cand. phys. E. VOELZ, Braunschweig

"Bestimmung von Übertragungsfunktionen zwischen normalen und anomalen magnetischen Variationen"

Dienstag, den 4. 3. 1969

Hauptsächlich von der Ionosphäre aus induzieren zeitlich sich ändernde Stromsysteme im elektrisch leitenden Erdkörper einen sekundären Stromwirbel, dessen Magnetfeld an der Erdoberfläche bestimmt werden kann. Angenommen, die Erde sei ein homogen geschichteter Halbraum und das induzierende Feld sei weiträumig homogen, dann heben sich an der Erdoberfläche die vertikalen Anteile des äußeren induzierenden und des inneren induzierten Feldes auf. Treten im Erdkörper Inhomogenitäten auf, so werden auch in der Z-Richtung Abweichungen gemessen. Von diesen Abweichungen in Z, ebenso wie von denen in H und D, kann gezeigt werden, daß sie in vielen Fällen näherungsweise linear von den ungestörten Horizontalkomponenten abhängen (siehe z.B. bei WIESE). In dieser Arbeit sollen die linearen Zusammenhänge mit einer Ausgleichsmethode untersucht werden. Dabei soll neben einem phasentreuen Anteil auch der Anteil betrachtet werden, der um 90° phasenverschoben ist.

Dieses von den ionosphärischen Stromsystemen hervorgerufenen Magnetfeld ist dem übrigen Erdmagnetfeld überlagert. Das Permanentfeld der Erde ist kaum veränderlich, so daß sich das zusätzliche, stark variable Feld leicht erkennen läßt, obwohl seine Amplituden kaum 1 v.T. des übrigen Erdfeldes betragen. Wegen der unterschiedlichen Frequenz läßt es sich leicht mit numerischen Filtern vom übrigen Feld trennen.

Eine Variation, also das Magnetfeld ohne primäres Innenfeld und Säkularvariation, setzt sich an einem Ort innerhalb einer Leitfähigkeitsanomalie zu einem festen Zeitpunkt zusammen aus dem äußeren normalen Anteil, dem dadurch induzierten normalen inneren Anteil, aus einem durch die Anomalie hervorgerufenen anomalen inneren Anteil und aus einem durch die

Inhomogenitäten des äußeren Feldes bewirkten anomalen äußeren Anteil. Das äußere induzierende Feld wird als weiträumig homogen angesehen, so daß der anomale äußere Anteil vernachlässigt werden kann. Weil man die normalen inneren und äußeren Anteile potentialtheoretisch lokal nicht eindeutig trennen kann, werden beide zu einem Normalanteil zusammengefaßt, so daß für die einzelnen Komponenten gilt:

$$\left.\begin{aligned} D &= D_n + \Delta D_i \\ H &= H_n + \Delta H_i \\ Z &= Z_n + \Delta Z_i = \Delta Z_i \;, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

letzteres, weil in Norddeutschland Z_n ungefähr verschwindet. Mit dem Index n werden die Normalanteile gekennzeichnet, Δ_i gibt die anomalen inneren Anteile der jeweiligen Komponenten an.

Von den Abweichungen kann gezeigt werden, daß sie näherungsweise linear von den normalen Horizontalkomponenten abhängen:

$$\Delta Z_i(t) = z_H\, H_n(t) + z_D\, D_n(t) \quad \text{usw.} \qquad (2)$$

Die Koeffizienten z_H und z_D werden, falls Phasenverschiebungen vernachlässigt werden, zu einer gerichteten Größe, dem Induktionspfeil, zusammengefaßt. Bei den bisher ausgewerteten Leitfähigkeitsanomalien hat es sich gezeigt, daß der Induktionspfeil nahezu senkrecht auf der Streichrichtung einer langgestreckten Anomalie steht. Seine Länge, die sich nur quer zur Streichrichtung ändert, kann in erster Näherung als ein Maß für die Stärke der Leitfähigkeitsanomalie angesehen werden.

Im allgemeinen Fall können die Koeffizienten z_H und z_D in einen phasentreuen Anteil und in einen um 90° phasenverschiebenden Anteil zerlegt werden, so daß schließlich gilt:

$$Z_i(t) = z_{WH}\, WH_n(t) + z_{UH} UH_n(t) + z_{WD} WD_n(t) + z_{UD} UD_n(t) \qquad (3)$$

$$\text{mit } z_H = \arg(z_{WH}) \sqrt{z_{WH}^2 + z_{UH}^2}\;. \qquad (4)$$

Für die anderen Komponenten gilt Analoges. Die z_{ij} heißen im folgenden Übertragungskoeffizienten, da sie einen Zusammenhang zwischen anomalen und normalen Anteilen in magnetischen

Registrierungen kennzeichnen. W und U sind die Filteroperatoren, die den phasentreuen Anteil und den um 90^{o} phasenverschiebenden Anteil aus der Zeitreihe $H_n(t)$ herausfiltern.

