

U. SCHMUCKER, Göttingen

"Auswertungsverfahren Göttingen"

1. Einleitung

Schon ein flüchtiger Vergleich erdmagnetischer und erd-elektrischer Variationen zeigt, daß zwischen bestimmten Feldkomponenten einfache lineare Beziehungen bestehen. Hier geht es um solche Beziehungen, die sich aus der Induktion von Strömen in leitfähigen Schichten des Untergrundes ableiten, also im wesentlichen um Beziehungen der magnetischen Vertikalkomponente und der elektrischen Horizontalkomponenten zu den magnetischen Horizontalkomponenten des Variationsfeldes. Diese Beziehungen sollen als linear, zeitunabhängig und ortsfest betrachtet werden.

Die genannten Voraussetzungen sind bei der Induktion durch quasi-homogene Felder uneingeschränkt und bei der Induktion durch inhomogene Felder beschränkt erfüllt (SCHMUCKER, 1971). "Quasi-homogen" soll bedeuten, daß die durch den Skineffekt begrenzte Eindringtiefe der Felder klein ist gegenüber Längen, die die Inhomogenität des Oberflächenfeldes beschreiben. Bei der Auswertung von in diesem Sinne "inhomogenen" Oberflächenfeldern muß man sich auf Zeitintervalle gleicher Geometrie des Oberflächenfeldes beschränken.

Es seien  $X(t)$  und  $Y(t)$  die zeitlichen Variationen der erdmagnetischen Horizontalkomponenten. Sie werden als fehlerfrei vorgegebene, unabhängig veränderliche Zeitfunktionen betrachtet. Aus ihnen sollen Variationen  $Z(t)$  als abhängig Veränderliche durch lineare Operatoren abgeleitet werden, wobei  $Z(t)$  entweder die Vertikalkomponente des Magnetfeldes oder eine Horizontalkomponente des erdelektrischen Feldes bezeichnet. Im Zeitbereich sind diese Operatoren die reellen Impulsantwort-

funktionen  $R_x(t)$  und  $R_y(t)$  mit der besonderen Eigenschaft  $R_x(t), R_y(t) = 0$  für  $t < 0$ . Dadurch wird ausgedrückt, daß  $Z(t)$  nur von  $X(t)$  und  $Y(t)$  in der "Vergangenheit" abhängt und die lineare Operation in der Form

$$Z(t) = \int_0^{\infty} \{R_x(\hat{t}) \cdot X(t-\hat{t}) + R_y(\hat{t}) \cdot Y(t-\hat{t})\} d\hat{t} + \delta Z(t) \quad (1)$$

geschrieben werden kann. Mit  $\delta Z(t)$  soll ein nicht-linearkorrelierbarer Anteil von  $Z(t)$ , also eine Art "Rauschen" des linearen Systems berücksichtigt werden.

Bezeichnet  $\tilde{Z}, \tilde{X}, \tilde{Y}$  die Fouriertransformierte von  $X, Y, Z$  und  $C_x, C_y$  diejenige von  $R_x, R_y$ , ergibt eine Fourier-Transformation von (1) nach dem Faltungssatz

$$\tilde{Z}(f) = C_x(f) \cdot \tilde{X}(f) + C_y(f) \cdot \tilde{Y}(f) + \delta \tilde{Z}(f); \quad (2)$$

$C_x$  und  $C_y$  sind als komplexe Frequenzfunktionen die Übertragungsfunktionen des linearen Prozesses, der  $Z$  erzeugt. Ihre Real- und Imaginärteile unterliegen als Funktionen der Frequenz wegen  $R_x(t) = 0, R_y(t) = 0$  für  $t < 0$  besonderen Dispersionsrelationen (WEIDELT, 1972), deren Erfüllung aber nicht in das Auswerteverfahren eingehen soll. Da außerdem  $R_x$  als inverse Fouriertransformation von  $C_x$  reell sein muß, gilt  $C_x(-f) = C_x^*(f)$  mit  $C_x^*(f)$  als der zu  $C_x(f)$  konjugierten Übertragungsfunktion. Entsprechend ist  $C_y(-f) = C_y^*(f)$ .

Auswertungen im Zeitbereich nach Gl. (1) sind bisher nur in solchen Fällen vorgenommen worden, in denen die Übertragungsfunktionen näherungsweise als reelle, frequenzunabhängige Konstanten  $c_x$  und  $c_y$  erkennbar waren, in denen also die Z-Variationen parallel zu einer linearen Kombination von X und Y verlaufen. Beispiele zeigen Abb. 1 und 2. Da dann die Impulsantwortfunktionen Deltafunktionen sind, reduzieren sich die Faltungsintegrale in Gl. (1) zu

$$Z(t) = c_x X(t) + c_y Y(t) + \delta Z(t) \quad (3)$$

Für diskretisierte Zeitreihen erhält man dann in

$$Z_n = c_x X_n + c_y Y_n + \delta Z_n \quad \text{mit } Z_n = Z(n \cdot \Delta t) \text{ usw.}$$



( $n = 1, 2, \dots, N$ ) ein System von linearen Gleichungen, dessen Lösung durch Minimierung des quadrierten, nicht-korrelierten Z-Anteils,  $\sum_n \delta Z_n^2$ , die gesuchten Übertragungswerte  $c_x$  und  $c_y$  ergibt.

Der vereinfachte Ansatz (3) ist auf folgende Induktionsprobleme anwendbar: (i) auf die Induktion in einem ideal-leitenden Substratum unter nicht-leitenden Deckschichten, (ii) auf die Induktion in einer dünnen, leitfähigen Deckschicht über einem nicht-leitenden Substratum. Im Fall (i) sind  $Z(t)$  die Variationen der erdmagnetischen Vertikalkomponente. Erfolgt etwa die Induktion durch das Ringstromfeld in der Nachphase magnetischer Stürme, gilt mit  $X = H$  als magnetischer Nordkomponente

$$Z = c_x X + \delta Z \text{ mit } c_x = -\frac{2h}{a} \cot \phi;$$

$h$  ist die Tiefe des idealen Leiters in der kugelförmigen Erde (Radius  $a$ ) und  $\phi$  die (geomagnetische) Breite des Beobachtungsortes. Für die in Abb. 1 gezeigten Dst-Variationen (Tiefpaß) ergibt sich  $c_x = -(0.21 \pm 0.3)$  und daraus  $h = (750 \pm 110)$  km.

Im Fall (ii) sind  $Z(t)$  die erdelektrischen Variationen senkrecht zu denjenigen des horizontalen Magnetfeldes. Bezeichnet  $\tau$  eine konstante integrierte Leitfähigkeit (= Längsleitfähigkeit) von Deckschichten, gilt

$$Z = c_x X + \delta Z \text{ mit } c_x = \tau^{-1}.$$

Für den in Abb. 2 gezeigten Teilsturm erhält man mit  $Z = E_{0w}$  und  $X = H$   $c_x = (0.82 \pm 0.12)$  (mV/km)/nT und damit  $\tau = 970 \pm 120$  Siemens. Dieses Ergebnis ist zur Vorbereitung einer nachfolgenden Analyse im Frequenzbereich verwandt worden. Zieht man nämlich denjenigen Anteil von  $Z_n$  ab, dessen Fouriertransformierte phasengleich und frequenzunabhängig mit  $\tilde{X}$  und  $\tilde{Y}$  korreliert ist, so erfüllt die verbleibende Differenz in gewissen Fällen besser die in Abschnitt 5 behandelten Vorbedingungen für eine statistische Frequenzanalyse als die ursprüngliche Zeitreihe  $Z_n$ .

Kernstück der hier beschriebenen Auswerteverfahren ist jedoch die Analyse im Frequenzbereich nach Gl.(2), also die sta-

tistische Schätzung von Spektralwerten für Frequenzbänder der Breite  $\Delta f_m$  zwischen den Frequenzen  $f_m \pm \frac{1}{2} \Delta f_m$  ( $m = 1, 2 \dots M$ ). Sie werden gewonnen entweder durch eine Fouriertransformation von Kovarianzfunktionen der Form

$$r_{zx}(\tau) = \int_T Z(t+\tau) \cdot X(t) dt$$

( $\tau$ :lag) oder durch eine Fouriertransformation der Zeitfunktionen und eine anschließende Mittelung über Fourierprodukten in der Form

$$S_{zx}(f) = \tilde{Z}(f) \cdot \tilde{X}^*(f).$$

Wirklich benutzt wird fast ausschließlich das zweite Verfahren, dessen Durchführung in Abschnitt 4 beschrieben wird.

Abschließend sei auf ein von WIELADEK u.ERNST (1977) ausgearbeitetes Verfahren verwiesen, in dem die Analyse im Zeitbereich (unter der Verwendung von Vorhersagefiltern) mit der Analyse im Frequenzbereich kombiniert wird. Es vermeidet jene Schwierigkeiten, die mit den statistischen Vorbedingungen für eine reine Frequenzanalyse an die Zeitreihe  $Z_n$  verbunden sind. Es liegen erste Versuche vor, nicht nur die zeitabhängigen sondern auch die ortsabhängigen linearen Beziehungen zwischen Feldkomponenten bei der Auswertung durch Faltungsintegrale entsprechend Gl. (1) zu erfassen (s. Beitrag MALIK zu diesem Band).

