

P. SPITTA, Göttingen

"Modellversuche zur erdmagnetischen Induktion in metallischen Leitern"

Mittwoch, den 13.03.1974

1. Einleitung

Für die Deutung von Leitfähigkeitsanomalien bieten sich neben Modellrechnungen auch Modellexperimente an, die die Verhältnisse im kleinen nachbilden. Die dazu nötige Transformation der Parameter folgt aus den Maxwell-Gleichungen für quasistatische Verhältnisse: Der in der Natur auftretende Induktionseffekt läßt sich im Modell simulieren, wenn der Induktionsparameter

$$r = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{\rho}} \cdot d \quad (1)$$

(μ_0 = Permeabilität, ω = Kreisfrequenz, ρ = spez. Widerstand, d = charakteristische Länge, praktische Einheiten) der gleiche ist für Natur und Modell. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Modell haben DOSSO (1966) für das Magnetfeld eines Flächenstromes und DOSSO und JACOBS (1968) für das Feld eines Linienstromes über einem geschichteten Halbraum gezeigt.

Die Hauptschwierigkeiten bei der Realisierung bestimmter Modelle als Abbild natürlicher Verhältnisse sind die Beschaffung von Materialien mit dem richtigen Widerstandsverhältnis und die Vermeidung von Randeffecten, die die Messungen im Modell verfälschen können. DOSSO verwendet als Modellsubstanzen Graphit, Beton und Elektrolyte. Um meßbare Effekte zu erzielen, verwendet er Frequenzen bis zu 60 kHz. Randeffecte im elektrischen Feld versucht er durch Beschichten des Elektrolyt-Troges mit Graphit zu reduzieren. In meinen Versuchen bestehen die Modelle aus Aluminium, wegen der höheren Leitfähigkeit müssen die Frequenzen gemäß Gl.(1) kleiner gewählt werden. Aber ähnlich wie

bei DOSSO gibt es keine Möglichkeit, die induzierten Ströme außerhalb des Modells zurückfließen zu lassen, magnetische Randeffekte sind damit unvermeidlich.

2. Die Apparatur

Ein Blockschaltbild der Meßapparatur zeigt Abb.1. Das induzierende Magnetfeld wird durch eine große rechteckige Spule erzeugt. Sie ist 1,0 m breit, 2,0 m tief und 1,86 m hoch und wird durch einen Generator mit Leistungsverstärker mit dem nötigen Wechselstrom versorgt. Um einen möglichst großen Strom durch die Spule fließen zu lassen, bildet die Spule mit dem Kondensator C einen Serienresonanzkreis.

Die drei Komponenten des Gesamtfeldes unter der Spule werden mit drei kleinen Induktionsspulen abgetastet, die unter einem Laufwagen befestigt sind. Der Laufwagen wird auf einem Isolierstoffträger zwischen Stromsystem und Modell von einem Schnurzug gezogen. Ein Potentiometer, das durch die Schnur ebenfalls angetrieben wird, gibt die Position der Sonde an und dient als x-Eingang für den xy-Schreiber.

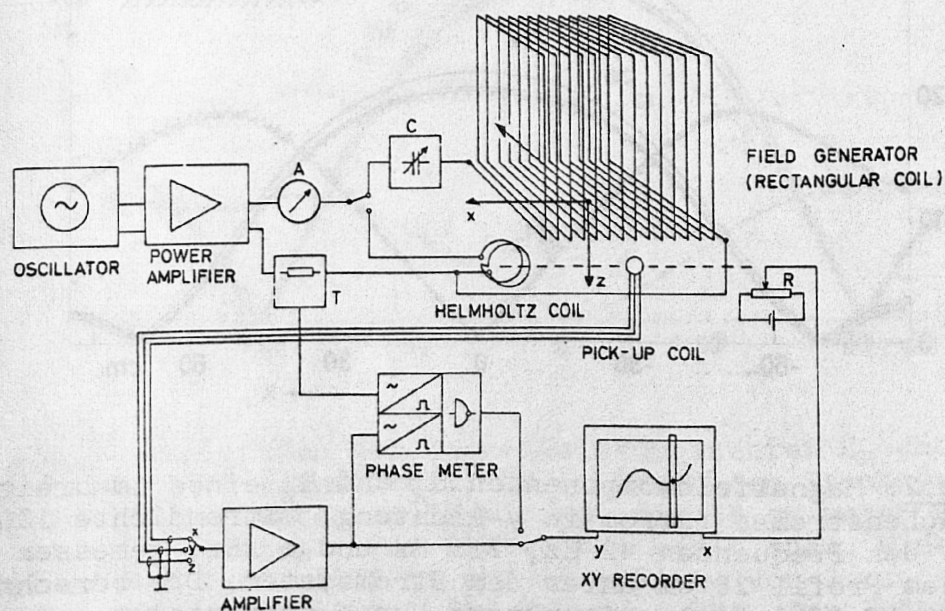


Abb.1: Blockschaltbild der Apparatur

Die induzierten Spannungen in der Sonde werden frequenzabhängig verstärkt, um den frequenzlinearen Gang der Induktionsspulen zu kompensieren, und auf dem xy-Schreiber als Amplitude über dem Profil aufgezeichnet. Die Spannung wird gleichzeitig dem Phasenmesser zugeführt. Die Bezugsspannung für die Phasenmessung wird an einem kleinen Widerstand im Primärkreis abgegriffen. Dieser Spannung und damit auch dem induzierenden Strom wird die Phase 0° zugeordnet. Die Phase zwischen 0° und 360° wird ebenfalls von dem xy-Schreiber aufgezeichnet. Zu Beginn jeder Messung wird die Sonde in eine kleine Helmholtzspule gefahren, die bei bekanntem Strom ein berechenbares Magnetfeld hat. Damit hat man die Möglichkeit, die Messung zu eichen und die Phase auf 0° abzugleichen.

