

# GFZ



Helmholtz-Zentrum  
**POTS DAM**

HELMHOLTZ-ZENTRUM POTSDAM

**DEUTSCHES  
GEOFORSCHUNGSZENTRUM**

Jan Dostal

## **Prädiktion ozeanischer Tidensignale in Satellitenbeobachtungen des Erdmagnetfeldes**

Scientific Technical Report STR09/04

## IMPRESSUM

HELMHOLTZ-ZENTRUM POTSDAM  
**DEUTSCHES  
GEOFORSCHUNGSZENTRUM**  
Telegrafenberg  
D-14473 Potsdam

Gedruckt in Potsdam  
Mai 2009

ISSN 1610-0956

Die vorliegende Arbeit  
in der Schriftenreihe  
Scientific Technical Report (STR) des GFZ  
ist in elektronischer Form erhältlich unter  
[www.gfz-potsdam.de](http://www.gfz-potsdam.de)  
Neuestes - Neue Publikationen des GFZ

Jan Dostal

**Prädiktion  
ozeanischer Tidensignale  
in Satellitenbeobachtungen  
des Erdmagnetfeldes**

Scientific Technical Report STR09/04

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Institut für Planetare Geodäsie

Professur für Astronomie

## Diplomarbeit

# Prädiktion ozeanischer Tidensignale in Satellitenbeobachtungen des Erdmagnetfeldes

Jan Dostal

Betreuer: Dr. H. Dobslaw (GFZ Potsdam)  
Prof. Dr. M. Thomas (GFZ Potsdam)

Betreuender Hochschullehrer: Prof. Dr. M. Soffel

ausgehändigt am: 16. Juni 2008  
eingereicht am: 16. Dezember 2008



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>1 Magnetische Induktion durch bewegte Ladungsträger</b>	<b>9</b>
1.1 Beziehungen der Elektrodynamik . . . . .	9
1.2 Lorentz-Kraft . . . . .	11
1.3 Darstellungsform der Ergebnisse . . . . .	12
<b>2 Ozeanisch induzierte Anteile des Erdmagnetfeldes</b>	<b>15</b>
2.1 Detektierbarkeit ozeaninduzierter Magnetfelder . . . . .	16
2.2 Modellannahmen für die Prädiktion ozeaninduzierter Magnetfelder . . . . .	17
2.3 Toroidale und poloidale Anteile des ozeanischen Magnetfeldes . . . . .	21
2.3.1 Toroidales Magnetfeld . . . . .	22
2.3.2 Poloidales Magnetfeld . . . . .	23
2.4 Berechnung ozeaninduzierter, poloidaler Magnetfelder mittels einer Stromfunktion	24
2.4.1 Gleichung für das ozeangenerierte Elektropotential . . . . .	24
2.4.2 Stromfunktion für nichtlokale elektrische Ströme . . . . .	25
2.4.3 Ozeaninduzierte Magnetfelder außerhalb des Ozeans . . . . .	26
2.5 Alternativer Ansatz . . . . .	28
<b>3 Numerische Prädiktion ozeanischer Magnetfelder</b>	<b>31</b>
3.1 Eingangsdaten der Modellierung . . . . .	32
3.1.1 Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten (OMCT) . . . . .	32
3.1.2 Leitfähigkeitsgewichtete Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	33
3.1.3 Leitfähigkeit der Sedimentschicht . . . . .	34
3.1.4 Hintergrundmagnetfeld . . . . .	36
3.2 Numerische Berechnung der elektrischen Stromfunktion . . . . .	37
3.3 Radiale Komponente des sekundären Magnetfeldes . . . . .	38
3.3.1 Validierung der Resultate . . . . .	41
3.4 Möglichkeiten der Detektierbarkeit . . . . .	43

<b>4</b>	<b>Sensitivitätsanalyse</b>	<b>47</b>
4.1	Variationen der Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	47
4.2	Variationen des Hintergrundmagnetfeldes . . . . .	49
4.3	Variationen der Sedimentleitfähigkeit . . . . .	50
	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>53</b>
	<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>56</b>
	<b>Literatur</b>	<b>60</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung der Wirkung der Lorentz-Kraft. . . . .	12
1.2	Darstellungsformen der Ergebnisse. . . . .	13
2.1	Beobachtetes und prädiziertes ozeaninduziertes Magnetfeld der M <sub>2</sub> -Tide . . . . .	16
2.2	Spektrum der magnetischen Intensität der M <sub>2</sub> -Tide . . . . .	16
2.3	Spektrum der magnetischen zeitlichen Variabilität in küstennahen Stationen . . . . .	18
2.4	Modellvorstellung für die Berechnung ozeaninduzierter Magnetfelder . . . . .	19
2.5	Darstellung der dünnen Schicht $h$ . . . . .	19
2.6	Anteile des ozeaninduzierten Magnetfeldes . . . . .	21
2.7	Toroidales Magnetfeld . . . . .	22
2.8	Poloidales Magnetfeld . . . . .	23
2.9	Berechnungsflussdiagramm . . . . .	29
3.1	Auslenkung der Meeresoberfläche . . . . .	32
3.2	Leitfähigkeitsgewichtete Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	34
3.3	Modell der elektrischen Leitfähigkeit . . . . .	35
3.4	Modell der elektrisch leitfähigen Sedimentschicht . . . . .	35
3.5	Radiale Komponente des Hintergrundmagnetfeldes $F_z$ . . . . .	36
3.6	Radiale Komponente des Hintergrundmagnetfeldes des World Magnetic Model . . . . .	37
3.7	Kontrolle der numerischen Lösung der Stromfunktion $\psi$ . . . . .	38
3.8	Numerische Lösung der Stromfunktion $\psi$ . . . . .	38
3.9	Prädiziertes $b_r$ an der Wasseroberfläche und in Satellitenhöhe für ein instantanes Feld . . . . .	39
3.10	Ozeaninduziertes Magnetfeld $b_r$ an der Wasseroberfläche für ausgewählte Partikaltiden . . . . .	40
3.11	Ozeaninduziertes Magnetfeld $b_r$ in Satellitenhöhe . . . . .	41
3.12	Validierung numerischer Lösung von $b_r$ mit Tyler . . . . .	42
3.13	Validierung numerischer Lösung von $b_r$ mit Maus und Kuvshinov . . . . .	45

4.1	Sensitivitätsanalyse; Variation des Geschwindigkeitsfeldes für ein instantanes Feld	48
4.2	Sensitivitätsanalyse; Variation des Geschwindigkeitsfeldes für $M_2$ und $O_1$ . . . .	49
4.3	Sensitivitätsanalyse; Variation des Hintergrundmagnetfeldes für ein instantanes Feld . . . . .	50
4.4	Sensitivitätsanalyse; Variation des Hintergrundmagnetfeldes für $M_2$ und $O_1$ . . .	51
4.5	Sensitivitätsanalyse; Variation der Sedimentleitfähigkeit für ein instantanes Feld	52
4.6	Sensitivitätsanalyse; Variation des Hintergrundmagnetfeldes für $M_2$ und $O_1$ . . .	52

# Einleitung

Seit Jahrhunderten beschäftigt sich die Geodäsie mit der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche. Dazu gehören die Bestimmung der Erdfigur, des Erdschwerefeldes und die Orientierung der Erde im Weltraum. Um solchen anspruchsvollen Aufgaben gerecht zu werden, werden verschiedene Messgeräte und Messverfahren angewandt, die unter ständiger Weiterentwicklung immer genauere Ergebnisse liefern. Die Nutzung der geodätischen Messungen beschränkt sich nicht mehr nur auf die Suche nach der geometrischen Gestalt der Erde. Sie liefern zusätzlich wichtige Informationen für andere wissenschaftliche Fachgebiete. Ein Gebiet ist die Geophysik, die sich mit physikalischen Eigenschaften und Vorgängen auf und in der Erde beschäftigt und im weiteren Sinne aber auch die Ozeanographie und Meteorologie einschließt. Ein wichtiger Beitrag zur Erforschung der Prozesse im Erdinneren lässt sich aus den temporalen Variationen der geodätischen Beobachtungen ableiten. Verschiedene Messtechniken erlauben voneinander unabhängige Messergebnisse, die sich gegenseitig ergänzen und kontrollieren können. Nur mit Kombinationen und komplexer Analyse verschiedener Beobachtungen kann ein Beitrag zu Fragen wie z.B. dem Klimawandel geleistet werden.

Um neue Einblicke in die Zusammensetzung und die Prozesse im Erdinneren zu erhalten, ist es heute nicht mehr erforderlich permanent vor Ort zu sein. War man früher ausschließlich auf lokale terrestrische Beobachtungen angewiesen, so ermöglicht der heutige Stand der Technik und Wissenschaft neue Alternativen für die Informationsbeschaffung. Globale Observationen des Erdsystems bilden eine wesentliche Grundlage für die heutige Geoforschung. Die rasante Entwicklung der sich schon vor Jahrzehnten etablierten Satellitenfernerkundung eröffnet neue Wege der Erdbeobachtung, welche mit steigender Genauigkeit der Messtechnik immer neue Beobachtungsmöglichkeiten und Informationen liefert. Die aus dem Erdorbit gewonnenen Messdaten basieren neben anderen auf der Observation des Schwere- und Magnetfeldes der Erde, deren orts- und zeitabhängige Variationen mit dynamischen Vorgängen in Erdkern, -mantel, -kruste und schließlich auch in den Ozeanen und der Atmosphäre erklärt werden können. Für die Modellierung der ozeanischen Dynamik werden in heutiger Praxis globale Beobachtungen aus präziser Satellitenaltimetrie zur Bestimmung der dynamischen Meereshöhe genutzt. Seit Beginn der neuen Generation der Schwerefeldmissionen, vor allem der Mission GRACE, können auch aus den Schwerefelddaten Massenverlagerungen in Ozeanen bestimmt werden, die im Zusammenhang mit der Ozeandynamik stehen. Neben den erwähnten Radar- und Schwerefeldmessungen bilden auch die Variationen des Erdmagnetfeldes eine Informationsquelle für ein besseres Verständnis des Erdsystems. Das Erdmagnetfeld gibt vor allem über die Prozesse im äußeren Kern Auskunft. In Verbindung mit der Seismologie und Gravitation trägt es ebenfalls zu einem besseren Verständnis über die Modellierung der Eigenschaften bei.

Doch nicht nur der äußere Erdkern, sondern auch die Ozeane beeinflussen mit ihrer Dynamik

das Erdmagnetfeld. Schon seit einiger Zeit wird vermutet, dass die Bewegung des elektrisch gut leitenden Meerwassers durch das Erdmagnetfeld elektrische Ströme induziert. Dadurch wiederum werden sekundäre Magnetfelder erzeugt. Die ozeaninduzierten Magnetfelder bilden nur einen sehr geringen Anteil des Gesamtsignals. Daher erfordert ihre Identifikation in den Messdaten eine Vorkenntnis der zu erwartenden Stärke und räumlichen Verteilung des Signals.

Mit der Genauigkeitssteigerung der Magnetometermessungen in der Satellitenhöhe (400 km) und der küstennahen terrestrischen Messstationen haben sich in den letzten Jahren neue Anwendungsgebiete für die Messdaten ergeben. Speziell ist es im Jahr 2003 gelungen, das von der  $M_2$ -Partialtide hervorgerufene ozeaninduzierte Magnetfeld in den Beobachtungen des Satelliten CHAMP, der seit dem Jahr 2001 Messdaten liefert, nachzuweisen. Mit diesem Nachweis eröffnet sich für die Ozeanographie eine neue globale Beobachtungsmöglichkeit, welche die bisherigen Messverfahren ergänzen kann. Im Zusammenhang mit dieser neuen Möglichkeit stellt sich die Frage nach den Einflüssen der gezeiten-getriebenen Ozeandynamik und der allgemeinen ozeanischen Zirkulation auf das beobachtbare Magnetfeld. Solche Aspekte sind in Bezug auf die zukünftige Satellitenmission SWARM, die voraussichtlich im Jahr 2010 gestartet wird, von besonderem Interesse, da diese mit ihrem Genauigkeitspotential die Effekte der ozeaninduzierten Magnetfelder detektieren soll.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Schätzung der durch die ozeanische Gezeitendynamik induzierten Magnetfelder in einer Vorwärtsrechnung durchgeführt. Die Prädiktion basiert auf simulierten ozeanischen Strömungen aus dem OMCT-Modell, welches die globale ozeanische Dynamik beschreibt. Als weitere Eingangsdaten werden das Hintergrundmagnetfeld und die elektrische Leitfähigkeit der ozeanischen Sedimentschicht benötigt. Im ersten Kapitel werden kurz allgemeine physikalische Grundlagen dargestellt, die die Induktion ozeanischer Magnetfelder betreffen. Dies sind vor allem die elektromagnetische Induktion und Lorentz-Kraft. Im zweiten Kapitel wird zunächst auf die Beobachtbarkeit der ozeaninduzierten Magnetfelder in Satellitenhöhe und in küstennahen Messstationen eingegangen. Anschließend werden die benötigten Voraussetzungen und Modellannahmen für die Berechnung erläutert. Im darauf folgenden Kapitel wird das Prinzip der Entstehung sekundärer ozeaninduzierter Magnetfelder und ein Berechnungsalgorithmus für die Bestimmung des poloidalen Magnetfeldes beschrieben. Zu Beginn des dritten Kapitels werden die für die Berechnung benötigten Eingangsdaten und das Modell für die ozeanische Dynamik vorgestellt. Im nächsten Schritt wird das Ergebnis einer Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Berechnung elektrischer Kurzschluss-Ströme in Ozeanen diskutiert und die aus dieser Stromfunktion erhaltenen Ergebnisse ozeaninduzierter Magnetfelder für einzelne Partialtiden präsentiert. Am Ende des Kapitels werden die berechneten ozeaninduzierten Magnetfelder qualitativ mit bereits publizierten Ergebnissen verglichen und bewertet. Im letzten Kapitel werden die sekundären Magnetfelder einer Sensitivitätsanalyse der Eingangsgrößen unterzogen, in welcher der Einfluss einzelner Parameter auf das resultierende Magnetfeld ermittelt wird.

# Kapitel 1

## Magnetische Induktion durch bewegte Ladungsträger

In diesem Kapitel werden kurz die wichtigsten physikalischen Gesetzmäßigkeiten beschrieben, auf deren Grundlage die Induktion ozeanischer Magnetfelder basiert. Für ein Verständnis der Prozesse elektromagnetischer Induktion ist es zunächst notwendig, sich die Kräftewirkungen in elektrischen und magnetischen Feldern vorzustellen. Die grundlegenden Beziehungen dieser Felder sind in der Elektrostatik und der Magnetostatik beschrieben. Die Kopplung zwischen beiden Gebieten ist mit den fundamentalen Maxwell-Gleichungen erfasst. Elektrische Felder in Ozeanen, die eine Voraussetzung für den Fluss elektrischer Ladungen und damit die Induktion magnetischer Felder bilden, werden durch die Wirkung der Lorentz-Kraft aufgebaut. Zusätzlich zu den physikalischen Grundlagen wird, um die präsentierten Ergebnisse vorliegender Arbeit richtig interpretieren zu können, die Darstellungsform der Resultate erläutert.

### 1.1 Beziehungen der Elektrodynamik

#### Elektrostatik

Elektrostatische Felder entstehen durch ruhende elektrische Ladungen und lassen sich durch Kraftwirkungen auf elektrische Ladungen beobachten. Geht man vereinfacht nur von zwei Punktladungen aus, stellt das Coulomb'sche Gesetz den Zusammenhang zwischen der Kraft  $\mathbf{K}$ , die im Vakuum wirkt, und dem Betrag des Abstandes  $r$  und der Größe der Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  dar (Niedrig, 1992):

$$\mathbf{K} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}_e . \quad (1.1)$$

Die Polarität der Ladungen wird mit dem Vorzeichen bestimmt.  $\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}\cdot\text{m}}$  ist die elektrische Feldkonstante. Die elektrische Feldstärke  $\mathbf{E}$  lässt sich aus dem Quotienten zwischen der Kraft  $\mathbf{K}$  und der elektrischen Ladung  $Q$  berechnen:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{K}}{Q} . \quad (1.2)$$

## Magnetostatik

Magnetostatische Felder können durch stationäre elektrische Ströme, also durch bewegte elektrische Ladungen entstehen. Ein im Ganzen ungeladener aber stromdurchflossener Leiter übt eine Kraft aus. Da von einem ungeladenen System kein elektrisches Feld ausgehen kann, wird diese Kraftwirkung dem Magnetfeld zugeordnet. Das magnetische Feld  $\mathbf{B}$  kann mit dem Ampèreschen Gesetz beschrieben werden:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad (1.3)$$

wobei  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$  die magnetische Feldkonstante und  $\mathbf{J}$  elektrische Stromdichte darstellt. Die magnetische Induktion ist ein reines Rotationsfeld und als solches quellenfrei (Nolting, 1993). Mit einer Probeladung  $q$  lässt sich die in der Umgebung eines stromdurchflossenen Leiters wirkende magnetische Kraft  $\mathbf{K}$  laut Gleichung (1.12) bestimmen.

## Maxwell-Gleichungen

Vor der Entdeckung der Maxwell-Gleichungen, wurden Elektrizität, Magnetismus und Optik als voneinander unabhängige Gebiete betrachtet. Erst J. C. Maxwell ist es gelungen, mit einem Gleichungssystem diese physikalischen Gebiete miteinander zu verbinden. Die vier Grundgleichungen bilden die Grundlage der klassischen Elektrodynamik. Sie beschreiben die Erzeugung von elektrischen und magnetischen Feldern durch elektrische Ladungen und Ströme, sowie die Wechselwirkung zwischen beiden Feldern, die bei zeitabhängigen Feldern als Zeitentwicklung in Erscheinung tritt. Die Maxwell-Gleichungen lassen sich in Integralform oder in differenzieller Form darstellen. In differenzieller Form lauten sie:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dot{\mathbf{D}}, \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho. \quad (1.7)$$

Gleichung (1.4) ist das Induktionsgesetz. Es besagt, dass jede Änderung des magnetischen Feldes  $\mathbf{B}$  zu einem elektrischen Gegenfeld führt. Die Wirbel des elektrischen Feldes sind von der zeitlichen Änderung der magnetischen Induktion abhängig. Das Wirbelfeld der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}$  ist der zeitlichen Änderung der magnetischen Flussdichte entgegengesetzt. Gleichung (1.5) beschreibt das verallgemeinerte Durchflutungsgesetz. Es besagt, dass sich das Wirbelfeld der magnetischen Feldstärke  $\mathbf{H}$  aus der Summe der elektrischen Stromdichte  $\mathbf{J}$  und der zeitlichen Änderung der elektrischen Verschiebungsdichte  $\mathbf{D}$  ergibt. Die zeitliche Änderung der elektrischen Verschiebungsdichte wird als Verschiebungsstrom bezeichnet und erweitert die Gültigkeit des Ampèreschen Gesetzes um zeitabhängige Phänomene. Gleichung (1.6) bringt zum Ausdruck,

dass magnetische Felder quellenfrei sind. Das elektrische Feld ist hingegen ein Quellenfeld, dessen Quellen elektrische Ladungen bilden, welche mit der Ladungsdichte  $\rho$  in Gleichung (1.7) bezeichnet werden.

Als Ergänzung werden an dieser Stelle noch Materialgleichungen und das Ohm'sche Gesetz hinzugefügt:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} , \quad (1.8)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} , \quad (1.9)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) , \quad (1.10)$$

mit  $\mu_r$  Permeabilitätszahl und  $\epsilon_r$  Permittivitätszahl als Materialkonstanten ohne physikalische Einheit.

### Die elektrische Leitfähigkeit $\sigma$

Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Stromdichte  $\mathbf{J}$  und der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}$  in Gleichung (1.10), welche die vektorielle Form des Ohm'schen Gesetzes mit Feldgrößen darstellt. Sie bildet den Kehrwert zum spezifischen Widerstand und ist eine Materialeigenschaft. Die Einheit der elektrischen Leitfähigkeit ist Siemens pro Meter ( $\text{Sm}^{-1}$ ).

## 1.2 Lorentz-Kraft

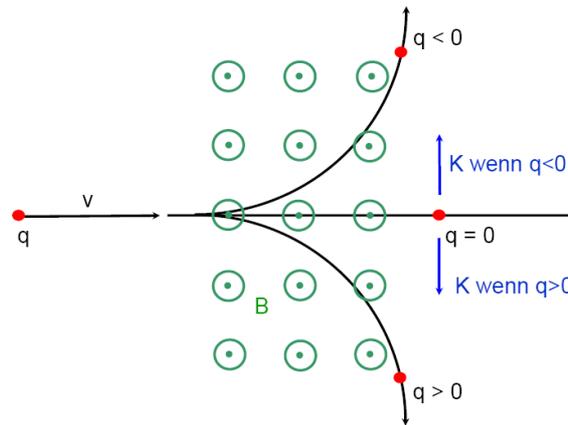
Wird eine elektrische Ladung der Stärke  $q$  mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$  in einem elektromagnetischen Feld der magnetischen Flussdichte  $\mathbf{B}(t, x)$  und der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}(t, x)$  zum Zeitpunkt  $t$  am Ort  $x$  bewegt, so wirkt auf diese Ladung die Lorentz-Kraft  $\mathbf{K}$ . Die allgemeine Gleichung der Lorentz-Kraft lautet:

$$\mathbf{K}(t, x, \mathbf{u}) = q [\mathbf{E}(t, x) + \mathbf{u} \times \mathbf{B}(t, x)] . \quad (1.11)$$

Oft wird nur der magnetische Teil der Lorentz-Kraft betrachtet. In diesem Falle lautet die Gleichung vereinfacht (Niedrig, 1992):

$$\mathbf{K} = q \mathbf{u} \times \mathbf{B} . \quad (1.12)$$

Die durch das Magnetfeld  $\mathbf{B}$  verursachte Lorentz-Kraft steht senkrecht zu den magnetischen Feldlinien und der Bewegungsrichtung der Ladung. Dies wird durch das Kreuzprodukt in der Gleichung zum Ausdruck gebracht. Da die Lorentz-Kraft senkrecht zur Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$  wirkt, wird der Betrag der Geschwindigkeit durch den Einfluss der Lorentz-Kraft nicht verändert. Die elektrischen Ladungen werden lediglich in Abhängigkeit ihrer Polarität von ihrer ursprünglichen Richtung, wie in Abbildung 1.1 dargestellt, abgelenkt.



**Abbildung 1.1:** Schematische Darstellung der Wirkung der Lorentz-Kraft.

Das Prinzip der Lorentz-Kraft findet Anwendung z.B. beim elektronischen Mikroskop, beim Kreisbeschleuniger zum Beschleunigen von Elementarteilchen auf hohe Energien und beim Massenspektrometer.