Behandelt wird im folgenden die von HESSE (1967) bereits mit der Methode der Induktionspfeile untersuchte Anomalie im Gebiet des Teutoburger Waldes. Zur Trennung der Variation vom übrigen Magnetfeld werden digitale Filter benutzt, wie sie zuvor von NAGEL beschrieben sind. Die im folgenden ausgewerteten magnetischen Stürme vom 25./26.III., vom 18./19. IV. und vom 08./09.VI. 1965 weisen besonders Frequenzen von einer und von zwei Stunden auf. Sie liegen digital ausgemessen in Abständen von drei Minuten vor. Wenn jeweils drei Werte zu einem gemittelt werden, dann bieten sich bei n = 12 Werten pro Filterintervall die Filter W_1W_1, U_1W_1 und W_2W_2, U_2W_2 an, um Perioden von 108 Min. und 54 Min. phasentreu und um 90^{o} phasenverschoben herauszufiltern.

Nach dem Herausfiltern der Variationen erfolgt die Trennung in den normalen und den anomalen Anteil. Dazu wird aus Messungen an ungestörten Orten ein normales Bezugssystem für die Anomalie gebildet, so wie die Messungen innerhalb des gestörten Gebietes aussehen würden, wenn die Anomalie nicht vorhanden wäre. Als ungestört gelten die Observatorien Wingst (Wn) und Fürstenfeldbruck (Fu). Ferner kann Göttingen (Gt) zur Bildung des Bezugssystems herangezogen werden, obwohl es innerhalb einer kleinräumigen D-Anomalie und in der norddeutschen H-Anomalie liegt. Für Gt sind die Abweichungen aber bekannt. Es zeigt sich, daß die Amplituden der ungestörten Messungen nahezu auf einer Geraden liegen und daß sie von Norden nach Süden abnehmen. Durch Interpolation auf dieser Geraden, die die Amplitudenabnahme des normalen Anteiles von Norden nach Süden beschreibt, kann man Lageausgleichskoeffizienten finden, die die Amplituden der Stationen Wn, Gt und Fu auf die Amplituden für Messungen an Orten innerhalb der Anomalie reduzieren, so als ob für diese Orte keine Anomalie vorhanden wäre. Das ungestörte Bezugssystem für einen bestimmten Ort erhalte ich anschließend durch Mittelung der durch die Lageausgleichskoeffizienten reduzierten Messungen von Wn, Gt und Fu. Damit ist das ungestörte Bezugssystem zurückgeführt auf Messungen an Orten, die alle außerhalb der zu untersuchenden Leitfähigkeitsanomalie liegen.

Abb. 1 zeigt die Abnahme der Amplituden des Normalfeldes von Norden nach Süden. Für Gt sind die anomalen Anteile abgezogen.

Abb. 2 zeigt die gemessene D-Komponente, das ungestörte Bezugssystem dazu und die anomale Abweichung ΔD; in Getmold (Get) während des magnetischen Sturmes am 25./26. III. 1965.

Abb. 3 zeigt das gleiche für die H-Komponente.

Nachdem die Normalanteile in der H- und der D-Komponente bestimmt sind, kann die Gleichung (3) exakt aus je vier Einzelmessungen zu vier verschiedenen Zeitpunkten gelöst werden. Da aber genügend lange Zeitreihen vorliegen, können diese Gleichungen nach einer Ausgleichsmethode gelöst werden, nämlich nach der Methode der kleinsten Quadrate. Angenommen, aufgrund der Ausgleichsrechnung sei jeder ausgeglichene Wert mit einem Fehler behaftet, dann hat jede einzelne Messung zu einer festen Zeit den Fehler F :

$$F(t) = \Delta Z_i(t) - z_{WH}\, WH_n(t) - z_{UH}\, UH_n(t) - z_{WD}\, WD_n(t) - z_{UD}\, UD_n(t). \qquad (5)$$

Nach der "Methode der kleinsten Quadrate" soll die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum werden, d.h. $\sum (F(t))^2$ soll ein Minimum für die Variablen z_{WH}, z_{UH}, z_{WD} und z_{UD} werden. Damit ergibt sich für jede einzelne Variable:

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left(\sum_t [F(t)]^2\right) = \sum_t \left[2F(t) \frac{\partial}{\partial z} F(t)\right]. \qquad (6)$$

Damit erhalte ich für die Abweichungen in Z, H und D jeweils vier Gleichungen für die vier Übertragungskoeffizienten:

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_t [\Delta Z_i(t) - z_{WH}\, WH_n(t) - z_{UH}\, UH_n(t) - z_{WD}\, WD_n(t) - z_{UD}\, UD_n(t)] \cdot WH_n(t) \\
0 &= \sum_t [\qquad \ldots \qquad] \cdot UH_n(t) \\
0 &= \sum_t [\qquad \ldots \qquad] \cdot WD_n(t) \\
0 &= \sum_t [\qquad \ldots \qquad] \cdot UD_n(t)
\end{aligned} \qquad (7)$$

Nachdem die Übertragungskoeffizienten bestimmt sind, kann der relative Fehler RF als ein Gütemaß für die Koeffizienten angesehen werden:

$$(RF_Z)^2 = \sum_t [F(t)]^2 / \sum_t [Z(t)]^2 \ . \qquad (8)$$

Ich habe die Übertragungskoeffizienten mit ihren "mittleren Fehlern der ausgeglichenen Werte einer Unbekannten" aus drei zeitlich verschiedenen magnetischen Stürmen (25./26.III., 18./19.IV. und 08./09.VI. 1965) für zwei Frequenzen mit den Perioden von 108 Min. und 54 Min. bestimmt. Die Abbildungen 3-6 zeigen, daß sich die einzelnen Ergebnisse für beide Frequenzen und für die drei Ereignisse sehr ähneln.

Abb. 3-6: Übertragungskoeffizienten zweidimensional aufgetragen.
Abb. 3 : z_{WH} über z_{UH} und z_{WD} über z_{UD} für die 108 Min.-Periode,
Abb. 4 : " " 54 Min.-Periode,
Abb. 5 : h_{WH} über h_{UH} und h_{WD} über h_{UD} für die 108 Min.-Periode,
Abb. 6 : " " 54 Min.-Periode.

Die einzelnen Ergebnisse für eine Station scheinen um einen Punkt zu streuen, wenngleich sie nicht gegenseitig in ihren Fehlergrenzen liegen, wie man hätte erwarten können. Die Mittelpunkte sind für jeden Ort verschieden, sie scheinen aber alle auf einer Geraden zu liegen, zumindest bei jedem Ereignis. Beide Frequenzen zeigen ähnliches Verhalten. Daraus kann man schließen, daß die Übertragungskoeffizienten für einen Ort und eine bestimmte Periode charakteristisch zu sein scheinen.

Abb. 7 zeigt einen Vergleich der Induktionspfeile längs eines Profils im Teuteburger Wald, deren Komponenten nach Gl. (4) bestimmt sind, mit denjenigen, die von HESSE (1967) nach dem Vektogrammverfahren für ähnliche Frequenzen - nämlich für Baistörungen - ermittelt worden sind; (——) nach der Ausgleichsmethode, (---) nach dem Vektogrammverfahren.

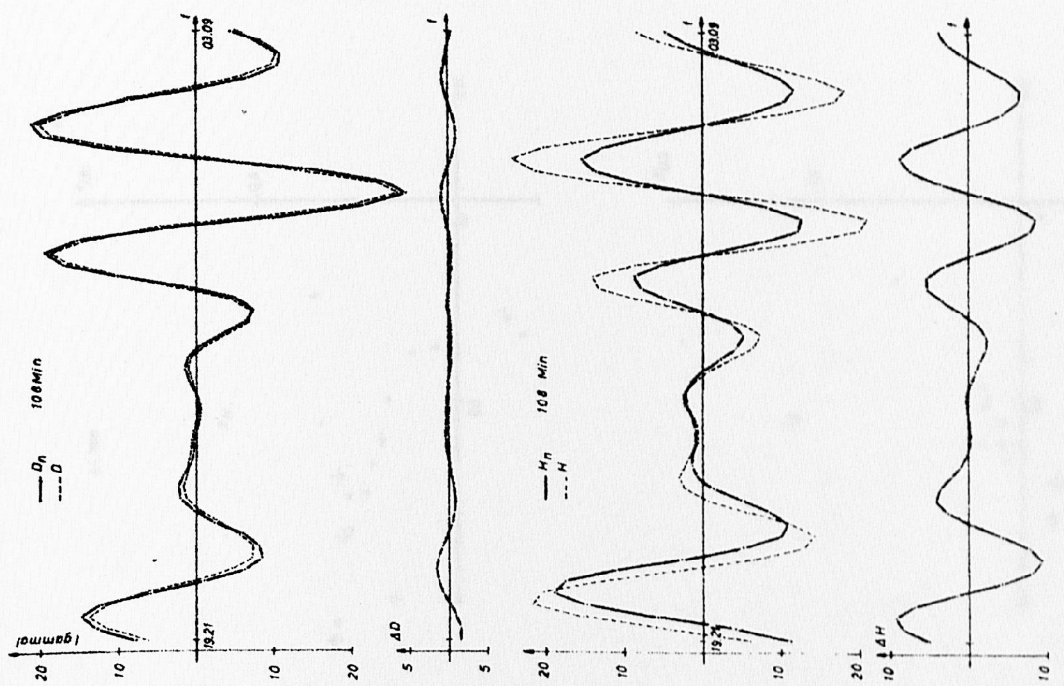
In Abb. 8 und 9 sind jeweils die Spitzen der Induktionspfeile eingetragen. Sie liegen auf einer Geraden, die mit der z_D-Achse (in einem magnetischen Nord-Ost-System entspricht die z_D-Achse der Ost-West-Achse) einen Winkel von 60^o einschließt.