Das Magnetfeld eines Flächenstromes für das Beobachtungsprofil läßt sich berechnen und mit der Messung vergleichen. In Abb.2 ist die gemessene Horizontalkomponente H_x und die Ver-

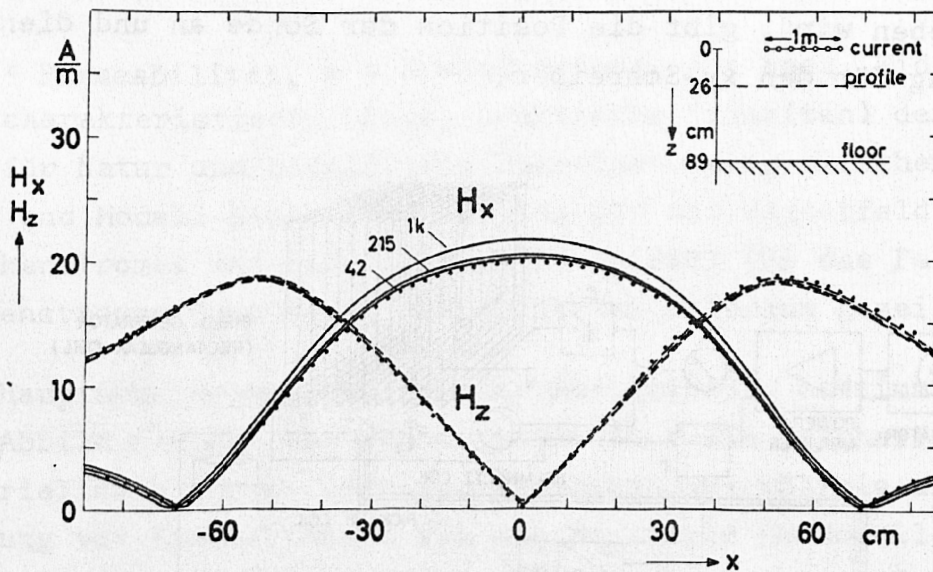


Abb.2: Magnetfeldkomponenten H_x und H_z eines 1m breiten Flächenstromes (Strom in y-Richtung, Stromdichte 100 A/m) mit den Frequenzen 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz, gemessen auf einem Profil 26 cm unter dem Stromsystem. Das berechnete Magnetfeld ist als gepunktete Kurve dargestellt.

tikalkomponente H_z verglichen worden mit den berechneten Werten, die gepunktet dargestellt sind. Die Richtung der Ströme im Flächenstrom ist die y-Richtung. Die beste Übereinstimmung findet man bei der niedrigsten Frequenz 42 Hz (s. SPITTA, 1973). Die Abweichung bei höheren Frequenzen lassen sich erklären durch Induktion im Stahlbetonfußboden.

3. Meßergebnisse

3.1 Aluminiumplatte

Als einfachstes Modell wurde eine Platte aus Reinaluminium gewählt von 1,74 m Länge, 1,56 m Breite und 2,0 cm Dicke mit einem spez. Widerstand von $2,8 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. Sie repräsentiert

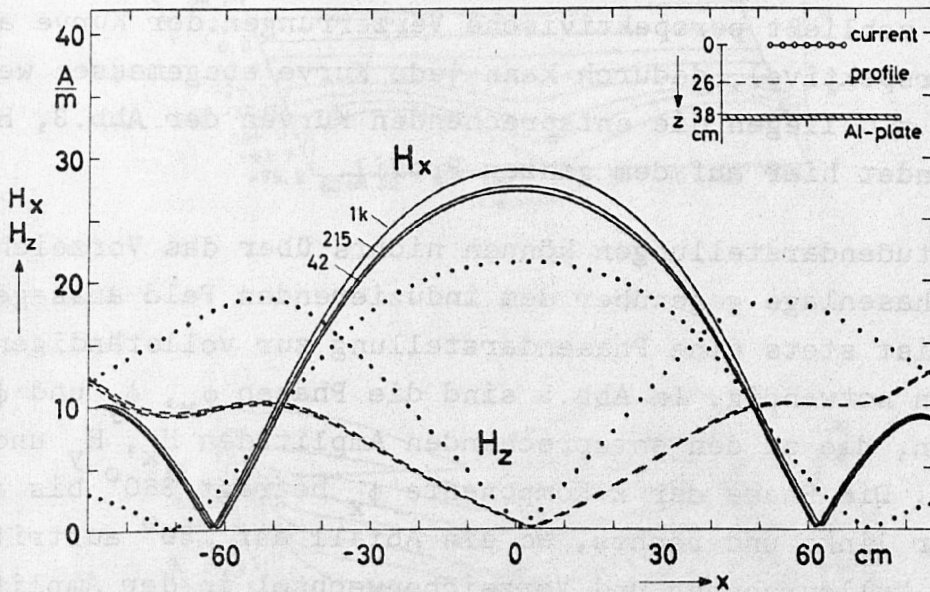


Abb.3: Amplituden der Magnetfeldkomponenten H_x und H_z , gemessen auf einem Profil 26 cm unter dem Stromsystem über einer Platte aus Aluminium, die 38 cm unter dem Stromsystem liegt. Die Platte hat einen spez. Widerstand von $2,8 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ und eine Dicke von 2 cm, die Frequenzen sind 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz. Der äußere Flächenstrom fließt in y-Richtung, die Stromdichte ist 100 A/m. Als Vergleich sind die Magnetfeldkomponenten ohne die Platte (für 1 kHz) als gepunktete Kurven dazu gezeichnet worden.