### 1.3 Darstellungsform der Ergebnisse

Die berechneten Ergebnisse werden in dieser Arbeit in zwei unterschiedlichen Formen dargestellt. In den meisten Fällen stellt die Farbkodierung der berechneten Felder die Amplituden dar. Der Phasenwinkel wird, falls notwendig, zusätzlich mit Isolinien veranschaulicht. Um einen Vergleich der OMCT-Ergebnisse mit den Resultaten von Tyler durchführen zu können, muss jedoch eine komplexe Darstellungsform gewählt werden, die den bereits publizierten Ergebnissen entspricht. Ein instantaner Wert einer harmonischen Schwingung lässt sich mit der Amplitude  $A$ , dem Phasenwinkel  $\omega t$  und der Anfangsphasenverschiebung  $\varphi_0$  beschreiben:

$$z = A \cos(\omega t + \varphi_0) . \quad (1.13)$$

Diese Darstellungsform ist in Abbildung 1.2 rot veranschaulicht. Dabei wird zusätzlich angenommen, dass  $\varphi_0 = 0$  ist. Die komplexe Darstellungsform setzt sich aus zwei Funktionswerten der harmonischen Schwingung zusammen, die durch Cosinus- und Sinusfunktion des Phasenwinkels beschrieben werden. Wie auf dem Kreis im linken Teil der Abbildung zu sehen ist, sind Sinus- und Cosinusfunktion in diesem Fall orthogonal zueinander und damit die Funktionswerte voneinander unabhängig. Die Information über die Amplitude und Phasenwinkel lässt sich daher durch den reellen (Cosinus) und imaginären (Sinus) Funktionswert ersetzen:

$$Z = x + iy \quad (1.14)$$

mit

$$x = A \cos(\omega t) , \quad (1.15)$$

$$y = A \sin(\omega t) . \quad (1.16)$$

Mit dem Satz des Pythagoras lässt sich die Amplitude:

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.17)$$

und mit der Beziehung:

$$\tan \omega t = \frac{y}{x}, \quad (1.18)$$

der Phasenwinkel beschreiben. Schließlich erhält man die Eulersche Relation (Bronstein u. a., 1997):

$$Z = Ae^{i\omega t} = A(\cos \omega t + i \sin \omega t). \quad (1.19)$$

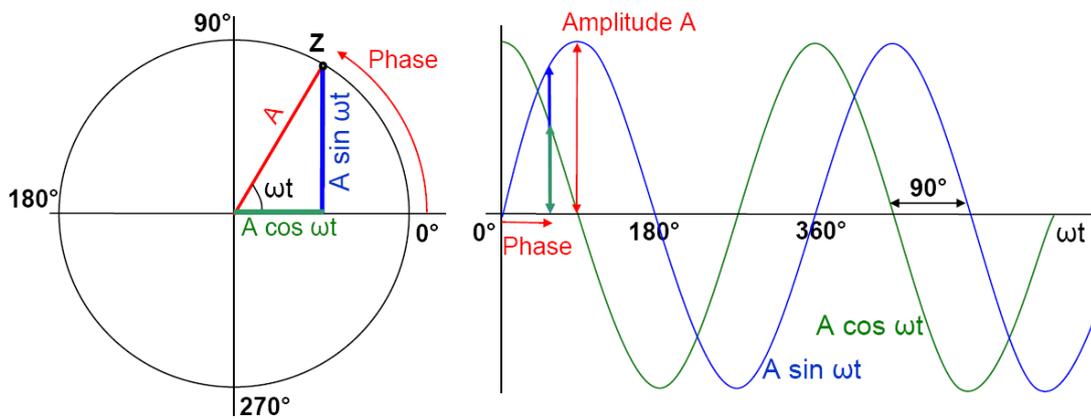


Abbildung 1.2: Darstellungsformen der Ergebnisse.

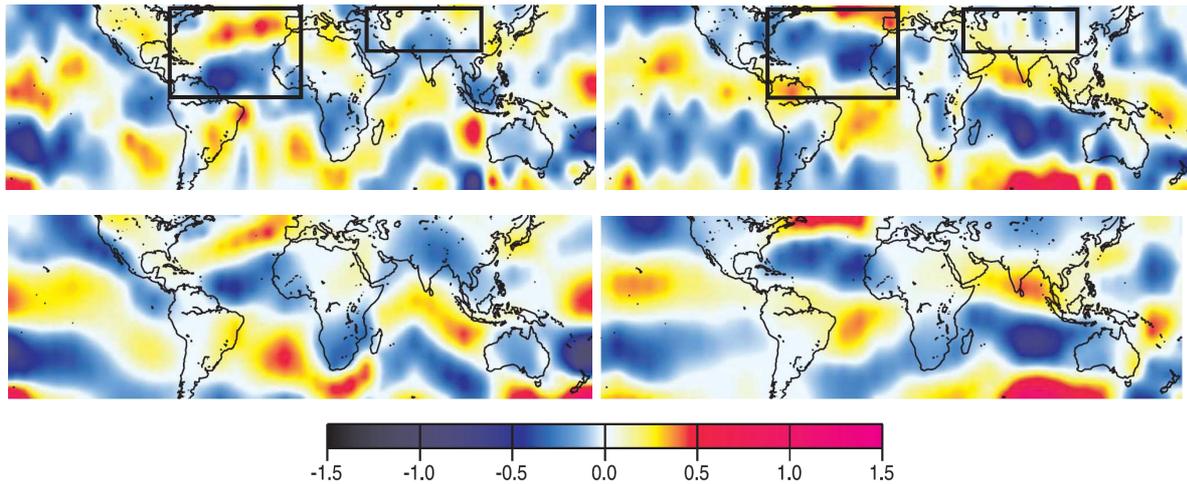


## Kapitel 2

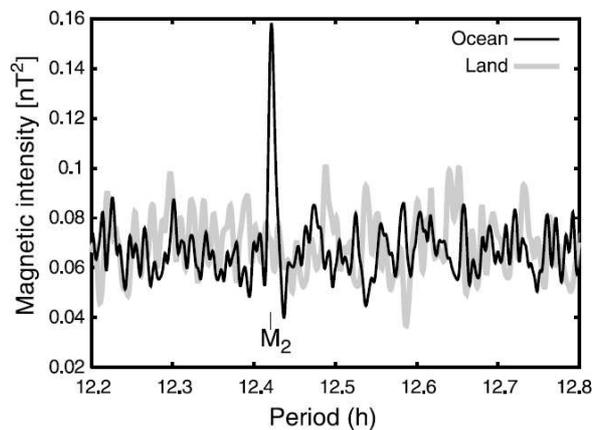
# Ozeanisch induzierte Anteile des Erdmagnetfeldes

Das gemessene Magnetfeld an einem beliebigen Punkt der Erdoberfläche ist die Summe der Kombination verschiedener magnetischer Felder, die durch unterschiedliche Quellen generiert werden. Diese Felder überlagern und beeinflussen sich gegenseitig. Mehr als 90% des gemessenen Gesamtsignals wird im äußeren Kern induziert, das als Hauptfeld bezeichnet wird. Dieses Hauptfeld unterliegt nur langsamen Variationen und ist in mathematischen Modellen, wie dem International Geomagnetic Reference Field (IGRF, Macmillan und Quinn (2000a)) und World Magnetic Model (WMM, Macmillan und Quinn (2000b)) beschrieben. Das Hauptfeld bildet eine magnetische Hülle um die Erde, die als Magnetosphäre bezeichnet wird. In diesem Raum dominiert das Magnetfeld der Erde das interplanetare Magnetfeld der Sonne. Ströme von elektrischen Ladungen innerhalb der Magnetosphäre und der Ionosphäre induzieren externe Magnetfelder, die einen Beitrag des Erdmagnetfeldes darstellen. Solche externen Magnetfelder in der ionisierten Atmosphäre und Magnetosphäre variieren in viel kürzeren Zeitskalen als das Hauptmagnetfeld der Erde. Sie können Magnetfelder erzeugen, deren Stärke etwa 10% des Hauptmagnetfeldes beträgt. Neben den genannten Magnetfeldquellen im äußeren Kern gibt es unter der Erdoberfläche noch weitere kleinere Quellen für die Induktion magnetischer Felder in der Lithosphäre und im Ozean. Auch wenn die durch ozeanische Dynamik bedingten Magnetfelder nur schwach sind, kann mit ihrer Kenntnis zu einem besseren Verständnis der oberflächennahen Prozesse beigetragen werden.

In dem folgenden Kapitel werden die Prozesse der Induktion magnetischer Felder in Ozeanen beschrieben. Bei magnetohydrodynamischen Prozessen sind Strömungen und elektromagnetische Felder miteinander gekoppelt. Die Wassermassen der Ozeane lassen sich aufgrund der darin gelösten Salze als Träger elektrischer Ladungen betrachten, deren Fluss im Hintergrundmagnetfeld der Erde sekundäre elektromagnetische Felder generiert. Diesen Prozess, bei dem die kinetische Energie des Ozeans in elektromagnetische Energie (und Wärme) umgesetzt wird, bezeichnet man als Bewegungsinduktion. Durch den Prozess der Bewegungsinduktion generieren die Wasserströmungen im Ozean ein magnetisches Feld, das einen Anteil des beobachtbaren Erdmagnetfeldes bildet. Eine umgekehrte Reaktion, bei der es durch eine Variation im Magnetfeld der Erde zur Beeinflussung der Wasserströmungsverhältnisse im Ozean kommen könnte, ist vernachlässigbar.



**Abbildung 2.1:** Beobachtetes (oben) und prädiertes (unten) ozeaninduziertes magnetisches Signal  $b_r$  der  $M_2$ -Partialtide in nT in Satellitenhöhe (Tyler u. a., 2003). Links Realanteil, rechts Imaginäranteil.



**Abbildung 2.2:** Spektrum der magnetischen Intensität aus den umrahmten Regionen in Abbildung 2.1. Das eindeutige Signal der  $M_2$ -Partialtide im ozeanischen Signal (schwarz) kann im Signalspektrum über dem Land (grau) nicht gefunden werden (Tyler u. a., 2003).

## 2.1 Detektierbarkeit ozeaninduzierter Magnetfelder

Mit der Genauigkeit der heutigen Satellitenmissionen zur Beobachtung des Erdmagnetfeldes ist es möglich geworden, ozeaninduzierte Anteile in Gesamtsignalen der Magnetometermessungen nachzuweisen. Den ersten Nachweis zur Identifikation ozeaninduzierter Signale in den Satellitenmagnetometermessungen erbrachte Tyler u. a. (2003) mit der Extraktion der  $M_2$ -Partialtide aus den Satellitenbeobachtungen der CHAMP-Mission. Das Ergebnis dieser Studie ist in den Abbildungen 2.1 und 2.2 zu sehen. In der Abbildung 2.1 werden die beobachteten und vorhergesagten Signale für die  $M_2$ -Partialtide miteinander verglichen. Für diese Abbildung wurde eine komplexe Darstellung gewählt. Links sind die Realanteile und rechts die Imaginäranteile dargestellt. Die oberen zwei Bilder zeigen das von dem CHAMP-Satelliten beobachtete Signal, die darunter liegenden Bilder das entsprechende prädierte Signal. Eine Übereinstimmung in den globalen Mustern ist unverkennbar. Die Signalstärke nach einer Filterung der Daten erreicht 1,5 nT. In Abbildung 2.2 ist das Spektrum der magnetischen Intensität aus den umrahmten Re-

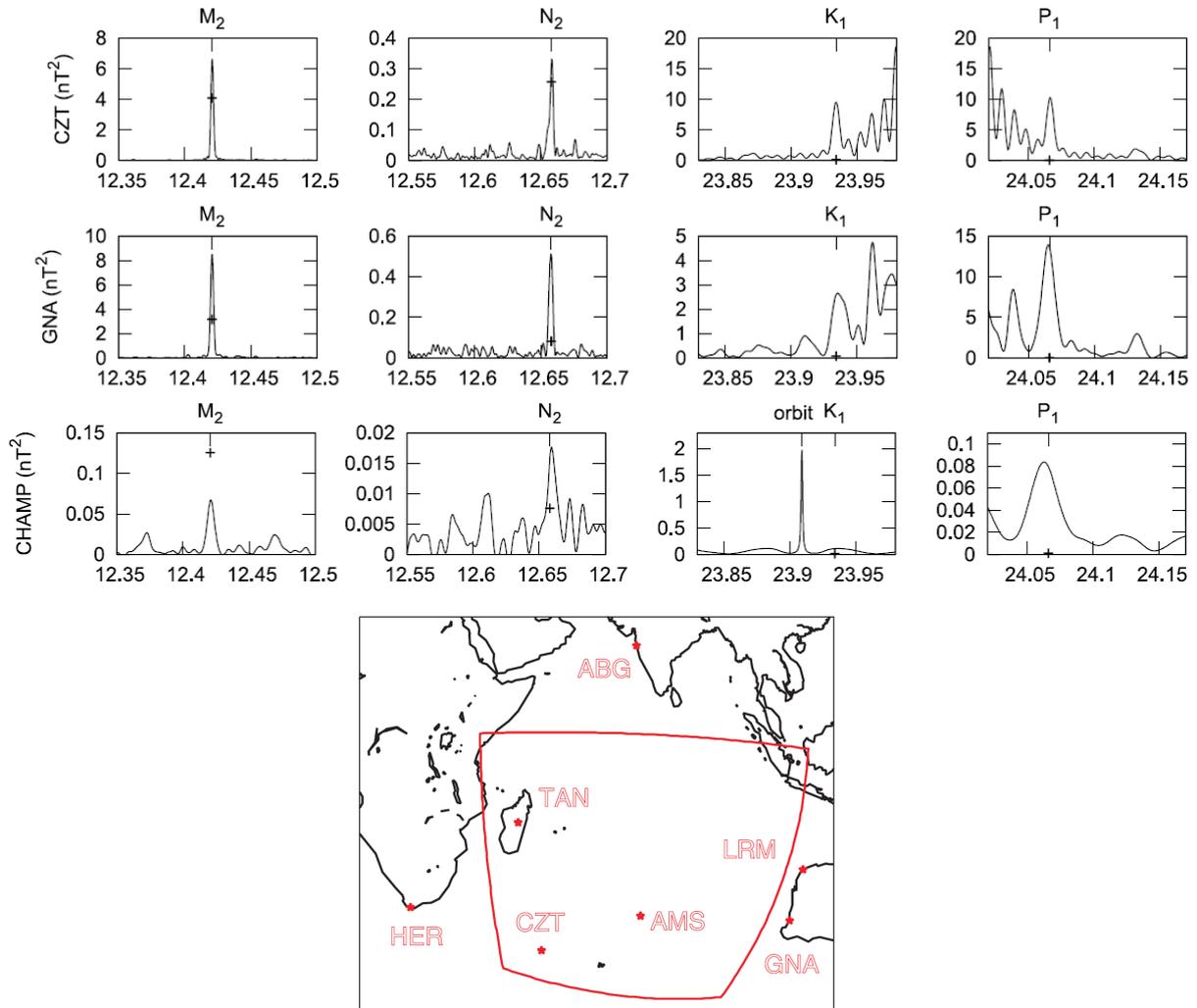
gionen der Abbildung 2.1 dargestellt. Das eindeutige Signal der  $M_2$ -Partialtide im ozeanischen Signal (schwarz) kann im Signalspektrum über Land (grau) nicht gefunden werden. Damit lässt sich zeigen, dass das induzierte Signal tatsächlich seine Quelle in der ozeanischen Dynamik hat. Aufgrund der starken und kurzperiodischen Variationen eignen sich die von Gezeiten hervorgerufenen Ozeanströmungen besonders für die Untersuchungen ozeaninduzierter Magnetfelder. Eine Trennung dieser Signale von Signalen mit gleicher Periodizität, die durch das Wirken von Gezeitenkräften in der Ionosphäre erzeugt werden, ist problematisch. Die Ionisierung und dadurch die Entstehung der elektrischen Ladungsträger in der Ionosphäre ist durch die Sonneneinstrahlung bedingt. Dieses Problem kann gelöst werden, indem man für die Untersuchung der ozeanischen Signale nur Beobachtungen einbezieht, die während des Satellitenfluges auf der sonnenabgewandten Seite der Erde aufgenommen werden. Eine Möglichkeit zur Separierung des ozeanischen und ionosphärischen Anteils bildet die Chapman-Miller Methode (Malin und Chapman, 1970). Dabei kann die vollständige Zeitreihe unter der Annahme verwendet werden, dass der ionosphärische Anteil um Mitternacht Null beträgt.

Neben den Satellitenbeobachtungen können ozeaninduzierte Signale in Magnetometermessungen küstennaher terrestrischer Messstationen nachgewiesen werden. Solche Signale wurden von Maus und Kuvshinov (2004) untersucht. Für diese Studie wurden Beobachtungen von Observatorien aus der Region des Indischen Ozeans ausgewertet. Ebenso konnten bei den terrestrischen Beobachtungen durch Gezeiten verursachte Variationen in Signalen der Magnetometermessungen eindeutig nachgewiesen werden. Insgesamt wurden Messungen von 7 Stationen ausgewertet. In Abbildung 2.3 sind die Spektren der zeitlichen Variabilität der magnetischen  $z$ -Komponente zweier Stationen dargestellt: Port Alfred auf den Crozet Inseln (CZT) und der Station in Südwestaustralien (GNA). Die Grafen in der dritten Zeile stellen zum Vergleich die Ergebnisse der Beobachtungen des CHAMP-Satelliten nach der Subtraktion des weißen Rauschens mit der Intensität  $0.01 \text{ nT}^2$  dar. Das rote Rechteck im unteren Bild markiert das vom CHAMP-Satelliten erfasste Gebiet. Die  $x$ -Achse stellt die Periode dar und auf der  $y$ -Achse ist die Totalintensität der  $z$ -Komponente des magnetischen Signals in  $\text{nT}^2$  abgebildet. Um den Anteil der externen Magnetfeldvariationen zu verringern, wurden bei dieser Untersuchung nur Daten verwendet, die zwischen 22:00 Uhr und 3:00 Uhr lokaler Zeit aufgezeichnet wurden. Das „+“ in den Graphiken markiert das von Maus und Kuvshinov (2004) prädizierte ozeanische Gezeitensignal.

## 2.2 Modellannahmen für die Prädiktion ozeaninduzierter Magnetfelder

Vor der Erläuterung der physikalischen Prozesse der elektromagnetischen Induktion im Ozean soll zunächst ein vereinfachtes rechnerisches Modell vorgestellt werden, auf das sich nachstehende Erläuterungen und Berechnungen beziehen. Wie in der Abbildung 2.4 dargestellt, bildet der Ozean, dessen durchschnittliche Tiefe ca. 3,5 km beträgt, gegenüber dem Radius der Erde mit 6371 km nur eine dünne Schicht. Unter dieser Voraussetzung ist es möglich, die folgende Berechnung nach einer Integration über die Tiefe des Ozeans und der elektrisch leitfähigen Sedimentschicht in einem 2D-Modell zu betrachten. Diese Annahme vereinfacht die Berechnung erheblich.

Es werden nur horizontale Wasserströmungen  $\mathbf{u}_H$  betrachtet, da vertikale Geschwindigkeiten  $w$



**Abbildung 2.3:** Spektrum der magnetischen zeitlichen Variabilität der z-Komponente zweier ausgewählter Stationen im Indischen Ozean einiger Partialtiden. Die Graphen in der dritten Zeile zeigen korrespondierende Anomalien der Totalintensität, die mit dem CHAMP-Satelliten in ca. 400 km Höhe gemessen wurden nach der Subtraktion des weißen Rauschens der Stärke 0.01 nT<sup>2</sup>. Das starke Signal in der Nähe der K<sub>1</sub>-Tide entspricht der Rotation der orbitalen Ebene. Das ”+”-Zeichen stellt die Prädiktion der quadrierten Amplitude des ozeanischen Signals von S. Maus und A. Kuvshinov (2004) dar.

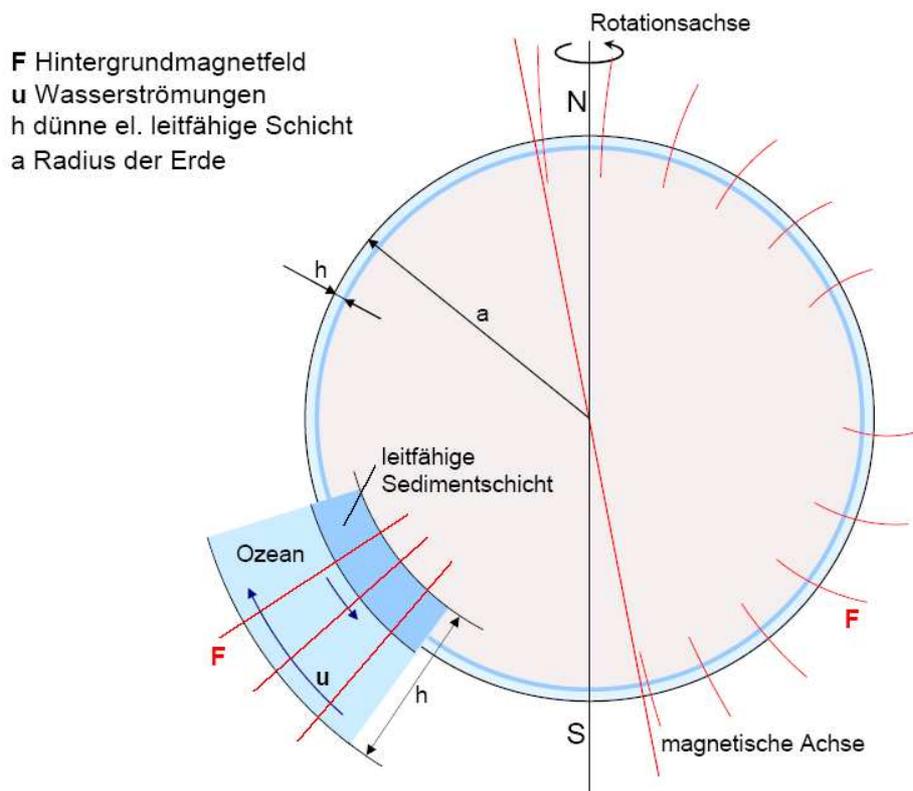
innerhalb der dünnen Schicht  $h$  viel kleiner sind:

$$\frac{w}{|\mathbf{u}_H|} \ll 1. \quad (2.1)$$

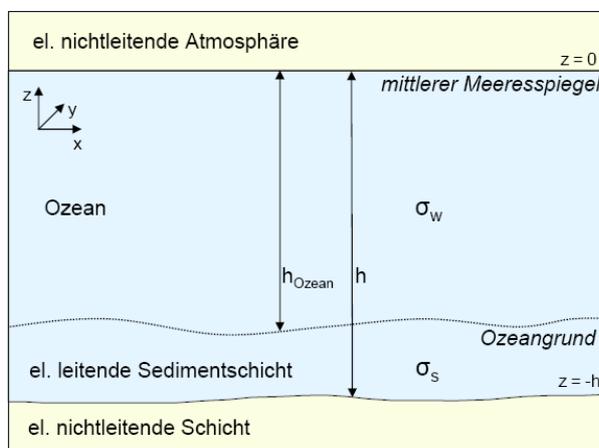
Eine weitere Annahme ist, das Meerwasser als inkompressibel anzunehmen:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.2)$$

Bei der Betrachtung der Wasserbewegungen handelt es sich um eine über die vertikale Richtung integrierte Größe. Es ist die Summe aller horizontalen Wasserströmungen über die Tiefe des Ozeans, auch wenn deren Richtungen entgegengesetzt sein können. Aussagen zu Strömungen in einzelnen Wasserschichten sind durch Beobachtung des Magnetfeldes im Außenraum nicht



**Abbildung 2.4:** Darstellung der vereinfachten Modellvorstellung für die Berechnung ozeaninduzierter Magnetfelder.



**Abbildung 2.5:** Schematische Darstellung der dünnen Schicht  $h$  mit Verdeutlichung der Abgrenzung der elektrischen leitfähigen Schichten (blau).

möglich. Als weitere Vereinfachung wird der vertikale Gradient des Hintergrundmagnetfeldes innerhalb der dünnen Schicht vernachlässigt:

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} = 0 . \tag{2.3}$$

Die Großräumigkeit des Erdmagnetfeldes gegenüber der Wassertiefe erlaubt diese Annahme. Nicht nur das Ozeanwasser wird als elektrisch leitfähig betrachtet, auch die darunter liegende

Sedimentschicht und der Erdmantel leiten elektrische Ströme. Die Atmosphäre dagegen wird als Isolator angesehen. In der Abbildung 2.5 wird diese Vorstellung verdeutlicht.