Die Geraden, auf denen die Spitzen der Z-Pfeile liegen, scheinen parallel zu denen zu liegen, auf denen die H-Pfeile enden. Das bedeutet, daß die Abweichungen ΔZ und ΔH von den Normalanteilen H_n und D_n in gleicher Weise abhängen. Die D-Pfeile können nicht ermittelt werden, da die Abweichung ΔD in den Magnetogrammen verschwindend gering ist. Im allgemeinen stimmen die Ergebnisse mit denen von HESSE (1967) überein.

Gegenüber dem Vektogrammverfahren und dem Punktverfahren nach WIESE hat die vorliegende Methode den Vorzug, daß gerade Zeiten mit besonderer magnetischer Unruhe, z.B. Stürme, ausgewertet werden können, denn bisher sind hauptsächlich Baistörungen mit wohldefinierter Frequenz oder ruhige Variationen, deren Frequenzen gut erkennbar waren, ausgewertet worden. Ferner dürfte die Bestimmung mittels der Ausgleichsmethode vielseitiger und allgemeiner sein, da sie bestimmte willkürliche vorgegebene Frequenzen verarbeiten kann. Vor allem aber werden auch Phasenverschiebungen berücksichtigt. Allerdings ist ein nicht unbeträchtlicher Rechenaufwand erforderlich.

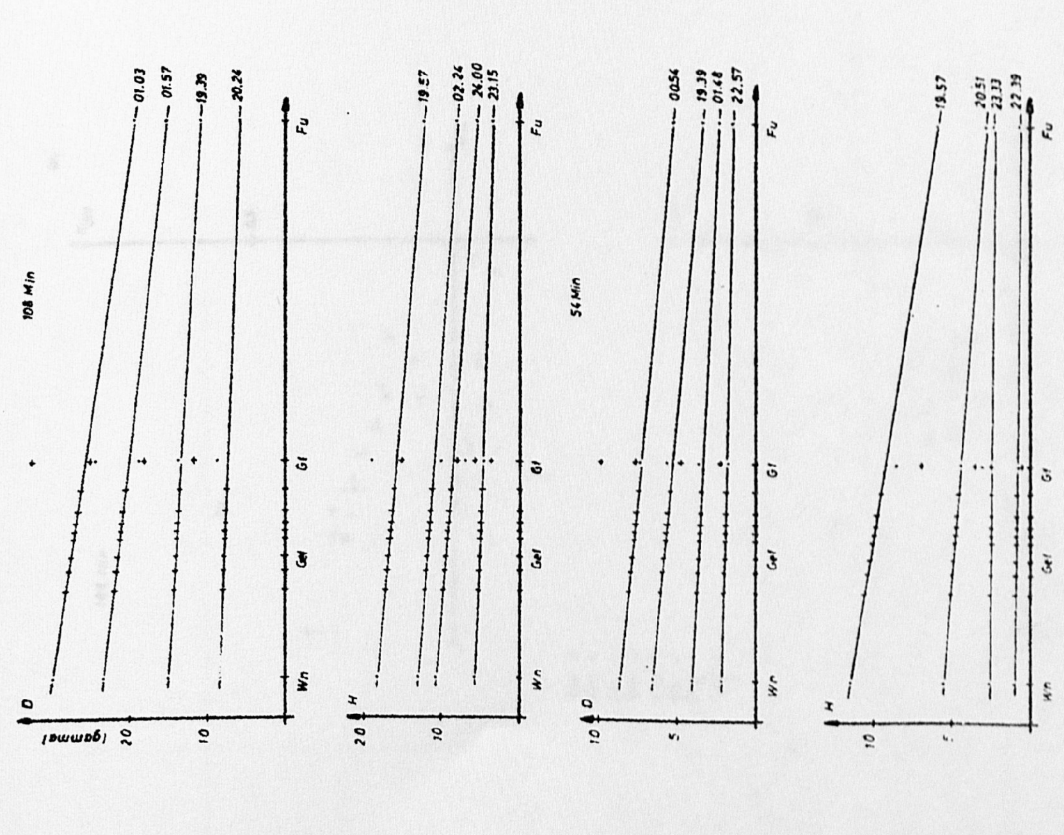
Literatur:

HESSE, D.: Diplomarbeit, Institut für Geophysik und Meteorologie, Braunschweig, 1967.



