Gaston FISCHER und B.V. LE QUANG

Bestimmung der akzeptierbaren Modelle bei der eindimensionalen MT Modellisation

Das Problem der eindimensionalen magnetotellurischen (1-D/MT) Modellisation kann heute weitgehend als gelöst betrachtet werden. Das Interesse hat sich deshalb etwas verlagert: man fragt nun nach der Schar der akzeptierbaren Modelle, und im weiteren erkundigt man sich, ob es in dieser Schar Modelle gibt, die mit den schon bekannten Elementen der Geologie verträglich sind. Die Gesamtheit der zulässigen Modelle beschreibt man am ehesten als ein Volumen im Modellraum, d.h. dem Raum der Modellparameter. Man kann sich sogar einen 2n-dimensionalen Raum vorstellen, wo n Dimensionen den Logarithmen der spez. Widerstände zugesprochen werden; n-1 Dimensionen stellen die logarithmischen Schichtdicken dar (die unterste Schicht ist ja ein Halbraum), während die letzte Dimension einem Gütefaktor ε zukommt. Für ε wählen wir die Standardabweichung zwischen gemessener und berechneter Impedanz (siehe Fischer et al. 1981). In diesem 2n-dimensionalen Raum bilden die akzeptierbaren Modelle ein Flächenstück, begrenzt durch eine Höhenkurve, auf welcher ε die höchstzulässige Abweichung gegenüber dem Minimalwert ε_o des bestmöglichen Modelles erreicht, wie dies in Fig. 1 schematisch dargestellt ist. Als maximal tolerierte Abweichung wählen wir für den Höhenkurvenwert eine 10%-Zunahme gegenüber ε_o. Dieser willkührliche Wert wird dadurch gerechtfertigt, dass er eine Verschlechterung der Anpassung des Modells an die Messung darstellt, die etwa an der Grenze dessen steht, was von blossem Auge noch unterschieden werden kann. Fig. 2 gibt dafür ein Beispiel.

Da wir ein Modellisierverfahren besitzen, mit welchem von einem vorgegebenen Datensatz mit verhältnissmässig kleinem Rechenaufwand das bestmögliche 1-D Modell ermittelt