Bei den Berechnungen und Beobachtungen wird das Magnetfeld der Erde in das Hintergrundmagnetfeld  $\mathbf{F}$  und den ozeaninduzierten Anteil  $\mathbf{b}$  unterteilt:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} + \mathbf{b} . \quad (2.4)$$

Nach dieser Modelldarstellung befinden sich die Quellen für das Hintergrundmagnetfeld nicht im Ozean und in der darunter liegenden Sedimentschicht. Die Hauptquelle für das Hintergrundmagnetfeld bildet der äußere Erdkern. Die Quellen für das ozeaninduzierte Magnetfeld befinden sich dagegen nur in der dünnen Schicht  $h$ . Aus dieser Annahme folgt, dass das poloidale ozeaninduzierte Magnetfeld gegenüber dem Hauptmagnetfeld  $\mathbf{F}$  sehr klein ist (Tyler u. a., 2003):

$$\frac{|\mathbf{b}|}{|\mathbf{F}|} \approx 10^{-4} . \quad (2.5)$$

Da das sekundäre Magnetfeld vier Größenordnungen kleiner als das Initialmagnetfeld ist, kann bei der Berechnung die Selbstinduktion des ozeaninduzierten Magnetfeldes vernachlässigt werden. Das Verhältnis der Größenordnungen rechtfertigt eine weitere Vereinfachung. Bei den Berechnungen kann von einem stationären Hintergrundmagnetfeld ausgegangen werden. Die zeitlichen Variationen des Hauptfeldes betragen ca. 100 nT/y und nehmen daher keinen entscheidenden Einfluss auf die Induktion ozeanischer Magnetfelder.

Nach Tyler und Mysak (1995) lässt sich die Form der Maxwell-Gleichung (1.5) unter Verwendung der Materialgleichung (1.8) für das Rotationssystem folgendermaßen formulieren:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_e} \mathbf{B} - \frac{\epsilon}{N^2} \tilde{\mathbf{u}} \times \mathbf{E} \right) = \partial_t (\epsilon \mathbf{E} - \frac{\epsilon}{N^2} \tilde{\mathbf{u}} \times \mathbf{B}) + \mathbf{J} , \quad (2.6)$$

mit  $\mu_e = \mu_r \mu_0$  magnetischer Permeabilität und  $\mu_r = 1$ ,  $N = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$  Refraktionsindex,  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  elektrischer Permittivität,  $\mathbf{B}$  magnetischer Flußdichte,  $\mathbf{E}$  elektrischer Feldstärke,  $\mathbf{J}$  elektrischer Stromdichte und der Geschwindigkeit  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_c(1 - N^2)$ .  $\mathbf{u}_s = \Omega r_z \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi$  ist die Rotationsgeschwindigkeit der festen Erde und  $\mathbf{u}_c$  die relative Geschwindigkeit des leitfähigen Mediums (Ozean).

Betrachtet man typische Parameterwerte und Größenordnungen, welche die elektrischen und magnetischen Eigenschaften beschreiben und werden hochfrequente Phänomene vermieden (Periode deutlich kleiner als 1 min), so lässt sich die Form der Maxwell-Gleichung reduzieren:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} , \quad (2.7)$$

was dem Ampèreschen Gesetz (1.3) entspricht. Aufgrund der verwendeten Interpretation befindet sich die Quelle für das magnetische Hauptfeld im Erdkern. Es kann daher angenommen werden, dass außerhalb des Erdkerns das Hintergrundmagnetfeld  $\mathbf{F}$  rotationsfrei ist:

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0 . \quad (2.8)$$

Setzt man (2.8) in (2.7) ein, lässt sich unter Anwendung der Vektoridentität:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}, \quad (2.9)$$

und Beachtung der Divergenzfreiheit  $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$  schreiben:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = -\nabla^2 \mathbf{F} = 0, \quad (2.10)$$

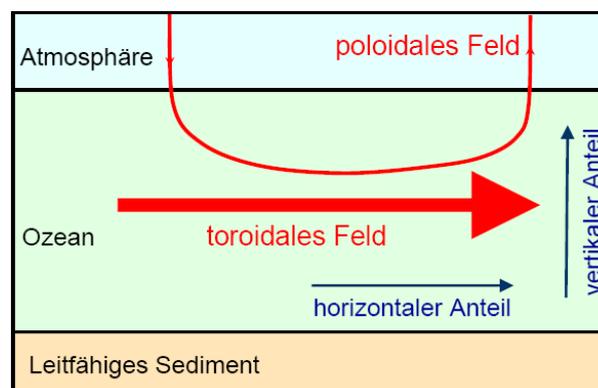
was der Laplace-Gleichung entspricht und somit den quellenfreien Raum im Bereich der dünnen Schicht  $h$  für das Hauptfeld  $\mathbf{F}$  darstellt.

### 2.3 Toroidale und poloidale Anteile des ozeanischen Magnetfeldes

Es ist grundsätzlich möglich, das gesamte ozeangenerierte Magnetfeld  $\mathbf{b}_o$  in die Anteile zweier Skalar-Potentiale zu zerlegen. Unter der Bedingung, dass das Ozeanwasser inkompressibel ist, ergibt sich (Greiner-Mai u. a., 2004):

$$\mathbf{b}_o = \mathbf{b}_p + \mathbf{b}_t = \nabla \times (\nabla \times \Phi \mathbf{e}) + \nabla \times \Gamma \mathbf{e}, \quad (2.11)$$

dabei bezeichnet  $\Phi$  das poloidale,  $\Gamma$  das toroidale Skalar-Potential und  $\mathbf{e}$  den Einheitsvektor. Die Wirkung der toroidalen Magnetfelder  $\mathbf{b}_t$  beschränkt sich auf den Raum der Ozeane und der darunter liegenden Sedimentschicht. Oberhalb der Wasseroberfläche verschwinden diese. Messungen der toroidalen Magnetfelder lassen sich mit Hilfe von Unterwasserkabeln durchführen. Solche Messungen beinhalten nicht nur das toroidale Magnetfeld, sondern den gesamten horizontalen Anteil des induzierten Signals, das sich aus dem toroidalen und dem horizontalen Anteil des poloidalen Magnetfeldes (Abbildung 2.6) zusammensetzt. Der poloidale Magnetfeldanteil  $\mathbf{b}_p$ , der generell schwächer ist als der toroidale, reicht dagegen in den elektrisch nichtleitenden Außenraum - Atmosphäre - und lässt sich damit in den Küstenbereichen und der Satellitenhöhe nachweisen. Um das Prinzip der ozeaninduzierten Magnetfelder erklären zu können, werden die einzelnen Anteile des ozeaninduzierten Magnetfeldes, die gleichzeitig wirken, separat beschrieben.



**Abbildung 2.6:** Anteile des ozeaninduzierten Magnetfeldes. Das toroidale Magnetfeld wirkt in horizontale Richtung und seine Wirkung beschränkt sich auf den Raum der dünnen Schicht  $h$ . Das poloidale Magnetfeld wirkt neben der horizontalen auch in vertikale Richtung und dringt in den Außenraum ein.

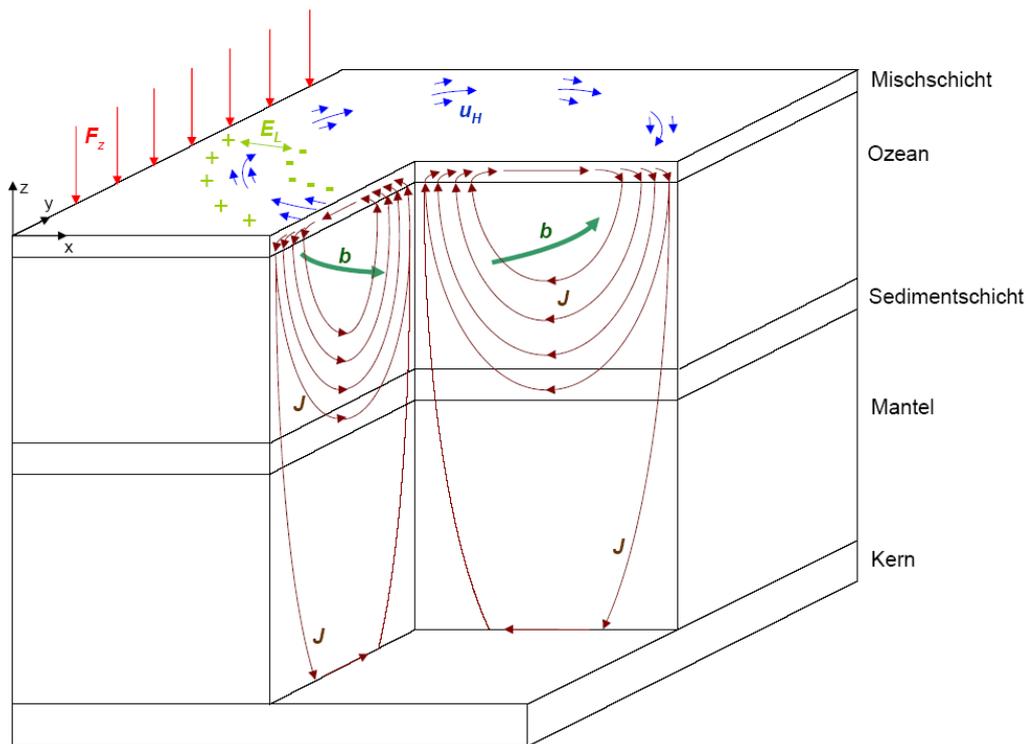


Abbildung 2.7: Entstehung ozeaninduzierter toroidaler Magnetfelder nach Tyler u. a. (1997).

### 2.3.1 Toroidales Magnetfeld

Zunächst wird an einem vereinfachten Beispiel die Entstehung des stärkeren Anteils des ozeaninduzierten Magnetfeldes beschrieben. Zur besseren Übersicht wird bei der Erläuterung im Bild 2.7 von einer idealisierten horizontalen Wasserströmung  $\mathbf{u}_H$  ausgegangen. Diese setzt sich aus einer symmetrischen Kreisbewegung in der obersten Ozeanschicht (Mischschicht) zusammen, in der auch tatsächlich die stärksten Wasserströmungen herrschen. Die Stärke der Kreiswasserströmung nimmt mit Abstand von ihrem Maximum bei einem gegebenen Radius ab. Eine weitere Annahme geht von einem homogenen Hintergrundmagnetfeld  $F_z$  aus. Infolge der ozeanischen Wasserströmung  $\mathbf{u}_H$  werden die im Salzwasser enthaltenen Ionen relativ zum vertikalen Hintergrundmagnetfeld  $F_z$  bewegt. Diese unterliegen als elektrisch geladene Teilchen der Lorentz-Kraft (Abschnitt 1.2). Sie bewirkt, dass positiv und negativ geladene Ionen senkrecht zu der Bewegungsrichtung der Ladungsträger und den Hintergrundmagnetfeldlinien voneinander getrennt werden. Die Akkumulation der nach Polarität getrennten elektrischen Ladungen führt zum Aufbau von elektrischen Feldern  $\mathbf{E}_L$ . Die permanente Wirkung der Lorentz-Kraft verhindert eine Entladung der Felder an der Stelle ihrer Entstehung. Die Wassermassen, die darunter liegende Sedimentschicht und der Erdmantel sind als elektrisch leitend anzusehen (Abbildung 2.5). Folglich können sich die aufgebauten elektrischen Felder mit Hilfe von Kurzschluss-Strömen in den elektrisch leitenden Schichten entladen. Unter den beschriebenen Voraussetzungen bilden sich elektrische Kurzschluss-Ströme in vertikalen Ebenen, deren Stärke mit Stromdichte  $\mathbf{J}$  beschrieben werden kann. Wie der Skizze 2.7 zu entnehmen ist, beschränken sich diese Kurzschluss-Ströme nicht

nur auf den Raum des Ozeans, sondern durchdringen teilweise auch die Sedimentschicht und den Mantel. Um die durch die Kurzschluss-Ströme verursachten bewegten elektrischen Ladungen baut sich ein neues sekundäres Magnetfeld  $\mathbf{b}$  auf, das senkrecht zu den bewegten Ladungen und dem Hintergrundmagnetfeld gerichtet ist. Die in vertikalen Ebenen wirkenden elektrischen Ströme können nur ein horizontales Magnetfeld induzieren. Somit bleibt das toroidale Magnetfeld ausschließlich auf den Bereich der Ozeane und der leitenden Sedimentschicht begrenzt und ist für die Messungen außerhalb der dünnen Schicht  $h$  und damit auch in Satellitenhöhe unsichtbar. Normalerweise beeinflusst das gerade induzierte Magnetfeld zusätzlich die Wirkung der Lorentz-Kraft, die sogenannte Selbstinduktion. Da das toroidale Magnetfeld jedoch parallel zur Wasserströmung verläuft, ist die Wirkung der Lorentz-Kraft in diesem Fall gleich Null. Laut Tyler u. a. (2003) erreichen die Größenordnungen für das toroidale Feld ca. 100 nT.

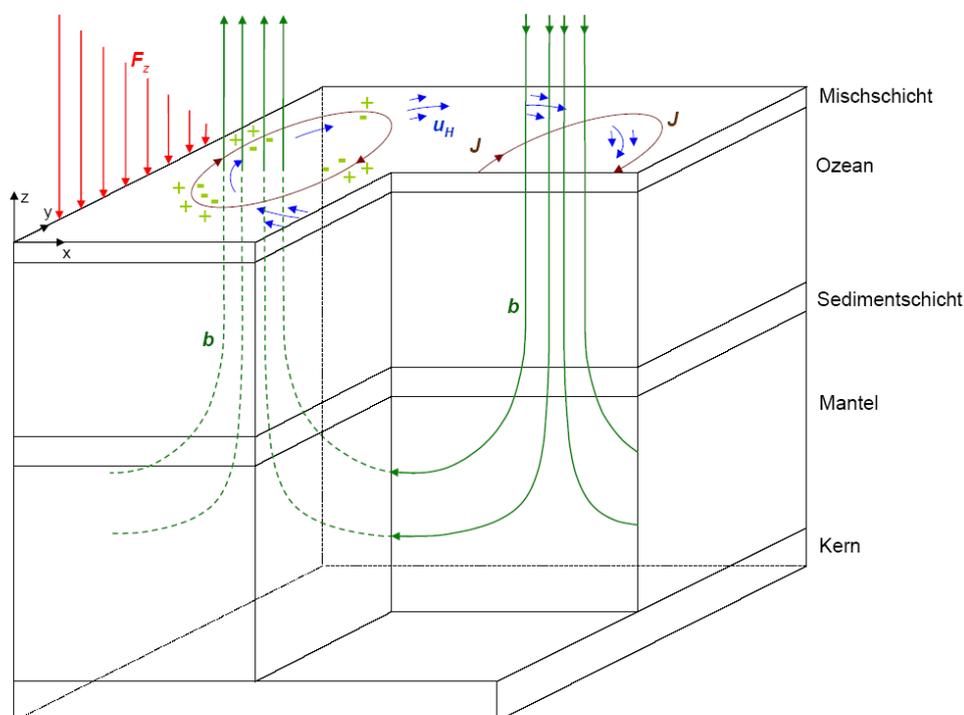


Abbildung 2.8: Entstehung ozeaninduzierter, poloidaler Magnetfelder nach Tyler u. a. (1997).

### 2.3.2 Poloidales Magnetfeld

Für die Erläuterung des poloidalen Magnetfeldes wird von den gleichen Modellannahmen ausgegangen wie bei dem Beispiel des toroidalen Feldes. Der einzige Unterschied besteht darin, dass das Hintergrundmagnetfeld in  $y$ -Richtung nicht homogen ist sondern abnimmt, wie in der Abbildung 2.8 angedeutet. In diesem Fall wird zusätzlich zu dem beschriebenen toroidalen Magnetfeld ein poloidales Magnetfeld induziert. Aufgrund der Inhomogenität des Hintergrundmagnetfeldes wirkt die Lorentz-Kraft an verschiedenen Stellen unterschiedlich stark. Die Ladungstrennung ist daher nicht mehr symmetrisch bezüglich der Kreisströmung  $\mathbf{u}_H$  verteilt und dementsprechend

variiert auch die Stärke des durch die Lorentz-Kraft aufgebauten elektrischen Feldes. Dieser Umstand ermöglicht die Bildung von Kurzschluss-Strömen in den horizontalen Ebenen. Bewegen sich die Ladungsträger in der horizontalen Ebene, entsteht senkrecht zu der Richtung der Kurzschluss-Ströme ein radiales Magnetfeld. Das sogenannte poloidale Magnetfeld erreicht eine Größenordnung von bis ca. 10 nT (Tyler, 1995) an der Wasseroberfläche und ist trotz seiner Abschwächung mit der Entfernung von der Quellenregion noch in Satellitenhöhe nachweisbar und kann in Magnetometermessungen im küstennahen Raum beobachtet werden. In der Realität bestimmt nicht nur die Inhomogenität des magnetischen Hauptfeldes die Entstehung der poloidalen Magnetfelder. Es handelt sich vielmehr um ein Zusammenspiel zwischen den räumlichen Variationen des Hauptmagnetfeldes, den Wasserströmungsgeschwindigkeiten und der elektrischen Leitfähigkeit. Die horizontalen Kurzschluss-Ströme sind im Vergleich zu den vertikalen großräumig und werden auch als nichtlokale elektrische Ströme bezeichnet.

## 2.4 Berechnung ozeaninduzierter, poloidaler Magnetfelder mittels einer Stromfunktion

Im Abschnitt 2.3 wurde bereits beschrieben, dass die Induktion ozeanischer Magnetfelder durch die elektrischen Kurzschluss-Ströme im Ozean und in der darunter liegenden elektrisch leitfähigen Schicht hervorgerufen wird. Die Verteilung der horizontalen Kurzschluss-Ströme in der dünnen Schicht  $h$  lässt sich mit einer Differenzialgleichung zweiter Ordnung, einer Stromfunktion  $\psi$ , beschreiben. Vom Ohm'schen Gesetz ausgehend, lässt sich eine Gleichung für das Elektropotential aufstellen, die eine Grundlage für die Stromfunktion bildet. Die horizontale Komponente der großskaligen elektrischen Felder, die aufgrund der globalen Zirkulation induziert werden, können mit einer Potentialfunktion  $\phi$  charakterisiert werden. Der negative Gradient der elektrischen Potentialfunktion ergibt den Vektor des elektrischen Feldes. Die über die Wassertiefe gemittelten nichtlokalen elektrischen Ströme können dann mit einer Stromfunktion  $\psi$  beschrieben werden. Solche nichtlokalen elektrischen Ströme sind die Ursache für das ozeaninduzierte magnetische Signal, das außerhalb des Ozeans gemessen werden kann.

### 2.4.1 Gleichung für das ozeangenerierte Elektropotential

Die 2D-Gleichung für das elektrische Potential  $\phi$  kann aus dem Ohm'schen Gesetz hergeleitet werden. Die allgemeine Form des Ohm'schen Gesetzes für ein bewegtes Medium lässt sich schreiben:

$$\mathbf{J} = \sigma(-\partial_t \mathbf{A} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (2.12)$$

$\mathbf{J}$  kennzeichnet die elektrische Stromdichte, die sich aus drei verschiedenen Anteilen zusammensetzt. Der erste Summand auf der rechten Seite der Gleichung (2.12) beschreibt eine Induktion elektrischer Ströme anhand zeitlicher Änderung des magnetischen Vektorpotentials  $\mathbf{A}$ . Diese Änderungen können im Falle der ozeaninduzierten Magnetfelder als niederfrequent angesehen und daher vernachlässigt werden. Im zweiten Summanden wird der Gradient des elektrostatischen Potentials  $\phi$  dargestellt und im letzten der durch Geschwindigkeit der Ozeanströmungen  $\mathbf{u}$  relativ zum Erdmagnetfeld  $\mathbf{B}$  induzierte elektrische Strom.

In stationären und niederfrequenten Fällen entspricht der Gradient des elektrostatischen Potentials  $\phi$  dem elektrischen Feld  $\mathbf{E}$  mit umgekehrtem Vorzeichen. Aufgrund der Approximation über die dünne Schicht  $h$  (Abbildung 2.4) wird nur der horizontale Anteil der elektrischen Felder  $\mathbf{E}_H$  in die Berechnung einbezogen:

$$\mathbf{E}_H = -\nabla\phi . \quad (2.13)$$

Folglich werden nur horizontale, elektrische Ströme  $\mathbf{J}_H$  betrachtet und das Hauptmagnetfeld  $\mathbf{F}$  wird durch seine vertikale Komponente  $F_z$  ersetzt, deren vertikaler Gradient als verschwindend gering angenommen wird. Man erhält dann nach einer Integration über die dünne Schicht  $h$  folgende Gleichung:

$$\int_{-h}^0 \mathbf{J}_H dz = \Sigma \left( \int_{-h}^0 -\nabla\phi dz + \int_{-h}^0 F_z \bar{\mathbf{u}}^* \times \mathbf{n} dz \right) , \quad (2.14)$$

wobei  $\mathbf{n}$  den Normalenvektor und  $\Sigma$  die über die Tiefe  $h$  integrierte Leitfähigkeit bezeichnet:

$$\Sigma = \int_{-h}^0 \sigma dz . \quad (2.15)$$

Bildet man die Divergenz von dieser Gleichung und beachtet, dass die elektrischen Ströme  $\mathbf{J}$  divergenzfrei sind, dann erhält man eine zweidimensionale Gleichung für das Elektropotential  $\phi$  (Tyler u. a., 1997):

$$\nabla \cdot [\Sigma (\nabla_H \phi - F_z \bar{\mathbf{u}}^* \times \mathbf{n})] = 0 . \quad (2.16)$$

Mit  $\bar{\mathbf{u}}^*$  werden leitfähigkeitsgewichtete Strömungen bezeichnet. Nicht nur die Geschwindigkeit der Wasserströmungen, sondern auch die Anzahl der elektrischen Ladungen, die indirekt mit der elektrischen Leitfähigkeit des Ozeans und der darunter liegenden Schicht ausgedrückt werden, hat einen Einfluss auf die Bildung des elektrischen Potentials. Daher wird die über die Tiefe  $h$  aufsummierte Strömungsgeschwindigkeit mit der Leitfähigkeit  $\sigma$  folgend gewichtet:

$$\bar{\mathbf{u}}^* = \frac{\int_{-h}^0 \sigma \mathbf{u}_H dz}{\int_{-h}^0 \sigma dz} . \quad (2.17)$$

## 2.4.2 Stromfunktion für nichtlokale elektrische Ströme

Mit der Stromfunktion  $\psi$  können die in der dünnen Schicht  $h$  fließenden elektrischen Kurzschluss-Ströme beschrieben werden. Ausgehend vom Ohm'schen Gesetz gelangt man zur Gleichung (2.14), welche die dreidimensionale Form darstellt. Nach der Integration der rechten Seite dieser Gleichung in vertikale Richtung können die horizontalen elektrischen Ströme  $\mathbf{J}_H$  in zweidimensionaler Form ausgedrückt werden:

$$\int_{-h}^0 \mathbf{J}_H dz = \Sigma (-\nabla\phi + \bar{\mathbf{u}}^* \times \mathbf{F}) . \quad (2.18)$$

Im stationären bzw. quasistationären Fall ist die elektrische Stromflussdichte  $\mathbf{J}_H$  divergenzfrei und man kann eine Stromfunktion  $\psi$  folglich definieren:

$$\int_{-h}^0 \mathbf{J}_H dz = -\nabla\psi \times \mathbf{n}, \quad (2.19)$$

wo  $\mathbf{n}$  den Normalenvektor in Richtung von der Wasseroberfläche darstellt und damit die Stromfunktion für die horizontale Richtung definiert. Die Gleichung (2.19) wird durch die integrierte Leitfähigkeit  $\Sigma$  dividiert und in (2.18) eingesetzt. Durch Bildung der Rotation entfällt  $\nabla\phi$  und nach Anwendung von Vektoridentitäten erhält man folgende Gleichung für die Stromfunktion:

$$\nabla \cdot (\Sigma^{-1} \nabla\psi + \bar{\mathbf{u}}^* F_z) = 0. \quad (2.20)$$

Es handelt sich um eine Differentialgleichung zweiter Ordnung. Sie besagt, dass bei bekannten Leitfähigkeiten des Wassers und der Sedimentschicht  $\Sigma$ , ozeanischen Strömungen  $\bar{\mathbf{u}}^*$  und der bekannten radialen Komponente des magnetischen Hintergrundfeldes  $F_z$  sich horizontale elektrische Ströme im Ozean mit Hilfe einer Stromfunktion  $\psi$  beschreiben lassen. Stellt man diese Gleichung um, erhält man eine Darstellungsform der Stromfunktion wie sie von Vivier u. a. (2004) verwendet wurde:

$$\nabla \cdot (\Sigma^{-1} \nabla\psi) = \nabla \cdot (\Sigma^{-1} F_z \int_{-h}^0 \sigma \mathbf{u}_H dz). \quad (2.21)$$

Die mit dieser Gleichung berechneten nichtlokalen horizontalen elektrischen Ströme sind die Ursache für die Induktion ozeanischer Magnetfelder, welche den quellenfreien Raum außerhalb des Ozeans erreichen.

