

d

VERÖFFENTLICHUNG
DES KÖNIGL. PREUSZISCHEN GEODÄTISCHEN INSTITUTES

NEUE FOLGE No. 27

BESTIMMUNG
DER
ABSOLUTEN GRÖSZE DER SCHWERKRAFT
ZU
POTSDAM
MIT REVERSIONSPENDELN

VON

PROF. DR. F. KÜHNEN UND PROF. DR. PH. FURTWÄNGLER



Acc. 1162



BERLIN

DRUCK UND VERLAG VON P. STANKIEWICZ' BUCHDRUCKEREI

1906

Vorwort.

Bei der grundlegenden Bedeutung, die die Schweremessungen für die Bestimmung der Gestalt der Erde haben, ist es eine der wichtigsten Aufgaben des Geodätischen Instituts, neben den relativen Schweremessungen auch eine Bestimmung der absoluten Größe der Schwerkraft zu machen.

Im Jahre 1894 führte der Direktor des Instituts, Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. HELMERT, in dem neu errichteten Gebäude des Geodätischen Instituts zu Potsdam einige orientierende Versuche über die absolute Schwerkraftbestimmung aus. Dabei zeigte sich ein auffallend großer Unterschied zwischen dem Ergebnis eines neu konstruierten Sekundenpendels und dem eines gleich schweren Halbsekundenpendels. Nachdem dann in der Biegung der Pendel, einer bisher nicht berücksichtigten Fehlerquelle, die Ursache des Unterschiedes erkannt worden war, entstand der Wunsch, gleichzeitig mit der Bestimmung der Schwerkraft auch eine Vergleichung von Pendelapparaten vorzunehmen und nachzuforschen, ob vielleicht noch weitere unberücksichtigte Fehlerquellen zu den Differenzen in den absoluten Schwerkraftbestimmungen Veranlassung gäben. Herr Geheimrat HELMERT wandte sich deshalb an die k. und k. Gradmessungskommission zu Wien und an den Direktor der Sternwarte zu Padua, Herrn LORENZONI, mit der Bitte um leihweise Überlassung ihrer Pendelapparate. In bereitwilligster Weise wurde dieser Bitte entsprochen. Im Jahre 1898 beauftragte Herr Geheimrat HELMERT die Unterzeichneten mit der Ausführung der beabsichtigten Schwerkraftbestimmung, womit vergleichende Untersuchungen der Pendelapparate verbunden werden sollten.

Herr Geheimrat HELMERT hat unseren Arbeiten stets großes Interesse entgegengebracht und uns durch seinen Rat, namentlich auch bei der Drucklegung, unterstützt.

Unter den günstigsten Umständen konnten wir mit Benutzung der reichen wissenschaftlichen Hilfsmittel des Geodätischen Instituts unsere Aufgabe nach jeder Richtung hin bearbeiten. Unsere hauptsächlichsten Studien haben wir in der vorliegenden Veröffentlichung niedergelegt, die durch den ungünstigen Umstand erschwert und verzögert wurde, daß der eine von uns, Prof. FURTWÄNGLER, im Jahre 1904 als Professor der Mathematik an die Königl. Landwirtschaftliche Akademie zu Bonn-Poppelsdorf berufen wurde.

Den Abschnitt über die Uhrgänge und ihre Genauigkeit hat unser Kollege, Herr B. WANACH, verfaßt. Hierfür sowie auch besonders für die unermüdliche Bereitwilligkeit, mit der er die astronomischen Zeitbestimmungen und die Ableitung der momentanen Uhrgänge ausführte, sind wir ihm vielen Dank schuldig.

Dankend sei auch erwähnt, daß sich Herr Dr. KARL D. P. ROSÉN aus Stockholm, jetzt Professor im schwedischen Generalstab, im Jahre 1899 mit Eifer an einigen unserer Untersuchungen beteiligte, und ferner, daß Herr G. FÖRSTER, wissenschaftlicher Hilfsarbeiter im Königl. Geodätischen Institut, vielfach Rechnungen für uns ausführte und an dem Lesen der Korrekturen teilnahm.

Potsdam, Juli 1906.

Prof. Dr. KÜHNEN,

Abteilungsvorsteher
im Königl. Geodätischen Institut
zu Potsdam.

Prof. Dr. FURTWÄNGLER,

Professor der Mathematik
an der Königl. Landwirtschaftlichen Akademie
zu Bonn-Poppelsdorf.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung	Seite IX
----------------------	-------------

I. Teil.

Die Pendel schwingen mit Schneiden auf ebener Unterlage.

I. Der Beobachtungsraum und die Apparate.

§ 1. Der Beobachtungsraum	I
§ 2. Beobachtungspfeiler, Pendelstativ, Pendelschrank, Pendelkonsole, Libellen, Aufhängevorrichtung, Fadenpendel	2
§ 3. Die Pendel	4
§ 4. Die Schneiden	5
§ 5. Der Koinzidenzapparat	5
§ 6. Der Komparator	6
§ 7. Der Apparat zur Schwerpunktsbestimmung und verschiedene Hilfsapparate	6
§ 8. Die geographischen Koordinaten	7

II. Untersuchung und Justierung der Apparate.

§ 9. Untersuchung und Justierung der Pendelunterlage. Mitschwingen	8
§ 10. Die Symmetrie und die Elastizität der Pendel	10
§ 11. Untersuchung der Universal-Schneiden	12
§ 12. Die Thermometer	20
§ 13. Die Justierung des Komparators	23
§ 14. Der Pendelmaßstab	23
§ 15. Die Mikrometerschrauben	27

III. Beschreibung der Beobachtungen.

§ 16. Allgemeines Beobachtungsschema	29
§ 17. Vorbereitungen für eine Schwerebestimmung	30
§ 18. Beobachtung der Schwingungsdauer	30
§ 19. Längenmessung und Schwerpunktsbestimmung	32
§ 20. Mikroskopische Beobachtung der Bewegung der Schneiden	32

IV. Reduktionsformeln.

§ 21. Berechnung der unreduzierten Schwingungsdauer	34
§ 22. Amplitudenreduktion	35
§ 23. Temperaturreduktion	37
§ 24. Reduktion wegen variabler Luftdichte	41

	Seite
§ 25. Reduktion auf Sternzeitsekunden	41
§ 26. Ableitung des Schneidenabstandes	41
§ 27. Abstand des Schwerpunktes von den Schneiden	43
§ 28. Berechnung der Länge des Sekundenpendels	44
§ 29. Das Mitschwingen der Pendelunterlage	49
§ 30. Die elastische Biegung des Pendels	69

V. Ableitung der Uhgänge.

§ 31. Ableitung der Uhgänge und Untersuchung über ihre Genauigkeit von B. WANACH	77
--	----

VI. Übersicht und Zusammenstellung der ausgeführten Schwerebestimmungen.

§ 32. Tabellen über die Beobachtungen und Ergebnisse der Schwerebestimmungen	119
Tabelle 1 bis 5. Beobachtungen des italienischen Pendels in allen Kombinationen der Gewichts- und Schneidenvertauschung	120
Tabelle 1. Beobachtungen der Koinzidenzen, der zugehörigen Amplituden, Temperaturen usw.	120
" 2. Beispiel zur Berechnung des Koinzidenzenintervalls	152
" 3. Längenmessung des Schneidenabstandes	154
" 4. Bestimmung des Schraubenwertes	162
" 5. Schwerpunktsbestimmungen	163
Tabelle 6 bis 9. Zusammenfassung sämtlicher Beobachtungen und Reduktionen für die Messungen mit Schneiden in den Pendeln	164
Tabelle 6. Koinzidenzenintervall und Schwingungsdauer	164
" 7. Längenmessung des Schneidenabstandes	186
" 7a. Reduzierter Schneidenabstand	212
" 8. Schwerpunktsbestimmungen	214
" 9. Berechnung der Länge des einfachen Sekundenpendels	216

II. Teil.

Die Pendel schwingen mit ebenen Flächen auf einer feststehenden Schneide.

VII. Apparate und Einrichtungen.

§ 33. Vorbemerkungen	237
§ 34. Die Prismen mit den Schwingungsflächen	237
§ 35. Die Schneide	246
§ 36. Der Vakuumzylinder	247
§ 37. Optische Koinzidenzen	248

VIII. Beobachtungsart und Reduktionsformeln.

§ 38. Einige Änderungen in den Beobachtungen und ihrem Schema	250
§ 39. Änderungen in der Reduktion der Beobachtungen	251
§ 40. Die Reduktionskonstanten der Luftdichte und die Reduktion wegen Unsymmetrie der Pendel	253
§ 41. Das Mitschwingen der Pendelunterlage	261

IX. Übersicht und Zusammenstellung der ausgeführten Schwerebestimmungen.

§ 42. Tabellen über die Beobachtungen und Ergebnisse der Schwerebestimmungen	265
Tabelle 10. Koinzidenzenintervall und Schwingungsdauer	266
" 11. Längenmessung des Flächenabstandes	284
" 11a. Reduzierter Flächenabstand	298
" 12. Schwerpunktsbestimmungen	300
" 13. Berechnung der Länge des einfachen Sekundenpendels	302

III. Teil.

Genauigkeitsuntersuchungen und Ableitung des Schlußergebnisses.

X. Genauigkeit der Beobachtungen.		Seite
§ 43.	Genauigkeit der Schwingungszeiten	319
§ 44.	Genauigkeit der Bestimmung des Schneidenabstandes bzw. des Flächenabstandes	353
§ 45.	Genauigkeit der Schwerpunktsbestimmungen	355
§ 46.	Genauigkeit der berechneten Pendellängen	355
XI. Das Schlußergebnis.		
§ 47.	Ableitung des Schlußergebnisses	361
§ 48.	Vergleichung mit anderen Schwerkraftsbestimmungen	371

Anhang.

Untersuchungen über die Unsymmetrie der einzelnen Pendel.

Berichtigung.

Auf Seite 49 oben sind die Zahlenangaben durch folgende zu ersetzen:

	Schweres Gewicht bei der Schneidenfassung	
	mit	ohne
	Firmabezeichnung	
1. Sekundenpendel des Geodätischen Instituts	— 5.0 μ \pm 1.3 μ	+ 0.9 μ \pm 2.6 μ
2. Italienisches Pendel	— 12.4 μ \pm 1.0 μ	— 9.6 μ \pm 2.2 μ
3. Schweres österreichisches Pendel	— 1.4 μ \pm 1.2 μ	+ 1.0 μ \pm 3.5 μ
4. Leichtes - - -	+ 3.4 μ \pm 3.1 μ	—
5. Halbsekundenpendel	+ 4.2 μ \pm 0.9 μ	— 6.7 μ \pm 0.9 μ

Auf Seite 68 sind die Zahlen der Tabelle *U* durch folgende zu ersetzen:

c ^m 9942234	c ^m 9942261
o.9942157	o.9942261
o.9942194	o.9942265

Auf Seite 183, in Tabelle 6, 9. Zeile von unten, lies kleiner statt hoher,

" " 185, " " 6, 1. " " oben, " " " " "

" " 187, " " 6, 1. " " " " " " "

Einige kleinere Druckfehler, sowie einige belanglose, durch Abrundung entstandene Ungenauigkeiten in der letzten Dezimale sind nicht berichtigt.