## 2. Auswahl von Effekten

Unter einem zur Analyse ausgewählten "Effekt" ist je nach dem untersuchten Variationstyp zu verstehen: Die Dst-Nachphase magnetischer Stürme, der Sq-Gang ruhiger Tage, polare Teilstürme und isolierte Bays, Wellenzüge von Pulsationen. Ziel der Auswahl ist es, mit einem Minimum an Daten die Bestimmung der Übertragungsfunktionen mit größtmöglicher Genauigkeit und Frequenzauflösung durchzuführen. Dabei rechtfertigen die Schwierigkeiten, die mit der Behandlung großer Datenmengen verbunden sind, in der Regel die subjektive Auswahl geeignet erscheinender Teilintervalle.



Hierzu seien Zahlenwerte genannt. Die beschriebenen Verfahren werden mit 1000 - 2000 Eingabedaten pro Zeitreihe durchgeführt, aus denen Übertragungsfunktionen für rund 10 Frequenzen abgeleitet werden. Im Frequenzbereich von Bays und polaren Teilstürmen (0.25 - 12 cph) beispielsweise werden 10 bis 20 Effekte mit einer mittleren Intervall-Länge von 6 Stunden und Ablesungen im Abstand von einer Minute analysiert, um Ergebnisse zu erhalten wie sie in Abb. 5 dargestellt sind.

Elektromagnetische Sondierungsaufgaben erfordern Analysen über möglichst große Frequenzbereiche, wobei es nicht unbedingt auf eine hohe Frequenzauflösung, also schmale Bandbreiten  $\Delta f$  der Analyse ankommt. Statt lange Zeitintervalle zusammenhängend zu analysieren, deren Spektren dann ohnehin wieder stark geglättet werden müssen, kann es vorteilhafter sein, viele kurze Intervalle mit besserem Signal: Rauschverhältnis herauszusuchen und zu bearbeiten. Die Mittelung ihrer Spektren erfolgt dabei sowohl über die benachbarten Spektralwerte eines Intervalls als auch über die so geglätteten Spektren aller Intervalle (s. Abschnitt 4).

Zum Aufsuchen geeigneter Intervalle werden neben der rein visuellen Beurteilung zwei Verfahren erprobt: (i) Bandpaßfilterung der Daten entsprechend dem interessierenden Frequenzbereich; (ii) komplexe Dekonvolution der Daten (BANKS, 1975). Beide Verfahren geben Auskünfte über das zu erwartende Signal: Rauschenverhältnis innerhalb einzelner Datenintervalle. Das zweite Verfahren zeigt zusätzlich jene Intervalle an, in denen stabile Phasenbeziehungen zwischen verschiedenen Zeitreihen bestehen, für die also entsprechend hohe Kohärenzen erwartet werden dürfen.

### 3. Vorbehandlung der Daten

Um nicht-verzerrte ("unbiased") Abschätzungen von Spektralwerten zu erhalten, müssen die Ausgangsspektren im Bereich der gewählten Frequenzbänder  $f_m \pm \Delta f_m$  dem Spektrum eines "weißen Rauschens" möglichst gut entsprechen, also frei von Spitzen und Gradienten sein. Um Spitzen und Gradienten aus dem Spektrum

der Originaldaten zu entfernen, werden passende numerische Filter angewandt und aus den Originaldaten  $g_n$  ein Satz gefilterter Daten

⇒ 
$$f_n = \sum_{\hat{n}=-N_1}^{N_2} w_{\hat{n}} g_{n+\hat{n}} \quad (4)$$

abgeleitet;  $w_n$  sind die Filtergewichte ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Durch Vorversuche wird derjenige Filter gesucht, mit dem sich das Spektrum der Originaldaten möglichst gut in das Spektrum eines weißen Rauschens verwandeln läßt.

Zwei Arten von Filtern werden verwandt: (i) Differenzfilter als Hochpaßfilter mit  $w_1 = 1$ ,  $w_0 = -1$  und  $w_n = 0$  für alle anderen Werte von  $n$ . Ihre Durchlaßfunktion für Spektren ist

$$2(1 - \cos \pi f/f_N)$$

mit  $f_N = (2\Delta t)^{-1}$  als Nyquistfrequenz;  $\Delta t$  ist der Zeitabstand der Eingabedaten  $g_n$ . (ii) Trapezfilter als Hoch- und Tiefpässe mit der Abschneidefrequenz  $f_0$  und der Filterlänge  $\tau = N_1 \Delta t$ . Dies sind gerade Filter mit  $w_n = w_{-n}$  und  $N_1 = N_2$ . Ihr Durchlaßwert für  $f = 0$  ist definitionsgemäß eins, für  $f = f_0$  etwa 0.5. Im Anhang wird ein Verfahren angegeben, ein optimales Filter für vorgegebene Werte von  $\tau$  und  $f_0$  zu finden. Abb. 1 zeigt die Anwendung eines Trapezfilters zur Trennung von Sq und Dst.

Bandpässe als Kombination von Hoch- und Tiefpässen werden zur Vorbehandlung nicht benutzt. Soll sowohl eine Tiefpaß- wie auch eine Hochpaßfilterung durchgeführt werden, geschieht dies getrennt in der angegebenen Reihenfolge, um bei der Tiefpaßfilterung die Daten dezimieren zu können.

Um die ursprüngliche Länge der Intervalle bei der Filterung zu erhalten, werden die Zeitreihen außerhalb der Intervalle mit wenigen Datenwerten näherungsweise fortgesetzt. Bei Bays beispielsweise geschieht dies mit den geschätzten Mittelwerten für die angrenzenden Stundenintervalle. So kann insbesondere der Hochpaß mit  $\tau = 1$  h bis zu den Intervallgrenzen angewandt werden, mit dem der langperiodische "Gang" im Hintergrund von Baystörungen eliminiert wird.

kein  
Vorversuchen  
in älteren  
Jahren!



Eine zweite Möglichkeit, langperiodische Gänge zu entfernen, besteht in dem Abzug eines Ausgleichspolynoms. Auch hier ist es dringend geboten, die Zeitreihe in geglätteter Form über die Intervallgrenzen hinaus fortzusetzen, um unerwünschte Randeffekte zu vermeiden. Der Abzug von Ausgleichspolynomen wird gegenüber der Hochpaßfilterung dann bevorzugt, wenn der Periodenbereich der Analyse bis zur Länge des analysierten Intervalls ausgedehnt werden soll - soweit dies überhaupt wegen des Einflusses der willkürlich festgelegten Intervallgrenzen auf Perioden vergleichbarer Länge möglich ist.

Ein besonderes Problem der Vorbehandlung stellt die Trennung von Sq und Dst in der Nachphase magnetischer Stürme dar (Abb. 1). Man kann das quasi-Linienspektrum von Sq durch "notch" Filter aus dem Gesamtspektrum entfernen. Erfahrungsgemäß gelingt dies aber auch schon mit dem Abzug eines mittleren Sq-Ganges von den Daten.

Um eine effektive Vorbehandlung der Daten zu erreichen, hat es sich als vorteilhaft erwiesen, die Analyse in mehreren relativ schmalen und überlappenden Frequenzbereichen durchzuführen. Für jeden Bereich wird eine gesonderte Auswahl und Vorbehandlung vorgenommen, wobei man die Bandbreite  $\Delta f_m$  der Analysen mit der Frequenz ansteigen läßt. Dies kann kontinuierlich (GUNDEL, 1977; Abb. 5.) oder auch stufenweise geschehen (s. Tab.). Im zuletzt genannten Fall wird die Analyse mit den gleichen Daten mit unterschiedlichen, konstanten Bandbreiten mehrfach vorgenommen. Einen Überblick über die gewählten Frequenzbereiche und die benutzten Filter geben umseitige Tabelle und Abb. 3.

Der mit diesen Variationen überdeckte Periodenbereich von 10 sec bis zu 50 Tagen enthält zwei Lücken, zwischen 4 und 6 cpd und zwischen 10 und 15 cph, deren Schließung das besondere Ziel weiterer Arbeiten sein wird. Die Lücke zwischen Sq und Bays beruht im wesentlichen auf fehlender Anregung, diejenige zwischen Bays und Pulsationen ist instrumentell bedingt. Für den Periodenbereich um 6 Minuten sind in mittleren Breiten die Empfindlichkeiten von Askania-Variographen und fluxgate-Magnetometern mit  $\pm 1\gamma$  nicht mehr ausreichend, während der Wirkungsbereich der benutzten Induktionsspulen erst bei kürzeren Perioden beginnt.