### 2.4.3 Ozeaninduzierte Magnetfelder außerhalb des Ozeans

Die im Abschnitt 2.4.2 hergeleitete Stromfunktion bildet die Grundlage für die Berechnung der sekundären magnetischen Felder. In diesem Abschnitt wird die Berechnung des magnetischen Feldes anhand der Stromfunktion dargestellt. Das berechnete Magnetfeld bezieht sich zunächst auf die Wasseroberfläche. Da man an der Prädiktion der ozeaninduzierten Magnetfelder in Satellitenhöhe interessiert ist, wird zusätzlich der Rechenweg für die Fortsetzung des Magnetfeldes in einer beliebigen Höhe über der Wasseroberfläche erläutert.

Zunächst wird davon ausgegangen, dass der Raum über der Wasseroberfläche elektrisch nichtleitend ist, eine Annahme, mit der die Wirkung zusätzlicher elektrischer Ströme in der Atmosphäre unterbunden wird. In dieser Region gilt:

$$\nabla \times \mathbf{b} = \mu_0 \mathbf{J} = 0. \quad (2.22)$$

Weiterhin gilt, dass das magnetische Feld  $\mathbf{b}$  Gradient des Potential  $-P$  ist:

$$\mathbf{b} = -\nabla P. \quad (2.23)$$

Geht man davon aus, dass die magnetischen Felder divergenzfrei sind:

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \quad (2.24)$$

ergibt die Anwendung der Divergenz auf die Gleichung (2.23) für den quellenfreien Raum über der Wasseroberfläche:

$$\nabla^2 P = 0. \quad (2.25)$$

Es lässt sich, mit Hilfe der Kenntnis der Randwertbedingungen, das berechnete magnetische Feld in eine beliebige Höhe harmonisch fortsetzen. Die obere Randwertbedingung wird definiert, indem man das magnetische Potential im Unendlichen gleich Null setzt:

$$P(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (2.26)$$

Die untere Randwertbedingung wird mit der Stromfunktion  $\psi$  definiert. Bei der Vorstellung, dass Ozeane nur eine dünne Schicht darstellen, lässt sich das an der Wasseroberfläche ozeaninduzierte Magnetfeld als Änderung des magnetischen Feldes durch diese dünne Schicht ausdrücken:

$$\delta \mathbf{b}_H = \mathbf{b}_H(z = 0) - \mathbf{b}_H(z = -h). \quad (2.27)$$

Da das sekundäre Magnetfeld durch die elektrischen Kurzschluss-Ströme induziert wird, gilt:

$$\delta \mathbf{b}_H \approx \mu_0 \nabla \psi. \quad (2.28)$$

Die Approximation ist aufgrund der vernachlässigten kleinen vertikalen elektrischen Ströme eingeführt worden. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass die vertikale Schicht  $h$  homogen aufgebaut ist, so dass  $\mathbf{b}_H$  am oberen und unteren Rand der Schicht  $h$  gleich groß ist. So ergibt sich für das ozeaninduzierte Magnetfeld an der Wasseroberfläche:

$$\mathbf{b}_H(z = 0) = \frac{1}{2} \mu_0 \nabla \psi. \quad (2.29)$$

Es ist zu beachten, dass auf diese Weise nur die horizontale Komponente des Magnetfeldes bestimmt wird. Für die Messung des Magnetfeldes in Satellitenhöhe ist jedoch die Berechnung der radialen Komponente von Interesse. Dazu muss eine Umrechnung des Magnetfeldes in ein magnetisches Potential erfolgen und anschließend eine Ableitung in radiale Richtung durchgeführt werden. Unter Beachtung der Gleichung (2.23) lässt sich das Potential für die untere Randwertbedingung wie folgt bestimmen:

$$P(z = 0) = -\frac{1}{2} \mu_0 \psi. \quad (2.30)$$

Um die radiale Komponente des Magnetfeldes aus dem Potential ableiten zu können, ist eine Umrechnung in den Frequenzbereich nötig. Die allgemeine Darstellung des Potentials in Kugelflächenfunktionen im quellenfreien Außenraum lautet:

$$P = \sum_{j=0}^{j_{max}} \sum_{m=-j}^j P_{jm} \left(\frac{a}{r}\right)^{j+1} Y_{jm}(\vartheta, \varphi), \quad (2.31)$$

mit der Bezeichnung  $j, m$  für Grad und Ordnung der Kugelflächenkoeffizienten,  $a$  für den Radius der Erde,  $r$  für den Abstand vom Mittelpunkt der Erde zur Bestimmungshöhe des Magnetfeldes und  $Y_{j,m}(\vartheta, \varphi)$  für die vollständig normierten Kugelflächenfunktionen. Das Einsetzen der Gleichung (2.30) in (2.31) und die Ableitung in radiale Richtung  $r$  ergibt schließlich die vertikale Komponente des ozeaninduzierten Magnetfeldes in der Kugelfunktionensdarstellung:

$$b_r = \frac{\partial P}{\partial r} = \sum_{j=0}^{j_{max}} \sum_{m=-j}^j \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{r} \psi_{jm} \left(\frac{a}{r}\right)^{j+1} (j+1) Y_{jm}(\vartheta, \varphi). \quad (2.32)$$

Die wichtigsten Schritte des beschriebenen Berechnungsalgorithmus sind graphisch in Abbildung 2.9 dargestellt.

## 2.5 Alternativer Ansatz

Neben dem in dieser Arbeit verwendeten 2D-Berechnungsalgorithmus von Tyler, gibt es für die Prädiktion poloidaler ozeaninduzierter Magnetfelder noch weitere Berechnungsansätze. Vor allem wird der 3D-Berechnungsansatz von Kuvshinov u.a. aber auch von vielen anderen Wissenschaftlern für die Berechnung verwendet. Eine numerische Lösung für diesen Ansatz ist in Kuvshinov u. a. (2002) und Kuvshinov und Olsen (2005) beschrieben. Sie basiert auf der Methode von Volumenintegrationsgleichungen und simuliert elektromagnetische Felder, die durch beliebige Quellen in dreidimensionalen sphärischen Modellen der elektrischen Leitfähigkeit angeregt werden. Diese 3D-Modelle bestehen aus einer Reihe von Leitfähigkeitsanomalien  $\sigma_{3D}(r, \vartheta, \varphi)$ , die in einem Hauptmodell für die Leitfähigkeit  $\sigma_b(r)$  eingebettet sind.  $\vartheta, \varphi$  und  $r$  sind dabei die Kobreite, die geographische Länge und der Erdradius. In der Abbildung 3.3 ist das Modell der Leitfähigkeit schematisch dargestellt. Unter der Annahme einer zeitlich-harmonischen Abhängigkeit von  $e^{-i\omega t}$  können elektromagnetische Felder in einem sphärischen Erdmodell mit folgenden Maxwell-Gleichungen ausgedrückt werden:

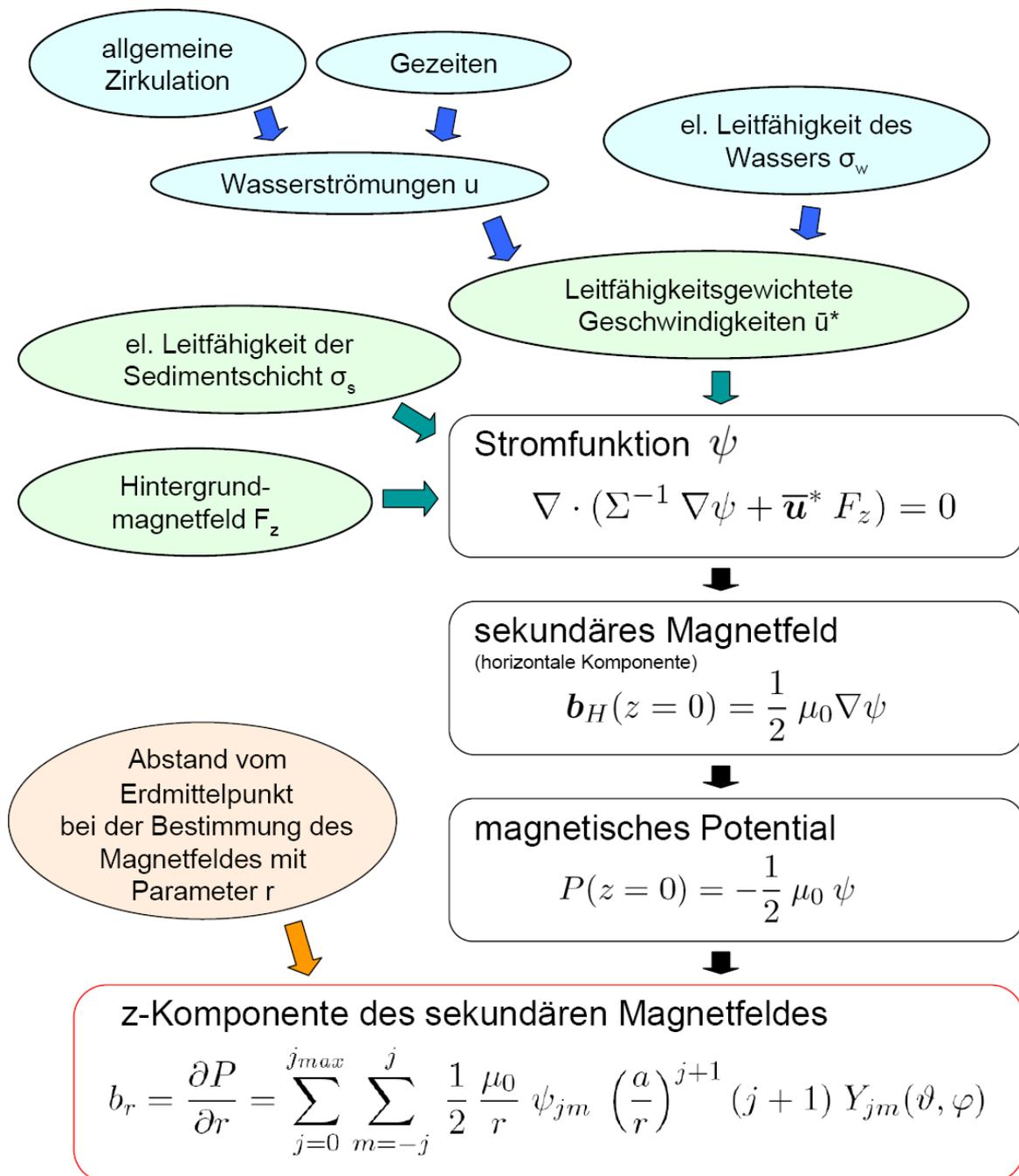
$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma(r, \vartheta, \varphi) \mathbf{E} + \mathbf{J}^p, \quad (2.33)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i \omega \mu_0 \mathbf{E}. \quad (2.34)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{J}^p$  den Anregungsstrom,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\mu_0$  die Permeabilität im Vakuum,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  die Kreisfrequenz und  $\sigma$  ist eine  $3 \times 3$  Matrix der Leitfähigkeit. Die Lösung der Gleichungen (2.33) und (2.34) wird berechnet im Einklang mit einer modifizierten iterativ-dissipativen Methode und dabei zu einer Diffusionsgleichung spezifischen Typs reduziert. Die Berechnung ist in Kuvshinov u. a. (2002) beschrieben. Der Anregungsstrom  $\mathbf{J}^p$  lässt sich berechnen mit der Gleichung:

$$\mathbf{J}^p = \sigma_w(\mathbf{u} \times F_z \mathbf{e}_z), \quad (2.35)$$

wo  $\sigma_w$  die Leitfähigkeit des Wassers beschreibt.  $\mathbf{u}$  ist der über die Tiefe integrierte Wassertransport, der durch die ozeanische Zirkulation angeregt wird.  $F_z$  drückt die Stärke der radialen Komponente des Hintergrundmagnetfeldes aus. Die aus diesem Berechnungsansatz resultierenden ozeaninduzierten Magnetfelder wurden mit den Ergebnissen von Tyler in Kuvshinov und Olsen (2005) verglichen und zeigten eine große Übereinstimmung.



**Abbildung 2.9:** Das Flussdiagramm stellt schematisch die Eingangsdaten und wesentliche Berechnungsschritte für die Prädiktion poloidaler ozeaninduzierter Magnetfelder mittels der Stromfunktion dar.



## Kapitel 3

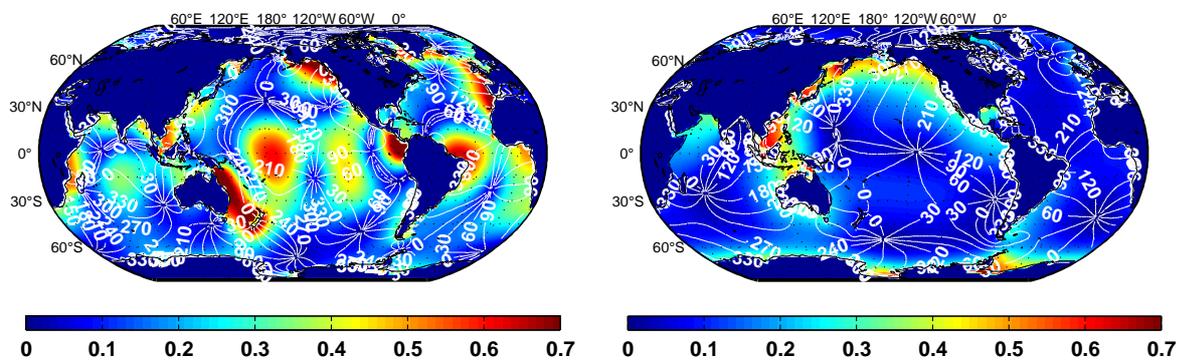
# Numerische Prädiktion ozeanischer Magnetfelder

Die Berechnung der ozeaninduzierten Magnetfelder basiert auf einer Simulation der ozeanischen Dynamik. Zusätzlich, mit Kenntnis des Hintergrundmagnetfeldes, der elektrischen Leitfähigkeit des Wassers und der leitfähigen Sedimentschicht, lassen sich die horizontalen nichtlokalen elektrischen Kurzschluss-Ströme bestimmen und somit das beobachtbare ozeaninduzierte Magnetfeld. Die numerische Prädiktion wird anhand des Algorithmus, wie er im vorhergehenden Kapitel dargestellt wurde, ausgeführt. Dabei wird die ozeanische Dynamik durch das OMCT-Modell simuliert, welches mit lunisolaren Gezeitenkräften und durch die allgemeine Zirkulation angetrieben werden kann. In dieser Arbeit wird nur das ozeaninduzierte Magnetfeld der Gezeitenbewegung prädiziert. Gezeitenkräfte verursachen in kurzen Zeitskalen eine deutlich stärkere Wassermassenbewegung der Ozeane als allgemeine Zirkulation, die auch ein stärkeres Signal im induzierten Magnetfeld hervorruft. Dazu unterliegen Gezeitensignale periodischen Schwankungen, die die Identifikation solcher Signale in Satellitenbeobachtungen erleichtern. Demgegenüber variieren Signale der allgemeinen ozeanischen Zirkulation nur schwach. Die Gezeiten lassen sich als Summe einzelner Partialtiden auffassen. Diese besitzen feste und gut bekannte Frequenzen, die eine gute Voraussetzung für die Prädiktion auf der einen und Analyse von Messdaten auf der anderen Seite bildet. Je nach der Periodendauer lassen sich Partialtiden in langperiodische, tägige und halbtägige gliedern. Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse beziehen sich hauptsächlich auf die stärkste halbtägige durch den Mond hervorgerufene Partialtide  $M_2$  und auf die tägige Partialtide  $O_1$ . In der Tabelle 3.1 sind alle in dieser Arbeit verwendeten Partialtiden mit deren Periodendauern und Ursachen dargestellt. Um sich die Wirkung der Gezeitenkräfte vorstellen zu können, werden die von den zwei genannten Partialtiden verursachten vertikalen Auslenkungen der Wasseroberfläche in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Gezeitenkräfte verursachen eine Wasserströmung, welche zu einer vertikalen Schwankung der Meeresoberfläche bis zu 0,7 Meter führt. Diese wird durch Farbkodierung in der Abbildung 3.1 veranschaulicht. Die Isolinien verdeutlichen die Phasenverschiebung bzgl. des Monddurchgangs durch Greenwich.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird zunächst kurz auf das für die Simulation der ozeanischen Dynamik benutzte OMCT-Modell eingegangen. Neben den durch das Ozeanmodell simulierten Wasserströmungen werden ein Modell für die leitfähige Sedimentschicht und ein Modell für das Hintergrundmagnetfeld vorgestellt. Das mit Hilfe der Eingangsdaten berechnete Ergebnis der numerischen Lösung der Stromfunktion wird im nächsten Abschnitt diskutiert, bevor die

Bezeichnung	Art der Partialtide	Periode T[h]
halbtägige Tiden		
M <sub>2</sub>	Hauptmondtide	12,421
N <sub>2</sub>	elliptische Mondtide	12,658
K <sub>2</sub>	Deklinations-Luni-Solartide	11,967
tägige Tiden		
O <sub>1</sub>	Hauptmondtide	25,819
K <sub>1</sub>	Deklinations-Luni-Solartide	23,935
P <sub>1</sub>	Hauptsonnentide	24,066

**Tabelle 3.1:** Art und Periodendauer der in Abbildung 3.10 untersuchten Partialtiden (Apel, 1987).



**Abbildung 3.1:** Die durch die Partialtiden M<sub>2</sub>(links) und O<sub>1</sub>(rechts) verursachte simulierte vertikale Auslenkung der Meeresoberfläche in Metern.

Ergebnisse der ozeaninduzierten Magnetfelder vorgestellt werden können. Zum Schluss dieses Kapitels werden die gewonnenen Ergebnisse mit den in der Literatur veröffentlichten Ergebnissen anderer Wissenschaftler verglichen.

## 3.1 Eingangsdaten der Modellierung

### 3.1.1 Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten (OMCT)

Das numerische Ozeanmodell OMCT (Thomas, 2002) ist eine Weiterentwicklung des ursprünglich für klimatologische Zeitskalen konzipierten Zirkulationsmodells Hamburg Ocean Primitive Equation Model (HOPE; Drijfhout u. a. (1996), Wolff u. a. (1997)). Das ursprüngliche Modell wurde zur Untersuchung kurzperiodischer Massenvariationen in Ozeanen, die aufgrund der luni-solaren Gezeiten und der allgemeinen Zirkulation hervorgerufen werden, angepasst. Dazu wurde das OMCT-Modell an ein ephemeridisches Gezeitenmodul gekoppelt, das die Bestimmung luni-solarer Gezeiten aufgrund ephemeridisch bestimmter Potentialdifferenzen ermöglicht. Unter Verwendung zeitlich hochauflösender atmosphärischer Daten werden diese an die Wetterzeitskala angepasst. Die allgemeine Zirkulation setzt sich aus thermohaliner, windgetriebener und

druckgetriebener Zirkulation zusammen. Die horizontale Auflösung des Modells ist durch ein Gitter der Kantenlänge  $1,875^\circ$  in geographischer Länge und Breite gegeben und in vertikaler Richtung in 13 Tiefenschichten variabler Dicke unterteilt, wobei die obersten 240 m der Wassersäule mit 6 Schichten beschrieben werden (Dobslaw, 2007). Die zeitliche Auflösung ist mit 30 min gegeben. Die verwendete Bathymetrie wurde aus den digitalen Geländehöhen des ETO-PO.5 Datensatzes entnommen. Zusätzlich wurde an das OMCT-Modell ein Meereismodell und ein Modell, mit dem Auflasteffekte berücksichtigt werden können, gekoppelt. Das OMCT-Modell bildet zusammen mit der atmosphärischen Modellierung und einem Modell für kontinentale Hydrologie ein physikalisches System-Modell, das eine konsistente Bestimmung von Frischwasserflüssen in diesen drei Teilsystemen erlaubt.

Im OMCT-Modell wird die gezeiten-getriebene ozeanische Dynamik aus analytischen Ephemeriden bestimmt. In diesem Verfahren werden für vorgegebene Zeitpunkte die Positionen von Sonne und Mond über die Fundamentalwinkel bestimmt. Aus der Position und der Masse des Gestirns lässt sich anschließend die Potentialänderung der Erde berechnen. Die aus dem Gezeitenpotential abgeleitete Kraft bildet den Antrieb für die Bewegungsgleichung des OMCT-Modells. Die für diese Arbeit simulierte OMCT-Daten beziehen sich auf das Jahr 2007.

### 3.1.2 Leitfähigkeitsgewichtete Strömungsgeschwindigkeiten

Durch das OMCT-Modell werden ozeanische Strömungen simuliert, die eine wichtige Eingangsgröße für die Berechnung der sekundären Magnetfelder liefern. Die Stärke der induzierten Magnetfelder ist von der Geschwindigkeit der bewegten elektrischen Ladungen abhängig, welche in Ionenform im Salzwasser enthalten sind. Daher kann die Geschwindigkeit und Richtung elektrischer Ladungen mit der Wasserströmung ausgedrückt werden. Neben der Geschwindigkeit stellt auch die Anzahl der elektrischen Ladungsträger einen wesentlichen Parameter für die Stärke der generierten Magnetfelder dar. Die Information über die Menge der im Wasser vorhandenen Ionen lässt sich über den Salzgehalt und die Dichte des Meerwassers gewinnen und wird indirekt mit der elektrischen Leitfähigkeit des Wassers ausgedrückt. Nach Apel (1987) lässt sich die Leitfähigkeit des Wassers  $\sigma_w$  (in S/m) als Funktion der Temperatur  $T$  (in  $^\circ\text{C}$ ) und des Salzgehaltes  $s$  (in psu) wie folgt berechnen:

$$\sigma_w(T, s) = \sigma(25, s) e^{-\beta\Delta}, \quad (3.1)$$

mit

$$\Delta = 25^\circ\text{C} - T, \quad (3.2)$$

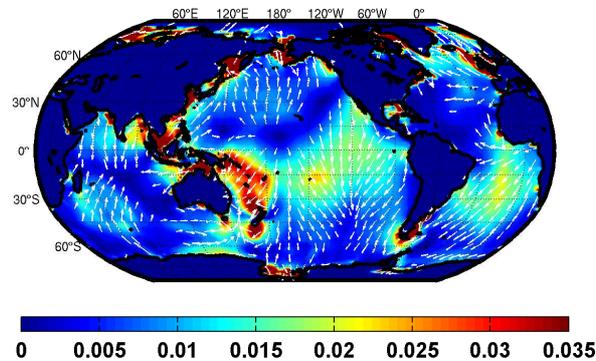
$$\beta = \beta(\Delta, s) \quad (3.3)$$

$$= 2,033 \cdot 10^{-2} + 1,266 \cdot 10^{-4} \Delta + 2,464 \cdot 10^{-6} \Delta^2 - s(1,849 \cdot 10^{-5} - 2,551 \cdot 10^{-7} \Delta + 2,551 \cdot 10^{-8} \Delta^2) \quad (3.4)$$

und

$$\sigma(25, s) = s(0,182521 - 1,46192 \cdot 10^{-3} s + 2,09324 \cdot 10^{-5} s^2 - 1,28205 \cdot 10^{-7} s^3). \quad (3.5)$$

Für die Berechnungen wurde eine konstante mittlere elektrische Leitfähigkeit des Meerwassers angenommen, die  $\sigma_w = 3,55 \text{ S/m}$  beträgt. Sie ergibt sich aus dem beschriebenen Berechnungsalgorithmus mit einem Salzgehalt  $s = 34,25 \text{ psu}$  und der Temperatur  $T = 8.0 \text{ °C}$ . Das OMCT-Modell erlaubt jedoch lokale Variationen dieser Eingangsgröße, die an den tatsächlichen Salzgehalt und die Temperatur des Meerwassers angepasst ist.



