

PUBLICATION
DES GEODÄTISCHEN INSTITUTS.

DAS RHEINISCHE DREIECKSNETZ.

I. HEFT.

DIE BONNER BASIS.



BERLIN,

DRUCK UND VERLAG VON P. STANKIEWICZ' BUCHDRUCKEREI.

1876.

Vorwort.

Das Rheinische Dreiecksnetz, welches im Westen Deutschlands die Belgischen Dreiecke mit denen der Schweiz verbindet, schliesst sich im Westen an Frankreich, im Osten an Würtemberg, im Norden an das ehemalige Churhessen und bildet so ein wichtiges Mittelglied der europäischen Gradmessung. Die Winkelmessung, welche im Anschluss an die im Jahre 1847 ausgeführte Bonner Basismessung im Herbste 1867 angefangen wurde, ist soweit vorgeschritten, dass die Vollendung im Jahre 1878 zu erwarten ist. Auf Anordnung des Präsidenten des geodätischen Instituts, des Herrn General-Lieutenant Dr. Baeyer Exc., soll die ganze Rheinische Dreieckskette in einzelnen Heften erscheinen, von denen das erste, hier vorliegende, die Bonner Basis enthält. Die folgenden werden dann zunächst die Winkelmessungen bringen und den Schluss wird die Ausgleichung des ganzen Netzes nebst den End-Resultaten bilden.

Die Messung der Basis und ihre Reduction fand unter specieller Leitung des Herrn General-Lieutenant Dr. Baeyer statt, das Azimuth ist von Herrn Professor Argelander bestimmt und die Winkel in dem die Verbindung mit der Sternwarte und der Haupt-Dreiecksseite Michelsberg-Siegburg herstellenden Dreiecksnetze wurden von den Herren Dr. Baeyer, von Hesse, von Wrangel und Rodowicz im Jahre 1847 gemessen. Die Berechnung dieses Netzes und dessen Ausgleichung sind von Herrn Professor Dr. Sadebeck unter Assistenz des Herrn Dr. Fischer ausgeführt worden.

Bremiker.

BERICHTIGUNGEN.

Pag. 47. Zeile 6 von unten, statt 123 21 10 ist zu lesen 123 21 20.
Pag. 48. Zeile 5 von oben ist statt 12,868 zu lesen 32,868.

Zu Pag. 71 ist nachzutragen:

Durch die Ausgleichung hat sich der mittlere Fehler für
die Seite Michelsberg-Siegburg ergeben

= 0,1285 Toisen.

= $\frac{1}{166487}$ der Länge.

Inhaltsverzeichniss.

	Seite
Erster Abschnitt. Messung der Grundlinie und Bestimmung des Azimuths	1
§ 1. Die Grundlinie bei Bonn	3
§ 2. Messung der Grundlinie in zwei Abtheilungen	5
I. Nördlicher Theil der Grundlinie	5
II. Südlicher Theil der Grundlinie	7
Reduction auf den Meereshorizont	10
Höhenbestimmung für die Reduction auf den Meereshorizont	11
§ 3. Beurtheilung der Messung der Grundlinie	14
§ 4. Bestimmung des Azimuths in Bonn	17
Zweiter Abschnitt. Das Dreiecksnetz zur Verbindung der Bonner Grundlinie mit der Sternwarte Bonn und der Hauptdreiecksseite Siegburg—Michelsberg	19
I. Die Winkelmessungen	21
§ 5. Beschreibung der Instrumente	21
§ 6. Die Rechnungsmethoden	22
§ 7. Beobachtungen in A (nördlicher Pfeiler der Basis)	23
§ 8. Beobachtungen in B (mittlerer Pfeiler der Basis)	25
§ 9. Beobachtungen in C (südlicher Endpunkt der Basis)	27
§ 10. Beobachtungen in Dransdorf	29
§ 11. Beobachtungen in Bergheim	31
§ 12. Beobachtungen in Finkenberg	34
§ 13. Beobachtungen in Gielsdorf	37
§ 14. Beobachtungen in Siegburg	40
§ 15. Beobachtungen auf Löwenburg	43
§ 16. Beobachtungen auf Michelsberg	46
§ 17. Beobachtungen auf dem Venusberge	49
II. Die Ausgleichung der Dreiecke zwischen der Basis bei Bonn und der Seite Michelsberg—Siegburg	51
§ 18. Formation der Bedingungsgleichungen	51
§ 19. Ausdrücke der Grössen [1], [2], [3] . . . durch die Factoren I, II, III	61
§ 20. Darstellung der Verbesserungen (1), (2), (3) durch die Factoren I, II, III	62
§ 21. Formation der Endgleichungen	64
§ 22. Auflösung der Endgleichungen oder Bestimmung der Factoren I, II, III	66
§ 23. Bestimmung der Verbesserungen (1), (2), (3) bis (54)	67
§ 24. Bestimmung der Verbesserung für die Nullpunkte der Richtungen auf den einzelnen Stationen. Zusammenstellung sämmtlicher Verbesserungen	68
§ 25. Bestimmung des mittleren Fehlers der Winkelmessung	71
III. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte	72
§ 26. Zusammenstellung der definitiven Richtungen und Entfernungen der Dreieckspunkte untereinander, von der Basis bei Bonn bis zur Seite: Siegburg—Michelsberg	73
§ 27. Festlegung der Dreieckspunkte	75

Die Bonner Grundlinie.

Erster Abschnitt.

Messung der Grundlinie und Bestimmung des Azimuths.

§ 1. Die Grundlinie bei Bonn.

Die Messung einer Grundlinie am Rhein war von jeher ein nothwendiges Bedürfniss, um sowohl den Tranchotschen, als auch den Preussischen Dreiecken in den Rheinlanden, eine Selbstständigkeit zu geben, die sie bis dahin noch nicht hatten; denn die Seiten der Tranchotschen Dreiecke waren aus der französischen Basis von Melun abgeleitet, und den Preussischen Dreiecken, deren Messung im Jahre 1817 begann, diente wieder die Tranchotsche Seite Nürnberg—Fleckert zur Grundlinie. Als daher im Jahre 1846 die Berliner Grundlinie gemessen und ein eingebütes Personal beisammen war, erschien es am zweckmässigsten, gleich im nächsten Jahre auch die Rheinische Grundlinie vorzunehmen.

Die Gegend, wo die Grundlinie gemessen werden sollte, war durch die Bonner Sternwarte gegeben, und es kam nur darauf an eine günstige Localität in der Nähe derselben aufzusuchen. Diese fand sich sehr bald und sehr günstig auf der breiten und ebenen Chaussee, die von Bonn nach Hersel führt.

Im Mai 1847 fingen die Arbeiten an. Der nördliche Endpunkt wurde nahe bei dem Dorfe Hersel, der südliche nahe bei der Capelle etwa auf dem halben Wege von Bonn nach Hersel gewählt, und der erstere mit A, der letzte mit C bezeichnet. Da die Chaussee nicht grade geht, so musste ziemlich in der Mitte noch ein dritter Punkt B angenommen werden. Alle drei Punkte liegen auf der westlichen Seite der Chaussee. Die Festlegung dieser Punkte im Boden und die Aufstellung eiserner Pfeiler über denselben, wurde ganz so ausgeführt, wie es bei der Berliner Grundlinie geschehen war und wie es in meiner Küstenvermessung in § 8 beschrieben ist.

Die Messung selbst fing am 17. Juni an und wurde am 30. Juni beendigt. Die Witterung war im Ganzen günstig und der Wind nie so stark, dass er einen nachtheiligen Einfluss befürchten liess, mit Ausnahme des 26., wo er am Nachmittage sich erhob und gegen Abend so stark wurde, dass er die Stangen erschütterte; wir waren aber glücklicher Weise nahe am südlichen Endpunkte, den wir denn auch erreichten, ohne dass wir glaubten, einen grossen Nachtheil befürchten zu müssen. Doch scheint die grössere Differenz in den beiden Messungen dieser Strecke davon herzurühren.

Die Winkelmessungen, welche sich bis zu den Punkten Löwenburg, Siegburg, Michelsberg erstreckten, dauerten bis Ende September.

Im Winter von 1847/48 wurden Rechnungen vorgenommen, aber durch die Ereignisse im März 1848 unterbrochen. Seitdem waren sie unvollendet liegen geblieben bis zum Jahre 1861, wo ich sie für die Zwecke der Struve'schen Längengradmessung unter dem 52. Parallel, deren Ausführung mir für den Preussischen Anteil seit 1858 Allerhöchsten Orts übertragen war, und behufs des Anschlusses an die neue Belgische Triangulation, wieder vornehmen und nicht ohne grosse Mühe vollenden und ins Reine bringen konnte.

Das Verfahren bei der Messung der Grundlinie war genau dasselbe, wie es in § 9 der Küstenvermessung beschrieben ist.

Bei den Reductions-Elementen sind einige Veränderungen vorgekommen, die hier näher erörtert werden müssen.

1. An den Niveaus, durch welche die Neigung der Stangen gegen den Horizont gemessen wird, waren durch den Transport verschiedene Schrauben lose geworden. Vor der Messung der Grundlinie wurden deshalb alle Schrauben an den Niveaus nachgesehen und von neuem angezogen, und nach beendigter Messung die Nullpunkte derselben von neuem bestimmt, wie folgt.

1847.	No. I.	No. II.	No. III.	No. IV.
Juli 1.	Rev. $\frac{1}{50}$ 11 43.50 11 43.00 11 43.15 11 42.50	Rev. $\frac{1}{50}$ 12 28.30 12 27.35 12 27.80 12 27.55	Rev. $\frac{1}{50}$ 10 23.80 10 24.75 10 24.20 10 25.35	Rev. $\frac{1}{50}$ 10 0.30 10 0.75 10 0.90 9 49.90
Mittel	11 43.04	12 27.75	10 24.53	10 0.46

Wenn bei diesen Angaben der Schrauben die Blasen der Wasserwagen in der Mitte stehen, so sind die Axen der Stangen horizontal.

2. Die Werthe der Schraubenumgänge waren dieselben, wie in § 7 der Küstenvermessung.

3. Die Coefficienten der Angaben der Metallthermometer waren ebenfalls dieselben, wie in der Küstenvermessung.

4. Bei der Vergleichung der Messstangen in Berlin (Küstenvermessung § 5) war die Länge derselben kürzer gefunden worden, als in Königsberg (Gradmessung in Ostpreussen § 6). Es waren von vornherein Verdachtsgründe vorhanden, dass diese Differenz wenigstens theilweise dem engen Lokal, welches bei den Berliner Vergleichungen benutzt werden musste, zugeschrieben werden könnte, indem bei der Erwärmung der Stangen dieselben nicht nebeneinander, sondern nur übereinander aufgestellt werden konnten, und überdies noch, bei dem Transport der Stangen nach dem Comparator, die Schirme entfernt werden mussten, welche die strahlende Wärme abzuhalten bestimmt waren. Dieser Verdacht fand sich vollkommen begründet durch die Vergleichung der Messstangen, welche General Nerenburger in Brüssel in 1854 ausführen liess. (Compte rendu des Opérations de la Commission institué par M. le Ministre de la Guerre pour établir les règles etc. Bruxelles 1855).

Es wurden die Längen der Stangen nur wenig verschieden von denen der Königsberger Vergleichung gefunden, und zwar die mittlere Länge derselben

$$L = 1729, L 1125.$$

Dieser Werth ist auch hier bei der schliesslichen Ermittlung der Länge der Grundlinie benutzt worden.

§ 2. Messung der Grundlinie in zwei Abtheilungen.

Am 17. Juni wurden 116 Stangen gemessen.

- " 19. " 148 "
- " 22. und 24. wurden die beiden vorigen Messungen wiederholt.
- " 25. wurden 152 Stangen gelegt.
- " 26. " 131 "
- " 28. und 30. wurde die vorige Messung wiederholt.

I. Nördlicher Theil der Grundlinie.

a. Messung zwischen A und D.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
+ 29 λ^I	- o. ^L 6945	- 36. ^L 467 m ^I = - 19. ^L 337	+ 44. ^L 263
+ 29 λ^{II}	- o. 4519	- 39.210 m ^{II} = - 21.602	+ 44. 896
+ 29 λ^{III}	- o. 3952	- 36.593 m ^{III} = - 20.605	+ 43. 705
+ 29 λ^{IV}	- o. 3773	- 38.379 m ^{IV} = - 21.678	+ 45. 001
	- 1. 919	- 83. 222	+ 177. 865

2. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
+ 29 λ^I	- o. ^L 6591	- 37. ^L 456 m ^I = - 19. ^L 862	+ 44. ^L 912
+ 29 λ^{II}	- o. 4133	- 39.722 m ^{II} = - 21.884	+ 44.530
+ 29 λ^{III}	- o. 4950	- 37.302 m ^{III} = - 20.999	+ 45.399
+ 29 λ^{IV}	- o. 3661	- 38.888 m ^{IV} = - 21.966	+ 46.095
	- 1. 934	- 84.711	+ 180.936

Entfernung vom Endpunkt der 1. Messung = - 1.^L 750.

Zusammenstellung der beiden Messungen zwischen dem nördlichen Endpunkte und D.

	1. Messung.	2. Messung.
116 Messstangen = 116 L	o. ^L	o. ^L
Reduction auf den Horizont	- 1. 919	- 1. 934
Metallthermometer	- 83. 222	- 84.711
Zwischenräume	+ 177. 865	+ 180.936
Entfernung von der Festlegung am 17. Juni	o	- 1.750
Summe 116 L	+ 92.724	+ 92.541
Unterschied	+ o. ^L 183	

$$L = 2^T + 1.^L 1125, \text{ gibt A D im Mittel} = 232^T 2565770$$

Der Punkt D bildete mit dem Anfangspunkt A und dem Mittelpunkt B der Grundlinie ein Dreieck

$$A = 0^\circ 31' 26.7$$

$$D = 179^\circ 3' 52.0$$

$$B = 0^\circ 24' 41.3$$

und lag südwestlich von der graden Linie A.B. Eine Krümmung in der Chaussee machte diese Abweichung nothwendig.

b. Messung zwischen D und der Festlegung am 19. Juni.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
22 λ ^I	- 0.1967	- 31 ^L .494 m ^I = - 16 ^L .700	+ 35 ^L .132
22 λ ^{II}	- 0.2560	- 33.237 m ^{II} = - 18.311	+ 33.304
22 λ ^{III}	- 0.2767	- 30.488 m ^{III} = - 17.167	+ 35.216
21 λ ^{IV}	- 0.6327	- 30.933 m ^{IV} = - 17.473	+ 33.426
	- 1.3621	- 69.651	+ 137.078

2. Messung.

Vom Punkt D bis zum Anfangspunkt der 2. Messung + 1^L.750.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
22 λ ^I	- 0.2119	- 34 ^L .274 m ^I = - 18 ^L .174	+ 36 ^L .236
22 λ ^{II}	- 0.2458	- 36.002 m ^{II} = - 19.834	+ 35.053
22 λ ^{III}	- 0.2495	- 34.192 m ^{III} = - 19.253	+ 35.065
21 λ ^{IV}	- 0.5643	- 33.583 m ^{IV} = - 18.969	+ 34.619
	- 1.2715	- 76.230	+ 140.973

Entfernung von der Festlegung am 19. Juni = + 0^L.938.

c. Messung zwischen der Festlegung am 19. Juni und dem mittelsten Pfeiler B.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
15 λ ^I	- 0.1902	- 17 ^L .612 m ^I = - 9 ^L .339	+ 22 ^L .272
15 λ ^{II}	- 0.3150	- 18.712 m ^{II} = - 10.309	+ 23.061
15 λ ^{III}	- 0.1729	- 17.399 m ^{III} = - 9.797	+ 24.207
16 λ ^{IV}	- 0.3175	- 19.962 m ^{IV} = - 11.276	+ 23.842
	- 0.9956	- 40.721	+ 93.382

Entfernung bis zum Pfeiler + 94^L.2504.

2. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
15 λ ^I	- 0.1223	- 20 ^L .201 m ^I = - 10 ^L .712	+ 24 ^L .366
15 λ ^{II}	- 0.3066	- 21.258 m ^{II} = - 11.711	+ 23.160
15 λ ^{III}	- 0.1603	- 20.026 m ^{III} = - 11.276	+ 24.280
16 λ ^{IV}	- 0.3170	- 22.497 m ^{IV} = - 12.707	+ 24.100
	- 0.9062	- 46.406	+ 95.906

Entfernung bis zum Pfeiler + 98^L.2464.

Zusammenstellung der Messungen zwischen D und der Festlegung am 19. Juni.

	1. Messung.	2. Messung.
87 Messstangen = $87L + \lambda^I + \lambda^{II} + \lambda^{III} - 3L$.	+ 0 ^L .034	+ 0 ^L .034
Reduction auf den Horizont	- 1.362	- 1.272
Metallthermometer	- 69.651	- 76.230
Zwischenräume	+ 137.078	+ 140.973
Entfernung von D bis zum Anfangspunkt	o	+ 1.750
Entfernung von der Festlegung am 19. Juni	o	+ 0.938
$87L$	+ 66.099	+ 66.193
Unterschied	- 0 ^L .094	

Zusammenstellung der Messungen zwischen der Festlegung am 19. Juni und dem mittelsten Pfeiler.

	1. Messung.	2. Messung.
61 Messstangen = $61L + \lambda^{IV} - L$	- 0 ^L .034	- 0 ^L .034
Reduction auf den Horizont	- 0.996	- 0.906
Metallthermometer	- 40.721	- 46.406
Zwischenräume	+ 93.382	+ 95.906
Entfernung von der Festlegung am 19. Juni	o.	- 0.938
Entfernung vom mittelsten Pfeiler	+ 94.250	+ 98.246
$61L$	+ 145.881	+ 145.868
Unterschied	+ 0 ^L .013	

Beide Stücke vereinigt, geben:

	1. Messung.	2. Messung.
zwischen D und der Festlegung am 19. Juni $87L$	+ 66 ^L .099	+ 66 ^L .193
zwischen der Festlegung am 19. Juni und B $61L$	+ 145.881	+ 145.868
zwischen D und dem mittelsten Pfeiler B $148L$	+ 211.980	+ 212.061

Dies giebt im Mittel für $L = 2^r + 1.1125$

$$DB = 296^r 4359612$$

Es war oben $AD = 232.2565770$

$$AD + DB = 528.6925382$$

Reduction auf die grade Linie = -0.0173603

1. Theil der Grundlinie AB = 528.6751779.

II. Südlicher Theil der Grundlinie.

a. Zwischen B und der Festlegung am 25. Juni Mittags.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
23 λ^I	- 0 ^L .5255	- 34.019 m ^I = - 18 ^L .039	+ 36 ^L .279
23 λ^{II}	- 0.4966	- 35.942 m ^{II} = - 19.801	+ 35.996
23 λ^{III}	- 0.2694	- 34.056 m ^{III} = - 19.176	+ 37.247
23 λ^{IV}	- 0.3945	- 35.083 m ^{IV} = - 19.817	+ 36.072
	- 1.6860	- 76.833	+ 145.594

2. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
23 λ^I	— 0.4880	— 35.223 m ^I = — 18.678	+ 37.094
23 λ^{II}	— 0.4305	— 36.944 m ^{II} = — 20.353	+ 35.078
23 λ^{III}	— 0.3276	— 35.177 m ^{III} = — 19.807	+ 35.832
23 λ^{IV}	— 0.3438	— 36.192 m ^{IV} = — 20.443	+ 36.718
	— 1.5899	— 79.281	+ 144.722

Zusammenstellung der Messungen zwischen B und der Festlegung am 25. Juni Mittags.

	1. Messung.	2. Messung.
92 Messstangen = 92 L	0.	0.
Reduction auf den Horizont	— 1.686	— 1.590
Metallthermometer	— 76.833	— 79.281
Zwischenräume	+ 145.594	+ 144.722
Entfernung von der Festlegung am 25. Juni Mittags	0	+ 3.217
92 L	+ 67.075	+ 67.068
Unterschied	+ 0.007	

b. Zwischen der Festlegung am 25. Juni Mittags und der am 25. Juni Abends.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
15 λ^I	— 0.1273	— 20.026 m ^I = — 10.619	+ 24.318
15 λ^{II}	— 0.2314	— 20.902 m ^{II} = — 11.515	+ 23.704
15 λ^{III}	— 0.2531	— 19.651 m ^{III} = — 11.065	+ 23.850
15 λ^{IV}	— 0.4144	— 20.897 m ^{IV} = — 11.804	+ 24.040
	— 1.0262	— 45.003	+ 95.912

2. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
15 λ^I	— 0.1318	— 20.461 m ^I = — 10.850	+ 24.377
15 λ^{II}	— 0.2016	— 21.534 m ^{II} = — 11.864	+ 23.394
15 λ^{III}	— 0.3199	— 20.287 m ^{III} = — 11.423	+ 24.317
15 λ^{IV}	— 0.4474	— 21.107 m ^{IV} = — 11.922	+ 24.696
	— 1.1011	— 46.059	+ 96.784

Entfernung von der Festlegung am 25. Juni Mittags = — 3.217

Entfernung von der Festlegung am 25. Juni Abends = + 3.571

Zusammenstellung der Messungen zwischen den Festlegungen am 25. Juni Mittags und Abends.

	1. Messung.	2. Messung.
60 Messstangen = 60 L	o ^L	o ^L
Reduction auf den Horizont	— 1.026	— 1.101
Metallthermometer	— 45.003	— 46.059
Zwischenräume	+ 95.912	+ 96.784
Entfernung von der Festlegung am 25. Mittags . . .	o	— 3.217
Entfernung von der Festlegung am 25. Abends . . .	o	+ 3.571
60 L	+ 49.883	+ 49.978
Unterschied	— o ^L .095	

c. Zwischen der Festlegung am 25. Juni Abends und dem südlichen Endpunkt C.

1. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
33 λ ^I	— 1 ^L .1220	— 46 ^L .300 m ^I = — 24 ^L .552	+ 52 ^L .197
33 λ ^{II}	— 0.7740	— 48.923 m ^{II} = — 26.953	+ 51.391
33 λ ^{III}	— 1.6906	— 46.276 m ^{III} = — 26.057	+ 52.997
32 λ ^{IV}	— 1.1617	— 46.322 m ^{IV} = — 26.165	+ 51.293
	— 4.7483	— 103.727	+ 207.878

Entfernung von C = — 363^L.500.

2. Messung.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
33 λ ^I	— o ^L .6325	— 48 ^L .797 m ^I = — 25 ^L .876	+ 48 ^L .042
33 λ ^{II}	— 1.1115	— 51.160 m ^{II} = — 28.185	+ 46.549
33 λ ^{III}	— 1.2467	— 48.588 m ^{III} = — 27.359	+ 47.168
32 λ ^{IV}	— 1.0187	— 48.758 m ^{IV} = — 27.541	+ 45.340
	— 4.0094	— 108.961	+ 187.099

Entfernung vom Anfangspunkt = — 3^L.571

Entfernung von C = — 333.898.

