

DER EINFLUß DRUCKKONTROLLIERTER PERMEABILITÄT AUF
FLUIDTRANSPORTPHÄNOMENE IN GESTEIN
- QUANTITATIVE NUMERISCHE FE-SIMULATION -

H. Wallner, G.-U. Grün, H. J. Neugebauer

Zusammenfassung

Eine geeignete physikalische Beschreibung erlaubt die Erfassung und Untersuchung entsprechender Wechselwirkungen zwischen Fluiden und poröser Gesteinsmatrix auf der Grundlage vorgegebener Strukturen, Materialeigenschaften und Randbedingungen.

Das Beispiel der druckabhängigen Permeabilität im Vergleich zur konstanten Permeabilität zeigt, daß über die Zeit die Permeabilität im Speichergestein abnimmt und der Einzugsbereich der Bohrung sich vergrößert.

Ungeachtet der extremen Randbedingungen des diskutierten Beispiels wird deutlich, daß die Bewertung derartiger komplexer Vorgänge nicht durch die Extrapolation gängiger Erfahrungen möglich ist. Messungen in-situ, z. B. unter den Bedingungen einer Tiefbohrung, lassen sich somit nur in Verbindung mit derartigen numerischen Simulationen beurteilen.

Einleitung

Viele geologische Prozesse insbesondere innerhalb der Erdkruste werden von Fluidbewegungen beeinflusst und in ihrer räumlichen und zeitlichen Entwicklung vom Fluidtransport gesteuert.

Ein Beispiel für die Wechselwirkung zwischen Fluidströmungen und korrespondierender Deformation des Gesteins ist die Kompaktion abgelagerter Gesteinsschichten bei der Bildung von Sedimentbecken. Der Ablauf dieses Vorgangs entscheidet *ob, wieviel* und *in welche Richtung* im Sediment gebildete Kohlenwasserstoffe migrieren (Magara 1978). Andererseits spielt die Kopplung von Fluidtransport und Gesteinsdeformation bei der Methamorphose eine wichtige Rolle (Etheridge 1984, Fyfe 1958). Hierbei hängt der Fortschritt der Metamorphose stark vom Lösungs-transport durch metamorphe Wässer ab, deren Strömungsgeschwindigkeit wieder vom Öffnen und Schließen sogenannter Mikrorisse bestimmt wird.

Bei beiden obengenannten Prozessen sind aber bis heute Mechanismus und physikalische Bedingungen noch nicht ausreichend bekannt, um ihren Ablauf exakt nachzuvollziehen und bewerten zu können. Neben diesem Einfluß auf Vorgänge in geologischen Zeiträumen wirkt sich die Wechselwirkung auch auf wesentlich kurzzeitiger ablaufende aus. Insbesondere bei künstlichen Störungen des Gesteins-Fluidsystems, wie dies bei Bohrungen der Fall ist, verändert das dynamische Verhalten dieses Systems nachhaltig Strömungsrichtung und Geschwindigkeit sich bewegender Fluide.

Um Grenzen und Grenzbedingungen dieses räumlich und zeitlich ausgedehnten Effekts zu ermitteln, ist es notwendig, zusätzlich zu Messungen in-situ, entsprechende numerische Ansätze zu entwickeln. Dazu eignen sich wegen der auftretenden Randbedingungen und Strukturprobleme am besten Ansätze der Methode der Finiten Elemente.

Theorie

Für das System Gestein-Fluid sind für die dynamische Wechselwirkung folgende Beziehungen entscheidend: Erstens muß die Massenerhaltung für beide Phasen

(d.h. für Fluid und Gesteinsmatrix) erfüllt sein, zweitens soll für die Fluidbewegung immer das sogenannte D'arcy-Gesetz und drittens für die Gesteinsdeformation eine entsprechende Spannungs-Dehnungsbeziehung gültig sein.