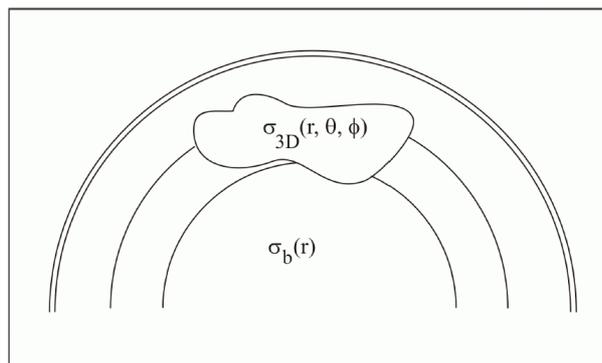
**Abbildung 3.2:** Beispiel für die mit Hilfe des OMCT-Modells berechneten leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten  $\bar{\mathbf{u}}^*$  für ein instantanes Feld in  $\text{ms}^{-1}$ .

Um die Anzahl der elektrischen Ladungen zu berücksichtigen, werden die Wassergeschwindigkeiten mit der Leitfähigkeitsverteilung über die Schicht  $h$  gewichtet (Gleichung 2.17). Abbildung 3.2 zeigt ein Beispiel der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten eines instantanen Feldes. Die Farbkodierung stellt die resultierende leitfähigkeitsgewichtete Ozeanströmung in  $\text{ms}^{-1}$  dar. Die Pfeile deuten die Richtungen der Wasserströmung an. In der Region um Neuseeland lässt sich eine starke durch die Kelvinwelle bedingte Wasserbewegung erkennen. Ebenso sind starke Strömungen in den Küstenbereichen zu erkennen. Daraus lässt sich schließen, dass die Geschwindigkeiten den dominanten Anteil dieser Größe bilden.

### 3.1.3 Leitfähigkeit der Sedimentschicht

Die Entladung der durch die Lorentz-Kraft aufgebauten elektrischen Felder erfolgt durch die Kurzschluss-Ströme. Wie im Abschnitt 2.3 beschrieben, beschränken sich diese Kurzschluss-Ströme nicht nur auf den Raum des Ozeans, sondern reichen bis in die darunter liegenden elektrisch leitfähigen Schichten. Um alle Kurzschluss-Ströme erfassen zu können ist es daher nötig nicht nur die Leitfähigkeit des Wassers zu kennen, sondern auch die der angrenzenden elektrisch leitfähigen Regionen. In Wirklichkeit reichen solche Kurzschluss-Ströme bis in den Mantel, wie in den Abbildungen 2.7 und 2.8 zu sehen ist. In der Primärliteratur wird die elektrisch leitfähige Schicht jedoch oft nur als leitfähige Sedimentschicht bezeichnet. Die Grundlage für die Bestimmung der Leitfähigkeit im Erdinneren bildet ein Modell, in dem die elektrische Leitfähigkeit radialsymmetrisch verteilt ist, d.h.  $\sigma_b(r)$ . Zusätzlich werden in dieses Modell Leitfähigkeitsanomalien  $\sigma_{3D}(r, \theta, \phi)$  eingebettet, wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Leitfähigkeit der Sedimente wurde aus der globalen Sedimentstärke in einem Modell von Laske und Masters (1997) abgeleitet. In der Tabelle 3.2 sind die Größenordnungen der elektrischen Leitfähigkeiten für einzelne Erdschichten angegeben.

Für die Berechnung wurde das in Abbildung 3.4 dargestellte Modell der Leitfähigkeit verwendet. Das Modell beinhaltet die leitfähige Sedimentschicht und die Leitfähigkeit des Erdmantels. Es

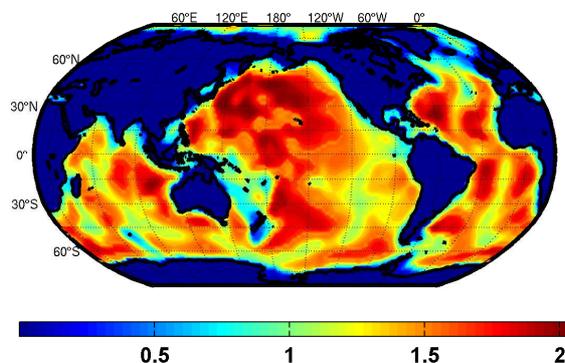


**Abbildung 3.3:** 3D-Modell der elektrischen Leitfähigkeit im Erdinneren. Im Grundmodell ist die elektrische Leitfähigkeit radialsymmetrisch verteilt  $\sigma_b(r)$ . Zusätzlich zu dem Grundmodell werden Leitfähigkeitsanomalien hinzugefügt  $\sigma_{3D}(r, \theta, \phi)$  (DSRI-Report 2004).

Bezeichnung	Erdschicht	elektrische Leitfähigkeit [S/m]
$\sigma_w$	Ozean	3 - 5
$\sigma_s$	ozeanische Sedimentschicht	0,1
	oberer Mantel	0,01
	unterer Mantel	1 - 100
$\sigma_k$	Erdkern	$1 \cdot 10^5$

**Tabelle 3.2:** Elektrische Leitfähigkeit für einzelne Erdschichten nach Tyler (1995).

handelt sich um ein 2D-Feld, in dem einzelne Werte eine über die radiale Komponente integrierte Größe bilden. Die Größenordnungen reichen von ein paar Zehntel Siemens auf dem Festland bis zu 20 000 Siemens im Ozeanbereich. Der Abbildung 3.4 ist zu entnehmen, dass gerade die Sedimentschicht einen dominanten Anteil an der Leitfähigkeit des Modells hat. So ist zu erkennen, dass in Regionen mit kleinerer Sedimentschicht, wie z.B. im Bereich des mittellatlantischen Rückens oder an der Grenze zwischen der Pazifischen- und der Nazca-Platte im Pazifischen Ozean, eine kleinere Leitfähigkeit zu finden ist. Die maximale elektrische Leitfähigkeit ist an den Stellen mit einer dicken Sedimentschicht zu erkennen.



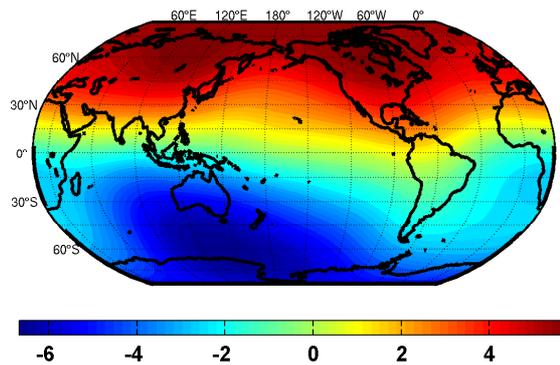
**Abbildung 3.4:** 2D-Feld der elektrischen Leitfähigkeit für die Sedimentschicht und den Mantel in  $10^4$  Siemens.

### 3.1.4 Hintergrundmagnetfeld

Das in die Berechnung einbezogene Modell des magnetischen Hintergrundfeldes basiert auf einem Feldmodell von Olsen (2002), welches hauptsächlich aus den Daten des Ørstedsatelliten berechnet wurde. Ørsted ist ein dänischer Satellit, der seit dem Sommer 1999 das Erdmagnetfeld in einer Höhe von ca. 800 km vermisst. Dabei handelt es sich um Vektordaten, die aus Messungen der drei Richtungen des Magnetfeldes ( $B_r, B_\theta, B_\varphi$ ) bestehen. Neben den Ørsted-Daten wurden für die Modellberechnung Magnetfelddaten der Satellitenmission CHAMP verwendet. Bei diesen Daten handelt es sich um Skalarwerte, also Intensitätsdaten des (totalen) Magnetfeldes ohne Vektorcharakter. Das Totalfeld lässt sich wie folgt berechnen:

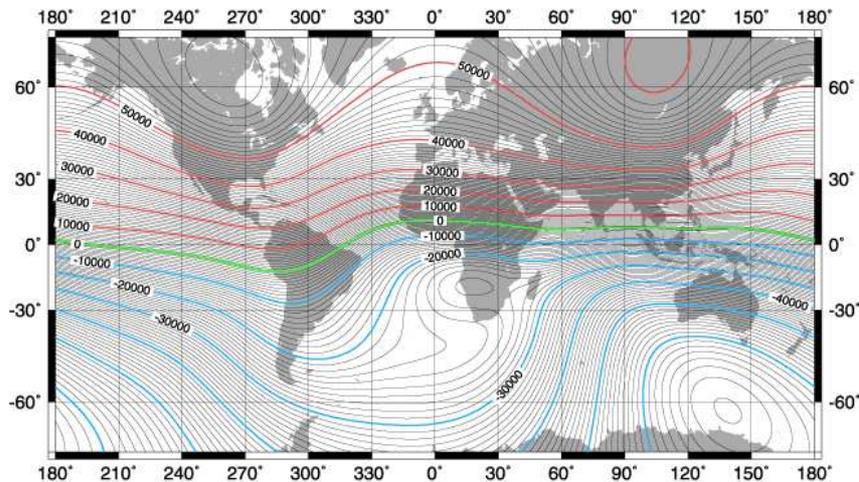
$$B = \sqrt{(B_r)^2 + (B_\theta)^2 + (B_\varphi)^2}. \quad (3.6)$$

Das verwendete Hintergrundmagnetfeld besteht aus der radialen Komponente des Erdmagnetfeldes an der Erdoberfläche für das Jahr 2000, das durch ein Netz mit der Auflösung  $1^\circ \times 1^\circ$  gebildet wird. Das Hintergrundmagnetfeld ist in der Abbildung 3.5 zu sehen. Die Größenordnung der Intensität erstreckt sich von -70000 bis 60000 nT.



**Abbildung 3.5:** Radiale Komponente des Hintergrundmagnetfeldes  $F_z$  in  $10^4$  nT von Olsen u.a. (2002).

Das Hintergrundmagnetfeld weist zeitliche und räumliche Variationen auf. Bei nachstehenden Berechnungen wird von einem stationären Fall ausgegangen, das heißt, dass zeitliche Variationen des Hauptfeldes nicht betrachtet werden. Die Werte der jährlichen Variation (Säkularvariation) der Totalintensität schwankten für das Jahr 2000 zwischen  $-125 \text{ nTy}^{-1}$  im Atlantik und  $110 \text{ nTy}^{-1}$  im Indischen Ozean (Sterz, 2004). Das aufgrund der zeitlichen Änderung des Hauptfeldes induzierte sekundäre Magnetfeld ist daher sehr gering und damit die Annahme der Stationarität gerechtfertigt. Betrachtet man zusätzlich, dass das induzierte poloidale Magnetfeld vier Größenordnungen schwächer als das Hintergrundmagnetfeld ist, kann für die Berechnungen von einem konstanten Magnetfeld ausgegangen werden. Die räumliche Intensitätsverteilung wird dagegen anders betrachtet. Wie im Kapitel 2.3.2 erläutert, bildet der Gradient und damit die Inhomogenität des Hauptmagnetfeldes eine Voraussetzung für die Entstehung horizontaler elektrischer Ströme. Die vertikale Komponente des Hintergrundmagnetfeldes des World Magnetic Model (WMM) der Epoche 2000 in der Abbildung 3.6 verdeutlicht nicht nur die Totalintensität der radialen Komponente des Magnetfeldes, sondern durch die eingezeichneten Isolinien ist auch der Verlauf des horizontalen Gradienten veranschaulicht.



**Abbildung 3.6:** Radiale Komponente des Hintergrundmagnetfeldes in nT von WMM der Epoche 2000. Die eingezeichneten Isolinien geben eine Auskunft über den Verlauf des horizontalen Gradienten.

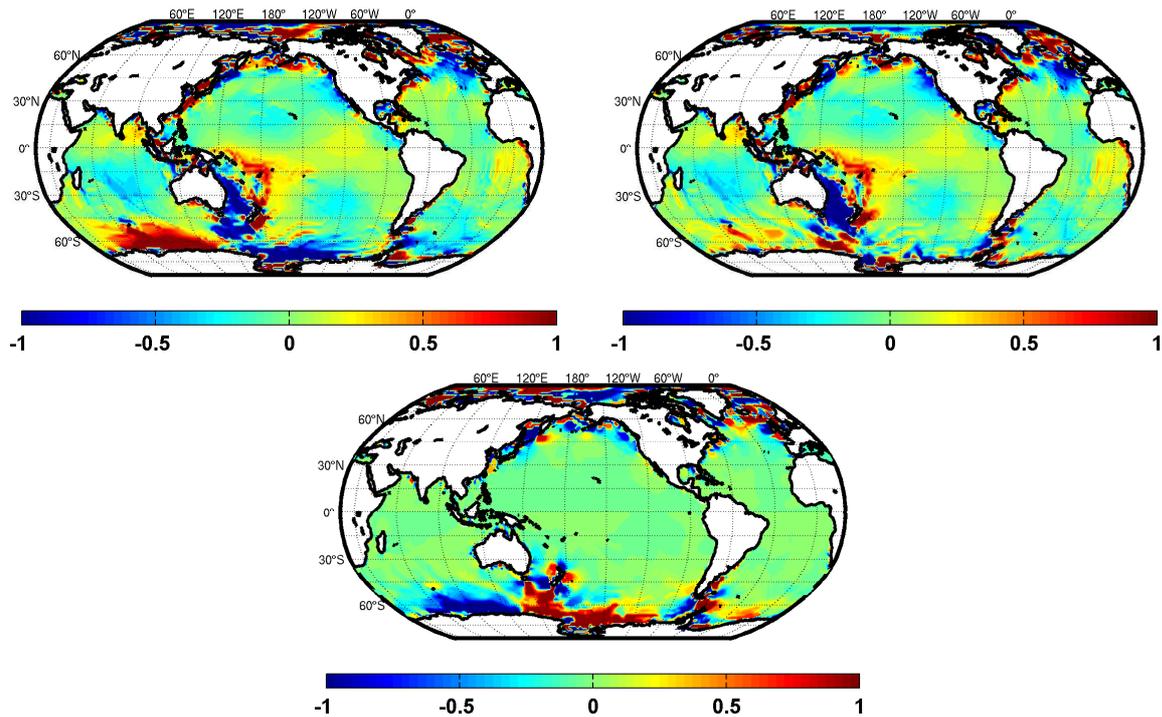
## 3.2 Numerische Berechnung der elektrischen Stromfunktion

Wie im Kapitel 2.3 beschrieben, werden die im Ozean aufgebauten elektrischen Felder durch Kurzschluss-Ströme entladen. Die Bestimmung der Stärke und der räumlichen Verteilung der elektrischen Ströme in der dünnen Schicht  $h$  bildet daher die Grundlage für die Bestimmung ozeaninduzierter Magnetfelder. Mit Hilfe der beschriebenen Eingangsdaten können die elektrischen Ströme durch eine numerische Lösung der Stromfunktion (Gl. 2.21) bestimmt werden. Die in das OMCT-Modell implementierte numerische Lösung der Stromfunktion stammt von Ernst Maier-Reimer vom Max-Planck-Institut für Meteorologie in Hamburg. Um die Richtigkeit der berechneten Lösung der Differentialgleichung zu überprüfen, wurden die berechneten Werte der linken und rechten Seite der Gleichung (2.21):

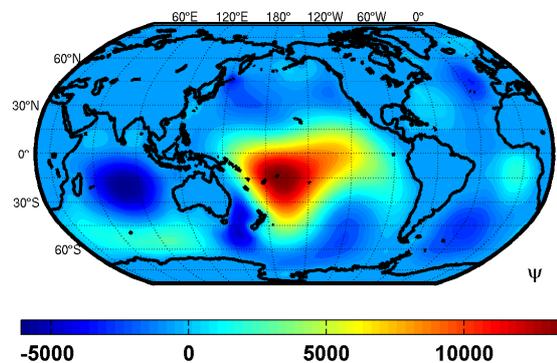
$$\nabla \cdot (\Sigma^{-1} \nabla \psi) = \nabla \cdot (\Sigma^{-1} F_z \int_{-h}^0 \sigma \mathbf{u}_H dz),$$

miteinander verglichen. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Das Bild links oben zeigt das Ergebnis der linken Seite der Gleichung, das Bild rechts oben die entsprechende rechte Seite der Gleichung. Zur besseren Veranschaulichung der Unterschiede wurde anschließend die Differenz zwischen beiden Seiten der Gleichung gebildet, die im unteren Bild dargestellt ist. Wie zu erkennen ist, ist die Lösung der Stromfunktion für einen großen Bereich der Ozeane erfüllt. Es gibt jedoch Bereiche, in der die Gleichung unerfüllt bleibt, wie zum Beispiel in polaren Regionen. Allgemein lässt sich daher aussagen, dass die Übereinstimmung der Lösung in Breitengraden über  $60^\circ$  abnimmt. Weitere Diskrepanzen treten in Regionen auf, in denen starke Strömungen herrschen, wie zum Beispiel in Küstenbereichen, vor allem in Ostasien und im Bereich um Neuseeland.

Als Beispiel für die numerische Lösung der Stromfunktion  $\psi$  wird die Verteilung der elektrischen Ströme eines instantanen Feldes zu einem frei gewählten Zeitpunkt in der Abbildung 3.8 dargestellt.



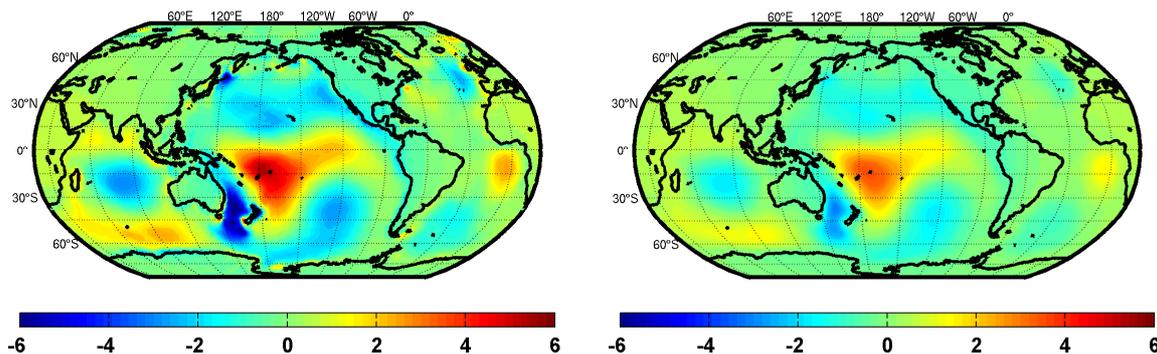
**Abbildung 3.7:** Kontrolle der numerischen Lösung der Differentialgleichung 2. Ordnung für die Stromfunktion  $\psi$ . Links oben ist das Ergebnis der Berechnung der linken, rechts oben das Resultat der Berechnung der rechten Seite der Gleichung (2.21) dargestellt. Die untere Abbildung zeigt die Differenz zwischen der rechten und linken Seite dieser Gleichung.



**Abbildung 3.8:** Numerische Lösung der Stromfunktion  $\psi$  in Ampere zeigt die Verteilung horizontaler elektrischer Kurzschluss-Ströme in der Schicht  $h$  für ein instantanes Feld unter dem Einfluss des gesamten Gezeitenpotentials.

### 3.3 Radiale Komponente des sekundären Magnetfeldes

Die Berechnung der Stromfunktion und die darauf folgende Umrechnung der Stromfunktion in das magnetische Potential an der Wasseroberfläche, laut Gleichung (2.30), erfolgt im Raumbereich auf einem Gitter der Größe  $194 \times 96$ , was der horizontalen Auflösung von  $\vartheta = \varphi = 1,875^\circ$  des OMCT-Gitters entspricht. Für die Berechnung der radialen Komponente des Magnetfeldes laut Gleichung (2.32) muss das magnetische Potential in Spektralbereich der Kugelflächenfunktionen umgerechnet werden, so dass die Ableitung in vertikaler Richtung in Kugelflächenfunktionen durchgeführt werden kann. Anschließend wird eine Rücktransformation in den Raumbereich

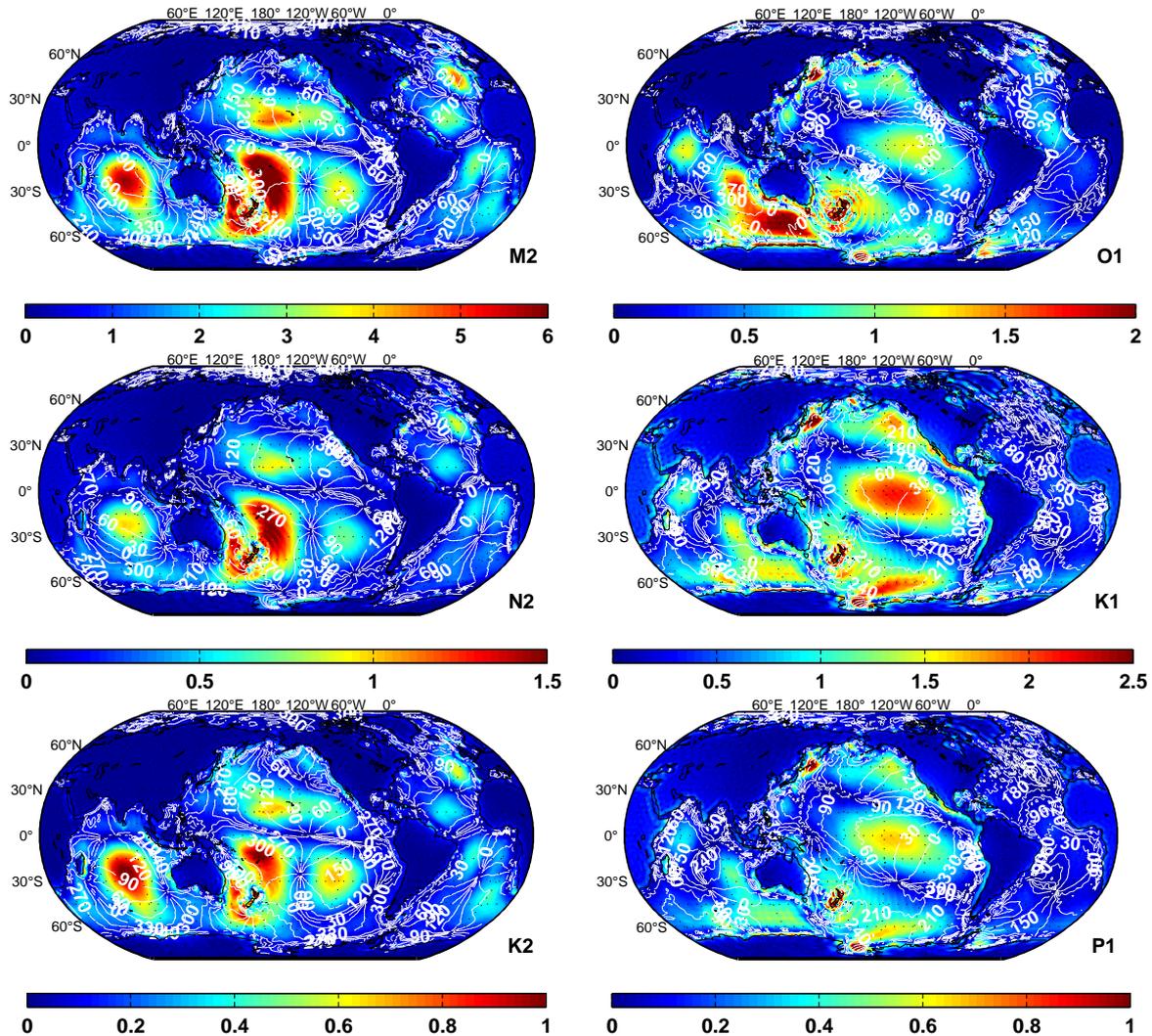


**Abbildung 3.9:** Vertikale Komponente eines instantanen ozeaninduzierten Magnetfeldes  $b_r$  an der Wasseroberfläche (links) und in Satellitenhöhe (400 km) (rechts), das durch das gesamte luni-solare Gezeitenpotential generiert ist.

durchgeführt. Dabei ist zu beachten, dass die Normierung der Hin- und Rücktransformation identisch ist. Mit dem Grad  $j$  und Ordnung  $m$  der Kugelfunktionsentwicklung wird die räumliche Auflösung des berechneten Magnetfeldes bestimmt. Je höher Grad und Ordnung sind, desto besser ist die Auflösung. Das Gitter des OMCT-Modells erlaubt eine Auflösung bis zum Grad 96. Das Ergebnis des prädierten ozeaninduzierten Magnetfeldes, das durch Gezeitenkräfte angetriebener Wasserströmungen hervorgerufen wird, ist in Abbildung 3.9 zu sehen. Die berechneten Werte zeigen das Ergebnis für ein instantanes Feld zu einem frei gewählten Zeitpunkt. Diese entsprechen einem Magnetfeld, das aus der in Abbildung 3.8 dargestellten Lösung der Stromfunktion abgeleitet wird, sodass ein Vergleich der Abbildungen möglich ist. In der Farbkodierung des linken Bildes ist die Stärke des magnetischen Signals an der Wasseroberfläche zu sehen, im rechten Bild das Ergebnis für das Signal in Satellitenhöhe (400 km). Das Signal an der Wasseroberfläche erreicht eine Stärke von ca. 6 nT, in Satellitenhöhe erreicht es maximal 3,6 nT für den ausgewählten Zeitpunkt. Vergleicht man das Feld der Stromfunktion in Abbildung 3.8 mit der radialen Komponente des sekundären Magnetfeldes in Abbildung 3.9, so ist eine Verfeinerung der Musterstrukturen im Magnetfeld zu erkennen. Die Höhe, in der das prädierte Magnetfeld bestimmt wird, ist durch den Parameter  $r$  gegeben. Da dieser in der Gleichung 2.32 im Nenner steht, nimmt das prädierte Magnetsignal mit der Höhe ab. Damit bewirkt der Parameter  $r$  einen Effekt der Tiefpassfilterung. Die Abschwächung der Intensität ist in Abbildung 3.9 (rechtes Bild) deutlich sichtbar. Kleinräumige, wenn auch starke Signale, wie zum Beispiel positive Maxima in Süd-Neuseeland und um Tasmanien, sind in Satellitenhöhe jedoch nicht mehr zu erkennen.