Variationstyp	Intervall- Länge ( $T_l$ )	dt	Tiefpaß ( $f_o$ )	Dezimierung	Hochpaß ( $f_o$ )	Bandbreite $\Delta f$	Endfrequenz $f_M$
Dst-Kontinuum	150 d	24 h	0.125 cpd	2-fach	Polynom	0.02 cpd	0.12 cpd
	60	1	0.75	8	"	0.125	0.75
Dst-Nachphase	8	1	2.0	3	"	0.333	2.0
Sq	1	1	4.0	2	"	1	4.0
Bays	6 h <sup>+) </sup>	1min	2 cph	5	Polynom	0.25 cph	2.0 cph
		1	6	3	0.5 cph	0.5	4.0
		1	15	1	1.5	2.0	10.0
Pulsationen	15 min <sup>+</sup>	2sec	2 cpm	4	0.25 cpm	0.25 cpm	2 cpm
		2	7.5	2	0.5	1	6

<sup>+)</sup> Mittelwert



#### 4. Statistische Frequenzanalyse

Nach der Vorbehandlung stehen  $N+1$  gefilterte und dezimierte Daten  $f_n$  ( $n=0,1,\dots,N$ ) der Komponenten  $X, Y, Z$  für  $L$ -Intervalle der Länge  $T_\ell$  ( $\ell=1,2,\dots,L$ ) zur Fouriertransformation bereit. Sie erfolgt als harmonische Analyse in der Form

$$\tilde{f}_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n, \quad \tilde{f}_m = \begin{cases} \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N f_n e^{-2\pi i n m / N} & m < N/2 \\ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n (-1)^n & m = N/2 \end{cases} \quad (5)$$

mit  $\tilde{f}_m$  als komplexer Fourier-Amplitude für die Frequenz  $f_m = m \cdot \Delta f_\ell$ ;  $\Delta f_\ell = T_\ell^{-1}$ ,  $T_\ell = N \cdot \Delta t$  und  $m = 0,1,\dots,M_\ell$ . Die abschließende Frequenz bestimmt sich aus der Endfrequenz  $f_M$  der Analyse, zu der die <sup>doppelte</sup> Breite der verwandten Spektralfenster hinzuzufügen ist. ?

Als Datenwert für  $n = N$  wird der Mittelwert  $(f_0 + f_N)/2$  eingesetzt und für die Differenz  $(f_N - f_0)$  eine besondere Korrektur angewandt. Falls notwendig, wird außerdem die Verwendung zeitlicher Mittelwerte als Daten durch eine Korrektur berücksichtigt. Die zugehörigen Formeln finden sich in CHAPMAN und BARTELS (1940, S. 561 und S. 563). Auf ein "hanning" wird verzichtet. + Soll der Periodenbereich der Analyse bei Bays oder beim Sq-Gang bis zur Länge der Intervalle ausgedehnt werden, ist entweder eine Nullfortsetzung (Bay) oder eine periodische Fortsetzung (Sq) gerechtfertigt.

Zur Fouriertransformation wird in der Regel nicht die "Schnelle Fouriertransformation" verwandt, sondern ein Algorithmus, der sich aus der Darstellung von trigonometrischen Funktionen durch Tschebyscheffsche Funktionen ableitet. Er arbeitet dann effizienter, wenn die Zahl  $N$  der Eingabedaten 200 nicht wesentlich übersteigt und wenn die Analyse nicht bis zur Nyquistfrequenz durchgeführt wird. Beides ist bei der hier beschriebenen Auswertung zumeist der Fall. wird  
Reparatur

Aus den Fourier-Amplituden eines Intervalls werden als "Rohspektralwerte" Fourier-Produkte der Form

$$s_m = \tilde{f}_m \cdot f_m^*$$

+ ) Nur bei der Analyse von Pulsationen wird eine Glättung der Fourier-Amplitude vorgenommen.

gebildet und diese durch ein Spektralfenster geglättet.

Sind die Intervall-Längen alle gleich,  $T_\ell = T_0$ , erfolgt die Glättung nach Summierung der Fourier-Produkte über alle Intervalle. Als Analysenintervall  $\Delta f$  wird ein ganzzahliges Vielfaches von  $\Delta f_\ell$  gewählt und Fenstergewichte  $p_m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, M_p$ ) im Frequenzabstand  $\Delta f_p = \Delta f_\ell$  berechnet. Der geglättete Spektralwert für die Frequenz  $m\Delta f = m'\Delta f_\ell$  ist dann

$$\bar{s}_{m'} = p_0 s_{m'} + \sum_{\hat{m}=1}^{M_p} \hat{p}_{\hat{m}} \{s_{m'+\hat{m}} + s_{m'-\hat{m}}\} \quad (6)$$

mit  $m' = m \cdot \Delta f / \Delta f_\ell$  und  $m = 1, 2, \dots, M$ . Die Summation wird einseitig gebrochen, wenn sich  $m' + \hat{m} > N/2$  ergeben sollte. Für  $\hat{m} > m'$  wird  $s_{m'-\hat{m}}$  durch  $s_{\hat{m}-m'}^*$  ersetzt und für  $m'-\hat{m} = 0$  durch Null.

Für eine Analyse mit Intervallen ungleicher Länge wird die Glättung der Fourier-Produkte für jedes Intervall mit einem jeweils neu berechneten Fenster durchgeführt und die geglätteten Spektralwerte anschließend über alle Intervalle gemittelt.

Es sei  $T_p$  das kleinste gemeinsame Vielfache von  $T_\ell$  und  $T = \Delta f^{-1}$ , so daß sowohl  $k = T_p/T$  wie auch  $j = T_p/T_\ell$  ganzzahlig sind. Die Fenstergewichte werden im Frequenzabstand  $\Delta f_p = T_p^{-1}$  berechnet und die Glättung nach der Formel

$$\bar{s}_{m'} = \sum_{\hat{m}=-M_p}^{+M_p} \delta_q \hat{p}_{\hat{m}} s_{m'+\hat{m}} \quad (7)$$

vorgenommen mit  $m' = k \cdot m$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$  und  $q = (m'+\hat{m})/j$ . Für ganzzahlige Werte von  $q$  wird der Parameter  $\delta_q = j$  gesetzt, sonst Null.

Auf diese Weise wird die Glättung mit einem auf die Bandmitte  $m\Delta f = m'\Delta f_p$  zentriertem Fenster durchgeführt, wobei der Parameter  $\delta_q$  die zugehörigen Fourier-Produkte aus dem Rohspektrum "herauskämmt" und mit dem Faktor  $\Delta f_\ell / \Delta f_p$  bewichtet (s. Abb. 4).

GUNDEL (1977, S. 33/34) verwandte zur Glättung ein (PAPOULIS-) Spektralfenster, um Verzerrungen der Schätzwerte durch ver-



bliebene Spitzen und Gradienten im Rohspektrum gering zu halten. Bei einer erfolgreichen Vorbehandlung der Daten genügt zur Glättung auch ein einfaches PARZEN-Fenster, definiert durch

$$P_m = \frac{3}{4} \tau \Delta f_p \left( \frac{\sin x_m}{x_m} \right)^4$$

mit  $x_m = \frac{\pi}{2} m \Delta f_p \cdot \tau$ ;  $\tau^{-1}$  ist ein die Breite des Fensters charakterisierender Parameter.

Das Fenster wird auf den Frequenzbereich von  $f_m - 2/\tau$  bis  $f_m + 2/\tau$  angewandt. Daraus folgt als Zahl der Fenstergewichte  $M_p = 2/(\tau \Delta f_p)$ . Um eine kleine Überlappung der Fenster für benachbarte Analysenfrequenzen  $f_m$  zu gewährleisten, wird zu meist als Fensterparameter  $\tau \approx T$  gewählt. Die äquivalente Fensterbreite,  $\bar{\Delta}f = 1.86 \tau^{-1}$ , ist damit etwa doppelt so groß wie der Frequenzabstand benachbarter Analysenfrequenzen.

Betrachtet man die Fourier-Produkte als normalverteilte statistische Größe, so stellen die durch Glättung und Mittelung gewonnenen Spektralwerte  $\chi^2$ -verteilte Größen dar. Dabei ergibt die Glättung mit einem PARZEN-Fenster eine  $\chi^2$ -Verteilung von  $2 \cdot 1.86 \cdot T_\ell / \tau$  Freiheitsgraden (JENKINS und WATTS, 1968; S. 252), so daß sich bei der anschließenden Mittlung über L-Intervalle insgesamt

$$v = 3.71 \sum_{\ell} T_\ell / \tau \quad (8)$$

Freiheitsgrade ergeben.

Die Größe der Parameter  $\tau \approx \Delta f^{-1}$  und damit die Zahl der Freiheitsgrade der Analyse werden mit den Fehlern der Übertragungsfunktionen abgestimmt, und zwar im Sinne eines "trade-off" zwischen Frequenzauflösung und Genauigkeit: Es soll weder durch zu starke Glättung ansich vorhandene Information verloren gehen, noch soll bei zu schwacher Glättung Information durch zu große Fehler verdeckt werden. Abb. 5 und 6 zeigen Beispiele für Versuche, Übertragungsfunktionen mit optimal gewählter Bandbreiten so zu bestimmen, daß die resultierenden  $\rho^*(z^*)$ -Kurven in allen Einzelheiten signifikant sind.