Zum besseren Verständnis der Zusammenhänge sollen nur die Beziehungen für eine *inkompressible* Flüssigkeit in einer *elastischen*, porösen Matrix aufgestellt werden.

Allgemein gelten für beide Komponenten folgende Massenerhaltungsbeziehungen:

$$\operatorname{div}(\rho_m \underline{q}_m) + \frac{\partial[(1 - \Phi) \rho_m]}{\partial t} = 0 \quad \text{Matrix (1a)}$$

$$\operatorname{div}(\rho_{fl} \underline{q}_{fl}) + \frac{\partial[(\Phi) \rho_{fl}]}{\partial t} = 0 \quad \text{Fluid (1b)}$$

wobei $\rho_{m,fl}$ die Dichten von Matrix und Fluid, $\underline{q}_{m,fl}$ deren jeweiliger Volumenfluß, Φ die Porosität der Matrix, die sich aus dem Quotienten von Porenvolumen und Gesamtvolumen ergibt, und t die Zeit ist.

Unter der Voraussetzung, daß die Gesteinspartikel im betrachteten Gesamtsystem ihre Form beibehalten, und die Flüssigkeit inkompressibel ist, bleibt sowohl die Matrix-, als auch die Fluidsdichte konstant.

Damit folgt für die Massenerhaltung der Flüssigkeit in einer elastischen Gesteinsmatrix, mit der Bedingung der Gültigkeit des D'arcy-Gesetzes, der Zusammenhang:

$$\nabla^T(\underline{k} \nabla p) - \alpha(\dot{\sigma} - \dot{p}) = 0 \quad (2)$$

$\underline{k} = \frac{\kappa \rho_{fl}}{\eta_{fl}}$	hydraulische Permeabilität
$\underline{\kappa}$	Permeabilität
η_{fl}	Fluidviskosität
α	Kompaktionskoeffizient
$\dot{\sigma} = \frac{\partial}{\partial t} [\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})]$	zeitliche Ableitung des lithostatischen Druckes
\dot{p}	zeitliche Ableitung des Fluiddruckes

Für eine *elastische* Gesteinsmatrix gilt unter den gleichen Voraussetzungen nach Biot (1941) die Spannungs-Dehnungsbeziehung in Matrizenform:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{L}} \underline{u} - \underline{m} p \quad (3)$$

$\underline{\underline{\sigma}}$ Spannungstensor
 $\underline{\underline{D}}$ Elastizitätsmatrix
 $\underline{\underline{L}}$ Dehnungsoperator
 \underline{u} Verschiebungsvektor
 \underline{m} Vektoräquivalent zum Diracdelta

Damit erhält die Massenerhaltung der Gesteinsmatrix folgendes Aussehen:

$$\underline{\underline{L}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{L}} \underline{u} - \underline{f} = 0 \quad (4)$$

wobei \underline{f} eine entsprechende Störfunktion darstellt.

Ersetzt man nun wiederum in der Fluidgleichung (2) den lithostatischen Druck $\bar{\sigma}$ durch einen entsprechenden Ausdruck, wie er sich aus der Spannungs-Dehnungsbeziehung (3) ergibt, so folgt damit:

$$A \underline{\nabla}^T (\underline{k} \underline{\nabla}) p - \alpha A \dot{p} + \underline{m}^T \underline{\underline{L}} \underline{\dot{u}} = 0 \quad (5)$$

Für zweidimensionale Ansätze ist

$$A = -\frac{1}{\alpha (D_{11} + D_{12})}$$

wobei D_{11} und D_{12} Elemente der Elastizitätsmatrix $\underline{\underline{D}}$ sind.

