

W. Kertz, Braunschweig

"Das $\rho^*(z^*)$ -Verfahren bei mit der Tiefe zunehmendem Widerstand"

Aus dem scheinbaren Widerstand ρ_s , der Phase ϕ und der Periode T kann man eine Tiefe z^* und einen zugehörigen Widerstand ρ^* berechnen nach den Formeln

$$z^* = \sqrt{\frac{\rho_s \cdot T}{2\pi \cdot \mu_0}} \sin \phi \qquad \rho^* = 2\rho_s \cos^2 \phi$$

ρ^* als Funktion von z^* ergibt dann eine Näherung für die wahre Verteilung $\rho(z)$. Äquivalente Modellverteilungen für $\rho(z)$ führen auf die gleiche $\rho^*(z^*)$ -Kurve, darin ähnelt sie der Dar Zarrouk-Kurve. Mit der modifizierten Oberflächenimpedanz C_1 sind z^* und ρ^* in folgender Weise verbunden:

$$z^* = \text{Re } C_1 \qquad \rho^* = 2\omega\mu_0 [\text{Im } C_1]^2$$

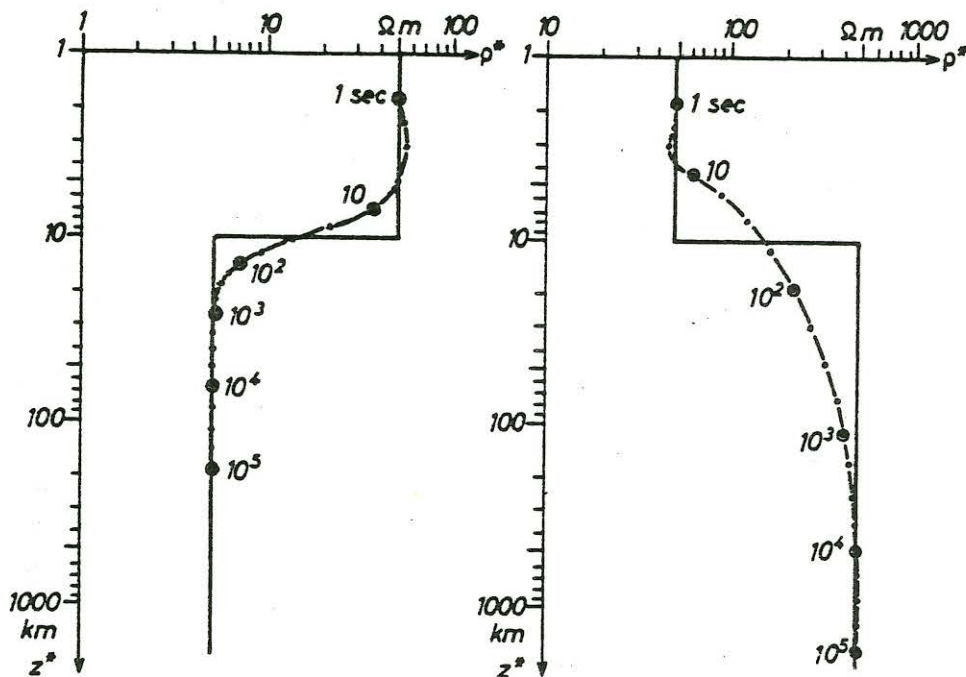


Fig.1

Schmucker führte die beiden Größen anhand eines idealisierten Modelles ein: Unter einem Isolator der Dicke h liegt ein homogener Leiter mit dem spez. Widerstand ρ^* . Ist p^* die Eindring-

tiefe in diesen Leiter, so gilt

$$z^* = h + \frac{1}{2} p^*$$

Schmucker empfiehlt deshalb das $\rho^*(z^*)$ -Verfahren auch nur, wenn der Widerstand mit der Tiefe abnimmt.