Einleitung.

Zu den absoluten Schwerkraftsmessungen, die den Gegenstand der vorliegenden Arbeit bilden, ist das Reversionspendel benutzt;¹⁾ es sei daher hier als Einleitung das Wichtigste aus der historischen Entwicklung der Theorie und Praxis dieses Pendels wiedergegeben.²⁾

Prinzip des Reversionspendels.

Bezeichnet M die Masse eines einfachen physischen Pendels, I sein Trägheitsmoment für die Drehachse und h den Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse, so gilt, ohne Berücksichtigung der störenden Einflüsse, für die Schwingungsdauer T des Pendels:

$$T^2 = \pi^2 \frac{l}{g},$$

wo l , die Länge des gleichschwingenden mathematischen Pendels, durch die Beziehung:

$$l = \frac{I}{Mh}$$

gegeben ist, und g die Beschleunigung der Schwerkraft bedeutet. Als Drehachse des Pendels gilt die äußerste Kante einer Schneide, die sich in der Regel im Pendel befindet. Zur Bestimmung von g ist daher T und l zu ermitteln. Während nun T direkt zu beobachten ist, gilt das gleiche nicht für l , da bei dem einfachen Pendel die Länge nicht präzise genug fixiert werden kann. Diesem Übelstande hilft das Reversionspendel ab, bei dem die Länge l direkt meßbar in die Erscheinung tritt.

Das Reversionspendel beruht auf der zuerst von CHR. HUYGENS erkannten Reziprozität von Drehpunkt und Schwingungsmittelpunkt eines Pendels. Man erhält den Drehpunkt, wenn man vom Schwerpunkt das Lot auf die Drehachse fällt, und den Schwingungsmittelpunkt, wenn man vom

¹⁾ Außer mit dem Reversionspendel sind auch noch mit dem Fadenpendel absolute Schwerkraftsmessungen ausgeführt, denen durch F. W. BESSEL ihre definitive Gestalt gegeben ist; man vergl. *Abhandlungen der Berliner Akademie 1826, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels*, und ebenda 1830, *Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht*.

²⁾ Eine ausführliche Darstellung der Theorie des Reversionspendels findet man bei F. R. HELMERT, *Beiträge zur Theorie des Reversionspendels, Veröffentl. des Preuß. Geod. Inst. und Centralbureaus der Intern. Erdm., Potsdam 1898*. — Bei unseren Arbeiten haben wir dieses Werk als Grundlage für unsere Untersuchungen benutzt, wir zitieren daher in der Folge kurz: HELMERT, *Beiträge*.

Drehpunkt aus nach unten auf dem genannten Lot die Länge l abträgt. HUYGENS hat nun gefunden, daß ein Pendel seine Schwingungsdauer nicht ändert, wenn man es um eine zu seiner Drehachse durch den Schwingungsmittelpunkt gelegte parallele Achse schwingen läßt, daß also von den beiden genannten Punkten gleichzeitig jeder Schwingungsmittelpunkt für den anderen ist. Die Umkehrung dieses Satzes, die direkt zum Reversionspendel führt, lautet: Hat ein Pendel um zwei parallele, mit dem Schwerpunkt in einer Ebene, aber in verschiedenem Abstand von ihm gelegene Achsen die gleiche Schwingungsdauer, so ist der Abstand der beiden Achsen gleich der Länge des gleichschwingenden mathematischen Pendels. Auf Grund dieses Satzes ist die Länge l dadurch sichtbar zu machen, daß man dem Pendel noch eine zweite Schneide gibt, die parallel zur ersten durch den Schwingungsmittelpunkt verläuft. Ein solches Pendel heißt dann Reversionspendel und, um mit ihm g zu messen, ist offenbar, von Störungen abgesehen, die Schwingungsdauer um die beiden Schneiden und ihr Abstand zu ermitteln.

Auf die Ehre, das Reversionspendel erfunden zu haben, machen mehrere Autoren Anspruch: R. DE PRONY, I. BOHNENBERGER und H. KATER. R. DE PRONY hat wohl zuerst ähnliche Ideen ausgesprochen, wie sie dem Reversionspendel zugrunde liegen, aber seine Abhandlung darüber ist erst 1889 publiziert.³⁾ BOHNENBERGER⁴⁾ kommt nach dem Datum der Publikation die Priorität zu. KATER⁵⁾ hat das Verdienst, als erster ein Reversionspendel, ohne Kenntnis der früheren Arbeiten, wirklich konstruiert zu haben. Er suchte die genaue Gleichheit der Schwingungszeiten um die beiden Achsen durch ein Schiebegewicht zu erreichen. Dieses Verfahren ist praktisch nicht besonders zweckmäßig; daß auch theoretisch genau gleiche Schwingungszeiten nicht notwendig sind, hatte bereits BOHNENBERGER erkannt. Denn sind T_1 und T_2 die Schwingungszeiten um die beiden Schneiden und h_1 und h_2 die entsprechenden Schwerpunktsabstände von der Drehachse, so gilt für die Schwingungsdauer τ eines Pendels, dessen mathematische Länge gleich dem Schneidenabstand ist:

$$\tau^2 = \frac{T_1^2 h_1 - T_2^2 h_2}{h_1 - h_2}$$

oder, wenn $T_1 - T_2$ klein ist:

$$\tau = T_1 + (T_1 - T_2) \frac{h_2}{h_1 - h_2}.$$

Zur Benutzung der letzten Formel sind auch noch h_1 und h_2 zu ermitteln, aber mit weit geringerer Genauigkeit als der Schneidenabstand; der Genauigkeitsgrad richtet sich nach der Größe der Differenz $T_1 - T_2$.

Die fundamentalen Messungen.

Die Schwingungsdauer. Zur Bestimmung der Schwingungsdauer bedient man sich meistens der von I. I. MAIRAN erfundenen und von I. C. BORDA ausgebildeten Methode der Koinzidenzen.⁶⁾ Diese erfordert eine Vergleichsuhr, deren Schwingungsdauer annähernd zu der des

³⁾ C. WOLF, *Collection de mémoires relatifs au pendule, Collection de mémoires relatifs à la physique 4*, Paris 1889, p. 65.

⁴⁾ *Astronomie, Tübingen 1811.*

⁵⁾ *Lond. Phil. Trans. 108 (1818)*, p. 33. Die heutige Form des Reversionspendels (Hohlzylinder mit zwei verschiedenen Gewichten an den Enden) rührt im wesentlichen von F. W. BESSEL her; *Astr. Nachr. 30 (1849)*, p. 1.

⁶⁾ Historisches bei C. WOLF, *Collection de mémoires relatifs au pendule, Introduction historique*, p. X.

Pendels in einem durch kleine ganze Zahlen auszudrückenden Verhältnis steht. Die Koinzidenzen werden entweder direkt auf optischem Wege beobachtet⁷⁾, oder man benutzt einen „Koinzidenzapparat“⁸⁾, der elektrisch mit der Uhr verbunden ist. Die Koinzidenzen finden im allgemeinen nicht mit mathematischer Strenge statt, es genügt dann lineare Interpolation.⁹⁾ Ebenso praktisch brauchbar wie die Koinzidenzmethode ist wohl die automatische Registrierung¹⁰⁾ der Pendelschwingungen, die aber bei den vorliegenden Untersuchungen nicht benutzt ist.

Der Schneidenabstand. Beträchtliche praktische Schwierigkeiten bietet die Ermittlung des Schneidenabstandes, da die Schneidenkante kein wohldefiniertes Objekt bildet wie ein Maßstabstrich. Den Einfluß der Beleuchtung hat bereits H. KATER¹¹⁾ bemerkt. Über die Ursache dieses Einflusses sind verschiedene Vermutungen aufgestellt.¹²⁾

Zur Vermeidung der angegebenen Schwierigkeit kann man, wie im zweiten Teile unserer Untersuchungen geschehen ist, die Aufhängungsvorrichtung des Pendels umkehren, d. h. im Pendel zwei Prismen mit ebenen Flächen anbringen und eine feste Schneide in der Konsole, auf der das Pendel mit den eben geschliffenen Prismenflächen schwingt. Die Prismen tragen auf den Seitenflächen Striche, die den ebenen Schwingungsflächen parallel sind. Mit Hilfe dieser, die ebensogut wie Maßstabstriche eingestellt werden können, läßt sich dann der Abstand der Schwingungsflächen ermitteln. Der erste Vorschlag zur Konstruktion eines Pendels mit Schwingungsflächen rührt von R. DE PRONY her.¹³⁾ F. BAILY¹⁴⁾ konstruierte zuerst ein derartiges Pendel und beobachtete mit ihm. T. C. MENDENHALL¹⁵⁾ hat wohl zuerst die Verwendung dieser Anordnung für das Reversionspendel vorgeschlagen.

Eine Korrektion wegen der Zusammendrückung der Schneiden bei den Schwingungsbeobachtungen ist nicht erforderlich, obwohl bei den Längenmessungen der Abstand der undeformierten Schneiden ermittelt wird.¹⁶⁾

Die störenden Einflüsse.

Einfluß der endlichen Amplitude. Die Schwingungsdauer ist eine Funktion der Amplitude α . Bezeichnet T_0 die Schwingungsdauer bei unendlich kleiner Amplitude, so gilt bis $\alpha = 3^\circ$ mit genügender Genauigkeit: $T = T_0 \left(1 + \frac{\alpha^2}{16} \right)$. Das Glied $- T \frac{\alpha^2}{16}$ heißt die Reduktion

⁷⁾ I. C. BORDA in: *Base du système métrique décimal*, T. III, Paris 1810, p. 342; H. C. VOGEL, *Repertor. für Experimentalphysik*, 17 (1881), p. 337.

⁸⁾ L. GRUBER, *Sitz.-Ber. Wien. Akad.* 70 (1874), p. 565; R. v. STERNECK, *Mitteil. des militär.-geogr. Inst.*, Wien 3 (1883), p. 69.

⁹⁾ HELMERT, *Beiträge*, p. 43.

¹⁰⁾ C. BRUNNS und TH. ALBRECHT, *Astron.-geod. Arbeiten für die europäische Gradmessung im Königreich Sachsen*. III. Abt.: *Die astronomischen Arbeiten 1883*, p. 344.

¹¹⁾ *Lond. Phil. Trans.* 108 (1818), p. 58.

¹²⁾ W. I. HEAVISIDE, *Survey of India* 5, p. 220; G. DEFFORGES, *Bull. soc. phys. de France* 1888, p. 142; TH. v. OPPOLZER, *Verhandlungen der allgem. Konf. der Intern. Erdm. Rom, 1883, Annex VIa*, p. 12; HELMERT, *Beiträge*, p. 50. HELMERT empfiehlt eine bei richtiger Beleuchtung der Schneiden am Rande sich bildende schmale graue Linie als Einstellungsobjekt.

¹³⁾ *Collection de mémoires relatifs au pendule* 4, p. 65.

¹⁴⁾ *Lond. Phil. Trans.* 122 (1832), p. 417.