die gute Leitfähigkeit im Erdmantel. Für alle benutzten Frequenzen war die Eindringtiefe magnetischer Wechselfelder klein gegen die Dicke der Platte. Die Aluminiumplatte lag 38 cm unter dem Stromsystem, das ein Abbild der Ströme in der Ionosphäre darstellt. Die Stromrichtung ist wie bei Abb.2 die y-Richtung. Vergleicht man die Magnetfeldregistrierungen mit und ohne Platte, zeigt sich, daß durch die Anwesenheit der Platte die Horizontalkomponente H_x verstärkt, die Vertikalkomponente H_z dagegen geschwächt wird. Zum Vergleich sind die gemessenen Kurven für die Frequenz 1 kHz ohne Platte als gepunktete Kurven dazugezeichnet worden.

Dieses Modell habe ich bei etwas vergrößertem Abstand vom Stromsystem flächenhaft vermessen in den Komponenten H_x , H_y und H_z mit einer Frequenz von 215 Hz. Die Richtung des Flächenstromes ist die y-Richtung, die Stromdichte ist 100 A/m. 13 Profile liegen im Abstand 12,5 cm parallel zur x-Achse 66 cm unter dem Stromsystem, der Koordinatenursprung in x und y fällt mit dem Mittelpunkt der Aluminiumplatte zusammen. Die Darstellung in Abb.4 schließt perspektivische Verzerrungen der Kurve aus (Quasi-Perspektive), dadurch kann jede Kurve ausgemessen werden. Bei $y = 0$ liegen die entsprechenden Kurven der Abb.3, H_y verschwindet hier auf dem ganzen Profil.

Amplitudendarstellungen können nichts über das Vorzeichen und die Phasenlage gegenüber dem induzierenden Feld aussagen, deshalb ist stets eine Phasendarstellung zur vollständigen Information notwendig. In Abb.5 sind die Phasen ϕ_x , ϕ_y und ϕ_z aufgetragen, die zu den entsprechenden Amplituden H_x , H_y und H_z gehören. Die Phase der x-Komponente ϕ_x beträgt 360° bis auf die Ränder links und rechts, wo ein Abfall auf 180° auftritt, was einen Nulldurchgang und Vorzeichenwechsel in der Amplitude anzeigt. Die Phase der y-Komponente ϕ_y hat in zwei Quadranten 0° , in den anderen 180° , dazwischen sind die Übergänge fließend aufgrund der zu kleinen Amplituden, die das Auflösungsvermögen des Phasennessers herabsetzen. Die Phase der z-Komponente zeigt nur 180° und 0° mit Übergängen bei $x = 0$.