Mit Kenntnis der Periodendauer einzelner Partialtiden lässt sich mit der Methode der kleinsten Quadrate eine harmonische Analyse durchführen. Durch diese kann das durch luni-solare Potential angetriebene ozeaninduzierte Magnetfeld in Bestandteile zerlegt werden, die durch einzelne Partialtiden hervorgerufen werden.

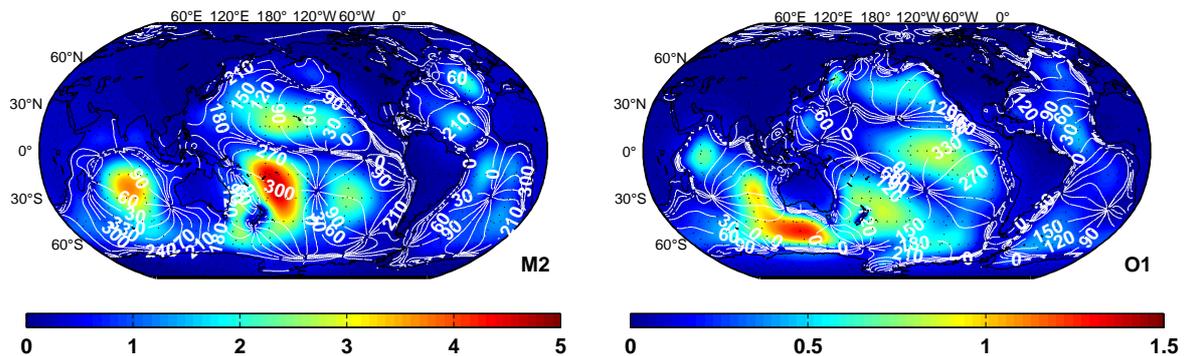
Das Ergebnis der harmonischen Analyse für ausgewählte Partialtiden (Tab. 3.1) ist in der Abbildung 3.10 dargestellt. Der dominierende Anteil des Gesamtsignals wird durch das Signal der  $M_2$ -Partialtide bestimmt. Ihre Amplitude erreicht im Gebiet von Neuseeland eine Größe von 7,2 nT. Das zweitstärkste Signal wird durch die tägige  $K_2$ -Partialtide hervorgerufen und erreicht nur noch 2,5 nT. Man erkennt eine Ähnlichkeit in den Mustern unter den halbtägigen



**Abbildung 3.10:** Vertikale Komponente der mit Hilfe des OMCT-Modells prädizierten ozeaninduzierten Magnetfelder  $b_r$  an der Wasseroberfläche ausgewählter Partialtiden in nT. Die Amplitude ist mit der Farbkodierung, die Phasenverschiebung bzgl. des Monddurchganges durch Greenwich mit Isolinien dargestellt.

und den täglichen Partialtiden. Die dargestellten Ergebnisse beziehen sich auf das Niveau der Wasseroberfläche. Abbildung 3.11 zeigt die Signale für  $M_2$ -Partialtide und  $O_2$ -Partialtide in Satellitenhöhe. Berücksichtigt man die Abschwächung des Signals durch die harmonische Fortsetzung in die Satellitenhöhe, so sind in Satellitenhöhe die gleichen Muster wie an der Wasseroberfläche zu erkennen. Die Wirkung der Tiefpassfilterung durch die harmonische Fortsetzung ist auch bei den Partialtiden klar erkennbar. Bei der  $M_2$ -Partialtide kommt es zu einer starken Dämpfung der Amplitude vor allem westlich von Neuseeland und im Atlantischen Ozean westlich der europäischen Küste. Bei der  $O_1$ -Partialtide wird ebenfalls das Maximum in der Region von Neuseeland stark gedämpft. Das Signal in Satellitenhöhe ist nicht nur schwächer, sondern kleinräumige Maxima verschwinden ganz. Ein Extrembeispiel ist das starke Signal der  $M_2$ -Partialtide westlich von Neuseeland, das an der Wasseroberfläche 7,2 nT erreicht, in Satellitenhöhe jedoch kaum erkennbar ist. Weitere Beispiele für die Signaldämpfung sind die an der

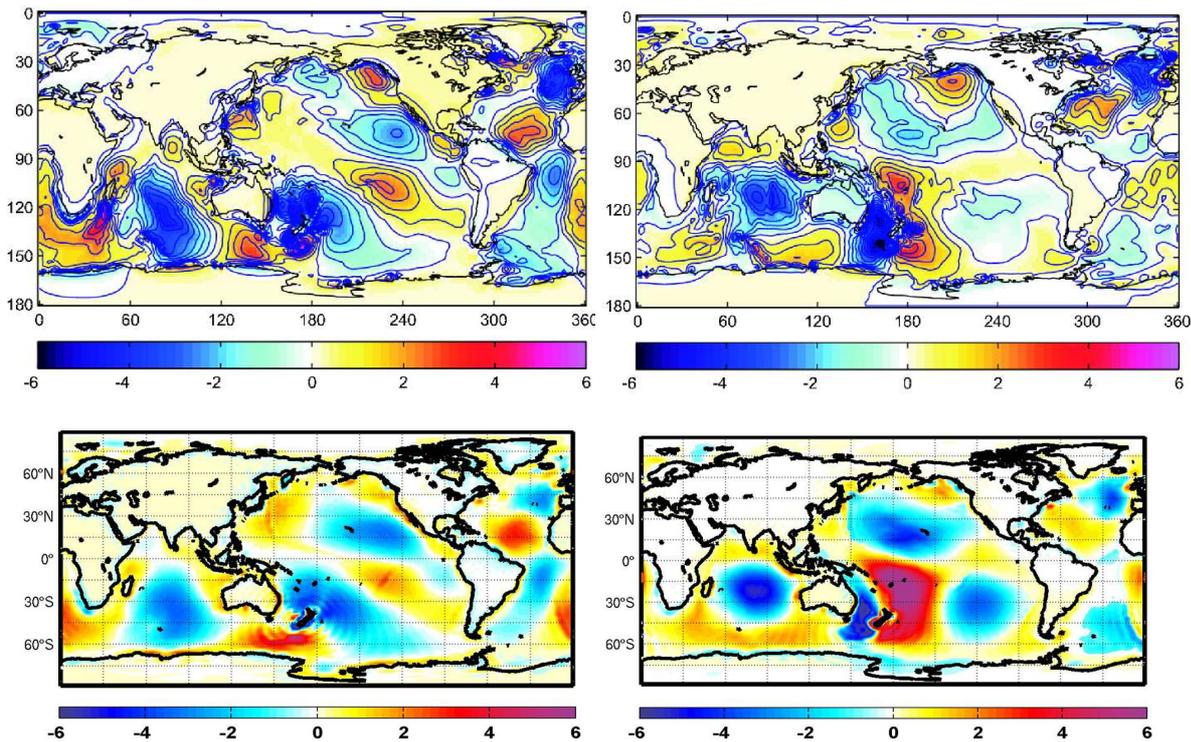
Wasseroberfläche sichtbaren Maxima der  $O_1$ -Partialtide nordöstlich von Japan und an der Küste der Antarktis bei  $180^\circ$  geographischer Länge, die in 400 km Höhe nicht mehr zu erkennen sind. Den entscheidenden Einfluss auf die Musterausprägung der magnetischen Signale haben erstens die über die Tiefe integrierte Geschwindigkeitsverteilung der Wasserströmungen und zweitens die Stärke des horizontalen Gradienten des Hintergrundmagnetfeldes. Die große Amplitude der  $M_2$ -Partialtide in der Region von Neuseeland ist vor allem durch starke Wasserströmungen, die von der gezeitenbedingten Kelvinwelle hervorgerufen werden, erklärbar. Diese Aussage bestätigt die große Auslenkung der Wasseroberfläche östlich von Australien, die in Abbildung 3.1 zu sehen ist. Zusätzlich zu dem Einfluss der starken Wasserströmungen ist in Abbildung 3.6 ein starker Gradient des magnetischen Hauptfeldes in dieser Region zu erkennen, der ebenfalls zum Anstieg des magnetischen Signals beiträgt.



**Abbildung 3.11:** Vertikale Komponente der mit Hilfe des OMCT-Modells prädizierten ozeaninduzierten Magnetfelder  $b_r$  in Satellitenhöhe (400 km) von  $M_2$  (links) und  $O_1$  (rechts) in nT. Die Amplitude ist mit der Farbkodierung, die Phasenverschiebung bzgl. des Monddurchganges durch Greenwich mit Isolinien dargestellt.

### 3.3.1 Validierung der Resultate

Zur Validierung der berechneten sekundären Magnetfelder wurden die OMCT-Ergebnisse zunächst mit Ergebnissen von Tyler u.a. (2003) verglichen, die in Venestrom u. a. (2005) und Kuvshinov und Olsen (2005) präsentiert wurden. Der Vergleich wurde anhand der  $M_2$ -Partialtide durchgeführt, die eindeutig den stärksten Signalanteil aufweist. Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse in der Abbildung 3.12 handelt es sich um eine komplexe Darstellung. Das linke Bild zeigt das Muster des reellen Anteils, das rechte den entsprechenden imaginären Anteil. Der in der Farbskala angezeigte Wertebereich ist in nT dargestellt. Die oberen zwei Abbildungen präsentieren Ergebnisse von Tyler u.a. (2003), die unteren zeigen mit dem OMCT-Modell berechnete Ergebnisse. Eine Übereinstimmung in den globalen Mustern ist eindeutig zu erkennen. So ist für beide Lösungen das stärkste Signal von 6 nT im Gebiet von Neuseeland zu finden. In beiden Abbildungen des imaginären Anteils ist ein stark ausgeprägtes Minimum im Indischen Ozean, das von leicht positiven Werten umgeben ist. Auch die Musterverteilung im Pazifischen Ozean und Atlantik zeigen eine gute Übereinstimmung. Es sind jedoch auch Unterschiede im Verteilungsmuster und der Signalstärke vorzufinden. Es handelt sich um regionale Abweichungen, die zum Beispiel an der räumlichen Ausprägung des Maximums östlich von Neuseeland im imaginären Anteil zu erkennen sind. Diese positive Anomalie ist in der OMCT-Lösung viel großräumiger



**Abbildung 3.12:** Validierung der numerischen Lösungen der Prädiktion ozeaninduzierter Magnetfelder. Vertikale Komponente des ozeaninduzierten Magnetfeldes  $b_r$ , der  $M_2$ -Partialtide in nT an der Wasseroberfläche von Tyler u.a. (2003) (oben) und OMCT-Lösung (unten). Links angeordnet ist der Realanteil und rechts der Imaginäranteil.

ausgeprägt als es der Fall in der Lösung von Tyler u.a. (2003) ist. Ein weiterer leicht erkennbarer Unterschied ist im Nordatlantik zu sehen. So ist im reellen wie auch im imaginären Anteil in der Lösung von Tyler u.a. (2003) ein deutlich stärkeres und großräumigeres Signal zu erkennen als in der OMCT-Lösung. Solche regionalen Abweichungen sind durch unterschiedliche Eingangsdaten der beiden Lösungen bedingt. Der dominante Anteil solcher Diskrepanzen ist mit der Verwendung unterschiedlicher Modelle für die ozeanische Dynamik erklärbar. Für die Prädiktion von Tyler u.a. (2003) werden die über die Tiefe integrierten Geschwindigkeiten von Wasserströmungen mit dem ozeanischen Modell TPXO.6.1 nach Egbert und Erofeeva (2002) berechnet. Die OMCT-Lösung ist durch die Dynamik des OMCT-Modells bestimmt. Die Resultate von Tyler haben eine Auflösung von  $2^\circ \times 2^\circ$ . Die Ergebnisse des OMCT-Modells haben im Gegensatz dazu ein Gitternetz mit der Seitenlänge  $1.875^\circ$ . Die hohe Übereinstimmung im Vergleich zum Ergebnis von Tyler u.a. (2003) führt zu der Aussage, dass die Implementierung des Rechenansatzes nach Tyler u.a. (2003) in das OMCT-Modell als erfolgreich bezeichnet werden kann.

Eine weitere Validierung der OMCT-Ergebnisse ermöglichten die von Maus und Kuvshinov (2004) veröffentlichten Ergebnisse einer Prädiktion ozeaninduzierter Magnetfelder für ausgewählte Partialtiden. Für diese Prädiktion wurde der Berechnungsansatz nach Kuvshinov u.a. (Abschnitt 2.5) benutzt. Dabei wurde die Strömungsgeschwindigkeit  $\mathbf{u}$  mit dem globalen Gezeitenmodell TPXO.6.1 (Egbert und Erofeeva, 2002) berechnet. Das Hintergrundmagnetfeld  $F_z$  wurde aus dem IGRF 2000 abgeleitet. Die Leitfähigkeit des Ozeans wurde abgeleitet aus der  $5' \times 5'$  glo-

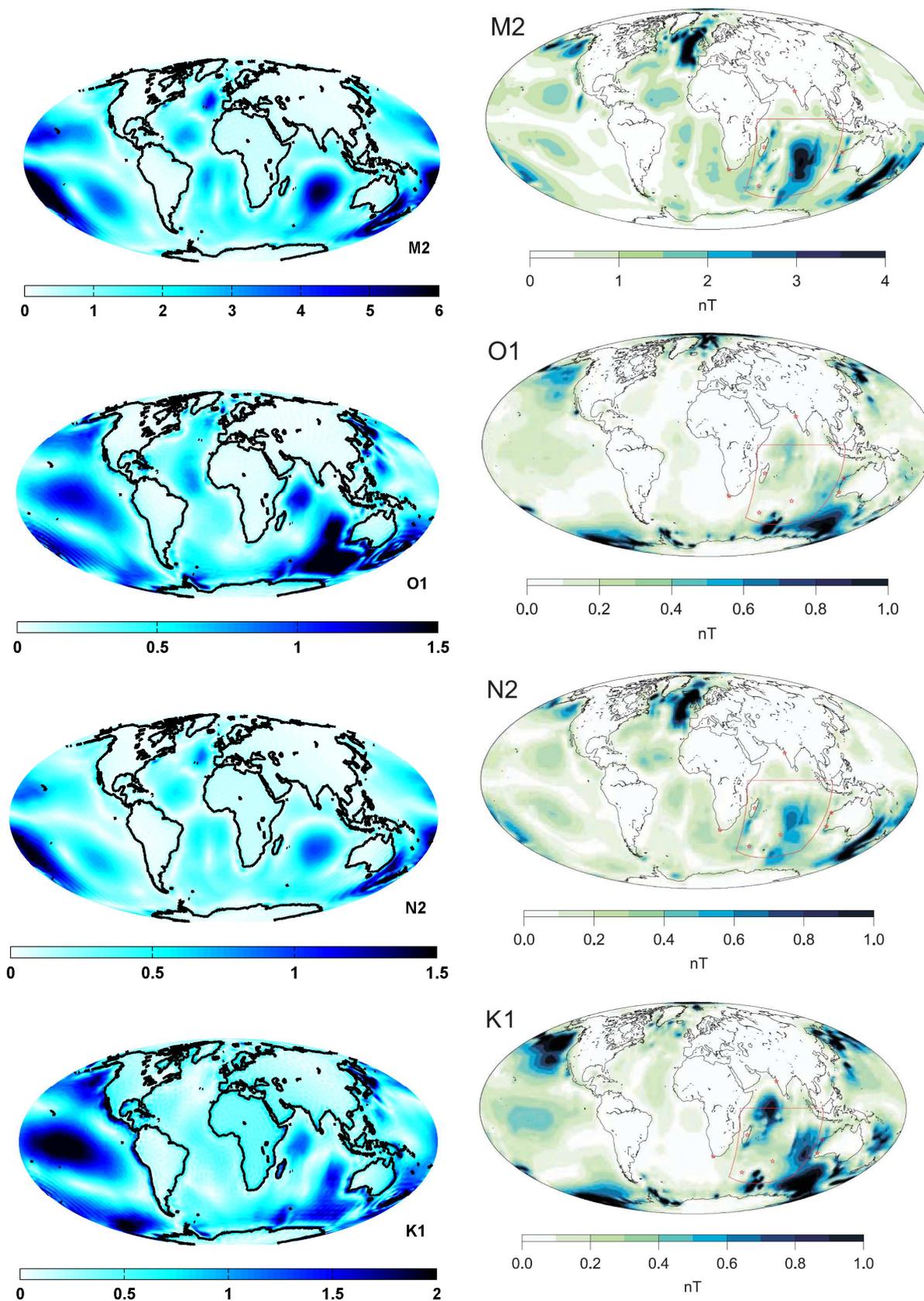
balen NGDC/NOAA's ETOPO Bathymetrie. Die Leitfähigkeit des Sediments wurde berechnet aus der globalen Sedimentstärke unter Verwendung einer  $1^\circ \times 1^\circ$ -Karte von Laske und Masters (2002). Die Simulation ist auf einem Gitternetz der Maschenweite  $1^\circ \times 1^\circ$  durchgeführt worden. In Abbildung 3.13 sind die Ergebnisse von Maus und Kuvshinov (2004) in der rechten Spalte dargestellt, in der linken Spalte stehen die mit dem OMCT-Modell berechneten Ergebnisse für die Partialtiden  $M_2$ ,  $O_1$ ,  $N_2$  und  $K_1$ . Generell ist zu beobachten, dass die mit dem OMCT-Modell berechnete Prädiktion größere Amplituden aufweist als die Prädiktion von Maus und Kuvshinov (2004). Weiterhin ist bei allen Partialtiden ein viel stärkeres Signal im Pazifischen Ozean in den OMCT-Daten bemerkbar. Abgesehen von diesen Diskrepanzen zeigt sich jedoch eine gute Übereinstimmung der räumlichen Muster bei allen dargestellten Partialtiden. Neben dem Vergleich der Verteilung der Maximalwerte ist besonders der Verlauf von Regionen mit der Amplitude Null auffällig, deren Übereinstimmung in beiden Prädiktionen sehr hoch ist. Die lokalen Unterschiede sind auch bei diesem Vergleich vorerst auf die verschiedenen Modelle der zu Grunde liegenden ozeanischen Dynamik zurückzuführen. Die unterschiedlich starken Amplituden können unter Umständen durch weitere Inputangaben verursacht werden, wie z.B. durch unterschiedliche Annahmen für die Leitfähigkeit des Meerwassers.

### 3.4 Möglichkeiten der Detektierbarkeit

Die Genauigkeit der Daten aus der Satellitenmission CHAMP erreicht ca. 1 nT. Das prädizierte magnetische Signal für die stärkste Partialtide ( $M_2$ ) erreicht in einer Höhe von 400 km über der Wasseroberfläche eine Stärke von 3-4 nT. Die Abschwächung des magnetischen Signals durch die harmonische Fortsetzung ist ein rein mathematischer Vorgang, der nicht mit der physikalischen Realität übereinstimmt. So werden zum Beispiel die in der Atmosphäre wirkenden elektrischen Ströme vernachlässigt. Die Stärke der Signaldämpfung ist auch von der räumlichen Ausdehnung der Kurzschluss-Ströme abhängig. So werden kleinräumigere Magnetfelder stärker gedämpft als großräumige. Durch eine Aufbereitung und Filterung der beobachteten magnetischen Signale kann es zusätzlich zu einem Signalverlust kommen. Somit ist auch zu erklären, dass die Größenordnungen der durch Tyler nachgewiesenen  $M_2$ -Partialtide in Abbildung 2.1 lediglich 1,5 nT in Satellitenhöhe erreichen und damit an der Schwelle der Detektierbarkeit des CHAMP-Satelliten liegen. Andere Partialtiden induzieren ein schwächeres magnetisches Signal und konnten somit in den Datensätzen der CHAMP-Mission bis jetzt nicht nachgewiesen werden. Eine Änderung ist durch die Satellitenmission SWARM, deren Start für das Jahr 2010 geplant ist, anzunehmen. Diese Mission setzt sich aus 3 Satelliten baugleicher Art zusammen, deren Genauigkeit ca. 0,1 nT erreichen soll. Damit wäre es möglich, Signale weiterer Partialtiden aus den Satellitenbeobachtungen zu extrahieren. Von Interesse wären vor allem Signale der in Abbildung 3.10 dargestellten Partialtiden, welche die stärksten magnetischen Felder induzieren. Eine Verbesserung der Genauigkeit von Magnetometermessungen, längere Messdatenreihen und eine Weiterentwicklung der Datenaufbereitungsalgorithmen führt nicht nur zu einer besseren Detektierbarkeit der ozeaninduzierten Magnetfelder, sondern auch anderer Bestandteile des Gesamtsignals. Eine genauere Bestimmung einzelner Magnetfeldanteile schafft wiederum bessere Bedingungen für die Identifikation ozeaninduzierter Anteile.

Wie im Abschnitt 2.1 erläutert sind in küstennahen Magnetometermessungen Signale ozeaninduzierter Magnetfelder mehrerer Partialtiden identifiziert worden. Die Ergebnisse der Prädiktion helfen vor allem der Interpretation der aufgezeichneten Messsignale. So können zum Beispiel

anhand der räumlichen Musterverteilungen die Unterschiede in Amplituden verschiedener Messstationen für einzelne Partialtiden besser verstanden werden.



**Abbildung 3.13:** Amplitude vertikaler Komponente der prädizierten ozeaninduzierten Magnetfelder  $b_r$  an der Wasseroberfläche für ausgewählte Partialtiden in nT. In der linken Spalte OMCT-Ergebnisse, in der rechten Spalte Ergebnisse von Maus und Kuvshinov (2004).