(gamma)
20
10
20
10
5
5
20
10
10
20
10
10
19.21
03.09
108 Min
D_n
D
ΔD
H_n
H
ΔH
108 Min
t

Abb. 2



(gamma)
108 Min
54 Min
D
H
D
H
Wn
Gel
Gl
Fu
01.03
01.57
19.39
20.24
19.57
02.24
24.00
23.15
00.54
19.39
01.48
22.57
19.57
20.51
23.33
22.39

Abb. 1

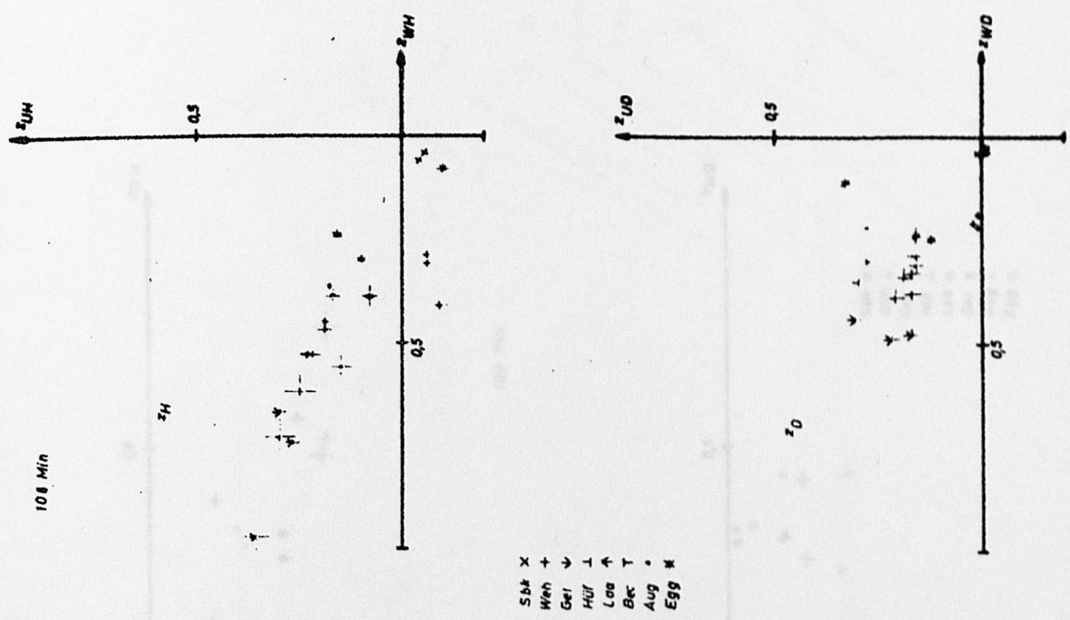

W₁
108 Min
z_UH
0,5
z_WH
z_H
0,5
z_UD
0,5
z_WD
z_D
0,5
Sbk ×
Weh +
Gel
Hül
Laa
Bec
Aug
Egg