Abschließend seien Versuche erwähnt, Spektren hoher Auflösung mit der Methode maximaler Entropie zu berechnen. Mit

"hoher Auflösung" ist dabei eine Bandbreite  $\Delta f$  gemeint, deren Kehrwert etwa der Länge des Analysenintervalls entspricht. Auf Vorarbeiten von DRAEGERT: (1973) aufbauend, hat GUNDEL (1976) insbesondere die 11-jährigen "solar cycle" Variationen mit der genannten Methode untersucht. Die angestrebte hohe Frequenzauflösung würde erreicht, doch erschien der Wert der Methode für die Gewinnung elektromagnetischer Sondierungskurven nicht klar erwiesen. Es sei hier aber auch auf entsprechende Arbeiten von PĚČOVÁ et al. (1977) und COURTILLOT und Le MOUËL (1976) verwiesen.

### 5. Berechnung der Übertragungsfunktionen und ihrer statistischen Fehler

Die durch die statistische Frequenzanalyse gewonnenen Spektralwerte seien  $S_{zx} = \overline{s_{zx}} = [\tilde{Z} \tilde{X}^*]$ ,  $S_{zy} = \overline{s_{zy}} = [\tilde{Z} \tilde{Y}^*]$ , ...<sup>1.)</sup> Sie sind Schätzwerte der geglätteten und gemittelten Spektren für Frequenzbänder  $f_m \pm \Delta f$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ . Indem man in der Ausgangsgleichung (2) bei der Mittlung über benachbarte Frequenzen und Effekte  $[\delta Z \cdot \delta \tilde{Z}^*]$  minimiert, ergeben sich die Bestimmungsgleichungen

$$S_{xx} C_x + S_{yx} C_y = S_{zx} \tag{9}$$

$$S_{xy} C_x + S_{yy} C_y = S_{zy}$$

für die Übertragungsfunktionen  $C_x$  und  $C_y$ . Die multiple quadratische Kohärenz von Z mit X und Y ist

$$R^2 = C_x S_{xz} + C_y S_{yz} ,$$

wenn das quadratische Residuum  $\epsilon^2 = 1 - R^2$  definiert wird durch

$$[\delta \tilde{Z} \delta \tilde{Z}^*] = \epsilon^2 [\tilde{Z} \tilde{Z}^*].$$

Die gesuchten Übertragungsfunktionen gewinnt man unmittelbar durch Auflösen der Bestimmungsgleichungen (9) nach  $C_x$  und  $C_y$ . Zur Abschätzung ihrer Fehler wird angenommen, daß  $S_{ZZ}$  und  $S_{\delta Z \delta Z}$   $\chi^2$  verteilte statistische Größen mit  $\nu$  Freiheitsgraden

1.) [ ] bedeutet Mittelung und Glättung



gemäß Gl. 8 sind, während  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  und  $S_{xy}$  als fehlerfreie Größen betrachtet werden. Für die Übertragungsfunktionen lassen sich daraus folgende Wahrscheinlichkeitsdichten ableiten (JENKINS und WATTS, 1965, S. 434 und S. 495):

Für das bivariate Problem

$$\delta\tilde{Z} = \tilde{Z} - C_x \tilde{X} - C_y \tilde{Y}$$

besitzt die Größe

$$F_2 = \frac{\nu-4}{4} \frac{|\Delta C_x|^2 S_{xx} + |\Delta C_y|^2 S_{yy} + \text{Re}\{2 S_{xy} \Delta C_x \Delta C_y^*\}}{\epsilon^2 S_{zz}} \quad (10)$$

eine FISHER-Verteilung  $f_F(4, \nu-4)$ . Für das univariate Problem

$$\delta\tilde{Z} = \tilde{Z} - C_x \tilde{X}$$

ist die Größe

$$F_1 = \frac{\nu-2}{2} \frac{|\Delta C_x|^2 S_{xx}}{\epsilon^2 S_{zz}} \quad (11)$$

nach  $f_F(2, \nu-2)$  verteilt. Dabei sind  $\Delta C_x$  und  $\Delta C_y$  die statistischen Abweichungen von  $C_x$  und  $C_y$  von ihren Erwartungswerten.

Es sei  $G_1$  für eine vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit  $\beta$  der obere Grenzwert von  $F_1$ , also

$$\beta = \int_0^{G_1} f_F(2, \nu-2) dF.$$

Dann ist nach Gl. (11) für das univariate Problem

$$|\Delta C_x| = |C_x| \frac{\epsilon}{R} \left( \frac{2}{n-2} G_1 \right)^{1/2} \quad (12)$$

der zugehörige obere Grenzwert von  $|\Delta C_x|$ , der mit der Wahrscheinlichkeit  $\beta$  nicht überschritten wird. In Angleichung an die Wahrscheinlichkeit von 68%, daß die Abweichung einer normalverteilten Größe vom Mittelwert kleiner ist als die rms Streuung, wird  $\beta = 0.68$  zur Berechnung des Grenzwertes  $G_1$  verwandt.

1.) Bei JENKINS und WATTS wird für den Ausdruck {...} ein oberer Grenzwert angegeben.

Die Integration über die FISHER-Verteilung  $f_F(2, m) = \{m/(m+F)\}^{m+1}$  läßt sich dabei geschlossen ausführen, woraus sich nach Auflösung nach der oberen Integrationsgrenze

$$G_1 = \frac{m}{2} \cdot \{(1-\beta)^{-1/m} - 1\} \quad (13)$$

ergibt. Einsetzen in (12) ergibt als Fehler für den Absolutwert von  $\Delta C_x$

$$|\Delta C_x| = |C_x| \frac{\varepsilon}{R} \sqrt{(1-\beta)^{-1/(v-2)} - 1} \quad (14)$$

Eine entsprechende Auflösung von (10) für das bivariate Problem würde zusätzliche Annahmen über die Kovarianz der Fehler  $\Delta C_x$  und  $\Delta C_y$  erfordern. Man kann sie umgehen, indem man (10) in der Form einer Extremwertaufgabe für die eine Abweichung mit einer Zusatzbedingung bezüglich der zweiten Abweichung löst. Es ergibt sich (OTNES und ENOCHSON, S. 355/357 ohne Ableitung)

$$\left. \begin{aligned} |\Delta C_x|^2 &= \frac{\varepsilon^2 S_{zz} S_{yy}}{S_{xx} S_{yy} - |S_{xy}|^2} \\ |\Delta C_y|^2 &= \frac{\varepsilon^2 S_{zz} S_{xx}}{S_{xx} S_{yy} - |S_{xy}|^2} \end{aligned} \right\} \frac{4}{v-4} G_2 \quad (15)$$

mit

$$\beta = \int_0^{G_2} f_F(4, w-4) dF.$$

Eine zweite Möglichkeit, die Fehler des bivariaten Problems abzuschätzen, besteht darin, die Bestimmungsgleichungen (9) auf Hauptachsen zu transformieren und die Fehlerrechnung für die transformierten Übertragungsfunktionen getrennt nach Gl. (12) vorzunehmen. Die Rücktransformation der so bestimmten Fehler auf die ursprünglichen Koordinaten führt jedoch zu Schwierigkeiten, da hierbei wieder die unbestimmbare Kovarianz der Fehler von  $C_x$  und  $C_y$  eingeht. Die Hauptachsen-Transformation erweist sich aber auch für sich genommen als wertvoll, da sie angibt, in welcher linearen Kombination die



Übertragungsfunktionen mit dem kleinsten und mit dem größten Fehler behaftet sind.

Ergänzend sei vermerkt, daß die Fehlerbetrachtung auch anders formuliert werden kann, indem man sich durch Gleichsetzen von Real- und Imaginärteil in (9) vier Bestimmungsgleichungen mit reellen Koeffizienten und Übertragungswerten verschafft. Ihre Abweichungen vom Erwartungswert können dann durch t-Verteilungen ausgedrückt und für vorgegebene Wahrscheinlichkeiten berechnet werden (van der WAERDEN, 1971; § 32).

## 6. Systematische Fehler

Systematische Fehler entstehen bei der Mittelwertbildung von Übertragungsfunktionen. Sie sind vermeidbar, indem man grundsätzlich auf solche Mittelungen verzichtet und die Fehlerrechnung aufgrund der statistischen Eigenschaften summierter Spektren ausführt (s. Abschnitt 5). Systematische Fehler entstehen außerdem durch verzernte Abschätzungen der Spektralwerte. Sie können nur durch eine bessere Vorbehandlung der Daten (s. Abschnitt 3) beseitigt werden.

Besondere Aufmerksamkeit verdienen jene systematischen Fehler, die durch die Eingabe fehlerhafter X und Y-Variationen ausgelöst werden. Dies hat zur Folge, daß die Spektralwerte  $S_{xx}$  und  $S_{yy}$  der Größe nach überschätzt werden, da sie dann einen zusätzlichen positiv-reellen Rauschanteil enthalten. Als Folge werden die Übertragungswerte der Größe nach unterschätzt. Es sollen zwei Möglichkeiten beschrieben werden, Fehler dieser Art zu meiden.