¹⁵⁾ *Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey, 1891, part II, Appendix 15*, p. 53e, und *Americ. Journ. of science* (3) 45 (1893), p. 144.

¹⁶⁾ HELMERT, *Beiträge*, p. 67.

auf unendlich kleine Amplitude.¹⁷⁾ Für länger dauernde Beobachtungen muß, da die Amplitude abnimmt, zur Berechnung der genannten Reduktion eine geeignete Mittelbildung angewandt werden. BORDA und CASSINI¹⁸⁾ haben die Formel $T \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)}{32(\log \text{nat } \alpha - \log \text{nat } \beta)}$ benutzt, der die Hypothese zugrunde liegt, daß die Amplitude in geometrischer Progression abnimmt,¹⁹⁾ und worin α die Anfangs- und β die Endamplitude ist.

Einfluß der Temperatur. Der Einfluß der Temperatur auf die Schwingungszeit und den Schneidenabstand des Reversionspendels kann als linear angenommen werden. Zeitliche Temperaturänderungen sind bei absoluten Schweremessungen auf ein Mindestmaß herabzudrücken. Zur Berücksichtigung der Temperaturschichtung mit der Höhe rechnet man mit der mittleren Temperatur, was aber nicht ganz genau ist: der von C. S. PEIRCE²⁰⁾ und F. R. HELMERT²¹⁾ ermittelte Fehler beträgt unter normalen Verhältnissen einige Zehntel-Mikron.

Einfluß des umgebenden Mediums. Der Einfluß des umgebenden Mediums auf die Schwingungsdauer ist ein doppelter: erstens wird das statische Moment des Pendels verringert (hydrostatische Korrektur), zweitens erleidet aber auch das Trägheitsmoment infolge der mit-schwingenden Luft eine Veränderung (hydrodynamische Korrektur). Den ersten Einfluß kannte bereits P. BOUGUER²²⁾, der zweite wurde erst von L. G. DUBUAT²³⁾ und F. W. BESSEL²⁴⁾ entdeckt. Die mathematische Formulierung des Einflusses auf das Trägheitsmoment begegnet Schwierigkeiten, die nur für einige einfache Pendelformen überwunden sind. S. D. POISSON²⁵⁾ bestimmte den Einfluß für eine schwingende Kugel, G. GREEN²⁶⁾ für ein Ellipsoid; beide vernachlässigten die Flüssigkeitsreibung, so daß ihre Resultate mit der Erfahrung nicht stimmten. G. G. STOKES²⁷⁾ gab deshalb unter Berücksichtigung der Reibung eine genäherte Lösung des Problems (Vernachlässigung des Quadrates der Geschwindigkeit) für Kugel und Zylinder.

Da die Reversionspendel keine einfache Gestalt aufweisen, ist die theoretische Berechnung des Lufteinflusses auf Grund von Abmessungen am Pendel nur ungenau ausführbar²⁸⁾. Man macht daher in praxi in Anlehnung an die STOKES'sche Theorie für diesen Einfluß den Ansatz:

$$A D + B \sqrt{D},$$

wo D die Dichte des umgebenden Mediums und A und B dem Pendel eigentümliche Konstanten sind, die man durch Beobachtung bei verschiedener Luftdichte bestimmt²⁹⁾.

¹⁷⁾ Historisches bei C. WOLF, l. c. p. XII.

¹⁸⁾ *Collection de mémoires relatifs au pendule* 4, p. 30.

¹⁹⁾ Über die Reduktionsformeln bei andern Gesetzen der Amplitudenabnahme vergl. TH. V. OPPOLZER, *Sitz.-Ber. Wien. Akad.* 86 (1882), p. 726, und G. DEFFORGES, *Verhandlungen der Perm. Komm. der Internationalen Erdmess.* 1890, p. 179, und *Mémorial du dépôt général de la guerre* 15 (1894), p. 65.

²⁰⁾ *Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey 1885*, App. 17, p. 509.

²¹⁾ HELMERT, *Beiträge*, p. 92 Formel (71).

²²⁾ *Figure de la terre*, Paris, 1749.

²³⁾ *Principes d'hydraulique, vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du Gouvernement*, 2. éd., Paris, 1786.

²⁴⁾ *Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels*, p. 32.

²⁵⁾ *Com. des temps pour 1834*, p. 18 und *Mémoires de l'Acad. de Paris* 11 (1832), p. 521.

²⁶⁾ *Edinburgh Phil. Soc. Transactions* 13 (1836), p. 54.

²⁷⁾ *Cambridge Phil. Trans.* 9, II (1856), p. 8; *Mathem. and phys. papers* 3 (1901), p. 1.

²⁸⁾ C. S. PEIRCE, *Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey 1876*, Appendix No. 15.

²⁹⁾ G. DEFFORGES, *Mémorial du dépôt général de la guerre* 15 (1894), p. 56. Vergl. ferner *Survey of India* 5, p. [72].

Experimentelle Untersuchungen über den Lufteinfluß sind hauptsächlich von F. W. BESSEL³⁴⁾, E. SABINE³⁰⁾ und F. BAILY³¹⁾ angestellt worden.

Einfluß der Schneide. Da die Schneide keine mathematische gerade Linie, sondern eine zylindrische Fläche ist, so werden durch die Bewegung der Schneide und durch die an der Schneide auftretenden elastischen Kräfte Störungen verursacht. Den Einfluß des Abrollens der Schneide auf der Unterlage (beide als starr vorausgesetzt) bestimmten L. EULER³²⁾ und P. S. LAPLACE³³⁾ für einen kreisförmigen, F. W. BESSEL³⁴⁾ für einen beliebigen Schneidenquerschnitt. Die an der Schneide auftretenden elastischen Kräfte sind unbekannt, so daß man auf Hypothesen angewiesen ist,³⁵⁾ zwischen denen mangels genügend sicherer experimenteller Daten schwer zu entscheiden ist. Mit der experimentellen Untersuchung der Schneidenbewegung haben sich F. W. BESSEL³⁴⁾, TH. V. OPPOLZER³⁶⁾, G. DEFFORGES³⁷⁾ und G. LORENZONI³⁸⁾ beschäftigt, ohne indessen sehr sichere Resultate zu erzielen. Man würde in dieser Frage vermutlich durch Heranziehung von Pendeln mit kleinem Schwerpunktsabstand, bei denen die Schneide einen viel stärkeren Einfluß ausübt, vorwärts kommen.

Amplitudenabnahme. Durch die Reibung, welche die umgebende Luft und die an der Schneide wirkenden Kräfte verursachen, nimmt die Amplitude der Schwingungen im Laufe der Beobachtung ab. Man kann bei kleinen Amplituden die Dämpfung dadurch berücksichtigen, daß man ein der Winkelgeschwindigkeit proportionales Glied in die Differentialgleichung des schwingenden Pendels aufnimmt, was einer Abnahme der Amplitude in geometrischer Progression entspricht. Bei größeren Amplituden ist auch noch ein dem Quadrat der Geschwindigkeit proportionales Glied einzuführen. So lange die Amplitude einige Grad nicht übersteigt, genügt in allen Fällen für die Abhängigkeit der Amplitude α von der Zeit t der Ansatz³⁹⁾:

$$\frac{d\alpha}{dt} = A + B\alpha + C\alpha^2,$$

in dem A , B , C Konstanten bedeuten.

Die Darstellung größerer Reihen von Amplitudenbeobachtungen durch eine Formel ist von verschiedenen Seiten unternommen worden.⁴⁰⁾

³⁰⁾ *London Phil. Trans.* 119 (1829), p. 207.

³¹⁾ *London Phil. Trans.* 122 (1832), p. 399.

³²⁾ *Nova Acta Acad. Petrop.* 6. (1788) *Hist.* p. 93; *Mém.* p. 145.

³³⁾ *Ann. chim. phys.* 3 (1816), p. 92.

³⁴⁾ Zitat in Anmerk. 24 Art. 25—30 und Beilage IX und X.

³⁵⁾ HELMERT, *Beiträge*, III, §§ 6, 9, 11.

³⁶⁾ *Verhandlungen der Perm. Komm. der Europäischen Gradm. Paris, 1875, Annex I*, p. 87 (u. 99).

³⁷⁾ *Verhandlungen der Perm. Komm. der Internationalen Erdm. Florenz, 1891*, p. 154; ferner Zitat in Anmerk. 29), p. 10.

³⁸⁾ *Venezia Istituto Atti* (7) 5 (1893/94), p. 9.

³⁹⁾ I. F. W. GRONAU, *Programm der Johannissschule Danzig 1850*; TH. V. OPPOLZER, *Sitz.-Ber. Wien. Akad.* 86 (1882), p. 713; G. DEFFORGES, *Verhandlungen der Perm. Komm. der Internationalen Erdmessung, 1890*, p. 169.

⁴⁰⁾ *Survey of India* 5, p. 127 und 213; C. V. ORFF, *Abhandlungen der Kgl. Bayerischen Akad.* 14 (1883), *Abt. 3*, p. 231; TH. V. OPPOLZER, *Sitz.-Ber. Wien. Akad.* 86 (1882), p. 713; G. DEFFORGES, *Verhandlungen der Perm. Komm. der Internationalen Erdm. Freiburg, 1890*, p. 169.

Einfluß der Elastizität des Pendels. Mit dem Einfluß der Elastizität bei Reversionspendeln haben sich zuerst C. S. PEIRCE⁴¹⁾ und G. LORENZONI⁴²⁾ beschäftigt, ihre theoretischen Untersuchungen sind aber ungenügend. Die erste vollständigere theoretische Behandlung gab F. R. HELMERT⁴³⁾, nachdem sich bei der Benutzung eines stark biegsamen Reversionspendels beträchtliche Abweichungen gezeigt hatten und F. KÜHNEN⁴⁴⁾ als Ursache dieser Abweichungen die Pendelelastizität angegeben hatte. HELMERT hat für das erwähnte Reversionspendel die Rechnung ausführlich durchgeführt und befriedigende Übereinstimmung mit den Beobachtungen erzielt. Für steifere Reversionspendel gibt er eine Näherungsformel⁴⁵⁾. E. ALMANZI⁴⁶⁾ hat, von allgemeineren Voraussetzungen ausgehend, ebenfalls die mathematische Länge des elastischen Pendels berechnet. Seine für die numerische Berechnung sehr unbequemen Formeln stimmen innerhalb der durch die Voraussetzungen bedingten Genauigkeitsgrenzen mit den HELMERT'schen überein.

Der Schneidenabstand des Reversionspendels ist vor und nach der Reversion infolge der unsymmetrischen Massenverteilung verschieden. Es ist an dem Mittel der in beiden Lagen gemessenen Schneidenabstände, mit dem man gewöhnlich rechnet, eine kleine Korrektur anzubringen, die von HELMERT⁴⁷⁾ berechnet ist.