Zusammenstellung der Messungen zwischen der Festlegung am 25. Juni Abends und dem südlichen Endpunkt C.

	1. Messung.	2. Messung.
131 Messstangen = 131 L + λ ^I + λ ^{II} + λ ^{III} — 3 L	+ o ^L .034	+ o ^L .034
Reduction auf den Horizont	— 4.748	— 4.009
Metallthermometer	— 103.727	— 108.961
Zwischenräume	+ 207.878	+ 187.099
Entfernung von der Festlegung am 25. Abends . . .	o	— 3.571
Entfernung vom Mittelpunkt des Pfeilers C	— 363.500	— 333.898
131 L	— 264.063	— 263.306
Unterschied	— o ^L .757	

Zusammenstellung der Entfernung zwischen B und C.

	1. Messung.	2. Messung.
a 92 L	+ 67 ^t 075	+ 67 ^t 068
b 60 L	+ 49 . 883	+ 49.978
c 131 L	- 264 . 063	- 263.306
zwischen B und C = 283 L	- 147 . 105	- 146.260

$$L = 2^t + 1^s 1125 \text{ dies gibt im Mittel } BC = 566^t 1946238.$$

Beide Theile der Grundlinie liegen aber nicht in einer graden Linie. — Wenn man die Bedingung der graden Linie festhalten wollte, so mussten die Vortheile der ebenen und festen Chaussee aufgegeben werden, die, gegenüber der sichern Reduction auf die grade Linie, viel zu wichtig erschienen, um sie fahren zu lassen.

Die Punkte ABC bilden ein Dreieck, in welchem B westlich von der graden Linie AC liegt.

Wir fanden

$$\begin{aligned} \text{den nördlichen Theil der Grundlinie AB} \\ &= 528^t 6751779 \\ \text{den südlichen Theil BC} &= 566 . 1946238 \\ \hline AB + BC &= 1094 . 8698017 \end{aligned}$$

Die Winkel des Dreiecks sind:

$$\begin{aligned} A &= 0^\circ 19' 2".881 \\ B &= 179^\circ 23' 9.999 \\ C &= 0^\circ 17' 47.120. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich als Reduction von AB auf Ae = - 0°0081154

$$\begin{aligned} " &BC " Ce = - 0.0075773 \\ &\hline = - 0.0156927 \end{aligned}$$

Daher die Länge der Grundlinie AC = 1094.854109

Dieselbe ist aber noch auf den Meereshorizont zu reduciren.

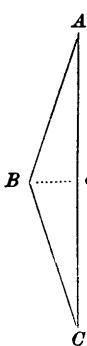
Reduction auf den Meereshorizont.

Zur Bestimmung der Höhe über dem Meere dienten die nachstehenden Angaben des Prof. Argelander.

1. Die obere Fläche des Collimators der Sternwarte liegt über dem Fussboden 5.813 Preuss. Fuss.
2. Der Fussboden über dem Nullpunkt des Bonner Pegels 58.401 " "
3. Der Bonner Pegel über dem Amsterdamer 138.606 " "

Daher der Collimator über dem Amsterdamer Pegel 202.820 Fuss Preuss.
oder = 32.660 Toisen.

Zur Verbindung der Sternwarte mit dem Dreiecksnetz wurde ein Stationspunkt an der Hofthüre derselben gewählt, der von der Meridianmarke aus sichtbar war, und von dem aus die Meridianmarke, Kreuzberg (Thurm) und das Passagen-Instrument beobachtet werden konnten. Da auf der Meridianmarke der Kreuzberg nicht zu sehen war, so wurde die Seite Kreuzberg —



Meridianmarke aus den beiden Seiten des Hauptnetzes (§ 26) Bergheim — Meridianmarke, und Bergheim — Kreuzberg nebst dem eingeschlossenen Winkel hergeleitet, und daraus die nachstehenden Richtungen berechnet.

Station Bergheim.

Meridianmarke:	0° 0' 0".00	log. Entfernung	3.5484347
Kreuzberg (Thurm):	10 39 9.52		3.5402067

Station Kreuzberg (Thurm).

Bergheim:	0° 0' 0".00	3.5402067
Instrument an der Hofthür:	35 39 44.72	3.0224315
Meridianmarke:	90 28 30.66	2.8152795

Station Meridianmarke.

Kreuzberg (Thurm):	0° 0' 0".00	2.8152795
Bergheim:	78 52 19.82	3.5484347
Passagen-Instrument:	82 29 53.42	2.9352811...861 ^T 551
Instrument an der Hofthür:	86 53 24.87	2.9354388

Station an der Hofthür der Sternwarte.

Meridianmarke:	0° 0' 0".00	2.9354388
Kreuzberg (Thurm):	38 17 49.18	3.0224315
Passagen-Instrument:	87 31 57.38	1.8198053

Die Entfernung des Passagen-Instruments vom Collimator ist = 1^T401, also Meridianmarke-Collimator = 86° 150 ... log. 2.9345742.

Höhenbestimmungen für die Reduction auf den Meereshorizont.

Die gegenseitigen Zenithdistanzen sind zu verschiedenen Zeiten gemessen, also nicht gleichzeitig beobachtet. Es konnte daher der grösseren oder kleineren Anzahl der Beobachtungen wegen zu grosser Verschiedenheit in der Strahlenbrechung kein verschiedenes Gewicht beigelegt werden.

1. Collimator der Sternwarte — Meridianmarke auf dem Venusberge.

Z.-D. auf Collimator:	86° 57' 15".97	(10 Beobachtungen)
" " Meridianmarke:	93 3 52.14	(10 ")

$$\text{lg. s. tg. } \frac{z'-z}{2} = 1.6618782 \dots 45^T.907$$

$$\text{Höhe des Collimators: } \underline{32.660}$$

$$\text{Höhe des Fernrohrs auf Meridianmarke: } \underline{78.567}$$

2. Meridianmarke — Finkenberg.

Z.-D. auf Meridianmarke:	90° 35' 25".60	(4 Beobachtungen)
" " Finkenberg:	89 26 23.73	(2 ")

$$\text{lg. s. tg. } \frac{z'-z}{2} = 1.2781288 \dots - 18^T.973$$

$$\text{Meridianmarke: } \underline{78.567}$$

$$\text{Höhe des Fernrohrs in Finkenberg: } \underline{59.594}$$

3. *Finkenberg — C (südlicher Endpunkt der Basis).*

Z.-D. auf Finkenberg:	$90^0 \quad 41' \quad 28.82$	(4 Beobachtungen)
" " C:	$89 \quad 20 \quad 34.35$	(4 ")
lg. s. tg. $\frac{z'-z}{2} = 1.4580958_n \dots - 28.714$		
Finkenberg:	<u>59.594</u>	
Höhe des Fernrohrs in C:	<u>30.880</u>	

4. *Meridianmarke — Bergheim.*

Z.-D. auf Meridianmarke:	$90^0 \quad 41' \quad 19.50$	(6 Beobachtungen)
" " Bergheim:	$89 \quad 21 \quad 54.16$	(4 ")
lg. s. tg. $\frac{z'-z}{2} = 1.6110927_n \dots - 40.841$		
Meridianmarke:	<u>78.567</u>	
Höhe des Fernrohrs in Bergheim:	<u>37.726</u>	

5. *Bergheim — C (südlicher Endpunkt der Basis).*

Z.-D. in Bergheim:	$90^0 \quad 16' \quad 38.82$	(4 Beobachtungen)
log. $\frac{\omega}{2r} (1-k) = 8.43413$		
lg. s. cotg. $\left(z' - \frac{\omega (1-k)}{2r} \right) = 0.8356948_n \dots - 6.850$		
Bergheim:	<u>37.726</u>	
Höhe des Fernrohrs in C:	<u>30.876</u>	
Aus 3. " " " "	<u>30.880</u>	
Mittel:	<u>30.878</u>	

6. *C (südl. Endpunkt) — B (Mitte der Basis).*

Z.-D. in C:	$90^0 \quad 1' \quad 34.30$	(6 Beobachtungen)
" " B:	$89 \quad 59 \quad 7.31$	(4 ")
lg. s. tg. $\frac{z'-z}{2} = 9.3048232_n \dots - 0.2018$		

Das Fernrohr in B ist daher 0.2018 tiefer als in C.

7. *B (Mitte der Basis) — A (nördlicher Endpunkt der Basis).*

Z.-D. in B:	$90^0 \quad 4' \quad 52.92$	(2 Beobachtungen)
lg. s. cotg. $\left(z' - \frac{\omega (1-k)}{2r} \right) = 9.8536304_n \dots - 0.7139$		
Das Fernrohr in A ist also 0.7139 Toisen tiefer, als das in B.		
Aus 6. und 7. ergibt sich die mittlere Höhe der Fernröhre unter C = $- 0.322$.		

Zusammenstellung.

Aus 5. Höhe des Fernrohrs in C: = 30.878

Aus 6. und 7. Mittlere Höhe unter C: = -0.322

Mittlere Höhe der Fernröhre: 30.556

Die Messstangen unter den Fernröhren: -0.398

Mittlere Höhe der Basis: = 30.158

Nimmt man den Krümmungsradius in der Richtung der Basis und für die Polhöhe der Mitte = 50° 45' zu 3274471 Toisen an, so findet man die Reduction auf den Meereshorizont = -0.010084 und daher die auf denselben reducire Länge der Basis:

$$\begin{array}{r} = 1094.844025 \\ \text{log. } 3.0393522.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.0393522.5 \\ 0.2898199.3 \\ \hline 3.3291760.2 \end{array}$$

Anmerkung: Reducirt man die einzelnen Theile der Grundlinie auf den Meereshorizont, so findet man:

1. für den nördlichen Theil ist die gemessene Länge: 528.7675178 (2,7231839.2)

Reduction auf den Meereshorizont: -0.004831 2,7231849.5

Länge im Meereshorizont: 528.670347 - 1030.4068 0.2898199.3

2. für den südlichen Theil ist die gemessene Länge: 566.194624 3,0130087.2

Reduction auf den Meereshorizont: -0.005253

Länge im Meereshorizont: 566.189371 - 1103.5334 2,7529617.1

0.2898199.3

3,0427854.8

§ 3. Beurtheilung der Messung der Grundlinie.

Auf die Bestimmung der Länge der Grundlinie wirken bekanntlich drei von einander getrennte Fehlerursachen: Fehler in der Vergleichung der Messstangen unter einander; Fehler in der Bestimmung ihrer Länge und endlich Fehler, welche bei der Messung der Grundlinie selbst begangen wurden.

Wir wollen jede dieser Fehlerursachen für sich untersuchen.

1. Aus den Zusammenstellungen im vorigen Paragraphen erhält man im Mittel aus den wiederholten Messungen die Ausdrücke

1. für den nördlichen Theil der Grundlinie zwischen *A* und *B*:

$$66 \lambda^I + 66 \lambda^{II} + 66 \lambda^{III} + 66 \lambda^{IV} + 505^L 124 - 88.753 m^I - 94.071 m^{II} - 88.001 m^{III} - 92.122 m^{IV}$$

2. für den südlichen Theil

zwischen *B* und *C*:

$$71 \lambda^I + 71 \lambda^{II} + 71 \lambda^{III} + 71 \lambda^{IV} + 83^L 255 - 102.413 m^I - 107.703 m^{II} - 102.018 m^{III} - 104.180 m^{IV}$$

Führt man hier nach § 1 der Küstenvermessung für $\lambda^I \lambda^{II} \dots$ die Ausdrücke $L + x^I$, $L + x^{II} \dots$ ein und setzt dann für L seinen aus der Vergleichung der Messstange No. I. mit der Toise (§ 2 der Küstenvermessung) gefundenen Werth,

$$L = 1727^L 9962 - x^I + 1.5405 m^I,$$

so erhält man die Ausdrücke, welche den Einfluss der Grössen $x^I, x^{II}, x^{III}, x^{IV}, m^I, m^{II}, m^{III}, m^{IV}$ auf die Länge eines jeden Theils der Grundlinie darstellen; nämlich für den nördlichen Theil:

$$- 198 x^I + 66 x^{II} + 66 x^{III} + 66 x^{IV} + 317.939 m^I - 94.071 m^{II} - 88.001 m^{III} - 92.122 m^{IV}$$

für den südlichen Theil:

$$- 212 x^I + 71 x^{II} + 71 x^{III} + 70 x^{IV} + 333.5485 m^I - 107.703 m^{II} - 102.018 m^{III} - 104.180 m^{IV}$$

Zur Bestimmung der Gewichte *P* und *P'* formire man aus den Gleichungen des § 4 der Küstenvermessung die nachstehenden beiden Systeme von Gleichungen:

$$\begin{aligned} - 198 &= 8A - 8.81876E + 3.10727F + 2.97395G + 2.97052H = - 212 \\ + 66 &= 8B + 2.93961E - 9.32177F + 2.97395G + 2.97052H = + 71 \\ + 66 &= 8C + 2.93961E + 3.10727F - 8.92180G + 2.97052H = + 71 \\ + 66 &= 8D + 2.93961E + 3.10727F + 2.97395G - 8.91152H = + 70 \\ + 317.939 &= - 11.7583A + 13.76481E - 4.64469F - 4.50939G - 4.32496H = + 333.5485 \\ - 94.071 &= - 12.4290B - 4.64469E + 15.22860F - 4.58989G - 4.75987H = - 107.703 \\ - 88.001 &= - 11.8957C - 4.50939E - 4.58989F + 14.03738G - 4.53592H = - 102.018 \\ - 92.122 &= - 11.8820D - 4.32496E - 4.75987F - 4.53592G + 14.24174H = - 104.180 \end{aligned}$$

Die Auflösung beider Systeme dieser Gleichungen giebt die Werthe *A*, *B*, *C*... für beide Theile der Grundlinie, wie folgt:

	für den nördlichen Theil	für den südlichen Theil
log. <i>A</i> =	8.74624 — 10	= 9.43505n — 10
" <i>B</i> =	0.44565	= 0.21075
" <i>C</i> =	0.83840	= 0.79378
" <i>D</i> =	0.96711n	= 0.87876n
" <i>E</i> =	1.58025	= 1.47169
" <i>F</i> =	1.21757	= 0.81134
" <i>G</i> =	1.29432	= 0.99384
" <i>H</i> =	0.96143	= 9.82991
log. $\frac{1}{P}$ =	3.90217	log. $\frac{1}{P}$ = 3.91347
mittlerer Fehler $\epsilon \sqrt{\frac{1}{P}} =$	± 0.386	± 0.391

war ϵ nach § 4 der Küstenvermessung = 0.00432.

2. Der mittlere Fehler einer Vergleichung von *L* mit der Toise ist in § 5 der Küstenvermessung = 0.003748. Die Bestimmung von *L* selbst beruht auf 10 Messungen. Der nördliche Theil der Grundlinie ist durch eine 264malige; der südliche Theil durch eine 283malige Vervielfältigung von *L* gemessen worden. Der mittlere Fehler, aus der Vergleichung der Messstange No. I. mit der Toise beträgt daher

$$\text{für den nördlichen Theil der Grundlinie } \sqrt{\frac{264}{10}} \times 0.003748 = 0.313$$

$$\text{für den südlichen Theil der Grundlinie } \sqrt{\frac{283}{10}} \times 0.003748 = 0.335$$

3. Der mittlere Fehler, welcher bei dem Messen der Grundlinie selbst begangen wurde, kann nur nach den Unterschieden, welche die wiederholten Messungen im vorigen § ergeben haben, beurtheilt werden.

Bei dem nördlichen Theil der Grundlinie betrug:

$$\text{für die ersten 116 Stangen der Unterschied} + 0.183$$

$$\text{„ „ zweiten 87 } " " " - 0.094$$

$$\text{„ „ dritten 61 } " " " + 0.013$$

daher der mittlere Fehler:

$$= \sqrt{\frac{264}{3 \cdot 4} \left[\frac{(0.183)^2}{116} + \frac{(0.094)^2}{87} + \frac{(0.013)^2}{61} \right]} = \pm 0.093$$

Bei dem südlichen Theil der Grundlinie betrug

$$\text{für die ersten 92 Stangen der Unterschied} + 0.007$$

$$\text{„ „ zweiten 60 } " " " - 0.095$$

$$\text{„ „ dritten 131 } " " " - 0.757$$

daher der mittlere Fehler:

$$= \sqrt{\frac{283}{3 \cdot 4} \left[\frac{(0.007)^2}{92} + \frac{(0.095)^2}{60} + \frac{(0.757)^2}{131} \right]} = \pm 0.327$$

Vereinigt man jetzt die drei Fehler-Ursachen eines jeden Theils der Grundlinie, so findet man die summarischen mittleren Fehler

1. für den nördlichen Theil der Grundlinie oder AB

$$= \sqrt{(0.386)^2 + (0.313)^2 + (0.093)^2} = \pm 0.506$$

2. für den südlichen Theil oder BC

$$= \sqrt{(0.391)^2 + (0.335)^2 + (0.327)^2} = \pm 0.610.$$

Vereinigt man nun noch die Fehler beider Theile, so erhält man den mittleren Fehler der ganzen gemessenen Länge von 1094.886

$$= \sqrt{(0.506)^2 + (0.610)^2} = \pm 0.793$$

oder gleich $\frac{1}{1193400}$ der Länge

den wahrscheinlichen Fehler = ± 0.535

oder gleich $\frac{1}{1769300}$ der Länge.

Baeyer.

Anmerkung: Jedes Fehlerquadrat durch die Länge der Strecke dividirt, giebt das Fehlerquadrat für die Maasseinheit, und daher durch die Multiplication mit der Länge der Basis, das Fehlerquadrat der ganzen Basis. Da dasselbe auch von dem Fehlerquadrat jeder andern Strecke gilt, so erhält man das mittlere Fehlerquadrat, indem man die Summe der so gefundenen Fehlerquadrate durch ihre Anzahl dividirt. Diese Division ist bei den nachstehenden Basismessungen unterblieben. Ihre Fehlerangaben sind daher, wie folgt zu verbessern.

1. Bei der Königsberger Grundlinie (Gradmessung Seite 55) ist für den mittleren Fehler anstatt ± 1.657 zu setzen $\pm 1.657 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 1.172$; und anstatt ± 1.816 ist zu setzen ± 1.387 oder $\frac{1}{582300}$ der Länge. Daraus folgt der wahrscheinliche Fehler der Grundlinie = ± 0.936 oder $= \frac{1}{863500}$ der Länge.

2. Bei der Berliner Grundlinie (Küstenvermessung Seite 46) ist anstatt des mittleren Fehlers ± 0.824 zu setzen $\pm 0.824 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 0.583$; anstatt ± 0.650 zu setzen $\pm 0.650 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 0.459$. Daraus folgt:

für den südlichen Theil der mittlere Fehler ± 0.820 oder $\frac{1}{620300}$ der Länge

„ „ nördlichen „ „ „ „ ± 0.758 „ $\frac{1}{695700}$ „ „

für die ganze Grundlinie der mittlere Fehler ± 1.117 „ $\frac{1}{927400}$ „ „

„ „ „ „ „ „ wahrschl. „ ± 0.753 „ $\frac{1}{1375100}$ „ „

3. Bei der Schlesischen Grundlinie (Verbindungen Seite 250) ist anstatt des mittleren Fehlers ± 1.582 zu setzen $\pm 1.582 \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm 0.913$. Damit erhält man den mittleren Fehler der ganzen Grundlinie = ± 1.025 oder $\frac{1}{1194600}$ und den wahrscheinlichen Fehler = ± 0.691 oder $\frac{1}{1771700}$ der Länge.

§ 4. Bestimmung des Azimuthes in Bonn.

Zur Orientirung des Dreiecknetzes wurde auf dem Venusberge eine solide Meridianmarke so nahe im Meridian der Sternwarte errichtet, dass sie im Passagen-Instrumente leicht beobachtet werden konnte.

Die Meridianmarke war 5 Fuss tief im Boden fundamentirt und das Centrum derselben durch einen mit einem Kreuzschnitt versehenen Messingbolzen bezeichnet. Ueber dem Fundament erhob sich ein Pfeiler von $3\frac{1}{4}$ Fuss Höhe und 20 Zoll im Quadrat von Ziegelsteinen mit Cement aufgeführt, der oben eine ebenfalls 20 Zoll im Quadrat haltende Eisenplatte trug, die mit Ankern eingemauert war, und in der Mitte ein feines cylindrisches Loch hatte, welches sich genau in der Vertikale des im Fundament festgelegten Centrums befand.

Nachdem die Winkelmessungen auf dem Pfeiler beendigt waren, wurde über dem Centrum desselben eine vertikalstehende Eisenplatte von 14 Zoll Höhe aufgeschraubt, deren Fläche auf der der Sternwarte zugekehrten Seite weiss emaillirt war und über dem Centrum einen schmalen schwarzen Strich hatte.

Prof. Argelander hatte es übernommen, die Marke zu allen Jahreszeiten zu beobachten und das Azimuth derselben auf das Genaueste zu bestimmen. Allein bei den Unruhen im März 1848 kamen einige unwissende rohe Gesellen auf den Gedanken, die Marke könnte irgend welche schlimme Bedeutung haben, und machten sich darüber her, den Pfeiler umzustürzen und das ganze Fundament herauszureißen, in welchem sie vielleicht Schätze verborgen glaubten.

Was bis dahin zur Bestimmung des Azimuthes der Marke geschehen war, geht aus dem nachstehenden Schreiben Argelanders hervor.

Bonn 1849. Juli 22.

Hochgeehrter Herr Obrist!

Entschuldigen Sie, dass ich Ihr werthes Schreiben vom 15. v. M. nicht früher beantwortet habe; ich habe nicht früher Zeit finden können zur Reduction der noch übrigen Azimuth- und Höhenbestimmungen Ihres Zeichens, und auch jetzt kann ich Ihnen ein definitives Resultat noch nicht geben; indess wird der Unterschied der gleich mitzutheilenden von der definitiven Bestimmung durchaus von keiner Erheblichkeit sein.