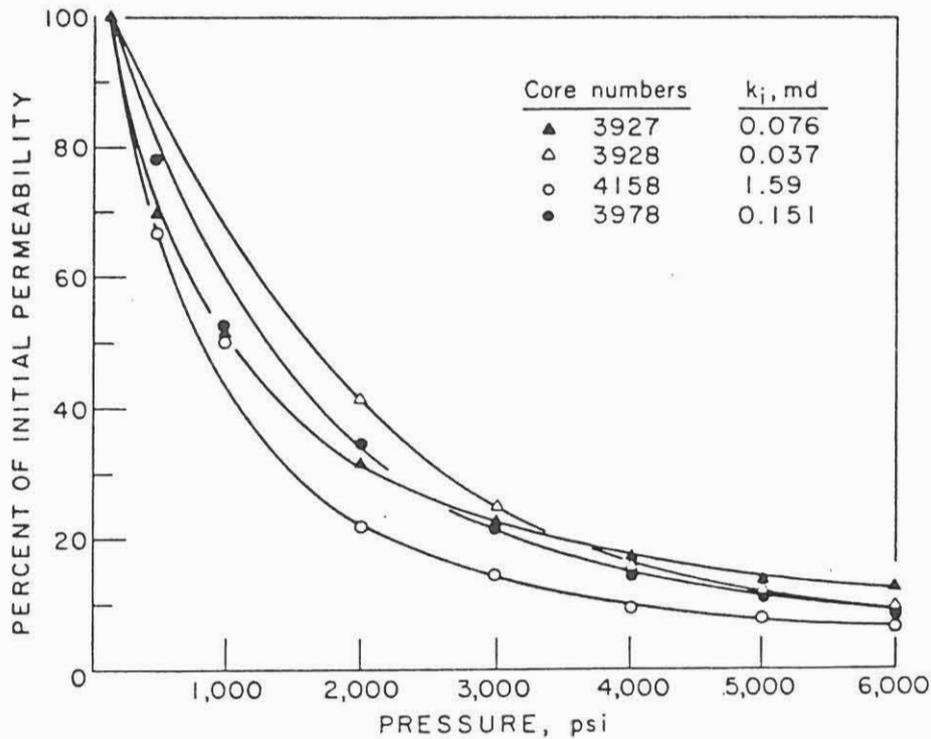
Das Gesamtsystem Gesteinsmatrix-Fluid läßt sich dann durch das gekoppelte Gleichungssystem (6) beschreiben.

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{L}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{L}} & -\underline{\nabla} \\ 0 & A \underline{\nabla}^T (\underline{k} \underline{\nabla}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u} \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{\nabla}^T & \alpha A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\dot{u}} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \underline{f} \\ A \dot{q} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6)$$

Neben dieser direkten physikalischen Kopplung (Zienkiewicz 1984) über den effektiven Druck, der sich aus dem Differenzdruck Matrix - Fluid ($\bar{\sigma} - p$) ergibt, existiert aber auch noch ein indirekter Einfluß des effektiven Druckes auf das System.

Die Permeabilität $\underline{\kappa}$, ganz allgemein ein Tensor, und damit auch die hydraulische Permeabilität \underline{k} , hängt ebenso stark vom effektiven Druck ab.

Aus Messungen an verschiedenen Gesteinsproben von Thomas and Ward (1972) (siehe Abb. 1) erkennt man die starke Abhängigkeit, wobei 'overburden pressure' gleichbedeutend dem effektiven Druck $(\bar{\sigma} - p)$ ist. Daraus folgt aber, daß zur *vollständigen* Beschreibung des Gesamtsystems eine druckkontrollierte hydraulische Permeabilität $\underline{k}(\bar{\sigma} - p)$ in das Gleichungssystem (6) eingeführt werden muß.