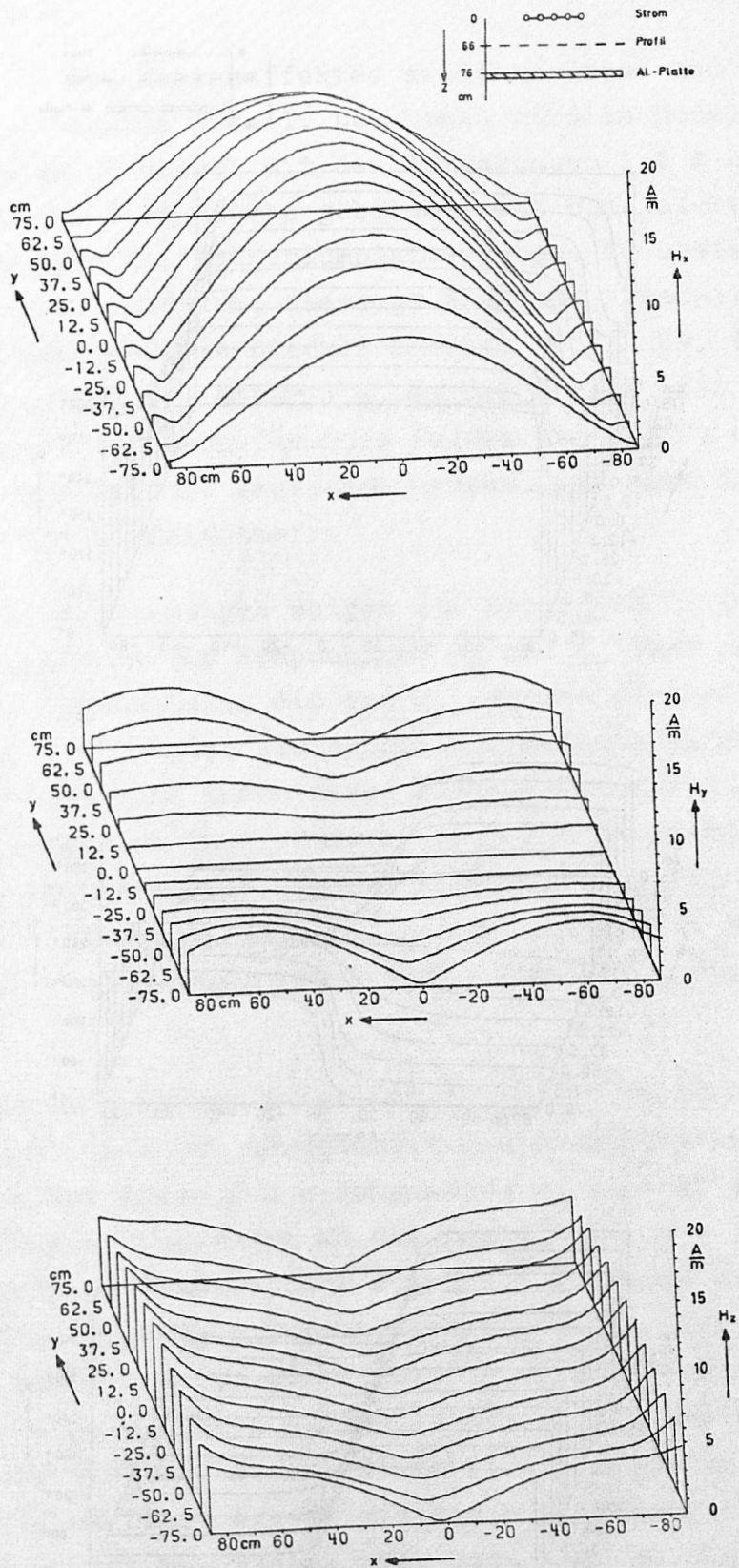


Abb. 4: Amplituden der Komponenten H_x , H_y und H_z über der Aluminiumplatte in quasiperspektivischer Darstellung.

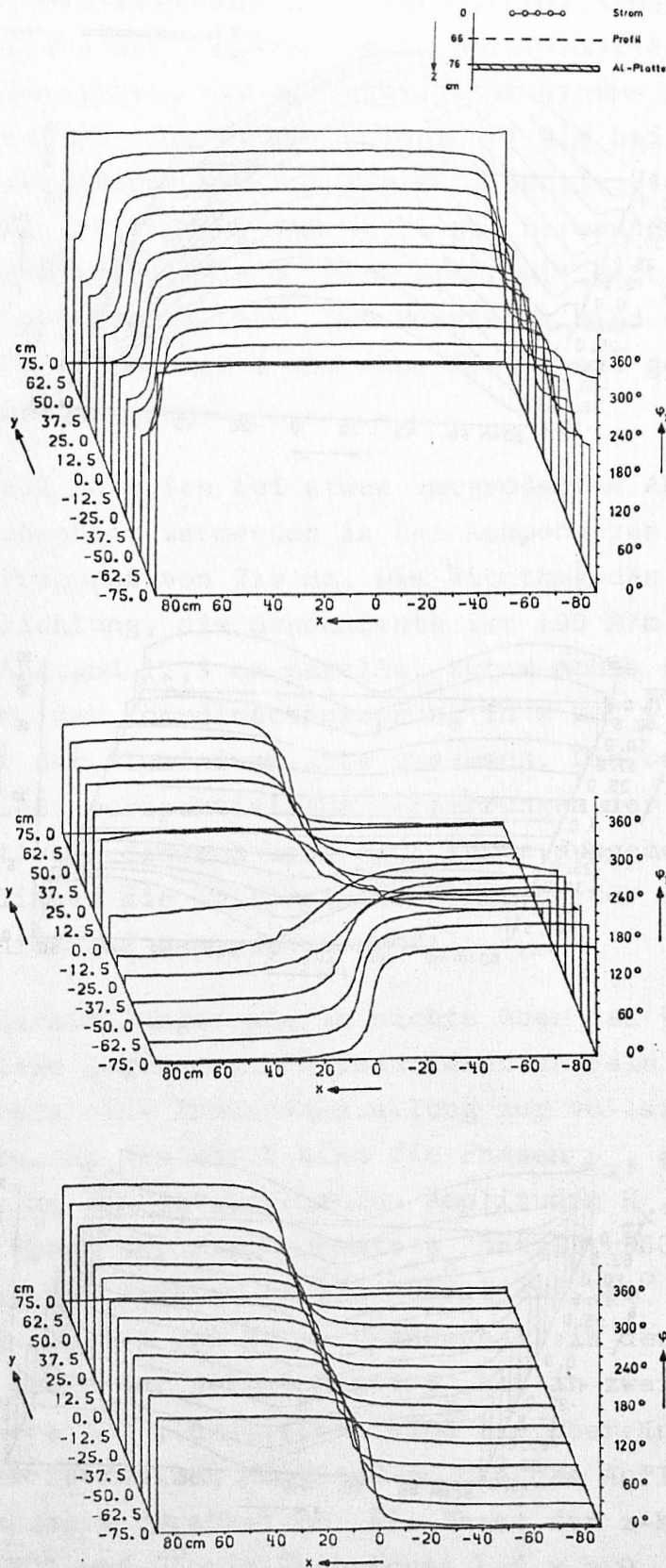


Abb.5: Phasenkurven ϕ_x , ϕ_y und ϕ_z für das gleiche Modell wie in Abb.4.