Azimuth des Zeichens

	Kreis Ost			Kreis West.				
	Sept.	18	8 ^h Stzt.	1847.	Sept.	22	8 ^h Stzt.	+ 20"6
	"	19	11 "	+ 15"8	"	23	18 "	+ 20.6
	"	20	8.5 "	+ 17.1	"	23	9 "	+ 21.1
	"	21	16 "	+ 17.8	"	24	16 "	+ 20.6
Octbr.	24	19	"	+ 17.7	"	25	10 "	+ 19.9
	"	24	11 "	+ 16.8	"	26	11 "	+ 20.8
	"	26	19 "	+ 17.3	"	27	17.5 "	+ 20.1
Novbr.	2	19	"	+ 19.0	"	27	10 "	+ 19.9
	"	4	19 "	+ 17.2	Octbr.	21	19 "	+ 20.4
	"	6	18 "	+ 18.3		21	12 "	+ 21.0
	"	10	18.5 "	+ 19.2		22	18 "	+ 21.1
Deebr.	8	14.0	"	+ 16.1		22	12 "	+ 20.8
	"	10	14.5 "	+ 16.7	Novbr.	20	20 "	+ 19.7
	"	11	14.5 "	+ 17.7		21	19.5 "	+ 19.9
1848. Jan.	7	23	"	+ 20.4		21	13.5 "	+ 20.2
Febr.	29	3	"	+ 23.3		23	14.0 "	+ 20.0
März	1	2	"	+ 23.0		29	13.5 "	+ 20.4
	"	28	21.5 "	+ 22.2	1848. Jan.	25	17.5 "	+ 20.4
April	3	7	"	+ 20.8	Febr.	1	18 "	+ 20.6
Mai	9	9	"	+ 22.2		12	20 "	+ 22.5
	"	10	8.5 "	+ 20.5		13	19 "	+ 21.6
	"	15	10.5 "	+ 22.2		14	19 "	+ 20.3
				Mittel (22) + 19.03		15	19.5 "	+ 21.1
				West (29) + 20.51		Mai	3	9 "
				Mittel + 19.77			"	+ 19.9
							"	+ 19.1
							"	+ 20.6
							"	+ 20.8
							"	+ 20.3
							"	+ 20.4
							"	+ 20.4
							Mittel (29)	+ 20.51

Vergleicht man nun die beiden Reihen mit einander, so fällt sogleich die grosse Verschiedenheit in die Augen, die in denselben zwischen der Uebereinstimmung der einzelnen Resultate stattfindet: während die Reihe West $\epsilon = 0^{\circ}433$ giebt, folgt aus der Reihe Ost $\epsilon = 1^{\circ}608$; jener stattfindet: während die Reihe West $\epsilon = 0^{\circ}433$ giebt, folgt aus der Reihe Ost $\epsilon = 1^{\circ}608$; jener W. F. ist auffallend gering, dieser so gross, dass ich ihn selbst bei der Schwierigkeit der Beobachtung für zu gross halte. Zufällig kann dieser Unterschied bei der bedeutenden Anzahl der einzelnen Bestimmungen in jeder Reihe nicht sein; aber ich glaube, dass zwei Fehlerursachen sich zufällig Kreis West compensirt, Kreis Ost mit gleichem Zeichen gewirkt haben, nämlich eine kleine Durchbiegung des Fernrohrs im Sinne des Azimuths, die auch andere Beobachtungen zu erkennen geben, und die auf beiden Seiten mit entgegengesetztem Zeichen wirkt, und dann die Veränderlichkeit in der Aufstellung, abhängig von der Temperatur, die sowohl die Nivellierungen der Axe als die Uhrstände zu erkennen geben, verbunden mit den Fehlern in den angenommenen Rectascensionen des Polarsternes, besonders auch herrührend von der fehlerhaften älteren Aberrationskonstante. Die Untersuchungen hierüber werden wohl eine grössere Uebereinstimmung hervorbringen. Uebrigens ist der Unterschied in den Endresultaten ganz unbedeutend und würde

sich durch eine Änderung von $\frac{1^{\circ}48}{5.16} = 0^{\circ}29$ in Bogen vollkommen fortheben. Wären die Beobachtungen ein ganzes Jahr hindurch fortgesetzt worden, was, wie Sie wissen, durch Demolirung des Zeichens vereitelt wurde, so würde ich das mittlere Resultat „Zeichen 19.8 Ost vom Meridian des Instruments“ für sicher auf wenige Zehntheile der Sekunde halten; aber auch jetzt schon glaube ich nicht, dass es eine Sekunde fehlerhaft sein kann, und halte es bis auf $0^{\circ}5$ sicher; ich wäre geneigt, es eher für zu klein, als zu gross zu halten.

(gez.) FR. ARGELANDER.

Zweiter Abschnitt.

**Das Dreiecksnetz zur Verbindung der Bonner Grundlinie
mit der Sternwarte Bonn und der Hauptdreiecks-Seite
Siegburg — Michelsberg.**

I. Die Winkelmessungen.

§ 5. Beschreibung der Instrumente.

Auf sämmtlichen Stationen, mit Ausnahme von Siegburg und Michelsberg, wurden die Richtungsbeobachtungen mit dem 15 zölligen Theodoliten von Ertel gemessen, welcher auch zu den Winkelmessungen für die Gradmessung in Ostpreussen, sowie auch zu denjenigen der Küsten-Vermessung diente. Die Beschreibung des Instruments ist bereits ausführlich gegeben in: Gradmessung in Ostpreussen Seite 61, sowie in: die Küsten-Vermessung Seite 50. Es dürfte nur erwähnt werden, dass der Horizontalkreis im Winter 1836/37 von Pistor neu getheilt, und im Winter 1839/40 von demselben Mechaniker statt der Nonien mit Microscopen im Abstand von 180° versehen wurde.

Auf den beiden Stationen Siegburg und Michelsberg wurde der auch bereits in der Gradmessung von Ostpreussen auf einigen Stationen benutzte 12 zöllige Theodolit von Pistor und Schiek gebraucht. Die Ablesung bei diesem Instrument geschieht durch 4 Nonien. (Gradmessung in Ostpreussen Seite 61.)

Um das Gewicht der Beobachtungen des zweiten (12 zölligen) Instruments auf das des 15 zölligen zu reduciren, giebt Bessel in der Gradmessung in § 16, Seite 73 und in § 35, Seite 136, die dazu nöthigen Daten, wonach man die Gewichte der mit dem 12 zölligen Theodoliten gemachten Beobachtungen mit 0.21783 multipliciren muss, um sie auf dieselbe Einheit zu beziehen, wie die des 15 zölligen Instruments.

Es ist dies bei den Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (38) bis (41) für Siegburg und der (47), (48) und (52) für Michelsberg geschehen.

§ 6. Die Rechnungsmethoden.

Sowohl bei Ermittelung der wahrscheinlichsten Richtungen auf der Station, als auch bei Aufstellung der Bedingungsgleichungen im Dreiecksnetz und bei der Berechnung der aus den Bedingungsgleichungen hervorgehenden Verbesserungen wurde ganz nach den Vorschriften verfahren, wie sie bereits in der Küsten-Vermessung § 18, Seite 73 u. f. und §§ 79 und 80, Seite 255 u. f., und dann ausführlich in: Wissenschaftliche Begründung der Rechnungsmethoden des Centralbüros der Europäischen Gradmessung II, Seite 43—73, aufgestellt worden sind.

Im Jahre 1868 wurden im Centralbüro der Europäischen Gradmessung die vorgefundene Stationsausgleichungen revidirt, theils neu gerechnet und die Rechnung der Netzausgleichung von Prof. Dr. Sadebeck und dem Assistenten Dr. Fischer ausgeführt.

§ 7. Beobachtungen in A (nördlicher Pfeiler der Basis).

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Bergheim.	C. der Basis.	R. der Basis.	Dransdorf.
1			265° 26'			o° o' o".00	69° 42' 2".80
2		r				o..00	0.70
3		r	295 26		o° o' o".00	70 I 3.94	
4		r			o..00	3.88	
5		r	295 26		o° o' o".00	69 42 2.31	
6		r			o..00	1.16	
7		l	325 43			o..00	— 1.31
8		l				o..00	— 1.41
9		l	235 41	o° o' o".00	69 7 37.06	138 49 36.50	
10		l		o..00		32.85	
11		r	85 9	o..00	68 48 29.82	32.90	
12		r		o..00	27.11	30.64	
13		r	115 22			28.84	
14		r		o..00		30.85	
15		l	324 58	o..00		35.51	
16		l		o..00	31.41	33.50	
17		l	355 13	o..00	28.71	33.31	
18		l		o..00	26.21	33.74	
19		r	205 10			33.31	
20		r		o..00		34.56	
21		r	205 10			38.72	
22		r		o..00	o 18 37.87	39.12	
23		l	245 20			35.20	
24		l		o..00		54.30	
25		r	95 3			56.97	
26		r		o..00		62.03	
27		l	65 22	o o o..00	69 7 59.22	64.87	
28		l		o..00		62.99	
29		r	275 2	o..00		66.60	
30		r		o..00		63.53	
31		r	315 35	o..00		31.14	
32		r		o..00		32.36	
33		l	155 11	o..00		32.99	
34		l		o..00		31.39	
35		l	185 10	o..00		30.58	
36		l		o..00		34.80	
37		r	35 19	o..00		31.34	
38		r		o..00		32.70	
39		l	249 51	o..00	68 48 27.44	32.66	
40		l		o..00	o o o..00	34.80	
41		l	250 35	o o o..00		37.77	
42		l		o..00		35.51	
43		r	100 56	o..00	68 48 27.61	36.07	
44		r		o..00		33.31	
45		r	130 51	o..00		32.11	
46		r	180 17	o..00		34.57	
47		r		o..00		29.94	
48		r		o..00	o 19 4.19	33.61	
49		l	30 18	o..00		32.85	
50		l		o..00		2.99	
51		l		o..00	68 48 28.86	138 49 32.79	
					69 7 33.15	70 I 6.89	
					o 19 9.41		

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Bergheim.	C. der Basis.	B. der Basis.	Dransdorf.
52	Septbr. 9.	r	112° 44'	0° 0' 0.00	68° 48' 25.85	69° 7' 29.60	138° 49' 33.56
53		r		0.00	27.25	29.84	34.81
54		r		0.00	29.31	31.75	32.00
55		r	142 14	0.00	31.52	33.80	35.16
56		r			0 0 0.00	0 19 5.70	
57		r			0.00	6.00	
58		l	119 40		0.00		70 1 2.48
59		l			0.00		0.38
60		l	139 38		0.00		2.68
61		l			0.00		3.34
62	- 10.	l	169 40	0.00	68 48 28.40		
63		l			27.85		
64		l	169 40		0 0 0.00	0 19 1.68	
65		l			0.00		2.58
66		r	199 40		0.00		3.54
67		r			0.00		3.94

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Hesse.

Art der Signalisirung: Auf allen Punkten Tafeln.

Die Reduction der Tafel in B auf das Centrum des Pfeilers beträgt + 0.034,
die der Tafel in C: + 0.168.

Annahme.

Bergheim: 0° 0' 0"

C: 68 48 30 + A

B: 69 7 30 + B

Dransdorf: 138 49 30 + C

Endgleichungen.

$$- 73.3091 = + \underline{22.33333} A - 8.83333 B - 8.66667 C$$

$$+ 53.3075 = + \underline{36.83333} - 17.16667$$

$$+ 87.1292 = + \underline{37.00000}$$

$$A = - 0.766 \quad B = + 2.906 \quad C = + 3.524$$

Resultat mit Einschluss aller Reductionen.

Bergheim: 0° 0' 0.000

C der Basis: 68 48 29.402 + (1)

B " " 69 7 32.940 + (2)

Dransdorf: 138 49 33.524 + (3)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (1) bis (3).

$$(1) = 0.06861 [1] + 0.03054 [2] + 0.03024 [3]$$

$$(2) = 0.03054 [1] + 0.04824 [2] + 0.02953 [3]$$

$$(3) = 0.03024 [1] + 0.02953 [2] + 0.04781 [3]$$

§ 8. Beobachtungen in B (mittlerer Pfeiler der Basis).

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Dransdorf.	A der Basis.	Bergheim.	Finkenberg.	C der Basis.
1	Juli 10.	l	310° 46'	0° 0' 0".00	92° 26' 58".97	182° 4' 24".89		271° 50' 7".47
2		l		0.00	60.52	23.94		4.07
3		r	162 44	0.00	57.63	22.85		10.85
4		r		0.00	59.79	22.25		10.15
5		r	192 46	0.00	60.88	22.50		8.50
6		r		0.00	60.78	23.15		8.40
7		l	42 40	0.00	55.76	20.22		5.62
8		l		0.00	56.87	19.57		5.72
9		l	71 45	0.00	56.62	21.39		4.82
10		l		0.00	56.12	21.94		4.57
11		r	281 42	0.00	55.35	23.18		5.21
12		r		0.00	56.60	23.33		1.86
13	- II.	l	130 53	0.00	55.47	22.04		6.08
14		l		0.00	55.27	24.21		6.48
15		r	339 56	0.00	55.29	23.52		6.51
16		r		0.00	55.39	21.57		6.76
17		r	10 3	0.00	55.41	22.23		6.93
18		r		0.00	56.91	22.33		6.93
19		l	219 59	0.00	55.89	18.62		8.03
20		l		0.00	57.54	20.22		6.73
21		l	249 41	0.00	55.61	21.67		5.82
22		l		0.00	53.41	21.67		4.62
23		r	100 14	0.00	53.70	23.29		5.88
24		r		0.00	50.25	21.94		4.36
25		r	193 19	0.00		21.03 256° 34' 44".47		
26		r		0.00		22.63 45.12		
27		l	40 44	0.00		20.96 46.57		
28		l		0.00		20.67 47.28		
29		l	310 47	0.00		24.54 44.72	271 50	6.88
30		l		0.00		23.09 42.27		6.03
31		r	162 58	0.00		21.04 44.97		6.28
32		r		0.00		19.69 44.72		3.98

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Hesse.

Art der Signalisirung: Auf allen Punkten Tafeln.

Annahme.

Dransdorf: 0° 0' 0"

A der Basis: 92 26 55 + A

Bergheim: 182 4 20 + B

Finkenberg: 256 34 40 + C

C der Basis: 271 50 5 + D

Endgleichungen.

$$\begin{aligned} + 5.8000 &= + \underline{18.00000} A - 6.00000 B - 0.00000 C - 6.00000 D \\ + 19.3108 &= \quad + \underline{23.66667} - 2.33333 - 7.00000 \\ + 23.4908 &= \quad \quad + \underline{5.66667} - 1.00000 \\ - 1.7425 &= \quad \quad \quad + \underline{21.00000} \\ A = + 1.433 &\quad B = + 2.068 \quad C = + 5.220 \quad D = + 1.264 \end{aligned}$$

Resultat nach der Ausgleichung.

Dransdorf:	o°	o'	o".000
A der Basis:	92	26	56.433
Bergheim:	182	4	22.068
Finkenberg:	256	34	45.220
C der Basis:	271	50	6.264

+ (4) + (5) + (6) + (7)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (4) bis (7).

$$\begin{aligned} (4) &= 0.07710 [4] + 0.03125 [5] + 0.01875 [6] + 0.03334 [7] \\ (5) &= 0.03125 [4] + 0.06250 [5] + 0.03125 [6] + 0.03125 [7] \\ (6) &= 0.01875 [4] + 0.03125 [5] + 0.19375 [6] + 0.02500 [7] \\ (7) &= 0.03334 [4] + 0.03125 [5] + 0.02500 [6] + 0.06875 [7] \end{aligned}$$

§ 9. Beobachtungen in C (südlicher Endpunkt der Basis).

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Dransdorf.	B. der Basis.	A. der Basis.	Bergheim.	Finkenberg.
1	Juli 12.	l	296° 6'	0° 0' 0".00			139° 59' 34".46	
2		l		0.00			35.31	
3		l	296 6	0.00			35.65	
4		l		0.00			35.14	
5		l	116 5	0.00			34.91	233° 35' 33".56
6		l		0.00			32.01	31.01
7		r	326 19	0.00			32.19	33.41
8		r		0.00			34.86	36.26
9	- 13.	l	296 5	0.00	72° 20' 57".16	72 38 45.07		
10		l		0.00			32.46	32.85
11		r	146 16	0.00			34.27	36.36
12		r		0.00			35.02	36.56
13		r	176 23	0.00			31.44	35.61
14		r		0.00			32.19	35.26
15		l	116 22	0.00			33.85	35.61
16		l		0.00			33.65	34.84
17		r	122 41	0.00			32.34	34.56
18		r		0.00			31.95	35.21
19		r	151 54	0.00			37.26	33.79
20		r		0.00			37.51	35.85
21		l	1 20	0.00			36.91	32.00
22		l		0.00			35.06	31.84
23	- 14.	l	115 37	0.00			33.50	33.14
24		l		0.00			34.27	33.01
25		r	211 1	0.00			33.15	32.90
26		r		0.00			34.70	32.95
27		r	241 3	0.00			31.24	32.35
28		r		0.00			33.95	34.25
29		l	90 59	0.00			67 38 36.99	
30		l		0.00			36.34	
31	- 15.	l	120 1	0.00			37.23	
32		l		0.00			37.48	
33		r	330 4	0.00			35.78	
34		r		0.00			34.74	
35	- 16.	r	115 25		o o 0.00		35.68	
36		r					38.59	
37		l	325 14				37.72	
38		l					35.71	
39		l	354 33				34.56	
40		l					35.21	
41		r	204 38				36.10	
42		r					35.09	
43	- 17.	l	295 8	0 0 0.00	72 21 0.59	72 38 57.01	139 59 38.57	
44		l		0.00			35.76	
45		l	264 57	0.00			37.17	
46		l		0.00			37.42	
47		r	54 43	0.00			37.72	
48		r		0.00			35.71	
49		r	24 58	0.00			34.56	
50		r		0.00			35.21	
51		r	354 54	0.00			36.10	
52		r		0.00			35.09	
53		r	294 55		o o 0.00	o 17 43.44	67 38 37.24	
54		r					43.29	38.59

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Dransdorf.	B. der Basis.	A. der Basis.	Bergheim.	Finkenberg.
55	Septbr. 11.	l	231° 20'		0° 0' 0".00	0° 17' 45".45	67° 38' 36".34	
56		l			0.00	45.45	36.24	
57		l	261 13		0.00	48.25	37.14	
58		l			0.00	47.95	37.79	
59		l	319 7		0.00		36.88	
60		l			0.00		36.34	
61	- 13.	r			0.00	0 17 48.41		
62		r	260 5		0.00	47.16		
63		r			0.00	47.26		
64		r	290 8		0.00	49.11		
65		r			0.00	50.07		
66		r	320 57		0.00	50.21		
67		r			0.00	49.47		
68		l	200 32	0° 0' 0".00	72 20 59.76	72 38 45.97		
69		l			0.00	59.82	46.57	
70		r	201 2		0.00	57.72		
71		r			0.00	57.57		
72		r	201 9		0.00	56.66	42.77	
73		r			0.00	60.27	44.62	
74		r	230 19		0.00	54.51	40.75	
75		r			0.00	57.52	45.93	

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Hesse.

Art der Signalisirung: Auf allen Punkten Tafeln.

Annahme.

Dransdorf: 0° 0' 0"

B der Basis: 72 21 0 + A

A " " 72 38 50 + B

Bergheim: 139 59 30 + C

Finkenberg: 233 35 30 + D

Endgleichungen.

$$- 40.0675 = 28.50000 A - 10.50000 B - 10.00000 C - 0.00000 D$$

$$- 72.2208 = \quad + 19.83333 \quad - 3.66667 \quad - 0.00000$$

$$+ 150.7442 = \quad + 34.33333 \quad - 8.00000$$

$$+ 32.1033 = \quad + 16.00000$$

$$A = -0.911 \quad B = -3.235 \quad C = +4.808 \quad D = +4.410$$

Resultat nach der Ausgleichung.

Dransdorf: 0° 0' 0".000

B der Basis: 72 20 59.089 + (8)

A " " 72 38 46.765 + (9)

Bergheim: 139 59 34.808 + (10)

Finkenberg: 233 35 34.410 + (11)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (8) bis (11).

$$(8) = 0.05515 [8] + 0.03331 [9] + 0.02221 [10] + 0.01111 [11]$$

$$(9) = 0.03331 [8] + 0.07168 [9] + 0.01964 [10] + 0.00982 [11]$$

$$(10) = 0.02221 [8] + 0.01964 [9] + 0.04266 [10] + 0.02133 [11]$$

$$(11) = 0.01111 [8] + 0.00982 [9] + 0.02133 [10] + 0.07317 [11]$$

§ 10. Beobachtungen in Dransdorf.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	A der Basis.	B der Basis.	Bergheim.	C der Basis.	Finkenberg.	Gieisdorf.
1	Juli 21.	<i>l</i>	290° 25'	0° 0' 0".00	17° 51' 3".44	18° 47' 55".79	37° 20' 10".94		202° 28' 25".34
2		<i>r</i>	140 16	0.00	2.47	55.88	9.23		25.48
3		<i>r</i>		0.00	2.74	56.49	11.63		21.59
4		<i>l</i>	290 25	0.00	4.24	56.44			26.34
5		<i>r</i>	170 45	0.00	6.05	57.99	37 20 16.10		
6		<i>r</i>		0.00	5.45	57.74	15.10		
7		<i>l</i>	20 38	0.00	5.19	57.94	12.96		
8		<i>l</i>		0.00	5.35	56.24	12.56		
9		<i>l</i>	50 44	0.00	4.55	58.14	13.85		
10		<i>l</i>		0.00	4.70	57.45	12.30		
11	- 22.	<i>l</i>	290 53	0.00	4.79	55.79	10.14	202 28	24.02
12		<i>l</i>		0.00	4.19	56.39	9.94		24.84
13		<i>r</i>	260 33	0.00	4.13	54.72	9.14		24.79
14		<i>r</i>		0.00	4.49	55.52	10.04		24.84
15		<i>l</i>	172 46	0.00	3.89	57.45	13.00		26.07
16		<i>l</i>		0.00	4.54	57.80	15.10		28.17
17		<i>r</i>	322 6	0.00	4.15	56.89	11.65 69° 19' 8".31		
18		<i>r</i>		0.00	3.69	57.64	12.80	9.81	
19		<i>r</i>	291 33	0.00	5.39	57.17	10.89		
20		<i>r</i>		0.00	3.54	55.32	9.74		
21	Aug. 1.	<i>r</i>	22 24	0.00	4.89	55.27	11.33 69 19 13.92	202 28	20.72
22		<i>r</i>		0.00	5.39	55.84	12.40	12.22	21.52
23		<i>l</i>	231 50	0.00	4.40	56.24	12.04	13.33	26.51
24		<i>l</i>		0.00	2.48	55.37	10.52	10.66	24.39
25		<i>l</i>	261 50	0.00				8.35	
26		<i>l</i>		0.00				10.46	
27		<i>l</i>	292 29	o o 0.00			51 28	5.86	
28		<i>l</i>		o.00				5.46	
29		<i>l</i>	323 51		o o 0.00		50 31 15.89		
30		<i>l</i>			o.00		14.29		
31		<i>l</i>	3 33		o.00		16.39	183 40 31.15	
32		<i>l</i>			o.00		15.59	30.85	
33		<i>r</i>	213 33		o.00		18.13	29.76	
34		<i>r</i>			o.00		18.13	30.51	
35		<i>r</i>	213 33			o o 0.00	31 58 57.61		
36		<i>r</i>				o.00	60.51		
37	- 2.	<i>l</i>	63 33			o.00	61.75		
38		<i>l</i>				o.00	61.85		
39		<i>r</i>	273 33			o.00	59.56		
40		<i>r</i>				o.00	58.91		
41		<i>r</i>	303 15		o o 0.00		50 31 12.72		
42		<i>r</i>			o.00		13.07		
43		<i>r</i>	332 15	o o 0.00			51 28 5.81		
44		<i>r</i>		o.00			5.76		
45		<i>r</i>	1 11	o o 0.00			69 19 12.57		
46		<i>r</i>		o.00			12.97		
47		<i>r</i>	24 57		o o 0.00		50 31 17.04 183 40 26.25		
48		<i>r</i>			o.00		17.44	26.70	
49		<i>l</i>	234 43		o.00		16.58	28.30	
50		<i>l</i>			o.00		16.14	29.05	

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Wrangel.