Desungeachtet habe ich $\rho^*(z^*)$ -Kurven für ab- und zunehmenden Widerstand berechnet. Die Fig.1 zeigt den Verlauf bei stufenförmiger Widerstandsänderung. Wie zu erwarten ist die Annäherung bei abnehmendem Widerstand (links) besser als bei zunehmendem (rechts). Wenn man die Stufe unendlich hoch macht (Fig.2), zeigt sich etwas Seltsames: Links ist die Annäherung wieder befriedigend, aber rechts erfolgt der steile Anstieg der $\rho^*(z^*)$ -Kurve bereits bei $z^* = h/3$.

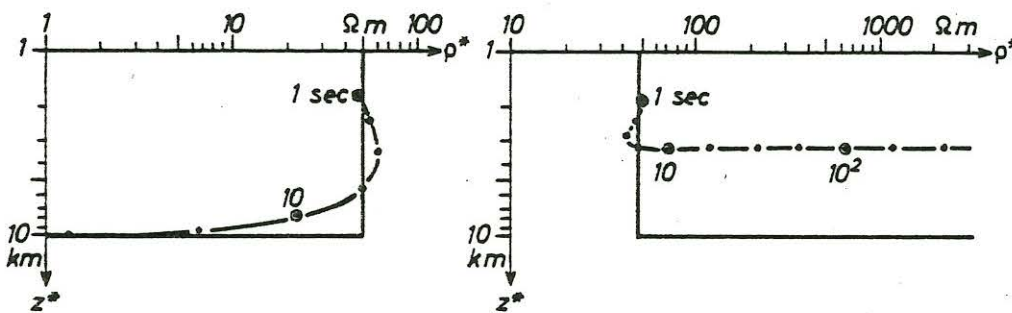


Fig.2

Dieses numerisch gewonnene Ergebnis kann man analytisch bestätigen: Im Grenzfall $\rho_2 \rightarrow \infty$ ergibt sich

$$C_1 = \frac{1}{\alpha \tanh(\alpha h)} \quad \text{mit} \quad \alpha = \sqrt{\frac{\pi \mu_0}{T \rho_1}} \cdot \sqrt{i} = a \cdot \sqrt{i}$$

$$= \frac{\alpha h \coth(\alpha h)}{\alpha^2 h} = \frac{1}{\alpha^2 h} \left[1 + \frac{1}{3} (\alpha h)^2 - \frac{1}{45} (\alpha h)^4 + - \dots \right]$$

$$= \frac{1}{\alpha^2 h} + \frac{1}{3} h - \frac{1}{45} \alpha^2 h^3 + - \dots$$

Nun ist $\alpha^2 = a^2 \cdot i$. Deshalb ergibt die Trennung in Real- und Imaginärteil:

$$C_1 = \frac{1}{3} h - \left(\frac{1}{a^2 h} - \frac{1}{45} a^2 h^3 + - \dots \right) i$$

Daraus folgt $z^* = h/3$.

Berechnet man $\rho^*(z^*)$ für eingelagerte Schichten (Fig.3), so zeigt sich wieder die bessere Annäherung links. Rechts setzt der Anstieg von ρ^* zu früh ein, anscheinend bei $h_1/3$. Das bestätigt sich, wenn man den spezifischen Widerstand vergrößert (Fig.4).