3.2 Kanteneffekt

Zur Simulation des Kanteneffektes zwischen Ozean und Kontinenten dient das nächste Modell. Der Ozean wird im Modell durch ein dünnes Aluminiumblech mit den Abmessungen 1,8 m Länge, 1,0 m Breite und 1 mm Stärke gebildet, das ohne elektrischen Kontakt 9 cm über der Aluminiumplatte liegt. Es erstreckt sich von $x = 0$ bis $x = -100$ cm, überragt also die Aluminiumplatte. Der spez. Widerstand des Bleches beträgt $5 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, ist also etwa um einen Faktor 2 höher als der der Platte. Für die benutzte Frequenz des induzierenden Feldes von 215 Hz kann das Blech als dünne Schicht angesehen werden, die Blechdicke ist klein gegen die Eindringtiefe.

Das Ergebnis der Messungen zeigen die Abb.6 und 7. In Abb.6 sind die Amplituden der Komponenten H_x und H_y über dem Blech beträchtlich angewachsen, die von H_z dagegen geschwächt. In der Umgebung von $x = 0$ tritt ein deutlicher Kanteneffekt auf, der sich in der Amplitude durch einen plötzlichen Abfall in H_x und ein scharfes Maximum in H_z äußert, wenn man in Richtung positiver x -Werte fortschreitet. In der Komponente H_y ist kein Kanteneffekt festzustellen. Die Amplituden aller drei Komponenten streben mehr oder weniger rasch gegen ungestörte Werte links von der Kante.

Die dazugehörigen Phasen zeigt Abb.7. In der Phase der y -Komponente ϕ_y wirkt sich die Anwesenheit des Aluminiumbleches nicht aus. Auch in der Phase der x -Komponente ϕ_x bewirkt das Blech lediglich eine kleine Senke an der Kante bei $x = 0$ von etwa -10° , das anschließende Plateau über dem Blech hat eine um etwa 4° verminderte Phase gegenüber der ungestörten Seite. Die Phase wird hier hauptsächlich durch die Ströme im induzierenden Stromsystem und durch die induzierten Ströme in der Aluminiumplatte bestimmt. Den stärksten Einfluß hat das Blech in der Phase der z -Komponente ϕ_z . Links vom Blech bleibt die Phase ungestört bei 180° bis ungefähr 15 cm vor der Blechkante. Dann beginnt sie anzusteigen bis auf 336° , wo sie eine leicht gerundete Stufe noch vor dem Blech erreicht. Direkt an der Kante beginnt ein weiterer steiler Anstieg bis auf 413° ($= 53^\circ$), womit sie ein neues Plateau erreicht.

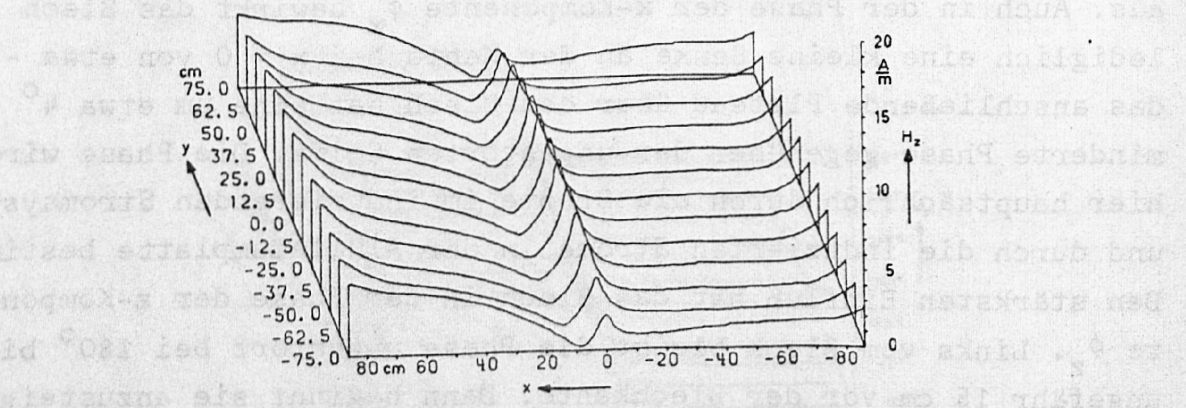
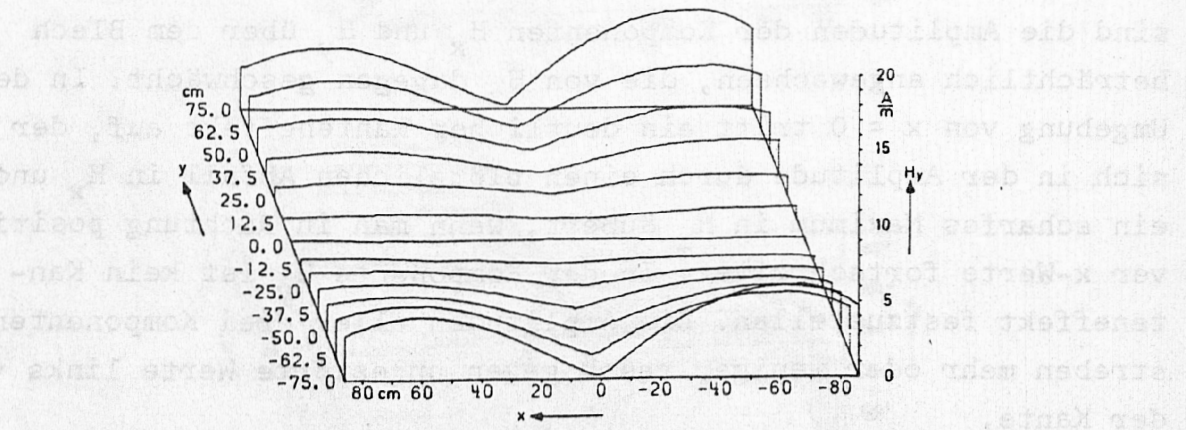
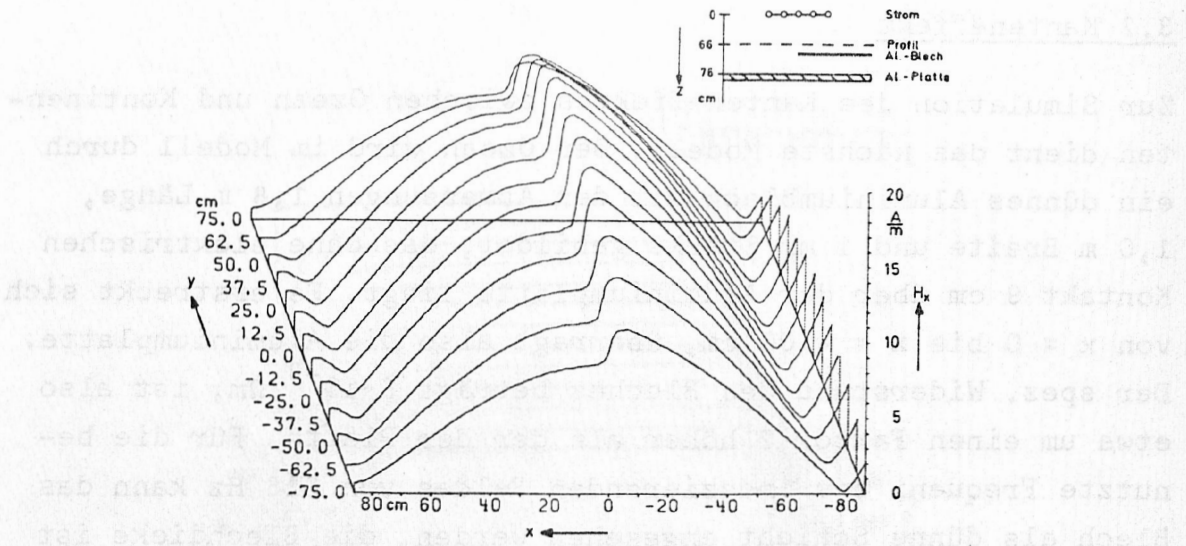