GUNDEL (1977, Abschnitt 3.6) nimmt eine zyklische Vertauschung der Variablen in Gl. (2) vor, berechnet zu jeder der drei Kombinationen die Übertragungsfunktionen mit ihren Fehlern und bildet schließlich aus ihnen einen gewichteten Mittelwert. Die Gewichte werden durch die auf eins normierten Kehrwerte der quadratischen Fehler festgelegt. Bei der Fehlerrechnung für den gewichteten Mittelwert taucht wieder die Schwierigkeit auf, die nicht angebbare Kovarianz der Fehler zweier Übertragungsfunktionen zu berücksichtigen.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, den Rauschanteil von  $X(t)$  und  $Y(t)$  durch eine räumliche Glättung zu beseitigen. Bei der Auswertung weltweiter Variationsfelder wie Dst und Sq hat es sich bewährt, hierzu eine Entwicklung nach Kugelfunktionen vorzunehmen, bei der Auswertung von Bays in mittleren Breiten eine Entwicklung nach einem Polynom (WEIDELT, 1978; S. 75). Ausgehend von der Annahme, daß das störende Rauschen in den magnetischen Horizontalkomponenten räumlich inkohärent ist, wird es bei einem Ausgleich über die Beobachtungen an mehreren Stationen verschwinden.

Rotationen der horizontalen Koordinaten in ausgezeichnete Richtungen sowie Maßnahmen zur Ausschaltung oberflächennaher Inhomogenitäten sind bereits Teil der Interpretation und sollen nur kurz behandelt werden. Rotationen sind in solchen Fällen angezeigt, in denen das magnetische Variationsfeld einen deutlich richtungsgebundenen anomalen Anteil aufweist. Als besonders gute Indikatoren für ausgezeichnete Richtungen haben sich die Perturbationspfeile erwiesen. Sie erfassen die anomalen Anteile der Horizontalkomponenten und sollten unabhängig von der Richtung der Anregung senkrecht zum Streichen langgestreckter Strukturen sein, sofern es solche gibt.

Auch die in Abschnitt 5 erwähnte Transformation auf Hauptachsen kann in den resultierenden Richtungswinkeln der Transformation Hinweise auf ausgezeichnete Richtungen geben, insbesondere auf Richtungen minimaler Fehler. Hier wird ein Zusammenhang mit den von HAAK (1972) eingeführten Richtungen minimaler und maximaler Kohärenzen gesehen.

Abschließend seien jene noch nicht in jeder Hinsicht erfolgreichen Versuche erwähnt, lokale Verzerrungen des erd-elektrischen Feldes durch oberflächennahe Inhomogenitäten zu eliminieren (HEMPFLING, 1977). Durch Felder mit einer gut bekannten globalen Verteilung, wie etwa Sq, wird eine von der inneren Widerstandsverteilung unabhängige Beziehung zwischen dem vertikalen Magnetfeld und dem horizontalen erd-elektrischen Feld festgelegt. Abweichungen von diesen Beziehungen deuten auf lokale Widerstandsanomalien, wobei angenommen wird, daß sie nur das erdelektrische Feld verändern.



Tatsächlich haben sich solche Abweichungen als näherungsweise frequenzunabhängig und phasentreu erwiesen, wie man es für eine lokale, oberflächennahe Anomalie erwartet. Sie sind versuchsweise aus dem Periodenbereich des Sq-Ganges auf Baystörungen übertragen worden und konnten deren magnetotellurische Impedanz in gewissen Fällen "entzerren", d.h. eine mit einem geschichteten Untergrund vereinbare Impedanz erzeugen. LARSEN (1975) ist zu ähnlichen Ergebnissen bei Untersuchungen des erdelektrischen Feldes auf ozeanischen Inseln gekommen.

## 7. Zusammenfassung

Die Auswertung besteht im wesentlichen in der Vorbereitung und Durchführung einer Frequenzanalyse ausgewählter Zeitintervalle ("Effekt") mit dem Ziel, Übertragungsfunktionen zu berechnen. Schätzwerte der quadratischen Spektren werden dabei sowohl durch glättende Spektralfenster als auch durch Summierung der geglätteten Spektren von individuellen Zeitintervallen erhalten. Eine besondere Form der Glättung erlaubt es, Intervalle unterschiedlicher Länge einzubeziehen.

Fehlergrenzen der Übertragungsfunktionen werden aus den statistischen Verteilungsfunktionen für Spektralwerte abgeleitet und nicht aus der Streuung von Übertragungsfunktionen einzelner Effekte oder Effektgruppen. Bei der Wahl der Breite der Spektralfenster wird ein Ausgleich zwischen Genauigkeit und Frequenzauflösung angestrebt.

Analysen im Zeitbereich zur Bestimmung von Impulsantwortfunktionen werden nur im Sonderfall reeller und frequenzunabhängiger Übertragungsfunktionen vorgenommen und dann auch eigentlich nur in der Form von Voranalysen. In besonderen Fällen ist versucht worden, eine gesteigerte Frequenzauflösung über die Methode maximaler Entropie zu erreichen.

Systematische Fehler, die auf Rauschen in der als fehlerfrei angenommenen Horizontalkomponenten des Magnetfeldes beruhen, werden durch zyklische Vertauschung der Variablen oder durch räumliche Glättung der magnetischen Horizontal-

komponenten unterdrückt. Zur Vorbereitung der Dateninterpretation wird eine Rotation der horizontalen Koordinaten dann vorgenommen, wenn ein anomaler Anteil der magnetischen Variationen vorliegt und die zugehörigen Übertragungsfunktionen eine langgestreckte Anomalie anzeigen.

Ist eine Anomalie der erdmagnetischen Variationen nicht erkennbar, wird der mögliche Einfluß oberflächennaher Anomalien auf die erdelektrischen Variationen durch ein Verfahren abgeschätzt, daß auf Beziehungen zwischen den erdmagnetischen Z-Variationen und dem regionalen erdelektrischen Feld für eine vorgegebene räumliche Struktur des induzierenden Feldes beruht. Es wird das Ziel weiterer Untersuchungen sein festzustellen, ob die Berücksichtigung solcher Anomalien richtungsunabhängige Impedanzen ergibt oder ob sich in einer verbleibenden Richtungsabhängigkeit eine Anisotropie der Leitfähigkeit im tieferen Untergrund abzeichnet.

#### Anhang: Berechnung optimaler Trapezfilter

Zur Vorbehandlung von Daten wird ein numerischer Tiefpaß-Trapezfilter gesucht, dessen Länge  $\tau$  und Steilheit  $\Delta f^{-1}$  für eine vorgegebene Abschneidefrequenz  $f_0$  optimal sind. Dies bedeutet, die Durchlaßwerte des Filter sollen sich der idealen Durchlaßfunktion

$$\tilde{w}(f) = \begin{cases} 1 & |f| < f_1 \\ (f_2 - f) / \Delta f & f_1 < |f| < f_2 \\ 0 & |f| > f_2 \end{cases} \quad (A1)$$

eines Trapezfilters möglichst gut anpassen;  $\Delta f = f_2 - f_1$ ,  $f_0 = (f_2 + f_1) / 2$ .

Zur idealen Durchlaßfunktion gehört als Fouriertransformierte die Filterfunktion

$$w(t) = 2 \int_0^{\infty} \tilde{w}(f) \cos(2\pi ft) df = 2f_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin \beta}{\beta} \quad (A2)$$

mit  $\alpha = 2\pi f_0 t$  und  $\beta = \pi \Delta f t$ . Für den Grenzfalle  $\Delta f \rightarrow 0$  und



$\sin \beta / \beta = 1$  wird sie zur Filterfunktion eines Rechteckfilters, für  $f_1 \rightarrow 0$  und  $f_0 = 2\Delta f$  zur Filterfunktion eines Dreieckfilters.

Zur Anwendung auf diskrete Werte einer Zeitreihe nach Gl.(4) mit der Nyquist-Frequenz  $f_N = (2\Delta t)^{-1}$  wird  $w(t)$  im Intervall  $|t| \leq \tau$  durch  $(2N+1)$  Filtergewichte

$$w_n = \frac{f_0}{f_N} \frac{\sin \alpha_n}{\alpha_n} \frac{\sin \beta_n}{\beta_n} \quad (A3)$$

dargestellt. Dabei ist  $w_n$  der mit  $\Delta t$  multiplizierte Wert von  $w(t)$  zur Zeit  $t = n \Delta t$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) und  $\tau = N \Delta t$ . Außerhalb der Intervalle werden die Filtergewichte gleich Null gesetzt:  $w_n = 0$  für  $|n| > N$ .

Eine diskrete Fouriertransformation der Filtergewichte ergibt die so definierten Durchlaßwerte

$$\tilde{w}_m = w_0 + 2 \sum_{n=1}^N w_n \cos \left( \frac{2\pi n m}{N} \right) \quad (A4)$$

des Filters für die Frequenzen  $m/\tau$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, N/2$ ).