Art der Signalisirung: Tafeln.

Annahme.

A:	o°	o'	o"
B:	17	51	o + A
Bergheim:	18	47	55 + B
C:	37	20	10 + C
Finkenberg:	69	19	10 + D
Gielsdorf:	202	28	20 + E

Endgleichungen.

$$\begin{aligned} + 58.0725 &= \underline{20.88333} A - 5.11667 B - 4.86667 C - 3.06667 D - 2.71667 E \\ - 31.1008 &= + \underline{26.21667} -- 4.86667 - 5.73333 - 5.38333 \\ - 8.3125 &= + \underline{21.13333} - 4.06667 - 2.46667 \\ - 11.8413 &= + \underline{19.26667} - 3.33333 \\ + 49.97967 &= + \underline{16.61667} \\ A &= + 4.418 \quad B = + 1.374 \quad C = + 1.829 \quad D = + 1.712 \quad E = + 4.790. \end{aligned}$$

Resultat nach der Ausgleichung.

A der Basis:	o°	o'	o".000
B „ „	17	51	4.418 + (12)
Bergheim:	18	47	56.374 + (13)
C der Basis:	37	20	11.829 + (14)
Finkenberg:	69	19	11.712 + (15)
Gielsdorf:	202	28	24.790 + (16)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (12) bis (16).

$$\begin{aligned} (12) &= 0.07692 [12] + 0.03846 [13] + 0.03846 [14] + 0.03846 [15] + 0.03846 [16] \\ (13) &= 0.03846 [12] + 0.07122 [13] + 0.03865 [14] + 0.04304 [15] + 0.04373 [16] \\ (14) &= 0.03846 [12] + 0.03865 [13] + 0.07737 [14] + 0.04060 [15] + 0.03843 [16] \\ (15) &= 0.03846 [12] + 0.04304 [13] + 0.04060 [14] + 0.08696 [15] + 0.04370 [16] \\ (16) &= 0.03846 [12] + 0.04373 [13] + 0.03843 [14] + 0.04370 [15] + 0.09511 [16] \end{aligned}$$

§ 11. Beobachtungen in Bergheim.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreis- lage.	Siegburg.	Finkenberg.	Meridian- Marke.	Kreuzberg.	C der Basis.	Dransdorf.	Gielsdorf.	B der Basis.	A der Basis.
58	Sept. 4.	<i>l</i>	27° 49'			o° o' o".00		23° 57' 44".70	45° 25' 54".73	46° 23' 15".08		
59		<i>l</i>				0.00		46.00	57.69	15.63		
60		<i>r</i>	337 45	o° o' o".00	69° 42' 17'.69		125 57 32.87	147 25 44.77	148 23 1.00			
61		<i>r</i>		0.00	17.98			31.56	42.09	2.24		
62		<i>r</i>	7 57			o o 0.00	23 57 44.90	45 25 55.33	46 23 16.03			
63		<i>r</i>					o o 0.00	21 28 8.68	22 25 31.13			
64		<i>l</i>	118 3	o o 0.00	69 42 16.35		125 57 29.57	147 25 42.92	148 23 1.82			
65		<i>l</i>		0.00	17.70			32.03	43.27			
66	- 5	<i>l</i>	186 37			o o 0.00	10° 39' 6".58	23 57 45.34				
67		<i>l</i>				0.00	8.44	44.55				
68		<i>r</i>	68 12	o o 0.00					77 43 24.77	78 40 47.93		
69		<i>r</i>		0.00					26.67	47.32		
70		<i>r</i>	98 26	o o 0.00			112 38 52.91		147 25 46.03		169° 48' 15".79	
71		<i>r</i>		0.00			53.26		47.28		15.44	
72		<i>l</i>	309 16	o o 0.00	69 42 17.29				44.45	148 23 3.19		
73		<i>l</i>		0.00	16.03				41.70	3.05		
74		<i>l</i>	339 57	o.00					39.49	2.40		
75		<i>l</i>		o.00					39.99	2.30		
76		<i>l</i>	9 37	o.00	69 42 20.81				42.46	0.95		
77		<i>l</i>		o.00	21.00				44.56	2.70		
78		<i>l</i>	39 57	o.00	20.20							
79		<i>l</i>		o.00	22.16							
80	- 6.	<i>l</i>	248 19			o o 0.00			45 25 63.72			
81		<i>l</i>				0.00			57.34			
82		<i>l</i>				0.00			57.03			
83		<i>l</i>				0.00			58.29			
84		<i>r</i>	98 11	o o 0.00	32 17 28.68	42 56 37.46						
85		<i>r</i>		0.00	27.73	34.15						
86		<i>l</i>	339 21	o o 0.00	69 42 15.73	101 59 44.96						
87		<i>l</i>		0.00	15.88	42.81						
88		<i>l</i>	9 42	o.00	21.45	48.32	112 38 58.71					
89		<i>l</i>		0.00	19.90	47.42	56.51					
90		<i>l</i>	9 55	o o 0.00	32 17 23.72							
91		<i>l</i>		0.00	26.82							
92		<i>l</i>	39 54	o o 0.00	69 42 20.04	101 59 47.77			148 23 4.01			
93		<i>l</i>		0.00	19.09	47.67						
94	- 7.	<i>r</i>	249 42	o.00					147 25 44.91	148 23 6.01		
95		<i>r</i>		0.00					43.96	3.71		
96		<i>r</i>	68 0	o o 0.00	32 17 25.83	42 56 34.20						
97		<i>r</i>		0.00	25.52	34.85						
98		<i>r</i>	279 51	o.00	28.58	38.07						
99		<i>r</i>		o.00	29.18	37.77						
100		<i>r</i>	309 15	o o 0.00	69 42 17.59	101 59 45.42	112 38 52.95			148 23 6.07		
101		<i>r</i>		0.00	17.19	43.91	53.15			6.07		
102		<i>l</i>	159 59	o.00	21.25	49.43	54.91			6.27		
103		<i>l</i>		o.00	16.88	46.67				3.81		
104		<i>l</i>	190 33	o.00	19.80					5.07		
105		<i>l</i>		o.00	19.19					2.96		

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Hesse.

Art der Signalisirung.

Siegburg: 38—41, 46—51, 60, 61, 64, 65, 70—79, 86—89, 92—95, 100—105 Heliotrop, sonst Thurmspitze. Finkenberg, Dransdorf, Gielsdorf Heliotopen im Centrum.

Kreuzberg: 1—4, 30, 31, 42, 43, 52—57 Thurmspitze, sonst Tafel.

Auf den übrigen Stationen Tafeln im Centrum.

Bei der vorangehenden Zusammenstellung sind bereits sämmtliche Reductionen angebracht:

Sie betragen für Siegburg: Von Heliotrop nach Thurmspitze: + 66".27

für Kreuzberg: Von Tafel nach Thurmspitze: + 52.32

Annahme.

Siegburg:	o°	o'	o"
Finkenberg:	69	42	20 + A
Meridianmarke:	101	59	40 + B
Kreuzberg:	112	38	50 + C
C der Basis:	125	57	30 + D
Dransdorf:	147	25	40 + E
Gielsdorf:	148	23	0 + F
B der Basis:	148	33	10 + G
A der Basis:	169	48	10 + H.

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 -194.16751 &= 41.65000 A - 5.60000 B - 6.33333 C - 4.25000 D - 2.51667 E - 4.03333 F - 3.73333 G - 6.23333 H \\
 + 82.38633 &= + 17.98333 - 3.76667 - 1.41667 - 2.75000 - 1.85000 - 0.00000 - 0.00000 \\
 + 69.36883 &= + 21.13333 - 2.43333 - 0.66667 - 0.60000 - 0.76667 - 1.76667 \\
 + 66.89716 &= + 32.63333 - 2.60000 - 2.18333 - 8.26667 - 8.26667 \\
 + 39.56799 &= + 24.90000 - 6.51667 - 0.16667 - 3.33333 \\
 + 46.72850 &= + 23.71667 - 0.00000 - 2.00000 \\
 - 25.32833 &= + 23.40000 - 9.60000 \\
 + 50.73583 &= + 35.73333 \\
 A = -0.763 & B = +7.123 \quad C = +5.617 \quad D = +5.034 \quad E = +4.758 \quad F = +4.655 \quad G = 2.473 \quad H = +4.098
 \end{aligned}$$

Resultat nach der Ausgleichung mit Einschluss sämtlicher Reductionen.

Siegburg (Thurm):	o°	o'	o"ooo
Finkenberg:	69	42	19.237 + (17)
Meridianmarke:	101	59	47.123 + (18)
Kreuzberg (Thurm):	112	38	55.617 + (19)
C der Basis:	125	57	35.034 + (20)
Dransdorf:	147	25	44.758 + (21)
Gielsdorf:	148	23	4.655 + (22)
B der Basis:	148	33	12.473 + (23)
A der Basis:	169	48	14.098 + (24)

Gleichungen für die unbekannten Größen (17) bis (24).

$$\begin{aligned}
 (17) &= 0.04211 [17] + 0.02470 [18] + 0.02376 [19] + 0.02354 [20] + 0.01836 [21] + 0.01890 [22] + 0.02563 [23] + 0.02362 [24] \\
 (18) &= 0.02470 [17] + 0.07619 [18] + 0.02716 [19] + 0.02185 [20] + 0.02204 [21] + 0.02054 [22] + 0.02069 [23] + 0.01947 [24] \\
 (19) &= 0.02376 [17] + 0.02716 [18] + 0.06549 [19] + 0.02274 [20] + 0.01679 [21] + 0.01632 [22] + 0.02281 [23] + 0.02125 [24] \\
 (20) &= 0.02354 [17] + 0.02185 [18] + 0.02274 [19] + 0.05693 [20] + 0.02105 [21] + 0.01998 [22] + 0.03774 [23] + 0.03162 [24] \\
 (21) &= 0.01836 [17] + 0.02204 [18] + 0.01679 [19] + 0.02105 [20] + 0.05643 [21] + 0.02447 [22] + 0.01989 [23] + 0.02088 [24] \\
 (22) &= 0.01890 [17] + 0.02054 [18] + 0.01632 [19] + 0.01998 [20] + 0.02447 [21] + 0.05757 [22] + 0.01868 [23] + 0.01925 [24] \\
 (23) &= 0.02563 [17] + 0.02069 [18] + 0.02281 [19] + 0.03774 [20] + 0.01989 [21] + 0.01868 [22] + 0.07655 [23] + 0.03779 [24] \\
 (24) &= 0.02362 [17] + 0.01947 [18] + 0.02125 [19] + 0.03162 [20] + 0.02088 [21] + 0.01925 [22] + 0.03779 [23] + 0.05365 [24]
 \end{aligned}$$

§ 12. Beobachtungen in Finkenberg.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs	Kreis- lage.	Berg- heim. Tafel.	Siegburg. Red. v. ⊖ n. δ = + 18° 19.	Löwenburg. ⊖	Meridian- Marke.	KreuzbergTh. Red. v. ⊕ n. Th. = - 63° 37.	Gielsdorf. ⊖	Dransdorf. ⊖	C der Basis.
1	Aug. 23.	r	258° 54'	o° o' o".o			268° 10' 50" 59			308° 14' 43" 56	329° 51' 17" 24
2		r	109	o			50.89			41.51	16.79
3		l	109	o			46.83			39.60	16.74
4		l	109	o	71° 53' 2".76		48.08			41.25	17.04
5		l	109	o			46.18			39.15	16.09
6		l	109	o			46.78			40.96	16.24
7		r	319 33				8.17			29.36	38.74
8		r					5.16			29.31	40.44
9	- 25.	l	75 17				0.38	279° 21' 4".64			
10		l					0.48			5.19	
11		r	284 48		71 52	56.96				4.63	
12		r					57.46			3.29	
13		r	314 37				57.67			2.28	
14		r					57.67			2.38	
15		r	314 37				268 10 48.13				
16		r					47.64				
17		r	344 4		71 53	3.22				50.03	
18		r					3.07			48.48	
19		r	12 41					50.28	279 21 7.30		
20		r						51.99		8.50	
21		l	223 20							55.77	
22		l								54.96	
23		l	252 49		71 53	3.22				49.73	
24		l					3.07			49.53	
25		l	283 17					48.39	279 21 6.40		
26		l						49.78		8.65	
27	- 27.	l	78 27								
28		l									329 51 16.77
29		r	229 20								15.92
30		r									16.14
31		r	200 22								14.79
32		r									15.79
33		r	170 6					268 10 49.88			14.99
34		r						49.98			13.47
35		l	319 49					49.33			13.57
36		l						48.83			14.38
37		l	289 4								14.23
38		l									14.22
39		l	259 49								14.62
40		l									15.19
41		r	50 20								16.44
42											17.14
43	- 28.	l	169 5		71 53	4.57					17.53
44		l				5.67					
45		l	169 5			4.42					
46		l				4.72					
47		l	198 26			10.63	170° 11' 50" 11				
48		l				9.43	49.41				
49		r	49 39			6.83	47.05				
50		r				7.28	45.39				
51		r	78 56			5.52					
52		r				6.13					
53		r	108 54			4.47	47.00				
54		r				4.37	47.80				
55		l	319 10			5.21	49.65				
56		l				6.01	47.24				
57		l	349 57			o o o o	98 18 44.39				
58		l						226 33 24.49			
59		r	199 57					22.84			
60		r						23.30			
								23.50			

No.	Datnm. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreis- lager.	Berg- heim. Tafel.	Siegburg. Red. v. \odot n. \odot = + 18".19.	Löwenburg. \odot	Meridian- Marke.	KreuzbergTh. Red. v. \square n. Th. = — 63".37.	Gielsdorf. \odot	Dransdorf. \odot	C der Basis.
61	Aug. 29.	r	349° 5'	o° o' o".o				279° 21' 5".41			
62		r						4.26			
63		r	19 25					6.91			
64		r						8.86			
65		l	230 16					6.57			
66		l						10.08			
67		l	259 18					4.01			
68		l						5.46			
69		r	77 59	o° 53' 6".22	170° 11' 48".86						
70		r			6.07	47.45					
71		l	227 44		6.81	50.11					
72		l			6.31	49.81					
73		l	197 53		8.53	49.26					
74		l			8.78	48.21					
75		r	347 19		7.73	47.35					
76		r			9.03	50.00					
77		r	347 19					298° 26' 30".77	308° 14' 41".81		
78		r						32.67	41.15		
79		l	135 54					28.77	39.76		
80		l						28.21	39.60		
81		l	105 41			170° 11' 46.20		30.86	40.00		
82		l							42.86		
83		r	78 41		4.16				32.57	40.95	
84		r			4.91				34.17	42.20	
85		l	287 47		1.16				29.81	40.96	
86		l			1.06				30.11	41.51	

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und Rodowicz.

Art der Signalisirung.

In Gielsdorf und Löwenburg Heliotropen; in Siegburg bei No. 5—14, 17, 18, 23, 24 Thurmspitze, sonst Heliotropen; bei den übrigen Tafeln.

Die Reduction von Siegburg Heliotrop nach Thurm hin beträgt + 18".21 und ist bereits angebracht. Bei Kreuzberg Thurmspitze, nur von No. 61—68 Tafel, Reduction von Tafel nach Thurmspitze: = — 63".37, ist bereits angebracht.

Annahme.

Bergheim:	o°	o'	o"
Siegburg:	71	53	o + A
Löwenburg:	170	11	50 + B
Meridianmarke:	268	10	50 + C
Kreuzberg:	279	21	o + D
Gielsdorf:	298	26	30 + E
Dransdorf:	308	14	40 + F
C der Basis:	329	51	10 + G

Endgleichungen.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 + 135.04567 & = 31.40000 & A & - 5.60000 & B & - 2.00000 & C & - 2.00000 & D & - 5.60000 & E & - 4.26667 & F & - 0.66667 & G \\
 - 73.22767 & & & + 15.81667 & & & & & & - 3.18333 & - 2.18333 & & & & & & \\
 - 41.29000 & = & & & & + 16.33333 & - 1.33333 & & & - 0.66667 & - 1.66667 & - 3.00000 & & & & \\
 + 62.26667 & = & & & & & & + 10.66667 & & & & & & & & & \\
 - 13.47267 & = & & & & & & & + 21.81667 & - 5.85000 & - 0.66667 & & & & & & \\
 - 7.49333 & = & & & & & & & & + 22.81667 & - 1.66667 & & & & & & \\
 + 83.09333 & = & & & & & & & & & + 15.00000 & & & & & & & \\
 \end{array}$$

$$A = + 4.527 \quad B = - 2.815 \quad C = - 0.265 \quad D = + 6.653 \quad E = + 0.514 \quad F = + 0.784 \quad G = + 5.798$$

Resultat nach der Ausgleichung mit Einschluss aller Reductionen.

Bergheim, Tafel in centro:	o°	o'	o"
Siegburg Thurm:	71	53	4.527 + (25)
Löwenburg Heliotrop:	170	11	47.185 + (26)
Meridianmarke in centro:	268	10	49.735 + (27)
Kreuzberg Thurm:	279	21	6.653 + (28)
Gielsdorf Heliotrop in centro:	298	26	30.514 + (29)
Dransdorf desgl.	308	14	40.784 + (30)
C der Basis:	329	51	15.798 + (31)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (25) bis (31).

$$\begin{aligned}(25) &= + 0.04241[25] + 0.02098[26] + 0.00950[27] + 0.00914[28] + 0.01872[29] + 0.01590[30] + 0.00638[31] \\(26) &= + 0.02098[25] + 0.07751[26] + 0.00662[27] + 0.00477[28] + 0.02186[29] + 0.01781[30] + 0.00520[31] \\(27) &= + 0.00950[25] + 0.00662[26] + 0.06752[27] + 0.01023[28] + 0.00884[29] + 0.01074[30] + 0.01552[31] \\(28) &= + 0.00914[25] + 0.00477[26] + 0.01023[27] + 0.09674[28] + 0.00461[29] + 0.00433[30] + 0.00313[31] \\(29) &= + 0.01872[25] + 0.02186[26] + 0.00884[27] + 0.00461[28] + 0.06040[29] + 0.02229[30] + 0.00776[31] \\(30) &= + 0.01590[25] + 0.01781[26] + 0.01074[27] + 0.00433[28] + 0.02229[29] + 0.05574[30] + 0.01004[31] \\(31) &= + 0.00638[25] + 0.00520[26] + 0.01552[27] + 0.00313[28] + 0.00776[29] + 0.01004[30] + 0.07151[31]\end{aligned}$$

§ 13. Beobachtungen in Gielsdorf.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreis- lage.	Berg- heim.	Dransdorf.	Siegburg.	Finkenberg.	Kreuzberg.	Löwenburg.	Michelsburg.	Cölner Dom.
1	Juli 19.	l	76° 46'	o° o' o".o	2° 43' 7"81		39° 45' 43".89	59° 6' 38"40			
2		l		o.o	8.66		46.71	40.95			
3		r	286 46	o.o	5.45		42.59	39.69			
4		r		o.o	7.21		45.00	42.01			
5		r	317 3	o.o	9.37		45.90	40.70			
6		r		o.o	7.06		44.45	40.86			
7		l	166 19	o.o	5.35		47.30	42.41			
8		l		o.o	7.75		45.99	43.01			
9		r	75 31	o.o	5.49		43.13	36.88			
10		r		o.o	4.99		42.93	40.15			
11		l	285 34	o.o	7.81		44.25	39.09			
12		l		o.o	6.60		43.19	39.39			
13		l	196 19	o.o	5.45		46.85	43.62		307° 53' 0".94	
14		l		o.o	7.81		46.75	45.37		1.74	
15		r	45 58	o.o	5.04		44.94	39.75		3.38	
16		r		o.o	6.69		46.05	41.00		2.28	
17	- 20.	l	315 37	o.o	4.54		42.63	41.75			
18		l		o.o	7.60		44.44	42.66			
19		r	165 15	o.o	7.22		46.56	44.92			
20		r		o.o	6.52		46.26	44.62			
21		r	195 16	o.o	9.91		47.97	46.37			
22		r		o.o	8.91		46.36	46.27			
23		l	45 10	o.o	5.89		45.95	42.62			
24		l		o.o	4.84		44.40	40.87			
25		l	45 10	o.o						4.13	
26		l		o.o						2.83	
27		r	314 0	o.o						— 3.60	
28		r		o.o						— 2.64	
29		r	254 17			o o o.o				268 7 18.49	
30		r					o.o			18.89	
31		l	164 18				o.o			10.77	
32		l					o.o			12.53	
33		r	283 59					o o o.o		248 46 20.59	
34		r						o.o		20.39	
35		l	194 4					o.o		17.17	
36		l						o.o		19.18	
37	- 25.	r	256 46		o° o' o".o	23 5 2.23				150° 52' 49".59	
38		r				o.o	0.62			48.18	
39		r	286 26			o.o	2.89			51.39	
40		r				o.o	3.89			50.59	
41		r	316 32			o.o	4.29			52.99	
42		r				o.o	2.79			50.79	
43		l	166 48			o.o	4.80			45.73	
44		l				o.o	3.70			45.06	
45	- 28.	l	198 16	o o o.o						307 53 3.50	
46		l		o.o						3.90	
47		r	48 10	o.o						1.33	
48		r		o.o						1.98	
49		l	197 8	o.o					68° 47' 38".92		
50		l		o.o					38.97		
51		r	46 15	o.o						167 33 34.90	
52		r		o.o						34.85	
53		l	256 40	o.o						32.79	
54		l		o.o						31.84	
55		l	198 16	o.o						33.15	
56		l		o.o						32.45	

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreis- lage.	Berg- heim. Tafel.	Dransdorf. Tafel.	Siegburg. Heliotrop.	Finkenberg. Tafel.	Kreuzberg. Tafel.	Löwenburg. Heliotrop auf dem Pfeiler.	Michelsberg. Heliotrop.	Cölner Dom.
57	Juli 28	r	48° 10'	o° o' o'' o						167° 33' 34.96	
58		r	198 16	o.o						33.26	
59		l	198 16	o.o		16° 40' 43" 77	39° 45' 48" 95				
60		l	257 45	o.o		46.77	48.75				
61		l	257 45			o o o.o	23 5 o.57			150 52 48.08	
62		r	48 10			o o o.o	o o o.o			127 47 45.54	
63		r								45.90	
64		l	257 45							47.60	
65		l								46.85	
66	- 30.	l	227 3	o o o.o		16 40 43.32			68° 47' 36" 62	167 33 32.35	
67		l				42.87			36.01	31.15	
68		r	77 3	o.o		42.76			35.00	32.15	
69		r				44.01			34.20	32.00	
70		r	107 2	o.o		41.86			32.60	31.80	
71		r				41.31			33.25	30.90	
72		l	324 23	o.o		44.67					
73		l				42.60					
74		l	198 9			o o o.o	23 5 1.42			150 52 45.02	
75		l				o.o	o.88			46.53	
76		l				o.o	o.11			44.67	
77		r	114 16			o o o.o				127 47 47.26	
78		r				o.o				46.86	
79		l	75 39						o o o.o	98 45 55.99	
80		l							o.o	55.93	
81		r	286 49						o.o	56.83	
82		r							o.o	56.69	
83		r	316 46						o.o	57.99	
84		r							o.o	57.34	
85		l	166 32						o.o	53.88	
86		l							o.o	53.79	
87		r	107 2						o.o	57.10	
88		r							o.o	56.65	
89		r	107 2						o.o	57.49 239° 5' 26".27	
90		r							o.o	56.18	27.03
91		l	142 53						o.o	52.28	20.90
92		l							o.o	55.45	20.30
93	- 31.	l	324 9	o o o.o		16 40 43.82			68 47 37.67	167 33 30.58	
94		l				43.21			38.92	33.09	
95		r	203 35	o.o		42.96					
96		r				42.71					
97		l	353 29			o o o.o	23 5 1.74		52 6 55.91	150 52 44.91	
98		l				o.o	1.24		55.62	46.98	
99		r	203 35			o.o	3.53		54.54	48.33	
100		r				o.o	3.33		56.00	52.19	
101		r	233 39			o.o	1.23		53.55	50.54	
102		r				o.o	0.98		54.10	50.64	
103		l	83 49			o.o	— 0.27		53.76	47.63	
104		l				o.o	— 1.23		51.70	47.07	
105		l	171 53			o o o.o				127 47 46.67	
106		l				o.o				47.00	
107		l	113 27			o.o			o o o.o	98 45 55.39	
108		l				o.o			o.o	55.34	

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Wrangel.