Einfluß der Elastizität der Aufstellung. (Mitschwingen.) Daß man die Aufstellung bei Pendelbeobachtungen sehr stabil wählen müsse, war schon früh bekannt. Aber erst relativ spät hat man es unternommen, quantitativ den Einfluß des Mitschwingens der Aufstellung zu ermitteln. C. S. PEIRCE hat zuerst den Zusammenhang zwischen der Stativausladung und der dadurch verursachten Störung der Schwingungsdauer mathematisch formuliert.⁴⁸⁾

Zur experimentellen Bestimmung der Größe des Stativausschlages sind verschiedene Methoden ausgebildet worden. Man beobachtet entweder statisch die Ausladung, die das Stativ bei Anwendung eines bekannten Druckes oder Zuges erleidet⁴⁹⁾, indem man den Stativausschlag in geeigneter Weise vergrößert (Mikroskop, Fühlhebel, Spiegel und Skala, optische Interferenzen) oder man wendet ein dynamisches Verfahren an⁵⁰⁾. Als solche kommen in Betracht die direkte Beobachtung der geeignet vergrößerten Stativbewegung bei schwingendem Pendel, das sogenannte „Wippverfahren“ und die Benutzung eines Hilfspendels, das mit dem Hauptpendel annähernd gleiche Schwingungsdauer hat. Bei dem Wippverfahren⁵¹⁾ werden unter Anwendung eines Dynamometers

⁴¹⁾ Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey 1884, Appendix 16.

⁴²⁾ Venezia Istituto Atti (7) 7 (1896), p. 466 und (7) 9 (1898), p. 61.

⁴³⁾ Beiträge, I; Astron. Nachr. 143 (1897), p. 349.

⁴⁴⁾ Verhandlungen der 11. allgem. Konf. der Internat. Erdmess., Berlin, 1895, p. 60.

⁴⁵⁾ Beiträge, p. 14, Formel (42).

⁴⁶⁾ Il nuovo Cimento (4) 9 (1898), p. 260; 10 (1899), p. 85 und 305.

⁴⁷⁾ Beiträge, III, p. 91, Formel (70) und (70*).

⁴⁸⁾ Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey 1881, Appendix 14.

⁴⁹⁾ E. PLANTAMOUR, Verhandlungen der allgem. Konf. der Europäischen Gradm. Stuttgart, 1877, Anhang; C. S. PEIRCE, ebenda, Appendix 1^b; G. DEFFORGES, Journal de phys. (2) 7 (1888), p. 358; H. NAGAOKA, Journal of the college of science, imperial university Tokyo 16 (1902), Article 11, p. 20.

⁵⁰⁾ Zwischen dem statischen und dynamischen Verfahren hat sich verschiedentlich ein kleiner Unterschied gezeigt; vergl. z. B. G. DEFFORGES, Zitat in Anmerk. 29), p. 19; Journal de phys. (2) 7 (1888), p. 362.

⁵¹⁾ R. SCHUMANN, Astr. Nachr. 140 (1896), p. 257; E. BORRASS in Veröffentl. d. Preuß. Geod. Inst. Neue Folge No. 9, Berlin 1902, II. Teil, p. 95. Über den Einfluß von Takt und Rythmus beim Wippen vergl. HELMERT, Beiträge, III, § 8.

eine Anzahl Druckstöße oder Zug- und Druckstöße im Takt der Pendelschwingungen ausgeführt und der dadurch erzeugte Ausschlag eines anfangs ruhig hängenden Pendels gemessen. Benutzt man ein Hilfspendel⁵²⁾, so kann man dasselbe entweder mit starker Dämpfung⁵³⁾ oder als leichtes Fadenpendel⁵⁴⁾ oder dem Hauptpendel gleich wählen⁵⁵⁾. Beobachtet wird meistens so, daß das Hilfspendel zunächst ruhig hängt und dann der Ausschlag gemessen wird, den es nach bestimmter Zeit durch die Bewegung des Hauptpendels erhalten hat. Im ersten Falle tritt bald ein konstantes Amplitudenverhältnis für die beiden Pendel ein, im zweiten Falle kann die Rückwirkung vernachlässigt werden und im dritten Falle haben beide Pendel sehr nahe gleiche Dämpfungskoeffizienten, so daß sich jedesmal einfache Formeln für die gesuchte Korrektur ergeben.⁵⁶⁾ Man kann auch direkt aus Schwingungsbeobachtungen der beiden Pendel die Mitschwingungskorrektur ermitteln.⁵⁷⁾

Die geometrischen Bedingungen des Reversionspendels. Ein richtiges Reversionspendel muß parallele Schneiden besitzen und die Ebene beider Schneiden muß den Schwerpunkt enthalten.⁵⁸⁾ HELMERT hat eingehend untersucht, wie man Abweichungen von diesen Bedingungen feststellen kann und welche Abweichungen noch zulässig sind.⁵⁹⁾ Gibt man dem Reversionspendel auch noch symmetrische Gestalt in Bezug auf die beiden Schneiden, so kann man dadurch, worauf zuerst F. W. BESSEL⁶⁰⁾ aufmerksam gemacht hat, den Einfluß des umgebenden Mediums eliminieren, wenn man die Beobachtungen in beiden Pendellagen bei gleichem Luftdruck anstellt.

Elimination von Fehlerquellen.

Schneiden- oder Gewichtsvertauschung. Der oben erörterte Einfluß des Abrollens der Schneide kommt für das Reversionspendel nur dann zur Geltung, wenn die beiden Schneiden verschiedenen Krümmungsradius besitzen; man kann ihn durch Vertauschung der beiden Schneiden eliminieren⁶¹⁾. Besser ist noch eine Vertauschung der beiden Gewichte⁶²⁾, weil dadurch auch Einflüsse unsymmetrischer Gestalt des Pendels eliminiert werden, besonders wenn die Vertauschung wie bei dem Pendel von G. DEFFORGES im Innern des Pendelmantels erfolgt. Zur Elimination des genannten Einflusses ist noch erforderlich, daß die Beobachtungen in beiden Pendellagen bei gleicher Amplitude ausgeführt werden, weil der Schneidenquerschnitt keine konstante Krümmung besitzt. Außerdem müssen bei Schneidenvertauschung die Widerlagsflächen der Schneidenhalter in der Richtung quer zu den Schneiden parallel sein, damit vor und nach der Vertauschung dieselben Schneidenstellen in Wirksamkeit treten.⁶³⁾

⁵²⁾ C. CELLÉRIER, *Verhandlungen der 6. allgem. Konf. der Europäischen Gradm. München, 1880, Annex II.*

⁵³⁾ C. v. ORFF, Zitat in Anmerk. 40, p. 283.

⁵⁴⁾ G. LORENZONI, *Relazione sulle esperienze istituite nel R. osservatorio astronomico di Padova, Roma 1888, p. 65.*

⁵⁵⁾ M. HAID, *Astr. Nachr.* 143 (1897), p. 145; 146 (1898), p. 331; R. SCHUMANN (*Zeitschr. f. Math. u. Phys.* 44 (1899), p. 102, benutzt als treibendes Pendel ein besonders schweres Pendel, wodurch die Beobachtungszeit abgekürzt werden kann.

⁵⁶⁾ Eine zusammenfassende Behandlung findet man bei PH. FURTWÄGLER, *Sitz.-Ber. Berlin. Akad.* 1902, p. 245.

⁵⁷⁾ PH. FURTWÄGLER, ebenda, p. 252.

⁵⁸⁾ I. W. LUBBOCK, *Lond. Phil. Trans.* 120 (1830) I, p. 201.

⁵⁹⁾ *Beiträge*, p. 58–61.

⁶⁰⁾ *Astr. Nachr.* 30 (1849), p. 1.

⁶¹⁾ F. W. BESSEL, Zitat in Anmerk. 24) No. 25.

⁶²⁾ VON G. DEFFORGES zuerst angegeben.

⁶³⁾ HELMERT, *Beiträge*, p. 67.

Benutzung von zwei oder mehreren Reversionspendeln. TH. v. OPPOLZER⁶⁴⁾ hat vorgeschlagen, zu den absoluten Schwerkraftsmessungen zwei Reversionspendel von gleicher Länge und verschiedenem Gewicht zu benutzen, weil durch ihre Kombination das Mitschwingen der Aufstellung und verschiedene Einflüsse, die von der Schneidenbewegung und den störenden Kräften an der Schneide herrühren, eliminiert werden. Günstiger ist in dieser Beziehung noch das Verfahren von DEFFORGES, der zu seinen Beobachtungen zwei Pendel von gleichem Gewicht und verschiedener Länge benutzte, weil dadurch auch noch ein konstanter Längenmessungsfehler eliminiert wird⁶⁵⁾. Es ist für die Genauigkeit des Endresultates zweckmäßig, das kurze Pendel möglichst klein zu machen⁶⁶⁾.

⁶⁴⁾ Bericht über die Bestimmung der Schwere mit Hilfe verschiedener Apparate, Verhandlungen der 7. allgem. Konfer. der Europäischen Gradm. Rom 1883, Annex VIa — Zeitschr. f. Instrumentenk. 4 (1884), p. 303 und 379.

⁶⁵⁾ Über die Elimination der verschiedenen Fehlerquellen durch die Kombination mehrerer Pendel vergl. HELMERT, Beiträge, III, § 13.

⁶⁶⁾ HELMERT, Beiträge, p. 87. Ausführliche Angaben über die Theorie des Pendels und die zugehörige Litteratur findet man auch im 7. Artikel des IV. Bandes der Encyklop. der mathemath. Wissenschaften (Die Mechanik der einfachsten physikalischen Apparate und Versuchsanordnungen), den der eine von uns (FURTWÄNGLER) verfaßt hat.

I. TEIL.

Die Pendel schwingen mit Schneiden auf ebener Unterlage.

I. Der Beobachtungsraum und die Apparate.

§ 1. Der Beobachtungsraum, „der Pendelsaal“ des Geodätischen Instituts, liegt im Erdgeschoß des Gebäudes, rings umgeben von Beobachtungsräumen oder Flur und Rechenzimmern; darüber liegt ein ungeheiztes Bibliothekszimmer. Infolge dieser Lage sind Temperaturänderungen im Saale überhaupt gering, und der zeitliche Gradient der Temperatur ist sehr klein.

Die Innenmaße des Raumes sind 6×6 m Bodenfläche und 5 m Höhe. Begrenzt wird der Raum von 1 m dicken Ziegelsteinwänden, die von zahlreichen Ventilationskanälen durchzogen sind. Nach innen ist das Mauerwerk der Wände, und ebenso die Decke, mit zwei Wellblechwänden bekleidet, deren Zwischenraum 0.5 m beträgt.

Unter dem ganzen Pendelsaal befindet sich in Verbindung mit den Fundamentmauern des Gebäudes ein Pfeilerfundament, in dessen Mitte ein kleiner Heizraum mit schmalen Zugang ausgespart ist. Der Fußboden des Saales besteht aus Eisenplatten und ruht auf starken I-Trägern, die in die Seitenmauern des Saales eingelassen sind. Die Pfeiler im Saal sind von dem Fußboden isoliert. In dem Heizraum befinden sich 16 starke Gasheizflammen (BUNSEN-Brenner), gegen deren direkte Einwirkung der Fußboden durch geeignete Isolation geschützt ist. Der Heizraum steht unmittelbar mit dem Zwischenraum der Wellblechwände in Verbindung, so daß die heiße Luft den ganzen Pendelraum umspülen kann. Diese Methode der Heizung hat sich sehr gut bewährt, da der Höhengradient im Raume bei der Heizung nur 0.07° pro Meter beträgt, während im ungeheizten Zustand der Gradient 0.21° ausmacht.