Effect of overburden pressure on gas permeability of Gasbuggy cores.
 Abb. 1 (aus Thomas and Ward 1972)

Um Kompaktion oder Metamorphose nachzuvollziehen, ist dieses Gesamtsystem nötig. Für Strömungsprobleme an Bohrlöchern genügt eine vereinfachte Form der Gleichung (2) zur Beschreibung, da in diesem Fall der lithostatische Druck $\bar{\sigma}$ zeitlich konstant bleibt ($\dot{\bar{\sigma}} = 0$). Damit ergibt sich aus der Fluidgleichung eine gewöhnliche DGL 1. Ordnung des Wärmeleitungstyps.

$$\nabla^T(\underline{k} \nabla p) + \alpha \dot{p} = 0 \quad (2b)$$

wobei \underline{k} natürlich eine Funktion vom Flüssigkeitsdruck p ist, da $\underline{\sigma} = \text{const}$ gilt.

Daß gerade diese Druckabhängigkeit schon bei isotropen hydraulischen Permeabilitäten über die Dichtigkeit von Schichten, Aktivierung von Fluiden bis hin zum Durchbruch entscheidet, sollen die folgenden numerischen Modellrechnungen zeigen.

Simulation

Die Struktur eines domartig aufgewölbten Fluidspeichers wurde mit einem entsprechenden axialsymmetrischen Finite Elemente Modell nachvollzogen.