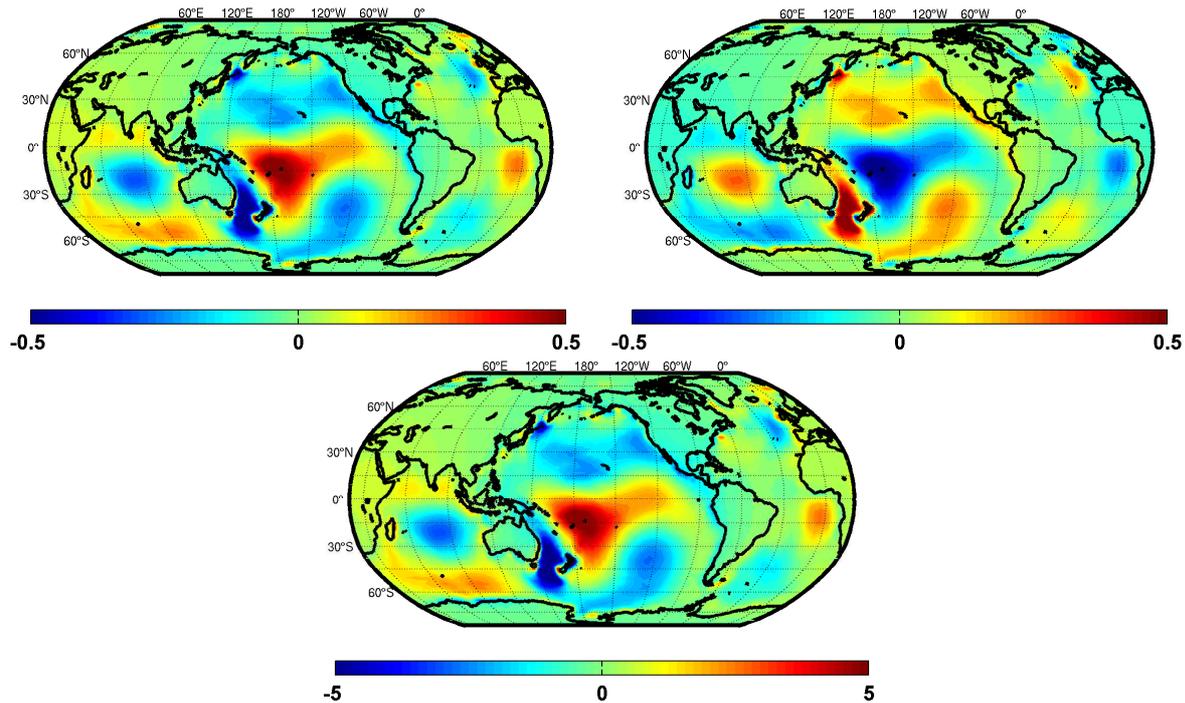
# Kapitel 4

## Sensitivitätsanalyse

Mit der Sensitivitätsanalyse kann eine Abschätzung vom Einfluss der Eingangsgrößen auf das berechnete sekundäre Magnetfeld durchgeführt werden. Wie in Kapitel 3 beschrieben, gehen als Eingangsparameter die leitfähigkeitsgewichtete Geschwindigkeit, das Hintergrundmagnetfeld und die Sedimentleitfähigkeit in die Berechnung ein. Diese Parameter werden bei der Sensitivitätsanalyse im einzelnen variiert und die erhaltenen Ergebnisse mit einem Referenzzustand verglichen. Eine Bildung der Differenz zwischen dem Referenzzustand und den Ergebnissen mit modifizierten Eingangsparametern hilft bei der Veranschaulichung der Resultate. Für alle Untersuchungen wird von einem identischen Referenzzustand ausgegangen, der mit den Berechnungen in Kapitel 3 übereinstimmt. Bei den Berechnungen wird jeweils der zu untersuchende Eingangsparameter um 10% variiert. Dabei bleiben alle anderen Parameter unverändert, so dass die Abweichung des neu berechneten Magnetfeldes eindeutig der Variation der gewählten Eingangsgröße zugewiesen werden kann.

### 4.1 Variationen der Strömungsgeschwindigkeiten

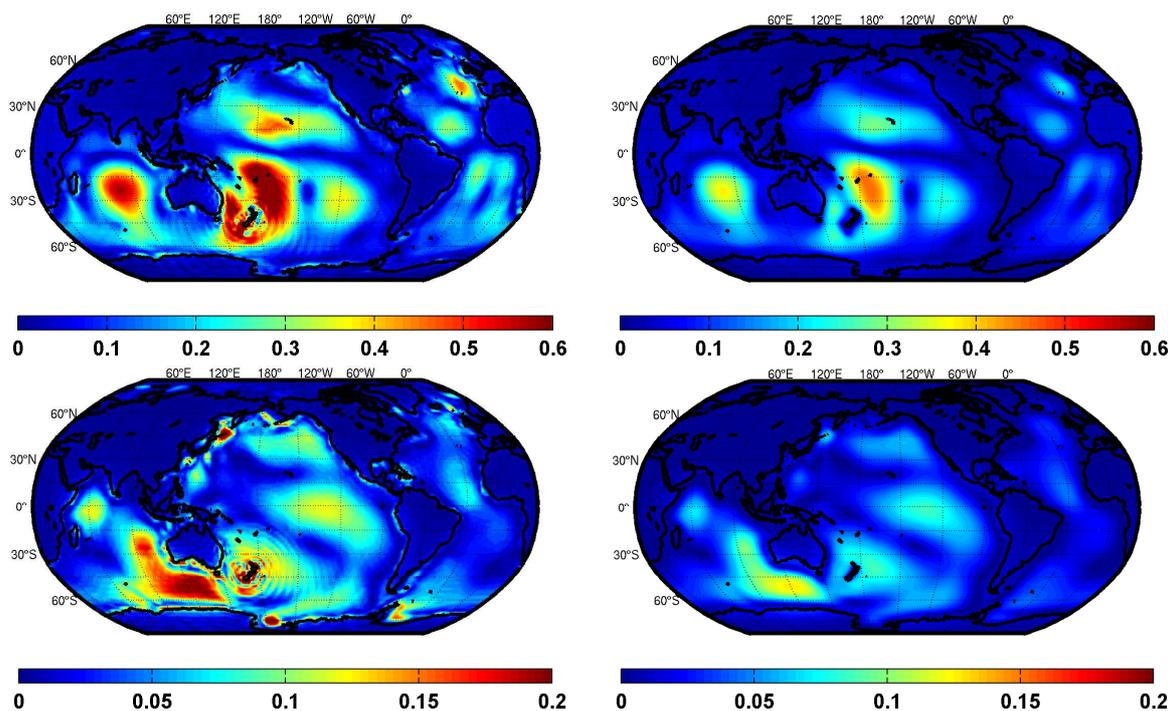
Als erstes wird die Untersuchung des Eingangsparameters der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten  $\bar{u}^*$  durchgeführt. Dabei wird eine Berechnung simuliert, in der der Betrag der Geschwindigkeiten zunächst um 10% verringert und anschließend in einer zweiten um 10% stärker angenommen wird. Das Ergebnis der Simulation für ein instantanes Feld (Ergebnis unter dem Einfluss des gesamten Gezeitenpotentials zu einem gewähltem Zeitpunkt) ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Das mittlere untere Bild stellt den Referenzzustand für ein instantanes Feld dar. Die Eingangsdaten für den Referenzzustand entsprechen dabei den Berechnungen aus Kapitel 3. Die oberen zwei Felder zeigen Ergebnisse der Berechnung mit variiertem Geschwindigkeitsfeld. Es handelt sich um eine Darstellung der Differenz zwischen dem Referenzzustand und dem Ergebnis der Prädiktion mit variiertem Geschwindigkeitsfeld. Das linke Bild zeigt das Ergebnis für die Differenz bei 10%-iger Abschwächung, das rechte Bild die Differenz bei 10%-iger Zunahme der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten. Um die Muster der räumlichen Verteilung der erhaltenen Felder gut erkennen und vergleichen zu können, wurde der Wertebereich des Referenzfeldes von -5 bis +5 nT und der Wertebereich für die Differenzfelder von -0,5 bis +0,5 nT gewählt. Daraus ist ersichtlich, dass die 10%-ige Variation der Geschwindigkeitsfelder eine Signaländerung verursacht, die ebenfalls eine 10%-ige Abweichung vom Referenzzustand hervorruft. Die Abschwächung des Geschwindigkeitsfeldes führt zu einer Verringerung des magnetischen Signals



**Abbildung 4.1:** Stärke des instantanen ozeaninduzierten Magnetfeldes in nT, das durch das gesamte Gezeitenpotential verursacht wurde: Referenzfeld (unten); Differenz bei 10%-iger Abschwächung des Geschwindigkeitsfeldes (links oben); Differenz bei 10%-iger Zunahme des Geschwindigkeitsfeldes (rechts oben).

und die Verstärkung der Eingangsgröße zu einem Anstieg des sekundären Magnetfeldes. Die Differenzfelder zeigen eindeutig das gleiche Muster wie das Referenzfeld. Durch den Vergleich der Felder kann die Annahme getroffen werden, dass die Änderung des sekundären Magnetfeldes durch die Variation der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten linear verläuft. Die lineare Beziehung ist in der Stromfunktion (Gl. 2.20) zu erkennen.

Eine weitere Untersuchung wird an einem Beispiel zweier Partialtiden durchgeführt, deren Ergebnisse in Abbildung 4.2 dargestellt werden. Die dargestellten Felder zeigen Differenzen der Signalstärke zwischen dem Referenzfeld und einer Lösung für ein Feld, bei dem die leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten um 10% abgeschwächt wurden. Da die Änderungen linear verlaufen, ist das Ergebnis bei verstärktem Geschwindigkeitsfeld komplementär. In den oberen zwei Bildern ist die halbtägige  $M_2$ -Partialtide dargestellt und in den unteren zwei die tägliche  $O_1$ -Partialtide. In den links angeordneten Bildern wird das Ergebnis an der Wasseroberfläche und in den rechten in Satellitenhöhe dargestellt. Das Signal für den Referenzzustand ist im Abschnitt 3.3 in Abbildung 3.10 für die Wasseroberfläche und in Abbildung 3.11 für die Satellitenhöhe dargestellt. Die räumliche Musterverteilung in den Differenzfeldern einzelner Partialtiden stimmt mit der räumlichen Verteilung der Referenzfelder überein. Der Unterschied in der Amplitude der  $M_2$ -Partialtide erreicht 0,6 nT und bei der  $O_1$ -Partialtide 0,2 nT, was einer 10%-igen Signaländerung bezüglich des Referenzfeldes entspricht. Bei den Partialtiden wurde nur die Änderung der Amplitude untersucht, denn die Phasenwinkel bleiben durch Abschwächung der Eingangsgröße unverändert.

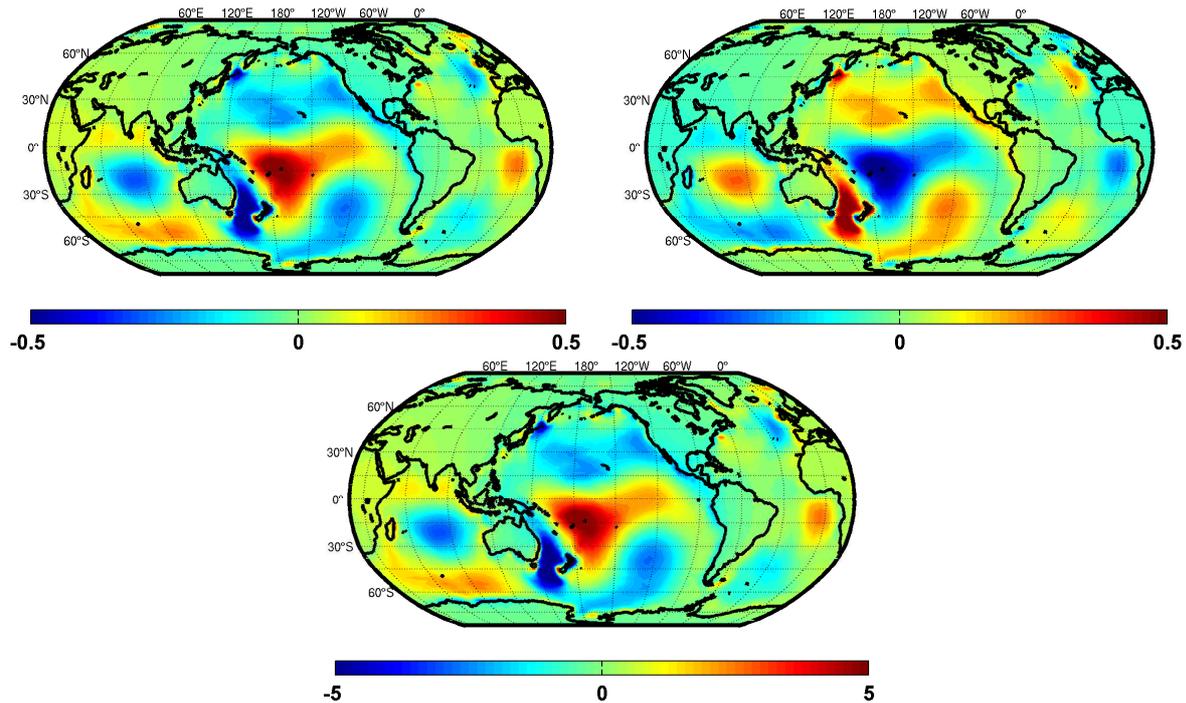


**Abbildung 4.2:** Differenz zwischen Referenzzustand und einem Feld, das mit 10%-iger Abschwächung der leitfähigkeitsgewichteten Strömungsgeschwindigkeiten berechnet wurde, für  $M_2$  (oben) und  $O_1$  (unten) an der Wasseroberfläche (links) und in 400 km Höhe (rechts) in nT.

## 4.2 Variationen des Hintergrundmagnetfeldes

Der Aufbau der Sensitivitätsanalyse bezüglich der Variation des Hintergrundmagnetfeldes verläuft analog zu der Untersuchung der Variation der leitfähigkeitsgewichteten Strömungsgeschwindigkeiten. Auch in diesem Fall wird die Stärke des Hintergrundmagnetfeldes um 10% variiert. In Abbildung 4.3 werden Ergebnisse für das instantane Feld dargestellt. Im unteren Bild ist die Stärke des Signals für das Referenzbild dargestellt, das Bild links oben zeigt die Differenz zwischen der Referenzlösung und der Lösung mit 10%-iger Abschwächung des Hintergrundmagnetfeldes. Rechts oben ist analog die Differenz zu einer Lösung mit einem 10% stärkerem Hintergrundmagnetfeld dargestellt. Auch in diesem Fall verursacht eine 10%-ige Änderung der Eingangsgröße eine 10%-ige Abweichung des berechneten sekundären Magnetfeldes. Die räumlichen Muster der Differenzfelder sind mit den räumlichen Mustern des Referenzfeldes vergleichbar. Es lässt sich schlussfolgern, dass auch in diesem Fall die Variierung des Hintergrundmagnetfeldes eine lineare Änderung des resultierenden Magnetfeldes verursacht. Diese Annahme lässt sich mit der Stromfunktion (Gl. 2.20), wie in dem Fall der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten bestätigen.

Nach der Prüfung der Sensitivität bei den instantanen Feldern wird eine Untersuchung für die  $M_2$ - und  $O_1$ -Partialtide durchgeführt. Der Aufbau des Bildes 4.4 ist dem des Bildes 4.2 analog. Die oberen zwei Bilder zeigen Ergebnisse der Differenzen zwischen Referenzlösung und einer Lösung mit um 10% verringertem Hintergrundmagnetfeld für die  $M_2$ -Partialtide und die unteren zwei für die  $O_1$ -Partialtide. In den links angeordneten Bildern sind die Lösungen der Differenzen an der Wasseroberfläche dargestellt, in den rechten in Satellitenhöhe. Die Abweichungen des

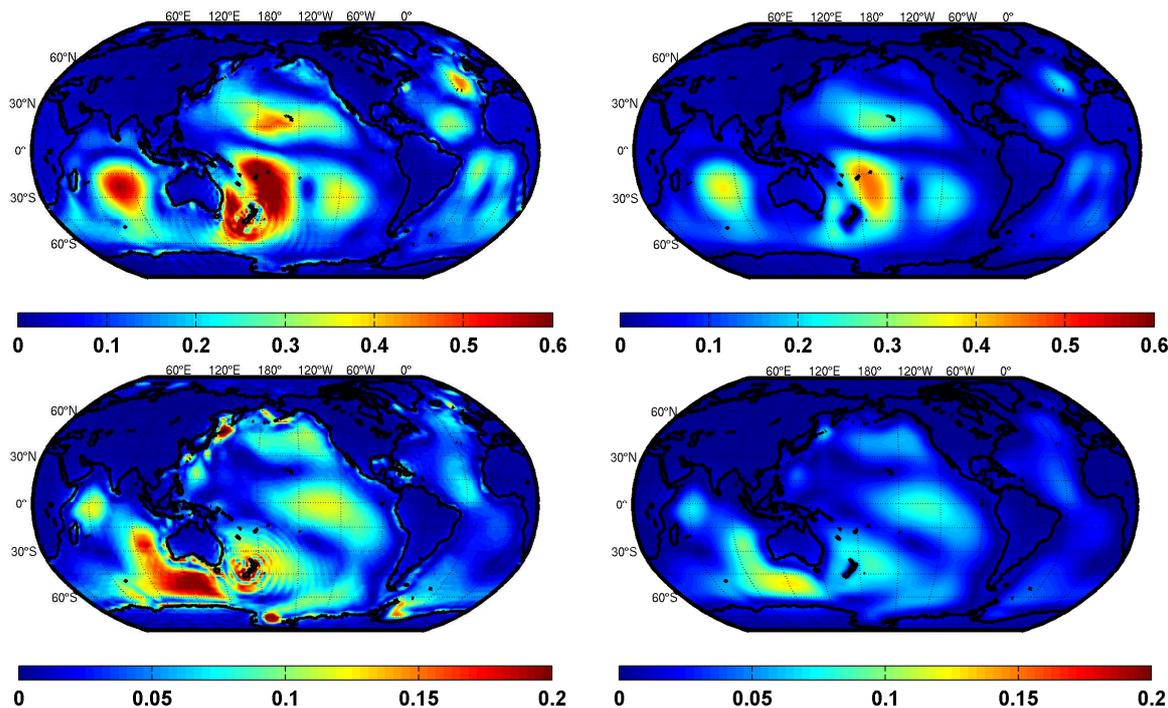


**Abbildung 4.3:** Stärke des instantanen ozeaninduzierten Magnetfeldes in nT, das durch das gesamte Gezeitenpotential verursacht wurde: Referenzfeld (unten); Differenz bei 10%-iger Abschwächung des Hintergrundmagnetfeldes (links oben); Differenz bei 10%-iger Zunahme des Hintergrundmagnetfeldes (rechts oben).

magnetischen Signals aufgrund der 10%-igen Abschwächung des Hauptfeldes beträgt bei der  $M_2$ - maximal 0,6 nT und bei  $O_1$ -Partialtide 0,2 nT, das die Annahme der linearen Änderung durch die Variation des Hintergrundmagnetfeldes bestätigt.

### 4.3 Variationen der Sedimentleitfähigkeit

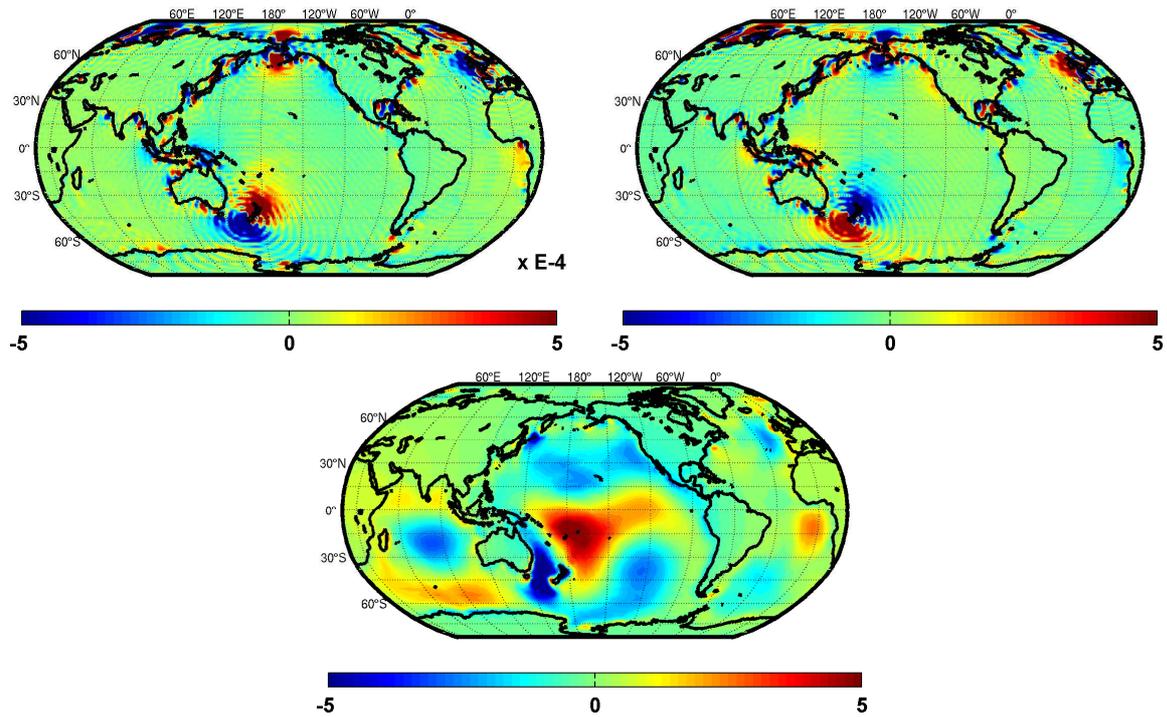
Zuletzt wurde der Einfluss der elektrischen Leitfähigkeit der Sedimente auf das induzierte Magnetfeld untersucht. Wie bereits bei vorangegangenen Untersuchungen, wurde auch hier der Parameter der Leitfähigkeit für die Berechnung zunächst um 10% abgeschwächt und anschließend um 10% stärker angenommen. Abbildung 4.5 zeigt die Auswirkung der Variation der Leitfähigkeit auf das instantane Feld. In dem unteren instantanen Feld ist der Referenzzustand zu sehen. Links oben ist die Differenz zwischen dem Referenzzustand und einer Lösung bei der Annahme eines schwächeren Leitfähigkeitsfeldes der Sedimentschicht dargestellt. Rechts oben ist analog dazu die Differenz zu einem Feld mit stärkerem Leitfähigkeitsfeld abgebildet. Das Referenzbild umfasst den Wertebereich von -5 nT bis 5 nT, die Differenzfelder von  $-5$  bis  $5 \cdot 10^{-4}$  nT. Daraus ist ersichtlich, dass der Einfluss der Leitfähigkeit der Sedimente auf das induzierte Magnetfeld relativ gering ist. Die Bestimmung der Sedimentleitfähigkeit ist sehr kompliziert. Bei den zur Verfügung stehenden Modellen handelt es sich lediglich um Schätzungen. Es ist daher von Vorteil, dass die Variation der Leitfähigkeit das Ergebnis der Prädiktion poloidaler ozeangenerierter Magnetfelder nicht entscheidend beeinflusst. Die auffälligen ringförmigen Strukturen in den Differenzfeldern sind ein artifizierlicher Effekt, der durch die numerische Lösung zustande kommt.