Die Beleuchtung des Raumes ist künstlich; in der inneren Wellblechwand sind kastenartige Vorsprünge mit kleinen Glasfenstern, hinter denen die Beleuchtungsflammen angezündet werden. Außerdem ist im Raume eine AUER-Lampe mit doppelwandiger Umkleidung und besonderem Abzugsrohr für die Verbrennungsgase und die erwärmte Luft. Im allgemeinen bedienen wir uns bei den Schwingungsbeobachtungen einfacher Stearinkerzen, während bei den Längenmessungen die AUER-Lampe brannte und gleichzeitig zur Beleuchtung des Maßstabes und der Pendelschneiden benutzt wurde. Etwas Tageslicht dringt allerdings auch in den Raum aus dem darüber liegenden Bibliothekszimmer durch ein dreifaches Glasfenster von anderthalb Meter im Quadrat in der Decke des Saales. Diese Beleuchtung ist jedoch sehr schwach.

Eine schnelle Abkühlung des Raumes nach vorhergegangener Heizung läßt sich gut durch die Ventilationskanäle in den Umfassungsmauern des Saales erreichen. Die Kanäle gehen zum größten Teil von dem Zwischenraum der Wellblechwände aus, während einige direkt mit dem Pendelsaal in Verbindung stehen. Ein Teil der Kanäle an den vier Ecken vereinigt sich oben zu einem

Schacht, von wo aus durch Gasflammen eine Saugwirkung auf die Luft in den Kanälen ausgeübt werden kann. Durch die übrigen Kanäle wird die fortgesogene Luft durch frische, kalte Luft ersetzt, so daß also eine sehr energische Ventilation eintritt. Eine noch schnellere Ersetzung der erwärmten Luft durch kalte läßt sich dadurch erreichen, daß die Glasfenster in der Decke entfernt werden und durch den Bibliotheksraum ein Windsack geführt wird, der unmittelbar den Austausch der Zimmerluft mit der Außenluft gestattet.

Die Figuren 1—4, Taf. I, veranschaulichen die baulichen Verhältnisse des Pendelsaales.

§ 2. Beobachtungspfeiler, Pendelstativ, Pendelschrank usw. Auf dem Pfeilerfundament unter dem Pendelsaal erheben sich in den vier Ecken, und zwar 2—3 m von der Mauerecke in der Diagonalrichtung entfernt, den Fußboden durchbrechend, Beobachtungspfeiler aus Sandstein. Zwei schwere Pfeiler sind dazu bestimmt das Pendelstativ für die absoluten Schwerkraftsbestimmungen zu tragen. Der Raum zwischen den beiden Pfeilern hat einen Querschnitt von 60×60 cm, die Pfeiler ragen 1.5 m über den Fußboden des Pendelsaales, ihr Querschnitt ist oben 40×60 cm und in der Höhe des Fußbodens 60×60 cm. Diese Pfeiler stehen in der Nordostecke des Raumes, ihr gemeinsames Fundament reicht bis zum Fußboden des Saales und ist oben durch eine Holzbekleidung abgedeckt. Innen sind die Pfeiler mit Holzrahmen bekleidet; der Zwischenraum wird vorn und hinten durch je eine Rahmentür und oben durch eine Kappe aus Holzrahmen geschlossen. Sämtliche Holzrahmen sind mit Leinwand bezogen, die beiderseits mit Stanniol beklebt ist. Hierdurch wird die Wärmestrahlung auf den Innenraum, den „Pendelschrank“, Taf. II, Fig. 5, möglichst herabgesetzt. In der Kappe ist ein Glasfenster, wodurch die Koinzidenzen beobachtet werden, und eine Klappe, wodurch die Temperatur abgelesen wird, eingesetzt worden.

Ein schweres, eisernes, dreieckiges Gußstück dient als Stativ für die Pendelaufhängung. Ein Eckpunkt desselben ruht auf dem nördlichen Pfeiler und wird durch eine starke Schraube fest auf den Pfeiler geklemmt. Die beiden anderen Eckpunkte ruhen auf dem südlichen Pfeiler und können je durch eine Schraube in ihrer Höhenlage reguliert werden, so daß die eigentliche Pendelaufhängung horizontal gestellt werden kann. Auch diese beiden Eckpunkte werden, wenn ihnen die richtige Höhe gegeben worden ist, durch ein darüber liegendes Eisenstück und eine Schraube gemeinsam fest auf den Pfeiler gedrückt. So ist das eiserne Stativ starr mit den Pfeilern verbunden. Die Form des Statives wird im wesentlichen aus Fig. 6, Taf. II, ersichtlich. Die kleine Dreiecksseite zwischen den Eckpunkten auf dem südlichen Pfeiler ist rund 40 cm, die beiden großen Seiten sind je 75 cm lang. Die stärkste Dicke haben die Ringe A und B, nämlich 54 mm, der eigentliche Dreifußkörper hat 45 mm und die Versteifungsrippen 12 mm Dicke. Der Ring A ist beiderseits eben geschliffen und hat den Zweck einen Vakuumzylinder zu tragen. Der innere Ring B bildet die Unterlage für die Pendelkonsole, worauf die Pendel bei den Schwingungsbeobachtungen ruhen; er ist oben gleichfalls eben geschliffen. An diesem Ringe sitzen drei Vorsprünge, woran die Aufhängvorrichtung für die Pendel befestigt werden kann; hierdurch kann es ermöglicht werden, daß die Pendel in der Richtung Nord—Süd oder Ost—West oder Nordost—Südwest schwingen. Dieses Stativ ist von dem Instituts-Mechaniker Herrn FECHNER angefertigt worden. Der wesentliche Unterschied gegen die von der Firma REPSOLD gelieferten Stative ist der, daß die Pendelkonsole nicht unmittelbar am Stativ festsetzt, (vergl. den folgenden Absatz).

Die eigentliche Pendelkonsole, auf der die Pendel schwingen, wird durch eine eiserne Brücke gebildet. Fig. 7, Taf. III, die auf den Ring B des Statives gelegt wird. An drei Stellen wird die Brücke, die unten eben geschliffen ist, mit der Unterlage verschraubt. Die Verschraubungs-

stellen bilden ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basis 61 mm und dessen Schenkel 156 mm lang sind. Die Befestigungsschrauben haben ein Gewinde von 20 mm Länge, 10 mm äußeren Durchmesser und 1.1 mm Gangtiefe bei 1.3 mm Steigung.

Diese Art der Befestigung war auf Grund folgender Beobachtungen gewählt worden: Ein schweres Sekundenpendel mit kurzer Schneide wurde zu diesen Versuchen benutzt. Vorn an einer gewöhnlichen nur an einem Ende befestigten Konsole war ein Fadenpendel angebracht. Das schwere Hauptpendel wurde in verschiedenen Versuchen 109 mm oder 89 mm von dem Fadenpendel entfernt aufgehängt. Wir beobachteten, daß bei gleicher Amplitude des Hauptpendels die Amplituden des Fadenpendels sich je nach der Entfernung wie 102 zu 163 verhielten. Dann haben wir das Hauptpendel in der Mitte der Konsole aufgehängt und das Fadenpendel in verschiedene Entfernung von dem Aufhängepunkt gebracht, nämlich 58.5 mm und 100.5 mm von der Mitte. Die Amplituden verhielten sich nun wie 68.4 zu 86.8. Es ergab sich also unzweifelhaft aus diesen Versuchen, daß die einseitig befestigte Konsole bei den Schwingungen des Hauptpendels eine drehende Bewegung ausführte.

Zu dem Stativ gehören zwei Konsolen, die sich durch ihre Höhe und Breite unterscheiden. Auf der kleineren Konsole konnten sämtliche fünf Pendel, die uns zur Verfügung standen, schwingen, während die höhere und stärkere Konsole hauptsächlich für die drei schweren Pendel bestimmt war. In der Mitte jeder Brücke ist ein Aufsatz, in dem ein Achatstein von $60 \times 15 \times 7$ mm eingegipst ist. Die Form der kleinen Konsole ist aus Fig. 7, Taf. III, ersichtlich. Die Dimensionen der Brücke sind für die höhere Konsole: 180 mm Länge, 22 mm Breite und 50 mm Höhe, für die kleinere Konsole sind die entsprechenden Zahlen 180 mm, 17 mm und 36 mm. In den Seitenflächen der Achatsteine sind kräftige, schräge Vertiefungen eingearbeitet, damit die Steine gut gefaßt werden. Außer der oberen Fläche ist eine Seitenfläche der Steine eben geschliffen und hoch poliert, dieser gegenüber sitzt oben in der Fassung eine kleine Halblinse, jedoch so, daß zwischen beiden ein dünner Luftraum bleibt. Die Steine haben in der Mitte oben einen kleinen Ausschnitt, in diesen sind etwas vertieft kleine, rechtwinklige Glasprismen eingelassen worden. Der Zweck der beiden letzten Anordnungen wird später in § 9 und § 20 erklärt werden. Vorn an den Brücken sind Libellen (die wir Querlibellen benannten) angebracht; diese sind so justiert, daß sie einspielen, wenn die oberen Achatflächen in der Schwingungsrichtung der Pendel horizontal sind. Zur Horizontierung der Steine in der Richtung senkrecht zur Schwingungsebene dienen die zwei Halbzylinder *c, c*, Fig. 7, Taf. III, auf welche eine Libelle, die Hilfslibelle, Fig. 17, Taf. III, aufgesetzt werden kann; durch die Anschläge *b, b* ist das gleichmäßige Aufsetzen der Libelle gesichert. Das eigentliche Nivellieren der Pendelkonsole geschieht mit der Hauptlibelle, Fig. 16, Taf. III (vergl. hierüber § 9, S. 8 u. 9). — Der Parswert von Haupt- und Hilfslibelle ist 10", der der Querlibelle 1'.

Die Aufhängevorrichtung der Pendel (Fig. 6, Taf. II) ist ziemlich kompliziert. Da es sich nämlich darum handelte, Pendel von ziemlich verschiedenen Dimensionen zentrisch, gleichmäßig und vertikal auf die kleine oder die größere Brücke aufzuhängen, so mußte die Vorrichtung dazu in weitestem Maße justierbar sein. Dieses wurde durch eine Anzahl von Anschlägen, Federn, Stellschrauben usw. erreicht, deren Beschreibung hier unterbleiben kann. Im wesentlichen besteht die Aufhängevorrichtung aus zwei Armen, die an den vorderen Enden je einen Zapfen zur Aufnahme der Pendel tragen. Die Zapfen sind mit Zapfenlagern auswechselbar, die für das Halbskundenpendel benutzt werden. Die Arme können durch eine Schraube am hinteren Ende gespreizt und zusammengeführt werden und um ein Gelenk, etwa in $\frac{2}{3}$ Entfernung vom hinteren Ende, einzeln hochgestellt werden. Beide Arme sitzen an einem um eine horizontale, den Schneiden parallele Achse drehbaren Mittelstück und können durch die Schraube *S* sanft gehoben und gesenkt werden.