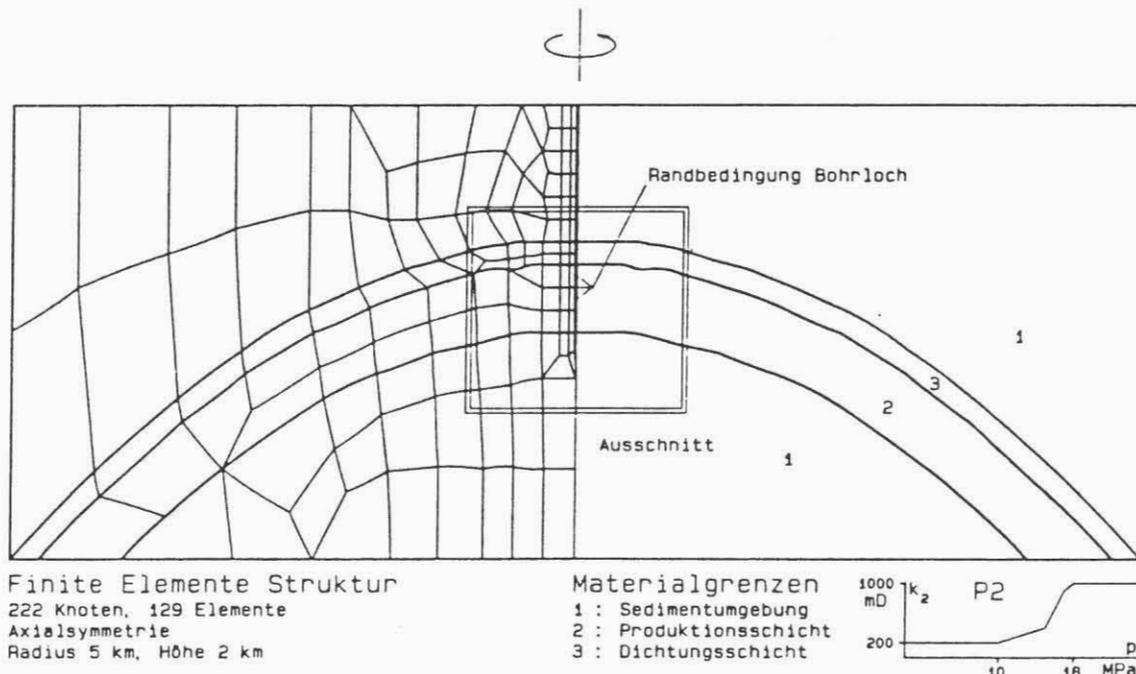


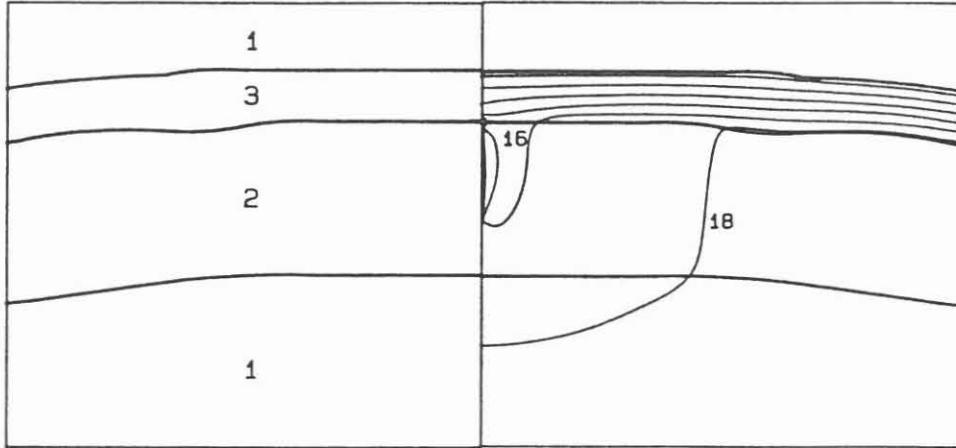
Abb. 2

Das Umgebungsgestein (1) erhielt eine konstante Permeabilität von 100 mD, die Dichtungsschicht (2) eine sehr geringe von 1 μ D, und die Produktionsschicht (3) eine hohe. Simuliert wird eine konstante Fluidproduktion durch die Randbedingung eines Bohrlochs (siehe Abb. 2), wobei eine initiale Fluiddruckverteilung vorgegeben ist. Um die obengenannten Effekte der druckabhängigen Permeabilität aufzuzeigen, ist zuerst ein Referenzmodell mit einer Produktionsschicht mit konstanter Permeabilität von 1 D (Modell P1) berechnet worden. Beim Fall mit der Druckabhängigen (Modell P2) nahm diese mit dem Fluiddruck entsprechend dem Diagramm in Abb. 2 von 1 D auf 200 mD ab.

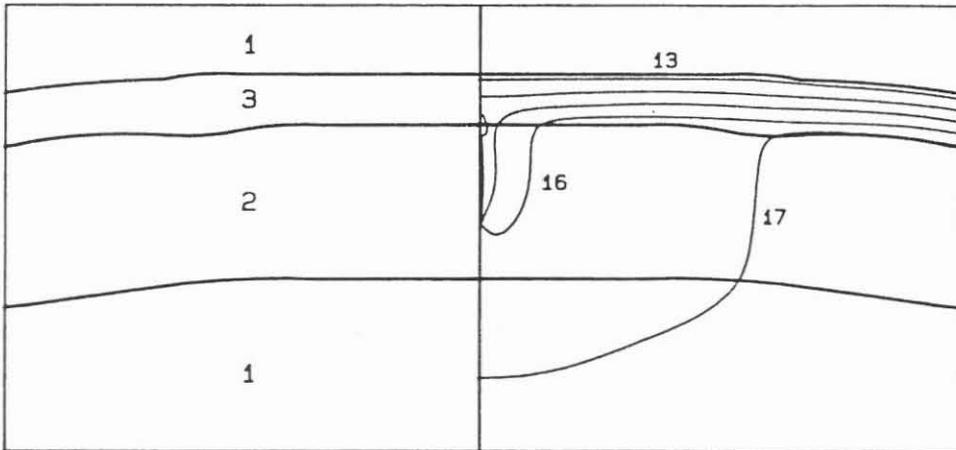
Aufgrund der Axialsymmetrie treten Unterschiede und Veränderungen besonders in unmittelbarer Nähe der Randbedingung, d.h. des simulierten Bohrlochs, auf. Deshalb werden die weiteren Ergebnisse nur in dem in Abb. 2 markierten Ausschnitt dargestellt.