Art der Signalisirung: bei Siegburg, Löwenburg, Michelsberg Heliotropen, bei Bergheim, Dransdorf Finkenberg und Kreuzberg Tafeln, bei Cölner Dom das Kreuz auf dem hohen Chor.

- Reductionen: 1) für Siegburg von Heliotrop nach Thurm-Centrum = - 19° 174.
 2) für Kreuzberg von Tafel nach Thurm-Centrum = + 2° 14.249.
 3) für Michelsberg von Heliotrop nach Thurm-Centrum = - 56.717.

Annahme.

Bergheim:	o°	o'	o":
Dransdorf:	2	43	5 + A
Siegburg:	16	40	40 + B
Finkenberg:	39	45	45 + C
Kreuzberg:	59	6	40 + D
Löwenburg:	68	47	35 + E
Michelsberg:	167	33	30 + F
Cölner Dom:	307	33	0 + G

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 + 20.313 &= + 18.20000 A - 0.00000 B - 5.80000 C - 5.80000 D - 0.00000 E - 0.00000 F - 0.80000 G \\
 + 52.9525 &= + 23.33333 - 6.66667 - 0.00000 - 4.00000 - 8.00000 - 0.00000 \\
 - 56.762 &= + 39.53333 - 5.80000 - 2.00000 - 10.00000 - 2.80000 \\
 + 21.038 &= + 20.20000 - 0.00000 - 0.00000 - 2.80000 \\
 - 0.5658 &= + 21.66667 - 11.33333 - 1.33333 \\
 + 29.9592 &= + 36.66667 - 1.33333 \\
 + 3.3947 &= + 13.86667 \\
 A = + 1.974 & B = + 3.619 \quad C = + 0.564 \quad D = + 1.950 \quad E = + 2.051 \quad F = + 2.442 \quad G = + 1.298
 \end{aligned}$$

Resultat nach der Ausgleichung mit Einschluss aller Reductionen.

Bergheim Tafel:	o°	o'	o":000
Dransdorf	"	2 43	6.974 + (32)
Siegburg Thurm:	16	40	24.445 + (33)
Finkenberg Tafel:	39	45	45.564 + (34)
Kreuzberg Thurm:	59	8	56.199 + (35)
Löwenburg Pfeiler:	68	47	37.051 + (36)
Michelsberg Thurm:	167	32	35.725 + (37)
Cölner Dom:	307	53	1.298 + (51)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (32) bis (37) und (51).

$$\begin{aligned}
 (32) &= 0.07231[32] + 0.01325[33] + 0.02250[34] + 0.02960[35] + 0.01267[36] + 0.01356[37] + 0.01721[51] \\
 (33) &= 0.01325[32] + 0.06701[33] + 0.02612[34] + 0.01338[35] + 0.03263[36] + 0.03237[37] + 0.01499[51] \\
 (34) &= 0.02250[32] + 0.02612[33] + 0.04552[34] + 0.02226[35] + 0.02397[36] + 0.02324[37] + 0.01981[51] \\
 (35) &= 0.02960[32] + 0.01338[33] + 0.02226[34] + 0.06751[35] + 0.01316[36] + 0.01388[37] + 0.02243[51] \\
 (36) &= 0.01267[32] + 0.03263[33] + 0.02397[34] + 0.01316[35] + 0.07524[36] + 0.03761[37] + 0.01908[51] \\
 (37) &= 0.01356[32] + 0.03237[33] + 0.02324[34] + 0.01388[35] + 0.03761[36] + 0.05375[37] + 0.01767[51] \\
 (51) &= 0.01721[32] + 0.01499[33] + 0.01981[34] + 0.02243[35] + 0.01908[36] + 0.01767[37] + 0.08517[51]
 \end{aligned}$$

§ 14. Beobachtungen in Siegburg.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage	Löwenburg.	Finkenberg.	Michelsberg.	Gielsdorf.	Bergheim.
1	Aug. 15.	r	262° 22'	0° 0' 0".00	46° 50' 15".62		70° 18' 58".75	
2		r		0.00	11.88		55.00	
3		l	282 20	0.00	14.38	51° 55' 14".38	56.88	85° 15' 42".50
4		l		0.00	15.00	20.62	56.25	43.12
5		l	302 16	0.00	11.25	19.37	55.62	36.25
6		l		0.00	8.75	12.50		35.62
7	- 16.	l	54 46		o o 0.00		23 28 41.25	38 25 23.75
8		l			0.00		44.38	26.88
9		r	75 24		0.00		43.75	25.00
10		r			0.00		43.75	26.25
11		r	95 20		0.00	5 5 3.13	38.13	28.75
12		r			0.00	4.37	41.87	29.37
13		l	115 24		0.00	6.88	46.88	30.00
14		l			0.00	8.13	45.00	30.63
15		r	42 38	o o 0.00	46 50 6.88	51 55 9.38	85 15 31.26	
16		r			11.88	11.88		32.50
17		l	61 54	0.00	13.12	15.62	70 18 51.87	41.25
18		l		0.00	12.50	14.37	51.87	40.00
19		l	82 2	0.00	13.75	16.25		37.50
20		l		0.00	8.13	13.13		32.50
21	- 17.	r	216 4		o o 0.00		23 28 48.75	38 25 26.88
22		r			0.00		49.38	28.13
23		l	236 16		0.00		46.87	24.37
24		l			0.00		43.75	23.75
25		l	256 13		0.00		41.88	23.13
26		l			0.00		43.13	23.75
27		r	276 16		0.00		49.38	30.63
28		r			0.00		47.50	31.25
29	- 18.	r	202 35	o o 0.00	46 50 6.88		85 15 33.13	
30		r			8.12			36.87
31		l	222 30	0.00		7.50		31.25
32		l		0.00		11.87		32.50
33	- 20.	r	336 43		o o 0.00	5 5 1.88	43.75 38 25	33.13
34		r			0.00	3.13	46.88	35.00
35		l	6 27			o o 0.00		33 30 20.63
36		l				0.00		20.63
37		r	17 4			0.00	18 23 40.62	28.75
38		r				0.00	41.25	29.38
39		l	36 33			0.00	34.38	21.25
40		l				0.00	32.50	19.37
41		l	46 18		o o 0.00		23 28 37.50	
42		l			0.00		36.25	
43		l	312 38	o o 0.00			70 18 47.50	
44		l		0.00			49.38	
45		r	332 40	o o 0.00				51.88
46		r		0.00				53.75
47		r	352 48	o o 0.00				58.12
48		r		0.00				58.75
49		l	12 16	o o 0.00				59.38
50		l		0.00				58.75
51	- 21.	r	32 28	o o 0.00	46 50 10.63			
52		r		0.00				
53		r	52 45	o o 0.00	8.13			
54		r		0.00	6.25			
					8.75			

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Löwenburg.	Finkenberg.	Michelsberg.	Gielsdorf.	Bergheim.
55		<i>l</i>	72° 50'	0° 0' 0".00	46° 50' 10".63			
56		<i>l</i>		0.00	10.00			
57		<i>l</i>	92 44	0.00	13.13			
58		<i>l</i>		0.00	12.50			
59		<i>l</i>	112 46	0.00	12.50			
60		<i>l</i>		0.00	11.87			
61		<i>r</i>	133 8	0.00	10.00			
62		<i>r</i>		0.00	8.75			
63	- 22.	<i>r</i>	154 0	0.00			85° 15' 36".87	
64		<i>r</i>		0.00			33.13	
65		<i>r</i>	173 11	0.00			38.75	
66	- 28.	<i>r</i>	174 13	0.00	51° 55' 8".75	70° 18' 55".00	42.50	
67		<i>r</i>		0.00		10.00	53.75	
68		<i>l</i>	194 4	0.00		13.13		
69		<i>l</i>		0.00		12.50		
70		<i>l</i>	209 57	0.00		12.50	48.13	
71		<i>l</i>		0.00		10.00	44.37	
72		<i>r</i>	230 18	0.00		20.00		
73		<i>r</i>		0.00		17.50		
74		<i>r</i>	250 21	0.00		11.25		
75		<i>r</i>		0.00		13.75		
76		<i>l</i>	270 18	0.00		13.13		
77		<i>l</i>		0.00		15.62		
78		<i>l</i>	290 39	0.00		16.87		
79		<i>l</i>		0.00		18.13		
80		<i>r</i>	310 32	0.00		15.63		
81		<i>r</i>		0.00		16.87		

Instrument: 12 zölliger Kreis von Pistor und Schiek.

Beobachter: v. Hesse und v. Wrangel.

Art der Signalisirung: Auf allen Punkten Heliotropen.

Centrirungselemente für Siegburg vom Beobachtungspfeiler nach der Thurmmitte.

Centrum:	0°	0'	0"	Entfernung:
Löwenburg:	125	15	20	Thurmmitte-Beobachtungspfeiler
Finkenberg:	172	5	35	= 2.8346 Toisen.
Michelsberg:	177	10	35	
Gielsdorf:	195	34	15	
Bergheim:	210	31	0	

Die Centrirungen betragen daher:

Löwenburg:	+ 62".387
Finkenberg:	+ 18.192
Michelsberg:	+ 1.346
Gielsdorf:	- 19.174
Bergheim:	- 66.269

Die Reductionen betragen:

für Michelsberg von Heliotrop auf Thurmmitte — 33".293
 für Bergheim von Heliotrop auf T. P. + 35.076

Annahme.

Löwenburg:	o°	o'	o"
Finkenberg:	46	50	10 + A
Michelsberg:	51	55	10 + B
Gielsdorf:	70	18	50 + C
Bergheim:	85	15	40 + D

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 - 5.0416 &= 31.25000 A - 3.75000 B - 8.16667 C - 9.08333 D \\
 + 118.5521 &= + 26.25000 - 4.83333 - 9.75000 \\
 + 99.2292 &= + 28.50000 - 8.83333 \\
 - 172.9062 &= + 36.41667 \\
 A = + 0.517 &\quad B = + 4.271 \quad C = + 3.543 \quad D = - 2.616
 \end{aligned}$$

Resultat nach der Ausgleichung mit Einschluss sämmtlicher Reductionen.

Löwenburg Pfeiler 1847:	o°	1'	2".387
Finkenberg T. P.:	46	50	28.709 + (38)
Michelsberg Th. M.:	51	54	42.324 + (39)
Gielsdorf T. P.:	70	18	34.369 + (40)
Bergheim T. P.:	85	15	6.191 + (41)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (38) bis (41).

$$\begin{aligned}
 (38) &= 0.21701 [38] + 0.09025 [39] + 0.11004 [40] + 0.10498 [41] \\
 (39) &= 0.09025 [38] + 0.24937 [39] + 0.10361 [40] + 0.11442 [41] \\
 (40) &= 0.11004 [38] + 0.10361 [39] + 0.24575 [40] + 0.11480 [41] \\
 (41) &= 0.10498 [38] + 0.11442 [39] + 0.11480 [40] + 0.21072 [41]
 \end{aligned}$$

§ 15. Beobachtungen auf Löwenburg.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Nürburg.	Michelsberg. A.	Gielsdorf. B.	Meridian- Marke. C.	Finkenberg. D.	Siegburg. E.
1	Aug. 6.	l	76° 58'					o° o' o".oo	34° 50' 48".98
2		l						o.oo	48.23
3	- 9.	l	256 6	o° o' o".oo		80° 45' 3"88			
4		l		o.oo		5.59			
5	- 10.	r	220 15			o o 0.00	5° 8' 4"37	22 43 24.97	57 34 12.71
6		r				0.00	2.97	23.67	11.61
7	- 11.	l	76 18	o o 0.00	30° 5' 55".18	80 45 4.64	53 6.70	103 28 29.86	138 19 16.34
8		l		o.oo	54.28	3.99	5.80	29.06	17.44
9		r	14 48	o.oo	57.04	4.39	5.80	29.06	17.03
10		r		o.oo	57.54	5.10	6.55	28.50	16.43
11		l	104 23			o o 0.00	5 8 2.46	22 43 24.97	57 34 13.06
12		l				0.00	2.16	25.07	13.80
13		l	256 45	o o 0.00	55.93	80 45 4.39	85 53 4.59	103 28 28.35	
14		l		o.oo	55.83	3.94	5.20	28.81	
15		r	314 37	o.oo	57.93	1.54	4.19	27.10	
16		r			56.84	0.32	3.43	27.00	
17		r	344 48	o.oo	59.16				
18		r		o.oo	59.11				
19		r	344 48	o.oo	59.56			29.56	
20		r		o.oo	57.19			28.15	
21		r	344 48	o.oo	59.31		6.87		
22		r		o.oo	59.40		7.56		
23		l	254 38	o.oo	55.78		7.25		
24		l			56.23		4.74		
25	- 12.	l	254 36	o.oo	54.53	80 45 -0.48		4.34	26.15
26		l		o.oo	55.48	+0.88	3.69	27.05	138 19 18.90
27		l	284 27		o o 0.00	50 39 4.30	55 47 5.75		19.35
28		l				o.oo	6.24		
29		r	134 18			o.oo	3.94		
30		r				o.oo	8.36		
31		r	163 59	o o 0.00	30 5 58.79		9.11		
32		r		o.oo	59.34		6.66		
33		r	104 0	o o 0.00	55.43	80 44 58.77		26.56	15.19
34		r		o.oo	56.54	59.52		28.01	15.44
35		r	126 32			o o 0.00	5 8 1.25	57 34 14.20	
36		r					0.00	13.70	
37		r	155 48				2.55	12.00	
38		r				o.oo	1.01		
39		r	155 48	o o 0.00			0.45	10.39	
40		r		o.oo			85 53 5.00	26.80	
41		l	5 8	o.oo	59.35		4.29	26.95	
42		l		.0.oo	56.99		7.00		
43		l	35 25			o o 0.00	5 8 2.81		13.50
44		l					0.00		12.60
45		l	65 53				0.00		15.80
46		l					0.00		14.25
47		l	65 53	o o 0.00				30.47	
48		l		o.oo				29.91	
49		l	65 53			o o 0.00			13.89
50		l				0.00			13.44
51		r	275 26		o o 0.00				108 13 20.70
52		r			o.oo				20.00
53	- 13.	l	92 53	o o 0.00			85 53 7.25	27.96	
54		l		o.oo			5.15	25.81	

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Nürburg.	Michelsberg A.	Gielsdorf. B.	Meridian- Marke. C	Finkenberg. D.	Siegburg. E.
55	Aug. 13.	r	272° 56'	o° o' o".00				103° 28' 26".99	
56		r		0.00				26.43	
57		r	272 56	30° 5' 54".17					
58		r		0.00	55.07				
59		l	121 35	0.00	58.25				
60		l		0.00	57.15				
61		l	256 16			o o 0.00	5° 8' 1".86		57° 34' 15".71
62		l	225 42			0.00	2.71		15.06
63		l				0.00	1.81		14.66
64		l	196 42		o o 0.00				108 13 22.01
65		l		0.00					21.97
66		r	345 47			o o 0.00			57 34 11.98
67		r				0.00			10.13
68		r				0.00			10.08
69		r	319 17			0.00			15.44
70		r				0.00			14.35

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und Rodowicz.

Art der Signalisirung: Michelsberg bei No. 22 Kirchenkante, sonst Heliotrop.
Auf den übrigen Punkten durchweg Heliotropen.

Reductionen: 1) Nürburg von Heliotrop auf Thurmmitte + 10".560
2) Michelsberg von Heliotrop auf Thurmmitte - 28.849
von Kirchenkante auf Thurmmitte - 26.444
3) Siegburg von Heliotrop auf Thurmmitte + 62.387

Auf den übrigen Punkten standen die Heliotropen in centro.

Annahme.

Nürburg:	o	o'	o".
Michelsberg:	30	5	55 + A
Gielsdorf:	80	45	o + B
Meridianmarke:	85	53	o + C
Finkenberg:	103	28	30 + D
Siegburg:	138	19	15 + E

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 + & 0.593 = + 24.00000 A - 3.46667 B - 6.13333 C - 2.80000 D - 3.33333 E \\
 + & 27.85633 = + 26.86667 - 7.13333 - 3.13333 - 10.00000 \\
 + & 122.67133 = + 28.86667 - 4.46667 - 5.00000 \\
 - & 82.98533 = + 20.86667 - 3.33333 \\
 - & 13.47500 = + 23.00000 \\
 \\
 A & = + 2.076 \quad B = + 3.449 \quad C = + 5.677 \quad D = - 1.611 \quad E = + 2.215
 \end{aligned}$$

Resultat mit Einschluss sämtlicher Reductionen.

Nürburg, Thurm:	0°	0'	10".560
Michelsberg, Thurm:	30	5	28.227 + (42)
Gielsdorf T. P.:	80	45	3.449 + (43)
Meridian-Marke:	85	53	5.677 + (44)
Finkenberg T. P.:	103	28	28.389 + (45)
Siegburg, Thurm:	138	20	19.602 + (46)

Gleichungen für die unbekannten Größen (42) bis (46).

$$\begin{aligned}
 (42) &= 0.06029 [42] + 0.03025 [43] + 0.02951 [44] + 0.02403 [45] + 0.03179 [46] \\
 (43) &= 0.03025 [42] + 0.07284 [43] + 0.03763 [44] + 0.03083 [45] + 0.04870 [46] \\
 (44) &= 0.02951 [42] + 0.03763 [43] + 0.06128 [44] + 0.02882 [45] + 0.03814 [46] \\
 (45) &= 0.02403 [42] + 0.03083 [43] + 0.02882 [44] + 0.06720 [45] + 0.03289 [46] \\
 (46) &= 0.03179 [42] + 0.04870 [43] + 0.03814 [44] + 0.03289 [45] + 0.08232 [46]
 \end{aligned}$$

§ 16. Beobachtungen auf Michelsberg.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Gielsdorf.	Siegburg.	Löwenburg.	Nürburg.
1	Juli 16.	r	11° 2'	0° 0' 0.00		30° 35' — 1.25	123° 21' 25.63
2		r		0.00		+ 5.00	31.88
3		l	31 12	0.00		+ 5.00	28.12
4		l		0.00		— 2.50	25.00
5		l	51 20			0 0 0.00	92 46 27.50
6		l				0.00	25.62
7	- 17.	l	151 25	0 0 0.00	10° 43' 36.25	30 35 3.75	123 21 25.00
8		l		0.00	33.75	1.25	20.00
9		l	131 26	0.00	36.25		33.75
10		l		0.00	35.60		26.25
11		r	91 25	0.00			22.50
12		r		0.00			20.63
13		l	111 20	0.00			32.50
14		l		0.00			30.63
15		r	192 51		0 0 0.00	19 51 26.25	
16		r			0.00	23.12	
17	- 21.	l	171 21	0 0 0.00	10 43 32.50		26.25
18		r	151 28	0.00			29.37
19		r		0.00			30.00
20	- 22.	l	171 32	0.00	31.25		25.00
21		l		0.00	33.75		28.12
22		r	351 45	0.00			23.13
23		r		0.00			31.25
24		l	191 31	0.00	31.25		
25		l		9.00	35.62		
26		r	211 40	0.00	28.13		19.37
27		r		0.00	29.38		23.13
28	- 23.	r	232 34	0.00	38.12	30 35 + 1.25	33.75
29		r		0.00	33.12	— 2.50	26.87
30	- 24.	l	251 26	0.00	31.88	— 3.75	25.00
31		l		0.00	35.62	— 5.00	28.12
32		l	342 46	0.00	23.75		
33		l		0.00	26.88		
34	- 25.	r	271 12	0.00	31.25		
35		r		0.00	31.87		31.23
36		l	291 41	0.00	27.50		
37		l		0.00	30.00		
38	- 30.	l	158 43	0.00		— 0.62	
39		l		0.00		— 1.25	
40		r	138 37		0 0 0.00	19 51 25.00	112 37 53.13
41		r			0.00	27.50	50.63
42	- 31.	l	178 38	0 0 0.00	10 43 26.25	30 35 — 5.00	123 21 20.00
43		l		0.00	30.00		23.13
44		r	198 26	0.00	34.37	— 1.25	28.12
45		r		0.00	31.25	— 3.75	25.00
46		r	230 9		0 0 0.00	19 51 29.37	112 37 53.12
47		r			0.00	30.63	53.75
48		l	250 9		0.00	27.50	55.00
49		l			0.00	26.25	55.00
50	Aug. 1.	r	328 35	0 0 0.00	10 43 30.00	30 35 — 0.63	123 21 25.00
51		r		0.00	30.00	+ 0.63	23.75
52		l	348 51	0.00		— 1.25	23.12
53		l		0.00		— 1.25	24.37
54		r	270 16		0 0 0.00	19 51 20.00	
55		r				17.50	

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Gielsdorf.	Siegburg.	Löwenburg.	Nürburg.
56	Aug. 1.	<i>l</i>	290° 10'		0° 0' 0".00	19° 51' 28".75	
57		<i>l</i>			0.00	31.25	
58		<i>l</i>	310 7		0.00	28.13	
59		<i>l</i>			0.00	26.87	
60		<i>r</i>	330 3		0.00	25.00	
61		<i>r</i>			0.00	28.75	
62		<i>l</i>	70 11			0 0 0.00	92° 46' 25".63
63		<i>l</i>				0.00	25.62
64	2.	<i>r</i>	28 57	0° 0' 0".00	10 43 26.88	30 35 + 0.63	123 21 22.50
65		<i>r</i>			0.00	0.00	23.75
66		<i>l</i>	48 23	0.00	33.75	+ 1.25	31.25
67		<i>l</i>		0.00	33.12	+ 1.27	30.62

Instrument: 12 zölliger Kreis von Pistor und Schiek.