Diese Schraube ist durch das Stativ geführt und geht durch eine luftdicht schließende Stopfbüchse. Die ganze Aufhängevorrichtung kann leicht auf die einzelnen Vorsprünge an dem inneren Ring des Statives festgeschraubt werden.

Zur Beobachtung des Mitschwingens von Stativ und Pfeiler dient ein Fadenpendel, Fig. 8, Taf. II. Der Faden desselben ist ein 0.04 mm dicker Messingdraht, der Pendelkörper ein Messinggewicht von 40 gr. Das Pendel schwingt in einer Messingröhre, die an den passenden Stellen Ausschnitte zur Beobachtung des Fadenpendels hat und zwar sowohl für den Fall, daß seine Schwingungszeit eine Sekunde, als auch für den Fall, daß die Schwingungszeit eine halbe Sekunde beträgt. Der Faden kann auf eine Rolle *R* mit geteiltem Kopf aufgewickelt werden, so daß die Länge des Pendels und damit seine Schwingungszeit genau reguliert werden kann. Oben wird der Faden zwischen zwei Backen gefaßt, die bei der Längenregulierung zu lösen sind. Die unteren Enden der Backen liegen in der Höhe der Pendelschneiden. Die Bewegung des Pendels kann sowohl horizontal in zwei zueinander rechtwinkligen Richtungen, als auch vertikal von unten, mikroskopisch beobachtet werden (ebene und konische Schwingungen sind zu beobachten). Zur Beruhigung des Pendels dienten zwei divergierende, lange Borsten, die vermittelt einer Schraube an den Pendelkörper geschoben und ebenso wieder entfernt werden konnten. Außerdem ist eine Vorrichtung zur Arretierung des Pendelgewichts vorhanden.

§ 3. Die Pendel waren sämtlich *BESSEL'sche* Reversionspendel von der Firma *A. REPSOLD & Söhne* in Hamburg angefertigt. Es standen uns zur Verfügung:

- 1) ein Sekundenpendel, dem Geodätischen Institut gehörig (1869 angeschafft),
- 2) ein Sekundenpendel vom Osservatorio astronomico zu Padua,
- 3) ein schweres Sekundenpendel } dem K. u. K. Militärgeographischen Institut zu
- 4) ein leichtes - - - } Wien gehörig,
- 5) ein Halbsekundenpendel, dem Geodätischen Institut gehörig (1892 angeschafft).

Hierzu kommt noch das stark biegsame Pendel des Geodätischen Instituts (vergl. *HELMERT, Beiträge*). Mit diesem sind jedoch nur einige orientierende Versuche gemacht worden.

Die Sekundenpendel sind von der bekannten Gestalt, Fig. 9, Taf. II: ein Rohr von 1116—1125 mm Länge, 41—44 mm äußerem Durchmesser und 1—2 mm Wandstärke bildet die Pendelstange, an den Enden sind das schwere, volle und das leichte, hohle Gewicht, beide von gleicher äußerer Gestalt, aufgesetzt. Das hohle Gewicht hat an versteckter Stelle eine ganz feine Öffnung zur Ausgleichung des inneren und äußeren Luftdrucks. Symmetrisch zu den Enden und den Gewichten haben die Pendel, in 1 m Entfernung voneinander, Fassungen für die Schneiden und Ausschnitte im Rohr zum Einsetzen der Schneiden und zum Aufhängen der Pendel auf die Konsole. Zur Längenmessung des Schneidenabstandes haben die Fassungen in der Mitte ihrer Längsseiten kreisförmige Durchbohrungen, die wir auch bei dem Aufhängen der Pendel benutzten, indem wir die Zapfen der Aufhängevorrichtung in die Löcher einführten. Bei dem Halbsekundenpendel waren für die Aufhängung entsprechend Zapfen an die Fassung angebracht. Im wesentlichen bestehen die Schneidenfassungen aus einem starken Rahmenstück mit zwei Bügeln an den Enden. Die Schneiden werden durch die Bügel gesteckt, mit Schrauben auf die Rahmen gepreßt und so mit den Pendeln fest verbunden. Das Halbsekundenpendel, Fig. 10, Taf. II, unterscheidet sich, abgesehen von der Länge des Schneidenabstandes, die sich auf $\frac{1}{4}$ m verkürzt, wesentlich dadurch von der Form der Sekundenpendel, daß erstens in der Mitte der Pendelstange noch ein Gewicht angesetzt ist, um das Gesamtgewicht des Pendels zu erhöhen, und zweitens, daß die Pendelstange nicht aus einem Rohr, sondern aus einer vollen Stange besteht. Sämtliche Pendel sind aus Messing hergestellt.

Maße und Gewichte der Pendel.

Name des Pendels	Entfernung		Höhe der Gewichte	Durch- messer	Äußerer Durch- messer	Wand- stärke	Ausschnitt im Rohr bei der Schneidenfassung			Ge- wicht der Pendel
	der Schneiden- Auflagen voneinander (Schneiden- abstand)	Schneide bis Gewicht					Länge		Breite	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		mm
Pendel des Geodätischen Instituts	1000	61.3	34.0	115.6	43.4	1.5	108.6	89.2	25.8	5.57
Italienisches Pendel	1000	85.2	26.3	124.8	44.2	2.0	111.5	96.0	26.0	5.87
Schweres österreichisches Pendel	1000	67.7	32.1	122.0	43.3	1.9	111.5	91.3	26.5	6.23
Leichtes österreichisches Pendel	1000	80.7	24.2	95.4	41.4	1.0	111.9	92.2	25.4	2.86
Halbsekunden-Pendel ...	249	24.4	47.7	60.4	der Stange 16.0 ¹⁾ (32.9	— 1.7—1.9) ²⁾	67.2	50.0	20.9	3.53

Eine der Schneidenfassungen jedes Pendels trägt an ihrer Schmalseite die Bezeichnung der Fabrik-Firma. Hiernach kann die Position des Pendels definiert werden.

§ 4. Für diese Pendel waren 5 Schneidenpaare vorhanden. Ein Paar gehörte zu dem italienischen Pendel, ein Paar zu den beiden österreichischen Pendeln. Von den übrigen, dem Geodätischen Institut gehörigen Schneidenpaaren, konnte ein Paar für sämtliche Pendel benutzt werden; dieses war besonders für diesen Zweck angefertigt worden, und die Schneiden erhielten deshalb die Bezeichnung „Universal-Schneiden“. Das folgende Schneidenpaar gehörte zu unserem alten Sekundenpendel und war aus Stahl hergestellt worden, während sämtliche anderen Schneiden aus Achat geschliffen waren. Dieses Paar konnte auch in verschiedene Pendel eingesetzt werden, nachdem die Seitenflächen etwas abgeschliffen worden waren. Das letzte Schneidenpaar gehörte zu dem Halbsekundenpendel des Instituts. Alle Schneiden tragen an einer Schmalseite ein Merkmal, nämlich einen oder zwei Punkte, dadurch konnten sie unterschieden, und ihre Position im Pendel angegeben werden. Die Gestalt der Schneiden ist im allgemeinen aus Fig. 11 u. 12, Taf. III, ersichtlich. Bei den Achatschneiden wird die eigentliche Schneidenkante durch zwei schmale, besonders sorgfältig geschliffene Facetten gebildet, bei den Stahlschneiden fallen diese Facetten fort.

§ 5. Der Koinzidenzapparat, den wir zur Bestimmung der Schwingungszeiten benutzten, war von der bekannten Art, wie sie Oberst v. STERNECK für die relativen Schwerebeobachtungen angegeben hat (vergl. *Mitteilungen des K. u. K. Militärgeographischen Institutes*, VII, S. 91 u. ff.). Dieser Apparat hat im wesentlichen folgende Einrichtung: ein beweglicher Spalt wird durch einen Elektromagneten, dessen Erregungsstrom durch einen Uhrkontakt in Sekunden- oder gewöhnlich Doppelsekunden-Intervallen geschlossen und geöffnet wird, an einem festen Spalt vorbei-

¹⁾ Das zylindrische Gewicht in der Mitte der Pendelstange hat eine Höhe von 36.9 mm und einen Durchmesser von 71.9 mm.

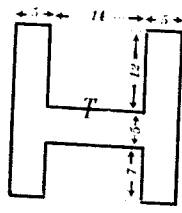
²⁾ Bei den Schneidenfassungen ist die Pendelstange rohrförmig erweitert, um das Pendel auf die Konsole aufhängen zu können. Die Länge dieses rohrartigen Stückes beträgt 77 mm.

und durch eine Feder wieder zurückgeführt. Dadurch fällt im Takte des Uhrpendels ein momentaner Lichtstrahl von einer Beobachtungslampe durch den festen Spalt. Die Reflexion dieses Strahles in einem Spiegel am Pendel wird beobachtet und hieraus werden die Koinzidenzmomente von Uhrpendel und Beobachtungspendel abgeleitet.

§ 6. Der Komparator für die Längenmessungen ist mit dem alten Stativ für den Pendelapparat des Geodätischen Instituts verbunden, siehe Fig. 13, Taf. II. Der Mikroskopträger M ist um seine vertikale Achse drehbar, er trägt oben und unten, in einer Entfernung von einem Meter, zwei Mikroskope, von denen das untere für die Messung des Halbsekundenpendels auf $\frac{1}{4}$ Meter Entfernung vom obern heraufgesetzt werden kann. Die Pendel werden auf eine Konsole parallel zum Mikroskopträger gehängt. Wie bereits erwähnt, haben sämtliche Pendel zur Längenmessung kleine kreisförmige Öffnungen von etwa 8 mm Durchmesser; der horizontale Durchmesser dieser Öffnungen liegt in der Höhe der Schneiden und ist diesen parallel.

Zur Beleuchtung der Schneiden haben wir besonders justierbare Spiegel machen lassen. Um nämlich die Schneiden gut zu beleuchten, müssen die Spiegel mit den äußersten Facetten parallel sein. Die Spiegel sitzen in einem Röhrchen, das durch die Pendel und durch einen Ausschnitt in der Pendelkonsole durchgeschoben werden kann. Die Neigung der Spiegel kann durch eine Schraube und eine gegenwirkende Feder in genügenden Grenzen variiert werden. Die ganze Beleuchtungseinrichtung ist so, daß Licht sowohl von Spiegel und Schneide reflektiert, als auch direkt in das Mikroskop fällt. Das direkt einfallende Licht kann durch eine Blende von Pauspapier bis zur Helligkeit des reflektierten Lichtes gedämpft werden. Die schematische Zeichnung Fig. 14, Taf. III, veranschaulicht diese Art der Beleuchtung; es ist S der Beleuchtungsspiegel, A die Schneide, R die Schraube zur Justierung der Spiegelneigung, F die Feder, B die Blende, und M das Beobachtungsmikroskop.