Abb. 3

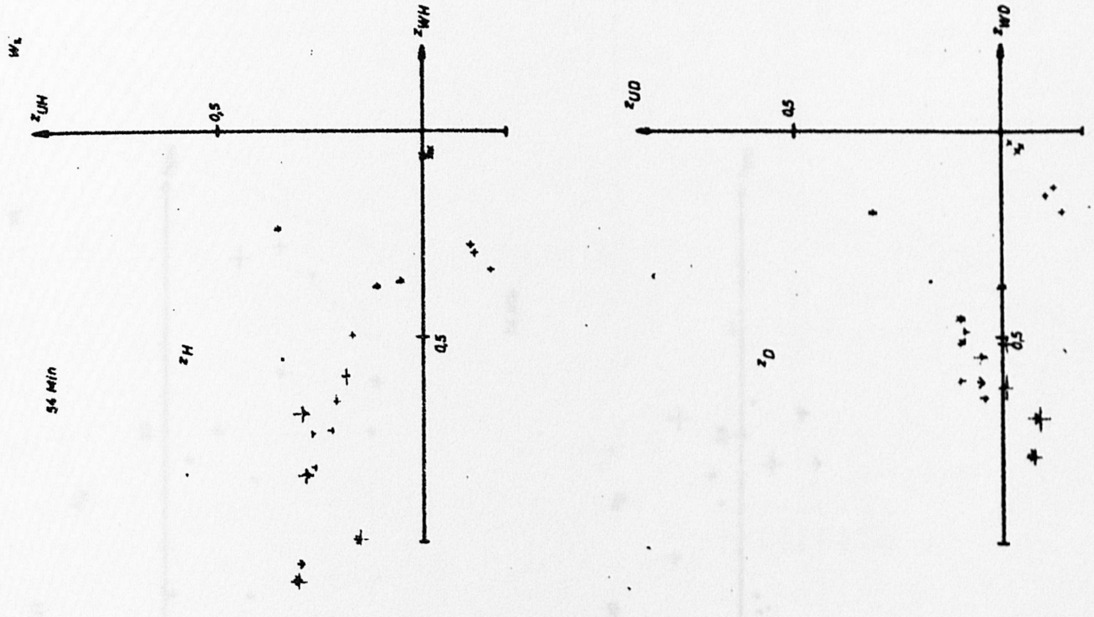

W₂
54 Min
z_UH
0,5
z_WH
z_H
0,5
z_UD
0,5
z_WD
z_D
0,5

Abb. 4

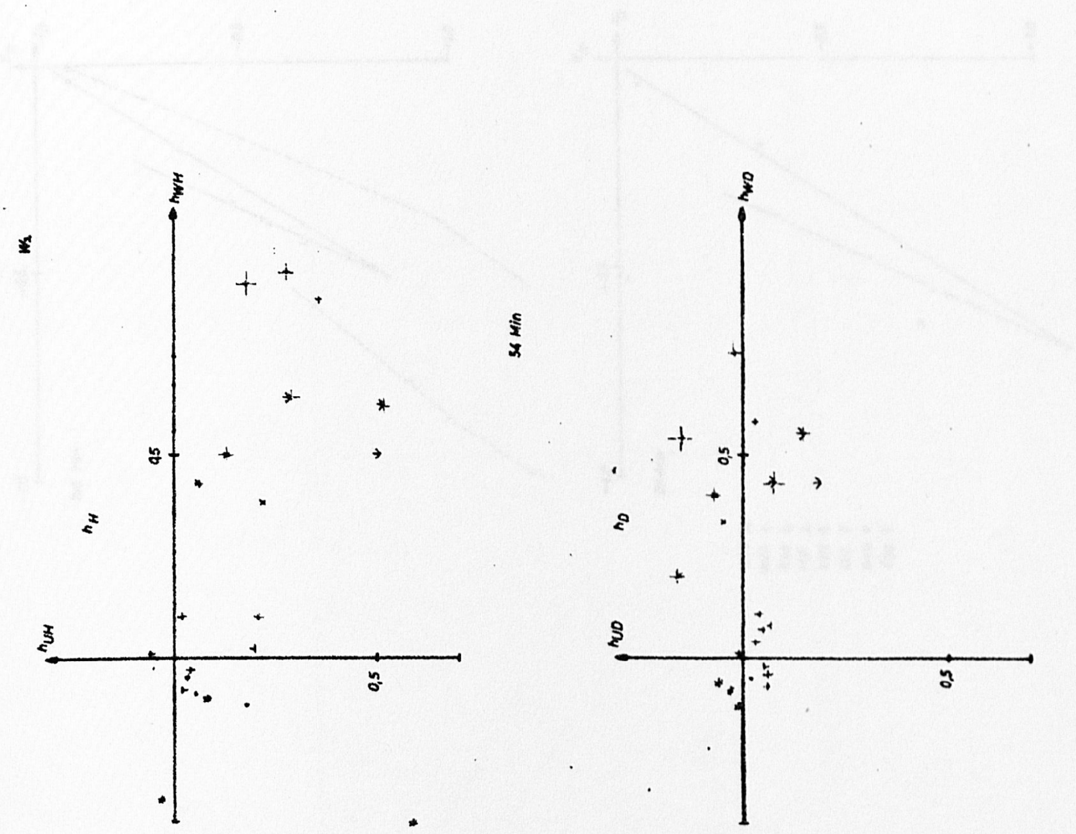