Durch die Begrenzung des Filters auf ein Intervall endlicher Länge entstehen folgende Abweichungen von der idealen Durchlaßfunktion: (i) Der Durchlaßwert  $\tilde{w}_0$  für die Frequenz Null ist ungleich Eins; (ii) in der Umgebung der Abschneidefrequenz kommt es zum "Überschwingen" der Durchlaßwerte. Beide Defekte bedingen einander, d.h. ein Filter ohne Überschwingen wird auch den Durchlaßwert  $\tilde{w}_0 = 1$  besitzen. Die Umkehr dieses Schlusses wird nun zur Auffindung optimaler Filter ohne Überschwingen angewandt:

Für vorgegebene Werte von  $f_0$  und  $\tau$  werde die Steilheit  $\Delta f^{-1}$  so bestimmt, daß sich  $\tilde{w}_0 = 1$  ergibt in der Erwartung, dadurch ein Überschwingen der Durchlaßwerte zu unterbinden. Die Erfahrung zeigt, daß dies tatsächlich gelingt für  $2f_0 \tau \approx 1, 2, \dots$ .

Zur Erfüllung der genannten Bedingung werden die Nullstellen der Funktion  $y(x)$  im Intervall  $0 < x < 1$  aufgesucht mit  $y = 1 - \tilde{w}_0$  und  $x = \Delta f / (2f_0)$ ;  $x = 0$  entspricht einem Recht-

eckfilter und  $x = 1$  einem Dreieckfilter. Durch Einsetzen von Gl. (A3) in Gl. (A4) für  $m = 0$  ergibt sich

$$y(x) = 1 - \frac{f_0}{f_N} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^N \frac{\sin \alpha_n}{\alpha_n} \frac{\sin \beta_n}{\beta_n} \right\} \quad (\text{A5})$$

mit  $\alpha_n = q\pi n/N$ ,  $\beta_n = x\alpha_n$  und  $q = 2\tau f_0$ .

Für ganzzahlige Werte von  $q$  besitzt  $y(x)$  gerade  $q$  Nullstellen, deren Lage von  $q$  selbst und geringfügig auch von dem Verhältnis  $f_0/f_N$  abhängt. Um dies zu zeigen sei  $y(x)$  aus der vollständigen, bei  $t = \tau$  abgebrochenen Filterfunktion (A2) abgeleitet:

$$y(x) = 1 - 2 \int_0^{\tau} w(t) dt = 1 - \left[ \frac{1+x}{x\pi} \left\{ \frac{\cos V}{V} + \text{Si}(V) \right\} - \frac{1-x}{x\pi} \left\{ \frac{\cos U}{U} + \text{Si}(U) \right\} \right]$$

mit  $U = \pi q(1-x)$  und  $V = \pi q(1+x)$ .

Speziell für die Randwerte  $x = 0$  und  $x = 1$  gilt ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

$$y(0) = 1 - \frac{2}{\pi} \text{Si}(q\pi) \approx \begin{cases} \frac{2(-1)^n}{n\pi^2} & q = n \\ 0 & q = n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

und

$$y(1) = 1 + \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1 - \cos(2q\pi)}{q\pi} - 2 \cdot \text{Si}(2q\pi) \right\} \approx \frac{1}{q\pi^2} \quad \begin{cases} q = n \\ q = n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

mit den Näherungen  $\text{Si}(\pi n) \approx \pi/2 - (-1)^n/\pi n$  und  $\text{Si}\{\pi(n - \frac{1}{2})\} \approx \pi/2$ .

Der Randwert  $y(1)$  hat als Funktion von  $q$  keine Extrema, sondern besitzt Wendepunkte mit horizontaler Tangente für  $q = n$ . Da hier  $y(1) > 0$  gilt, ist  $y(1)$  für alle Werte von  $q$  positiv, während der andere Randwert  $y(0)$  bei  $q \approx n - 1/2$  das Vorzeichen wechselt. Die durch den Vorzeichenwechsel bedingte Nullstelle wandert bei Erhöhung von  $q$  vom Anfangspunkt  $x = 0$  in das Intervall hinein, so daß nach  $n$ -fachem Vorzeichenwechsel ebenso viele Nullstellen vorhanden sind. Zur Optimierung des Filters wird jeweils die Nullstelle mit dem kleinsten Wert von  $x$  genommen, um Filter größtmöglicher



Steilheit für gegebene Werte von  $q$  zu erhalten. Der genaue Wert von  $x$  wird dabei mit dem NEWTONschen Verfahren bestimmt.

Abb. 7 zeigt, wie sich die Steilheit als Funktion von  $q$  verändert. Man erkennt zum einen die zunehmende Steilheit  $\Delta f^{-1}$  für wachsende ganzzahlige Werte von  $q$  und zum anderen sprunghafte Änderungen der Steilheit bei halbzahligen  $q$ -Werten, wenn neue Nullstellen von  $y(x)$  hinzukommen. Man könnte in der Nähe solcher Sprungstellen Filter höchster Steilheit erhalten, die jedoch wieder zu Überschwingungen neigen. Optimale Filter ohne Überschwingen ergeben sich dann, wenn man die zu ganzzahligen  $q$ -Werten gehörenden Filterparameter  $\Delta f$  wählt, d.h. die Filterlänge so bemißt, daß  $q = 2\pi f_0$  etwa ganzzahlig ist. Abb. 8 zeigt nach diesem Verfahren berechnete Filter für  $f_0/f_N = 1:16$ .

#### Literatur

- BANKS, R.J.: Complex demodulation of geomagnetic data and  
X the estimation of transfer functions. X  
Geophys. J. 43, 87, 1975.
- CHAPMAN, S. und J. BARTELS: Geomagnetism. Clarendon Press,  
10495., 1940.
- COURTILLOT, V. und J.L. Le MOUËL: On the long period varia-  
X tions of the Earth's magnetic field. J. Geophys. Res.  
81, 2941, 1976.
- DRAEGERT, H.: Broad-band geomagnetic depth-sounding along an  
anomalous profile in the Canadian Cordillera. Ph. D.  
Thesis Univ. of British Columbia, Vancouver, 1973.
- GUNDEL, A.: Persönliche Mitteilung, 1976.
- GUNDEL, A.: Erdmagnetische Induktion in einer dreidimensio-  
nalen Salzstruktur. Diss. Math.-Nat. Fak. Univ. Göttingen,  
154 S., 1977.
- GUNDEL, A., E. STEVELING und J. WATERMANN: Erdmagnetische  
und magnetotellurische Sondierungen im Gebiet des mit-  
teleuropäischen Riftsystems, insbesondere dem Rhein-  
graben. Schlußbericht zum Vertrag Nr. 126-76 EGD.  
Institut f. Geophysik Univ. Göttingen, 34 S., 1978.

HAAK, V.: Magnetotellurische Bestimmung der Übertragungsfunktionen in Gebieten mit lateralen Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit. Z. f. Geophysik, 38, 85, 1972.

HEMPFLING, R.: Beobachtung und Auswertung tagesperiodischer Variationen des erdelektrischen Feldes in der Umgebung von Göttingen. Diss. Math.-Nat. Fak. Univ. Göttingen, 83 S., 1977.

JENKINS, G.M. und D.G. WATTS: Spectral analysis. Holden-Day, 525 S., 1968.

LARSEN, J.C.: Low frequency (0.1-6.0 cpd) electromagnetic study of deep mantle electrical conductivity beneath the Hawaiian islands. Geophys. J. 43, 17, 1975.

OTNES, R. und L. ENOCHSON: Digital time series analysis. Wiley and Sons, 1972.

PEČOVÁ, J., O. PRAUS und K. PEČ: Spatial distribution of long period geomagnetic variations over European area. Acta Geodaet. et Montanist. Acad. Sci. Hung. 12 (1-3), 407, 1977.

X SCHMUCKER, U.: Neue Rechenmethoden zur Tiefensondierung. In: Protokoll über das Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" in Rothenberge/Westf. (Hrsg. P. Weidelt). 1-39, Institut f. Geophysik d. Univ. Göttingen, 1971.

VAN DER WAERDEN, B.L.: Mathematische Statistik. Springer-Verlag, 360 S., 1971.

=> WEIDELT, P.: The inverse problem of geomagnetic induction. Z. f. Geophys. 38, 257 S., 1972.

WEIDELT, P.: Entwicklung und Erprobung eines Verfahrens zur Inversion zweidimensionaler Leitfähigkeitsstrukturen in E-Polarisation. Habilitationsschrift Math.-Nat. Fak. Univ. Göttingen, 161 S., 1978.

WIELADEK, R. und T. ERNST: Application of the method of least squares to determine impulse responses and transfer functions. Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., G-1 (110), 12 S., 1977.