Der zu dem Komparator gehörige bimetallische Maßstab ist auf Veranlassung von Herrn Direktor HELMERT wegen unstetiger Änderung seiner Länge durch einen neuen, auch von der Firma A. REPSOLD & SÖHNE gelieferten Maßstab ersetzt worden (vergl. HELMERT, Beiträge, S. 52—54). Dieser Maßstab ist aus Messing hergestellt und trägt die Teilung auf kleinen, eingelassenen Silberplättchen. Die Dimensionen und Gestalt des H-förmigen Querschnittes sind in nebenstehender Figur in natürlicher Größe angegeben. Die Teilung liegt auf der mit T bezeichneten Fläche. Zwei Thermometer, deren Gefäße in Messingklötzchen versenkt, etwa 25 cm von der Mitte entfernt liegen und von dem Maßstab umgeben sind, zeigen die Temperatur des Stabes an. Oben und unten trägt der Maßstab Zapfen zur Befestigung, auf den oberen Zapfen läßt sich ein Libellenträger setzen.



(Die Zahlen geben die Dimensionen in mm an.)

Mikroskopträger und Maßstab sind so angeordnet, daß die Mikroskope auf die Pendelschneiden und, nach einer Drehung des Mikroskopträgers um 90° , auf den Maßstab eingestellt werden können. Die relative Lage von Mikroskopen, Pendel und Maßstab kann durch vielfache Korrektionsvorrichtungen justiert werden.

Zum Schutze gegen Wärmestrahlung ist der Komparator von einem Gehäuse aus Holzrahmen umgeben, dessen Wände mit doppelseitig beklebter Stanniolleinwand bespannt sind. Für die Mikroskope und zur Beleuchtung der Pendelschneiden und des Maßstabes sind geeignete Öffnungen vorhanden.

§ 7. Der Apparat zur Schwerpunktsbestimmung der Pendel gehört ebenfalls zu dem alten Pendelapparat des Geodätischen Instituts. Das Prinzip des Apparates beruht darauf, die

Pendel in horizontaler Lage vertikal unter dem Schwerpunkt zu unterstützen und die relative Lage der Schneiden zu dem Unterstützungspunkt zu bestimmen. Danach ist der Apparat folgendermaßen eingerichtet. Auf einer mit Teilung versehenen Messingstange gleitet ein Schieber mit einer Rolle, worauf das Pendel gelegt wird. Die Stellung des Schiebers wird an einem Nonius abgelesen. Durch Drehen der Rolle, was sowohl grob mit der Hand, als auch fein mittelst einer Schraube geschehen kann, wird der Schwerpunkt des Pendels über den Unterstützungspunkt gebracht. An dem einen Ende der Messingstange befindet sich ein Fühlhebel, der mittelst einer Mikrometerschraube gegen die Schneide geschoben werden kann. Ein Nonius am Fühlhebel gestattet seine relative Entfernung gegen den Schieber zu ermitteln; diese Entfernung ist gleich dem Abstände des Schwerpunktes von der Scheide, vermehrt um eine unbekannte Konstante. Wird diese Bestimmung mit jeder der beiden Schneiden ausgeführt, so erhält man aus der Differenz der Bestimmungen die Differenz der Abstände des Schwerpunktes von den Schneiden, und, da die Summe der Schwerpunktsabstände gleich dem bekannten Schneidenabstand ist, so ergeben sich auch die einzelnen Schwerpunktsabstände. Die Figur 15, Taf. IV, veranschaulicht den Apparat.

Zur Temperaturbestimmung der Pendel dienen zwei Thermometer, deren Gefäße 1 m von einander entfernt in eine Messingstange eingelassen sind. Diese Messingstange läßt sich sowohl am Pendelstativ als auch am Komparator befestigen, die Thermometer liegen in der Schneidenhöhe der Sekundenpendel. Die Temperatur der Luft im Pendelschrank wird an einem Thermometer in mittlerer Höhe des Pendels abgelesen. Außerdem hatten wir, um uns stets über die herrschenden Temperaturverhältnisse unterrichten zu können, im Beobachtungssaale zwei Thermometer übereinander aufgehängt, das eine 0.95 m, das andere 3.40 m über dem Boden.

Der Luftdruck während der Schwingungszeitbeobachtung ist an einem BORNE'Schen Aneroid abgelesen worden, dessen Standkorrektur wir häufiger ermittelten.

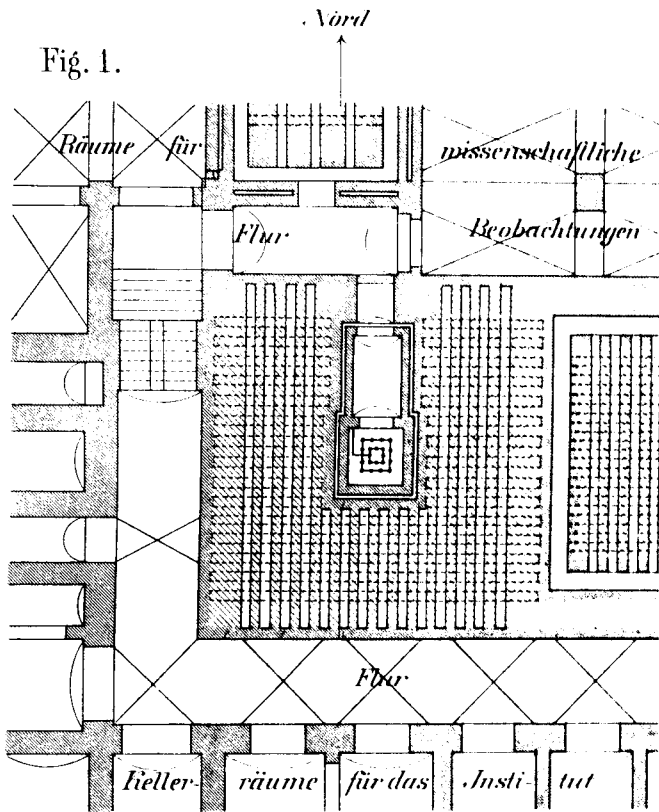
Ein KOPPE'Sches Haarhygrometer benutzten wir zur Bestimmung der relativen Feuchtigkeit im Beobachtungsraum. Der Sättigungspunkt des Hygrometers wurde von Zeit zu Zeit kontrolliert.

Hiermit sind im wesentlichen die von uns benutzten Apparate aufgezählt, einzelne Hilfsapparate werden bei Gelegenheit der Beobachtungen noch erwähnt und erklärt werden.

§ 8. Die geographischen Koordinaten für die Drehachse der Pendel sind:

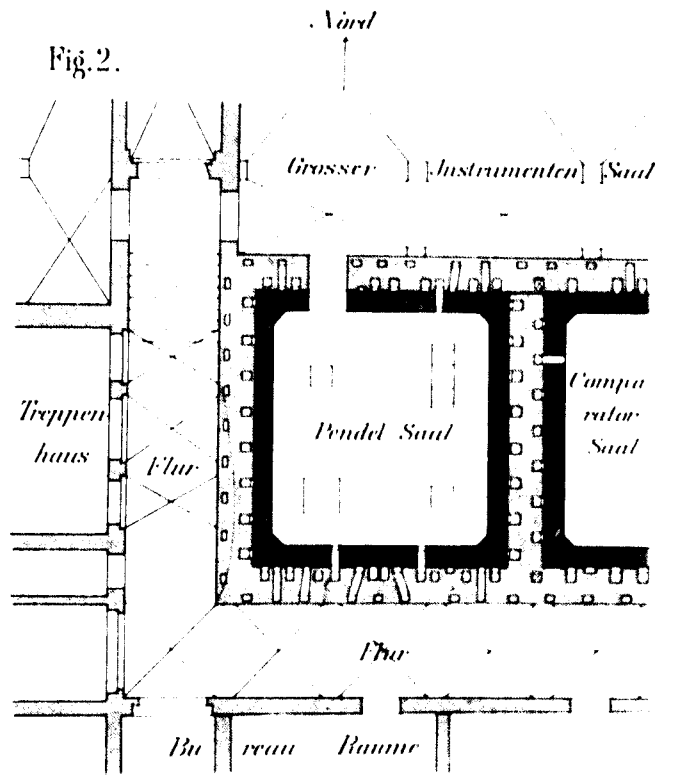
52° 22'86 nördliche Breite,
13° 4'06 östliche Länge von Greenwich,
87.48 m über N. N.

Fig. 1.



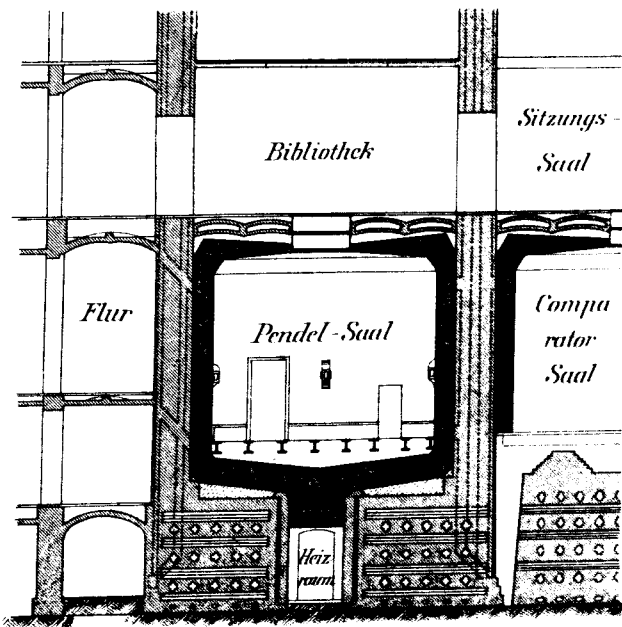
Horizontalschnitt durch das Kellergeschoß.

Fig. 2.



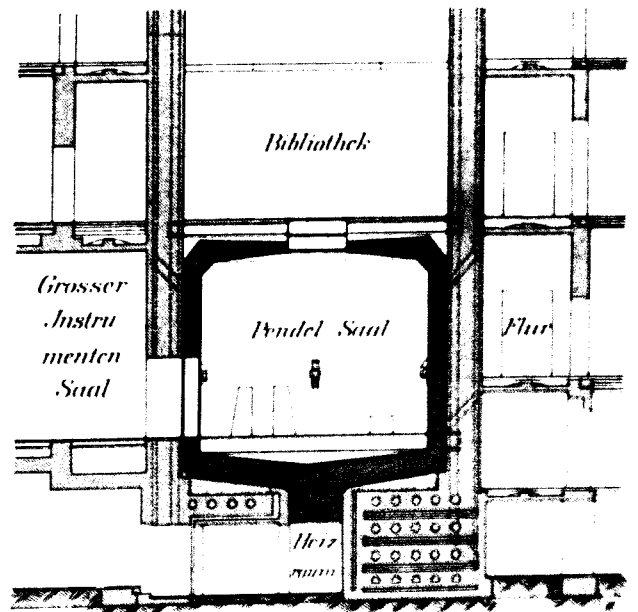
Horizontalschnitt durch das Erdgeschoß.

Fig. 3.