Abb.6; Amplituden der Magnetfeldkomponenten H_x , H_y und H_z für die gleiche Versuchsanordnung wie in Abb.4 und 5, aber mit einem in 9 cm Abstand über die Platte gelegten dünnen Aluminiumblech, das sich von $x = 0$ bis $x = -100$ cm erstreckt.

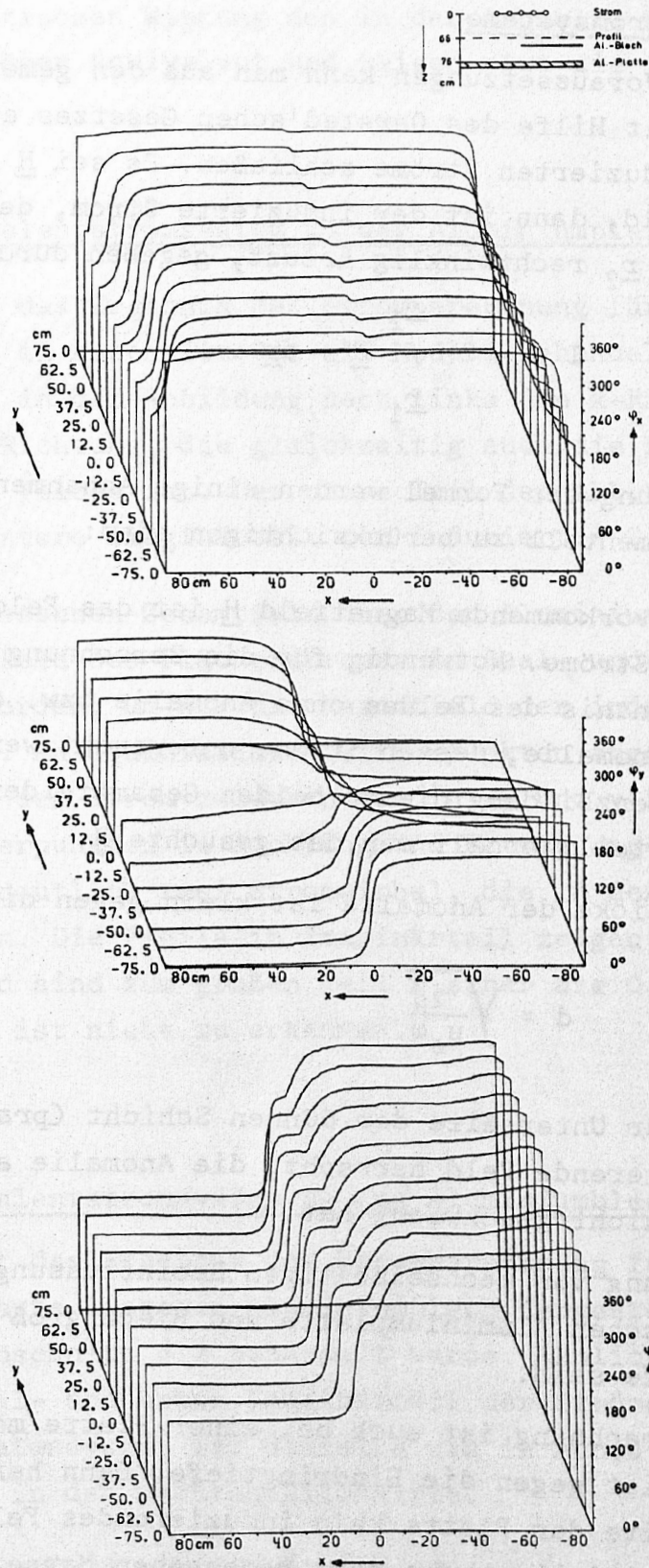


Abb.7; Phasenkurven ϕ_x , ϕ_y und ϕ_z für das gleiche Modell wie bei Abb.6.

3.3 Äquivalentstromsysteme

Unter gewissen Voraussetzungen kann man aus den gemessenen Magnetfeldern mit Hilfe des Oersted'schen Gesetzes auf die in der Anomalie induzierten Ströme schließen. Es sei \underline{H} das induzierte Magnetfeld, dann ist der induzierte Strom, der einen Weg von \underline{r}_1 nach \underline{r}_2 rechtwinklig kreuzt, gegeben durch

$$I = - 2 \int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \underline{H} \cdot d\underline{r} . \quad (2)$$

Bei der Herleitung der Formel werden einige Annahmen gemacht, die auch experimentell zu berücksichtigen sind:

1. Das in Gl.2 vorkommende Magnetfeld \underline{H} ist das Feld der induzierten Ströme. Notwendig für die Berechnung von \underline{H} ist also die Kenntnis des Feldes ohne Anomalie bzw. ohne des Teiles der Anomalie, dessen Ströme untersucht werden sollen. Durch Differenzbildung dieser beiden Gesamtfelder (in Real- und Imaginärteil) erhält man das gesuchte \underline{H} .
2. Die Schichtdicke der Anomalie ist klein gegen die Eindringtiefe:

$$d = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \omega}} \quad (3)$$

sodaß auf der Unterseite der dünnen Schicht (praktisch) dasselbe induzierende Feld herrscht, die Anomalie also das induzierende nicht geschwächt hat.