Beobachter: v. Hesse und v. Wrangel.

Art der Signalisirung: Auf allen Punkten Heliotropen.

Centrirungselemente für Michelsberg vom Beobachtungspfeiler nach der Thurmmitte.

Richtungen auf dem Pfeiler:

Thurmcentrum: 0° 0' 0"

Entfernung:

Nürburg: 55 52 12

Pfeiler-Centrum:

Gielsdorf: 292 30 42

4.12911 Toisen.

Siegburg: 303 14 18

Löwenburg: 323 5 42

Die Centrirungen betragen für Gielsdorf: — 56.717

Siegburg: — 33.293

Löwenburg: — 28.849

Nürburg: + 66.604

Für Siegburg ist die Reduction von Heliotrop nach Thurmmitte: + 1".346

Annahme.

Gielsdorf: 0° 0' 0"

Siegburg: 10 43 30 + A

Löwenburg: 30 35 0 + B

Nürburg: 123 21 0 + C

Endgleichungen.

$$+ 156784 = + 29.83333 A - 11.00000 B - 8.66667 C$$

$$- 111.1000 = + 28.33333 - 10.66667$$

$$+ 194.8567 = + 32.66667$$

$$A = + 2.065 \quad B = - 0.761 \quad C = + 6.264$$

Resultat mit Einschluss aller Reductionen.

Gielsdorf T. P.:	o°	o'	— 56°717
Siegburg Thm.:	10	43	0.118 + (47)
Löwenburg Pftr.:	30	34	30.390 + (48)
Nürburg:	123	22	12.868 + (52)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen (47), (48) und (52).

$$(47) = 0.23147 [47] + 0.12882 [48] + 0.10345 [52]$$

$$(48) = 0.12882 [47] + 0.25640 [48] + 0.11790 [52]$$

$$(52) = 0.10345 [47] + 0.11790 [48] + 0.20648 [52]$$

§ 17. Beobachtungen auf dem Venusberge (Meridian-Marke).

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Bergheim.	Sternwarte P. J.	Instrument a. d. Hofthür.	Finkenberg.	Löwenburg.
1	Aug. 15.	l	186° 15'	0° 0' 0".00			55° 53' 27".68	120° 18' 59".07
2		l		0.00			26.38	59.23
3		l	215 42	0.00			26.57	61.88
4		l		0.00			27.33	62.03
5		r	65 33	0.00			23.11	57.82
6		r		0.00			21.86	57.57
7		r	95 20	0.00			22.20	57.37
8		r		0.00			23.40	56.06
9	- 16.	l	5 23		0° 0' 0".00		116 41	24.37
10		l			0.00			24.12
11		l	34 55		0.00			25.38
12		l			0.00			25.98
13		r	244 20					27.12
14		r			0.00			27.47
15		r	263 31		0.00			25.36
16		r			0.00			25.25
17		r	304 42		0.00			23.46
18		r			0.00			21.90
19		r	334 24		0.00			25.37
20		r			0.00			24.59
21	- 17.	l	5 37	0 0 0.00	3 37 33.30		55 53 24.47	
22		l		0.00	32.74		23.96	
23		r	214 54	0.00	36.66		28.82	
24		r		0.00	35.51		26.37	
25		r	245 29	0.00	32.79		22.30	
26		r		0.00	32.04		21.50	
27		l	275 4	0.00	32.34		20.49	
28		l		0.00	34.46		21.55	
29		r	304 51	0.00	32.25		23.21	
30		r		0.00	33.80		23.11	
31		l	154 34	0.00	35.71		23.06	
32		l		0.00	34.43		23.24	
33	- 18.	l	243 49	0 0 0.00			52 15 47.05	
34		l		0.00			45.70	
35		l	243 49	0 0 0.00	3 37 36.56		55 53 22.41	
36		l		0.00	34.20		21.60	
37		r	4 8	0.00	33.30		23.40	
38		r		0.00	32.35		23.51	
39		r	34 25	0.00	31.44		26.48	
40		r		0.00	32.89		24.56	
41		l	274 18	0.00	34.57		23.17	
42		l		0.00	35.91		22.91	
43		l	183 42	0 0 0.00			116 41 23.82	
44		l		0.00			23.76	
45		l	214 14	0.00			24.61	
46		l		0.00			23.61	
47	- 21.	l	243 49	0.00			24.16	
48		l		0.00			23.96	
49		l	273 27	0.00			24.36	
50		l		0.00			23.98	
51		r	123 19	0.00			23.16	
52		r		0.00			22.02	
53		r	334 24	0 0 0.00	4° 23' 33".80	55 53 24.52	120 18 57.46	
54		r		0.00	33.43		23.90	56.49

Bonner Grundlinie.

No.	Datum. 1847.	Lage des Fernrohrs.	Kreislage.	Bergheim.	Sternwarte P. J.	Instrument a. d. Hofthür.	Finkenberg.	Löwenburg.
55		r	93° 11'		o° o' o".00	4° 23' 32".75		
56		r			o.00	31.74		
57		r	120 34		o.00	32.20		
58		r			o.00	30.99		
59		r	150 1		o.00	32.81	52° 15' 49".97	
60		r			o.00	31.35	48.15	
61		l	0 21		o.00	30.09	52.77	
62		l			o.00	30.04	52.32	116° 41' 26".52
63		l	28 58		o.00	29.18		24.57
64		l			o.00	36.79		25.98
65		l	58 33		o.00	31.34		
66		l			o.00	32.30		24.08

Instrument: 15 zölliger Kreis von Ertel.

Beobachter: Baeyer und v. Wrangel.

Beobachtungen auf dem Venusberge.

Art der Signalisirung: Auf der Löwenburg Heliotrop, auf den übrigen Punkten Tafeln.
 Die Reduction für die Tafel in Finkenberg, welche $\frac{1}{8}$ " ddc. südlich von der Richtung vom Centrum Finkenberg nach der Meridianmarke stand, und zwar in der Entfernung von $2' 9\frac{1}{8}"$ ddc. vom Centrum, beträgt — $1.^{\circ}22.$

Annahme.

Bergheim:	o°	o'	o"
Sternwarte:	3	37	30 + A
Instrument a. d. Hofthür:	8	1	0 + B
Finkenberg:	55	53	20 + C
Löwenburg:	120	18	50 + D

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 - 33.8358 &= + 34.50000 A - 5.33333 B - 9.50000 C - 12.50000 D \\
 + 4.30000 &= + 8.66667 - 1.33333 - 2.00000 \\
 + 21.1992 &= + 23.83333 - 3.16667 \\
 + 101.2925 &= + 20.83333 \\
 A &= + 3.956 \quad B = + 5.455 \quad C = + 3.881 \quad D = + 8.350
 \end{aligned}$$

Resultat mit Einschluss der Reduction und nach der Ausgleichung.

Bergheim:	o°	o'	o".000
Passag.-Instr. Sternwarte:	3	37	33.956 + (53)
Instrument a. d. Hofthür:	8	1	5.455 + (54)
Finkenberg:	55	53	22.661 + (49)
Löwenburg:	120	18	58.350 + (50)

Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Grössen von (49) bis (54).

$$\begin{aligned}
 (53) &= 0.06665 [53] + 0.05846 [54] + 0.03664 [49] + 0.05118 [50] \\
 (54) &= 0.05846 [53] + 0.17089 [54] + 0.04052 [49] + 0.05764 [50] \\
 (49) &= 0.03664 [53] + 0.04052 [54] + 0.06355 [49] + 0.03553 [50] \\
 (50) &= 0.05118 [53] + 0.05764 [54] + 0.03553 [49] + 0.08964 [50]
 \end{aligned}$$

II. Die Ausgleichung der Dreiecke zwischen der Basis bei Bonn und der Seite Michelsberg—Siegburg.

§ 18. Formation der Bedingungsgleichungen.

I. *Bergheim—A—B.*

Bergheim	21°	15'	1":625 — (23) + (24)
A	69	7	32.940 + (2)
B	89	37	25.635 — (4) + (5)
Summe	180	0	0.200
180° + ε	180	0	0.007
o =	+ 0":193	(2) — (4) + (5) — (23) + (24)	

II. *Bergheim—B—C.*

Bergheim	22°	35'	37":439 — (20) + (23)
B	89	45	44.196 — (5) + (7)
C	67	38	35.719 — (8) + (10)
Summe	179	59	57.354
180° + ε	180	0	0.007
o =	- 2":653	(5) + (7) — (8) + (10) — 20 + (23)	

III. *Bergheim—A—C.*

Bergheim	43°	50'	39":064 — (20) + (24)
A	68	48	29.402 + (1)
C	67	20	48.043 — (9) + (10)
Summe	179	59	56.509
180° + ε	180	0	0.014
o =	- 3":505	(1) — (9) + (10) — (20) + (24)	

IV. Bergheim—A—B—C.

$$\text{Bedingung: } I = \frac{\sin Bg\ C\ A \cdot \sin Bg\ B\ C \cdot \sin Bg\ A\ B}{\sin Bg\ A\ C \cdot \sin Bg\ C\ B \cdot \sin Bg\ B\ A}$$

$Bg\ C\ A = 67^\circ 20' 48.^{\prime\prime}043 - (9) + (10)$ $Bg\ B\ C = 89^\circ 45' 44.^{\prime\prime}196 - (5) + (7)$ $Bg\ A\ B = 69^\circ 7' 32.^{\prime\prime}940 + (2)$ $9.9651321 \cdot 4 + 0.4173 \{ - (9) + (10) \}$ $9.9999962 \cdot 6 + 0.0041 \{ - (5) + (7) \}$ $9.9705166 \cdot 2 + 0.3813 \{ (2) \}$ <hr/> $9.9356450 \cdot 2$ $9.9356449 \cdot 5$	$Bg\ A\ C = 68^\circ 48' 29.^{\prime\prime}402 + (1)$ $Bg\ C\ B = 67^\circ 38' 35.^{\prime\prime}719 - (8) + (10)$ $Bg\ B\ A = 89^\circ 37' 25.^{\prime\prime}635 - (4) + (5)$ $9.9695907 \cdot 8 + 0.3877 \{ (1) \}$ $9.9660653 \cdot 3 + 0.4113 \{ - (8) + (10) \}$ $9.9999906 \cdot 4 + 0.0066 \{ - (4) + (5) \}$ <hr/> $9.9356449 \cdot 5$
--	--

$0.0000000 \cdot 7 \dots \log 0 \cdot 7 \dots 9.8451$

— log const $\frac{1.3234}{8.5217 \dots + 0.^{\prime\prime}033}$

const $= \frac{10^7 \cdot \text{Mod.}}{206265}$

$0 = + 0.^{\prime\prime}033 - 0.3877 \{ (1) \} + 0.3813 \{ (2) \} + 0.0066 \{ (4) \} - 0.0107 \{ (5) \} + 0.0041 \{ (7) \} + 0.4113 \{ (8) \}$
 $- 0.4173 \{ (9) \} + 0.0060 \{ (10) \}$

V. Dransdorf—B—A.

Dransdorf B A	$17^\circ 51'$ $69^\circ 42'$ $92^\circ 26'$	$4.^{\prime\prime}418 + (12)$ $0.584 - (2) + (3)$ $56.433 + (4)$
---------------------	--	--

Summe $180^\circ + \varepsilon$	180° 180°	0 0
------------------------------------	----------------------------	------------

$0 = + 1.^{\prime\prime}427 - (2) + (3) + (4) + (12)$

VI. Dransdorf—B—C.

Dransdorf B C	$19^\circ 29'$ $88^\circ 9'$ $72^\circ 20'$	$7.^{\prime\prime}411 - (12) + (14)$ $53.736 - (7)$ $59.089 + (8)$
---------------------	---	--

Summe $180^\circ + \varepsilon$	180° 180°	0 0
------------------------------------	----------------------------	------------

$0 = + 0.^{\prime\prime}227 - (7) + (8) - (12) + (14)$

VII. Bergheim—C—Dransdorf.

Bergheim C Dransdorf	$21^\circ 28'$ $139^\circ 59'$ $18^\circ 32'$	$9.^{\prime\prime}724 - (20) + (21)$ $34.808 + (10)$ $15.455 - (13) + (14)$
----------------------------	---	---

Summe $180^\circ + \varepsilon$	$179^\circ 59'$ $180^\circ 0'$	59.987 0.015
------------------------------------	-----------------------------------	---------------------

$0 = - 0.^{\prime\prime}028 + (10) - (13) + (14) - (20) + (21)$

VIII. *B — Bergheim — C — Dransdorf — A.*

$$\text{Bedingung: } I = \frac{\sin B \text{Bg} A \cdot \sin B C \text{Bg} \cdot \sin B D C \cdot \sin B A D}{\sin B A \text{Bg} \cdot \sin B \text{Bg} C \cdot \sin B C D \cdot \sin B D A}$$

$B \text{Bg} A = 21^\circ 15'$	$1.625 - (23) + (24)$	$B A \text{Bg} = 69^\circ 7' 32.940 + (2)$
$B C \text{Bg} = 67^\circ 38'$	$35.719 - (8) + (10)$	$B \text{Bg} C = 22^\circ 35' 37.439 - (20) + (23)$
$B D C = 19^\circ 29'$	$7.411 - (12) + (14)$	$B C D = 72^\circ 20' 59.089 + (8)$
$B A D = 69^\circ 42'$	$0.584 - (2) + (3)$	$B D A = 17^\circ 51' 4.418 + (12)$
	$9.5592425 \cdot 7 + 2.5714 \{- (23) + (24)\}$	$9.9705166 \cdot 2 + 0.3813 (2)$
	$9.9660635 \cdot 3 + 0.4113 \{- (8) + (10)\}$	$9.5845509 \cdot 6 + 2.4031 \{- (20) + (23)\}$
	$9.5231824 \cdot 5 + 2.8262 \{- (12) + (14)\}$	$9.9790587 \cdot 7 + 0.3182 (8)$
	$9.9721518 \cdot 7 + 0.3699 \{- (2) + (3)\}$	$9.4864963 \cdot 1 + 3.1051 (12)$
	<hr/>	<hr/>
	$9.0206404 \cdot 2$	$9.0206226 \cdot 6$
	<hr/>	
	$0.0000177 \cdot 6 \dots \dots 177 \cdot 6 \log 2.2494$	
	$\log \text{const } 1.3234$	
	<hr/>	
	$0.9260 \dots \dots + 8.434$	
$\circ =$	$+ 8.434 - 0.7512 (2) + 0.3699 (3) - 0.7295 (8) + 0.4113 (10) - 5.9313 (12) + 2.8262 (14)$	
	$+ 2.4031 (20) - 4.9745 (23) + 2.5714 (24)$	

IX. *Dransdorf — C — Bergheim — A.*

$$\text{Bedingung: } I = \frac{\sin D C A \cdot \sin D B g C \cdot \sin D A B g}{\sin D A C \cdot \sin D C B g \cdot \sin D B A}$$

$D C A = 72^\circ 38' 46.765 + (9)$	$D A C = 70^\circ 1' 4.122 - (1) + (3)$
$D B g C = 21^\circ 28' 9.724 - (20) + (21)$	$D C B g = 139^\circ 59' 34.808 + (10)$
$D A B g = 138^\circ 49' 33.524 + (3)$	$D B g A = 22^\circ 22' 29.340 - (21) + (24)$
$9.9797676 \cdot 5 + 0.3125 (9)$	$9.9730349 \cdot 3 + 0.3636 \{- (1) + (3)\}$
$9.5634855 \cdot 3 + 2.5426 \{- (20) + (21)\}$	$9.8081307 \cdot 0 - 1.1915 (10)$
$9.8184556 \cdot 7 - 1.1433 (3)$	$9.5805417 \cdot 7 + 2.4292 \{- (21) + (24)\}$
<hr/>	<hr/>
$9.3617088 \cdot 5$	$9.3617074 \cdot 0$
$9.3617074 \cdot 0$	
$0.0000014 \cdot 5 \dots \dots + 14 \cdot 5 \log 1.1614$	
$\log \text{const } 1.3234$	
<hr/>	
	$9.8380 \dots \dots + 0.689$
$\circ =$	$+ 0.689 + 0.3636 (1) - 1.5069 (3) + 0.3125 (9) + 1.1915 (10) - 2.5426 (20) + 4.9718 (21)$
	$- 2.4292 (24)$

X. Dransdorf — C — Finkenberg.

$$\begin{array}{rccccc}
 \text{Dransdorf} & 31^\circ & 58' & 59.883 & - (14) + (15) \\
 \text{C} & 126 & 24 & 25.590 & - (11) \\
 \text{Finkenberg} & 21 & 36 & 35.014 & - (30) + (31) \\
 \hline
 \text{Summe} & 180 & 0 & 0.487 \\
 180^\circ + \varepsilon & 180 & 0 & 0.032 \\
 \hline
 0 = + 0.455 & - (11) - (14) + (15) - (30) + (31)
 \end{array}$$

XI. Bergheim — C — Finkenberg.

$$\begin{array}{rccccc}
 \text{Bergheim} & 56^\circ & 15' & 15.797 & - (17) + (20) \\
 \text{C} & 93 & 35 & 59.602 & - (10) + (11) \\
 \text{Finkenberg} & 30 & 8 & 44.202 & - (31) \\
 \hline
 \text{Summe} & 179 & 59 & 59.601 \\
 180^\circ + \varepsilon & 180 & 0 & 0.035 \\
 \hline
 0 = - 0.434 & - (10) + (11) - (17) + (20) + (31)
 \end{array}$$

XII. C — Dransdorf — Bergheim — Finkenberg.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Bedingung: } I = \frac{\sin C F Bg \cdot \sin C D F \cdot \sin C Bg D}{\sin C Bg F \cdot \sin C F D \cdot \sin C D Bg} & \\
 \text{C F Bg} = 30^\circ & 8' 44.202 - (31) \qquad \qquad \qquad \text{C Bg F} = 56^\circ 15' 15.797 - (17) + (20) \\
 \text{C D F} = 31 & 58 59.883 - (14) + (15) \qquad \qquad \qquad \text{C F D} = 21 36 35.014 - (30) + (31) \\
 \text{C Bg D} = 21 & 28 9.724 - (20) + (21) \qquad \qquad \qquad \text{C D Bg} = 18 32 15.455 - (13) + (14) \\
 9.7008761 \cdot 0 + 1.7219 \cdot - (31) & \qquad \qquad \qquad 9.9198686 \cdot 0 + 0.6681 \{ - (17) + (20) \} \\
 9.7240070 \cdot 8 + 1.6014 \{ - (14) + (15) \} & \qquad \qquad \qquad 9.5661809 \cdot 4 + 2.5245 \{ - (30) + (31) \} \\
 9.5634855 \cdot 3 + 2.5426 \{ - (20) + (21) \} & \qquad \qquad \qquad 9.5023279 \cdot 0 + 2.9822 \{ - (13) + (14) \} \\
 \hline
 8.9883687 \cdot 1 & \qquad \qquad \qquad 8.9883774 \cdot 4 \\
 8.9883774 \cdot 4 & \\
 \hline
 9.9999912 \cdot 7 \dots - 87 \cdot 3 \log 1.9410_n & \\
 - \log \text{const } 1.3234 & \\
 \hline
 0.6176_n \dots - 4.146 & \\
 \hline
 0 = - 4.146 + 2.9822 (13) - 4.5836 (14) + 1.6014 (15) + 0.6681 (17) - 3.2107 (20) + 2.5426 (21) & \\
 + 2.5245 (30) - 4.2464 (31) &
 \end{array}$$

XIII. *Finkenberg—Bergheim—B—Dransdorf.*

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung: } & I = \frac{\sin F B g D \cdot \sin F B B g \cdot \sin F D B}{\sin F D B g \cdot \sin F B g B \cdot \sin F B D} \\
 F B g D = 77^\circ & 43' 25.521 - (17) + (21) & F D B g = 50^\circ 31' 15.338 - (13) + (15) \\
 F B B g = 74 & 30 23.152 - (5) + (6) & F B g B = 78 50 53.236 - (17) + (23) \\
 F D B = 51 & 28 7.294 - (12) + (15) & F B D = 103 25 14.780 - (6) \\
 & 9.9899540 \cdot 4 + 0.2176 \{ - (17) + (21) \} & 9.8875367 \cdot 7 + 0.8237 \{ - (13) + (15) \} \\
 & 9.9839240 \cdot 3 + 0.2772 \{ - (5) + (6) \} & 9.9917212 \cdot 2 + 0.1971 \{ - (17) + (23) \} \\
 & 9.8933555 \cdot 0 + 0.7963 \{ - (12) + (15) \} & 9.9879752 \cdot 5 - 0.2386 \cdot - (6) \\
 & \underline{9.8672335 \cdot 7} & \underline{9.8672332 \cdot 4} \\
 & \underline{9.8672332 \cdot 4} \\
 & 0.0000003 \cdot 3 \dots \dots 3.3 \dots \log 0.5185 \\
 & \quad - \log \text{const } 1.3234 \\
 & \quad \underline{9.1951 \dots \dots + 0.157} \\
 o = & + 0.157 - 0.2772(5) + 0.0386(6) - 0.7963(12) + 0.8237(13) - 0.0274(15) - 0.0205(17) \\
 & + 0.2176(21) - 0.1971(23)
 \end{aligned}$$

XIV. *Gielsdorf—Dransdorf—Bergheim.*

$$\begin{array}{rcc}
 \text{Gielsdorf} & 2^\circ & 43' 6.974 + (32) \\
 \text{Dransdorf} & 176 & 19 31.584 + (13) - (16) \\
 \text{Bergheim} & 0 & 57 19.897 - (21) + (22) \\
 \hline
 \text{Summe} & 179 & 59 58.455 \\
 180 + \epsilon & 180 & 0 0.002 \\
 \hline
 o = & - 1.547 + (13) - (16) - (21) + (22) + (32)
 \end{array}$$

XV. *Gielsdorf—Dransdorf—Finkenberg.*

$$\begin{array}{rcc}
 \text{Gielsdorf} & 37^\circ & 2' 38.590 - (32) + (34) \\
 \text{Dransdorf} & 133 & 9 13.078 - (15) + (16) \\
 \text{Finkenberg} & 9 & 48 10.270 - (29) + (30) \\
 \hline
 \text{Summe} & 180 & 0 1.938 \\
 180 + \epsilon & 180 & 0 0.027 \\
 \hline
 o = & + 1.911 - (15) + (16) - (29) + (30) - (32) + (34)
 \end{array}$$