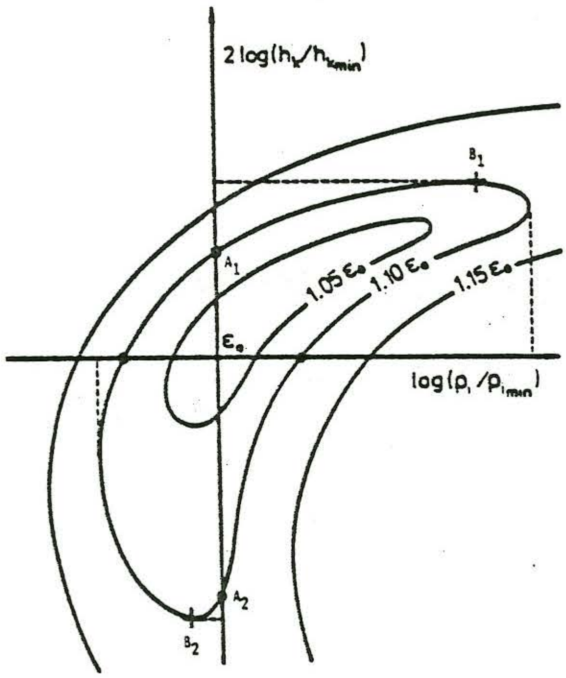

Fig. 1. Schematische Darstellung des Volumens akzeptierbarer Modelle

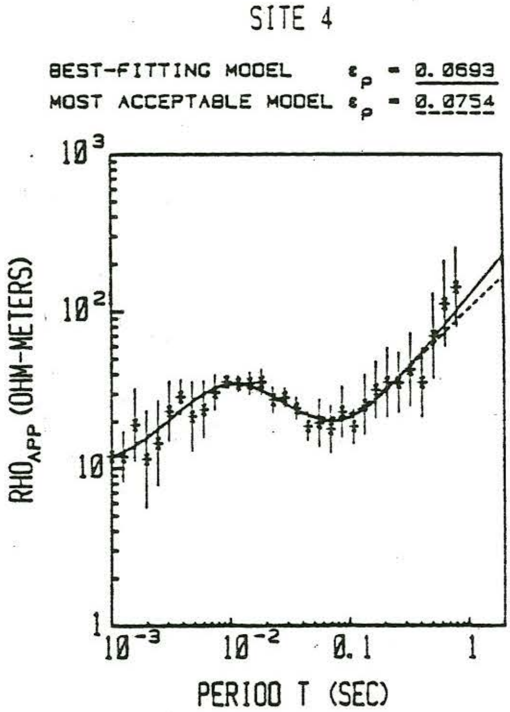

Fig. 2. AMT Datensatz aus dem Faltenjura. Das bestmögliche und das geologisch akzeptierbare Modell ergeben den durchgezogenen sowie den getrichelten scheinbaren Widerstand

werden kann (Fischer und Le Quang 1981), wird es möglich, die genaue Form der Höhenkurve mit $\varepsilon = 1.10\ \varepsilon_o$ zu bestimmen. Zur Beschreibung dieser Kurve verwenden wir zwei Zahlentabellen. Die Achsenschnittpunkte, wie z.B. A_1 und A_2 in Fig. 1, ergeben die Matrix der partiellen Empfindlichkeiten. Punkte wie B_1 und B_2 sind Extremauslenkungen in Richtung eines Modellparameters, die nur dadurch erzeugt werden können, dass man die anderen Parameter anpasst. Während A_1 mit einer einzigen Zahl beschrieben werden kann (die anderen Parameter sind weiterhin diejenigen des bestmöglichen Modelles), braucht es für B_1 deren 2n-1. Die zwei Matrizen (Minimal- und Maximalwert) der A-Punkte sind also einspaltig. Die zwei Matrizen der B-Punkte dagegen sind quadratisch und 2n-1-spaltig. Die Zahlengruppen, mit denen die Koordinaten der B-Punkte angegeben werden, stellen Kompromiss-Bedingun-

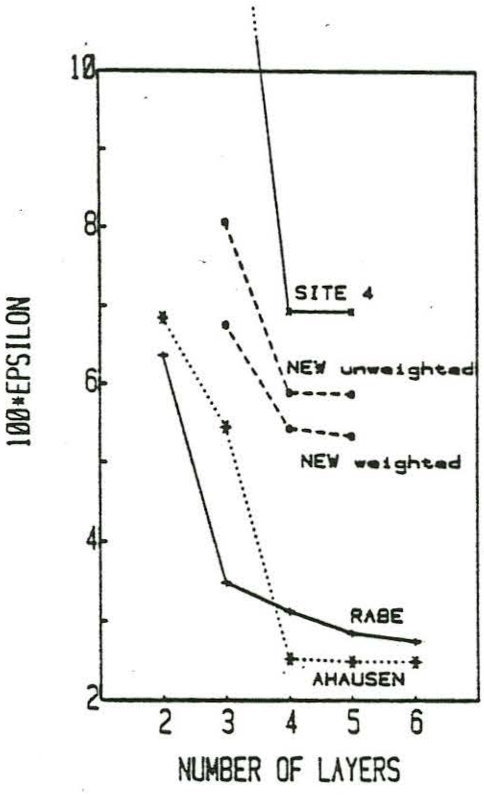

Fig. 3. Der Gütefaktor ε als Funktion der Schichtenzahl für verschiedene MT und AMT Datensätze

gen dar (Englisch: trade-off conditions), unter welchen es möglich ist, die Extremauslenkungen von irgend einem der 2n-1 Modellparameter zu verwirklichen. Wie es Fig. 1 andeutet, ist zwar das von der $\varepsilon = 1.10\ \varepsilon_o$ Höhenkurve umrandete Flächenstück einfachzusammenhängend; Fischer und Le Quang (1981) haben jedoch gezeigt, dass es sehr anisotrop ist und eine langgestreckte gekrümmte Form aufweist, anschaulich gleich einer sehr langen Banane.