Abb. 6

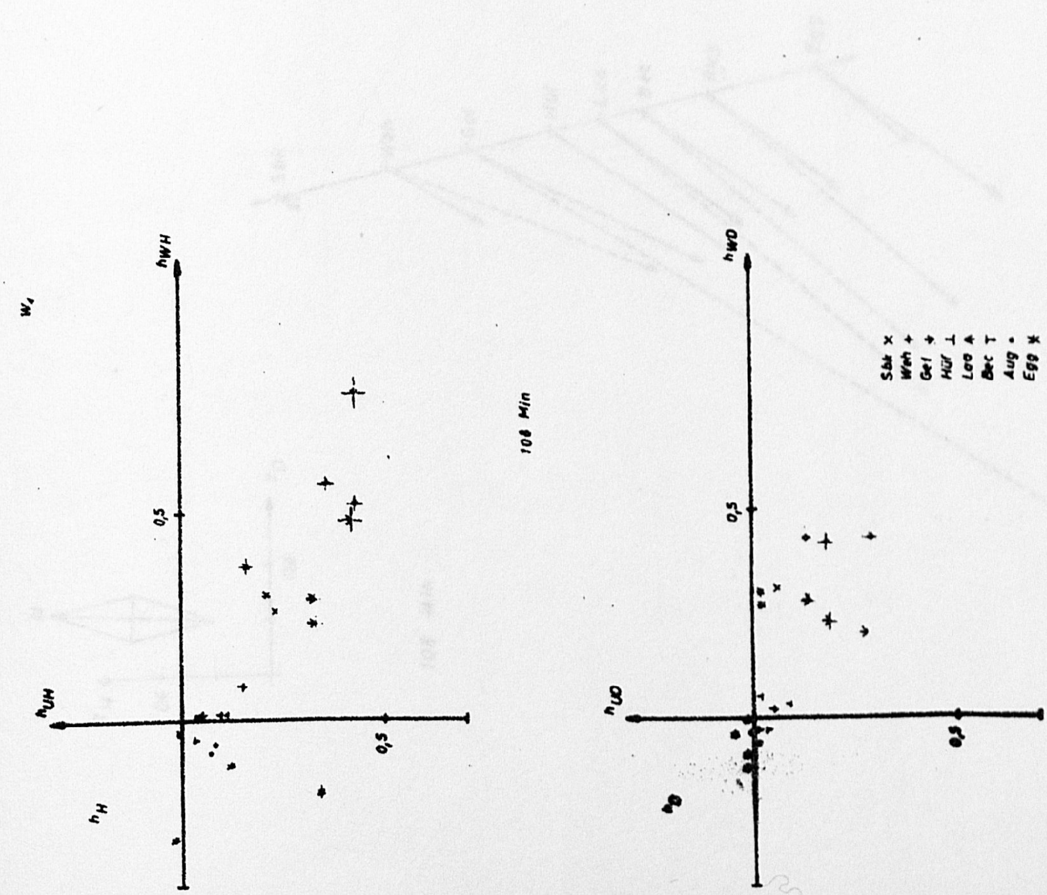
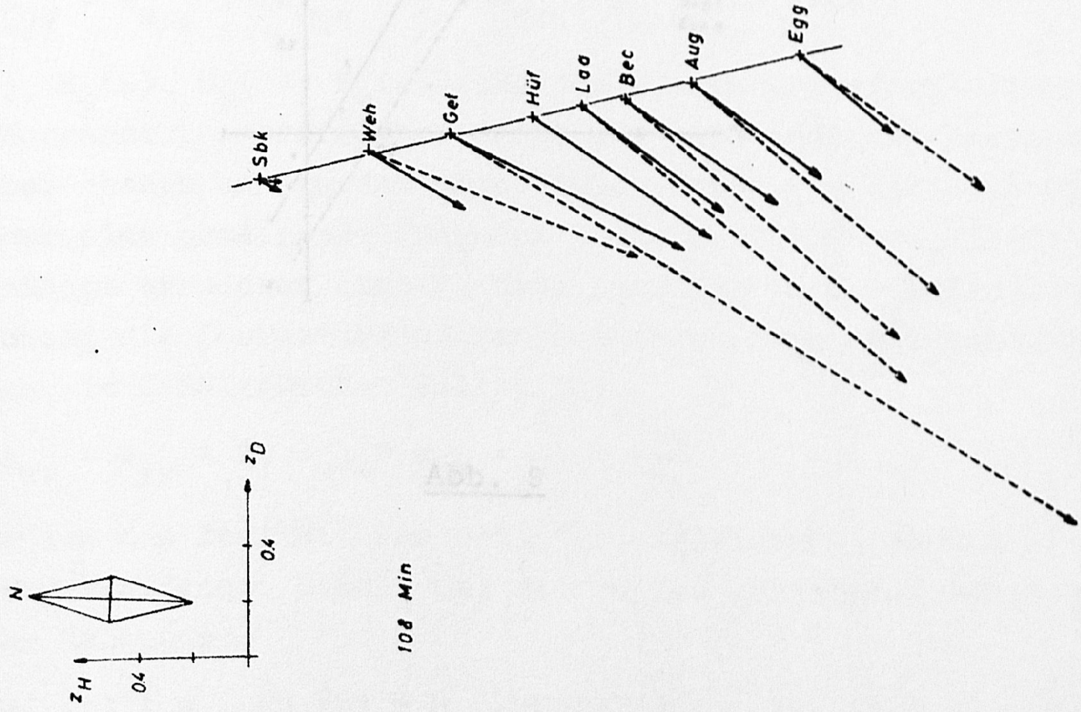
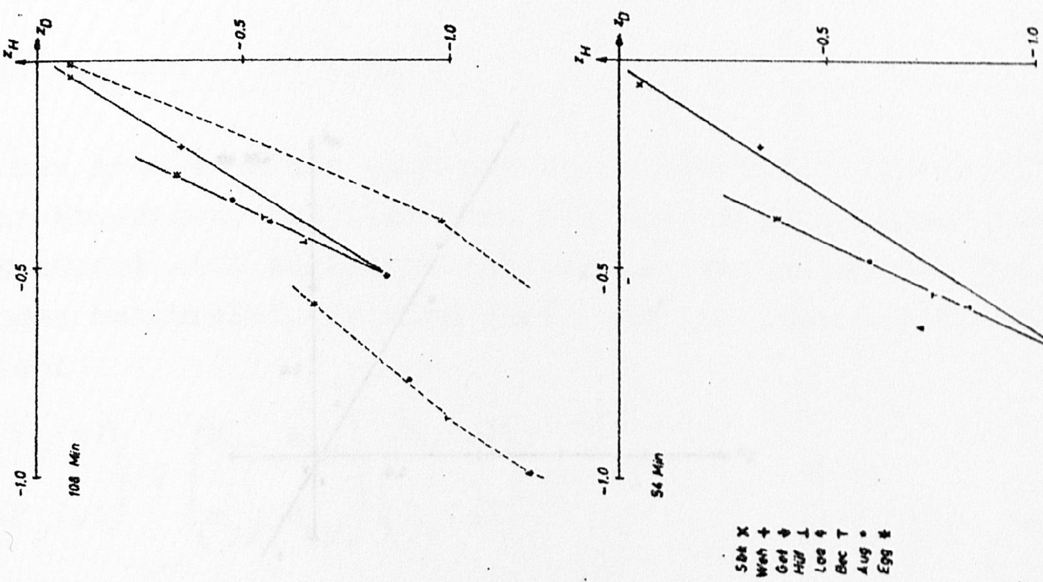