XVI. *Finkenberg—Gielsdorf—Dransdorf—Bergheim.*

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung: } I &= \frac{\sin F G B g \cdot \sin F D G \cdot \sin F B g D}{\sin F B g G \cdot \sin F G D \cdot \sin F D B g} \\
 F G B g &= 39^\circ 45' 45.^{\prime\prime}564 + (34) & F B g G &= 78^\circ 40' 45.^{\prime\prime}418 - (17) + (22) \\
 F D G &= 133^\circ 9' 13.078 - (15) + (16) & F G D &= 37^\circ 2' 38.590 - (32) + (34) \\
 F B g D &= 77^\circ 43' 25.521 - (17) + (21) & F D B g &= 50^\circ 31' 15.338 - (13) + (15) \\
 9.8059144 \cdot 5 + 1.2018 (34) & 9.9914669 \cdot 7 + 0.2002 \{ - (17) + (22) \} \\
 9.8630386 \cdot 1 - 0.9375 \{ - (15) + (16) \} & 9.7799057 \cdot 9 + 1.3249 \{ - (32) + (34) \} \\
 9.9899540 \cdot 4 + 0.2176 \{ - (17) + (21) \} & 9.8875367 \cdot 7 + 0.8237 \{ - (13) + (15) \} \\
 \hline
 9.6589071 \cdot 0 & 9.6589095 \cdot 3 \\
 9.6589095 \cdot 3 & \\
 9.9999975 \cdot 7 \dots \dots \dots & 24 \cdot 3 \log 1.3856 \\
 & - \log \text{const} 1.3234 \\
 & 0.0622 \dots \dots \dots - 1.^{\prime\prime}155 \\
 o &= - 1.^{\prime\prime}155 + 0.8237 (13) + 0.1138 (15) - 0.9375 (16) - 0.0174 (17) + 0.2176 (21) - 0.2002 (22) \\
 &+ 1.3249 (32) - 0.1231 (34)
 \end{aligned}$$

XVII *Bergheim — Siegburg — Gielsdorf.*

Bergheim	148°	23'	4.655 + (22)
Siegburg	14	56	31.822 - (40) + (41)
Gielsdorf	16	40	24.445 + (33)
Summe	180	0	0.922
180° + ε	180	0	0.091
0 =	+ 0.831 + (22) + (33) - (40) + (41)		

XVIII. *Gielsdorf—Siegburg—Finkenberg.*

Gielsdorf	23°	5'	$21.^{\circ}119$	— (33) + (34)
Siegburg	23	28	5.660	— (38) + (40)
Finkenberg	<u>133</u>	<u>26</u>	<u>34.013</u>	+ (25) — (29)
Summe	180	0	0.792	
$180^{\circ} + \epsilon$	<u>180</u>	<u>0</u>	<u>0.139</u>	
$\circ = + 0.653 + (25) - (29) - (33) + (34) - (38) + (40)$				

XIX. *Gielsdorf—Finkenberg—Bergheim—Siegburg.*

$$\text{Bedingung: } 1 = \frac{\sin G Bg F \cdot \sin G S Bg \cdot \sin G F S}{\sin G F Bg \cdot \sin G Bg S \cdot \sin G S F}$$

G Bg F = 78° 40' 45.418 — (17) + (22)	G F Bg = 61° 33' 29.486 — (29)
G S Bg = 14 56 31.822 — (40) + (41)	G Bg S = 148 23 4.655 + (22)
G F S = 133 26 34.013 + (25) — (29)	G S F = 23 28 5.660 — (38) + (40)
9.9914669 . 7 + 0.2002 {— (17) + (22)}	9.9441377 . 0 + 0.5416 . — (29)
9.4113570 . 8 + 3.7472 {— (40) + (41)}	9.7195089 . 7 — 1.6245 (22)
<u>9.8609733 . 7 — 0.9471 {+ (25) — (29)}</u>	<u>9.6001455 . 9 + 2.3033 {— (38) + (40)}</u>
9.2637974 . 2	9.2637922 . 6
9.2637922 . 6	
0.0000051 . 6 + 51.6 \log 1.7126	
— log const <u>1.3234</u>	
	0.3892 + 2.450
o = + 2.450 — 0.2002 (17) + 1.8247 (22) — 0.9471 (25) + 1.4887 (29) + 2.3033 (38) — 6.0505 (40)	
	+ 3.7472 (41)

XX. *Gielsdorf—Löwenburg—Finkenberg.*

Gielsdorf	29°	1' 51.487 — (34) + (36)
Löwenburg	22	43 24.940 — (43) + (45)
Finkenberg	128	14 43.329 — (26) + (29)
Summe	179	59 59.756
180° + ε	180	0 0.190

o = — 0.434 — (26) + (29) — (34) + (36) — (43) + (45)

XXI. *Siegburg—Finkenberg—Löwenburg.*

Siegburg	46°	49' 26.322 + (38)
Finkenberg	98	18 42.658 — (25) + (26)
Löwenburg	34	51 51.213 — (45) + (46)
Summe	180	0 0.193
180° + ε	180	0 0.237

o = — 0.044 — (25) + (26) + (38) — (45) + (46)

XXII. *Finkenberg — Löwenburg — Gielsdorf — Siegburg.*

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung: } i &= \frac{\sin F L S \cdot \sin F G L \cdot \sin F S G}{\sin F S L \cdot \sin F L G \cdot \sin F G S} \\
 F L S = 34^\circ & 51' 51".213 - (45) + (46) & F S L = 46^\circ 49' 26".322 + (38) \\
 F G L = 29 & 1' 51.487 - (34) + (36) & F L G = 22 43' 24.940 - (43) + (45) \\
 F S G = 23 & 28' 5.660 - (38) + (40) & F G S = 23 5' 21.119 - (33) + (34) \\
 & 9.7571178 \cdot 1 + 1.4354 \{ - (45) + (46) \} & 9.8628794 \cdot 4 + 0.9383 (38) \\
 & 9.6859944 \cdot 4 + 1.8018 \{ - (34) + (36) \} & 9.5869088 \cdot 7 + 2.3878 \{ - (43) + (45) \} \\
 & 9.6001455 \cdot 9 + 2.3033 \{ - (38) + (40) \} & 9.5934674 \cdot 2 + 2.3457 \{ - (33) + (34) \} \\
 & \underline{9.0432578 \cdot 4} & \underline{9.0432557 \cdot 3} \\
 & \underline{9.0432557 \cdot 3} & \\
 0.0000021 \cdot 1 \dots & + 21 \cdot 1 \log 1.3243 & \\
 & - \log \text{const } 1.3234 & \\
 & \underline{0.0009 \dots + 1".002} & \\
 o = & + 1".002 + 2.3457 (33) - 4.1475 (34) + 1.8018 (36) - 3.2416 (38) + 2.3033 (40) + 2.3878 (43) \\
 & - 3.8232 (45) + 1.4354 (46)
 \end{aligned}$$

XXIII. *Finkenberg — Meridianmarke — Löwenburg.*

$$\begin{aligned}
 \text{Finkenberg} & 97^\circ 59' 2".550 - (26) + (27) \\
 \text{Meridianmarke} & 64 25' 35.689 - (49) + (50) \\
 \text{Löwenburg} & 17 35' 22.712 - (44) + (45) \\
 \text{Summe} & \underline{180} \quad 0 \quad 0.951 \\
 180^\circ + \varepsilon & \underline{180} \quad 0 \quad 0.101 \\
 o = & + 0".850 - (26) + (27) - (44) + (45) - (49) + (50)
 \end{aligned}$$

XXIV. *Finkenberg — Meridianmarke — Bergheim.*

$$\begin{aligned}
 \text{Finkenberg} & 91^\circ 49' 10".265 - (27) \\
 \text{Meridianmarke} & 55 53' 22.661 + (49) \\
 \text{Bergheim} & 32 17' 27.886 - (17) + (18) \\
 \text{Summe} & \underline{180} \quad 0 \quad 0.812 \\
 180^\circ + \varepsilon & \underline{180} \quad 0 \quad 0.053 \\
 o = & + 0".759 - (17) + (18) - (27) + (49)
 \end{aligned}$$

XXV. Finkenberg — Bergheim — Siegburg — Löwenburg — Meridianmarke.

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung: } i &= \frac{\sin F Bg M^m \cdot \sin F S Bg \cdot \sin F L S \cdot \sin F M^m L}{\sin F M^m Bg \cdot \sin F Bg S \cdot \sin F S L \cdot \sin F L M^m} \\
 F Bg M^m = 32^\circ & 17' 27.886 - (17) + (18) & F M^m Bg = 55^\circ 53' 22.661 + (49) \\
 F S Bg = 38 & 24 37.482 - (38) + (41) & F Bg S = 69 42 19.237 + (17) \\
 F L S = 34 & 51 51.213 - (45) + (46) & F S L = 46 49 26.322 + (38) \\
 F M^m L = 64 & 25 35.689 - (49) + (50) & F L M^m = 17 35 22.712 - (44) + (45) \\
 9.7277207 \cdot 5 + 1.5824 & \{ - (17) + (18) \} & 9.9180087 \cdot 4 + 0.6773 (49) \\
 9.7932944 \cdot 9 + 1.2612 & \{ - (38) + (41) \} & 9.9721663 \cdot 9 + 0.3698 (17) \\
 9.7571178 \cdot 1 + 1.4354 & \{ - (45) + (46) \} & 9.8628794 \cdot 4 + 0.9383 (38) \\
 9.9552223 \cdot 7 + 0.4786 & \{ - (49) + (50) \} & 9.4802909 \cdot 7 + 3.1544 \{ - (44) + (45) \} \\
 9.2333554 \cdot 2 & & 9.2333455 \cdot 4 \\
 9.2333455 \cdot 4 & & \\
 0.0000098 \cdot 8 \dots & + 98.8 \log 1.9948 & \\
 & - \log \text{const } 1.3234 & \\
 & \underline{0.6714 \dots + 4.693} & \\
 o = & + 4.693 - 1.9522 (17) + 1.5824 (18) - 2.1995 (38) + 1.2612 (41) + 3.1544 (44) - 4.5898 (45) \\
 & + 1.4354 (46) - 1.1559 (49) + 0.4786 (50)
 \end{aligned}$$

XXVI. Michelsberg — Gielsdorf — Löwenburg.

$$\begin{array}{rcc}
 \text{Michelsberg} & 30^\circ & 35' 27.107 + (48) \\
 \text{Gielsdorf} & 98 & 44 58.674 - (36) + (37) \\
 \text{Löwenburg} & 50 & 39 35.222 - (42) + (43) \\
 \hline
 \text{Summe} & 180 & 0 1.003 \\
 180^\circ + \varepsilon & 180 & 0 1.204 \\
 \hline
 o = & - 0.201 - (36) + (37) - (42) + (43) + (48)
 \end{array}$$

XXVII. Michelsberg — Siegburg — Löwenburg.

$$\begin{array}{rcc}
 \text{Michelsberg} & 19^\circ & 51' 30.272 - (47) + (48) \\
 \text{Siegburg} & 51 & 53 39.937 + (39) \\
 \text{Löwenburg} & 108 & 14 51.375 - (42) + (46) \\
 \hline
 \text{Summe} & 180 & 0 1.584 \\
 180^\circ + \varepsilon & 180 & 0 1.240 \\
 \hline
 o = & + 0.344 + (39) - (42) + (46) - (47) + (48)
 \end{array}$$

XXVIII. Löwenburg — Gielsdorf — Siegburg — Michelsberg.

$$\text{Bedingung: } I = \frac{\sin L G M i \cdot \sin L S G \cdot \sin L M i S}{\sin L M i G \cdot \sin L G S \cdot \sin L S M i}$$

$L G M i = 98^\circ 44' 58.674 - (36) + (37)$ $L S G = 70^\circ 17' 31.982 + (40)$ $L M i S = 19^\circ 51' 30.272 - (47) + (48)$ $\underline{9.9949162.5} - 0.1539 \{ - (36) + (37) \}$ $\underline{9.9737856.1} + 0.3582 (40)$ $\underline{9.5310915.9} + 2.7687 \{ - (47) + (48) \}$ $\underline{9.4997934.5}$ $\underline{9.4997839.9}$ $0.0000094.6 \dots + 94.6 \log 1.9759$ $\quad - \log \text{const } 1.3234$ $\quad \underline{0.6525 \dots + 4.493}$ $o = + 4.493 + 0.7779 (33) - 0.6240 (36) - 0.1539 (37) - 0.7843 (39) + 0.3582 (40) - 2.7687 (47)$ $\quad + 1.0772 (48)$	$L M i G = 30^\circ 35' 27.107 + (48)$ $L G S = 52^\circ 7' 12.606 - (33) + (36)$ $L S M i = 51^\circ 53' 39.937 + (39)$ $\underline{9.7066359.9} + 1.6915 (48)$ $\underline{9.8972422.5} + 0.7779 \{ - (33) + (36) \}$ $\underline{9.8959057.5} + 0.7843 (39)$ $\underline{9.4997839.9}$
--	---

XXIX. Kreuzberg — Gielsdorf — Bergheim — Finkenberg.

$$\text{Bedingung: } I = \frac{\sin K B G \cdot \sin K F B \cdot \sin K G F}{\sin K G B \cdot \sin K B F \cdot \sin K F G}$$

$K B G = 35^\circ 44' 9.038 - (19) + (22)$ $K F B = 80^\circ 38' 53.347 - (28)$ $K G F = 19^\circ 23' 10.635 - (34) + (35)$ $\underline{9.7664493.8} + 1.3898 \{ - (19) + (22) \}$ $\underline{9.9941891.2} + 0.1647 - (28)$ $\underline{9.5210535.5} + 2.8418 \{ - (34) + (35) \}$ $\underline{9.2816920.5}$ $\underline{9.2816823.3}$ $0.0000097.2 \dots + 97.2 \log 1.9877$ $\quad - \log \text{const } 1.3234$ $\quad \underline{0.6643 \dots + 4.616}$ $o = + 4.616 + 1.0745 (17) - 2.4643 (19) + 1.3898 (22) + 2.7248 (28) - 2.8895 (29) - 2.8418 (34)$ $\quad + 2.2445 (35)$	$K G B = 59^\circ 8' 56.199 + (35)$ $K B F = 42^\circ 56' 36.380 - (17) + (19)$ $K F G = 19^\circ 5' 23.861 - (28) + (29)$ $\underline{9.9337419.6} + 0.5973 (35)$ $\underline{9.8333231.2} + 1.0745 \{ - (17) + (19) \}$ $\underline{9.5146172.5} + 2.8895 \{ - (28) + (29) \}$ $\underline{9.2816823.3}$
---	--

§ 19. Ausdrücke der Grössen [1], [2], [3], ... durch die Factoren I, II, III ...

Aus den voranstehenden Bedingungsgleichungen und gemäss II. § 2, p. 59 der Rechnungsmethoden des Centralbureaus etc. erhält man folgende Ausdrücke:

- [1] = + III - 0.3877 IV + 0.3636 IX
- [2] = + I + 0.3813 IV - V - 0.7512 VIII
- [3] = + V + 0.3699 VIII - 1.5069 IX
- [4] = - I + 0.0066 IV + V
- [5] = + I - II - 0.0107 IV - 0.2772 XIII
- [6] = + 0.0386 XIII
- [7] = + II + 0.0041 IV - VI
- [8] = - II + 0.4113 IV + VI - 0.7295 VIII
- [9] = - III - 0.4173 IV + 0.3125 IX
- [10] = + II + III + 0.0060 IV + VII + 0.4113 VIII + 1.1915 IX - XI
- [11] = - X + XI
- [12] = + V - VI - 5.9313 VIII - 0.7963 XIII
- [13] = - VII + 2.9822 XII + 0.8237 XIII + XIV + 0.8237 XVI
- [14] = + VI + VII + 2.8262 VIII - X - 4.5836 XII
- [15] = + X + 1.6014 XII - 0.0274 XIII - XV + 0.1138 XVI
- [16] = - XIV + XV - 0.9375 XVI
- [17] = - XI + 0.6681 XII - 0.0205 XIII - 0.0174 XVI - 0.2002 XIX - XXIV - 1.9522 XXV + 1.0745 XXIX
- [18] = + XXIV + 1.5824 XXV
- [19] = - 2.4643 XXIX
- [20] = - II - III - VII + 2.4031 VIII - 2.5426 IX + XI - 3.2107 XII
- [21] = + VII + 4.9718 IX + 2.5426 XII + 0.2176 XIII - XIV + 0.2176 XVI
- [22] = + XIV - 0.2002 XVI + XVII + 1.8247 XI + 1.3898 XXIX
- [23] = - I + II - 4.9745 VIII - 0.1971 XIII
- [24] = + I + III + 2.5714 VIII - 2.4292 IX
- [25] = + XVIII - 0.9471 XIX - XXI
- [26] = - XX + XXI - XXIII
- [27] = + XXIII - XXIV
- [28] = + 2.7248 XXIX
- [29] = - XV - XVIII + 1.4887 XIX + XX - 2.8895 XXIX
- [30] = - X + 2.5245 XII + XV
- [31] = + X - XI - 4.2464 XII
- [32] = + XIV - XV + 1.3249 XVI
- [33] = + XVII - XVIII + 2.3457 XXII + 0.7779 XXVIII
- [34] = + XV - 0.1231 XVI + XVIII - XX - 4.1475 XXII - 2.8418 XXIX
- [35] = + 2.2445 XXIX
- [36] = + XX + 1.8018 XXII - XXVI - 0.6240 XXVIII
- [37] = + XXVI - 0.1539 XXVIII
- [38] = - XVIII + 2.3033 XIX + XXI - 3.2416 XXII - 2.1995 XXV
- [39] = + XXVII - 0.7843 XXVIII
- [40] = - XVII + XVIII - 6.0505 XIX + 2.3033 XXII + 0.3582 XXVIII
- [41] = + XVII + 3.7472 XIX + 1.2612 XXV
- [42] = - XXVI - XXVII
- [43] = - XX + 2.3878 XXII + XXVI
- [44] = - XXIII + 3.1544 XXV
- [45] = + XX - XXI - 3.8232 XXII + XXIII - 4.5898 XXV
- [46] = + XXI + 1.4354 XXII + 1.4354 XXV + XXVII
- [47] = - XXVII - 2.7687 XXVIII
- [48] = + XXVI + XXVII + 1.0772 XXVIII
- [49] = - XXIII + XXIV - 1.1559 XXV
- [50] = + XXIII + 0.4786 XXV

§ 20. Darstellung der Verbesserungen

Durch Substitution der im vorangegangenen § erhaltenen Ausdrücke in die Gleichungen zur Bestimmung

(1), (2), (3) ... durch die Factoren I, II, III ...

der unbekannten Größen (1), (2) ... (54) erhält man folgende Ausdrücke für die Verbesserungen (1), (2) ... (54).

§ 21. Formation der

Durch Einsetzen der im vorigen § erhaltenen Ausdrücke in die Bedingungsgleichungen des § 18 erhält man

Endgleichungen.

folgende Endgleichungen.

XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX					
—	+ 0.00014	+ 0.00057	—	+ 0.00144	—	—	—	—	+ 0.00079	+ 0.00199	—	—	—	+ 0.00247					
—	— 0.00003	— 0.00130	—	— 0.00280	—	—	—	—	— 0.00325	— 0.00592	—	—	—	+ 0.00027					
—	+ 0.00011	— 0.00073	—	— 0.00136	—	—	—	—	— 0.00246	— 0.00393	—	—	—	+ 0.00274					
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—					
— 0.00217	+ 0.00042	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—					
— 0.00286	— 0.01525	+ 0.00449	—	+ 0.00922	—	—	—	—	+ 0.00537	+ 0.01041	—	—	—	+ 0.01535					
— 0.00614	+ 0.00163	+ 0.00459	—	+ 0.01043	—	—	—	—	+ 0.00984	+ 0.01935	—	—	—	+ 0.00571					
—	+ 0.03399	+ 0.02410	—	+ 0.04914	—	—	—	—	+ 0.03268	+ 0.06131	—	—	—	+ 0.06967					
— 0.07226	+ 0.00396	—	+ 0.00501	— 0.01261	— 0.00192	— 0.00309	—	+ 0.01739	— 0.00478	—	—	—	—	+ 0.0372					
— 0.00228	+ 0.00069	+ 0.00108	+ 0.00138	+ 0.00018	— 0.00256	+ 0.00118	—	— 0.01032	+ 0.03124	+ 0.03175	—	—	—	— 0.00205					
+ 0.01749	+ 0.08941	+ 0.01070	— 0.01027	+ 0.04200	+ 0.00044	+ 0.00983	—	— 0.06167	+ 0.04194	+ 0.00526	—	—	—	— 0.02415					
+ 0.00175	+ 0.01998	+ 0.00125	—	+ 0.00267	—	—	—	—	+ 0.00213	+ 0.00408	—	—	—	+ 0.00296					
— 0.10053	+ 0.15018	+ 0.04635	+ 0.00925	+ 0.06030	— 0.00983	—	— 0.03941	—	— 0.00204	— 0.00344	+ 0.00089	—	—	+ 0.00031	+ 0.05023				
+ 0.23906	— 0.12138	+ 0.01287	+ 0.04544	— 0.05407	— 0.04578	— 0.00123	— 0.04492	+ 0.00595	— 0.00190	—	+ 0.00138	—	—	+ 0.00101	+ 0.02746				
.....	+ 0.18739	+ 0.00781	+ 0.00987	— 0.01180	— 0.01038	—	— 0.04184	—	+ 0.00078	+ 0.00142	+ 0.00090	—	—	+ 0.00025	+ 0.00351				
.....	+ 0.35145	— 0.16678	+ 1.24135	+ 0.00651	— 0.00506	— 0.17756	—	+ 0.00164	+ 0.12770	— 0.00026	+ 0.01081	— 0.02860	+ 0.01590				
.....	+ 0.01266	+ 0.09758			
.....	+ 0.29537	— 0.10640			
.....	— 0.07369	— 0.00959	— 0.02868	— 0.07099	
.....	+ 0.13192	— 0.03136	— 0.02097	—	
.....	+ 0.12532	+ 0.15612	—	—	
.....	+ 0.02881	+ 0.02214	+ 0.00023	—	+ 0.05249
.....	—	—	—	—	+ 0.02713
.....	+ 0.00489	+ 0.00487	+ 0.00489	+ 0.00766	— 0.04405
.....	+ 0.17453	+ 0.38280	— 0.05967	— 0.00484	—
.....	+ 0.55863	+ 0.26317	—	—	—
.....	+ 1.46915	+ 1.95010	— 0.00361	—	—

§ 22. Auflösung der Endgleichungen oder Bestimmung der Factoren I, II, III

Die Auflösung voranstehender Endgleichungen gibt nachstehende Werthe für die Factoren I, II ... XXIX.