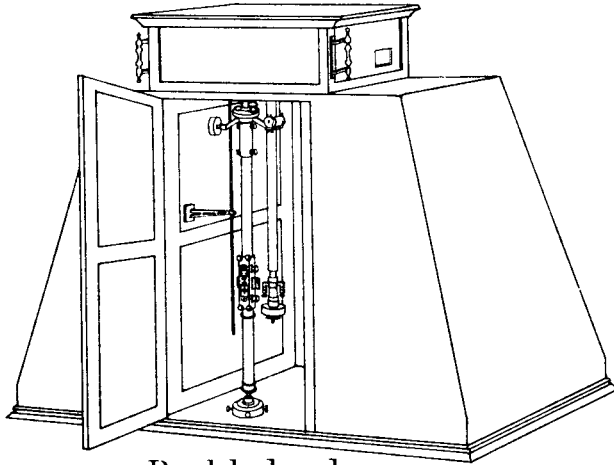
Vertikalschnitt West-Ost.

Fig. 4.



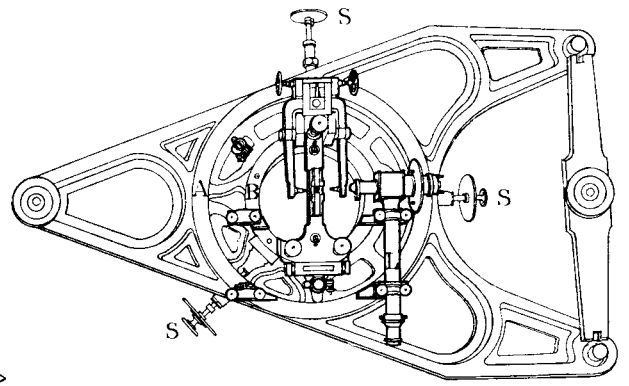
Vertikalschnitt Nord-Süd.

Fig. 5.
1:30.



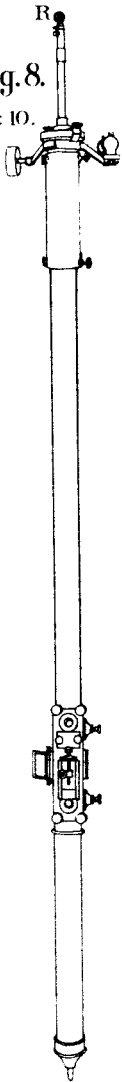
Pendelschrank

Fig. 6.
1:10



Pendelstativ

Fig. 8.
1:10.



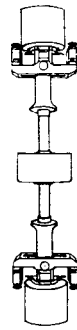
Fadenpendel

Fig. 9.
1:10.



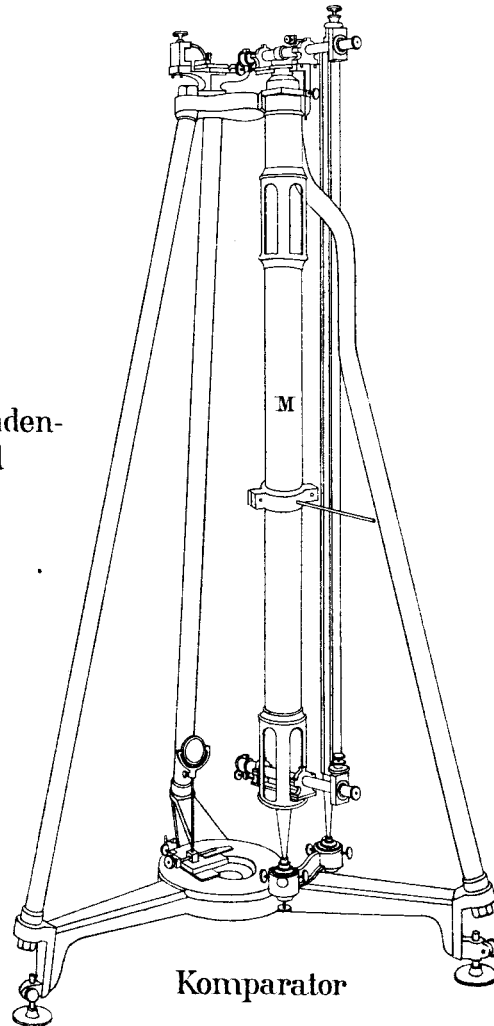
Sekundenpendel

Fig. 10.
1:10.



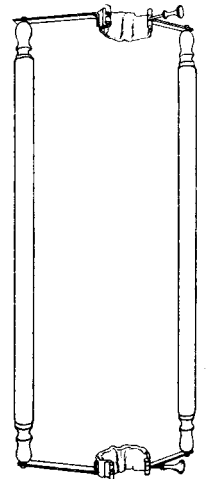
Halbsekundenpendel

Fig. 13.
1:10.



Komparator

Fig. 18.
1:10.



Zange zum
Einhängen der
Sekundenpendel

Fig. 7.
1:2.

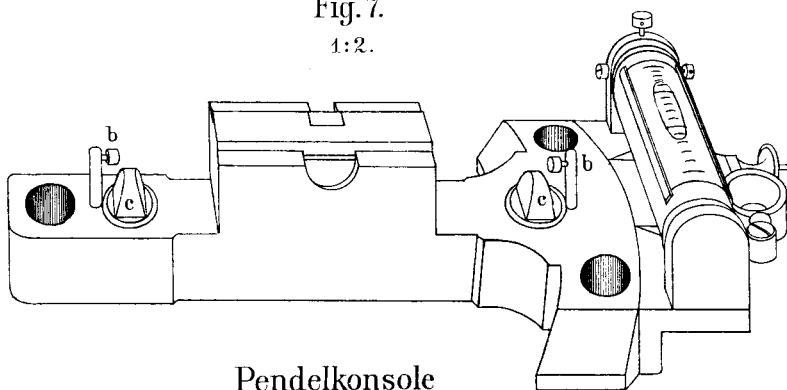


Fig. 11.
1:2.

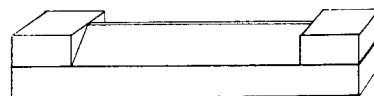
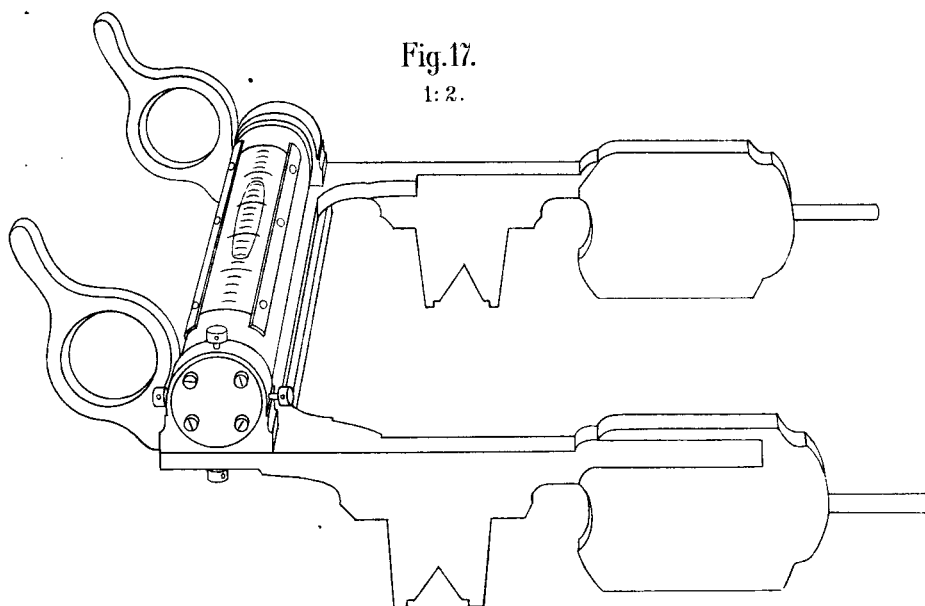


Fig. 12.
1:2.



Schneide

Fig. 17.
1:2.



Hilfslibelle

Fig. 14.

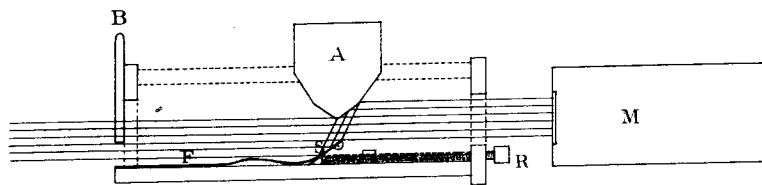
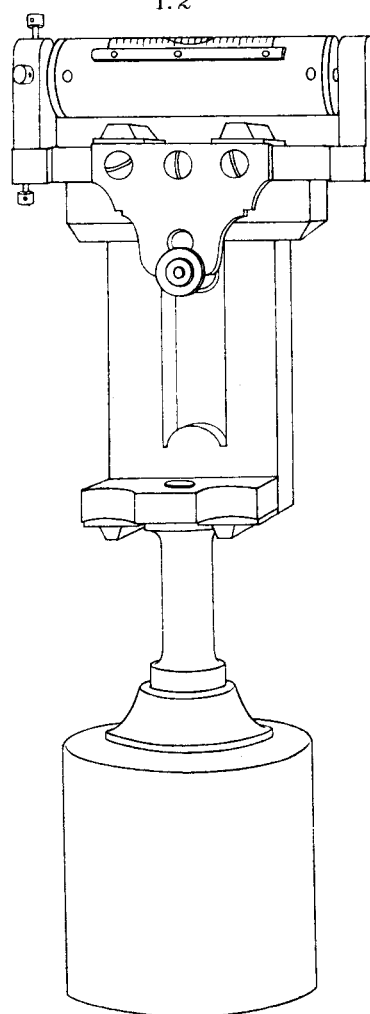


Fig. 16.
1:2



Hauptlibelle

Fig. 19.
1: 10.

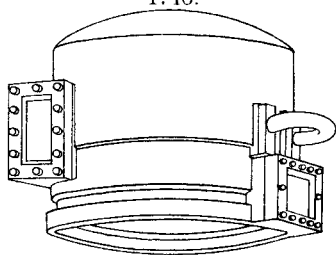
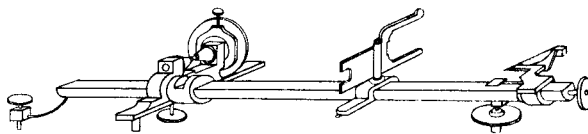


Fig. 15.
1: 10.



Apparat zur Schwerpunktsbestimmung

Fig. 20^a
1: 5

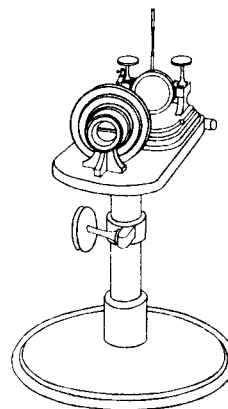
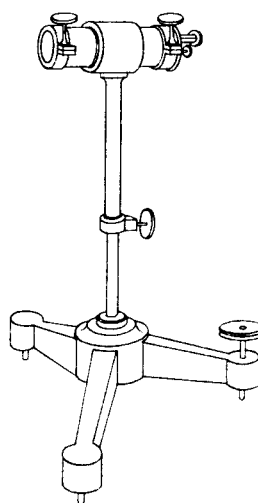


Fig. 20^b
1: 5:



Vakuumzylinder

Apparate für optische Koinzidenzen