P1

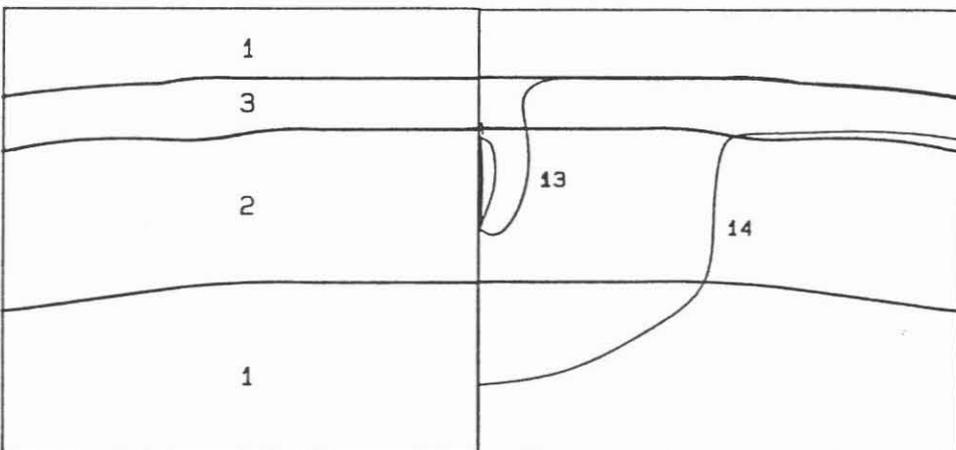
t = 4a



t = 7a



t = 20a



Permeabilität

- 1 : k = 100 mD
- 2 : k = 1000 mD
- 3 : k = 1 mD

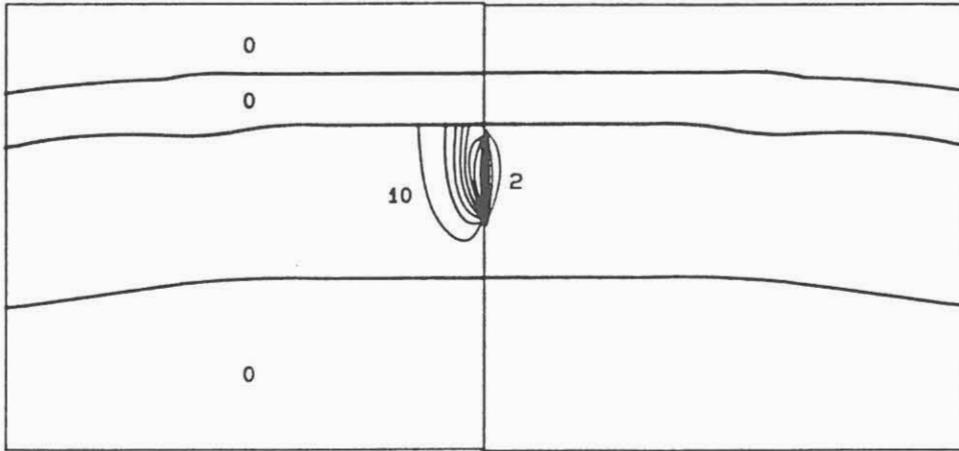
Druck

in 1 MPa Stufen

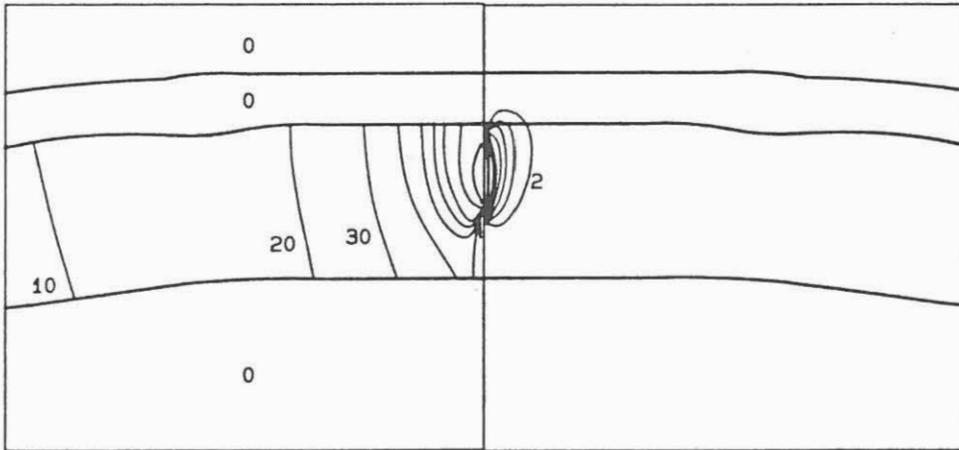
Abb. 3

P1 - P2

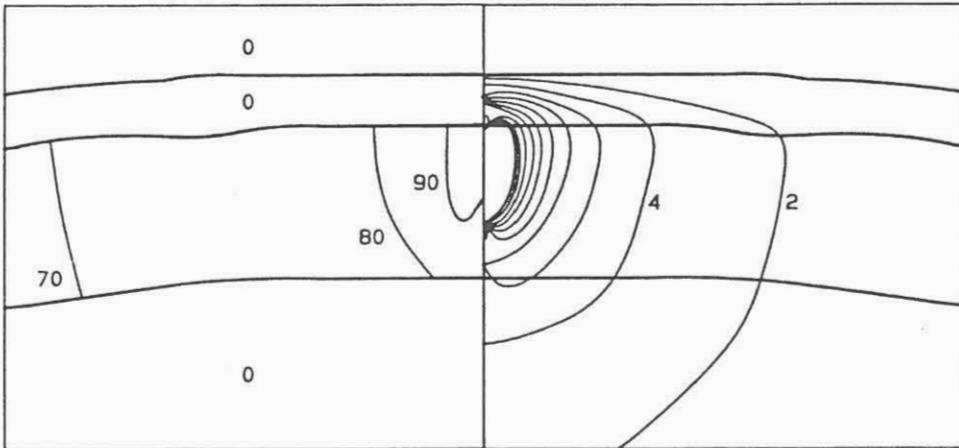
t = 4a



t = 7a



t = 20a



Permeabilität
in 10% Stufen
Differenzfelder

Druck
in 2% Stufen

Abb. 4

Gemäß der obigen Differentialgleichung muß sich sowohl der Druck, als auch der Fluß und im zweiten Fall natürlich auch die Permeabilität