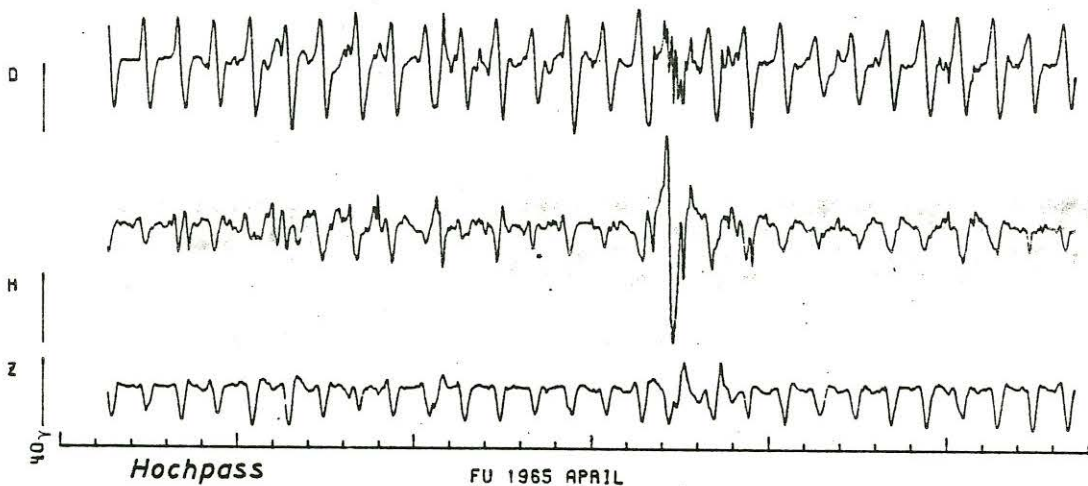
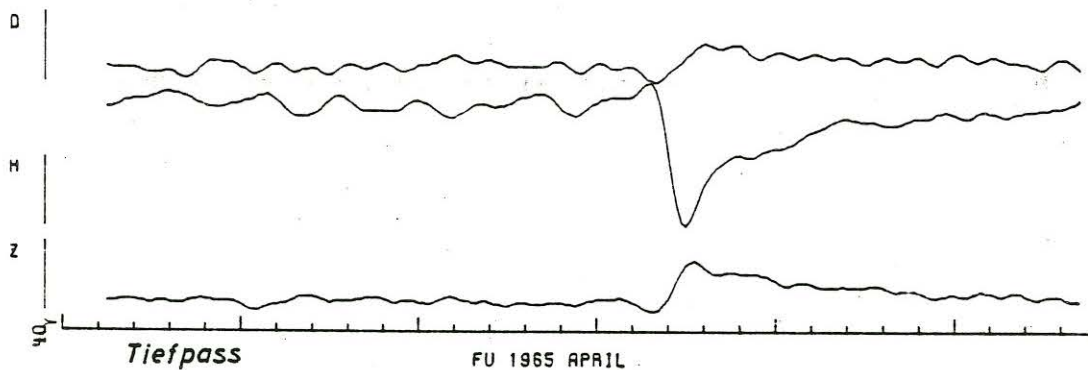
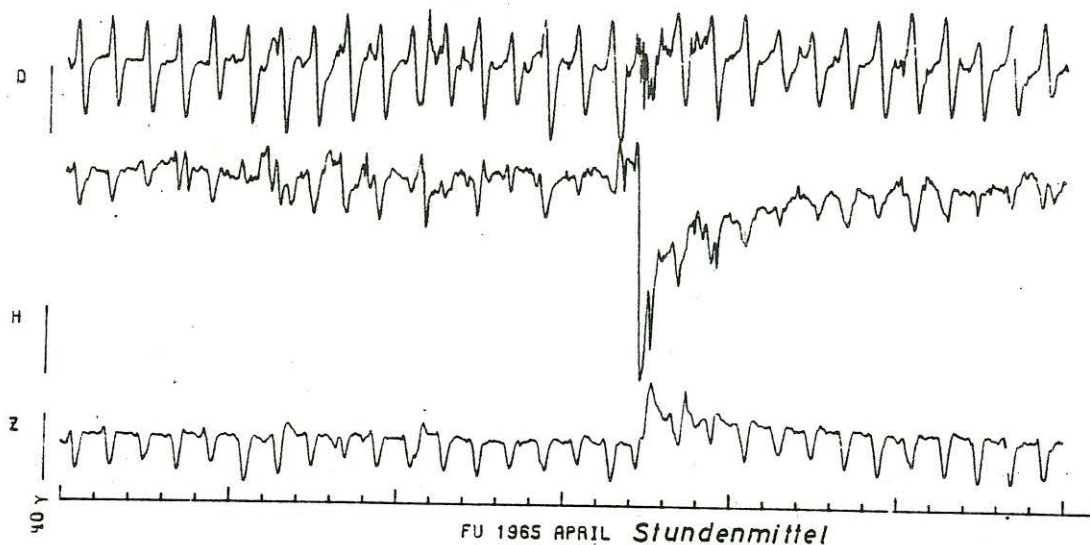


Abb.1: Stündliche Mittelwerte des erdmagnetischen Feldes im Monat April 1965 nach Beobachtungen des Observatoriums Fürstentfeldbruck (oben). Die langanhaltende Folge magnetisch ruhiger Tage wird durch einen Sturm in der Monatsmitte unterbrochen. - Durch einen numerischen Filter werden die tagesperiodischen Sq-Variationen (Hochpaß) von langsamen Ringstrom-Dst-Variationen (Tiefpaß) getrennt (unten). Die Abschneidefrequenz des Filters beträgt 0,75 cpd, die Filterlänge 64 h. In der Hauptphase des Sturms gelingt die Abtrennung von Sq durch den Hochpaß nur unvollständig.

Bramwald/Oberweser  
20 Sept. 1976

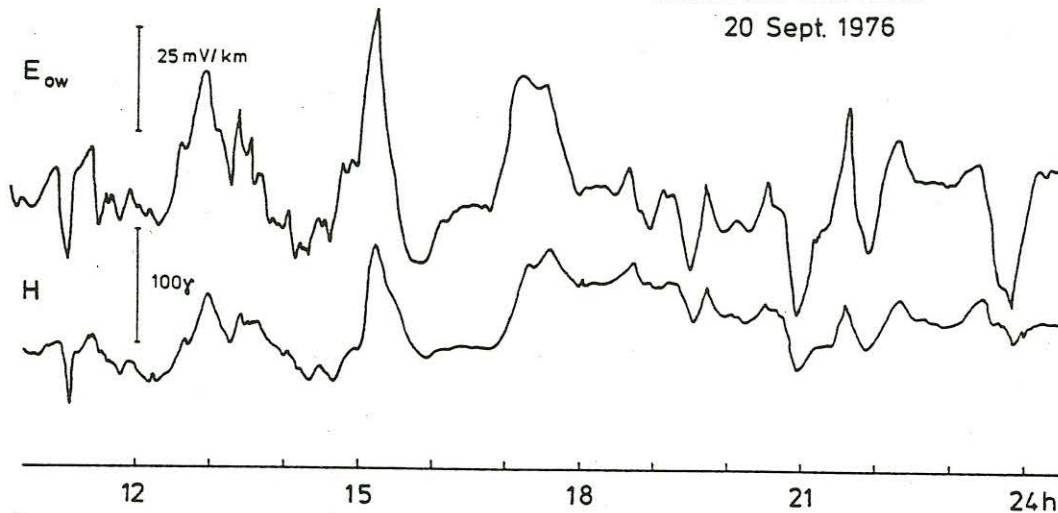


Abb.2: Erdmagnetischer Teilsturm nach Aufzeichnungen des erd-elektrischen und erdmagnetischen Feldes im Bramwald. Zu beach-ten ist der parallele zeitliche Verlauf von  $E_{ow}$  und  $H$ . Er zeigt an, daß ihre Impedanz im Periodenbereich des Teilsturms als fre-quenzunabhängig mit der Phase Null betrachtet werden kann. Dies erlaubt eine Voranalyse im Zeitbereich nach Gl.(3).

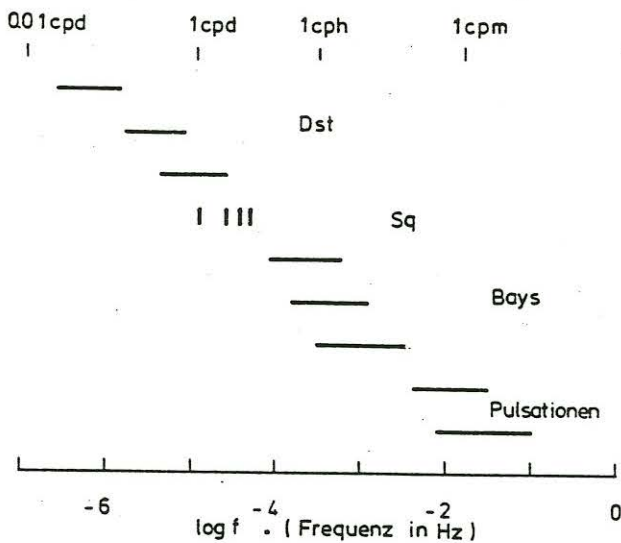


Abb.3: Frequenzintervall der Analy-sen für verschiedene Variationstypen.