3. Zur Vermeidung von wechselseitigen Beeinflussungen muß der Abstand zwischen Aluminiumplatte und Blech groß gegen die Eindringtiefe sein.
4. Die Stromberechnung ist auch bei einer Platte möglich, deren Dicke groß ist gegen die Eindringtiefe. Dann herrscht auf der Unterseite der Platte kein induzierendes Feld mehr, der auf der Oberseite aus den dort gemessenen Magnetfeldern berechnete Strom ist um einen Faktor 2 kleiner.

Vernachlässigt werden alle vertikalen Ströme. Die aus den Meßwerten aus der Beobachtungsebene berechneten Ströme sind in

ihrer magnetischen Wirkung den in der Anomalie wirklich induzierten Strömen äquivalent und zeigen etwa die gleiche Geometrie.

3.3.1 Äquivalentstromsystem in der Aluminiumplatte

Abb.8 zeigt das Ergebnis der Stromberechnung für die Aluminiumplatte, die in Abschnitt 3.1 als Modell behandelt wurde. Aufgetragen sind in der Abbildung nach links die x-Richtung, nach oben die y-Richtung, die gleichzeitig auch die Richtung des induzierenden Feldes ist. Der obere Teil der Abb.8 enthält Realteil, der untere Imaginärteil der induzierten Ströme.

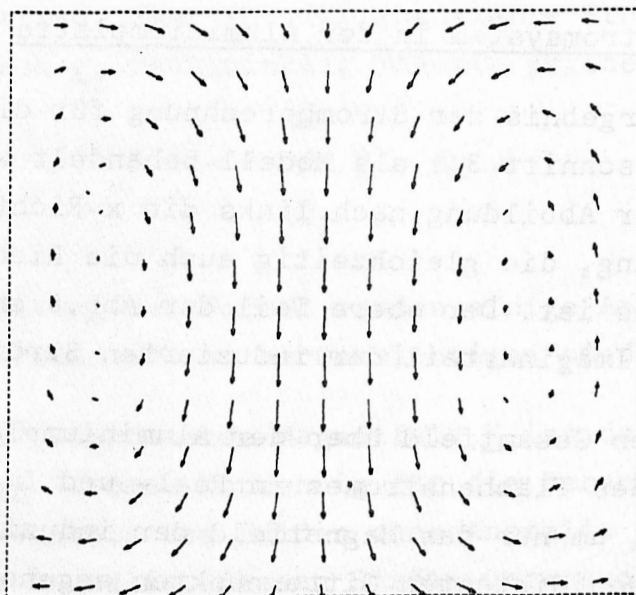
Von dem gemessenen Gesamtfeld über der Aluminiumplatte ist das berechnete Feld des Flächenstromes in Real- und Imaginärteil abgezogen worden, um nur das Magnetfeld der induzierten Ströme zu erhalten. An äquidistanten Gitterpunkten angeheftet sind Pfeile, die den Strom zwischen den in x- und y-Richtung benachbarten Gitterpunkten in Richtung und Betrag angeben. Der Realteil zeigt deutlich zwei Stromwirbel, die in der Platte induziert wurden. Die Pfeile im Imaginärteil zeigen nur in eine Richtung und sind zum großen Teil kleiner als 0,15 A. Eine Wirbelstruktur ist nicht zu erkennen.