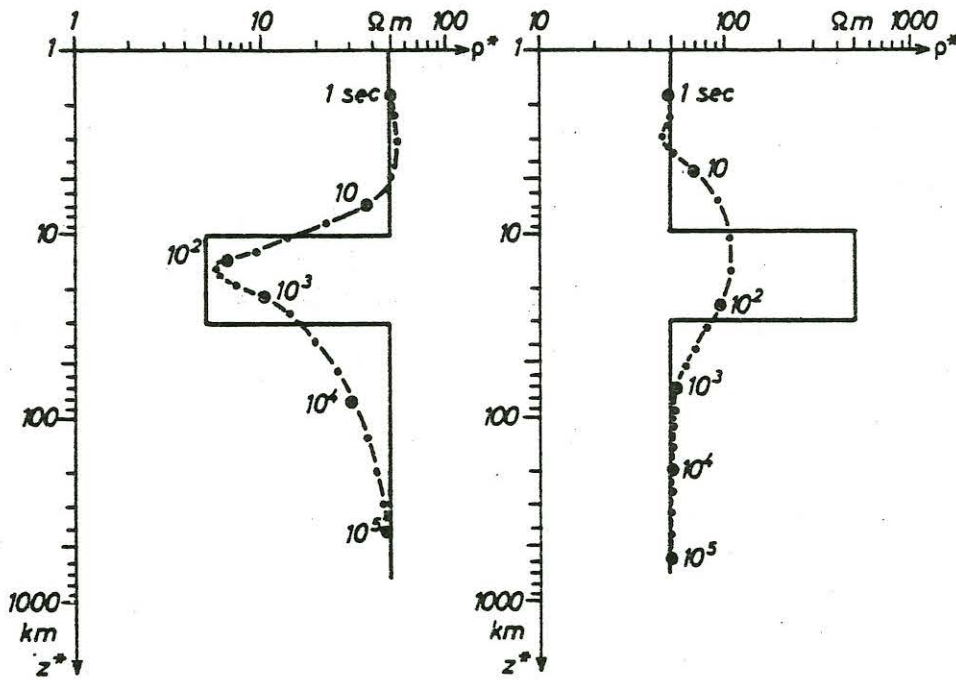


Fig.3

Nachbemerkung: Wie mir Herr Weidelt in Neustadt sagte, hat er den Fall der unendlichen Stufe schon einmal als Übungsaufgabe rechnen lassen. Ich habe die Lösung hier trotzdem gebracht, um sie auch anderen zugänglich zu machen. Auch wollte ich darauf hinweisen, daß man den verfrühten Anstieg bei $h/3$ auch beobachtet, wenn der Widerstand nur zu endlichen Werten ansteigt

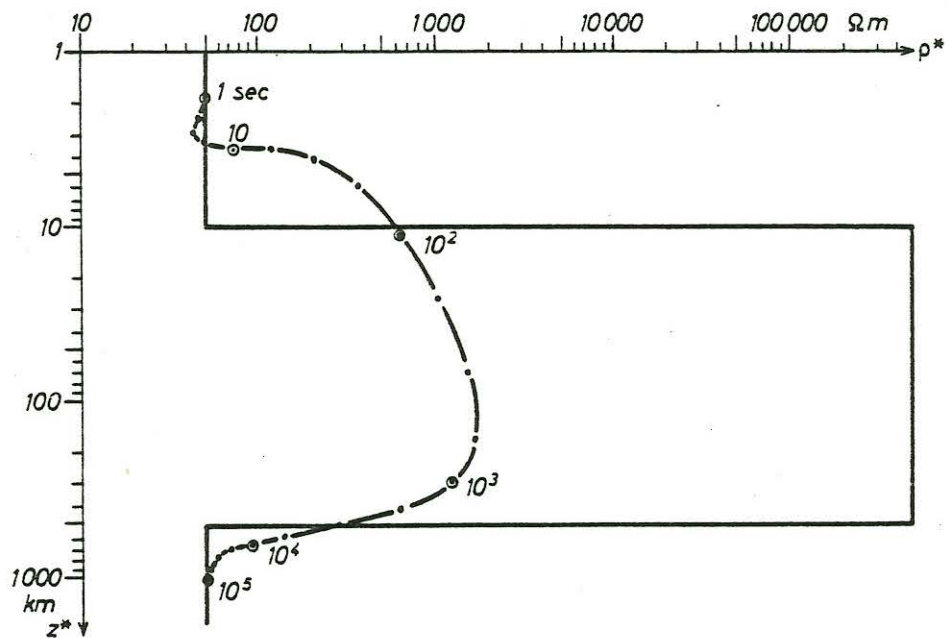


Fig.4

und nachher wieder abnimmt. Dies erkennt man aber auch bei UNTIEDT [1969, Abb.2], dort allerdings ohne Erklärung.

Literatur:

Untiedt, J.: Modellkurven zum Interpretationsverfahren von Schmucker. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung", Reinhausen 1969, 148-154.