der Produktionsschicht zeitlich ändern. Im Referenzmodell P1 nimmt der Druck wegen der vorgegebenen Fluidproduktion mit wachsender Zeit ab (siehe Abb. 3). Entsprechend den Änderungen des *Druckgradienten* verhält sich auch der Volumenfluß im Modell.

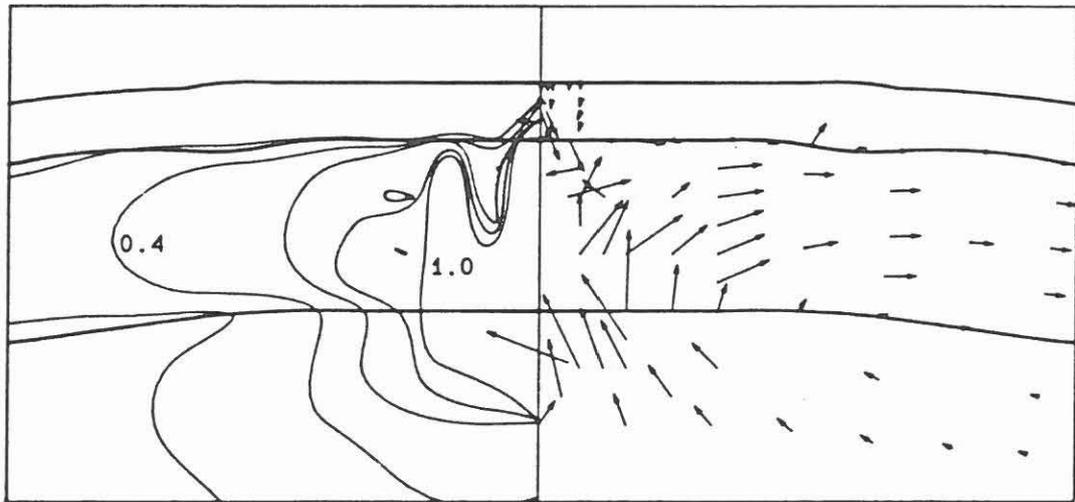
Nimmt man dagegen eine druckabhängige Permeabilität an, treten gegenüber dem Referenzmodell Abweichungen auf. Deshalb werden im weiteren zeitliche Variationen der Differenzen von Permeabilitäten und vom Druckfeld zwischen beiden Modellen betrachtet.

