der beiden auszuwertenden Störungen, die aber jetzt von der Gewichtsfunktion G abhängt.



Die Gewichtsfunktion selbst hat die explizite Form

$$G = \frac{(H_N^0)_1 (H_E^0)_2 \sin [(\psi_N)_1 + (\psi_E)_2 - 2\psi_V] - (H_N^0)_2 (H_E^0)_1 \sin [(\psi_N)_2 + (\psi_E)_1 - 2\psi_V]}{(H_N^0)_1 (H_E^0)_2 \cos [(\psi_N)_1 + (\psi_E)_2 - 2\psi_V] - (H_N^0)_2 (H_E^0)_1 \cos [(\psi_N)_2 + (\psi_E)_1 - 2\psi_V]}$$

Spezialfälle sind:

a)  $G = 1$  für  $(\psi_N)_1 + (\psi_E)_2 = (\psi_N)_2 + (\psi_E)_1 = 45^\circ$  und  $\left(\frac{H_E^0}{H_N^0}\right)_1 \neq \left(\frac{H_E^0}{H_N^0}\right)_2$ .

Die Richtungen der Schmuckerschen I.P. stimmen dann ganz allgemein, also auch bei beliebiger Leitfähigkeitsverteilung, mit denen der kombinierten Wiese-Pfeile überein.

b)  $G = 0$  für  $\left(\frac{H_E^0}{H_N^0}\right)_1 / \left(\frac{H_E^0}{H_N^0}\right)_2 = \frac{\sin [(\psi_N)_1 + (\psi_E)_2 - 2\psi_V]}{\sin [(\psi_N)_2 + (\psi_E)_1 - 2\psi_V]} \neq 1$ .

Die Richtungen der Schmuckerschen I.P. stimmen dann bei beliebiger Leitfähigkeitsverteilung mit denen der beiden Wieseschen I.P. überein.

Obwohl demnach das Schmuckersche Verfahren letztlich keine ersichtlichen prinzipiellen Vorteile gegenüber dem Wieseschen Verfahren bietet, haben sich die Schmuckerschen I.P. nach langer Diskussion nun doch als brauchbar herausgestellt; ja erst jetzt als brauchbar herausgestellt. Denn ohne eine sorgfältige Unterscheidung der verschiedenartigen linearen Beziehungen auch im Komplexen - nämlich der Untiedt-Beziehung zwischen den Variationskomponenten und der Wiese- oder der Schmucker-Beziehung zwischen komplexen Komponenten-Tripeln aus verschiedenen Störungen - geht es nicht. Aus dem alleinigen Vorliegen einer linearen Beziehung läßt sich die Brauchbarkeit des Verfahrens nicht folgern; denn nicht alle Verfahren, die von einer linearen Beziehung ausgehen, sind gleichermaßen brauchbar (s. Anhang).

Die nicht genügende Unterscheidung zwischen den verschiedenartigen linearen Beziehungen ist die Ursache einer jahrelangen Verwirrung gewesen. Wer da sagt: "Induktionspfeile sollen einen linearen Zusammenhang zwischen anomalen Z-Variationen und Variationen der Horizontalkomponenten H und D graphisch darstellen" [2], der spricht vom einen, meint das andere und tut das dritte. Wichtigstes Fazit der vorliegenden Ausführungen ist die Forderung, sorgsam zu unterscheiden zwischen Übertragungsfunktionen, Wiese-Koeffizienten und Schmucker-Koeffizienten in einer linearen Beziehung zwischen Komponenten erdmagnetischer Störungen.

BENE DOCET, QUI BENE DISTINGUIT.

Anhang: Linearer Zusammenhang zwischen anomalen Z-Variationen und Variationen der Horizontalkomponenten in zwei Spezialfällen

(Das Koordinatensystem ist gegenüber dem im vorangegangenen geändert; z-Achse jetzt positiv nach unten).

1. Schritt:

(modell-spezifisch)

Nur die transversale Horizontalkomponente ist für  $H_z$  bestimmend.

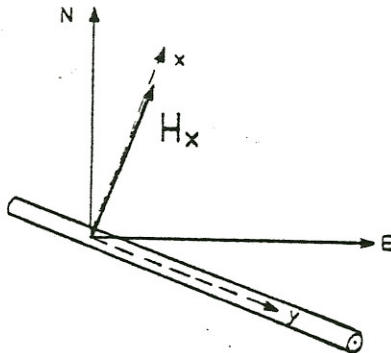
2. Schritt:

(Beide Schritte sind voneinander unabhängig).