Viele Verfahren haben sich schon mit der Ermittlung akzeptierbarer Modelle befasst, die man aus einem Satz geophysikalischer Messdaten ableiten kann (siehe z.B. Edwards et al. 1981 und Rokityansky 1982). Unter der Annahme, dass ein gutes Modell gefunden worden ist, wird die Nachbarschaft dieses Modelles durch ein Entwicklungsverfahren analytisch untersucht. Für die Umgebung des Ausgangsmodelles erhält man dabei ein Hyperellipsoid, das sich an der betreffenden Stelle der Banane anschmiegt. Eine der Ellipsoid-Hauptsachsen wird also lokal mit der gekrümmten Bananenachse parallel sein. Obwohl diese analytischen Verfahren eleganter sein mögen als das unsrige, leiden sie unter zwei Schwächen: (1) Sie beschreiben nur die lokalen Verhältnisse in der Umgebung des Ausgangsmodelles, geben also keinen Aufschluss über Form und Ausdehnung der Banane. (2) Sollen die Aussagen dieser analytischen Methoden überhaupt sinnvoll sein, so muss das

Ausgangsmodell selbst schon in der Nähe der Bananenachse sein. Um ein solches Modell abzuleiten, bedarf es eines gesonderten Verfahrens, denn die analytischen Methoden sind dazu selber nicht geeignet.

Bei der 1-D/MT Modellisation muss meistens zu Beginn des Prozesses die Anzahl n der Schichten eingegeben werden, mit der modellisiert werden soll. Die Ermittlung der korrekten Anzahl $n = n_o$ ist ein wichtiger Schritt, der aber im allgemeinen keine grossen Schwierigkeiten bereitet. Wie man der Fig. 3 entnimmt steigt ε für $n < n_o$ sehr steil an, während es für $n \geq n_o$ praktisch flach verläuft. Im folgenden beschreiben wir einige der Gründe, weshalb es so wichtig ist, die korrekte Anzahl n_o zu ermitteln. Fischer und Le Quang (1981) konnten zeigen, dass für $n = n_o$ im Modellraum die Funktion ε ein wohldefiniertes isoliertes Minimum aufweist. Bei $n < n_o$ dagegen gibt es bestimmt mehrere Minima, denn man kann z.B. mit der ungenügenden Anzahl n versuchen, entweder den oberen Teil der Struktur anzupassen (d.h. die kurzen Perioden zu modellisieren) oder den unteren Teil (d.h. die langen Perioden). Siehe dazu die Fig. 4 und 5. Damit erhält man schon zwei getrennte Minima, die zwar im Modellraum sehr weit voneinander entfernt sind. Wird $n > n_o$ gewählt, so darf man z.B. im Modell mit $n = n_o$ willkührlich zusätzliche dünne Schichten einbauen, die den Gütefaktor ε jedoch nicht beeinflussen. Im Modellraum spielt sich das so ab, dass man sich vom Punkt des bestmöglichen Modelles in die Richtung neuer Dimensionen bewegen darf, quer zu den $(2n_o-1)$ <u>sinnvollen</u> Dimensionen. Das Problem wird zu einem sog. "schlecht gestellten Problem" (Englisch: ill posed problem, siehe dazu Tikhonov und Arsénine 1974). Eine Analogie zur linearen Algebra: Wenn bei einem linearen Gleichungssystem die Determinante der Koeffizienten gegen Null tendiert, wird die Lösung instabil gegenüber sehr kleinen Aenderungen der Koeffizienten. Man