Abb. 5



Sbk
Weh
Gel
Hül
Laa
Bec
Aug
Egg
N
z_H
z_D
0.4
0.4
108 Min

Abb. 7



z_H
z_D
-0.5
-1.0
108 Min
54 Min
Sbk X
Weh +
Gel
Hül ⊥
Laa
Bec T
Aug
Egg

Abb. 8

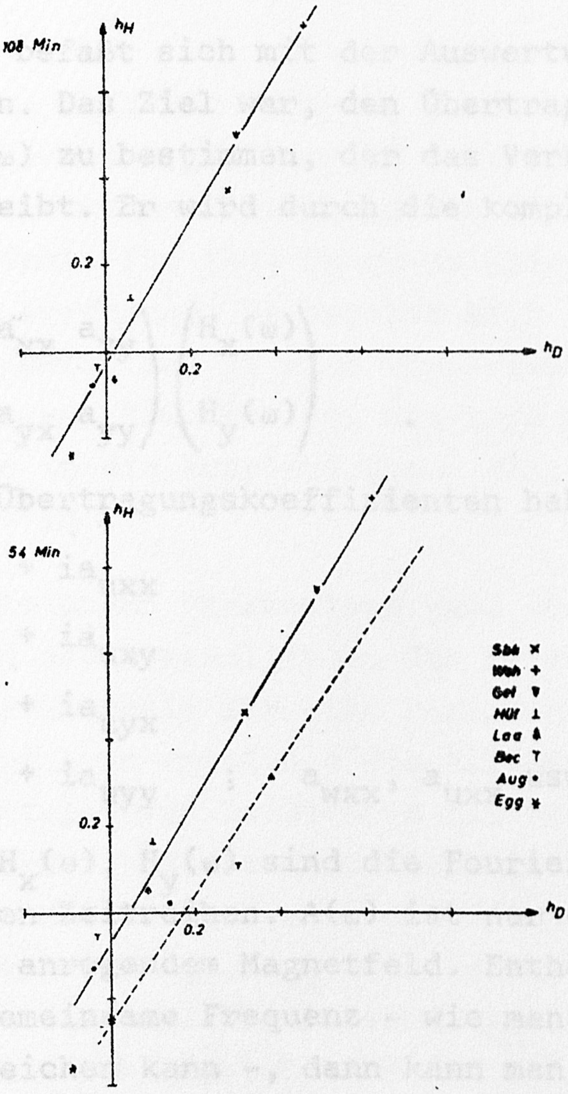

108 Min
h_H
0.2
h_D
0.2
54 Min
h_H
Sbh
Wah
Gel
Hül
Lae
Bec
Aug
Egg
0.2
h_D
0.2

Abb. 9