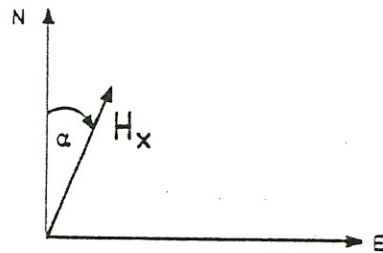
Eineindeutige Zerlegung des tatsächlichen Horizontalfeldes in Nord (N)- und Ost (E)-Komponenten; d.h. das tatsächliche Horizontalfeld wird ausgedrückt durch N- und E-Komponenten, die zusammengesetzt wieder das Horizontalfeld ergeben. Die eineindeutige Beziehung (Identität) ist nicht modell-spezifisch, sondern hängt vom jeweiligen Horizontalfeld ab.

Fall I :

Linear polarisiertes Horizontalfeld  $H_x$  transversal zur Streichrichtung einer 2D-Anomalie (z.B. Zylinder):



$$H_z = a_z \cdot H_x$$



$$H_x \equiv H_N \cos \alpha + H_E \sin \alpha$$

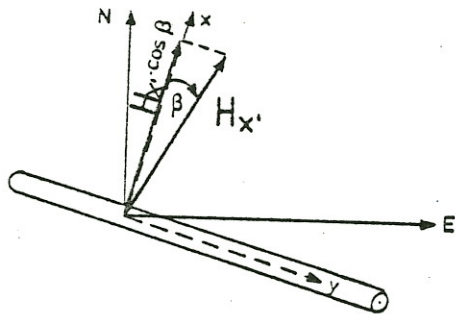
1. Schritt + 2. Schritt :

$$H_z = \underbrace{a_z \cos \alpha}_{C_N} \cdot H_N + \underbrace{a_z \sin \alpha}_{C_E} \cdot H_E$$

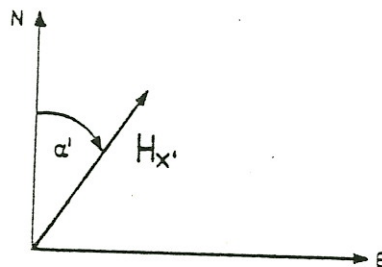
mit  $\frac{C_E}{C_N} = \tan \alpha$

Fall II:

Linear polarisiertes Horizontalfeld  $H_x'$  schräg zur Streichrichtung einer 2D-Anomalie:



$$H_z = a_z \cdot H_x' \cos \beta$$



$$H_{x'} \equiv H_N \cos \alpha' + H_E \sin \alpha'$$

$$(\alpha' = \alpha + \beta)$$

1. Schritt + 2. Schritt:

$$H_z = \underbrace{a_z \cos \beta \cos \alpha'}_{c_N} \cdot H_N + \underbrace{a_z \cos \beta \sin \alpha'}_{c_E} \cdot H_E$$

mit  $\frac{c_E}{c_N} = \tan \alpha'$

Der Formalismus im Fall I entspricht der üblichen Herleitung eines linearen Zusammenhanges zwischen anomalen Z-Variationen und Variationen der Horizontalkomponenten bei einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsanomalie. Fall II ist ein einfaches Gegenbeispiel gegen die allgemeine Verwendbarkeit der so definierten Koeffizienten bzw. des entsprechenden I.P. für die Erkundung der Streichrichtung. Die Ursache des Versagens liegt darin begründet, daß diese Definition sich auf den Zusammenhang zwischen zeitlich parallel verlaufenden Variationskomponenten bezieht und demzufolge den vektographischen I.P. betrifft, dessen mangelnde Aussagekraft allgemein bekannt ist.

Literatur:

- [1] MEYER, J.: Über die Richtungsveränderlichkeit des geomagnetischen Induktionspfeiles bei endlicher Leitfähigkeit. Z. Geophys., 34, 195-221, 1968.
- [2] SCHMUCKER, U.: Diskussionsbeitrag zu "Über die Unterschiede zwischen verschiedenen Definitionen der Induktionspfeile". Protokoll, Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 317-320, 1980.