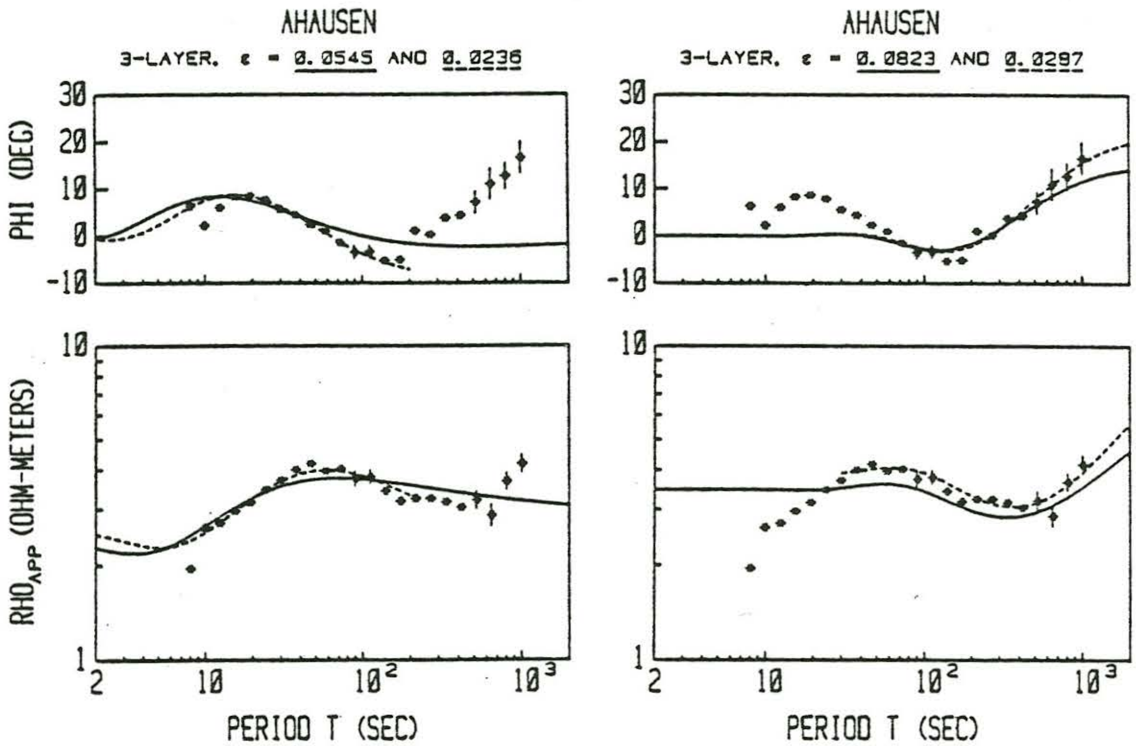

Fig. 4 und 5. Der Datensatz Ahausen, modellisiert mit nur drei Schichten. Durchgezogen: alle Punkte einbezogen. Gestrichelt: nur die Punkte im Kurvenbereich berücksichtigt.

verfügt über zu viele Freiheitsgrade und kann keine glaubwürdige Lösung mehr erwarten. Erst wenn die Zahl der Freiheitsgrade durch anderweitige Einschränkungen heruntergesetzt wird, erhält das Problem wieder eine reguläre Lösung. Solche Einschränkungen können von benachbarten MT Sondierungen stammen, von Sondierungen mit anderen Methoden, oder von sonstigen geologischen Untersuchungen. Im erweiterten Modellraum stellen die Einschränkungen eine Verkleinerung des Volumens der zulässigen Modelle dar. Diese Einschränkungen heben unter Umständen die Erweiterung, die von den zusätzlichen Dimensionen stammt, gerade wieder auf: im neuen Gebiet der zulässigen Modelle gibt es dann wieder ein wohldefiniertes, isoliertes minimales ε .

Eines ausführlichere Arbeit erscheint demnächst in der Z. Geophysik (Fischer und Le Quang 1982).

Referenzen

Edwards R.N., Bailey R.C. and Garland G.D.: Conductivity anomalies: lower crust or asthenosphere ?. Phys. Earth Planet. Int., 25, 263-272, 1981.

Fischer G. and Le Quang B.V.: Topography and minimization of the standard deviation in one-dimensional magnetotelluric modelling. Geophys. J. Roy. astr. Soc., 67, 279-292, 1981.

Fischer G. and Le Quang B.V.: Parameter trade-off in one-dimensional magnetotelluric modelling. Z. Geophys., im Druck, 1982.

Fischer G., Schnegg P.A., Peguiron M. and Le Quang B.V.: An analytic one-dimensional magnetotelluric inversion scheme. Geophys. J. Roy. astr. Soc., 67, 257-278, 1981.

Rokityansky I.I.: Geoelectromagnetic Investigation of the earth's crust and mantle. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1982.

Tikhonov A. et Arsénine V.: Méthode de résolution de problèmes mal posés. Editions MIR, Moscou, 1974.