Nach einer kurzen Zeit von Fluidproduktion (Abb. 4, $t = 4a$) existieren nur geringe Unterschiede zwischen den Modellen P1 und P2 in einer eng um das Bohrloch konzentrierten Zone. Während die Permeabilität in der Produktionsschicht aber nach kurzer Zeit bereits in einem ausgedehnten Bereich abnimmt, bleiben die Druckdifferenzen auf eine bohrlochnahe Zone begrenzt (Abb. 4, $t = 7a$). Nach länger andauernder Fluidproduktion ist die Permeabilität in P2 im gezeigten Fenster auf 200 mD zurückgegangen und entsprechend haben sich die Differenzen der Druckfelder stark ausgedehnt (Abb. 4, $t = 20a$). Jedoch treten diese nicht nur in der Produktionsschicht auf, sondern greifen weit in die darunterliegende Schicht mit konstanter Permeabilität hinein.

Die zu Abb. 4, $t = 20a$ gehörigen Flußdifferenzen (Abb. 5) machen den Grund deutlich, weshalb in der unteren Schicht diese Druckdifferenzen existieren.

P1 - P2

$t = 20a$



Flußdifferenzfeld
Flußbetrag
in Stufen von 0.2 mm/a

Flußvektoren

0.1 1.5
min max

Abb. 5

Diese Differenz der Flußfelder der beiden betrachteten Fälle zeigt, daß für die Bedingung der druck- und zeitabhängigen Permeabilität das Fließverhalten im Speicher schlechter und im darunterliegenden Gestein besser als für das Modell mit konstanter Permeabilität ist. Diese Verhaltensweise begründet sich in der extremen Randbedingung der konstanten Fluidproduktion. Um dieser zu genügen, muß die Flüssigkeit in der liegenden Schicht mehr aktiviert werden.

Literatur

- BIOT, M. A. 1941: General Theory of Three-Dimensional Consolidation – Journal of Applied Physics, Vol. 12, 155 – 164
- ETHERIDGE, M. A.; WALL, V. J.; COX, S. F.; VERNON, R. H. 1984: The role of the fluid phase during metamorphism and deformation – J. of Metamorphic Geol., Vol. 1, 205 – 226
- FYFE, W. S.; TURNER, F. J.; VERHOOGEN, J. 1958: Metamorphic Reactions and Metamorphic Facies – Geol. Soc. Amer. Mem., Vol. 73
- MAGARA, K. 1978: Compaction and Fluid Migration – Elsevier, Amsterdam, 319
- THOMAS, R. D.; WARD, D. C. 1972: Effect of Overburden Pressure and Water Saturation on Gas Permeability of Tight Sandstone Cores – Journal of Petroleum Technology, Vol. XXIV, 120 – 124
- ZIENKIEWICZ, O. T. 1984: Coupled Problems and their Numerical Solutions – in Numerical Methods in Coupled Systems, ed. by R. W. LOUIS, T. BETESS, E. HINTON 1984, Wiley, Chichester