3.3.2 Äquivalentstromsystem in dem Aluminiumblech

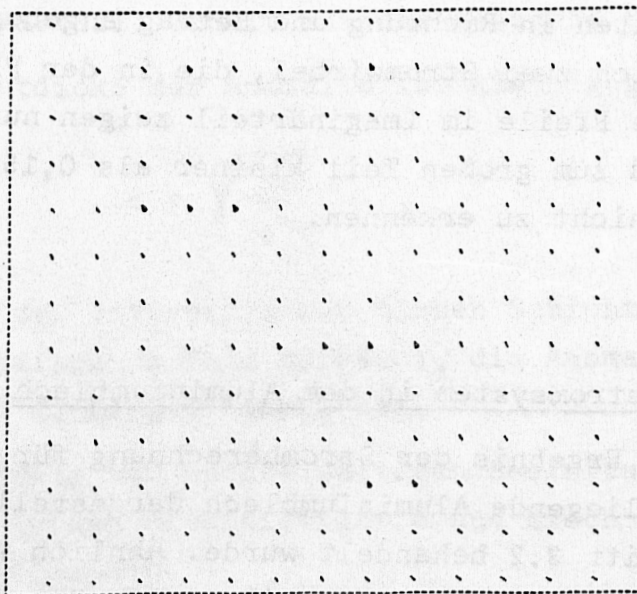
In Abb.9 ist das Ergebnis der Stromberechnung für das über der Aluminiumplatte liegende Aluminiumblech dargestellt, das als Modell in Abschnitt 3.2 behandelt wurde. Ähnlich wie in Abb.8 ist oben Real- und unten Imaginärteil der Ströme eingezeichnet. Das Koordinatensystem ist dasselbe wie in Abb.8, das Aluminiumblech liegt in der rechten Bildhälfte.

Von dem Gesamtfeld mit dem Blech und der Aluminiumplatte ist das induzierende und das in der Platte induzierte Feld abgezogen worden, um das Feld der im Blech induzierten Ströme zu erhalten. Im Realteil der Ströme im Blech bildet sich, ähnlich wie bei der Aluminiumplatte, ein deutlicher Stromwirbel, dessen Zentrum

nur weiter entfernt ist von der Kante in der Mitte infolge der größeren Breite des Bleches. In der Darstellung des Imaginärteils der Ströme findet man einen nicht verschwindenden Anteil von Strömen, hauptsächlich an der Blechkante in der Mitte. Ihre



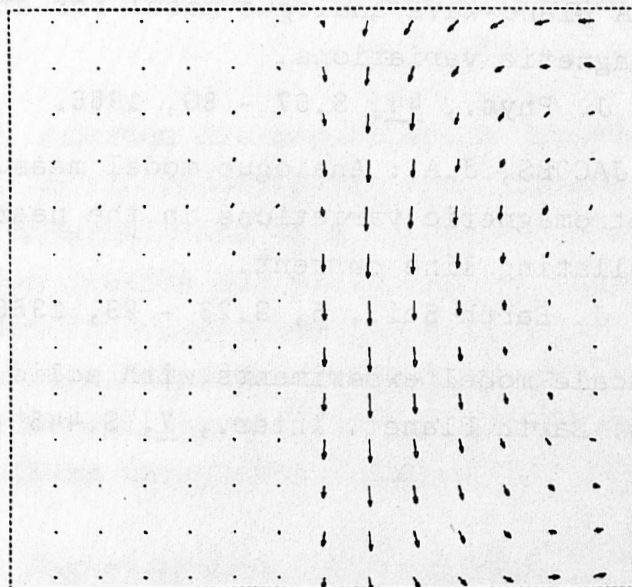
1 A —



1 A —

Abb.8: Äquivalentstromsystem in der Aluminiumplatte. Die Pfeile, die an äquidistanten Gitterpunkten angeheftet sind, geben Richtung und Betrag induzierter Ströme zwischen den benachbarten Gitterpunkten an. Aufgetragen ist nach links die x-Richtung, nach oben die y-Richtung, die zugleich Richtung der induzierenden Ströme ist. Oben ist Realteil, unten Imaginärteil der induzierten Ströme eingezeichnet.

Richtung ist durchweg entgegengerichtet dem Realteil an derselben Stelle.



1 A →



1 A →

Abb.9; Äquivalentstromsystem im Aluminiumblech, das in der rechten Bildhälfte liegt. Die Pfeile geben wie in Abb.8 Richtung und Betrag induzierter Ströme zwischen benachbarten Gitterpunkten an, oben Realteil, unten Imaginärteil.

Literatur

DOSSO, H.W.: A plane-wave analogue model for studying electromagnetic variations.

Can. J. Phys., 44, S.67 - 80, 1966.

DOSSO, H.W., JACOBS, J.A.: Analogue model measurements of electromagnetic variations in the near field of an oscillating line current.

Can. J. Earth Sci., 5, S.23 - 29, 1968.

SPITTA, P.: Scale model experiments with solid conductors.

Phys. Earth Planet. Inter., 7, S.445 - 449, 1973.