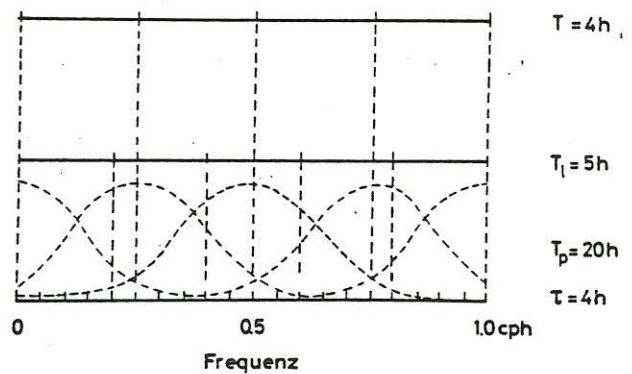


Abb.4: Anwendung eines PARZEN-Spektralfensters auf das Roh-spektrum eines Intervalls, des-sen Länge  $T_l$  kein Vielfaches von  $T = \Delta f^{-1}$  ist;  $\Delta f$  ist der Fre-quenzabstand der geglätteten Spektralwerte,  $T_p^{-1}$  der Frequenz-abstand der Fenstergewichte mit  $T_p$  als kleinstem gemeinsamen Vielfachen von  $T_l$  und  $T$ .



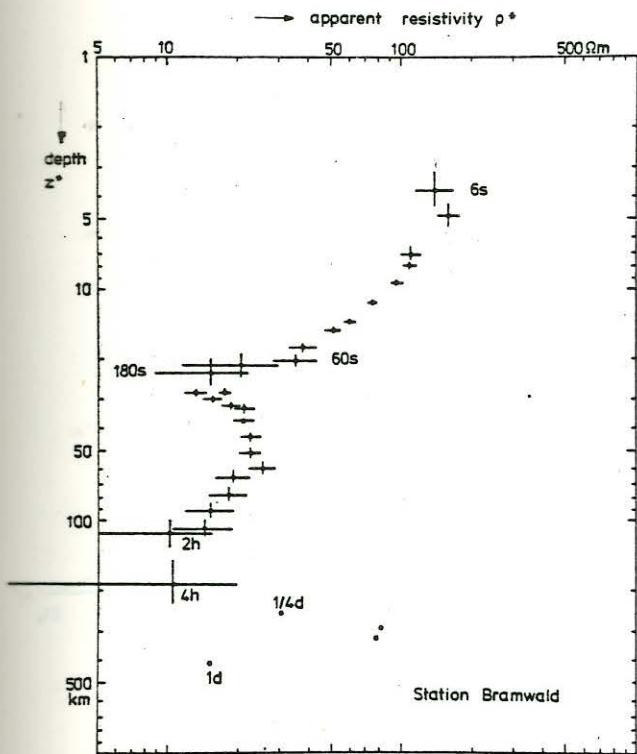


Abb.5: Aus Impedanzwerten von Pulsationen und Baystörungen abgeleitetes scheinbares Widerstandsprofil für die Erdkruste und den oberen Erdmantel nach Beobachtungen im Bramwald. Die gleitend erhöhte Bandbreite  $\Delta f$  der Analyse ist mit den resultierenden Fehlergrenzen der  $\rho^*$ - $z^*$  Werte abgestimmt worden, um eine in den gezeigten Einzelheiten signifikante Widerstandsverteilung zu erhalten. Aus GUNDEL et al., 1978.

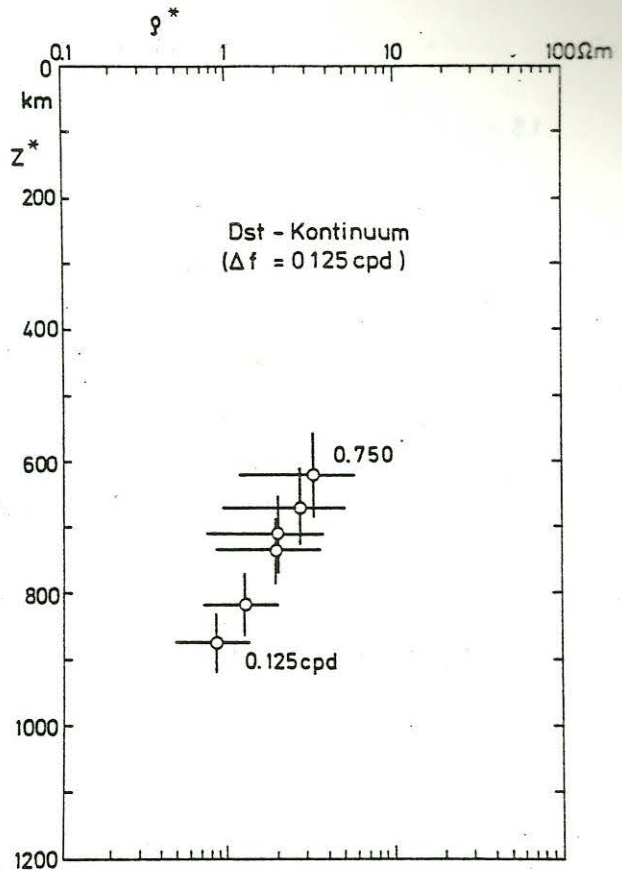


Abb.6: Aus den Übertragungsfunktionen von globalen Dst-Variationen abgeleitetes scheinbares Widerstandsprofil für den tieferen oberen Mantel bei konstanter Bandbreite  $\Delta f$  der Analyse. Die Breite  $\tau$  des PARZEN-Fensters und damit  $\Delta f = \tau^{-1}$  sind den gezeigten Fehlergrenzen ( $\beta=0.68$ ) durch Probieren angepaßt worden.

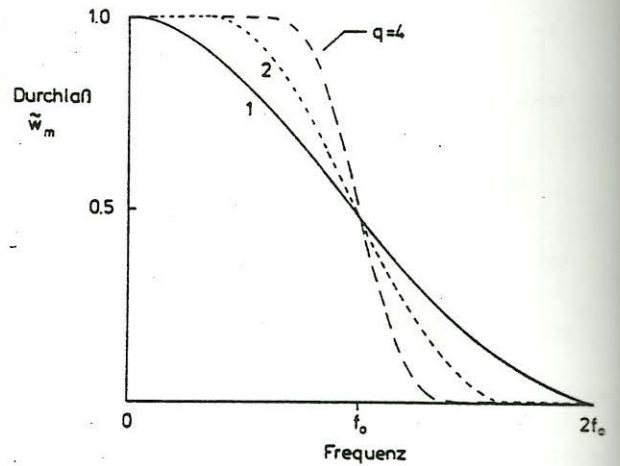
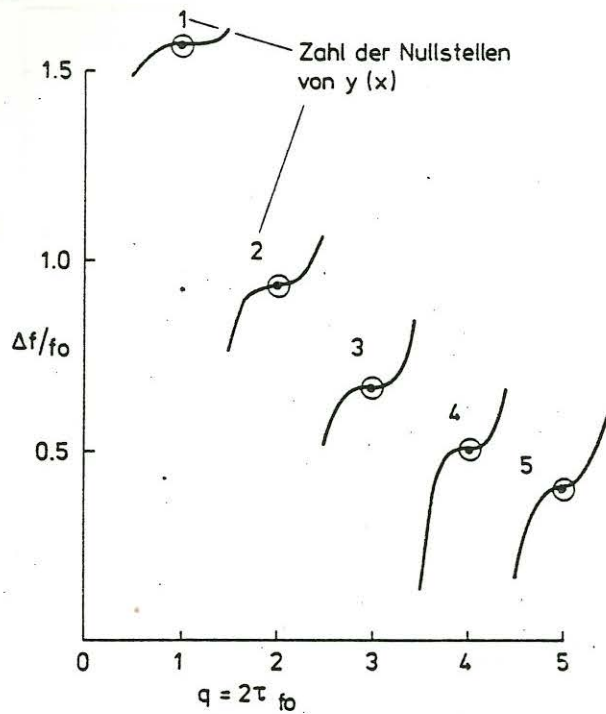


Abb.7: Reziproke Steilheit von Trapezfiltern in Abhängigkeit von  $q = 2\pi f_0 \tau$  ( $f_0$ -Abschneidefrequenz,  $\tau$  = Filterlänge;  $f_N/f_0 = 16$ ). Alle Filter besitzen den Durchlaßwert  $\tilde{w}_0 = 1$  für die Frequenz Null. Optimale Filter ergeben sich für ganzzahlige Werte von  $q$ , wobei die Steilheit der Filter  $\Delta f^{-1}$  mit wachsendem  $q$  zunimmt.

Abb.8: Trapezfilter mit der Abschneideperiode  $f_0 = 0.75$  cpd zur Trennung von tagesperiodischen Sq-Variationen und Ringstrom-Dst-Variationen (Abb.1). Die Filterlängen betragen 16, 32 und 64 h ( $q=1, 2$  und  $4$ ). Der Filter wird auf stündliche Mittelwerte angewandt mit  $f_0/f_N = 1:16$ .