I = +	12.00715
II = +	38.16495
III = +	21.10633
IV = +	1.84985
V = +	2.58325
VI = +	37.01980
VII = -	48.59985
VIII = +	1.70450
IX = +	14.68481
X = +	5.93728
XI = +	15.68150
XII = -	0.85013
XIII = -	62.60854
XIV = +	14.62279
XV = -	0.27381
XVI = -	4.64041
XVII = -	6.58780
XVIII = -	6.51356
XIX = +	0.31379
XX = -	4.07007
XXI = -	7.52305
XXII = +	1.68621
XXIII = -	8.12979
XXIV = -	8.28214
XXV = -	3.63892
XXVI = -	2.61235
XXVII = +	4.15517
XXVIII = -	4.29183
XXIX = -	2.90555

§ 23. Bestimmung der Verbesserungen (1), (2), (3) (54)

Setzt man die eben gefundenen Werthe für I, II . . XXIX in die Gleichungen des § 20, so ergeben sich als Werthe für die Verbesserungen (1) . . (54):

(1) = + 1.464	(28) = - 0.738
(2) = + 0.655	(29) = + 0.546
(3) = + 0.136	(30) = - 0.207
(4) = - 1.008	(31) = - 0.426
(5) = - 0.885	(32) = + 0.454
(6) = - 0.892	(33) = + 0.118
(7) = - 0.570	(34) = + 0.076
(8) = - 0.264	(35) = - 0.165
(9) = - 0.938	(36) = + 0.268
(10) = + 0.396	(37) = + 0.077
(11) = + 0.807	(38) = + 0.174
(12) = + 0.100	(39) = + 0.988
(13) = + 0.040	(40) = + 0.007
(14) = - 0.433	(41) = - 0.952
(15) = + 0.138	(42) = - 0.088
(16) = - 0.642	(43) = + 0.098
(17) = - 0.102	(44) = - 0.119
(18) = - 0.884	(45) = + 0.207
(19) = + 0.140	(46) = - 0.234
(20) = - 0.506	(47) = + 1.392
(21) = - 0.401	(48) = + 0.206
(22) = + 0.010	(49) = - 0.093
(23) = + 1.172	(50) = - 0.741
(24) = + 0.201	(51) = + 0.042
(25) = + 0.102	(52) = + 0.436
(26) = + 0.413	(53) = - 0.357
(27) = - 0.116	(54) = - 0.405

§ 24. Bestimmung der Verbesserungen für die Nullpunkte der Richtungen auf den einzelnen Stationen.

Bezeichnet man mit z die Verbesserung der Anfangsrichtung oder der Richtung der Nullpunkte auf den Stationen, so hat man nach § 79 der Küsten-Vermessung zwischen z und den Werthen (1), (2) ... folgende Gleichungen:

A (nördlicher Endpunkt der Basis)	$190z = -36(1) - 57(2) - 57(3)$
B (mittlerer Pfeiler der Basis)	$124z = -24(4) - 32(5) - 8(6) - 28(7)$
C (südlicher Endpunkt der Basis)	$208z = -47(8) - 31(9) - 54(10) - 24(11)$
Dransdorf	$175z = -28(12) - 36(13) - 29(14) - 32(15) - 22(16)$
Bergheim	$364z = -60(17) - 27(18) - 29(19) - 45(20) - 35(21)$ — 32(22) — 33(23) — 51(24)
Finkenberg	$273z = -44(25) - 22(26) - 24(27) - 18(28) - 29(29)$ — 30(30) — 24(31)
Gielsdorf	$318z = -24(32) - 34(33) - 58(34) - 28(35) - 34(36)$ — 60(37) — 24(51)
Siegburg	$237z = -48(38) - 38(39) - 43(40) - 53(41)$
Löwenburg	$218z = -36(42) - 40(43) - 40(44) - 28(45) - 36(46)$
Michelsberg	$179z = -44(47) - 44(48) - 50(52)$
Meridianmarke	$170z = -58(53) - 10(54) - 36(49) - 36(50)$

Durch Einsetzung der Verbesserungen in diese Gleichungen, erhält man die Verbesserungen der Nullpunkte auf den betreffenden Stationen, wie folgt:

A	-0.514	(1) bis (3)
B	$+0.610$	(4) - (7)
C	$+0.004$	(8) - (11)
Dransdorf . . .	$+0.103$	(12) - (16)
Bergheim . . .	$+0.037$	(17) - (24)
Finkenberg . . .	$+0.011$	(25) - (31)
Gielsdorf . . .	-0.093	(32) - (37) und (51)
Siegburg . . .	$+0.017$	(38) - (41)
Löwenburg . . .	$+0.030$	(42) - (46)
Michelsberg . . .	-0.515	(47), (48), (52)
Meridianmarke	$+0.322$	(49), (50), (53), (54)

Zusammenstellung sämtlicher Verbesserungen, welche den beobachteten Richtungen hinzuzufügen sind.

Addirt man die soeben gefundenen Werthe der z stationsweise zu den Verbesserungen (1), (2) ... (54), so erhält man endlich die Gesammtverbesserungen, welche den aus den Beobachtungen gefolgerten Richtungen hinzugefügt werden müssen, um die Werthe zu erhalten, welche allen Bedingungen im Basisnetz genügen und zugleich jeder einzelnen Beobachtung ein gleiches Gewicht beilegen.

A. Nördlicher Endpunkt der Basis	Bergheim	— o.514
	C	+ o.950
	B	+ o.141
	Dransdorf	— o.378
B. Mittlerer Pfeiler der Basis . . .	Dransdorf	+ o.610
	A	— o.398
	Bergheim	— o.275
	Finkenberg	— o.282
	C	+ o.040
C. Südlicher Endpunkt der Basis . .	Dransdorf	+ o.004
	B	— o.260
	A	— o.934
	Bergheim	+ o.400
	Finkenberg	+ o.811
	A	+ o.103
	B	+ o.203
Dransdorf	Bergheim	+ o.143
	C	— o.330
	Finkenberg	+ o.241
	Gielsdorf	— o.539
	Siegburg	+ o.037
	Finkenberg	— o.065
	Meridianmarke	— o.847
	Kreuzberg	+ o.177
Bergheim	C	— o.469
	Dransdorf	— o.364
	Gielsdorf	+ o.047
	B	+ 1.209
	A	+ o.238
	Bergheim	+ o.011
	Siegburg	+ o.113
	Löwenburg	+ o.424
Finkenberg	Meridianmarke	— o.105
	Kreuzberg	— o.727
	Gielsdorf	+ o.557
	Dransdorf	— o.196
	C	— o.415
	Bergheim	— o.093
	Dransdorf	+ o.361
	Siegburg	+ o.025
	Finkenberg	— o.017
	Kreuzberg	— o.258
	Löwenburg	+ o.175
	Michelsberg	— o.016
	Cölner Dom	— o.051

	Löwenburg	+ 0.017
	Finkenberg	+ 0.191
Siegburg	Michelsberg	+ 1.005
	Gielsdorf	+ 0.024
	Bergheim	- 0.935
	Nürburg	+ 0.030
	Michelsberg	- 0.058
Löwenburg	Gielsdorf	+ 0.128
	Meridianmarke	- 0.089
	Finkenberg	+ 0.237
	Siegburg	- 0.204
	Gielsdorf	- 0.515
Michelsberg	Siegburg	+ 0.877
	Löwenburg	- 0.309
	Nürburg	- 0.079
Meridianmarke	Bergheim	+ 0.322
	Passagen-Instrument	- 0.035
	Instrument an der Hofthür	- 0.083
	Finkenberg	+ 0.229
	Löwenburg	- 0.419

§ 25. Bestimmung des mittleren Fehlers der Winkelmessung.

Um die Bildung der Summe der Fehlerquadrate zu umgehen, ist von der Formel Gebrauch gemacht, welche in der Küstenvermessung § 97 Seite 353 zur Bestimmung des mittleren Fehlers angewandt ist, nämlich

$$\epsilon = \frac{s}{m} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ 1 \pm \frac{\rho \sqrt{\pi - 2}}{\sqrt{m}} \right\}$$

wo ϵ der mittlere Fehler, s die Summe der Fehler ohne Rücksicht auf das Zeichen und m die Anzahl der Fehler bedeuten.

Setzt man für π und ρ ihre Zahlenwerthe resp. 3.1416 und 0.4769, so erhält man als die Grenzen des mittleren Fehlers

$$\epsilon = 1.2533 \frac{s}{m} \left\{ 1 \pm \frac{0.5096}{\sqrt{m}} \right\}$$

Die Summe der Zahlenwerthe aller Fehler beträgt 20".340 und ihre Anzahl ist 65. Diese Zahlen für s und m gesetzt ergeben

$$\epsilon = 0''.392 \pm 0''.025$$

III. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte.

Der sphärische Excess wurde nach der bekannten Formel

$$\epsilon = \frac{bc \cdot \sin A}{2\rho\rho' \sin r''}$$

gerechnet, wo b und c die den Winkel A einschliessenden Seiten sind, ρ und ρ' die Krümmungs- halbmesser im Meridian und senkrecht darauf bedeuten.

Den Rechnungen sind die Dimensionen des Besselschen Erdsphäroids zu Grunde gelegt, nämlich:

Halbe grosse Axe $a = 3272077.14$ Toisen
 $b = 3261139.33$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299.1528}$$

Wegen der Kleinheit der Seiten konnte überall der Legendresche Satz angewendet werden und ρ und ρ' wurden für das arithmetische Mittel aus den Breiten der drei Eckpunkte aus den Tafeln genommen.

Die Berechnung der Seiten wurde mit Logarithmen von 8 richtigen Decimalstellen geführt.

§ 26. Zusammenstellung der definitiven Richtungen und Entfernungen der Dreieckspunkte untereinander, von der Basis bei Bonn bis zur Seite: Siegburg—Michelsberg.

A. (Nördlicher Endpunkt der Basis.)

		Log. Entfern.	Entfernung.
Bergheim	— 0° 514	3.1639391.0	1458.610
C	68 48 30.352	3.0393522.5	1094.844025
B	69 7 33.081	2.7231857.6	528.6713
Dransdorf	138 49 33.146	3.2362920.5	1723.027

B. (Mittlerer Pfeiler der Basis.)

Dransdorf	+ 0° 610	3.2088402.7	1617.485
A	92 26 56.035	2.7231857.6	528.6713
Bergheim	182 4 21.793	3.1344656.0	1362.905
Finkenberg	256 34 44.938	3.4744600.5	2981.673
C	271 50 6.304	2.7529609.4	566.1883

C. (Südlicher Endpunkt der Basis.)

Dransdorf	+ 0.004	3.2295589.3	1696.520
B	72 20 58.829	2.7529609.4	566.1883
A	72 38 45.831	3.0393522.5	1094.844025
Bergheim	139 59 35.208	3.1683977.6	1473.662
Finkenberg	233 35 35.221	3.3873881.7	2439.991

Dransdorf.

A	+ 0° 103	3.2362920.5	1723.027
B	17 51 4.621	3.2088402.7	1617.485
Bergheim	18 47 56.517	3.4742025.9	2979.906
C	37 20 11.499	3.2295589.3	1696.520
Finkenberg	69 19 11.953	3.5690793.3	3707.484
Gielsdorf	202 28 24.251	3.0202862.9	1047.819

Bergheim.

Siegburg	+ 0° 037	3.6512921.0	4480.145
Finkenberg	69 42 19.172	3.4666623.3	2928.615
Meridianmarke	101 59 46.276	3.5484347.4	3535.369
Kreuzberg Thurm	112 38 55.794	3.4742025.9	2979.906
C	125 57 34.565	3.1683977.6	1473.662
Dransdorf	147 25 44.394	3.4742025.9	2979.906
Gielsdorf	148 23 4.702	3.6048848.3	4026.103
B	148 33 13.682	3.1344656.0	1362.905
A	169 48 14.336	3.1639391.0	1458.610

Finkenberg.

		<u>Log.</u>	<u>Entfern.</u>	<u>Entfernung.</u>
Bergheim	+ 0°.011	3.4666623.3	2928.615	
Siegburg	71 53 4.640	3.6455372.2	4421.170	
Löwenburg	170 11 47.609	3.7513006.3	5640.280	
Meridianmarke	268 10 49.630	3.2763719.3	1889.609	
Kreuzberg	279 21 5.926	3.3793409.8	2395.196	
Gielsdorf	298 26 31.071	3.6522147.9	4489.674	
Dransdorf	308 14 40.588	3.5690793.3	3707.484	
C	329 51 15.383	3.3873881.7	2439.991	

Gielsdorf.

Bergheim	— 0.093	3.6048848.3	4026.103	
Dransdorf	2 43 7.335	3.0202862.9	1047.819	
Siegburg	16 40 24.470	3.9130445.9	8185.488	
Finkenberg	39 45 45.547	3.6522147.9	4489.674	
Kreuzberg Thurm	59 8 55.941	3.3729139.3	2360.011	
Löwenburg	68 47 37.226	3.9603782.1	9128.054	
Michelsberg	167 32 35.709	4.1421441.5	13872.162	
Kölner Dom	307 53 1.247			

Siegburg.

Löwenburg	1 2.404	3.8838349.3	7653.057	
Finkenberg	46 50 28.900	3.6455372.2	4421.170	
Michelsberg	51 54 43.329	4.3303450.7	21396.615	
Gielsdorf	70 18 34.393	3.9130445.9	8185.488	
Bergheim	85 15 5.256	3.6512921.0	4480.145	

Löwenburg.

Nürburg	— 10.590			
Michelsberg	30 5 28.169	4.2486593.6	17727.985	
Gielsdorf	80 45 3.577	3.9603782.1	9128.054	
Meridianmarke	85 53 5.588	3.7918488.7	6192.256	
Finkenberg	103 28 28.626	3.7513006.3	5640.280	
Siegburg	138 20 19.398	3.8838349.3	7653.057	

Michelsberg.

Gielsdorf	— 57.232	4.1421441.5	13872.162	
Siegburg	10 43 0.995	4.3303450.7	21396.615	
Löwenburg	30 34 30.081	4.2486593.6	17727.985	
Nürburg	123 22 32.789			

Meridianmarke.

Bergheim	+ 0.322	3.5484347.4	3535.369	
Passagen-Instrum. der Sternwarte	3 37 33.921	2.9352811.2	861.551	
Instrument an der Hofthür	8 1 5.372	2.9354388.1	861.864	
Finkenberg	55 53 22.890	3.2763719.3	1889.609	
Löwenburg	120 18 57.931	3.7918488.7	6192.256	

§ 27. Festlegung der Dreieckspunkte.

Station Gielsdorf.

Das Centrum des Stationspunktes wurde durch 2 Holzklötze, oben mit Bleiplatten mit markirten Punkten versehen, 1½ Fuss unter dem Boden festgelegt. — Der eine Klotz befindet sich 4' 8½" nördlich, der andre in grader Linie ebensoviel südlich vom Centrum. Der Südpunkt befindet sich auf der Grenze zwischen den beiden Ackerstücken des Trembo und Oedekoven, 9' östlich von der Westgrenze der beiden Stücke. Die obere Fläche des Beobachtungspfeilers befand sich 18' 3¾" über der südlichen Bleiplatte.

Station Löwenburg.

Die Lage der Mitte der Ruine wurde gegen den Pfeiler folgendermassen bestimmt:

Nürburg °° °' °"

Mitte der Ruine 199 57 27 Entfernung: Pfeiler 1847 — Ruinenmitte = 3°1978

Ausserdem wurde die Lage des Pfeilers 1847 gegen einen tiefgehenden Fundamentstein an der äussern Südwestecke, welcher auf seiner Oberfläche mit *T. P.* bezeichnet ist, gefunden:

Pfeiler 1847

Festlegungsstein *T. P.* °° °' °"oo Entfernung = 0°1140

Michelsberg 198 11 30

Station Siegburg.

Der Standpunkt auf der Gallerie des Thurm hatte folgende Lage zur Thurmmitte:

Pfeiler 1847

Mitte des Thurm °° °' °" Entfernung 0°45249

Bergheim 210 31 0

Station Michelsberg.

Als trigonometrischer Punkt ist die Mitte des Thurm genommen, wie sie aus dem innern Viereck der Thurmmauern im Innern einige Fuss über dem Boden erfolgt. Es fand sich:

Auf dem Pfeiler:

Thurmcentrum °° °' °" Entfernung 4°1291

Löwenburg 3°3 5 42

Station Dransdorf.

Der trigonometrische Punkt ist durch einen Stein mit eingemeisseltem Kreuze vermerkt, welcher drei Fuss unter dem Fussboden eingegraben ist.

Station Finkenberg.

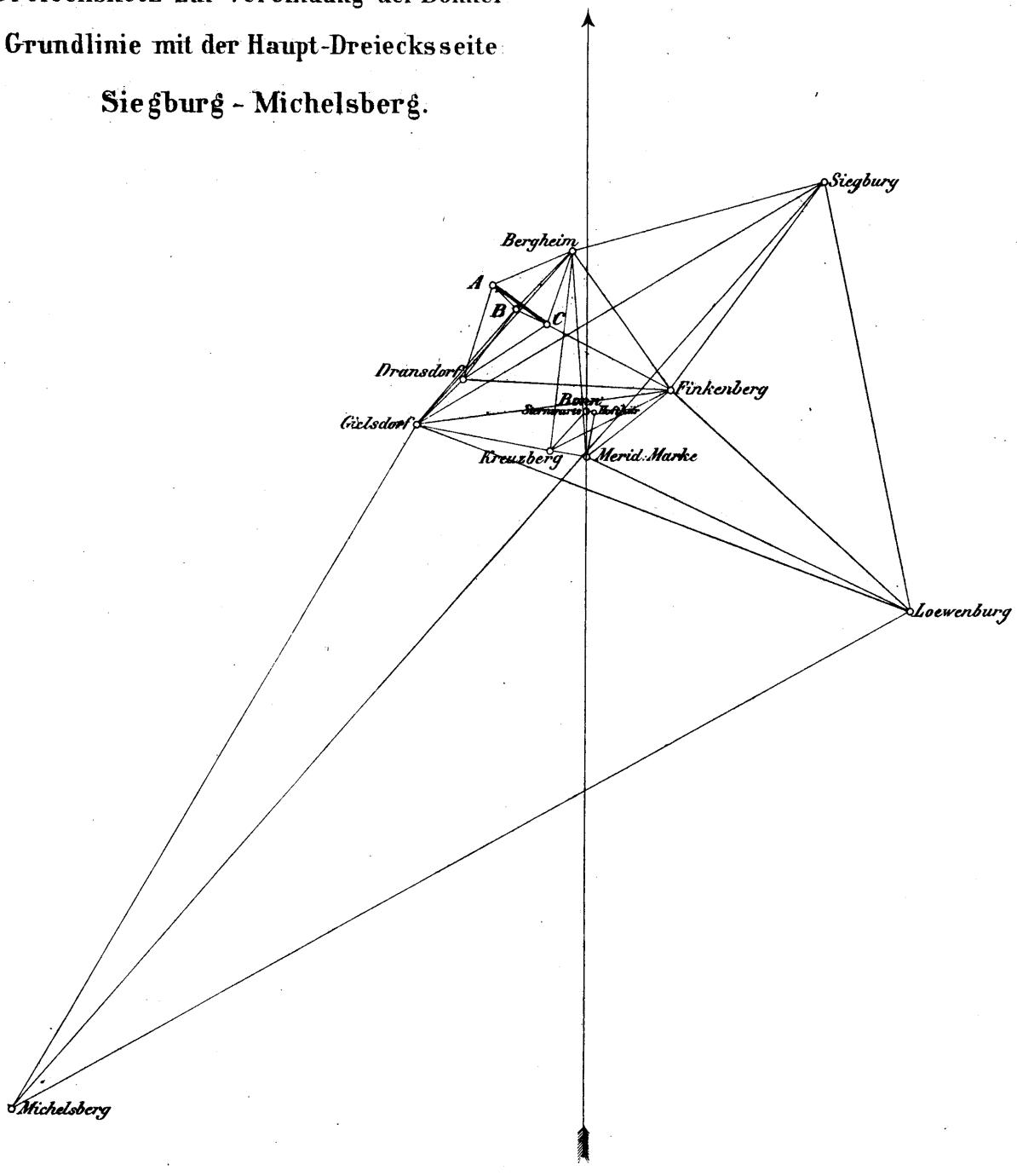
Der Dreieckspunkt ist durch einen Stein mit eingemeisseltem Kreuze bezeichnet.

P. Stankiewicz' Buchdruckerei, Berlin, Beuthstr. 5.

Rheinische Dreiecke.

Dreiecksnetz zur Verbindung der Bonner
Grundlinie mit der Haupt-Dreiecksseite

Siegburg - Michelsberg.



Maaßstab 1 : 200,000

0 1000 2000 3000 4000 5000 10000 15000 Piesen.

Das Rheinische Dreiecksnetz.

Inhaltsverzeichniss.

I. Heft.

	Seite
Erster Abschnitt. Messung der Grundlinie und Bestimmung des Azimuths	
§ 1. Die Grundlinie bei Bonn	3
§ 2. Messung der Grundlinie in zwei Abtheilungen	5
I. Nördlicher Theil der Grundlinie	5
II. Südlicher Theil der Grundlinie	7
Reduction auf den Meereshorizont	10
Höhenbestimmung für die Reduction auf den Meereshorizont	11
§ 3. Beurtheilung der Messung der Grundlinie	14
§ 4. Bestimmung des Azimuths in Bonn	17
Zweiter Abschnitt. Das Dreiecksnetz zur Verbindung der Bonner Grundlinie mit der Sternwarte Bonn und der Hauptdreiecksseite Siegburg—Michelsberg	
I. Die Winkelmessungen	21
§ 5. Beschreibung der Instrumente	21
§ 6. Die Rechnungsmethoden	22
§ 7. Beobachtungen in A (nördlicher Pfeiler der Basis)	23
§ 8. Beobachtungen in B (mittlerer Pfeiler der Basis)	25
§ 9. Beobachtungen in C (südlicher Endpunkt der Basis)	27
§ 10. Beobachtungen in Dransdorf	29
§ 11. Beobachtungen in Bergheim	31
§ 12. Beobachtungen in Finkenberg	34
§ 13. Beobachtungen in Gielsdorf	37
§ 14. Beobachtungen in Siegburg	40
§ 15. Beobachtungen auf Löwenburg	43
§ 16. Beobachtungen auf Michelsberg	46
§ 17. Beobachtungen auf dem Venusberge	49
II. Die Ausgleichung der Dreiecke zwischen der Basis bei Bonn und der Seite Michelsberg—Siegburg	51
§ 18. Formation der Bedingungsgleichungen	51
§ 19. Ausdrücke der Grössen [1], [2], [3] . . . durch die Factoren I, II, III	61
§ 20. Darstellung der Verbesserungen (1), (2), (3) . . . durch die Factoren I, II, III	62
§ 21. Formation der Endgleichungen	64
§ 22. Auflösung der Endgleichungen oder Bestimmung der Factoren I, II, III	66
§ 23. Bestimmung der Verbesserungen (1), (2), (3) . . . bis (54)	67
§ 24. Bestimmung der Verbesserung für die Nullpunkte der Richtungen auf den einzelnen Stationen. Zusammenstellung sämmtlicher Verbesserungen	68
§ 25. Bestimmung des mittleren Fehlers der Winkelmessung	71
III. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte	72
§ 26. Zusammenstellung der definitiven Richtungen und Entfernungen der Dreieckspunkte untereinander, von der Basis bei Bonn bis zur Seite: Siegburg—Michelsberg	73
§ 27. Festlegung der Dreieckspunkte	75