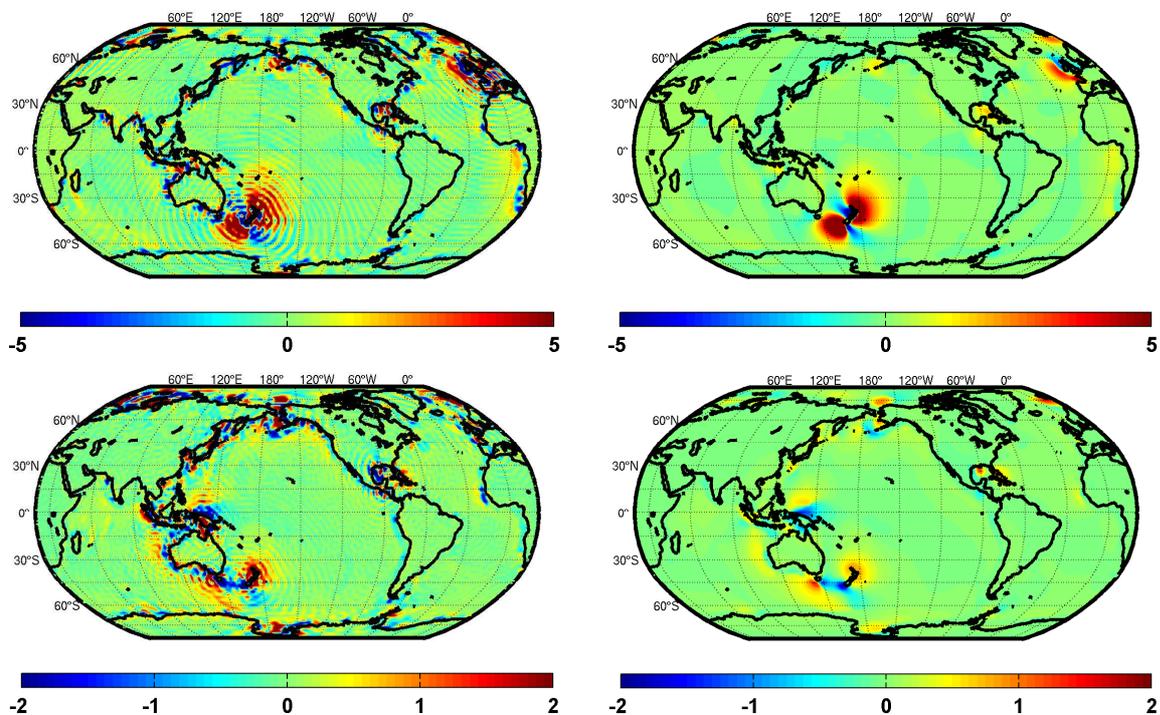
**Abbildung 4.4:** Differenz zwischen Referenzzustand und einem Feld, das mit 10%-iger Abschwächung des Hintergrundmagnetfeldes berechnet wurde, für  $M_2$  (oben) und  $O_1$  (unten) an der Wasseroberfläche (links) und in 400 km Höhe (rechts) in nT.

Eine leichte Erscheinung dieses Effektes lässt sich schon bei Differenzfeldern vorangegangener Analysen feststellen. Es ist zu vermuten, dass dieser Effekt durch einen Stellenabbruch bei sehr kleinen Zahlen zustande kommt.

In Abbildung 4.6 sind Differenzen zwischen Referenzzustand und einer Lösung mit verringerter Leitfähigkeit für die  $M_2$ - (oben) und  $O_1$ -Partialtide (unten) dargestellt. Der Wertebereich reicht von  $-5$  bis  $5 \cdot 10^{-4}$  nT für die  $M_2$ - und  $-2$  bis  $2 \cdot 10^{-4}$  nT für die  $O_1$ -Partialtide. Die links angeordneten Bilder zeigen die Resultate an der Wasseroberfläche, in den Bildern rechts sind die berechneten Werte in Satellitenhöhe zu sehen. Bei der Sensitivitätsanalyse der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten und des Hintergrundmagnetfeldes konnte bei der Bildung der Differenzen zwischen dem Referenzzustand und dem veränderten Zustand lediglich eine Abnahme oder Verstärkung der Amplituden des induzierten Magnetfeldes erkannt werden. Demgegenüber zeigt die Analyse der leitfähigen Sedimentschicht einen interessanten Effekt. Die Verringerung der elektrischen Leitfähigkeit führt nicht generell zu einer Abnahme des magnetischen Signals. Dicht an Stellen, an denen es zu einer Signalabnahme kommt, ist gleichzeitig eine Signalverstärkung zu beobachten. Dieser Effekt lässt sich damit erklären, dass eine kleinere Leitfähigkeit der Sedimentschicht den elektrischen Widerstand dieser Schicht erhöht, so dass die fließenden Kurzschluß-Ströme in andere Region verlagert werden, um die Entladung der elektrischen Felder zu ermöglichen.



**Abbildung 4.5:** Stärke des instantanen ozeaninduzierten Magnetfeldes, das durch das gesamte Gezeitenpotential verursacht wurde: Referenzfeld (in nT, unten); Differenz bei 10%-iger Abschwächung der Sedimentleitfähigkeit (in  $10^{-4}$  nT, links oben); Differenz bei 10%-iger Zunahme der Sedimentleitfähigkeit (in  $10^{-4}$  nT, rechts oben).



**Abbildung 4.6:** Differenz zwischen Referenzzustand und einem Feld, das mit 10%-iger Abschwächung der Sedimentleitfähigkeit berechnet wurde, für  $M_2$  (oben) und  $O_1$  (unten) an der Wasseroberfläche (links) und in 400 km Höhe (rechts) in  $10^{-4}$  nT.

# Zusammenfassung und Ausblick

Das im Außenraum gemessene Erdmagnetfeld ist ein aus verschiedenen Anteilen zusammengesetztes Mischsignal, welches Informationen über unterschiedliche physikalische Prozesse der Erde beinhaltet. Genaue Beobachtung, Identifikation und Separierung der einzelnen Magnetfeldanteile und deren richtige Interpretation dienen daher im Zusammenhang mit anderen Messmethoden als Informationsquelle. Mit deren Hilfe können nicht sichtbare oder direkt beobachtbare physikalische Vorgänge der Erde verstanden werden.

Ein schwacher Anteil des im Außenraum detektierbaren Erdmagnetfeldes wird durch die Wasserströmungen in Ozeanen induziert. Die Ursache für die Entstehung solcher sekundärer Magnetfelder ist in den Bewegungen salzhaltiger Wassermassen relativ zum Hintergrundmagnetfeld der Erde zu suchen. Gelöste Salze im Meerwasser bilden elektrische Ladungen, die aufgrund der Bewegung im magnetischen Hauptfeld der Erde der Lorentz-Kraft unterliegen. Auf diese Weise werden positive und negative elektrische Ladungen voneinander getrennt und dadurch elektrische Felder aufgebaut. Durch Kurzschluss-Ströme in elektrisch leitfähigen Medien können diese entladen werden. Folglich induzieren die in den Kurzschluss-Strömen bewegten elektrischen Ladungen das sekundäre Magnetfeld. Das ozeaninduzierte Magnetfeld lässt sich in einen toroidalen und einen poloidalen Anteil zerlegen. Während sich der stärkere toroidale Anteil ausschließlich auf den Raum des Ozeans und der leitfähigen Sedimentschicht beschränkt, reicht der intensitätsschwächere poloidale Anteil bis in die als elektrisch nicht leitfähig betrachtete Atmosphäre. Durch die steigende Genauigkeit der Magnetometermessungen ist es heutzutage möglich geworden, solche schwachen ozeaninduzierten Magnetfeldanteile in den Satellitenbeobachtungen und Aufzeichnungen küstennaher Messstationen zu identifizieren.

Die ozeanischen Strömungen können in allgemeine Zirkulation und Gezeiten geteilt werden. Die durch Gezeitenkräfte getriebenen Wasserströmungen unterliegen starken kurzperiodischen Variationen, die sich in den ozeaninduzierten magnetischen Signalen widerspiegeln. Die regelmäßigen Variationen des schwachen magnetischen Signals ermöglichen seine Erkennung in den Beobachtungsdaten. 2003 ist es Tyler u.a. gelungen, die stärkste Partialtide  $M_2$  in den Beobachtungsdaten des Satelliten CHAMP nachzuweisen. Die Schwierigkeiten bei der Separierung schwacher Anteile aus dem gesamten Mischsignal können mit einer numerischen Prädiktion der zu erwartenden Signale erleichtert werden.

Mit dieser Arbeit wurde das Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten (OMCT) um eine Berechnungsroutine erweitert, die die Prädiktion ozeaninduzierter poloidaler Magnetfelder ermöglicht. Bei der Vorwärtsrechnung wird zunächst mittels des OMCT-Modells eine globale ozeanische Dynamik simuliert, welche durch das Gezeitenpotential von Sonne und Mond angetrieben wird. Zusätzlich zu den Informationen über die Wasserströmungen gehören noch das Hintergrundmagnetfeld und die Kenntnis der elektrischen Leitfähigkeit des Meerwassers und der darunter

liegenden Sedimentschicht zu den Eingangsdaten. Diese werden zur Lösung der so genannten Stromfunktion, eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, benötigt. Die Lösung der Stromfunktion gibt Auskunft über die Verteilung und Intensität der horizontalen Kurzschluss-Ströme im Ozean, welche die sekundären poloidalen Magnetfelder induzieren. Die Intensität und räumliche Verteilung der aus der Stromfunktion abgeleiteten Magnetfelder bezieht sich auf die Wasseroberfläche. Unter der Annahme einer nichtleitenden Atmosphäre können mittels einer harmonischen Fortsetzung die ozeaninduzierten Magnetfelder in Satellitenhöhe berechnet werden.

Die Prädiktion ozeaninduzierter Magnetfelder wurde für das gesamte Gezeitenpotential, wie auch für einzelne ausgewählte Partialtiden durchgeführt. Das stärkste Signal ergab die halbtägige, durch den Mond hervorgerufene,  $M_2$ -Partialtide mit der Amplitude von ca. 6 nT an der Wasseroberfläche. Die Amplituden weiterer Partialtiden erreichten bis zu 2,5 nT ( $K_1$ ). Durch die harmonische Fortsetzung in Satellitenhöhe wurde das magnetische Signal abgeschwächt, so dass die Signalstärke der  $M_2$ -Partialtide in 400 km Höhe einen maximalen Wert von ca. 4 nT erreichte. Die räumlichen Muster und Amplituden errechneter Ergebnisse wurden anschließend mit den in der Literatur publizierten Ergebnissen von Tyler u. a. (2003) für die  $M_2$ -Partialtide sowie von Maus und Kuvshinov (2004) für ausgewählte Partialtiden verglichen. Es konnte eine gute Übereinstimmung der globalen Muster festgestellt werden. Kleine lokale räumliche Diskrepanzen können auf unterschiedliche Eingangsdaten einzelner Berechnungen zurückgeführt werden, die vor allem durch verschiedene Modelle der ozeanischen Dynamik bedingt sind.

Anschließend wurde eine Sensitivitätsanalyse der Eingangsdaten durchgeführt, in der durch Variationen einzelner Eingangsgrößen ihr Einfluss auf das induzierte Magnetfeld untersucht wurde. Zu diesem Zweck wurden die Eingangsgrößen einzeln für jede neue Prädiktion variiert. Die Untersuchung hat den aus der Stromfunktion ersichtlichen linearen Zusammenhang der leitfähigkeitsgewichteten Geschwindigkeiten der Ozeanströmungen und des Hintergrundmagnetfeldes bestätigt. In diesen beiden Fällen hat eine 10%-ige Änderung der Eingangsgröße eine Amplitudendifferenz des induzierten Magnetfeldes hervorgerufen, die ebenfalls 10% beträgt. Zusätzlich wurde gezeigt, dass die Sedimentleitfähigkeit dagegen nur einen geringen Einfluss auf die induzierten Magnetfelder hat.

Die in dieser Arbeit berechnete und untersuchte Prädiktion beschränkt sich ausschließlich auf ozeaninduzierte Magnetfelder, die von lunisolen Gezeitenkräften hervorgerufen werden. Nach einer erfolgreichen Validierung der OMCT-Berechnungsroutine mit Prädiktionen anderer Wissenschaftler kann anschließend in weiteren Arbeiten eine Prädiktion der durch die allgemeine Zirkulation hervorgerufenen Anteile der ozeaninduzierten Magnetfelder geschätzt werden, wie es z. B. Vivier u. a. (2004) für den antarktischen Zirkumpolarstrom durchgeführt hat.

Der Nachweis der  $M_2$ -Partialtide in den Messdaten von CHAMP stellt den ersten Schritt für die Identifikation der ozeaninduzierten Signale in den Satellitenbeobachtungen dar. Mit einer genaueren Bestimmung anderer Anteile des magnetischen Gesamtsignals und einer Weiterentwicklung der Messdatenaufbereitung kann die Detektierbarkeitsschwelle für die aufgezeichneten Magnetometermessungen verringert werden, so dass in vorhandenen Datensätzen auch Signale anderer Partialtiden nachgewiesen werden könnten. Im Hinblick auf die zukünftige Satellitenmission SWARM, mit dem geplanten Start im Jahr 2010, ist eine weitere Steigerung der Messgenauigkeit zu erwarten, welche eine Identifizierung ozeangenerierter magnetischer Messsignale ermöglichen wird. Eine Abschätzung von räumlichen Mustern und Stärke der zu erwartenden schwachen Signalanteile spielt für die Identifikation und Interpretation der Beobachtungsdaten

eine wichtige Rolle. Nach erfolgreicher Separierung der ozeaninduzierten Signale aus Satellitenmessdaten kann als nächstes Ziel eine Validierung zwischen Beobachtungen und modellierten Daten angestrebt werden, welche zum besseren Verständnis des Erdmagnetfeldes auf der einen und den dynamischen Prozessen in Ozeanen auf der anderen Seite beitragen kann. Mit der globalen Beobachtbarkeit der ozeaninduzierten Magnetfelder eröffnet sich ein neues wissenschaftliches Feld, an dessen Ziel die Observation der ozeanischen Zirkulation um eine neue, von anderen Messtechniken unabhängige Methode ergänzt werden kann.



# Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Symbol	Physikalische Größe	Si-Einheit
$\mathbf{K}$	elektromagnetische Kraft	$[\mathbf{K}] = \text{N} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$
$\mathbf{E}$	elektrische Feldstärke	$[\mathbf{E}] = \frac{\text{N}}{\text{As}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$
$\mathbf{E}_H$	horizontale Komponente der elektrischen Feldstärke $\mathbf{E}_H = (u, v, 0)^T$	$[\mathbf{E}_H] = \frac{\text{N}}{\text{As}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$
$\mathbf{H}$	magnetische Feldstärke	$[\mathbf{H}] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$
$\mathbf{J}$	elektrische Stromdichte	$[\mathbf{J}] = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$
$\mathbf{B}$	magnetische Flussdichte	$[\mathbf{B}] = \text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
$\mathbf{F}$	magnetische Flussdichte des Hintergrundfeldes	$[\mathbf{F}] = \text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
$F_z$	vertikale Komponente der magnetischen Flussdichte des Hintergrundfeldes	$[F_z] = \text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
$\mathbf{b}$	magnetische Flussdichte des ozeaninduzierten Magnetfeldes	$[\mathbf{b}] = \text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
$b_r$	vertikale Komponente magnetischer Flussdichte des ozeaninduzierten Magnetfeldes	$[b_r] = \text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
$\mathbf{D}$	elektrische Verschiebungsdichte	$[\mathbf{D}] = \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
$P$	magnetisches Potential	$[P] = \text{mT}$
$\rho$	räumliche (elektrische) Ladungsdichte	$[\rho] = \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V s}}{\text{A m}}$	$[\mu_0] = \frac{\text{V s}}{\text{A m}} = \frac{\text{H}}{\text{m}}$
$\mu_r$	Permeabilitätszahl	-
$\mu_e$	magnetische Permeabilität $\mu_e = \mu_r \mu_0$	$[\mu_e] = \frac{\text{V s}}{\text{A m}} = \frac{\text{H}}{\text{m}}$
$\sigma$	elektrische Leitfähigkeit	$[\sigma] = \frac{\text{S}}{\text{m}}$
$\sigma_w$	elektrische Leitfähigkeit des Wassers	$[\sigma_w] = \frac{\text{S}}{\text{m}}$
$\sigma_s$	elektrische Leitfähigkeit der Sedimentschicht	$[\sigma_s] = \frac{\text{S}}{\text{m}}$

Symbol	Physikalische Größe	SI-Einheit
$\Sigma$	über die dünne Schicht $h$ aufintegrierte Leitfähigkeit	$[\Sigma] = \text{S}$
$N$	Refraktionsindex $N = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$	-
$\epsilon$	elektrische Permittivität $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$	$[\epsilon] = \frac{\text{F}}{\text{m}}$
$\epsilon_0$	elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$	$[\epsilon_0] = \frac{\text{A s}}{\text{V m}} = \frac{\text{F}}{\text{m}}$
$\epsilon_r$	Permittivitätszahl (für Ozeanwasser: $\epsilon_r \approx 80$ )	-
$\mathbf{A}$	magnetisches Vektorpotential	$[\mathbf{A}] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}}$
$q$	elektrische Ladung	$[q] = \text{C} = \text{As}$
$\phi$	elektrisches Potential	$[\phi] = \text{V}$
$\psi$	Stromfunktion	$[\psi] = \text{A}$
$\mathbf{Y}_{j,m}$	Kugelflächenfunktionen mit Grad $j$ und Ordnung $m$	-
$\mathbf{u}$	Geschwindigkeit ozeanischer Wasserströmungen $\mathbf{u} = u \mathbf{e}_x + v \mathbf{e}_y + w \mathbf{e}_z$	$[\mathbf{u}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\bar{\mathbf{u}}^*$	leitfähigkeitsgewichtete Geschwindigkeit der Wasserströmung	$[\bar{\mathbf{u}}^*] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\mathbf{u}_H$	horizontale Geschwindigkeitskomponente ozeanischer Wasserströmungen $\mathbf{u}_H = (u, v, 0)^T$	$[\mathbf{u}_H] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\tilde{\mathbf{u}}$	Geschwindigkeit $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_c(1 - N^2)$	$[\tilde{\mathbf{u}}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\mathbf{u}_s$	Rotationsgeschwindigkeit der festen Erde $\mathbf{u}_s = \Omega r_z \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi$	$[\mathbf{u}_s] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\mathbf{u}_c$	relative Geschwindigkeit des leitfähigen Mediums	$[\mathbf{u}_c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\Omega$	Rotationsgeschwindigkeit der Erde	$[\Omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$h$	vertikale Schicht über Ozeantiefe und leitfähige Sedimentschicht	$[h] = \text{m}$
$a$	Erdradius	$[a] = \text{m}$
$r$	Abstand vom Geozentrum	$[r] = \text{m}$
$\varphi$	geographische Länge	$[\varphi] = \text{rad}$
$\vartheta$	Kobreite (Polwinkel)	$[\vartheta] = \text{rad}$
$\mathbf{n}$	Normalenvektor	-
$s$	Salzgehalt (dimensionslose Einheit PSU (practical salinity units))	-

Symbol	Physikalische Größe	Si-Einheit
$\omega$	Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$	$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$t$	Zeit	$[t] = \text{s}$
$T$	Temperatur	$[T] = \text{°C}$
$\Phi$	poloidales, magnetisches Skalar-Potential	$[\Gamma] = \text{mT}$
$\Gamma$	toroidales, magnetisches Skalar-potential	$[\Phi] = \text{m}^2\text{T}$



# Literaturverzeichnis

- Apel, J. R. (1987). *Principles of ocean physics*, Band 38 of International Geophysics Series. Academic Press.
- Bronstein, I. N., Semendjaev, K., Musiol, G. und Mühlig, H. (1997). *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch.
- Dobslaw, H. (2007). *Modellierung der allgemeinen ozeanischen Dynamik zur Korrektur und Interpretation von Satellitendaten*. PhD thesis, Technische Universität Dresden. S. 17-19.
- Drijfhout, S., Heinze, C., Latif, M. und Maier-Reimer, E. (1996). *Mean circulation and internal variability in an ocean primitive equation model*. Journal of Physical Oceanographie, 26:559–580.
- Egbert, G. und Erofeeva, S. (2002). *Efficient inverse modelling of barotropic ocean tides*. J. Atmos. Oceanic Technol., 19:183–204.
- Greiner-Mai, H., Ballani, L. und Stromeyer, D. (2004). *The poloidal geomagnetic field in differentially rotating upper core layer*. Geophysical Journal International, 158:864–873.
- Kuvshinov, A., Avdeev, D., Pankratov, O., Golyshev, S. und Olsen, N. (2002). *Modelling electromagnetic fields in a 3D spherical earth using a fast integral equation approach*. In Three-dimensional electromagnetics, Proceedings of the second international symposium, chapter 3. Elsevier.
- Kuvshinov, A. und Olsen, N. (2005). *Earth observation with CHAMP, Results from three years in orbit*, chapter 3-D modelling of the magnetic fields due to ocean tidal flow, S. 359–361. Springer.
- Macmillan, S. und Quinn, J. M. (2000a). *The 2000 revision of the joint UK/US geomagnetic field models and an IGRF2000 candidate model*. Earth, Planets and Space, 52:1149–1162.
- Macmillan, S. und Quinn, J. M. (2000b). *The derivation of World Magnetic Model 2000*. Technical report, British Geological Survey Technical Report WM/00/17R.
- Malin, S. R. C. und Chapman, S. (1970). *The Determination of Lunar Daily Geophysical Variations by the Chapman-Miller Method*. Geophysical Journal International, 19:15–35.
- Maus, S. und Kuvshinov, A. (2004). *Ocean tidal signals in observatory and satellite magnetic measurements*. Geophysical Research Letters, 31:L15313.
- Niedrig, H. (1992). *Physik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- Nolting, W. (1993). *Grundkurs: Theoretische Physik - 3. Elektrodynamik*. Verlag Zimmermann-Neufang Ulmen 3. Auflage.
- Olsen, N. (2002). *A model of the geomagnetic field and its secular variation for epoch 2000 estimated from Ørsted data*. *Geophysical Journal International*, 149:454–462.
- Sterz, M. (2004). *Einfluss ozeanischer Strömungen auf das Erdmagnetfeld*. Master's thesis, TU-Dresden. S.47.
- Thomas, M. (2002). *Ozeanisch induzierte Erdrotationsschwankungen - Ergebnisse eines Simultanmodells für Zirkulation und ephemeridische Gezeiten im Weltozean*. PhD thesis, Institut für Meereskunde, Universität Hamburg.
- Tyler, H. R. (1995). *Electromagnetic fields generated by ocean currents and the potential for using geomagnetic data in ocean and climate studies*. PhD thesis, Department of Atmospheric and Oceanic Sciences McGill University.
- Tyler, R. H., Maus, S. und Lühr, H. (2003). *Satellite observations of magnetic fields due to ocean tidal flow*. *science*, 299:239–241.
- Tyler, R. H. und Mysak, L. A. (1995). *Motionally-induced electromagnetic fields generated by idealized ocean currents*. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. Tyler Dissertation Part C.
- Tyler, R. H., Sanford, T. B. und Oberhuber, J. M. (1997). *Geophysical challenges in using large-scale ocean-generated em fields to determine the ocean flow*. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 49:1351–1372.
- Venestrom, S., Friis-Christensen, E., Lühr, H., Moretto, T., Olsen, N., Manoj, C., Ritter, P., Rastätter, L., Kuvshinov, A. und Maus, S. (2005). *DSRI Report 2/2004 Swarm The impact of combined magnetic and electric field analysis and of ocean circulation effects on Swarm mission performance*. ISSN 1602-527 DSRI Danish Space Research Institute.
- Vivier, F., Meier-Reimer, E. und Tyler, R. H. (2004). *Simulations of magnetic fields generated by the antarctic circumpolar current at satellite altitude: Can geomagnetic measurements be used to monitor the flow?* *Geophysical Research Letters*, 31:L10306.
- Wolff, J., Maier-Reimer, E. und Legutke, S. (1997). *The Hamburg Ocean Primitive Equation Model HOPE*. Technical report, Deutsches Klimarechenzentrum, Hamburg.

